

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Факультет математики і інформатики

Кафедра вищої математики та інформатики

Кваліфікаційна робота

бакалавра

на тему «Методична розробка комп'ютерних дидактичних ігор з теми
«Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» для здобувачів
закладів загальної середньої освіти»

Виконала:

студентка групи МС 41

4 курсу

Спеціальності 014.04 «Середня освіта
(Математика)»,

освітньо-професійна програма

«Математика та інформатика»

Бахтіна Надія Дмитрівна

Науковий керівник: к. пед. н., доц.

Чернова Ганна Вікторівна

Рецензент: к. пед. н.,

вчитель-методист

«Відмінник освіти України»

Іванова Олена Юрійівна

Харків

2025 рік

Анотація

Методична розробка комп'ютерних дидактичних ігор з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» для здобувачів закладів загальної середньої освіти

У контексті активної цифровізації освітнього процесу та реалізації реформи «Нова українська школа» комп'ютерні дидактичні ігри набувають особливої значущості як засіб формування математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти. Дане дослідження зосереджене навколо комплексного аналізу й методичного забезпечення впровадження таких ігор у загальноосвітню практику закладів загальної середньої освіти. У роботі розкрито суть та класифікації комп'ютерних дидактичних ігор в освітньому процесі закладів загальної середньої освіти із визначенням переваг цих ігор над традиційними методами викладання та принципів їх побудови у відповідності до положень НУШ; досліджено та обґрунтовано навчальні можливості комп'ютерних дидактичних ігор на уроках математики з використанням електронних освітніх сервісів для розвитку математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти в умовах реформи НУШ; розроблено власні комп'ютерні дидактичні ігри з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» для здобувачів загальної середньої освіти із залученням різних електронних освітніх платформ. Отримані результати дослідження підтверджують високий освітній потенціал комп'ютерних дидактичних ігор для стимулювання пізнавальної активності здобувачів освіти та підвищення рівня сформованості математичної компетентності.

***Ключові слова:** здобувачі загальної середньої освіти, комп'ютерна дидактична гра, комп'ютерні освітні сервіси та платформи, математична компетентність.*

Abstract

Methodical development of computer didactic games on the topic "Coordinates, vectors, geometric transformations in space" for general secondary school pupils

In the context of the active digitalization of the educational process and the implementation of the "New Ukrainian School" reform, computer didactic games are gaining particular importance as a tool for developing pupils' mathematical competence. This study focuses on a comprehensive analysis and methodological support for integrating such games into the general educational practice of secondary schools. The paper explores the essence and classification of computer didactic games in the educational process of general secondary education institutions, highlighting their advantages over traditional teaching methods and outlining the principles of their design in accordance with the guidelines of the New Ukrainian School. The research examines and substantiates the educational potential of computer didactic games in mathematics lessons through the use of electronic educational services, aimed at enhancing pupils' mathematical competence in the context of ongoing educational reform. Additionally, the study presents original computer didactic games on the topic "Coordinates, vectors, geometric transformations in space" developed using various electronic educational platforms. The findings confirm the high pedagogical potential of computer didactic games in stimulating learners' cognitive activity and improving the level of mathematical competence formation.

Keywords: *general secondary school pupils, computer didactic game, computer educational services and platforms, mathematical competence.*

ЗМІСТ

1.	Вступ	5
2.	Основна частина. Впровадження комп'ютерних дидактичних ігор на уроках математики в закладах загальної середньої освіти	10
	2.1. Розкриття суті та класифікації комп'ютерних дидактичних ігор в освітньому процесі закладів загальної середньої освіти ..	10
	2.2. Можливості комп'ютерних дидактичних ігор на уроках математики для розвитку математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти в умовах НУШ	22
	2.3. Методичні розробки різноманітних комп'ютерних дидактичних ігор з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» для здобувачів освіти 10 класу	45
3.	Висновки.....	74
4.	Список використаних джерел.....	76
5.	Додатки.....	81

1. Вступ

Актуальність та ступінь дослідженості проблеми. Сучасна освіта перебуває на етапі глобальних трансформацій, де комп'ютерні освітні технології стають провідним інструментом навчання. Зорієнтованість освітньої системи на діджиталізацію та гейміфікацію навчання, а також обставини, спричинені війною, спонукають українську систему освіти активно переходити на адаптивні підходи, щоб випускники закладів освіти могли відповідати сучасним викликам і запитам ринку праці. Так, згідно з дослідженнями [30] 70% організацій та навчальних закладів по всьому світу гейміфікують (або планують гейміфікувати) власну освітню діяльність. Деякі науковці [26] навіть визначають, що використання ігрових практик та механізмів у неігровому контексті виступає важливим інструментарним трендом медіа-споживання, який активно використовують у різних галузях. Крім того, більше 60% закордонних вчителів застосовують цифрові ігри як елемент власної запланованої діяльності, що свідчить про постійне вдосконалення технологій та все більшу доступність інтеграції ігор у навчальний процес.

Впровадження комп'ютерних дидактичних ігор як інноваційного інструменту навчання відповідає сучасним тенденціям розвитку освіти та реформі Нової української школи (НУШ), яка спрямована на активне навчання, інтеракцію, формування критичного мислення та «м'яких навичок». При цьому за умов дистанційного навчання особливо важливою стає їх інтеграція з освітніми платформами – цифровими середовищами, що надають можливість створення, редагування та розповсюдження навчальних матеріалів. У цьому контексті значущим та актуальним є розгляд таких аспектів, як теоретичні засади комп'ютерних дидактичних ігор, можливості їх розробки та використання за допомогою освітніх платформ для розвитку математичної компетентності здобувачів освіти.

З'ясовано, що сучасні науковці значну увагу приділяють питанню використання комп'ютерних дидактичних ігор у навчальному процесі із залученням електронних освітніх сервісів. Так, досліджувана проблема розглянута у різних аспектах, а саме: вивчення навчальних можливостей здобувачів загальної середньої освіти за допомогою комп'ютерних дидактичних ігор (Б. Беседін, Н. Вагіна, Ю. Волинець, А. Опаренко, Н. Сірант, Н. Швайгер), розкриття суті поняття «комп'ютерна дидактична гра» та класифікації зазначених ігор (О. Савченко, В. Чайка), застосування дидактичних ігор як цифрових інновацій (О. Ключко, А. Смірнова, П. Щербань), впровадження дидактичних ігор на уроках математики з використанням ІКТ (М. Бородаченко, В. Глазова) тощо.

Об'єкт дослідження – комп'ютерні дидактичні ігри в навчальному процесі закладів загальної середньої освіти в контексті реформи НУШ.

Предмет дослідження – дослідження та розробка комп'ютерних дидактичних ігор з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» із застосуванням різноманітних електронних освітніх сервісів для здобувачів загальної середньої освіти.

Мета дослідження – визначити та дослідити навчальні можливості комп'ютерних дидактичних ігор із застосуванням електронних освітніх сервісів відповідно до концепції НУШ, розкрити вплив цих ігор на розвиток математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти, розробити власні комп'ютерні дидактичні ігри з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» для використання в навчальному процесі закладів загальної середньої освіти.

Відповідно до мети визначено такі **завдання дослідження**:

1. Розкрити суть та класифікації комп'ютерних дидактичних ігор в освітньому процесі закладів загальної середньої освіти.

2. Дослідити та обґрунтувати навчальні можливості комп'ютерних дидактичних ігор на уроках математики з використанням електронних освітніх сервісів для розвитку математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти в умовах реформи НУШ.

3. Розробити власні комп'ютерні дидактичні ігри з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» для здобувачів загальної середньої освіти із залученням різних електронних освітніх платформ.

У ході написання кваліфікаційної роботи було використано такі **методи дослідження**:

– теоретичні: аналіз, синтез, порівняння, класифікація, конкретизація, систематизація, узагальнення, моделювання для глибокого дослідження в роботах сучасних науковців розкриття суті поняття «комп'ютерна дидактична гра», виявлення класифікацій таких ігор, розкриття їх можливостей для розвитку математичної компетентності в умовах реформи НУШ та створення власних розробок таких ігор з математики для здобувачів загальної середньої освіти;

– емпіричні методи: спостереження, тестування, рейтинг, експеримент для розробки власних комп'ютерних дидактичних ігор з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» для розвитку математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти (формування просторового мислення та практичних навичок роботи з тривимірними об'єктами, активізацію пізнавальної діяльності тощо).

Наукова новизна та теоретичне значення одержаних результатів полягає в тому, що в роботі *розкрито* суть та класифікації комп'ютерних дидактичних ігор в освітньому процесі закладів загальної середньої освіти (наведено власне визначення комп'ютерної дидактичної гри, створено власну класифікацію таких ігор за жанрами, виявлено особливості та унікальні переваги таких ігор); *досліджено та обґрунтовано* навчальні можливості комп'ютерних дидактичних

ігор на уроках математики з використанням електронних освітніх сервісів для розвитку математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти в умовах реформи НУШ, зокрема встановлено зв'язок між складовими математичної компетентності та даними іграми, які сприяють ефективному формуванню цієї компетентності; *розроблено* власні комп'ютерні дидактичні ігри з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» для здобувачів загальної середньої освіти із залученням різних електронних освітніх платформ, а саме: на основі розробленого тематичного плану з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» створено 22 різноманітні комп'ютерні дидактичні гри (веб-квести, ігри з флеш-картками, вікторини, ребуси, кросворди, анаграми, пазли) із залученням інноваційних освітніх платформ (Всеосвіта, LearningApps, WordWall, GeoGebra, Quizizz) та додаткових платформ з обмеженими специфічними можливостями (Mathigon, Polypad, Classroomscreen, Wheel Of Names, BuzzIn.live, Rebus1), 1 самотійну роботу у вигляді вікторини на платформі WordWall, 1 підсумкову контрольну роботу у вигляді вікторини-тесту «Mystery Peak» на платформі Quizizz.

Практична значущість роботи полягає в тому, що розроблені матеріали частково *було апробовано* під час проходження педагогічної практики при проведенні уроків у дистанційному форматі, а також розроблені власні комп'ютерні дидактичні ігри *доцільно використовувати* в закладах загальної середньої освіти при опануванні теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» у 10 класі. Крім того, отримані результати дослідження щодо розкриття навчальних можливостей комп'ютерних дидактичних ігор на уроках математики в закладах загальної середньої освіти пройшли наступну апробацію: 1) доповідалися на двох Міжнародних науково-практичних конференціях: I Всеукраїнській науково-практичній інтернет-конференції молодих учених та здобувачів освіти «Актуальні проблеми фундаментальних та

суспільно-гуманітарних наук» (20 лютого 2025 р. у м. Харкові, Україна) [47] та XIX Міжнародній науково-практичній конференції студентів та молодих учених "Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях" (6-7 травня 2025 р. у м. Харкові, Україна) [48]; 2) були представлені на конкурсі студентських наукових робіт під час I Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції молодих учених та здобувачів освіти «Актуальні проблеми фундаментальних та суспільно гуманітарних наук» (20 лютого 2025 р. у м. Харкові, Україна, отримано грамоту «За ораторську майстерність»); 3) опубліковано наукову статтю «Переваги застосування комп'ютерних дидактичних ігор при навчанні математиці здобувачів загальної середньої освіти» [39] у фаховому журналі категорії Б «Актуальні питання в сучасній науці» (Серія «Педагогіка»).

