R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей

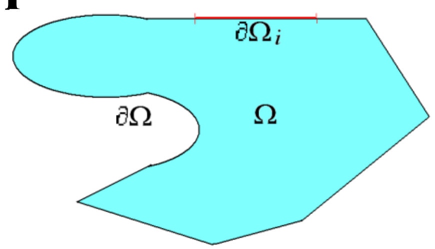
к.ф.-м.н., доц.
Максименко-Шейко К.В.

В период формирования информационного общества **математическое моделирование** можно рассматривать как один из методов познания реального мира, как **интеллектуальное ядро быстро развивающихся информационных технологий.**

Совокупность понятий и отношений, выраженных при помощи системы математических символов, уравнений, обозначений и отражающих некоторые свойства изучаемого объекта, и ***называют математической моделью этого объекта***.

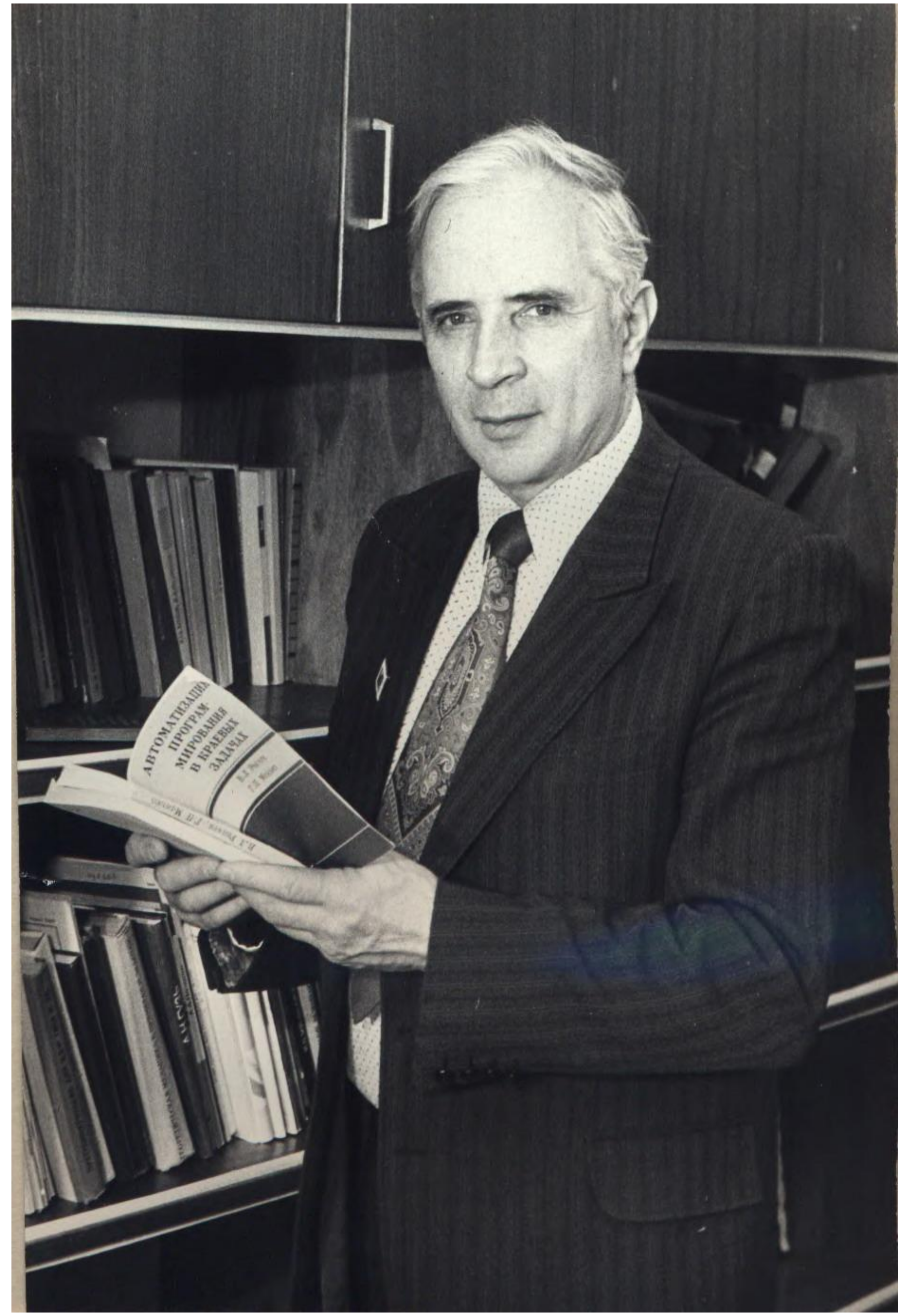
Математическими моделями физических полей (гидро-аэродинамических, температурных, электромагнитных, магнитогидродинамических, силовых и др.) **являются краевые задачи математической физики в областях сложной формы.**

$$\begin{cases} Au = f & \text{в области } \Omega \\ L_i u \Big|_{\partial\Omega_i} = \varphi_i, & i = 1,\dots,N \end{cases}$$



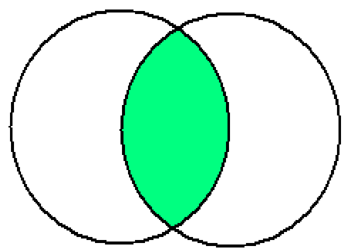
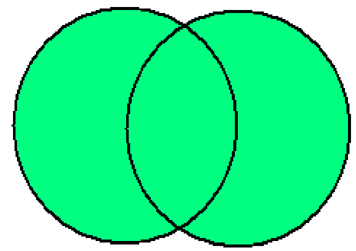
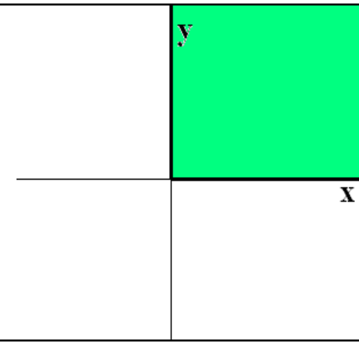
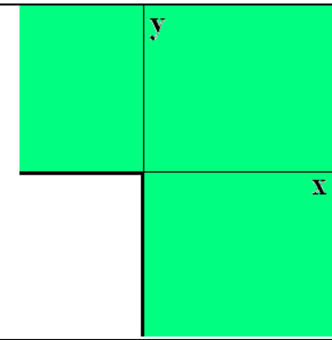
Два разнородных вида информации: **аналитическая** (A и L_i, f и φ_i) и **геометрическая** (форма Ω и $\partial\Omega_i$).

Рене Декарт (1596 – 1650)



В.Л. Рвачев (1926 – 2005)

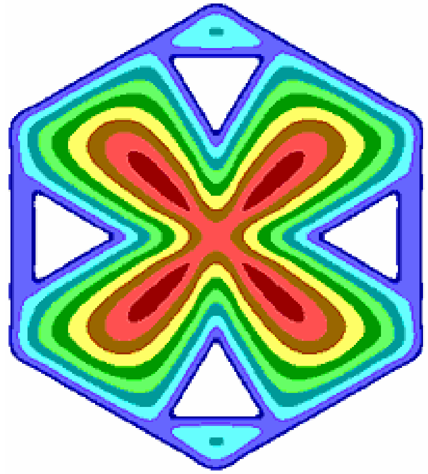
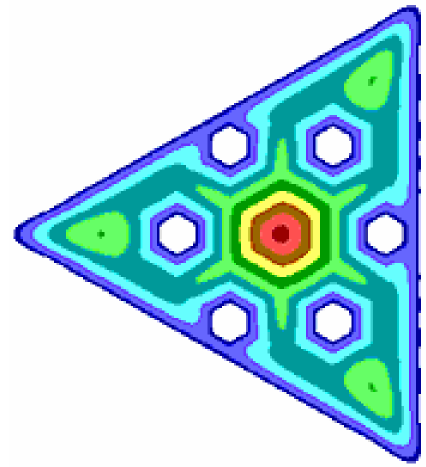
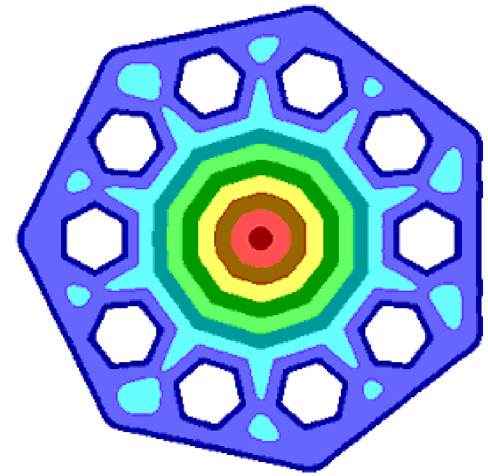
R-функции

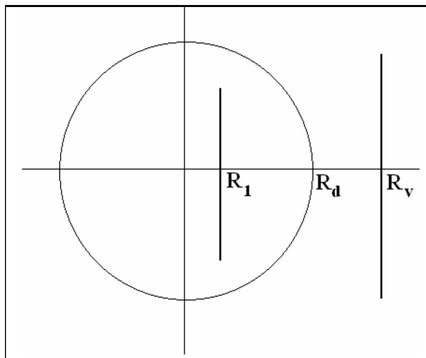
							
Σ_1	Σ_2	$\Sigma_1 \cap \Sigma_2$	$\Sigma_1 \cup \Sigma_2$	$x \wedge_0 y = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$	$x \vee_0 y = x + y + \sqrt{x^2 + y^2}$	x	y
1	1	1	1	+	+	+	+
1	0	0	1	—	+	+	—
0	1	0	1	—	+	—	+
0	0	0	0	—	—	—	—

Определение. Пусть $S_2(t) \equiv (t \geq 0), t \in R^1$,—предикат, принимающий значения 1 при $t \geq 0$ и 0 при $t < 0$. Тогда *функция* $f(x_1, \ldots, x_m): E^m \to E$ ***называется R-функцией***, если существует такая булева функция $F(X_1, \ldots, X_m)$, что $S_2(f(x_1, \ldots, x_m)) \equiv F(S_2(x_1), \ldots, S_2(x_m))$.

Функция $f(x_1, \ldots, x_m)$ *называется R-функцией***,** если булев знак этой функции равен булевой функции булевых знаков аргументов $x_1, \ldots, x_m$.

Геометрические объекты — правильные многоугольники

		
$n_b = 6,\ \ n_o = 3,\ \ n_d = 4.$	$n_b = 3,\ \ n_o = 6,\ \ n_d = 6.$	$n_b = 7,\ \ n_o = 6,\ \ n_d = 10.$



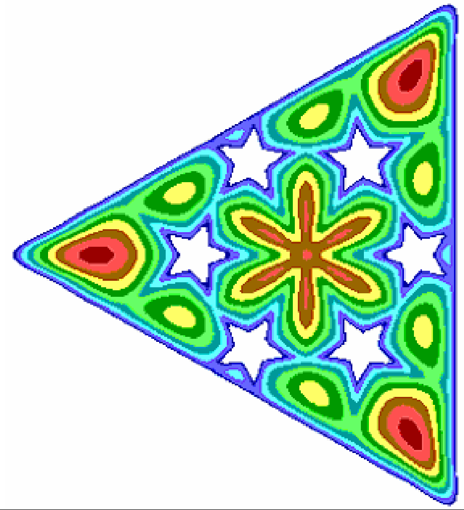
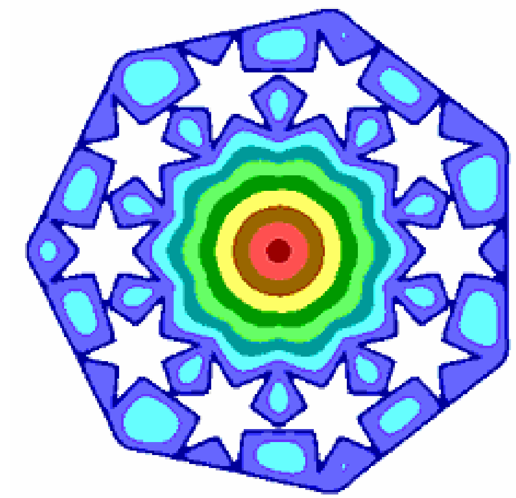
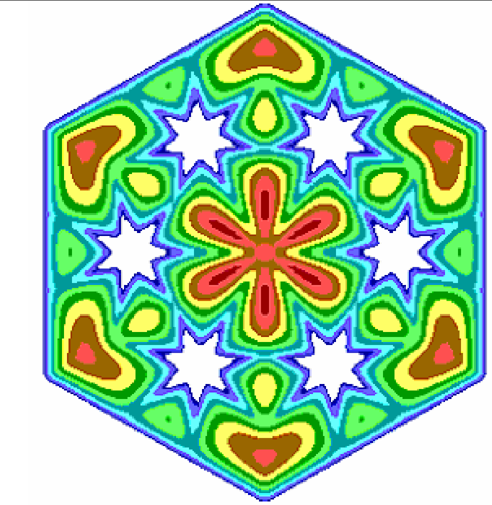
$$\sigma_1 \equiv x - R_1;\ \sigma_2 \equiv R_v - x;\ \omega_t \equiv r_1 \cos\mu_1 - R_1 = 0,\ r_1 = \sqrt{x_s^2 + y_s^2};\ \begin{cases} x_s = r\cos\mu_d - R_d \\ y_s = r\sin\mu_d \end{cases};$$

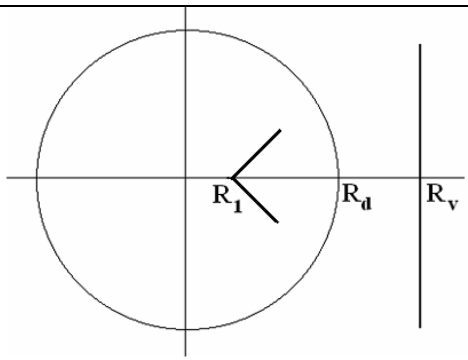
$$\mu_d = \frac{8}{n_d \pi}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n_d\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2};\ \mu_1 = \frac{8}{n_o \pi}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n_o\theta_1}{2}\right]}{(2k-1)^2};\ \theta_1 = \frac{1-sign(x_s)}{2}\pi + arctg\frac{y_s}{x_s}$$

$$\omega_v \equiv R_v - r\cos\mu_v = 0,\ \ \mu_v = \frac{8}{n_b \pi}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n_b\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2},\ r = \sqrt{x^2+y^2}.\ \boxed{\omega \equiv \omega_v \wedge_0 \omega_t = 0}$$ —

шестипараметрическое $(n_o, n_b, n_d, R_1, R_d, R_v)$ семейство кривых.

Геометрические объекты — правильные многоугольники

		
$n_b = 3,\;\; n_o = 5,\;\; n_d = 6.$	$n_b = 7,\;\; n_o = 6,\;\; n_d = 10.$	$n_b = 6,\;\; n_o = 7,\;\; n_d = 6.$



$$\sigma_1 \equiv -y + k(x - R_1) \ge 0,\quad \sigma_2 \equiv y - k(-x + R_1) \ge 0,\quad k = \frac{10\sin(\pi / n_o)}{10\cos(\pi / n_o) - 4},\quad \sigma_3 \equiv R_v - x \ge 0$$

$$\omega_t \equiv (-r_1 \sin\mu_1 + k(r_1\cos\mu_1 - R_1)) \wedge_0 (r_1\sin\mu_1 - k(-r_1\cos\mu_1 + R_1)) = 0\,,\; r_1 = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}\;;$$

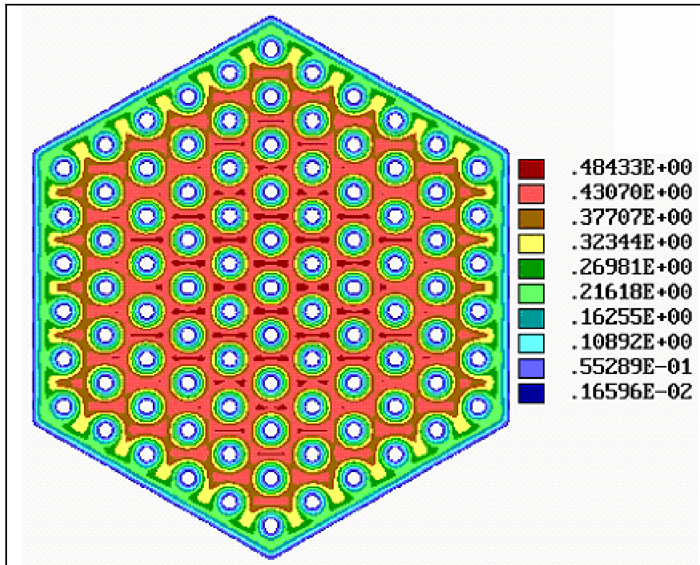
$$\begin{cases} x_s = r\cos\mu_d - R_d \\ y_s = r\sin\mu_d \end{cases};\; \mu_d = \frac{8}{n_d\pi}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n_d\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2};\; \mu_1 = \frac{8}{n_o\pi}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n_o\theta_1}{2}\right]}{(2k-1)^2};$$

$$\theta_1 = \frac{1 - sign(x_s)}{2}\pi + arctg\frac{y_s}{x_s};\quad \omega_v \equiv R_v - r\cos\mu_v = 0,\text{ где } \mu_v = \frac{8}{n_b\pi}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n_b\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2},\; r = \sqrt{x^2 + y^2}\,.$$

$\boxed{\omega \equiv \omega_v \wedge_0 \omega_t = 0}$ — шестипараметрическое $(n_o, n_b, n_d, R_1, R_d, R_v)$ семейство кривых.