2. Основна частина. Впровадження комп'ютерних дидактичних ігор на уроках математики в закладах загальної середньої освіти

2.1. Розкриття суті та класифікації комп'ютерних дидактичних ігор в освітньому процесі закладів загальної середньої освіти

Результати дослідження показали, що загальноприйнятого чіткого визначення поняття комп'ютерних дидактичних ігор (КДІ) не існує. Так, науковці О. Клочко та А. Смірнова [16] у своїх роботах розглядають КДІ як цінний інструмент для вивчення конкретних стратегій, отримання знань, розвитку здобувачів загальної середньої освіти Крім того, багато фахівців пропонують власне тлумачення поняття дидактичної гри (ДІ): метод навчання (Н. Швейгер [41], Б. Беседін, О. Соколова [7]), спеціально підібрані ситуації, моделюючі реальність (І. Закидальська [14]). Водночас дослідження наукової літератури з теми дозволило нам виявити, що частіше за поняття КДІ та ДІ зустрічаються інші суміжні/споріднені, але не тотожні, терміни в контексті освітньої діяльності такі, як: *«ігрове навчання»* у значенні форми освітнього процесу, яка використовує гру або її елементи для підвищення якості навчання (О. Романюк, О. Романюк, Н. Величко [30]), *«STEM-ігри»* – ігри, спрямовані на освоєння або застосування знань і навичок у галузях науки, технологій, інженерії та математики (О. Романюк, О. Романюк, Н. Величко [30]), *«ігрові технології»*, *«педагогічна гра»* (А. Чайковська [38]), *«комп'ютерна гра»* в контексті комп'ютерної програми, призначеної для організації процесу гри (В. Притуляк [29], Н. Сірант [33]), *«електронна гра»*, *«онлайн гра»*, *«відеогра»*, *«цифрова гра»*, *«мобільна гра»*, *«аркадна гра»* (А. Воєвода, М. Притуляк [8]), *«серйозна гра (в освіті)»* у значенні будь-яких ігрових ініціатив, що зосереджуються переважно на досягненні основних цілей, а не лише на розвагах (К. Шредер [4], А. Теофілактос, Г. Лампропулос, К. Сіакас [5]), *«освітні квести»* – інноваційна

форма освітньої та розважальної діяльностей, «квест-технологія» – сукупність методів та засобів навчання (І. Пацюкевич, Н. Полухович [25]), «комп'ютерні технології» у значенні методів і прийомів (Н. Сірант [33]) та комплексу засобів, що включає використання комп'ютера та програмного забезпечення для розв'язання освітніх завдань (О. Мілясевич [21]), «браузерна гра» – комп'ютерна гра, у яку можна грати за допомогою веб-браузера через Інтернет [1], «комп'ютерно-ігровий комплекс» – особливий метод, система педагогічних умов та новітній зміст діяльності дітей [45].

В ході наукового дослідження було з'ясовано, що педагоги (В. Куткович [19], Н. Шейко [44]) виділяють принципи КДІ, на основі яких створюються дидактичні ігри, а саме: доступність, наочність, моделювання, проблемність, самостійна діяльність, індивідуальна спрямованість, пізнавальна мотивація; простота, надійність, практична багатофункціональність. На нашу думку, ця процедура дозволяє ввести власне поняття комп'ютерної дидактичної гри як більш ємне та чітке. Тож, узагальнюючи ідеї науковців, наведемо принципи, за допомогою яких розробляються КДІ у таблиці 1.

Таблиця 1.

Принципи КДІ

Принцип КДІ	Сутність принципу
1	2
Інтегрованість	Навчальний контент повинен органічно поєднуватися з ігровим процесом, забезпечуючи природне та логічне зв'язування розважальної та навчальної частин. Математичні завдання, головоломки та задачі мають бути невід'ємною частиною гри, а не окремим додатком.

Продовж. Табл. 1

1	2
Індивідуалізація та адаптивність	Гра має забезпечувати активну участь користувача, враховуючи індивідуальні відмінності здобувачів освіти (рівень підготовки, темп засвоєння матеріалу, інтереси). Автоматичний підбір рівня складності та налаштування темпу проходження гри відповідно до можливостей здобувача освіти сприяє глибшому засвоєнню знань і підтримує відчуття особистого прогресу.
Автономія	У комп'ютерній дидактичній грі мають бути створені умови для самостійного пошуку рішень, самонавчання та самоконтролю.
Доступність	Вибір платформ та програм для реалізації КДІ повинен враховувати цифрові навички здобувачів освіти, фінансові можливості закладу освіти, учителів та здобувачів освіти в контексті оформлення додаткових платних підписок за необхідності. Також слід передбачити можливість легкого встановлення та використання платформ та/або програм, на базі яких розроблена КДІ.
Практична багато-функціональність	Гра повинна мати гнучкі налаштування для вчителів, дозволяючи додавати/змінювати навчальні матеріали відповідно до потреб класу чи окремих здобувачів освіти. Також важлива кросплатформеність, тобто можливість запуску гри на різних пристроях (ПК, планшети, смартфони), що забезпечує ширший доступ до неї.
Прозорість	Гра має містити чітко визначені результати навчання (засвоєння математичних понять, розвиток логічного мислення, навички розв'язання задач) та бути зрозумілою для всіх здобувачів освіти. Інтерфейс повинен бути лаконічним і простим у використанні, містити зрозумілу навігацію, докладні підказки та пояснення, а також чіткі правила, які легко сприймаються здобувачами освіти.

Продовж. Табл. 1

1	2
Проблемність	Завдання та ігрові ситуації повинні стимулювати критичне мислення, спонукати здобувачі освіти до самостійного вирішення математичних завдань із застосуванням наявних знань, умінь та навичок.
Надійність	КДІ мають передбачати використання ліцензованого та безпечного програмного забезпечення, яке не завдає шкоди фізичному чи психічному здоров'ю здобувачів освіти. Гра має бути стабільною у роботі, без технічних збоїв, щоб уникнути розчарування та втрати інтересу. Також важливо дотримуватися вимог безпеки щодо захисту даних користувачів.
Мотивація	Гра повинна викликати інтерес до навчання, стимулювати бажання досліджувати та експериментувати через цікавий ігровий сценарій. Важливою також є реалізація механізмів винагород (бали, значки, досягнення).

Узагальнюючи розглянуті ідеї науковців, нами було зроблено висновок, що *комп'ютерну дидактичну гру* можна визначити як освітній метод, суть якого полягає у впровадженні в навчальний процес ігрової діяльності з розробленими чіткими правилами та конкретно сформульованою навчальною метою із залученням цифрових технологій. Говорячи про суть КДІ, важливо зазначити, що вони можуть різнитися в залежності від виду гри, її цільового призначення у навчальному процесі, способу підготовки, функціональних ознак, форм представлення навчального матеріалу, характеру взаємодії користувача та програмного засобу, використання мережі Інтернет, тощо.

З'ясовано, що дослідники пропонують власні класифікації КДІ у своїх наукових роботах. Так, О. Ключко та А. Смірнова поділяють КДІ за жанрами: ігри

для дій (ігрові платформи), пригодницькі ігри, змагання з комп'ютером, рольові ігри, моделювання, спортивні ігри, стратегічні ігри [16]. С. Соболева до основних видів комп'ютерних ігор в освітньому процесі відносить комп'ютерне навчання з ігровими елементами, ділові ігри, тактичні та стратегічні ігри, відеоігри з ефектом симуляції [34]. С. Щавленко комп'ютерні ігри в роботі з дітьми розподіляє на наступні підгрупи: розвиваючі комп'ютерні ігри, навчальні комп'ютерні ігри, ігри-квести, ігри-забави, комп'ютерні діагностуючі ігри [45]. Аналіз наукової літератури [31, 37] також дозволяє стверджувати, що деякі дослідники розглядають КДІ як окремий різновид ДІ.

У нашому дослідженні пропонуємо розглянути КДІ як цілий клас, який можна розбити на види, використовуючи різні підходи. Так, спираючись на ідеї дослідників [6, 15, 16, 34, 38, 42, 45], на наш погляд, КДІ можна класифікувати за різними критеріями наступним чином:

1. За дидактичними задачами:

- навчаючі: ігри, спрямовані на набуття нових знань, умінь і навичок;
- контролюючі: ігри, спрямовані на повторення, закріплення та перевірку раніше набутих знань;
- узагальнюючі: ігри, які вимагають узагальнення знань і допомагають будувати міжпредметні зв'язки.
- розвивальні: ігри, які сприяють розвитку когнітивних навичок (логічне мислення, пам'ять, увага).
- діагностичні: ігри, що використовуються для оцінювання знань та здібностей здобувачів освіти.

2. За науковим спрямуванням:

- формального спрямування: математичні, логічні, інформаційні тощо;
- природничого спрямування: фізичні, хімічні, біологічні, астрономічні, географічні, екологічні тощо;

- гуманітарного спрямування: філологічні, історичні, лінгвістичні, культурологічні тощо;
 - соціального спрямування: соціологічні, правові тощо.
3. За кількістю учасників:
- індивідуальні: гравець взаємодіє з грою без участі інших гравців;
 - групові: ігри, де декілька гравців взаємодіють між собою, можливо, спільно розв'язують завдання або змагаються.
4. За обмеженнями в часі:
- обмежені;
 - необмежені.
5. За комп'ютерними жанрами (стилістикою):
- квести: ігри, що передбачають розв'язування загадки та виконання завдання для досягнення певної мети (квест-кімнати, квест-вікторини);
 - аркади: ігри, спрямовані на розвиток реакцій, швидкості та координації рухів (естафети, змагання, турніри);
 - симулятори: ігри, що моделюють реальні або уявні ситуації для навчання конкретних навичок або розуміння певних концепцій (подорожі, сюжетно-рольові ігри);
 - тренажери: ігри-вправи (кросворди, пазли, анаграми, ребуси, тести, ігри з картками/малюнками);
 - рольові: ігри, що передбачають керування персонажем, взаємодію з віртуальним світом (пригоди, ігри-випробування).
6. За віковою категорією:
- дитячі (дошкільний вік);
 - для школярів (початкова школа, середня школа, старша школа);
 - для дорослих.
7. За використаною платформою:

- веб-браузерні ігри;
 - мобільні додатки;
 - комп'ютерні програми;
 - VR-ігри;
 - консольні ігри.
8. За способом взаємодії:
- сенсорні ігри (для сенсорних пристроїв);
 - клавіатурно-маніпуляторні (з використанням клавіатури та миші);
 - голосові ігри (з використанням голосового керування).
9. За ступенем свободи творчості:
- з використанням готових ігор;
 - з використанням шаблонів;
 - з використанням чистих полотен (вільні).
10. За фінансовою складовою:
- платні (повні версії без реклами чи мікротранзакцій): можна придбати за фіксовану ціну або підпискою на платформах; користувачі отримують повний доступ до всіх функцій та контенту без будь-яких обмежень; реклама або мікротранзакції відсутні;
 - безкоштовні з мікротранзакціями (free-to-play): можна безкоштовно завантажувати та використовувати, але містять додаткові можливості та контент, які доступні лише за оплати або оформлення виду платної підписки; реклама може бути присутньою в деяких іграх, але зазвичай не є нав'язливою;
 - безкоштовні (з рекламою або можливістю купівлі внутрішньої валюти): можна завантажувати та використовувати безкоштовно; можуть містити рекламу та платний контент, який не є обов'язковим для прогресу у грі.

Звернемо увагу на те, що класифікація КДІ за фінансовою складовою є найбільш уживаною серед учителів, які розробляють та створюють відповідні навчальні ігри. У подальших дослідженнях візьмемо за основу класифікацію КДІ за комп'ютерними жанрами (стилістикою), тому що саме вона, на наш погляд, найбільш чітко описує сутність кожної гри відповідно до її виду. Для зручності наведемо схему, яка представляє поділ КДІ за комп'ютерними жанрами (стилістикою) (див. рис. 1).

Дослідження науковців [30] демонструють, що ігрове навчання здатне підвищити результати здобувачів освіти на 30-50%. Так, у 2023 року було виявлено, що учасники ігрових навчальних програм мають значно вищі результати навчання на відміну від тих, хто дотримувався традиційних методів навчання. Також нами було з'ясовано, що ігрові елементи здатні значно підвищити мотивацію здобувачів освіти. Згідно з дослідженням науковців П'єрпаоло Дондіоа, В'ячеслав Гусєв, Мар'яна Рохаа [2], 85% здобувачів освіти зазначали, що використання ДІ під час занять робить їх зацікавленішими в навчанні, а також сприяє зниженню рівня математичної тривожності.