Геометрические объекты, обладающие симметрией

Поперечный разрез топливной кассеты



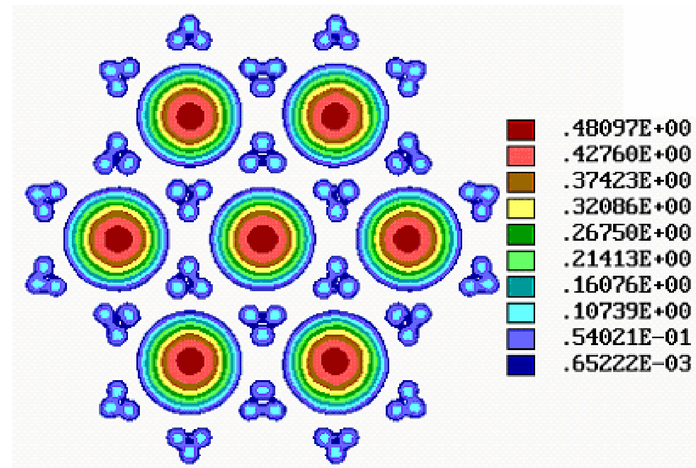
$$\omega \equiv f_b \wedge_0 \overline{\left(f_1 \vee_0 f_2\right)} = 0$$

$$f_b = r_k - x_1 \geq 0$$

$$f_1 = R^2 - \mu_x^2 - \mu_y^2 \geq 0$$

$$f_2 = R^2 - \mu_{x1}^2 - \mu_{y1}^2 \geq 0$$

Кристаллическая структура редкоземельных металлоорганических соединений, используемых при хранении водорода



$$\omega \equiv f_1 \vee_0 f_2 = 0$$

$$x_1 = r\cos\mu_1;\ \mu_1 = \frac{8}{n_0\pi}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n_0\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2}.$$

$$\mu_x = \frac{4h_x}{\pi^2}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[(2k-1)\frac{\pi x}{h_x}\right]}{(2k-1)^2},\ \mu_y = \frac{4h_y}{\pi^2}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[(2k-1)\frac{\pi x}{h_y}\right]}{(2k-1)^2},$$

$$\mu_{x1} = \frac{4h_x}{\pi^2}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[\frac{(2k-1)\pi(x - h_x/2)}{h_x}\right]}{(2k-1)^2},\ \mu_{y1} = \frac{4h_y}{\pi^2}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[\frac{(2k-1)\pi(y - h_y/2)}{h_x}\right]}{(2k-1)^2}.$$

$$f_1 = \left(r_1^2 - x^2 - y^2 - z^2\right)\vee_0\left(r_1^2 - x_1^2 - y_1^2 - z^2\right) \geq 0,\ \begin{cases} x_1 = \rho\cos\mu_1 - r_{k1}, \\ y_1 = \rho\sin\mu_1 \end{cases}$$

$$\mu_1 = \frac{8}{n_0\pi}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[(2k-1)\frac{n_0\theta}{2}\right]}{(2k-1)^2},\ \mu_2 = \frac{8}{n_0\pi}\sum_k (-1)^{k+1}\frac{\sin\left[\frac{(2k-1)n_0\left(\theta_1 - \pi/2\right)}{2}\right]}{(2k-1)^2}$$

$$f_2 = \left(r_2^2 - \left(x_2 - 2r_2\cos\frac{\pi}{6}\right)^2 - y_2^2 - z^2\right)\vee_0\left(r_2^2 - x_2^2 - \left(y_2 + r_2\right)^2 - z^2\right)\vee_0$$

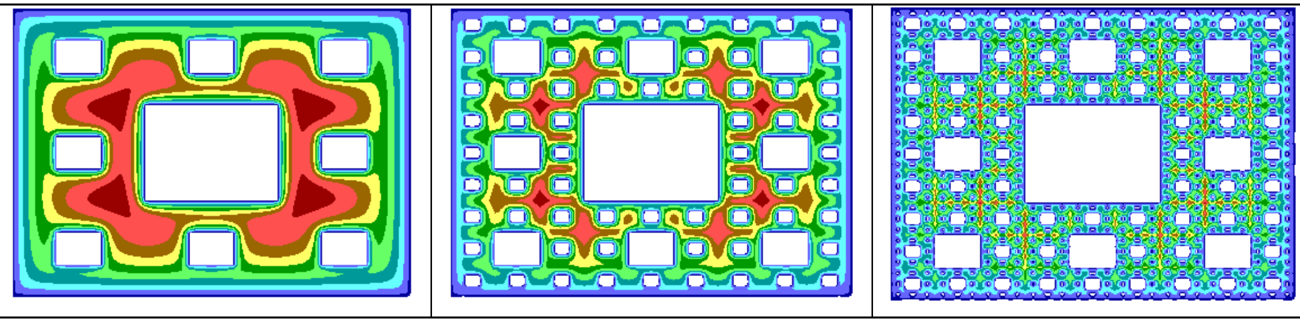
$$\vee_0\left(r_2^2 - x_2^2 - \left(y_2 - r_2\right)^2 - z^2\right) \geq 0,$$

$$\begin{cases} x_2 = \rho_1\cos\mu_2 - r_{k2} \\ y_2 = \rho_1\sin\mu_2 \end{cases},\ \begin{cases} \rho_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \\ \theta_1 = arctg\,\frac{y_1}{x_1} \end{cases}$$

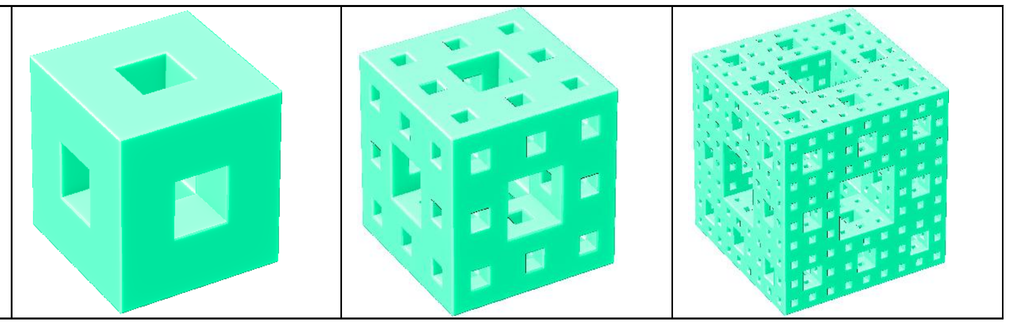
R-функции в фрактальной геометрии

Ковер Серпинского. $\omega_0 = f_1 \wedge_0 f_2 \geq 0$, $\omega_1(x,y) = \dfrac{\overline{\omega_0(3x,3y)}}{3} \geq 0$, $\omega_k(x,y) = \dfrac{\omega_{k-1}(3\mu_{hx}, 3\mu_{hy})}{3} \geq 0 \, (k = 2,3,\ldots)$, $f_1 = \dfrac{a^2 - x^2}{2a} \geq 0$, $f_2 = \dfrac{b^2 - y^2}{2b} \geq 0$,

$\mu_{hx} = \dfrac{h_x}{\pi} \arcsin\left(\sin \dfrac{\pi x}{h_x} \right)$, $\mu_{hy} = \dfrac{h_y}{\pi} \arcsin\left(\sin \dfrac{\pi y}{h_y} \right)$, $h_x = \dfrac{2a}{3}$, $h_y = \dfrac{2b}{3}$. $\boxed{\omega_0(x,y) \wedge_0 \omega_1(x,y) \wedge_0 \omega_2(x,y) \wedge_0 \ldots \wedge_0 \omega_k(x,y) \geq 0}$.



Ковер Серпинского.



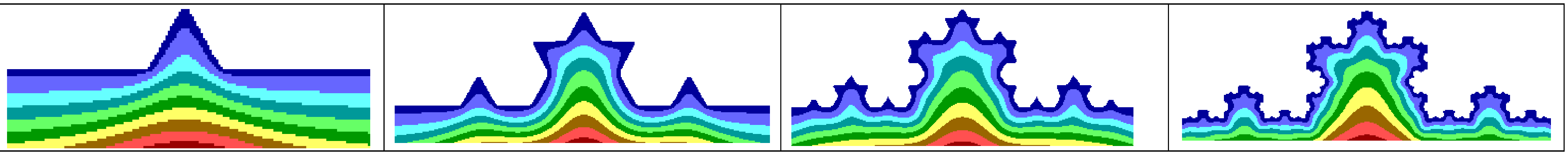
Губка Менгера — трехмерный аналог ковра Серпинского.

Кривая Коха. $\omega_0 = -y \geq 0$; $\omega_1 = \omega_0 \vee_0 (f_1 \wedge_0 f_2) \geq 0$; $f_1 = \dfrac{1}{2}\left(x\sqrt{3} - y + a\sqrt{3} \right) \geq 0$; $f_2 = \dfrac{1}{2}\left(-x\sqrt{3} - y + a\sqrt{3} \right) \geq 0$;

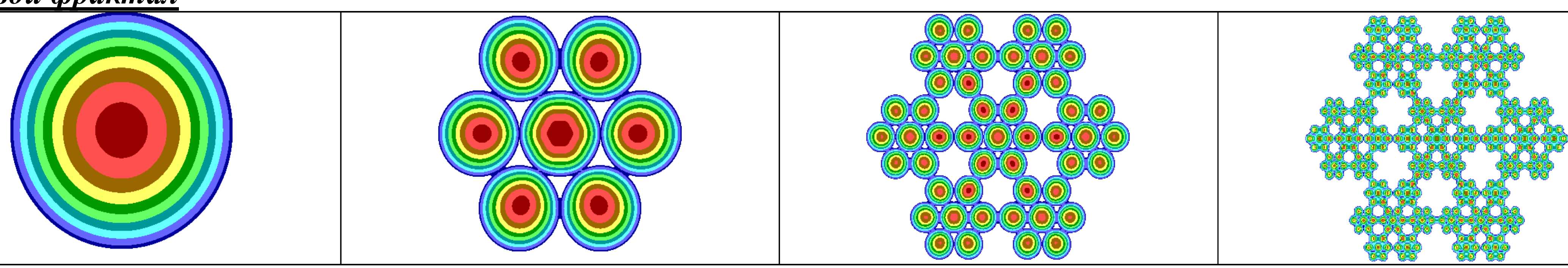
$$\omega_{21} = \omega_1\left(3(x+2a),\ 3y\right) \geq 0;\ \omega_{22} = \omega_1\left(3\left((x+a/2)0.5 + \left(y - {}^{a\sqrt{3}}\!/_{2}\right)\sqrt{3}/2\right),\ 3\left(-(x+a/2)\sqrt{3}/2 + \left(y - {}^{a\sqrt{3}}\!/_{2}\right)0.5\right)\right) \geq 0;$$

$$\omega_2 = \left(\omega_{21}(x,y) \vee_0 \omega_{22}(x,y)\right) \wedge_0 \left(\omega_{21}(-x,y) \vee_0 \omega_{22}(-x,y)\right) \geq 0;\quad \omega_{k1} = \omega_{k-1}\left(3(x+2a),\ 3y\right) \geq 0;$$

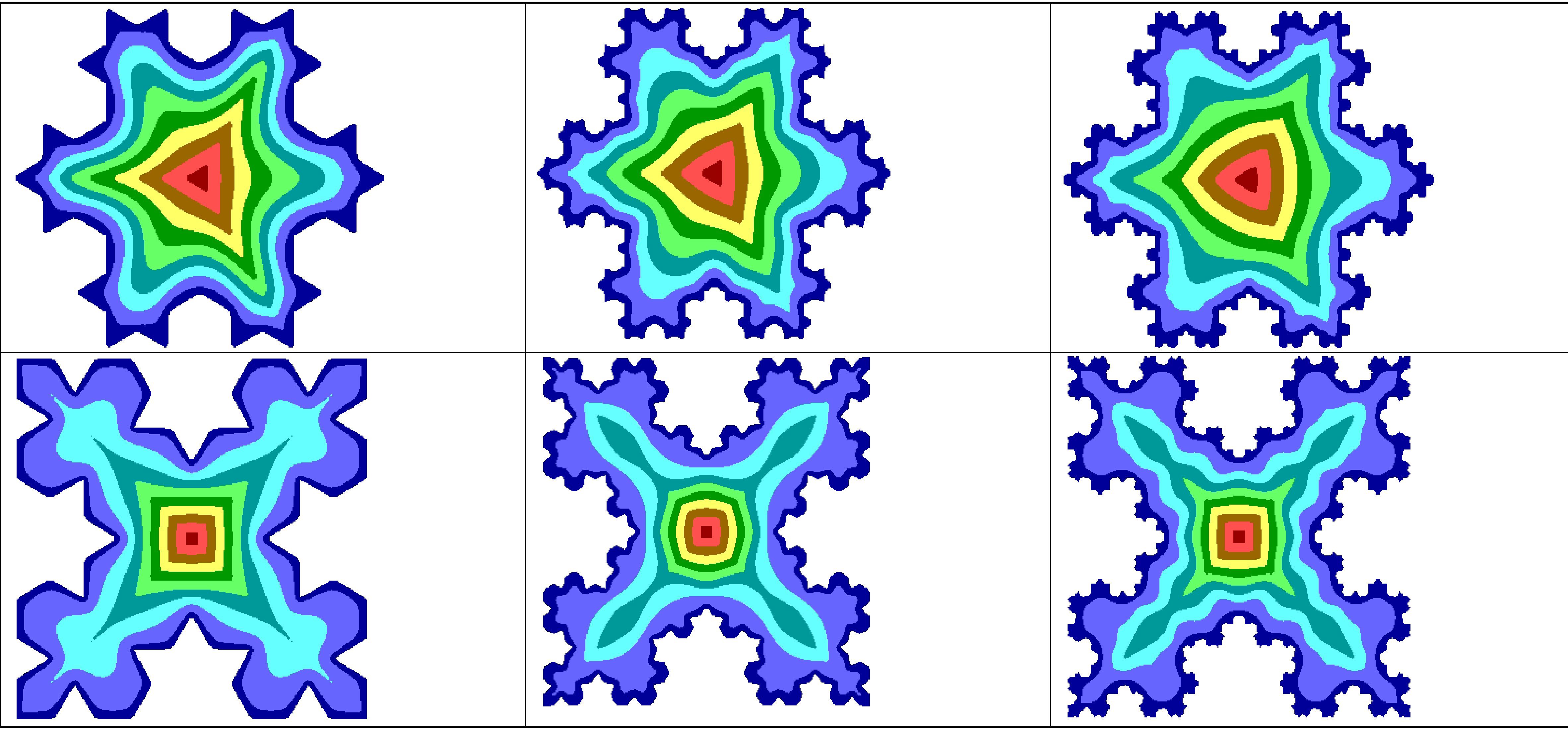
$$\omega_{k2} = \omega_{k-1}\left(3\left(\frac{x+a/2}{2} + \left(y - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) \frac{\sqrt{3}}{2} \right),\ 3\left(-(x+a/2)\frac{\sqrt{3}}{2} + \left(y - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) \frac{1}{2} \right) \right) \geq 0;\ \omega_k = \left(\omega_{k1}(x,y) \vee_0 \omega_{k2}(x,y)\right) \wedge_0 \left(\omega_{k1}(-x,y) \vee_0 \omega_{k2}(-x,y)\right) \geq 0\ \ (k = 3,4,\ldots)$$