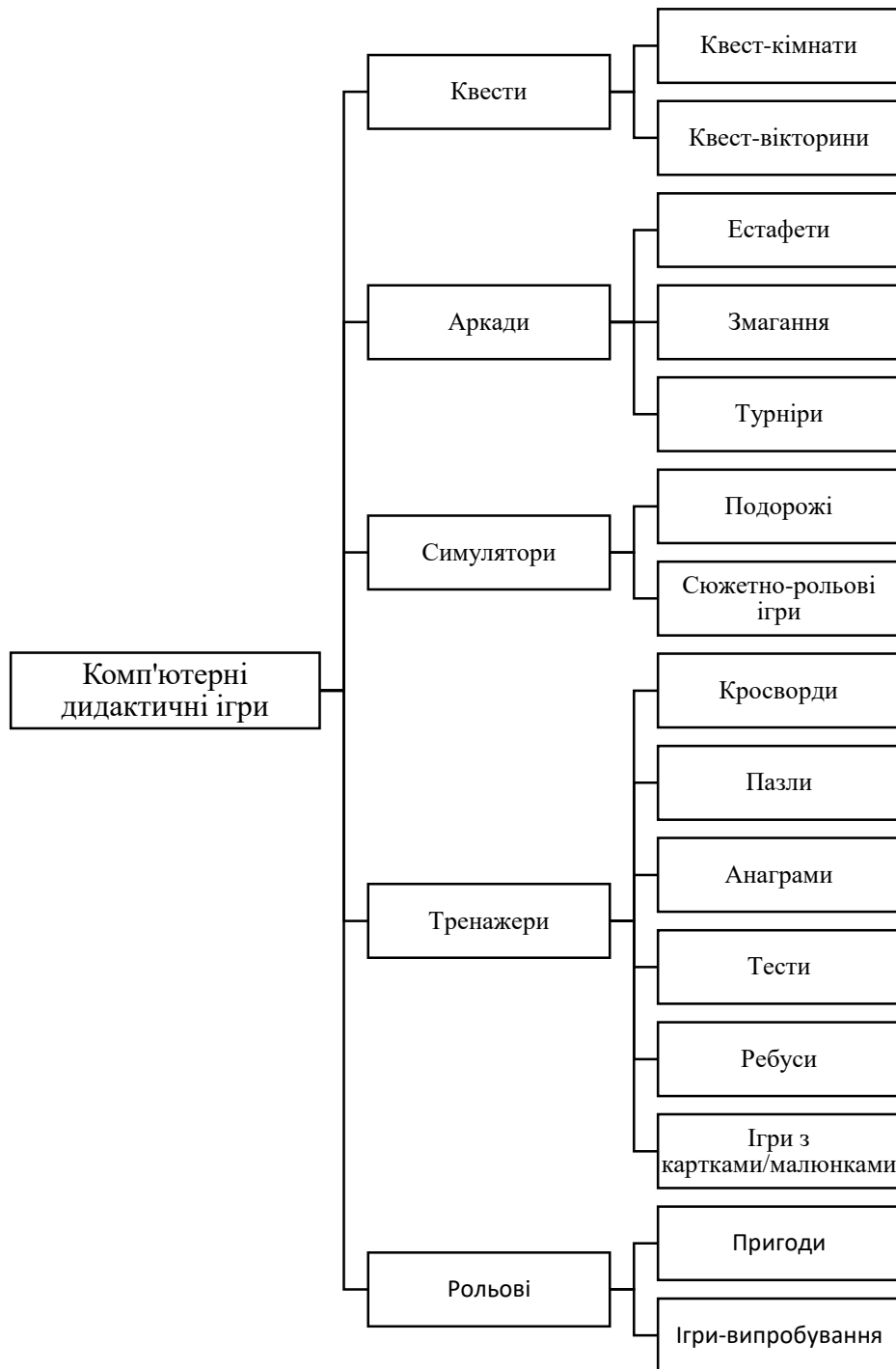


Рис. 1. Класифікація КДІ за комп'ютерними жанрами

Гейміфікація базується на природних людських інстинктах таких, як: прагнення до перемоги та визнання, бажання змагатися, подолання труднощів, здобуття привілеїв чи статусів, азарт і жага до винагород. Саме ці чинники

забезпечують позитивну реакцію учасників на використання ігрових елементів у майже будь-якому контексті. І хоча більш звична та традиційна дидактична гра є ефективним інструментом для підвищення якості освітнього процесу, аналіз наукової літератури [4-6; 16; 21; 24-26; 30; 32; 33; 41; 43] показав, що КДІ мають наступні переваги над традиційними дидактичними іграми:

1. Автоматизація процесу навчання: можуть автоматизувати процес навчання, що дозволяє зменшити витрати часу та ресурсів, необхідних для проведення уроків.

2. Інтерактивність та адаптивність: можуть бути створені з використанням інтерактивних технологій, що робить уроки яскравішими, динамічнішими та допомагає утримати увагу здобувачів освіти. Крім того, деякі ігри можуть бути адаптивними, тобто змінювати складність завдань в залежності від успішності здобувача освіти.

3. Можливості візуалізації та інтерактивного моделювання: можуть використовувати візуалізацію та інтерактивне моделювання для демонстрації абстрактних або складних концепцій, що дозволяє здобувачам освіти краще та глибше засвоїти матеріал.

4. Широкий доступ до інформації та ресурсів: інтегрують великий обсяг мультимедійного контенту (відео, аудіо, фото) та інших навчальних ресурсів, що забезпечує зручний та швидкий доступ до інформації.

5. Можливість індивідуалізації та персоналізації: можуть бути налаштовані під потреби та рівень кожного здобувача освіти; дозволяють проводити навчання поза класом, розширюють можливості для самоосвіти та підвищують гнучкість навчального процесу.

6. Моніторинг та оцінювання: можуть надати можливість моніторингу та оцінювання успішності користувачів, що дозволяє вчителям отримувати об'єктивну інформацію про прогрес кожного здобувача освіти та вчасно

реагувати на проблеми у навчанні; крім того миттєвий зворотній зв'язок сприяє розвитку самоконтролю та вмінню аналізувати власні помилки з боку здобувача освіти.

7. Залучення та мотивація: у різних типах ігор відбувається залучення та мотивація здобувачів освіти через розважальні елементи, рейтингові (турнірні) таблиці та систему заохочень у вигляді додаткових бонусів, балів, тощо.

8. Активне навчання: сприяють активному навчанню, де здобувачі освіти навчаються шляхом експериментування та взаємодії з матеріалом.

9. Розвиток навичок: у всіх типах ігор розвиваються різноманітні навички, такі як логічне, проблемне та критичне мислення, творчість, комп'ютерні навички (орієнтація у віртуальному середовищі, використання комп'ютерних інструментів, вирішення технічних проблем, безпека та етика в Інтернеті, тощо).

10. Спільне навчання та співпраця: у всіх типах ігор може бути підтримане спільне навчання та співпраця, що сприяє розвитку умінь працювати в команді, вирішувати конфлікти та інших соціальних навичок.

11. Застосування у різних контекстах: КДІ можуть бути використані у різних предметних областях та навчальних контекстах, що робить їх універсальним інструментом для навчання.

12. Підтримка позитивного емоційного стану: допомагають у створенні сприятливого, неформального освітнього середовища, що дозволяє знизити рівень стресу, тривожності, страху невдачі і, як наслідок, стимулює когнітивну активність, покращує концентрацію уваги та сприяє ефективнішому засвоєнню матеріалу.

Крім того, кожен жанр КДІ має свої особливості та унікальні переваги, які продемонстровані нижче в таблиці 2.

Таблиця 2

Особливості КДІ за жанрами

Жанр КДІ	Особливості та унікальні переваги
1	2
Квести	<ul style="list-style-type: none"> • Розвивають логічне мислення та проблемне мислення шляхом вирішення загадок та завдань. • Стимулюють дослідницький підхід до навчання, оскільки гравець повинен знаходити рішення на основі доступної інформації. • Посилують мотивацію до досягнення певної мети або вирішення проблеми.
Аркади	<ul style="list-style-type: none"> • Покращують реакцію, швидкість реакції та координацію рухів через динамічні інтерактивні завдання. • Заохочують здоровий змагальний дух. • Стимулюють вивчення нових концепцій через випробування умінь та здібностей в конкурентному середовищі.
Симулятори	<ul style="list-style-type: none"> • Надають можливість експериментувати та вчитися через моделювання реальних або уявних ситуацій. • Допомагають закріпити навички та знання, набуті в реальному чи умовно-віртуальному середовищі. • Сприяють розвитку творчих та аналітичних здібностей шляхом вирішення проблем та прийняття рішень у симульованих сценаріях.
Тренажери	<ul style="list-style-type: none"> • Зміцнюють когнітивні навички, такі як лексичний запас, логічне мислення та пам'ять, через виконання різноманітних завдань. • Покращують навички у специфічних галузях або предметних областях, таких як математика, мова, наука тощо. • Дозволяють індивідуалізувати навчання, адаптуючись до потреб та рівня здобувача освіти.

Продовж. Табл. 2

1	2
Рольові	<ul style="list-style-type: none"> • Розвивають стратегічне та критичне мислення через необхідність прийняття рішень. • Формують соціальні навички завдяки взаємодії з персонажами гри та іншими гравцями. • Мотивують до вивчення нової інформації через захопливий сюжет та дослідження ігрового світу. • Вчать адаптації до змінних умов та прийняття рішень з урахуванням довгострокових наслідків.

Отже, можна зробити висновок, що КДІ не мають єдиного визначення, проте їх зазвичай розуміють як інтерактивний навчальний засіб, що інтегрує гру із залученням цифрових технологій в освітній процес. Проаналізувавши існуючі підходи до класифікації КДІ, відмітимо, що класифікація КДІ за жанрами видається найбільш місткою, оскільки точно відображає специфіку кожного виду гри та орієнтує на ефективне застосування методів навчання. Порівняно з традиційними дидактичними іграми, КДІ забезпечують вищу інтерактивність, адаптивність, можливість автоматичного моніторингу навчального прогресу, формування такої загальної компетентності, як інноваційність, що є важливою в концепції НУШ, тощо.

2.2. Можливості комп'ютерних дидактичних ігор на уроках математики для розвитку математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти в умовах НУШ

В умовах реалізації концепції Нової української школи (НУШ) особливої актуальності набуває впровадження інноваційних підходів і використання комп'ютерних сервісів у навчальному процесі. Такий підхід сприяє не лише

підвищенню мотивації здобувачів освіти, а й формуванню ключових компетентностей, зокрема математичної. Інтеграція цифрових технологій дозволяє забезпечити варіативність подачі навчального матеріалу, організувати діяльнісний підхід, стимулювати аналітичне та логічне мислення, а також реалізовувати індивідуалізацію навчання. Використання електронних освітніх ресурсів, зокрема комп'ютерних дидактичних ігор, сприяє створенню сучасного освітнього середовища, що відповідає вимогам НУШ та забезпечує якісне засвоєння математичних знань.

У ході наукового дослідження нами було опрацьовано найбільш змістовні безкоштовні (або частково безкоштовні) електронні освітні сервіси такі, як Всеосвіта, LearningApps, WordWall, GeoGebra, Quizizz та додаткові платформи з обмеженими специфічними можливостями, які допоможуть зробити уроки математики більш наочними та досконалими: Mathigon, Polypad, Classroomscreen, Wheel Of Names, BuzzIn.live, Rebus1; розкрито їхню суть та відповідність різновидам дидактичних ігор, які можна використовувати на уроках математики в закладах загальної середньої освіти. Так, нижче представлено загальну інформацію по кожному з зазначених електронних сервісів.