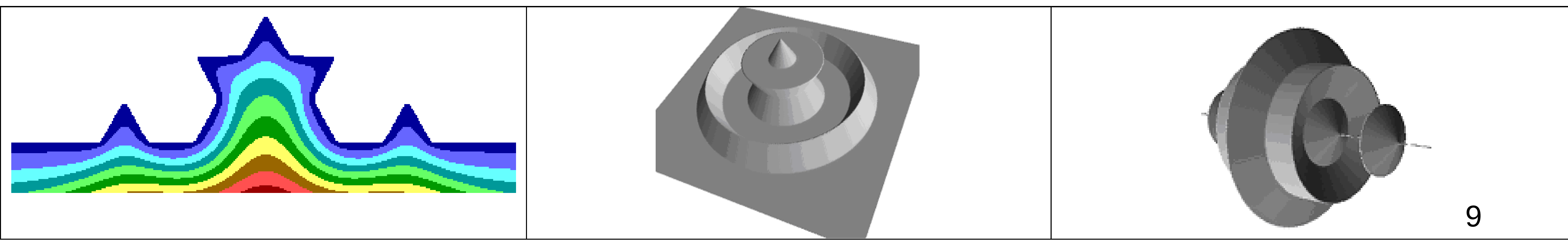


Круговой фрактал

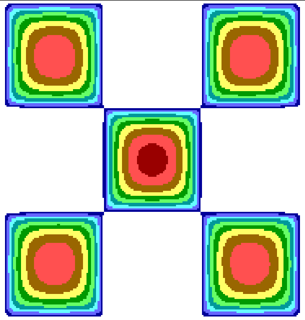
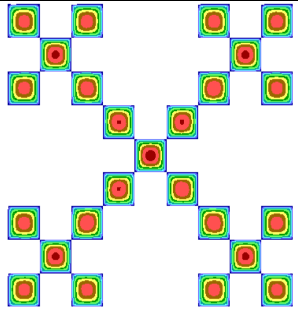
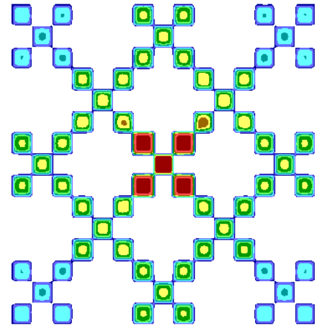
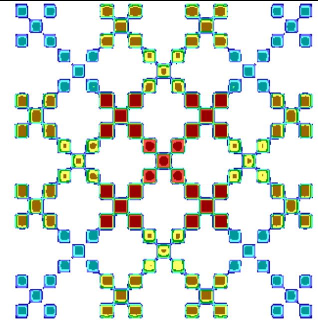


Остров и крест Коха. $\omega S_k = \omega_k\left(r\sin\mu,\;\; r\cos\mu - R\right) \geq 0$, где $\mu(n\theta) = \dfrac{2}{n}\arcsin\left(\sin\dfrac{n\theta}{2}\right)$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = arctg\,\dfrac{y}{x}$.

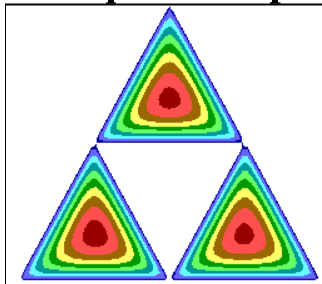
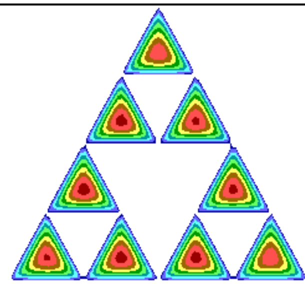
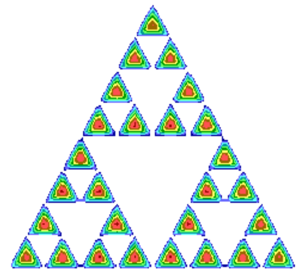
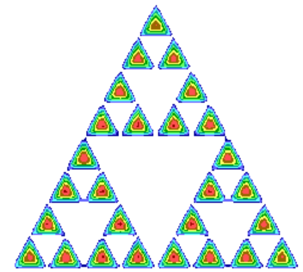




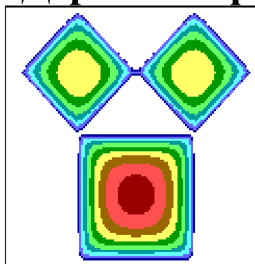
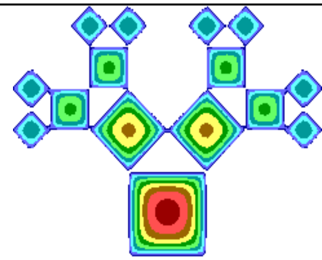
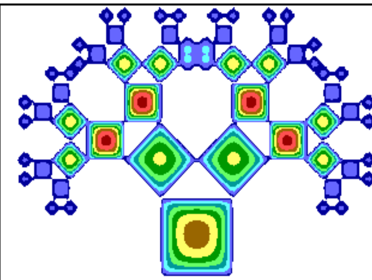
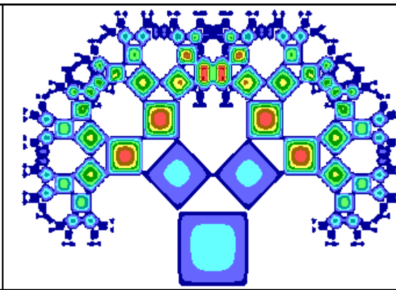
Фрактал «коробка»

			
$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$

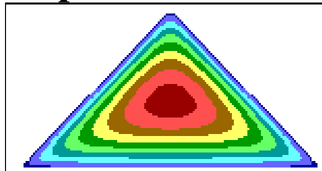
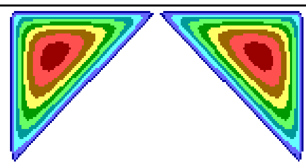
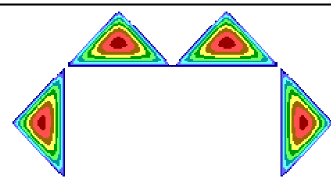
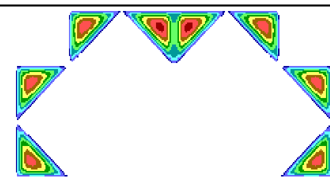
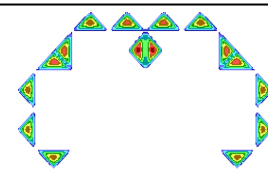
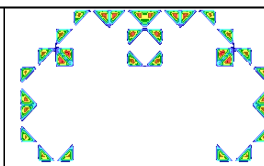
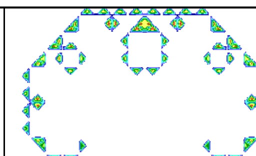
Салфетка Серпинского

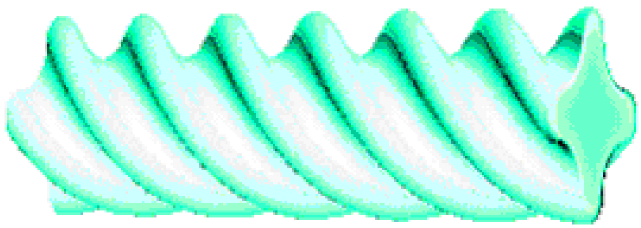
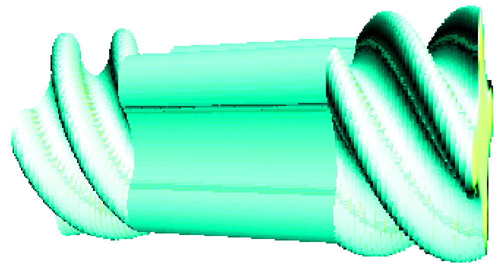
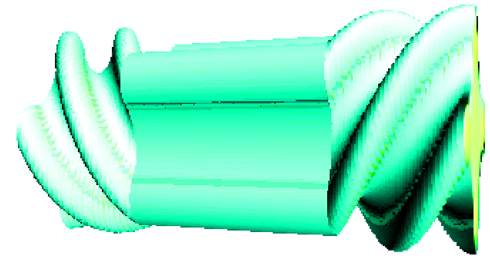
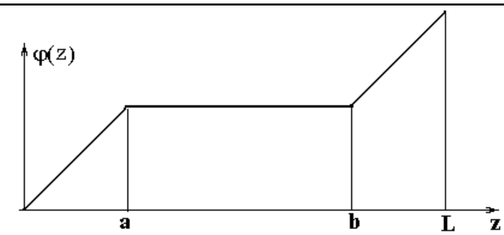
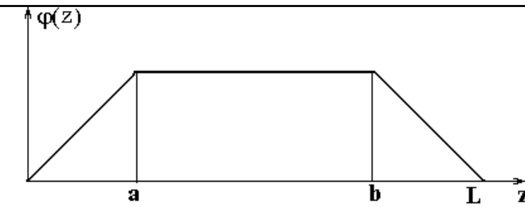
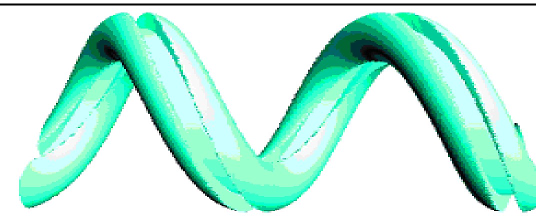
			
$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$

Дерево Пифагора

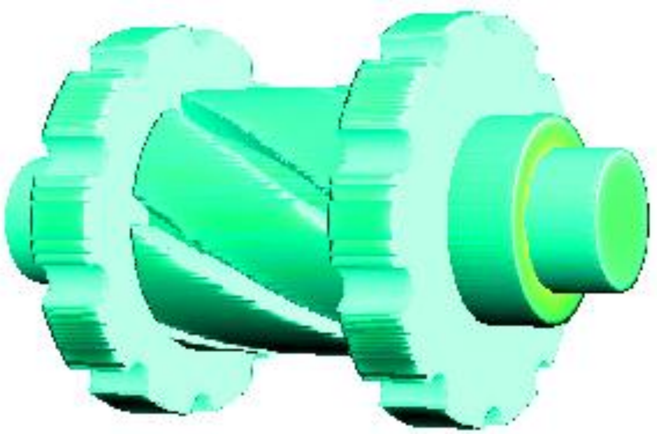
			
$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$

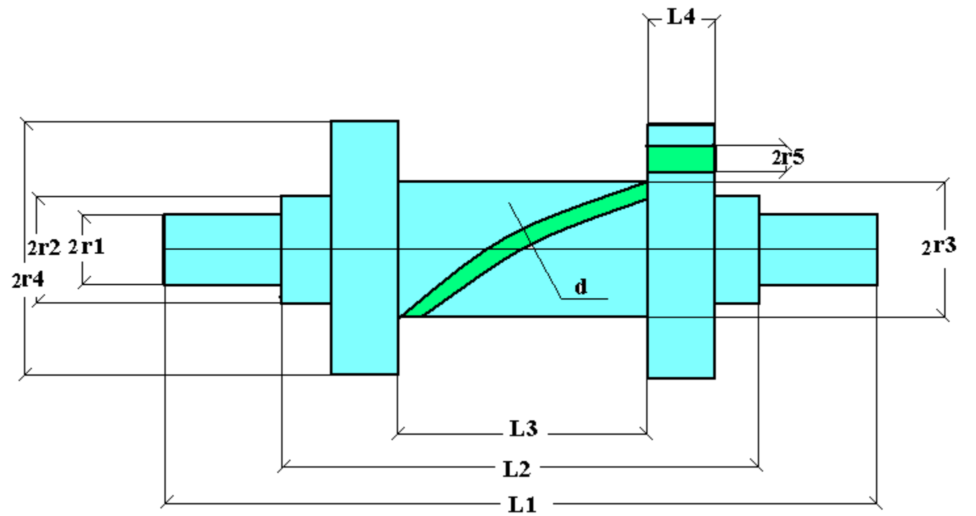
Фрактал Леви

Скрученные цилиндры $\begin{cases} x \Rightarrow x\cos\varphi(z)+y\sin\varphi(z)\\ y\Rightarrow y\cos\varphi(z)-x\sin\varphi(z)\end{cases}$	$\varphi(z)=\alpha z$	$\boxed{\dfrac{\omega(\hat{x},\hat{y})}{\sqrt{1+\alpha^2\left(\hat{y}\dfrac{\partial\omega}{\partial\hat{x}}-\hat{x}\dfrac{\partial\omega}{\partial\hat{y}}\right)^2}}=0}$
		
$\varphi(z)=\alpha z$		
Бесконечные змеевики. $\begin{cases} x\Rightarrow\sqrt{x^2+y^2}-c\\ y\Rightarrow z-\alpha\, arctg\dfrac{y}{x}\end{cases}$	$\boxed{\dfrac{\omega(r,\hat{z})}{\sqrt{1+\dfrac{\alpha^2}{r^2}\left(\dfrac{\partial\omega}{\partial\hat{z}}\right)^2}}=0}$	
Скрученные торы. $\begin{cases} x\Leftarrow(r-R)\cos\dfrac{R\varphi}{h}+z\sin\dfrac{R\varphi}{h};\\ y\Leftarrow-(r-R)\sin\dfrac{R\varphi}{h}+z\cos\dfrac{R\varphi}{h};\end{cases}$	$\boxed{\omega\left((r-R)\cos\dfrac{R\varphi}{h}+z\sin\dfrac{R\varphi}{h},\ -(r-R)\sin\dfrac{R\varphi}{h}+z\cos\dfrac{R\varphi}{h}\right)=0}$	

Ступенчатый вал с двумя зубчатыми шкивами.





$L_1 > L_2 > L_3 > L_4$ $\quad r_1 < r_2 < r_3 < r_4$ $\quad \boxed{W = ((f1 \vee_0 f2 \vee_0 Ws) \wedge_0 f4) \vee_0 Wb}$

no —количество транслируемых выемок на шайбе; $no1$ — количество транслируемых закрученных с параметром $\alpha = 2\pi z/\lambda$ выемок на внутреннем цилиндре. Таким образом, имеем 15-параметрическое семейство.

$f1 = ((r_1^2 - x^2 - y^2)/2r_1) \wedge_0 \left((L_1^2/4 - z^2)/L_1\right)$ — длинный цилиндр; $f2 = ((r_2^2 - x^2 - y^2)/2r_2) \wedge_0 (L_2^2/4 - z^2)/L_2$— средний цилиндр

$f3 = (r_4^2 - x^2 - y^2)/2r_4$ —цилиндр для шайб; $Ws = (f3 \wedge_0 ((3+z)(-2-z))) \vee_0 (f3 \wedge_0 ((3-z)(z-2)))$две шайбы

$f4 = -(0.09 - x_1^2 - y_1^2)/0.6$ транслируемые выточки на шайбах; $\begin{cases} x_1 = \rho\cos\mu - r_4 \\ y_1 = \rho\sin\mu \end{cases}$ — замена для транслирования с no;

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \theta = \arctan\frac{y}{x}; \; \mu = \frac{8\pi}{no}\left(\sin\frac{no\theta}{2} - \frac{1}{9}\sin\frac{3no\theta}{2} + \frac{1}{25}\sin\frac{5no\theta}{2} - \frac{1}{49}\sin\frac{7no\theta}{2} + \ldots\right)$$

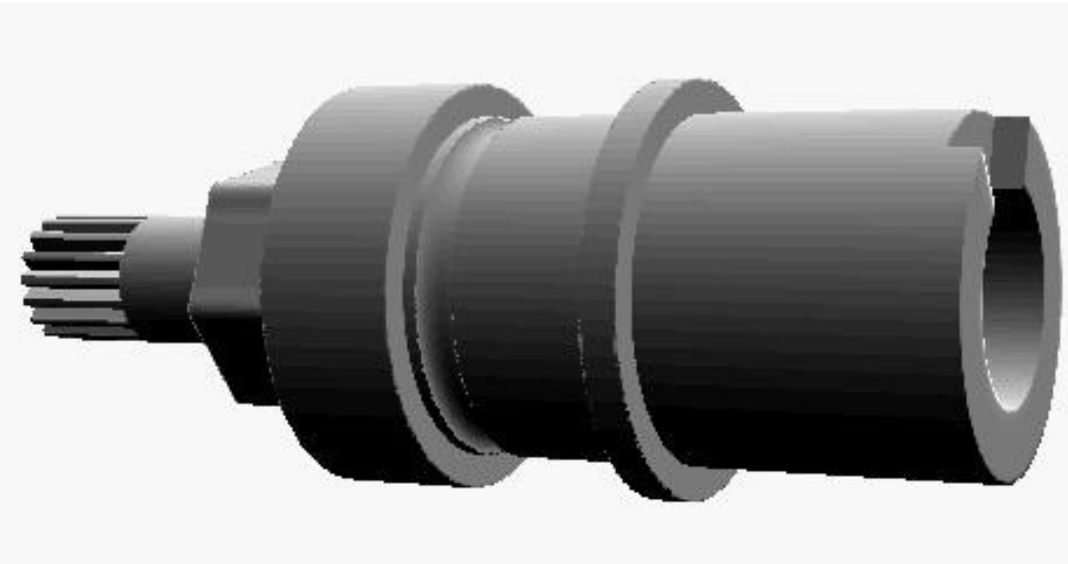
$Wb = \left(\left(r_3^2 - x^2 - y^2\right)/2r_3\right) \wedge_0 \left(\left(L_3^2/4 - z^2\right)/L_3\right) \wedge_0 \left(\left(xt1^2 + yt1^2 - r_b^2\right)\right)$ цилиндр между шайбами с транслируемыми закрученными выточками

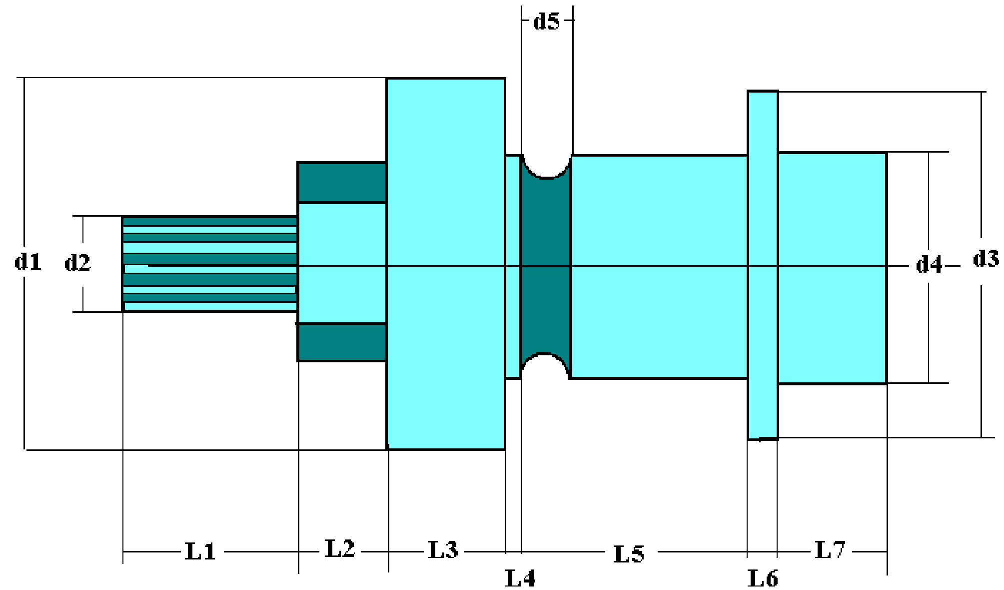
$\begin{cases} x_{11} = \rho_1\cos\mu_1 - r_3 \\ y_{11} = \rho_1\sin\mu_1 \end{cases}$ — замена для транслирования с $no1$.

$$\rho_1 = \sqrt{xx^2 + yy^2}; \quad \theta_1 = \arctan\frac{yy}{xx}; \quad \alpha t_1 = \theta_1 - \mu_1; \; \mu_1 = \frac{8\pi}{no1}\left(\sin\frac{no1\theta_1}{2} - \frac{1}{9}\sin\frac{3no1\theta_1}{2} + \frac{1}{25}\sin\frac{5no1\theta_1}{2} - \frac{1}{49}\sin\frac{7no1\theta_1}{2} + \ldots\right)$$

$\begin{cases} xx = x\cos\alpha + y\sin\alpha \\ yy = -x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{cases}$ — замена для закрутки

ПОВОРОТНЫЙ КЛАПАН





NO=16;NO1=6; $\begin{cases}\rho=\sqrt{x^2+y^2}\\ \theta = arctg\,\dfrac{y}{x}\end{cases}$; $FF=\dfrac{N0\cdot\theta}{2}$; $MU=\dfrac{8}{\pi N0}\left(\sin FF-\dfrac{1}{9}\sin 3FF+\dfrac{1}{25}\sin 5FF-\dfrac{1}{49}\sin 7FF+\dots\right)$

$\begin{cases}X1=\rho\cos MU-0.7\\ Y1=\rho\sin MU\end{cases}$; $FF1=\dfrac{N01\cdot\theta}{2}$; $MU1=\dfrac{8}{\pi N01}\left(\sin FF1-\dfrac{1}{9}\sin 3FF1+\dfrac{1}{25}\sin 5FF1-\dfrac{1}{49}\sin 7FF1+\dots\right)$

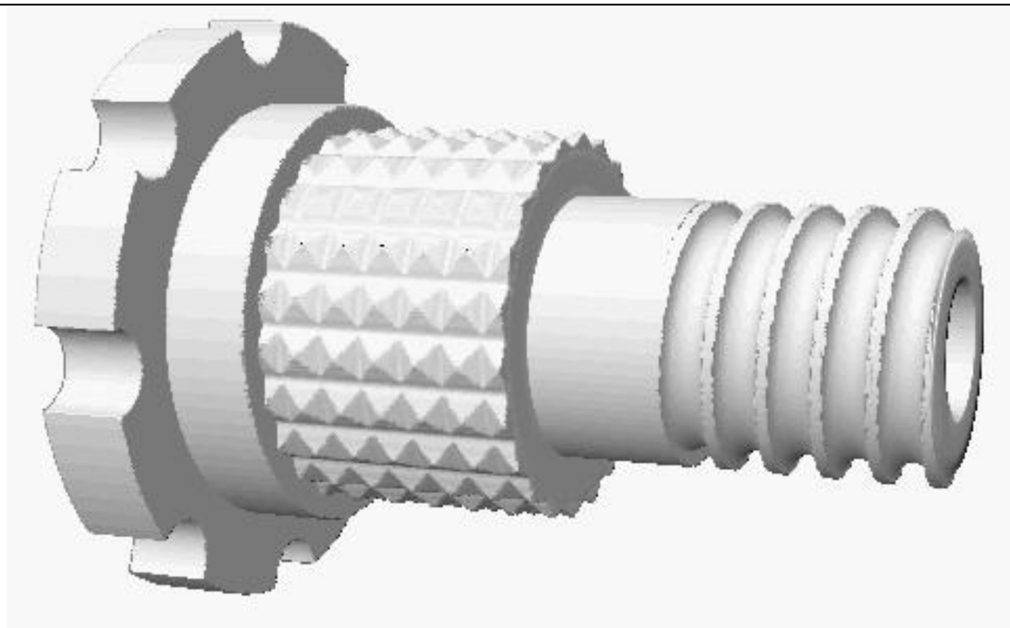
$\begin{cases}X11=\rho\cos MU1-2\cos\pi/6\\ Y11=\rho\sin MU1\end{cases}$; $w_1=\left(1-\rho^2\right)\wedge_0(8+z)$; $w_2=\left(4-\rho^2\right)\wedge_0((4+z)(-z-2))$;

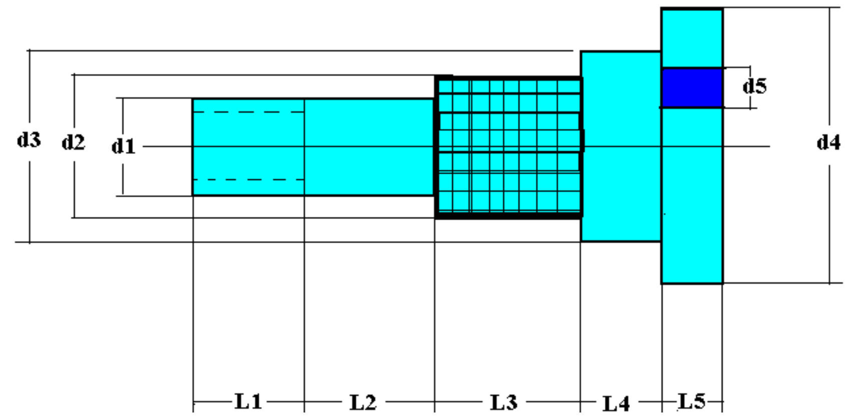
$w_3=\left(9-\rho^2\right)\wedge_0((2+z)(-z))$; $w_4=\left(9-\rho^2\right)\wedge_0((3.5-z)(z-3))$; $w_5=\left(6.25-\rho^2\right)\wedge_0((8-z)z)$; $w_6=\left(2.25-\rho^2\right)\wedge_0(z-7)$;

$w_7=(\rho-2.5)^2+(z-0.5)^2-0.09$; $w_8=-\left(\left(\dfrac{X1}{2}-Y1\right)\wedge_0\left(\dfrac{X1}{2}+Y1\right)\right)\wedge_0(-6-z)$; $w_9=-X11$; $w_{10}=\left(\left(\dfrac{x}{2}-y\right)\wedge_0\left(\dfrac{x}{2}+y\right)\right)\wedge_0(z-7.5$

$$\boxed{W=((((w_1\vee_0(w_2\wedge_0 w_9)\vee_0 w_3\vee_0 w_4\vee_0 w_5)\wedge_0 w_6)\wedge_0 w_7)\wedge_0 w_8)\wedge_0 w_{10}}$$

ВИНТ





x=7,y=7,z=12; PI=3.141593;NO=8;NO2=22;H=1.2;

rezba; $\theta = arctg\frac{y}{x}$; $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$; $ZZ = z - \frac{H*FI}{2\pi}; FFF = \frac{\pi ZZ}{H}; MUU = \frac{4H}{\pi^2}\left(\sin FFF - \frac{1}{9}\sin 3FFF + \frac{1}{25}\sin 5FFF - \frac{1}{49}\sin 7FFF + ...\right)$

ruchka; $FF = \theta no/2$; $MU = \frac{8}{\pi no}\left(\sin FF - \frac{1}{9}\sin 3FF + \frac{1}{25}\sin 5FF - \frac{1}{49}\sin 7FF + ...\right)$; $\begin{cases} X1 = \rho\cos MU - 7 \\ Y1 = \rho\sin MU \end{cases}$

cholm; $FFK = \theta no2/2$; $MUK = \frac{8}{\pi no2}\left(\sin FFK - \frac{1}{9}\sin 3FFK + \frac{1}{25}\sin 5FFK - \frac{1}{49}\sin 7FFK + ...\right)$ – трансляция по θ

$\begin{cases} X11 = \rho\cos MUK - 4 \\ Y11 = \rho\sin MUK \end{cases}$ $FH = \pi z/1.0$; $MUC = \frac{4*1.0}{\pi^2}\left(\sin FH - \frac{1}{9}\sin 3FH + \frac{1}{25}\sin 5FH - \frac{1}{49}\sin 7FH + ...\right)$ – трансляция по z

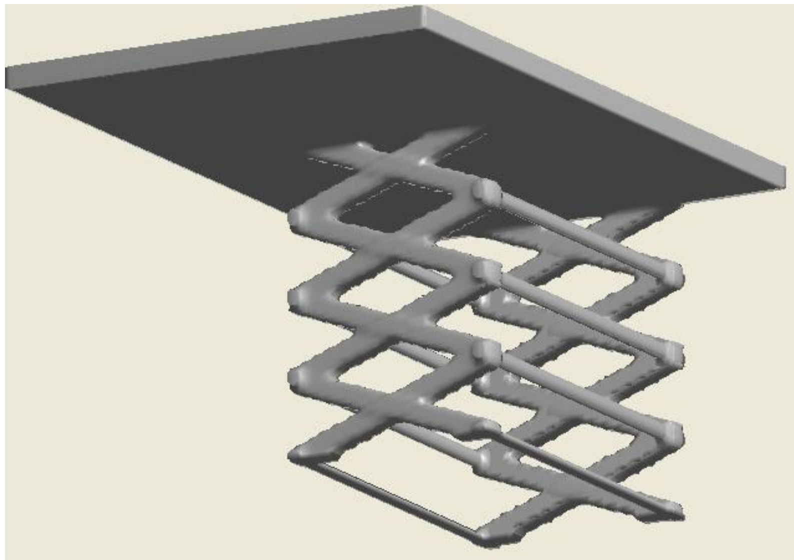
$\begin{cases} ZC = -0.5MUC/(X11-0.5) \\ YC = -0.5Y11/(X11-0.5) \end{cases}$ –– замена для пирамиды $WC1 = \left(\left(0.625 - ZC^2\right)\wedge_0 \left(0.625 - YC^2\right)\wedge_0 X11\right)\wedge_0 \left(4.5^2 - x^2 - y^2\right)$

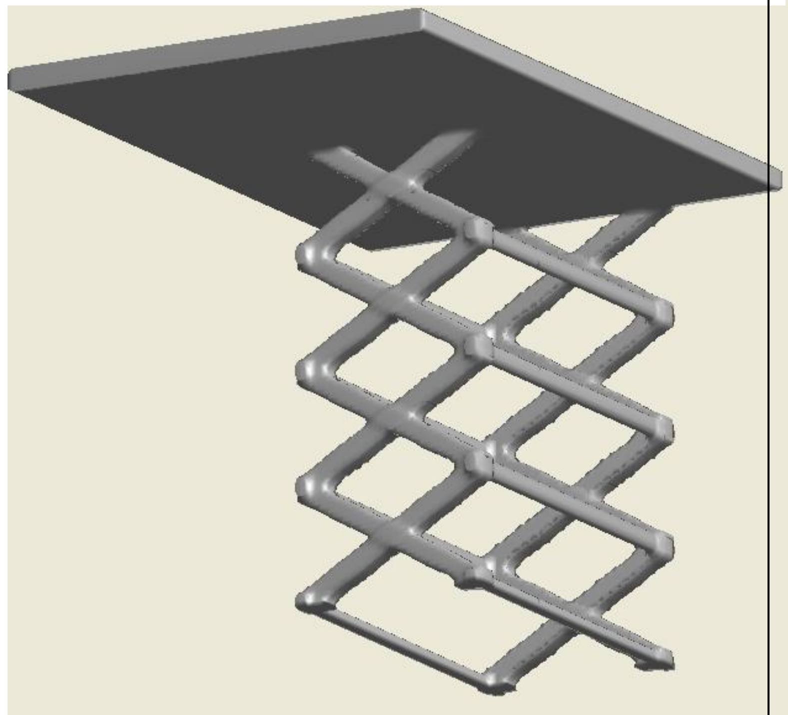
$Wc = \left(WC1 \vee_0 \left(4.1^2 - x^2 - y^2\right)\right)\wedge\left(9 - z^2\right)$ – полная насечка