"Всеосвіта" – це інноваційна українська освітня платформа, яка пропонує різноманітні можливості для навчання та розвитку здобувачів загальної середньої освіти. Платформа забезпечує доступ до широкого набору навчальних матеріалів, таких як підручники, посібники, методичні матеріали та тести, що охоплюють різні предмети та рівні складності. За допомогою «Всеосвіти» вчителі можуть створювати власні вебквести – це інтерактивні навчальні квести, які допомагають здобувачам освіти закріпити знання в ігровій формі через різні завдання та виклики. Крім вебквестів, на платформі можна створювати традиційні тести з питаннями, які передбачають одну або декілька правильних відповідей, а також відповідь, введену здобувачем освіти у відповідне. Для більших можливостей у

створенні тестів учителю доведеться оформити платну преміум підписку. Крім того "Всеосвіта" пропонує різноманітні формати контенту, включаючи відеоуроки, аудіоматеріали та ілюстрації, що робить навчання більш цікавим та ефективним. Учитель, який зареєструвався на платформі, також може створити власні уроки з такими складовими, як теоретичні блоки, завдання з вільним вводом або тестом, або файлом, після чого надати до них доступ здобувачам освіти, яких в свою чергу можна об'єднати в клас. Платформа також пропонує використання електронних журналів для ведення обліку та аналізу успішності класу. Для зацікавлених здобувачів освіти є можливість взяти участь в олімпіадах, змаганнях та конкурсах, які організовує та проводить команда Всеосвіти, з різних предметів (тем, напрямів). Також платформа пропонує онлайн-курси, вебінари, семінари, марафони та тренінги для вчителів з різних напрямів діяльності викладача, за результатами відвідування яких видається сертифікат і нараховуються години підвищення кваліфікації. Професійні питання вчителі можуть обговорити за допомогою відповідного сервісу платформи.

LearningApps – це інноваційний сервіс, спрямований на підтримку процесів навчання та викладання шляхом створення невеликих інтерактивних модулів, які можуть використовуватись як самостійні освітні ресурси або вбудовані в різноманітні форми навчальної роботи. Платформа побудована таким чином, що являє собою велику загальнодоступну бібліотеку незалежних блоків, які можуть бути повторно використані та змінені. Вчитель може як використовувати розробки інших, так і створювати свої завдання на основі запропонованих шаблонів або вже готових КДІ, розроблених користувачами сервісу. LearningApps не дозволяє побудувати повноцінні уроки. Кожен блок, або "вправа" на платформі, як влучно зазначають розробники, не є частиною жодного конкретного самостійного навчального сценарію, тому їх не можна розглядати як цілісну форму організації навчального процесу, але їхня універсальність надає

можливість урізноманітнити, наповнити цікавими елементами створений урок. Ці інтерактивні модулі можуть включати різні типи завдань, а саме: пошук пари, класифікація, числова пряма та просте упорядкування шляхом перетягування карток; завдання на відповідність у роботі з фрагментами зображень, вікторина з одним правильним варіантом відповіді, завдання на обробку й аналіз аудіо- та відео-контенту, заповнення пропусків, таблиця відповідностей, вікторина з полями для самостійного введення відповіді, заповнення таблиці та вільна текстова відповідь. Окрім таких простих (недуже гейміфікованих завдань) платформа надає можливість використовувати шаблони, що більше схожі на самостійні ігри. До таких відносяться: «Перший мільйон» (за мотивами англійської телевікторини «Who Wants to Be a Millionaire?»), пазли, кросворди, філворди (угорський кросворд, розв'язок якого полягає у пошуку слів на сітці, заповненій літерами), «Де це?» (завдання на пошук конкретних об'єктів на карті), «Вгадай слово» (аналог відомої «Шибениці», яка замінена на квітку з облітаючими пелюстками), «Перегони» (анімація демонструє прогрес у перегонах після кожної відповіді у вигляді коня, що рухається іподромом), гра «Знайди пару» (аналог «Memory» – гри на запам'ятовування зображень на перегорнутих картках), «Ну-мо, обчисли!» (гра на розвиток швидкості розрахунків у вигляді змагання з комп'ютером або з іншими учасниками). Подібний вибір між видами змагань пропонуються також для ігор «Де це?» та «Скачки». На LearningApps запропоновано широкий вибір мов інтерфейсу, серед яких є українська.

WordWall – це онлайн-платформа, яку можна використовувати для створення інтерактивних вправ і матеріалів у роздрукованому вигляді. Інтерактивні вправи можна відтворювати на будь-якому веб-пристрої, наприклад, комп'ютері, планшеті, телефоні чи інтерактивній дошці. Розроблені матеріали можна роздрукувати з сайту або завантажити у вигляді PDF-файлу та

використовувати як додаток до інтерактивної вправи або як окрему вправу. Завдання створюються за допомогою шаблонів. До них відносяться: «Відповідники» (перетягування ключових слів до їх визначень), «Вікторина» (серія запитань з декількома варіантами відповіді, серед яких треба обрати правильний), «Випадкові карти» (роздача карт з перетасованої колоди), «Флеш-карти» (карти з питанням з одного боку та відповіддю зі зворотнього боку), «Доповніть речення» (перетягування слів у порожні місця в тексті), «Знайти відповідність», «Сортування за групами», «Випадкове колесо» (випадковим чином обирається елемент «колеса фортуни»), «Відкрийте коробку» (при натисканні на коробку демонструється її зміст), «Наведіть порядок» (перетягування слів, щоб класти речення правильно), «Анаграма», «Відповідні пари» (аналог «Мемогу»). Використовуючи безкоштовну версію платформи, учитель може створити не більше п'яти вправ. За умови оформлення вчителем однієї з запропонованих платних підписок надається можливість розробки більшої кількості КДІ на основі додаткових 19 шаблонів: «Діаграма з мітками» (перетягування шпильки у правильне місце на зображенні), «Математичний генератор» (створення серії математичних запитань у відповідності до обраної теми), «Пошук слів» (угорський кросворд), «Двосторонні плиточки» (серія двосторонніх плиток, які збільшуються при натисканні та перегортаються при проведенні пальцем або мишкою), «Шибениця», «Ігрова вікторина» («Вікторина», до якої додані раунди з розігруванням додаткових балів), «Погоня в лабіринті» (гравець має забігти у зону, що містить правильну відповідь, й уникати при цьому ворогів), «Летючий фрукт» (вибір правильного варіанту відповіді на питання з тих, що переміщуються екраном), «Літак» (вибір правильної відповіді шляхом наведення на неї літака, який керується з клавіатури або сенсорної панелі гравцем), «Полювання на кротів» (аналог культової аркадної гри «Whac-A-Mole», де кожен персонаж в отворі містить варіант

відповіді), «Повітряні кулі» (співставлення терміну та його змісту шляхом скидання важтажу рухомої повітряної кулі у відповідні зони), «Вікторина із зображеннями» (невеликі фрагменти зображення, що демонструє відповідь на питання вікторини, поступово з'являються на екрані, складаючи загальну картинку; гравець має натиснути кнопку, щоб дати дострокову відповідь), «Дивіться і запам'ятовуйте» (вибір елементів, які було подано для запам'ятовування, серед наведених предметів), «Правильний порядок» (перетягування елементів для встановлення порядку), «Вікторина "Виграй або програй"» (вікторина, у якій гравець має змогу поставити на кін частину наявних очок; дано правильну відповідь – загальна кількість очок збільшується на суму ставки, дано неправильну відповідь – загальна кількість очок зменшується на суму ставки), «Магніти зі словами» (об'єднання слів або літер у речення), «Кросворд», «Написання слів» (складання слів з наявних літер), «Правильно чи неправильно» (варіант вікторини з двома варіантами відповіді). Учитель також може використовувати та редагувати вже створені іншими вправи (загальнодоступні матеріали не змінюються, а лише зберігається приватна копія, яку вже можна змінювати), але доступних готових завдань достатньо мало. Завдання можна призначати класу, а результати кожного здобувача освіти ставатимуть доступними, як тільки вони завершать виконання вправи. На платформі представлено широкий вибір мов інтерфейсу, серед яких є українська.

GeoGebra – це безкоштовна динамічна математична платформа, призначена для навчання та викладання математики і природничих наук. Завдяки інтеграції інструментів геометрії, алгебри, статистики, електронних таблиць та графіків, вона дозволяє створювати інтерактивні моделі, що значно спрощують процес візуалізації абстрактних математичних понять. Платформа доступна як для комп'ютерів, так і для мобільних пристроїв у вигляді додатка, що забезпечує широкі можливості її використання не лише у класі, але й поза ним. GeoGebra

дозволяє створювати геометричні фігури та маніпулювати ними. Побудови на площини, налаштування й аналіз їх властивостей та вигляду можна здійснювати за допомогою різноманітних інструментів, які автоматизують або навпаки дають більше можливостей для творчості й об'єднані у відповідні групи: «*Основні*» (переміщення, точка, повзунок, перетин, екстремум, корені, апроксимація прямою), «*Редагування*» (виділення об'єктів, переміщення полотна, видалення об'єктів, демонстрація та приховування об'єкту або його позначення), «*Точки*» (закріплення обраної точки, перетин, точка на об'єкті, приєднання та від'єднання об'єкта у точці, екстремум, корені, комплексне число, список точок), «*Побудови*» (середня точка або центр, перпендикулярна пряма, серединний перпендикуляр, паралельна пряма, бісектриса кута, дотична, локус), «*Лінії*» (відрізок, пряма, промінь, вектор, відрізок заданої довжини, відкладання вектора, поляра або діаметр, ламана), «*Многокутники*» (многокутник, правильний многокутник, векторний многокутник, жорсткий многокутник), «*Кола*» (коло за центром та точкою, циркуль, півколо, коло за центром та радіусом, коло за трьома точками, дуга за центром та двома точками, дуга, сектор, сектор за трьома точками), «*Конічні перерізи*» (еліпс, коніка за п'ятьма точками, парабола, гіпербола), «*Перетворення*» (симетрія відносно прямої, симетрія відносно точки, паралельне перенесення, поворот навколо точки, гомотетія відносно точки, інверсія), «*Вимірювання*» (кут, відстань або довжина, площа, кут заданої величини, нахил прямої). Додавання тексту, зображень, завдань, тощо можна здійснювати за допомогою інших інструментів, об'єднаних у наступні групи: «*Media*» (зображення, текст), «*Інші*» (перо, фігура від руки, відношення, кнопка, прапорець, поле введення). У контексті виконання та аналізу геометричних побудов на площини також можна працювати з таблицями даних. Для роботи з геометричними об'єктами у просторі існують свої інструменти, розподілені по групах: «*Основні інструменти*» (переміщення, точка, площина через три точки,

сфера з центром і заданою точкою, куб, піраміда, перетин двох поверхонь, розгортка), «*Редагування*» (вигляд з точки, обраної на координатній осі, видалення об'єктів, демонстрація та приховування об'єктів або їх позначень), «*Точки*» (закріплення обраної точки, перетин, точка на об'єкті, приєднання та від'єднання об'єкта в точці, середня точка), «*Лінії та многокутники*» (відрізок (також заданої довжини), пряма, промінь, вектор, многокутник, правильний многокутник, перпендикулярна пряма, паралельна пряма, бісектриса кута, дотична), «*Тіла*» (куб, сфера (за центром та радіусом, за центром та точкою), піраміда, призма, циліндр, конус, тетраедр, витиснення піраміди, витиснення призми, розгортка, поверхні обертання), «*Площини*» (площина, площина через три точки, паралельна площина, перпендикулярна площина), «*Кола*» (коло за центром, напрямком та радіусом, коло за трьома точками, коло з віссю через точку, дуга, сектор), «*Криві*» (еліпс, коніка за п'ятьма точками, парабола, гіпербола, локус, перетин двох поверхонь), «*Перетворення*» (симетрія відносно площини, симетрія відносно точки, паралельне перенесення, обертання навколо прямої, гомотетія, симетрія відносно прямої), «*Вимірювання*» (кут, відстань або довжина, площа, об'єм), «*Інші*» (обертання графіки, переміщення полотна, копіювання стилю, текст) і «*Спеціальні лінії*» (відкладання вектора, ламана, поляра або діаметр). Вбудований сервіс «Алгебра» на GeoGebra підтримує введення алгебраїчних виразів і автоматично будує відповідні графіки. Крім того, графічний (двовимірний) та «3D» калькулятори дозволяють використовувати динамічні параметри (кількість яких не є обмеженою) у записах виразів. Змінюючи значення параметра шляхом руху відповідного повзунка або введенням конкретного значення з клавіатури, користувач може наочно відстежити залежність вигляду побудови від того чи іншого значення коефіцієнта у виразі, що її задає. GeoGebra також дозволяє будувати гістограми, діаграми, обчислювати середнє значення, медіану та інші статистичні показники в

контексті роботи з вбудованим сервісом «Ймовірність», створеним для вирішення завдань, пов'язаних зі статистикою, теорією ймовірностей, розподілами та аналізом даних. Сервіс «СКА (Символьні Комп'ютерні Алгебраїчні розрахунки)» дозволяє виконувати алгебраїчні операції, спрощувати вирази та розв'язувати рівняння, а «Scientific (Науковий калькулятор)» є потужним калькулятором для виконання складних математичних обчислень. Користуючись переліченими функціями платформи, вчитель може розробляти тести, вправи та інтерактивні уроки. Завдання можуть бути різного рівня складності, де здобувачі освіти працюють із динамічними об'єктами. Вчитель може створювати як прості вправи, так і складні багатокомпонентні задачі для профільних класів, що включають комбінування алгебри, геометрії, статистики та інших розділів математики. За допомогою додаткових елементів, таких як текстові блоки або інтерактивні підказки, вчителі можуть допомогти здобувачам освіти орієнтуватися в завданні, не розкриваючи при цьому остаточне рішення. Під час створення розробки з елементом «GeoGebra» вчитель може використовувати так звані «аплети» (готові вправи або побудови), додані іншими користувачами платформи, або створити власний аплет. Розробка на платформі також може містити додаткові елементи такі, як текст, відео, питання, нотатки, зображення, посилання та окремий PDF-файл. GeoGebra дає можливість використовувати розробки у декілька способів: створити код уроку; призначити ресурс наявним на Google Classroom класам. Обидва способи дозволяють спостерігати за прогресом здобувачів освіти у виконанні завдання в режимі реального часу. На платформі є можливість створення інтерактивних завдань, де система автоматично перевіряє відповіді, введені здобувачами освіти, що значно пришвидшує процес опрацювання результатів. Це здійснюється через налаштування умов правильності відповіді: якщо здобувач освіти вводить правильне число або коректно модифікує побудову, система видає позитивну

оцінку. Учитель також може користуватися великою бібліотекою методичних розробок інших користувачів платформи. Інтерфейс GeoGebra доступний українською мовою.

Quizizz – це інтерактивна освітня онлайн-платформа, що надає вчителям можливість створювати, а здобувачам освіти – проходити різноманітні вікторини, тести, опитування, уроки та інші види завдань. Завдяки зручному інтерфейсу, її можна використовувати як для проведення живих занять у класі, так і для самостійної роботи здобувачів освіти вдома. Платформа працює на будь-якому пристрої, включаючи комп'ютери, планшети, смартфони та інтерактивні дошки. Вчителі можуть розробляти власні завдання або користуватися великою бібліотекою готових матеріалів. Для розробки можна обрати одну з п'яти форм роботи. Форма роботи «Assessment» дозволяє створювати тести або вікторини. Питання можуть бути імпортовані з документів, Google Forms та таблиць або згенеровані ШІ на основі документів, веб-сайтів та тексту, або створені з нуля на основі наявних шаблонів: питання з варіантами відповіді (один або декілька правильні), заповнення пропуску, намалювати відповідь, відкрите питання, суспільне опитування, хмара слів, завдання на роботу з текстом або медіа-файлом, які вимагають дати відповідь на питання різних видів з тих, що перелічені раніше, прочитавши текст або переглянувши медіа, що дозволяє перевірити розуміння матеріалу здобувачами освіти. Форма роботи «Lesson» дозволяє створити презентацію для викладання нових тем, імпортуючи слайди у вигляді PDF-файлу або через Google Slides та створюючи слайди з нуля. Форма роботи «Interactive video» дозволяє створити асинхронне завдання, метою якого є опрацювати інформацію, що подана у прикріпленому відео. Реалізується шляхом використання раніше розроблених вікторин з бібліотеки, завантаження відео з YouTube з додаванням власних питань та завантаження відео з пристрою. Переглядаючи відео, здобувач освіти бачитиме закріплені за часом відтворення

замітки вчителя, питання з вибором правильної відповіді (один або декілька правильні), заповненням пропуску, відкриті питання або опитування. Форма роботи «Passage» вимагає від здобувача освіти проаналізувати текст або медіа, поліпшуючи власні навички розуміння. Реалізується шляхом використання розробок інших користувачів платформи з бібліотеки, генерування уривку за допомогою ШІ та імпортування уривку (вбудовування веб-сайту, завантаження PDF-файлу). У рамках такого завдання є можливість використовувати наступні шаблони: питання з варіантами відповіді (один або декілька правильні), заповнення пропуску, намалювати відповідь, відкрите питання, суспільне опитування, хмара слів. Форма роботи «Flashcard» дозволяє створювати з нуля або генерувати за допомогою ШІ картки для запам'ятовування та повторення вивченого на уроці. Генерувати можна на основі тексту, доданого документу, теми та статті за посиланням. Створювати з нуля можна, додаючи на обидві сторони картки зображення або текст. У залежності від мети використання «Flashcard» можна обрати один з двох режимів відтворення: «Practice» (практика) та «Pre-read» (попереднє читання). Різниця лише в тому, що у другому випадку після перегортання картки здобувач освіти має обрати кнопку «I'm learning» за умови незнання правильної відповіді або «I know» у протилежному випадку. Якщо вчитель використовує безкоштовну версію платформи, то він може створити до 10 завдань виду «Interactive video» та «Passage» (не більше 10 кожен). Оформлення платної підписки збільшує цю кількість, а також дозволяє розробляти питання на встановлення відповідності, правильного порядку, заповнення пропуску шляхом введення тексту з клавіатури, шляхом вибору варіанту з випадаючого списку, питання з відео- та аудіовідповіддю, питання з відповіддю у вигляді формули, питання на побудову графіка та інші. Quizizz дозволяє проводити КДІ в режимі реального часу або призначати завдання для виконання в якості домашнього завдання. У режимі "live" всі гравці беруть участь

одночасно. За допомогою шаблонів учитель може задавати час на відповідь, встановлювати послідовність питань та додаткові опції, наприклад, можливість нарахування бонусних балів за швидку відповідь чи правильний розрахунок, відображення рейтингу. Платформа надає детальні звіти щодо кожного здобувача освіти, включно з кількістю правильних відповідей, часом виконання та загальною оцінкою. Для деяких форм роботи доступні також режими проведення КДІ: «Classic Mode» (здобувачі освіти відповідають у зручному для них темпі, результати відображаються у таблиці лідерів), «Mastery Peak» (практика в індивідуальному темпі, в ході якої здобувачі освіти повторюють матеріал доти, доки не опанують його досконало, а вчитель відстежує прогрес у реальному часі), «Instructor Paced» (контроль темпу вчителем; усі переходять від одного питання до іншого), «Test Mode» (режим без надмірностей для серйозної оцінки), «Team Mode» (здобувачі освіти відповідають у своєму темпі, бали групуються за командами; є можливість редагувати команди відповідно до потреб класу) підтримують до ста гравців кожен, «Paper Mode» (запитання гри на екрані, вчитель сканує відповіді здобувачів освіти на QR-табличках за допомогою мобільної програми Quizizz) підтримує до 60 гравців.

Mathigon – це безкоштовна онлайн-платформа для вивчення математики, яка поєднує елементи гейміфікації, візуалізації та творчого підходу до розв’язання задач. Платформа надає доступ до інтерактивних підручників, де традиційні текстові пояснення доповнюються анімованими моделями, медіа матеріалами та практичними завданнями. Підручники мають як основні розділи з відповідної теми, так і додаткові – міжпредметні або ті, що демонструють застосування математики в інших сферах життя. Здобувачі освіти можуть вивчати різні розділи математики (геометрію, теорію чисел та алгебру, теорію ймовірностей та ігор), безпосередньо взаємодіючи з матеріалом, змінюючи параметри моделей і спостерігаючи за наслідками своїх дій. Платформа також

надає колекцію готових уроків, завдань і шаблонів, розроблених командою Mathigon та освітянами з усього світу, що містять інтерактивні підказки та покрокові пояснення. Mathigon підтримує як синхронне навчання в класі, так і асинхронну роботу вдома: вчителі можуть створювати віртуальні класи, відстежувати прогрес здобувачів освіти та призначати завдання. На платформі також запропонована низка активностей і мініігор: «Хронологія математики» (інтерактивна історична лінія, яка охоплює ключові події та постаті з історії математики; користувачі можуть рухатися по часовій лінії, натискаючи на різні дати чи імена видатних математиків, аби дізнатися про їх внесок, винаходи та теорії), «Factris» (комп'ютерна дидактична гра на зразок «Тетрісу», але присвячена темі множення та розкладання чисел на множники (факторизації); на екрані «падають» числа (блоки), а завдання гравця – правильно розкласти їх на множники чи у потрібний спосіб об'єднати, щоб набрати якомога більше балів), «Multiplication by Heart» (спеціально розроблені флешкартки з інтервалами повторення для ефективного вивчення таблиці множення), «Проблеми та головоломки» (набір різноманітних математичних і логічних задач: від простих загадок до складних головоломок; кожна головоломка супроводжується інтерактивними підказками чи візуалізацією, що допомагає знайти рішення), «Альманах цікавих чисел» (інтерактивна числова вісь; користувачі можуть «прокручувати» лінію від малих значень до дуже великих і натрапляти на історичні цікавинки, математичні відкриття чи приклади з реального життя, що ілюструють унікальність кожного з наявних чисел), «Математичне орігамі» (збірка інструкцій до виготовлення математичних геометричних конструкцій за допомогою техніки орігамі), «Exploding dots» («математична історія» для вивчення періодичних чисел та нескінченності), «Tangram Builder» (інтерактивна вправа на побудову танграмів за безліччю наданих шаблонів), «Alice in FractalLand» (урок-подорож або інтерактивна історія, натхненна «Алісою в

Країні Див», але з акцентом на фрактали та їхні дивовижні властивості), «Застосування математики» (збірка статей з інтерактивними посиланнями, що показують, як математичні концепції застосовуються у різних сферах життя), «Гра соціальних дистанцій» (гра-головоломка на пересування блоків), «Полювання за скарбами» (розробка повноцінного уроку, протягом якого здобувачі освіти рухаються до «скарбу», розв'язуючи послідовність математичних завдань). Інтерфейс платформи доступний переважно англійською мовою, проте існують переклади на інші мови, в тому числі українську.

Однією з ключових складових платформи Mathigon є Polypad – безкоштовна онлайн-дошка, яка дозволяє використовувати інтерактивні інструменти для роботи з геометричними фігурами, алгебраїчними виразами, дробами та іншими математичними об'єктами. Завдяки Polypad можна створювати динамічні моделі, розв'язувати задачі й головоломки, а також ділитися цими напрацюваннями зі здобувачами освіти або колегами.

Classroomscreen – сервіс для управління навчальним процесом, що дає змогу демонструвати на одному екрані різні корисні віджети: таймер, генератор випадкових імен, дошку для заміток чи малювання, індикатори шуму в класі, тощо. Його зручно використовувати під час уроків для організації й візуалізації завдань та інших активностей.