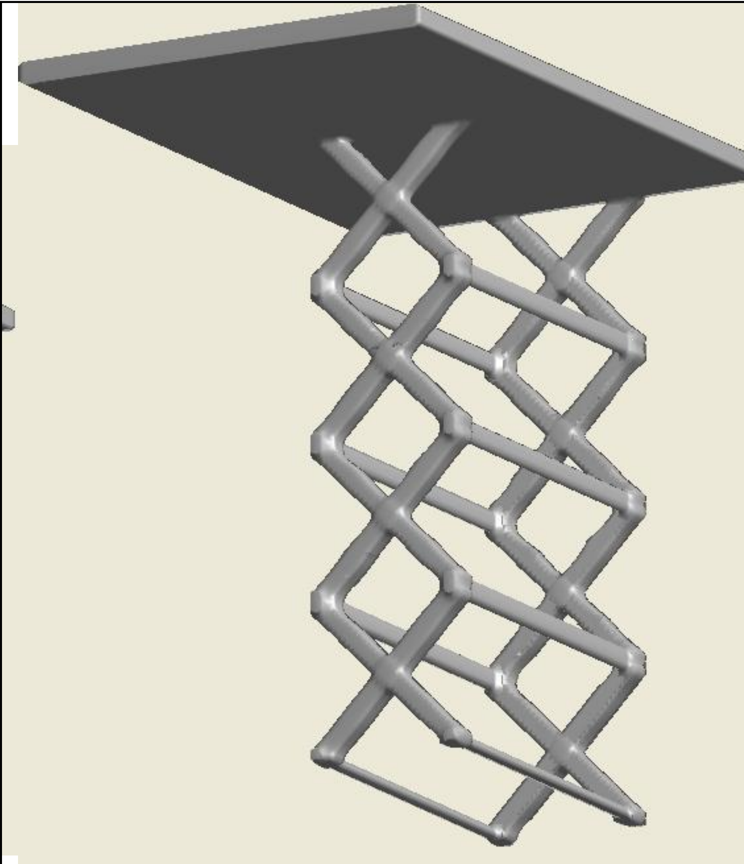
$f_1 = 9 - x^2 - y^2$; $f_2 = \left(25 - x^2 - y^2\right)\wedge_0 (z-3)$; $f_3 = \left(49 - x^2 - y^2\right)\wedge_0 (z-5)$; $f_4 = 1 - x1^2 - y1^2$ $f_5 = \left(0.25 - (\rho-3)^2 - MUU^2\right)\wedge_0 (-6-z)$–– резьба

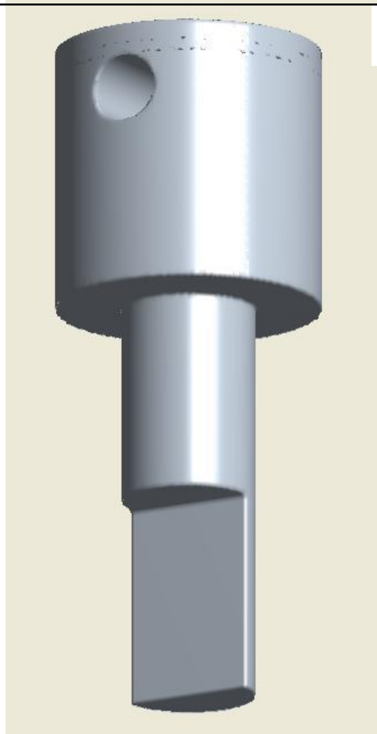
$f_6 = -2.25 + x^2 + y^2$; $f_7 = (12+z)(7-z)$ $W = \left(\left(\left(\left(f_1 \wedge_0 \overline{f_5}\right)\vee_0 f_2 \vee_0 Wc\right)\vee_0 \left(f_3 \wedge_0 \overline{f_4}\right)\right)\wedge_0 f_6\right)\wedge_0 f_7$

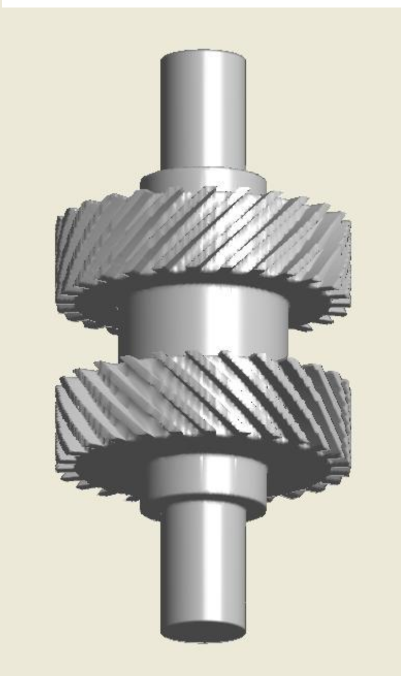
Ножничный подъёмник.

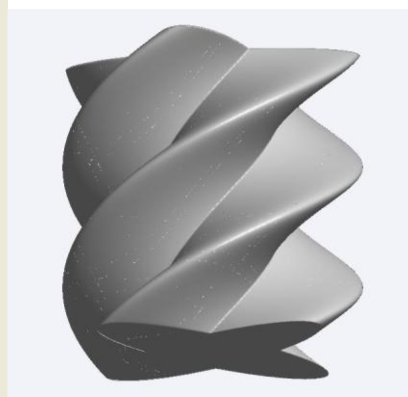


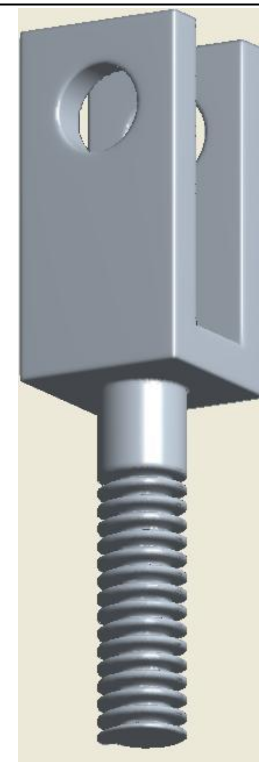


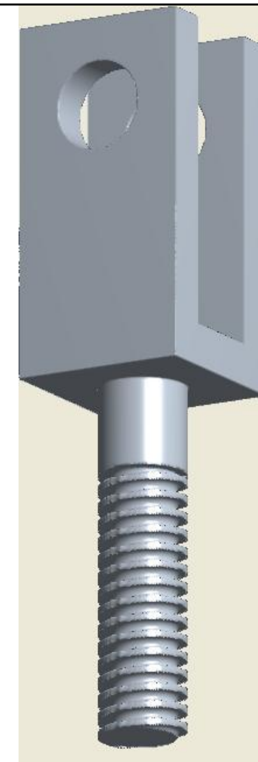


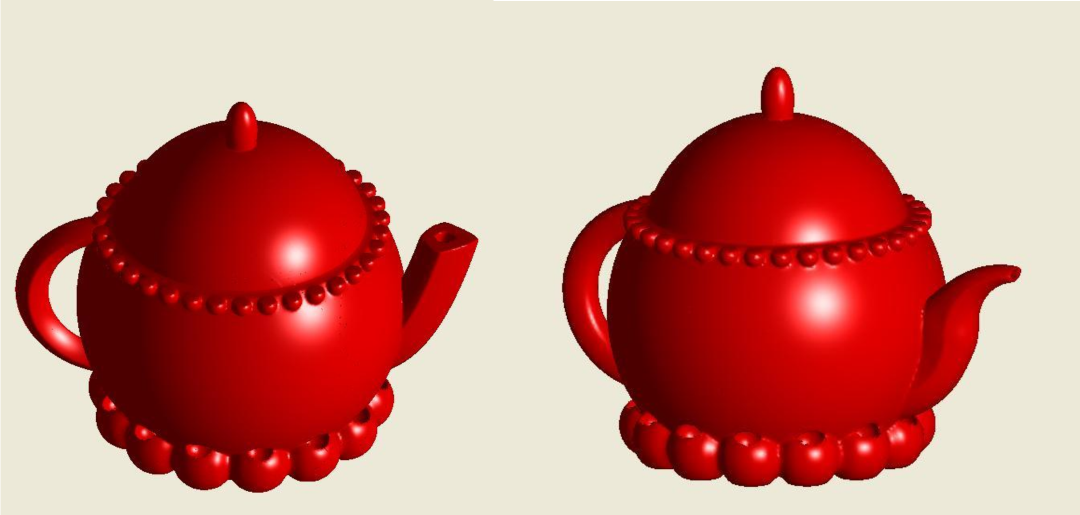












$$W=\{[(WC\vee_0 Wbantiki\vee_0 WN\vee_0 WRT)\wedge_0(-W1)]\}\vee_0 WKR$$

Резервуар $W1=\frac{1}{8}\left(16-x^2-y^2-z^2\right);\ WW1=|W1|;$

$\boxed{WC=(A+0.5-WW1)\wedge_0\left(\frac{(3-z)(z+4.3)}{7.3}\right)}$ no=14 A=0.7; $no1$=36

Крышка $WK=\left[\frac{1}{8}\left(16-\rho^2-(z-2)^2\right)\right]\vee_0\left[1-\frac{\rho^2}{0.25}-(z-6.5)^2\right];\ WK1=|WK|;$

$WK2=A-WK1;$ $\boxed{WKR=WK2\wedge_0(z-3)}$

Ручка $W2=\frac{1}{5}\left(6.25-(x+4)^2-z^2\right);\ WR=\sqrt{y^2\vee_0 W2^2};$ $\boxed{WRT=A+0.3-WR;}$

Оформление $\boxed{Wbantiki=(W5\wedge_0 W6)\vee_0 W4}$

низ

$$W5=\frac{1}{2}\left(1-X1^2-Y1^2-(z+3.5)^2\right);\ W6=\frac{1}{1.2}\left(X2^2+Y2^2+(z+3)^2-0.36\right);\ FF=\theta no/2;\ MU=\frac{8}{\pi no}\left(\sin FF-\frac{1}{9}\sin 3FF+\frac{1}{25}\sin 5FF-\frac{1}{49}\sin 7FF+\ldots\right);$$

$$\begin{cases}X1=\rho\cos MU-3.7\\ Y1=\rho\sin MU\end{cases}\qquad\begin{cases}X2=\rho\cos MU-4\\ Y2=\rho\sin MU\end{cases}\qquad \theta=arctg\frac{y}{x};\ \rho=\sqrt{x^2+y^2}$$

вверх $W4=\frac{1}{0.6}\left(0.09-X11^2-Y11^2-(z-2.8)^2\right);\ \begin{cases}X11=\rho\cos MU1-4.3\\ Y11=\rho\sin MU1\end{cases}\ FF1=\theta no1/2;\quad MU1=\frac{8}{\pi no1}\left(\sin FF1-\frac{1}{9}\sin 3FF1+\frac{1}{25}\sin 5FF1-\frac{1}{49}\sin 7FF1+\ldots\right)$

Носик (кубической параболой)

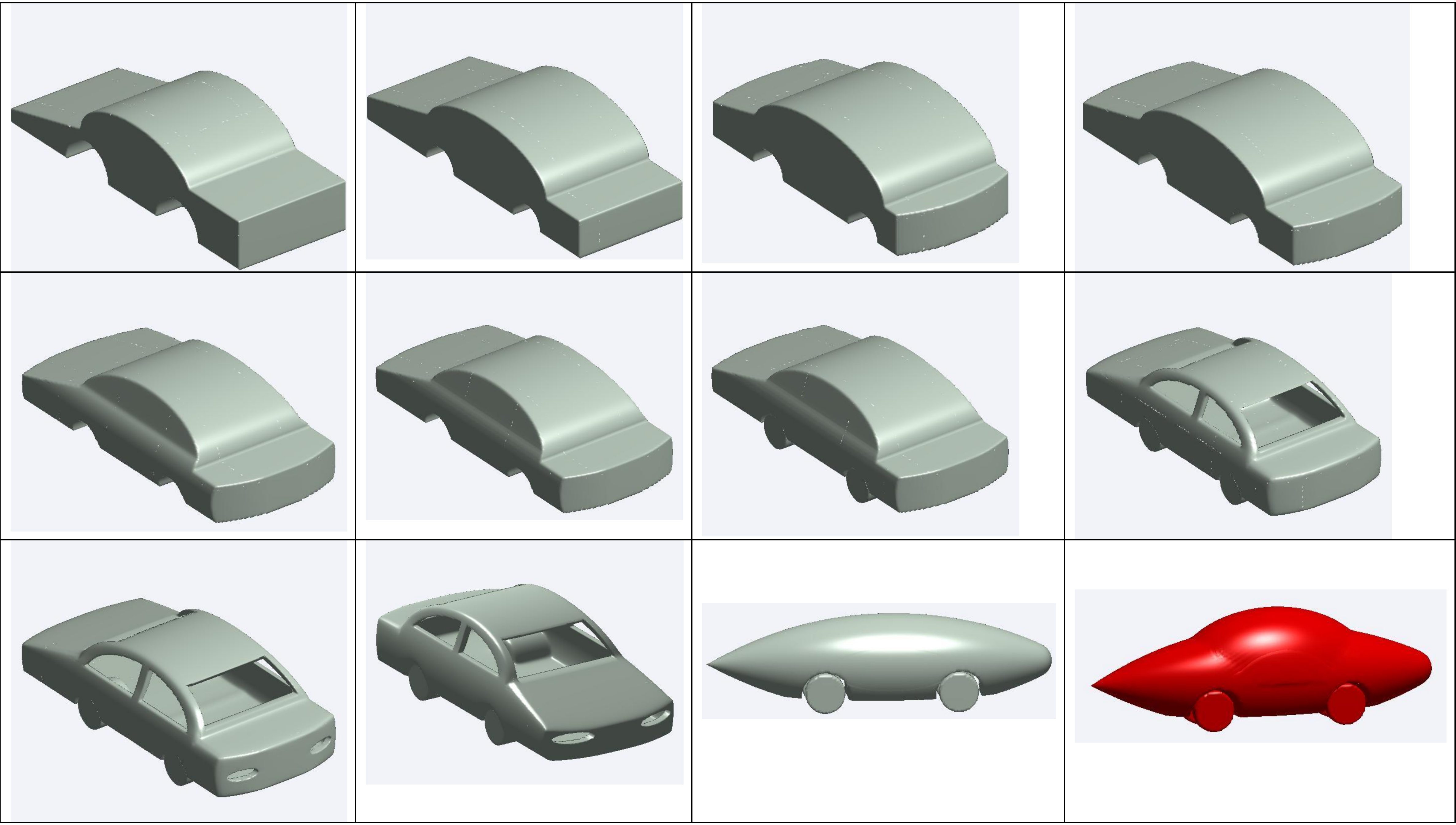
$$W3=\left(\left(z+2-\frac{(\rho-2.1)^3}{15}\right)\left(1+\frac{(\rho-2.1)^4}{25}\right)\right)^{0.5};\ WW3=\sqrt{y^2\vee_0 W3^2};WN1=(A+1-WW3)\wedge_0 x;\ WN2=(0.6-WW3)\wedge_0 x;\boxed{WN=(WN1\wedge_0(-WN2))\wedge_0(2.8-z)}$$

(двумя круговыми цилиндрами)

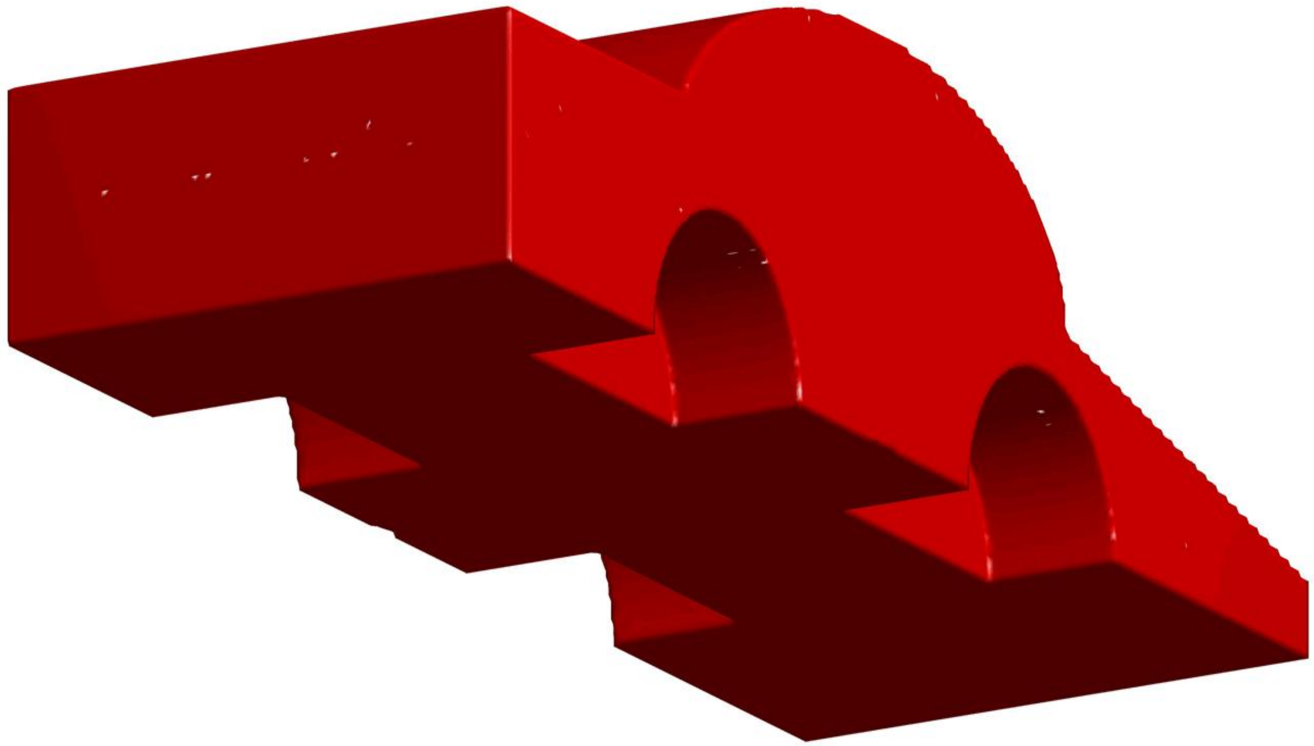
$$xx=x-3.8;\ yy=z+2;\ F31=\frac{1}{4}\left(4-xx^2-(yy-2)^2\right);\ Fo1=\frac{1}{4}\left(4-(xx-2)^2-yy^2\right);F32=\frac{1}{4}\left(4-(xx-4)^2-(yy-2)^2\right);\ Fo2=\frac{1}{4}\left(4-(xx-2)^2-(yy-4)^2\right)$$

$FF31=\sqrt{\frac{1}{4}\left(\sqrt{F31^4+Fo1^2}-Fo1\right)^2+F31^2};\ FF32=\sqrt{\frac{1}{4}\left(\sqrt{F32^4+Fo2^2}-Fo2\right)^2+F32^2};\ F3=\sqrt{(FF31\wedge_0 FF32)\vee_0 y^2}$ Для утолщения носика и верстия применим формулу склейки. $WN1=\frac{1.5(8-x)+0.6(x-4)}{4-F3};\quad WN2=\frac{0.9(8-x)+0.4(x-4)}{4-F3};$ $\boxed{WN=(WN1\wedge_0(-WN2))\wedge_0(7.8-x)}$

Построенная математическая модель поверхности автомобиля имеет 42 варьируемых параметра.