Wheel Of Names – онлайн-інструмент, який дозволяє створити колесо фортуни не лише зі словами, а й з посиланнями, наприклад, на інші КДІ, а потім «крутити» його для випадкового вибору. Це простий і веселий спосіб розподіляти завдання, викликати здобувачів освіти до дошки, формувати команди тощо.

BuzzIn.live – платформа, що перетворює будь-який пристрій із доступом до Інтернету на інтерактивну кнопку «базера» для вікторин та КДІ на швидкість. Учитель створює кімнату, здобувачі освіти приєднуються через посилання, а

система фіксує, хто першим натиснув кнопку, що дозволяє організувати чесні й захопливі інтелектуальні змагання.

Rebus1 – сайт, присвячений різноманітним ребусам українською мовою. Він містить кілька корисних розділів. У секції «Ребуси» можна знайти різноманітні загадки, скористатися генератором ребусів, дізнатися про історію ребусів, навчитися їх розгадувати та створювати власні за допомогою покрокових інструкцій. Також є довідник, що пояснює основи складання та розв’язання таких головоломок. Існує окремий блок, присвячений криптоарифмам – завданням, де числа замінені буквами, і потрібно відновити вихідні цифри. У цьому ж розділі є калькулятор ребусів, пояснення, як їх розв’язувати та історична довідка про такі головоломки. Крім ребусів, на сайті розміщені логічні ігри, українські загадки, а також прислів’я та приказки.

Узагальнюючи перелік можливостей кожної з вище згаданих освітніх платформ, можемо ще раз звернутися до класифікації КДІ за комп’ютерними жанрами (стилістикою), представленої в п. 2.1. та виокремити види КДІ, які підтримують ці сервіси. Структуровані дані продемонстровані в таблиці 3 нижче.

Таблиця 3.

Можливості освітніх платформ щодо використання КДІ

Освітня платформа	Види ігор за комп’ютерними жанрами
1	2
Всеосвіта (Vseosvita)	Квести (квест-кімнати), тренажери (тести, шифри).
LearningApps	Квести (вікторини), аркади («Скачки», «Порахуй»), симулятори («Де це?», «Скачки»), тренажери (кросворди, пазли, ігри з картками, філворди, тести).
WordWall	Квести (вікторини), аркади («Погоня в лабіринті»), симулятори («Діаграма з мітками»), тренажери (завдання з картками, філворди, анаграми).

1	2
GeoGebra	Симулятори (динамічні моделі, геометричні побудови), тренажери (завдання, вправи).
Quizizz	Квести (вікторини), тренажери (ігри з картками, тести), аркади (змагання), симулятори (подорожі).
Mathigon	Допоміжна платформа для реалізації тренажерів, симуляторів; квести («Alice in FractalLand», «Полювання за скарбами»).
Polypad	Симулятори (віртуальні маніпуляції з фігурами, розгортками, об'єктами ігор), тренажери.
Classroomscreen	Допоміжна платформа для реалізації тренажерів, квестів, симуляторів.
Wheel Of Names	Допоміжна платформа для реалізації квестів (вікторин), аркад (змагань), тренажерів, симуляторів.
BuzzIn.live	Допоміжна платформа для реалізації квестів (вікторин), аркад (змагань, турнірів).
Rebus1	Тренажери (ребуси).

На основі аналізу наукової літератури [4-6; 16; 21; 24-26; 30; 32; 33; 41; 43], нами було зроблено висновок, що застосування КДІ у навчальному процесі значно сприяє формуванню математичної компетентності здобувачів освіти. У нормативних документах «Державному стандарті профільної середньої освіти» (затверджений постановою Кабінету Міністрів України від 25 липня 2024 р. № 851) [13] та «Державному стандарті базової середньої освіти» (затверджений постановою Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р., № 898) [12] математична компетентність визначається як здатність особистості розвивати та застосовувати математичні знання і методи для розв'язання широкого спектра проблем у повсякденному житті. В свою чергу КДІ виступають ефективним

інструментом формування вміння моделювати процеси і ситуації із застосуванням математичного апарату, а також усвідомлення ролі математичних знань і вмінь в особистому та суспільному житті.

Аналізуючи той самий документ, можна виділити також наступні основні компоненти, що входять до математичної компетентності:

- Знання та розуміння (базові математичні поняття, теореми, алгоритми та методи; розуміння математичної мови, здатність інтерпретувати формальні математичні записи).
- Аналітичне та логічне мислення (здатність аналізувати ситуації, виявляти закономірності та встановлювати зв'язки між різними математичними поняттями; розвиток логічного мислення для побудови послідовних і обґрунтованих аргументів).
- Проблемне мислення та моделювання (уміння формулювати та розв'язувати проблеми, що виникають у повсякденному житті, із застосуванням математичних методів; створення математичних моделей для опису процесів і явищ, прогнозування їх розвитку та аналізу отриманих результатів).
- Критичне мислення (здатність оцінювати правильність математичних рішень, перевіряти їх обґрунтованість та ефективність; аналіз отриманих результатів із метою виявлення можливих помилок і недоліків).
- Практичне застосування (використання математичних знань для прийняття обґрунтованих рішень у реальних життєвих ситуаціях; застосування математичного апарату для вирішення практичних завдань і розробки стратегій дій).
- Комунікативні навички (використання математичної мови для ефективного спілкування, аргументації та пояснення логічних міркувань; здатність

донести результати математичного аналізу до аудиторії, адаптуючи мову викладення до різних контекстів).

Спираючись на проведені дослідження [12, 13], критеріями сформованості математичної компетентності, а також і показником ефективності застосування КДІ, будемо вважати ті, що наведені у таблиці 4.

Таблиця 4.

Складові математичної компетентності

Критерій сформованості математичної компетентності	Зміст критерію
1	2
Засвоєння математичних знань	<ul style="list-style-type: none"> • Глибина розуміння основних понять, алгоритмів і методів. • Здатність правильно інтерпретувати математичні символи та записи.
Аналітичне мислення та логіка	<ul style="list-style-type: none"> • Вміння аналізувати дані, встановлювати логічні зв'язки та формулювати обґрунтовані висновки. • Здатність застосовувати логіку при розв'язанні задач.
Проблемне мислення і моделювання	<ul style="list-style-type: none"> • Здатність ідентифікувати проблемні ситуації з математичною складовою. • Вміння розробляти математичні моделі для опису процесів і ситуацій, а також формулювати стратегії їх вирішення.
Критичне оцінювання процесу та результатів	<ul style="list-style-type: none"> • Вміння проводити самоконтроль і оцінювати правильність застосованих методів. • Аналіз якості отриманих результатів та уміння виявляти і виправляти помилки.

Продовж. табл. 4

1	2
Практична орієнтованість	<ul style="list-style-type: none"> • Здатність застосовувати математичні знання для вирішення життєвих завдань і прийняття обґрунтованих рішень. • Розуміння ролі математики в реальних ситуаціях.
Математичне мовлення	<ul style="list-style-type: none"> • Вміння чітко та логічно викладати свої думки як усно, так і письмово. • Здатність аргументувати свої рішення та пояснювати процес розв'язання задач за допомогою математичної мови.

Аналіз жанрової специфіки КДІ свідчить про чітку кореляцію між дидактичними можливостями кожного виду гри та окремими критеріями математичної компетентності. Зокрема, тренажери забезпечують гнучке та повторюване відпрацювання алгоритмів і процедур, що безпосередньо сприяє засвоєнню математичних знань і математичному мовленню. Квести, завдяки своїй структурі, активізують проблемне мислення і моделювання. Симулятори, які моделюють реальні або уявні процеси, ефективно формують аналітичне мислення і критичне оцінювання, а також практичну орієнтованість. Аркади можуть слугувати інструментом для розвитку математичної логіки й рефлексії, зокрема через змагання та повторення дій у різних умовах. Рольові ігри створюють сприятливе середовище для математичного мовлення, оскільки включають діалогічну взаємодію, обґрунтування вибору й опис стратегії дій. Таким чином, кожен жанр КДІ цілеспрямовано впливає на один або кілька критеріїв сформованості математичної компетентності. Узагальнення цих ідей проілюструємо рисунком 2.



Рис. 2. Зв'язок між жанрами КДІ та складовими математичної компетентності

Тепер розглянемо деякі приклади КДІ з математики, які були розроблені нами самостійно на базі досліджених освітніх платформ.

Спочатку представимо гру, створену нами для здобувачів освіти 6 класу за темою «Рівняння. Основні властивості рівнянь» на основі платформи «Всеосвіта» (див. рис. 3). Вона являє собою вебквест (у вигляді квест-кімнати), що складається з одного рівня, містить 59 активних об'єктів, які похитуються при наведенні, а курсор змінюється на вказівний палець. Ця КДІ розроблена з використанням одного з шаблонів, запропонованих платформою, а саме «Шкільний клас геометрії», з метою налаштування здобувачів освіти на роботу, яка вимагає задіяння математичних компетентностей. Під деякими об'єктами в «класі» заховані вісім завдань з відкритою формою відповіді та підказки для їх знаходження.

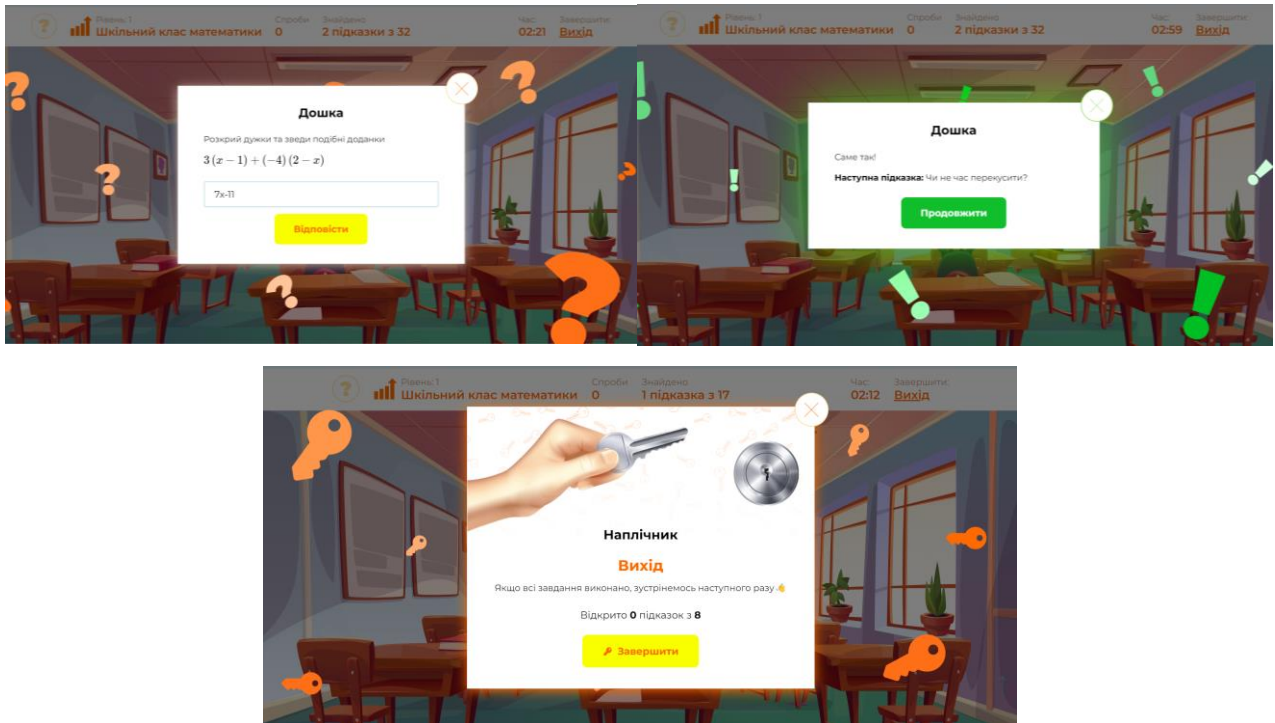


Рис. 3. Зразок гри на платформі «Всеосвіта»

Як можна побачити, підказки оформлені не лише у вигляді речень, а й у вигляді загадок, що робить гру такою, що здобувачі освіти мають задіяти не лише математичні компетентності. Кожне наступне завдання в тій чи іншій мірі є складнішим за попереднє. У відповідях на завдання розміщені схвальні фрази, картинки та GIF-зображення, що виражають реакції захоплення роботою здобувача освіти та створюють комфортну атмосферу. Під іншими вісьмома об'єктами заховані цікаві факти, що тісно пов'язані з математикою та можуть супроводжуватись картинками (наприклад, «Перша у світі жінка-математик жила ще за півтисячоліття до нашої ери в Стародавній Візантії і звали її Гіпатія», «Знак " = " вперше ввів математик Роберт Рекорд у 1557 році, тому що йому набридло писати "дорівнює"» та інші). Під одним із об'єктів є посилання на відео з гімнастикою для очей (п'ятий за порядком, що відповідає підказкам, тобто на половині вебквесту). Під іншими сорока заховані різні повідомлення, що

закликають здобувача освіти до спроби дії з іншими об'єктами або мотивують на подальше проходження гри (наприклад, «Зроби глибокий вдих та спробуй ще раз», «Я вірю в тебе!», «Українці не здаються!», «Ще трохи, і в тебе вийде!», «Тут холодно. Спробуй інший об'єкт» та інші). Час на виконання завдань не є обмеженим. Метою гри є знаходження всіх підказок, ключа (об'єкта, що приховує останнє завдання) та вихід з вебквесту.