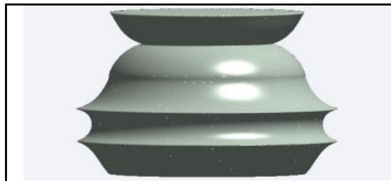
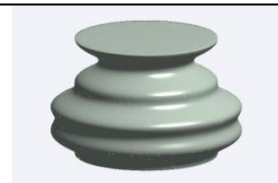
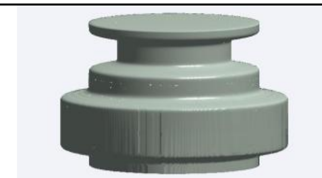


Процесс моделирования поверхности кузова



R-функции в математическом моделировании геометрических объектов в 3D по информации в 2D

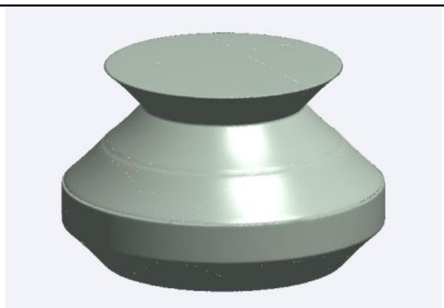
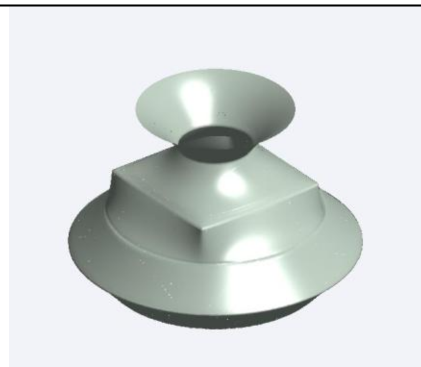
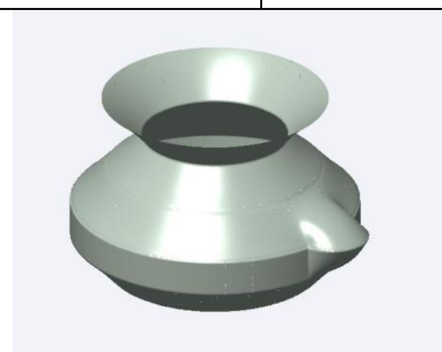
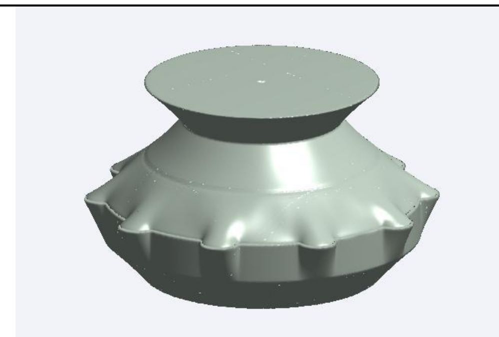
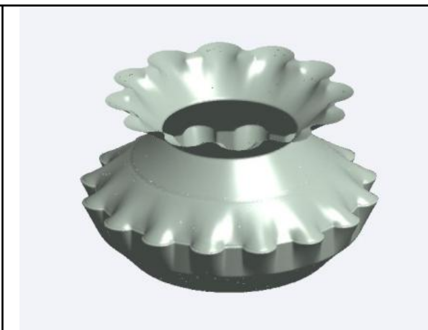
Интерлокационные формулы Лагранжа

			
$\omega(x,y,z)=\frac{\sum_{i=1}^{N}\frac{\omega_i(x,y)}{\lvert\omega_{si}(z)\rvert}}{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\lvert\omega_{si}(z)\rvert}}$	$\omega(x,y,z)=\frac{\sum_{i=1}^{N}\frac{\omega_i(x,y)}{\omega_{si}^{2}(z)}}{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\omega_{si}^{2}(z)}}$	$\omega(x,y,z)=\frac{\sum_{i=1}^{N}\frac{\omega_i(x,y)}{\omega_{si}^{4}(z)}}{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\omega_{si}^{4}(z)}}$	$\omega(x,y,z)=\frac{\sum_{i=1}^{N}\frac{\omega_i(x,y)}{\omega_{si}^{6}(z)}}{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\omega_{si}^{6}(z)}}$

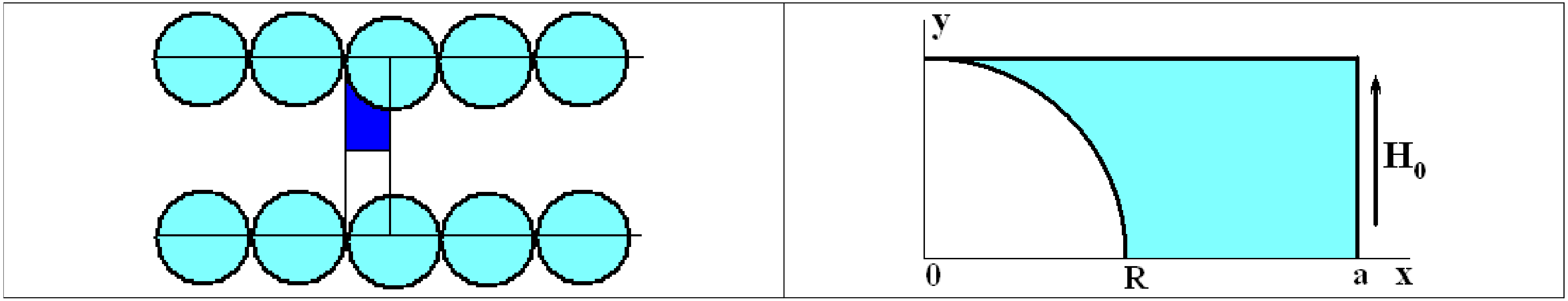
<table>
<tr>
<td colspan="2">$\omega=\sum_{i=1}^{N}\omega_i(x,y)h_i(z,z_{i-1},z_i,z_{i+1})+\prod_{i=1}^{N}(z-z_i)P(x,y,z)$

$h_i(z,z_{i-1},z_i,z_{i+1})=\left(\left[\frac{z-z_{i-1}}{z_i-z_{i-1}}\right]\wedge_1\left[\frac{z-z_{i+1}}{z_i-z_{i+1}}\right]\right)\vee_1 0$</td>
<td colspan="3">$\omega_i(x,y)\geq 0,\quad i=1,\dots,N,$

$\omega_{s1}\equiv z_1-z\geq 0;\ \omega_{s2}\equiv z_2-z\geq 0;\dots\omega_{sN}\equiv z_N-z\geq 0.$

$f_i=\frac{\omega_i\omega_{si+1}-\omega_{i+1}\omega_{si}}{\omega_{si+1}-\omega_{si}}\wedge_0\frac{\omega_{si+1}\overline{\omega}_{si}}{z_{i+1}-z_i}\geq 0,\quad (i=1,\dots,N).\ \ \omega=\bigcup_{i=1}^{N-1}f_i+\varepsilon\geq 0$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Математическое моделирование физических полей в бланкете термоядерного реактора



Фрагменты канала

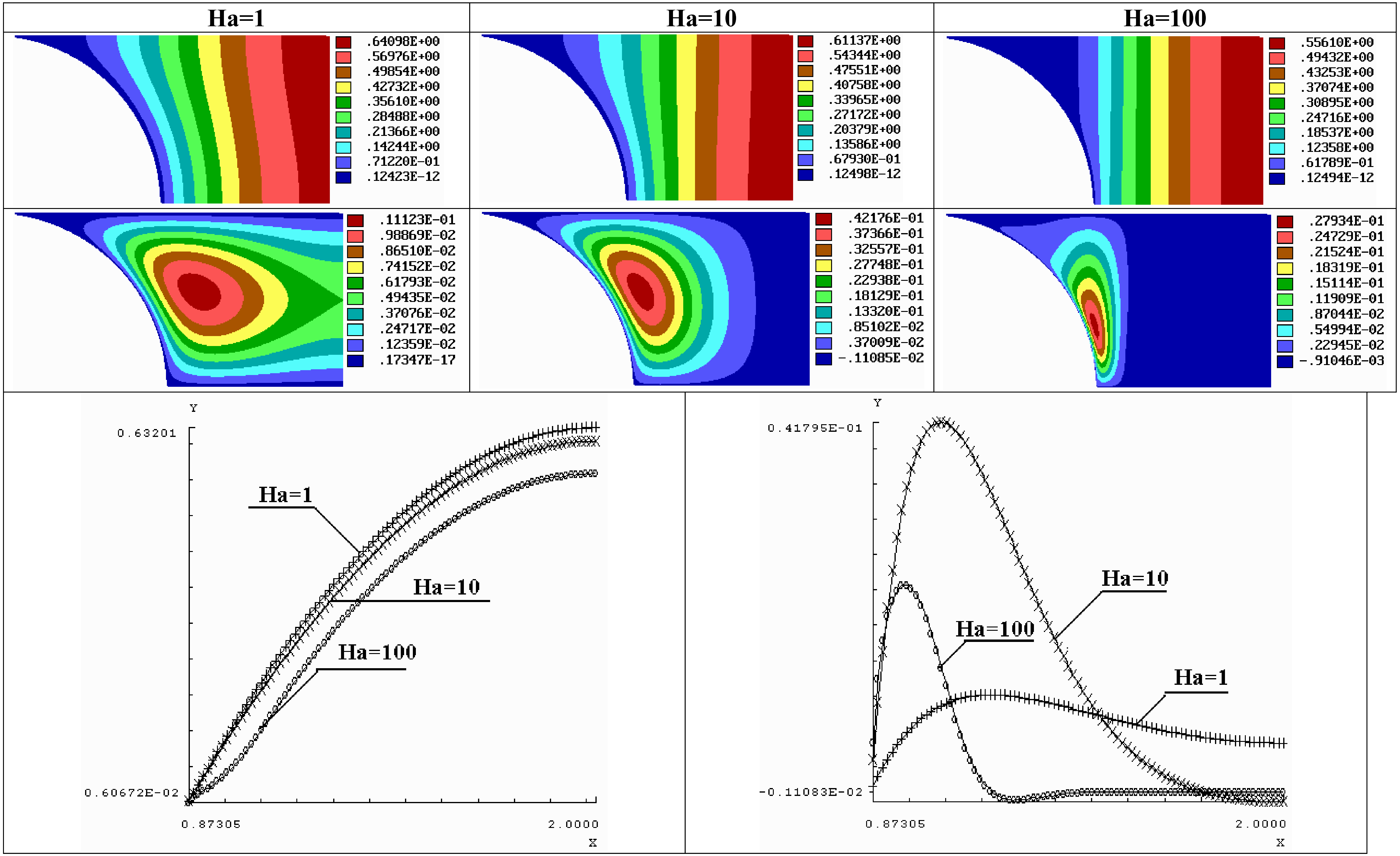
$$\begin{cases} \Delta V + Ha\dfrac{\partial H}{\partial y} = -1 \\ \Delta H + Ha\dfrac{\partial V}{\partial y} = 0 \end{cases}, \quad 1 \le Ha \le 100$$

с граничными условиями двух типов

$V\big|_{\partial\Omega_1} = 0;\; H\big|_{\partial\Omega_1,\partial\Omega_2,\partial\Omega_4} = 0,$ $\qquad V\big|_{\partial\Omega_1} = 0;\; H\big|_{\partial\Omega_2,\partial\Omega_4} = 0,$

а) $\dfrac{\partial V}{\partial n}\bigg|_{\partial\Omega_2,\partial\Omega_3,\partial\Omega_4} = 0,\; \dfrac{\partial H}{\partial n}\bigg|_{\partial\Omega_3} = 0.$ б) $\dfrac{\partial V}{\partial n}\bigg|_{\partial\Omega_2,\partial\Omega_3,\partial\Omega_4} = 0,\; \dfrac{\partial H}{\partial n}\bigg|_{\partial\Omega_3} = 0,\; \dfrac{\partial H}{\partial n} + hH\bigg|_{\partial\Omega_1} = 0,\; 10 \le h \le 100.$

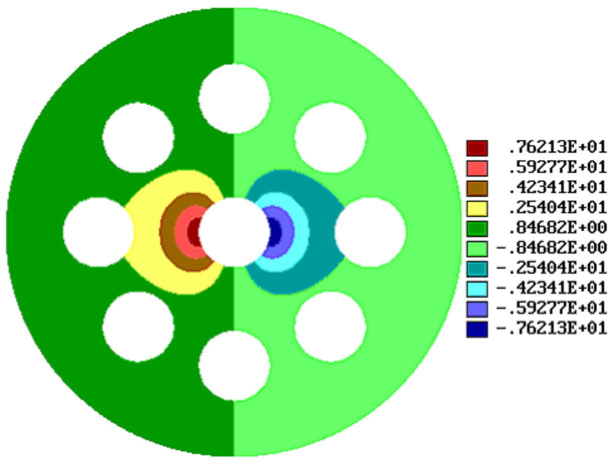
Величина параметров a и R определялась из отношения площади ТВЭЛа к площади канала $\dfrac{S_{mb}}{S_k} = 40 - 50\%$, с целью выбора конструктивных параметров. Расчеты проводились для $R = 1,\; a = 2$ и $R = 1,\; a = 1.6$.