Друга комп'ютерна дидактична гра, розроблена нами із застосуванням сервісу «*LearningApps*», надає можливість здобувачам освіти 7 класу закріпити тему «Формули скороченого множення» (<https://learningapps.org/watch?v=pjfq1v6rt24>). Тут використано шаблон ігрового модуля під назвою «Пазл». Натискаючи на вирази зверху, а потім на відповідну деталь пазлу, можна відкрити елемент фрески «Афінська школа», якщо співставлення було правильним (див. рис. 4).

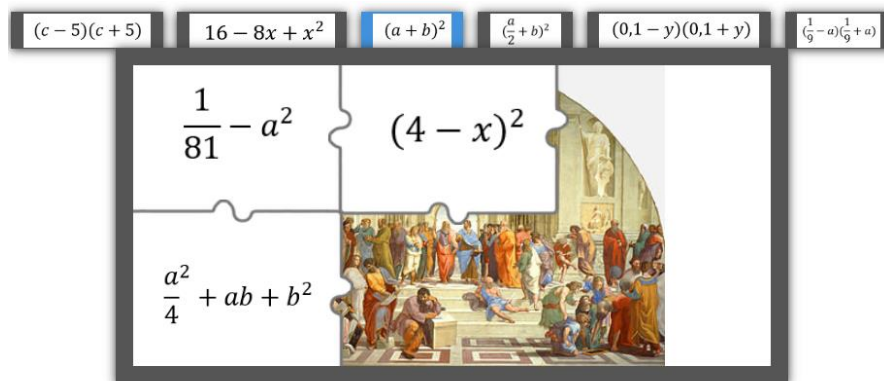


Рис. 4. Зразок гри на платформі «*LearningApps*»

Представимо гру, розроблену нами на платформі *WordWall*, для здобувачів освіти 6 класу (<https://wordwall.net/uk/resource/89099395>). Вона створена на основі шаблону «Відповідні пари» на тему «Модуль числа». Усі слайди анімовані, присутня динамічна заставка та звуковий супровід. Відповідь на питання є обмеженою у часі, але при натисканні іконки «Меню» гра ставиться на

паузу. Коли усі пари знайдені, гравець бачить список переможців у вигляді рейтингу, власний час проходження гри та пропозицію почати знову (див. рис. 5).



Рис. 5. Зразок гри на платформі «WordWall»

Наступна КДІ розроблена на платформі Quizizz для здобувачів освіти 7 класу з теми «Функція». Вона являє собою вікторину, створену за допомогою шаблону «Assessment», із завданнями з вибором правильного варіанту відповіді та питанням з відкритою формою відповіді. Сім з восьми запитань вікторини обмежені у часі на 30 секунд, на останнє запитання гравцю надається більше часу: 3 хвилини. Завдання охоплюють найбільш загальні відомості з теми: визначення функції та її складових, нулі функції, точки перетину графіка з осями координат, область визначення, тощо (див. рис. 6).

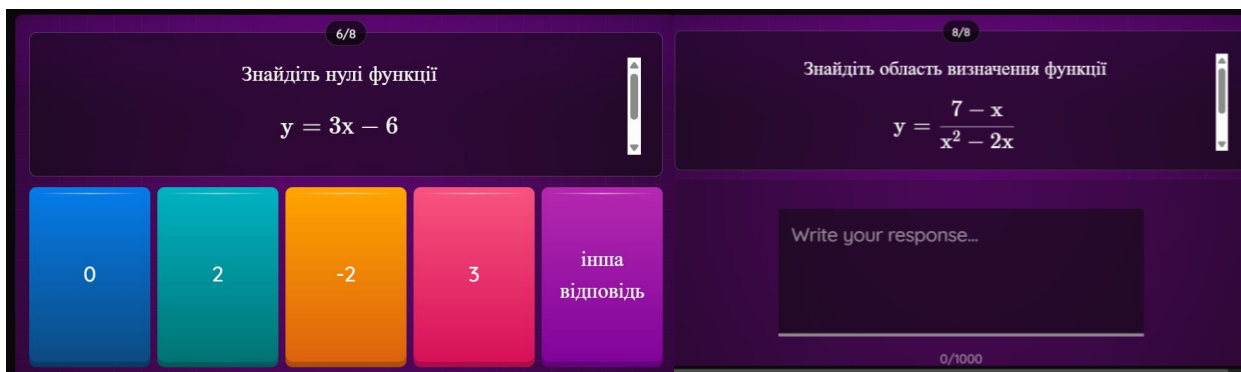


Рис. 6. Зразок гри на платформі «Quizizz»

Підсумовуючи вище сказане, зазначимо, що в мережі Інтернет існує чимало освітніх платформ зі своїми специфічними перевагами та можливостями. Розглянуті електронні сервіси демонструють значний потенціал для підвищення

залученості здобувачів освіти у навчальний процес через використання КДІ на уроках математики. Ці платформи дозволяють вчителям створювати різноманітні види ігор за жанрами, обмеженнями в часі та функціональністю, а також розширюють можливості проведення як синхронних, так і асинхронних занять. Відповідно до принципів Нової української школи, інтеграція комп'ютерних дидактичних ігор забезпечує реалізацію компетентнісного підходу, оскільки сприяє формуванню математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти, зокрема засвоєнню математичних знань, формуванню аналітичного мислення та логіки, проблемного мислення і навичок моделювання, критичного оцінювання процесу та результатів навчання, математичного мовлення, практичної орієнтованості ЗУН.

2.3. Методичні розробки різноманітних комп'ютерних дидактичних ігор з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» для здобувачів освіти 10 класу

Наведемо розроблені нами КДІ з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» для здобувачів освіти 10 класу. Кожна гра створена з урахуванням сучасних освітніх вимог і принципів КДІ (представлені у розділі 2.1) та спрямована на розвиток математичної компетентності здобувачів освіти, а саме на формування просторового мислення, практичних навичок роботи з тривимірними об'єктами й активізацію пізнавальної діяльності здобувачів освіти, що є важливою складовою реформи НУШ. КДІ відповідають різним рівням складності, що дозволяє використовувати їх у класах не лише з профільним або поглибленим вивченням математики, а й у класах, що спеціалізуються на вивченні інших освітніх галузей.

Для повного розкриття теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» за кожним окремим розділом ми опрацювали існуючі навчальні програми з математики для здобувачів освіти 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів рівня стандарту та профільного рівня [22]. Систематизуючи та узагальнюючи вимоги щодо часу та обсягу вивчення навчального матеріалу, ми розробили коротке тематичне планування з вказаної теми, що подано у таблиці 5.

Таблиця 5.

Тематичне планування з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі»

№	Тема	Кількість уроків	Кількість розроблених КДІ
1	2	3	4
1.	Декартові координати точки в просторі	2	2
2.	Вектори в просторі	2	4
3.	Додавання і віднімання векторів	2	4
4.	Множення вектора на число. Гомотетія	2	2
5.	Скалярний добуток векторів	2	2
6.	Геометричне місце точок простору. Рівняння сфери. Рівняння площини	3	2
7.	Перетворення у просторі. Симетрія відносно точки, симетрія відносно площини.	1	2
8.	Перетворення у просторі. Паралельне перенесення.	1	1
9.	Перетворення у просторі	1	1

Продовж. табл. 5

10.	Поняття про координатний і векторний методи розв'язування задач	2	2
11.	Самостійна робота	1	1
12.	Контрольна робота	1	1

Слідуючи таблиці 5, розглянемо КДІ різних рівнів складності за кожною із запропонованих тем. Для цього будемо використовувати такі освітні сервіси, як: Всеосвіта, LearningApps, WordWall, GeoGebra, Quizizz, Wheel Of Names, BuzzIn.live, Rebus1.

Так, за темою 1 «Декартові координати точки в просторі» нами було розроблено дві КДІ, а саме: веб-квест «Декартові координати точки в просторі» та флеш-картки «Прямокутна декартова система координат в просторі».

Веб-квест «Декартові координати точки в просторі», розроблений на платформі Всеосвіта із залученням сервісів Rebus1, GeoGebra. На початку проходження квесту здобувач освіти ознайомлюється з метою та правилами гри, представленими в окремому вікні.

Правила веб-квесту: гравцю необхідно вибратися з класної кімнати, використавши ключ. За кожне правильно виконане завдання буде надано літеру, що є частиною ключа, та підказку на наступний предмет, під яким приховане завдання. На виконання чотирьох завдань виділяється 20 хвилин. Гравець пересувається віртуальною класною кімнатою, слідуючи підказкам (див. рис. 7). Кожна підказка вказує на об'єкт у кабінеті, під яким заховано завдання з теми, що вивчається. Для знаходження першої вправи підказкою виступає ребус, створений на платформі Rebus1 (див. додаток 1). Розв'язавши його, гравець отримує підказку «яблуко», натиснувши на яку, бачить першу вправу.

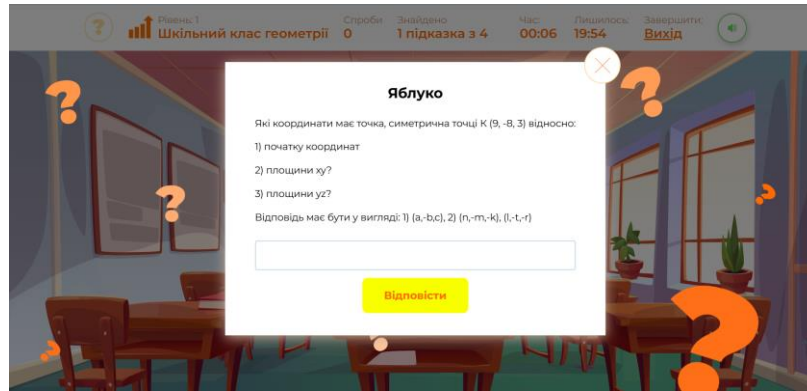


Рис. 7. Веб-квест на платформі Всеосвіта

КДІ містить наступні завдання з відкритою формою відповіді:

- Які координати має точка, симетрична точці $K(9, -8, 3)$ відносно:
 - 1) початку координат; 2) площини $ху$; 3) площини $уz$?
- Знайдіть відстань від точки $M(-3, 4, 9)$ до вісі аплікат.
- Знайдіть точку, яка належить площині $уz$ і рівновіддалена від точок $A(2, 1, -3)$, $B(3, 2, -2)$ і $C(4, -3, -1)$.
 - Знайдіть координати вершини D паралелограма $ABCD$, якщо $A(1, -2, 2)$, $B(2, 6, 1)$, $C(-1, -1, 3)$.