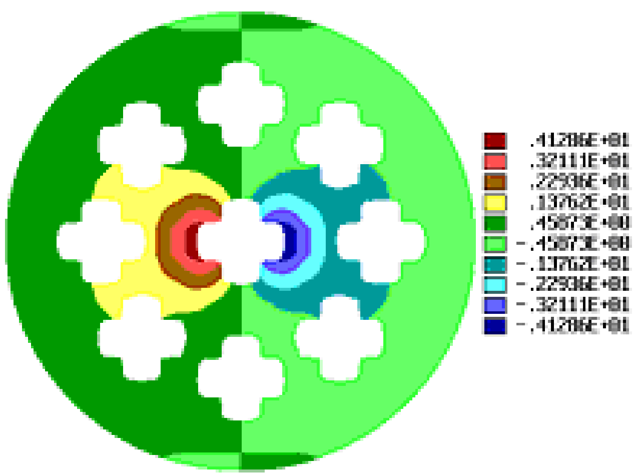


Картины линий уровня и графики в сечении $y = 0.5$ распределения V и H для различных значений числа Ha

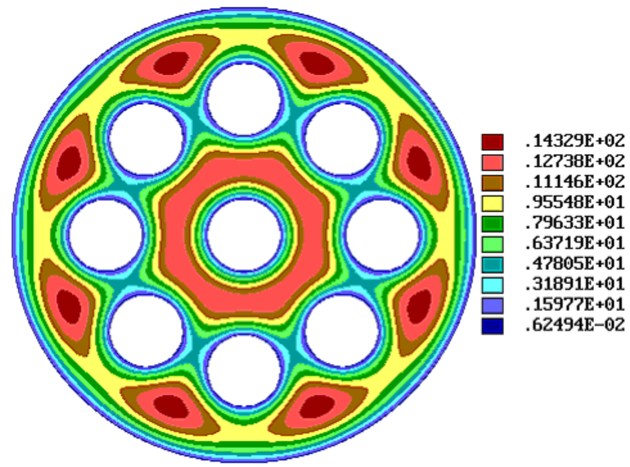
Распределение электрического потенциала при движении проводящей среды в магнитном поле (поля в решетках ТВЭЛов)

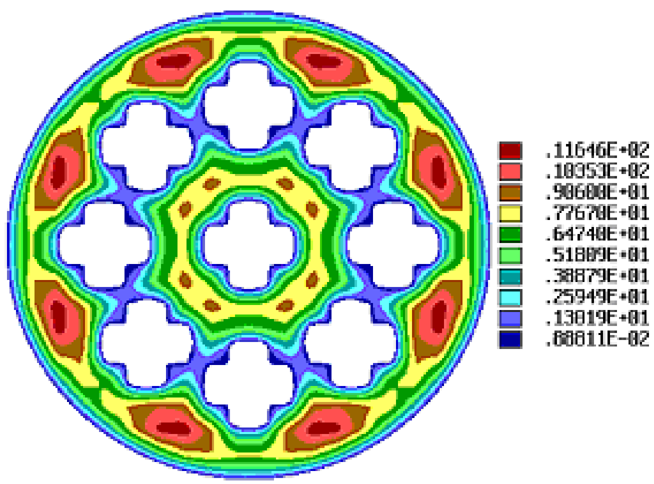
$$\Delta U = div(\overline{V} \times \overline{B})\,; \quad \left.\frac{\partial U}{\partial n}\right|_{\partial\Omega} = 0$$



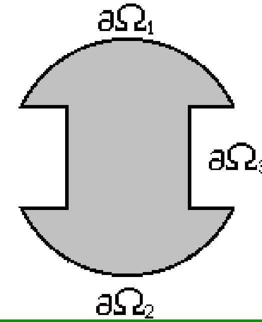


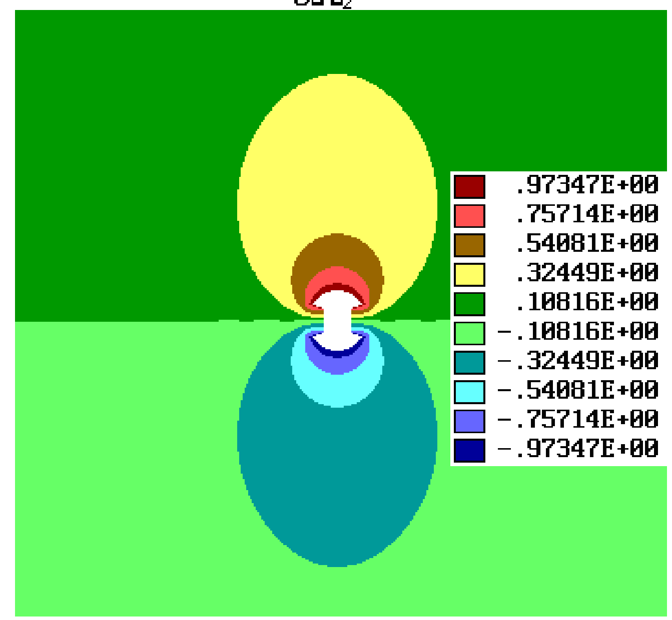
$$\Delta V_z = -\frac{\nabla P}{\mu l}\,; \quad V_z\big|_{\partial\Omega} = 0$$





$$\Delta\varphi_m = 0\,; \quad \varphi_m\big|_{\partial\Omega_1} = 1; \quad \varphi_m\big|_{\partial\Omega_2} = -1; \quad \left.\frac{\partial\varphi_m}{\partial n}\right|_{\partial\Omega_3} = 0$$

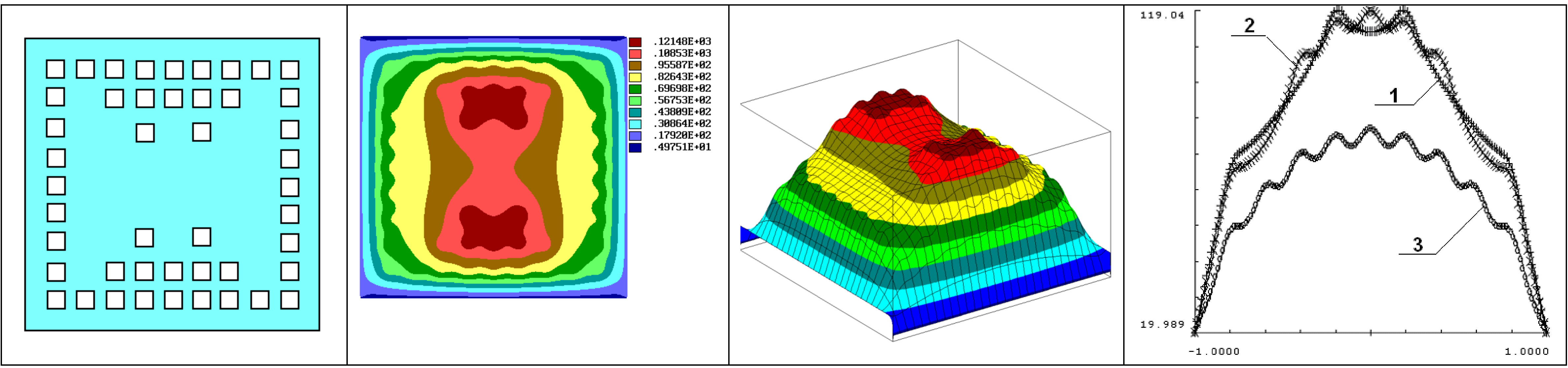




Математическое и компьютерное моделирование тепловых режимов радиоэлектронной аппаратуры методом R-функций

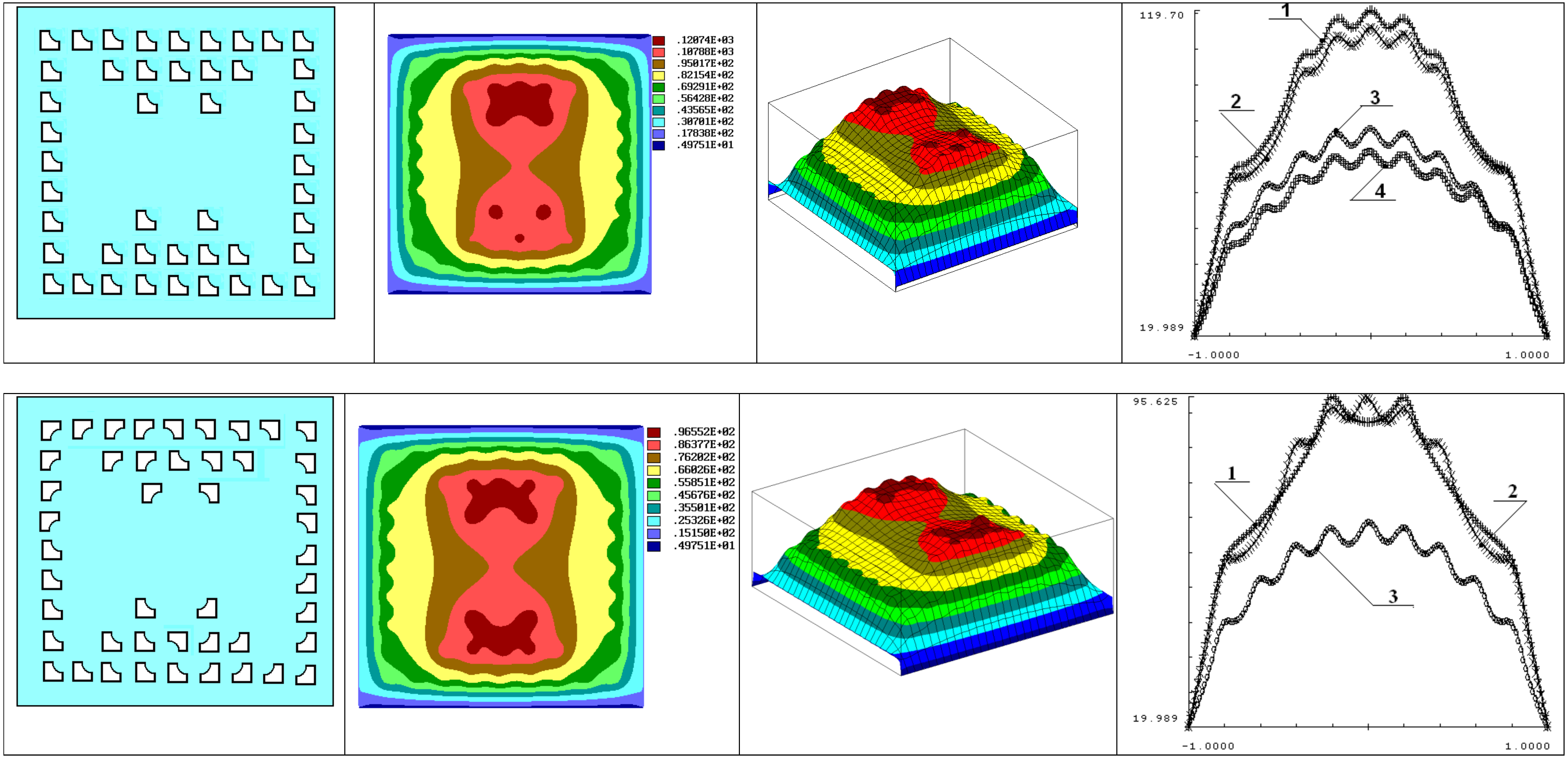
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}-b^2T=-\rho(x,y); \quad \rho(x,y)=\begin{cases}\dfrac{P_i}{4l_{1i}l_{2i}\delta\lambda}, & (x,y)\in\Omega_i,\\ 0, & (x,y)\in\overline{\left(\bigcup\limits_{i=1}^{N}\Omega_i\right)}.\end{cases}; \quad \rho(x,y)=\sum_{i=1}^{N}\frac{1+sign\,\omega_i}{2}\times\frac{P_i}{4l_{1i}l_{2i}\delta\lambda}_i; \quad u=T\lambda\delta P^{-1},\ Bi=\frac{\alpha L^2}{\lambda\delta}.$$

$$T_{\partial\Omega}=\varphi;\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{\partial\Omega}=\psi;\left.\frac{\partial T}{\partial n}+hT\right|_{\partial\Omega}=\xi$$



Распределение температурного поля в зависимости от расположения квадратных источников тепла в случае, когда на горизонтальных границах платы $u=5$, а на вертикальных — $u=20$

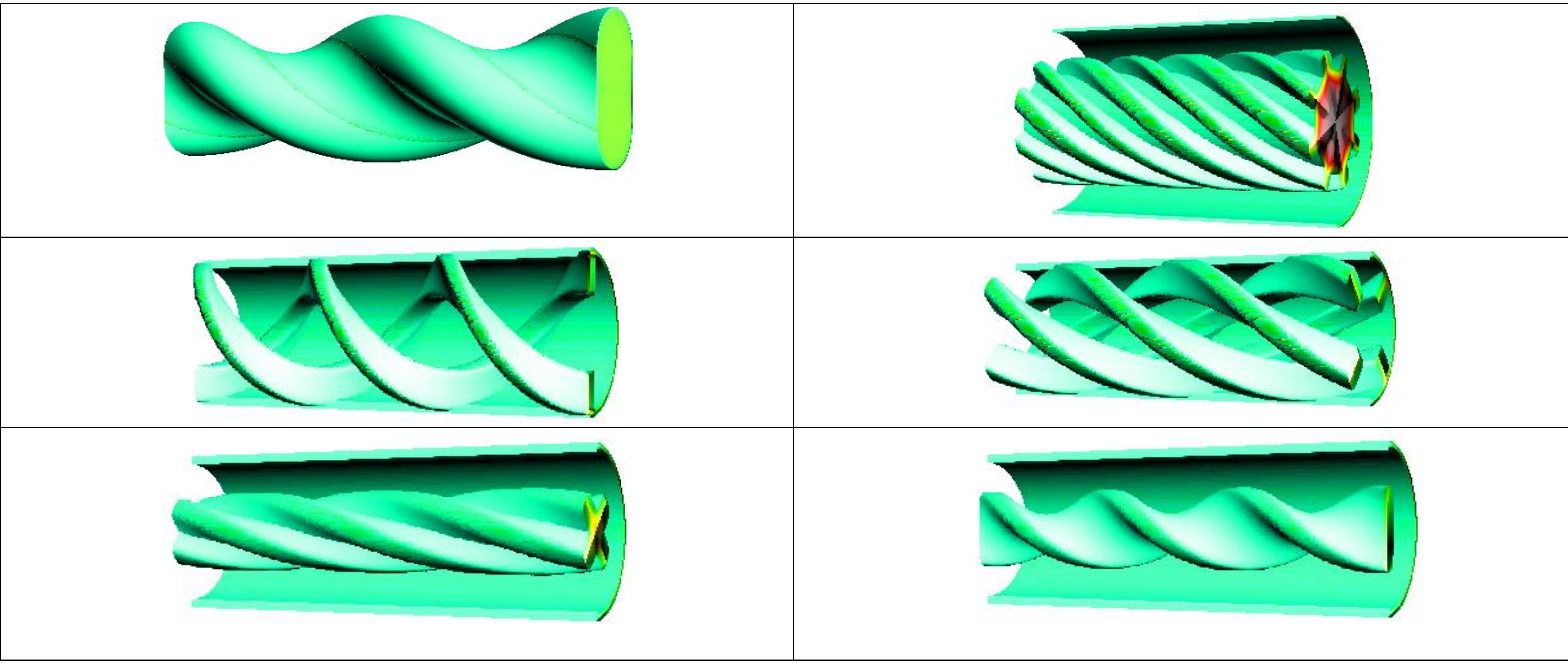
Графики температурного поля в сечениях **1** — $y=0.35$ **2** — $y=0.6$ **3** — $y=0.8$



Переориентация источников позволила снизить температуру на 20%.

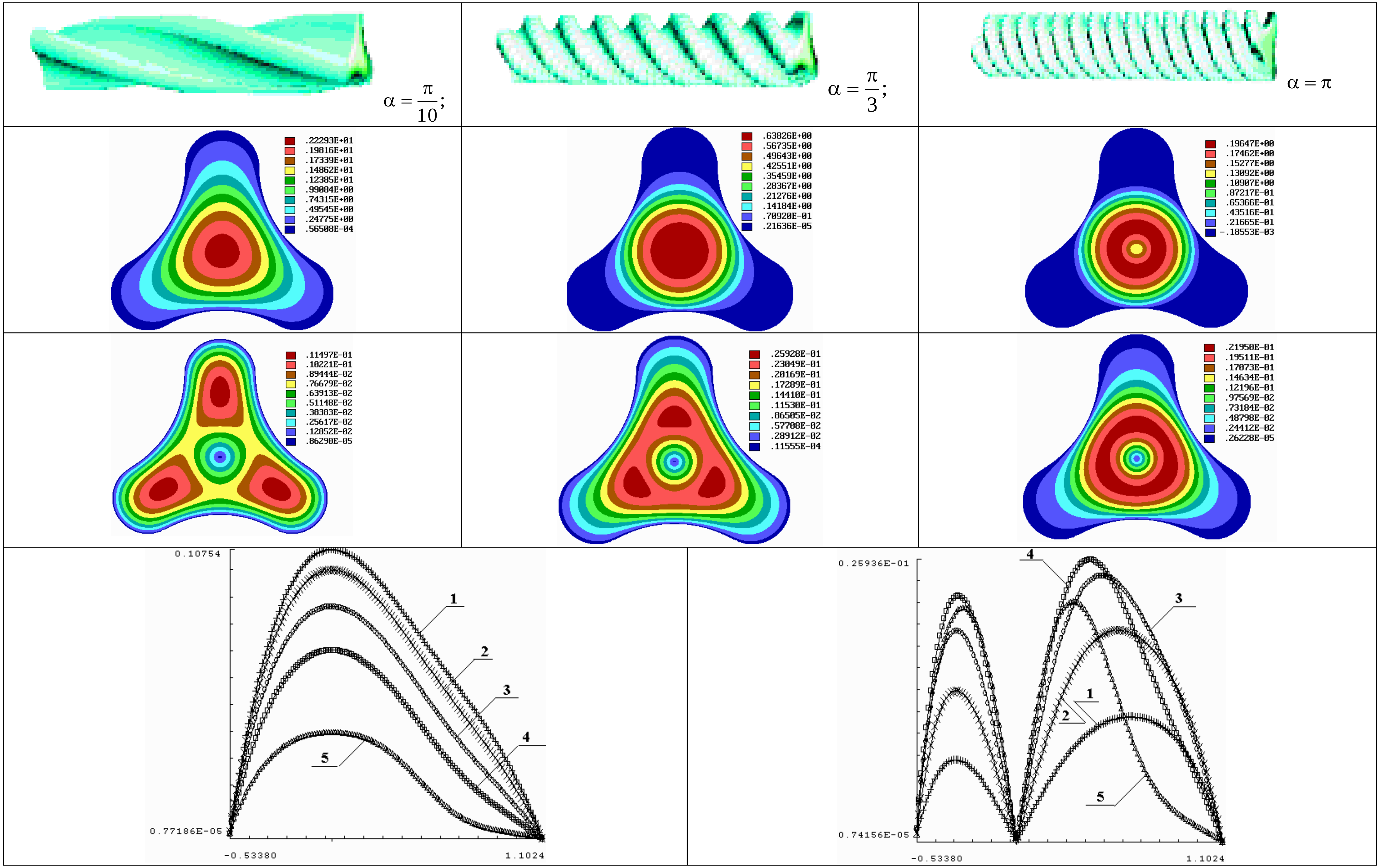
Математические модели движения несжимаемой вязкой жидкости и теплообмена в потоке вязкой жидкости по бесконечным каналам с винтовым типом симметрии

$$\omega(x, y) = 0\,; \qquad \begin{cases} x \Leftarrow x\cos\alpha z + y\sin\alpha z \\ y \Leftarrow -x\sin\alpha z + y\cos\alpha z \end{cases}; \qquad \alpha = \frac{2\pi}{H}\,; \qquad \omega_1(x, y, z) \equiv \frac{\omega(\hat{x}, \hat{y})}{\sqrt{1+\alpha^2\left(\hat{y}\dfrac{\partial\omega}{\partial\hat{x}} - \hat{x}\dfrac{\partial\omega}{\partial\hat{y}}\right)^2}} = 0$$

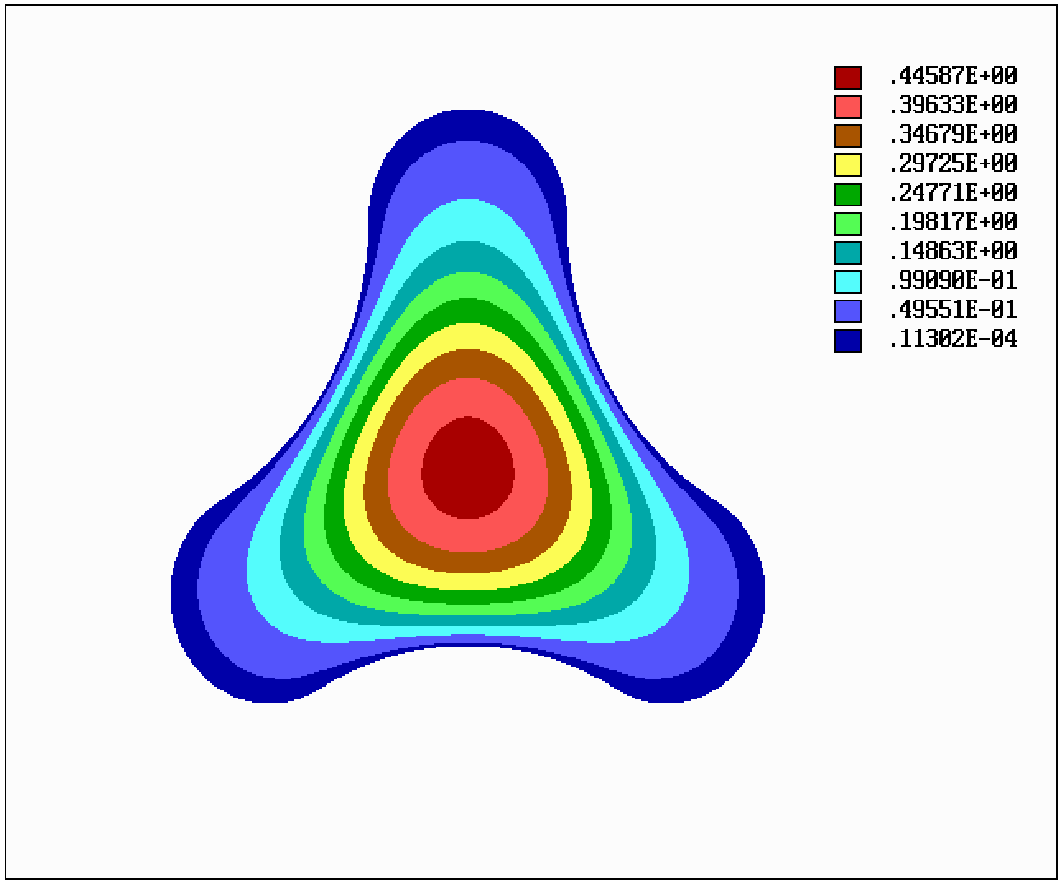


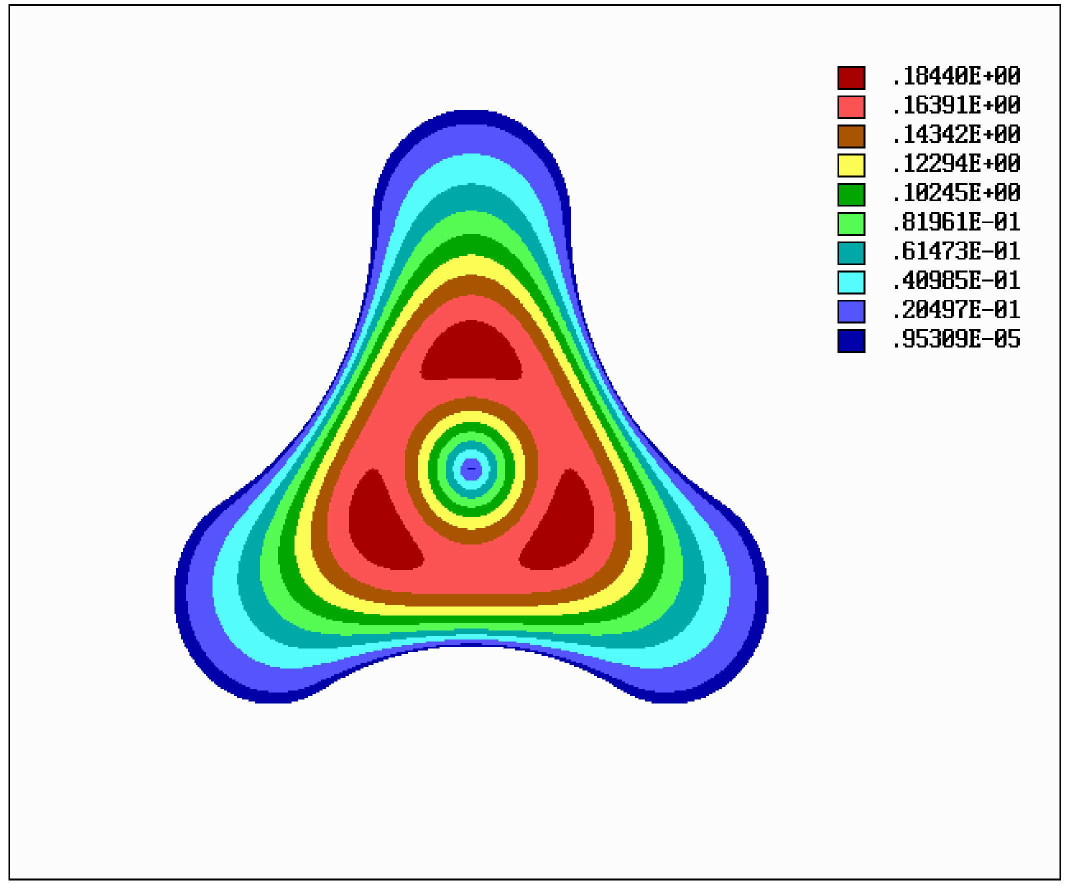
Каналы с винтовой симметрией

Скрученные трубы треугольного сечения с различными значениями параметра закрутки

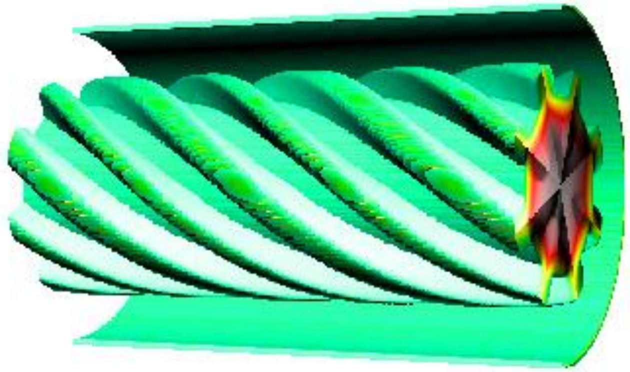


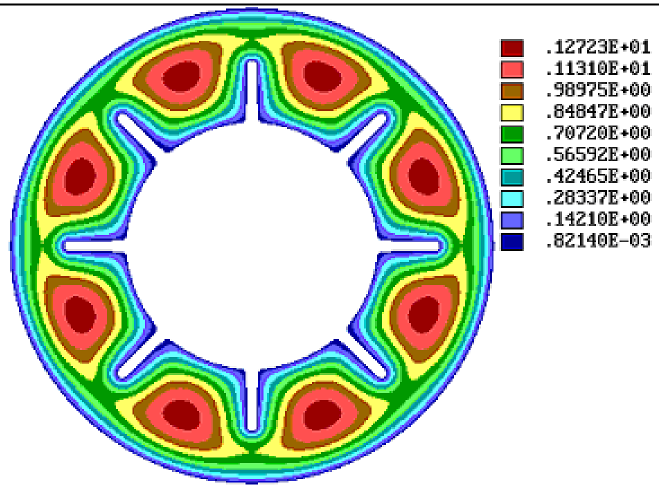
Продольная и тангенциальная компоненты вектора скорости при различных значениях параметра закрутки

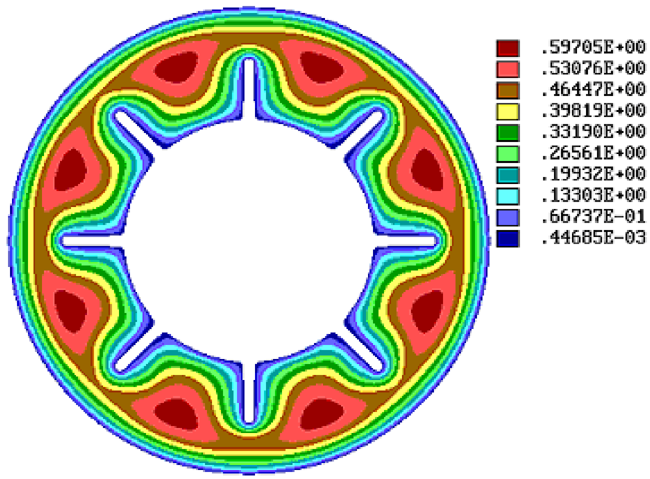


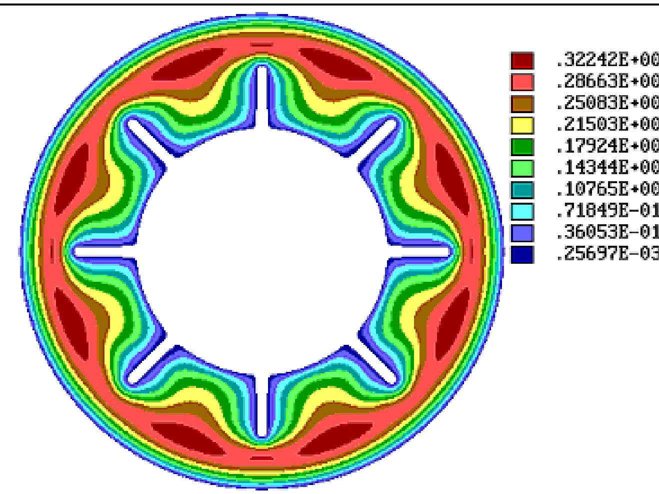


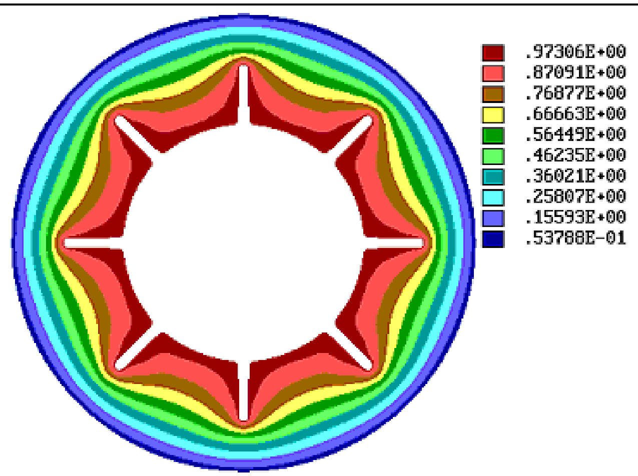
Профиль скорости и теплообмен в ТВЭЛе с полизональным оребрением

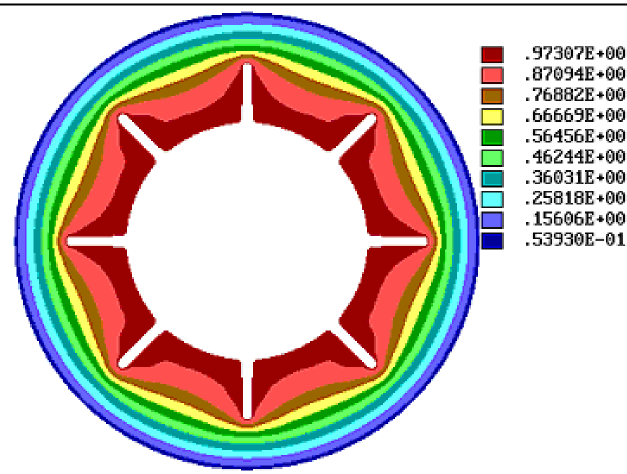


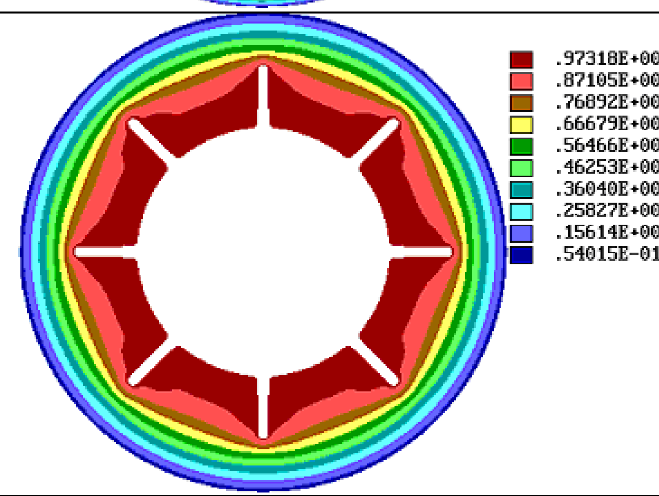












$\alpha = \frac{\pi}{6}$	$\alpha = \frac{\pi}{3}$	$\alpha = \frac{\pi}{2}$