За кожне правильно виконане завдання гравець отримує літеру. У кінці гри з усіх літер необхідно скласти ключ для завершення. Тоді здобувачі освіти дізнаються історичні факти про відомого математика, що також розширить їхній світогляд.

Після завершення гри пропонується, вбудоване у веб-квест, додаткове завдання «Координати точки в просторі» на платформі GeoGebra (див. рис. 8): <https://www.geogebra.org/m/sujbf9dq>. Необхідно розв'язати задачу: у паралелепіпеді $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ відомо координати чотирьох вершин: $A(2, -1, 1)$, $B(1, 3, 4)$, $D(6, 0, 1)$, $A_1(4, 2, 0)$; побудуйте паралелепіпед, знайшовши координати решти його вершин.

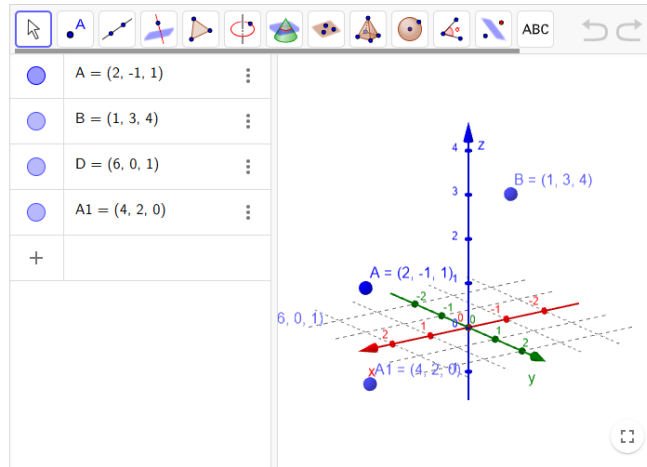


Рис. 8. Додаткове завдання на платформі GeoGebra

Флеш-картки «Прямокутна декартова система координат в просторі», розроблені на платформі Quizizz, можуть слугувати як дієвий засіб актуалізації або закріплення знань:

https://quizizz.com/admin/flashcard/6767f0e3795955978a94d872?source=lesson_share.

Правила гри: здобувачу освіти, якого викликав учитель, необхідно якнайшвидше дати відповідь на питання з карток. Технічна реалізація цих карток передбачає два режими навчання: 1) Pre-read – для попереднього ознайомлення з ключовими поняттями і термінологією перед основним практичним заняттям; 2) Practice – для активного повторення, коли здобувач освіти може маркувати картку як «засвоєно» або «вивчаю», отримуючи зворотний зв'язок у вигляді повторення незасвоєних понять і підрахунку індивідуального «рівня впевненості».

Дана КДІ являє собою серію двосторонніх карток, у яких на лицьовій стороні подано термін або поняття: «Прямокутна декартова система координат у просторі та її складові», «Координати точки в просторі», «Відстань між двома точками $A(x_1, y_1, z_1)$ і $B(x_2, y_2, z_2)$ в просторі визначається...», «Координати середини відрізка дорівнює...», «Що зміниться для пошуку координат точки, що ділить відрізок у деякому відношенні $m:n$ », на звороті – чітке визначення,

розшифровка, відповідна математична формула, схематичне зображення тощо (див. додаток 2).

За темою 2 «Вектори в просторі» нами було розроблено чотири КДІ, а саме: гра з картками «Взаємне розташування векторів в просторі», пазл «Вектори в просторі (розв'язування вправ)», флеш-картки «Вектори в просторі», кросворд «Вектори».

Гра з картками «Взаємне розташування векторів в просторі» розроблена на платформі LearningApps: <https://learningapps.org/watch?v=pt65bx6zc24>.

Правила гри: набрати якнайбільше очок, утворюючи правильно пари карток різних кольорів, швидше за інших учасників. Про успішне виконання всіх завдань здобувач освіти повідомляє шляхом натискання кнопки на допоміжній платформі BuzzIn.live. Таким чином, визначається переможець гри та перші місця. Суттю наведеної КДІ, створеної за допомогою шаблону «Знайти пару», є об'єднання в пари векторів та тверджень про них (див. рис. 9). На початку гри здобувач освіти бачить коротке повідомлення в окремому вікні, що описує суть завдання, а також вчитель має продемонструвати відповідне зображення (див. додаток 3) на слайді презентації, згідно з яким гравець шукає правильні пари. За кожен утворену вправу нараховуються бали, за якими наприкінці заняття виставляється оцінка. КДІ, як елемент уроку з теми, містить загальні терміни, що стосуються взаємного розташування векторів у просторі: вектори з однаковим модулем, нульовий вектор, рівні, співнапрямлені, компланарні, колінеарні вектори. Відповідно до вказаних властивостей векторів гравець має, дивлячись на зображення зі слайду, відшукати двійку чи трійку векторів із запропонованих, для яких є характерною властивість.

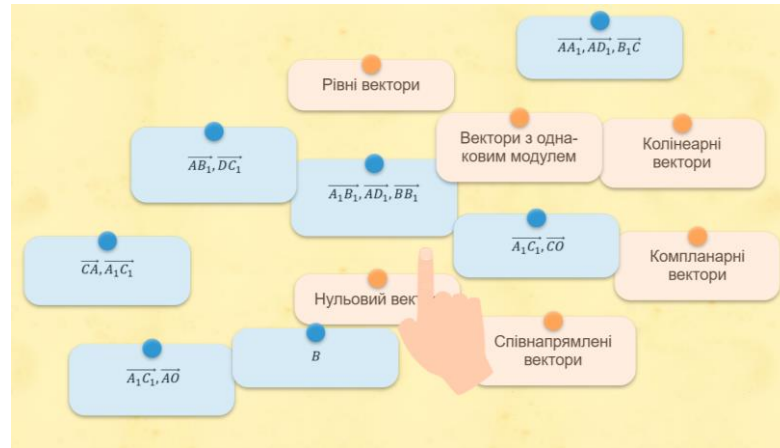


Рис. 9. Гра з картками на LearningApps

Пазл «Вектори в просторі (розв'язування вправ)», розроблений на платформі LearningApps: <https://learningapps.org/watch?v=pbg2s8q5v24>, що бажано використовувати із застосуванням додаткових платформ: Wheel Of Names, BuzzIn.live (див. рис. 10).

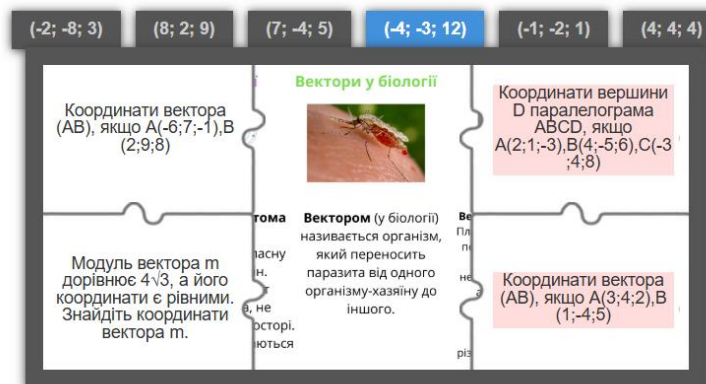


Рис. 10. Пазл на LearningApps

Правила гри: якнайшвидше скласти пазл, правильно розв'язуючи завдання на його елементах. Дана КДІ являє собою пазл, розроблений за допомогою відповідного однойменного шаблону. Вона є доволі об'ємною за набором завдань, які спрямовані на пошук координат вектора, виходячи з різних наявних даних та з використанням властивостей векторів, а також паралелограма, у просторі. Наведемо перелік завдань, що входять у дану КДІ:

1. Координати вектора \overrightarrow{AB} , якщо $A(3;4;2), B(1;-4;5)$.
2. Координати вектора \overrightarrow{AB} , якщо $A(-6;7;-1), B(2;9;8)$.
3. Координати точки D такої, що вектори $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. $A(-2;3;5), B(1;2;4), C(4;-3;6)$.
4. Модуль вектора $\vec{a}(-4;y;12)$ дорівнює 13. Знайдіть координати вектора \vec{a} .
5. Координати вершини D паралелограма $ABCD$, якщо $A(2;1;-3), B(4;-5;6), C(-3;4;8)$.
6. Модуль вектора \vec{m} дорівнює $4\sqrt{3}$, а його координати є рівними. Знайдіть координати вектора \vec{m} .

Суть гри полягає у тому, щоб поєднати питання (умову задачі) з правильною відповіддю. Якщо питання та елемент пазлу обрані правильно, відкривається частина зображення, що була схована за завданням. Коли всі правильні відповіді будуть знайдені, гра завершиться, а здобувач освіти побачить інфографіку щодо вживання терміну «вектор» в інших галузях таких, як: хімія, біологія, екологія та медицина. Для більш активного виконання завдань пропонується розподілити гравців на команди, що виконуватимуть частину завдань, наприклад, за допомогою платформи Wheel Of Names та нараховувати бали за правильні відповіді. Також можливим є виконання завдань на час з інтеграцією платформи BuzzIn.live, де здобувачі освіти сповіщатимуть натиском кнопки про дострокове виконання завдання.

Флеш-картки «Вектори в просторі», розроблені на платформі Quizizz, можуть послугувати як дієвий засіб актуалізації або закріплення знань: https://quizizz.com/admin/flashcard/676c611c89521148d0c1ebd9?source=lesson_share.

Правила гри: здобувачу освіти, якого викликав учитель, необхідно якнайшвидше дати відповідь на питання з карток. Технічна реалізація цих карток передбачає два режими навчання: 1) Pre-read – для попереднього ознайомлення з

ключовими поняттями і термінологією перед основним практичним заняттям; 2) Practice – для активного повторення.

Дана КДІ являє собою серію двосторонніх карток, у яких на лицьовій стороні подано незакінчене речення, що є початком означення з теми, що розглядається: «Вектором називають...», «Довжину вектора називають...», «Два ненульових вектори називають колінеарними, якщо...», «Два ненульових вектори називають рівними, якщо...», «Три ненульових вектори називають компланарними, якщо...», «Модуль вектора дорівнює...(за формулою)», на звороті – логічна кінцівка речення: «Напрявлений відрізок», «Модулем, довжиною, абсолютною величиною вектора», «вони лежать на паралельних прямих або на одній прямій», «вони співнапрявлені та їхні модулі рівні», «вони лежать в одній площині або паралельні одній площині», « $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ » (див. додаток 4).

Кросворд «Вектори», розроблений на платформі LearningApps: <https://learningapps.org/watch?v=phsobqxht25>.

Правила гри: здобувачам освіти, яких викликає вчитель, необхідно якнайшвидше дати відповідь на питання з відповідного поля кросворду, за що нараховуються бали одному гравцю або всій його команді. Дана КДІ була розроблена на базі шаблону «Кросворд» платформи. Перед проходженням гри здобувач освіти бачить завдання: «Натисніть на першу клітинку слова, щоб побачити питання та дати на нього відповідь. Коли кросворд буде розв'язано, ви знайдете головне виділене кольором слово. Намагайтесь не гаяти час та швидше надсилати його у чат конференції». КДІ підходить для актуалізації знань на початку першого уроку з наступної теми 3, т. я. виділеним кольором слово є «додавання». Сам кросворд містить наступні питання та правильні відповіді:

1. Що можна знайти для двох точок $A(x_1, y_1, z_1)$ і $B(x_2, y_2, z_2)$ за формулою

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} ? \text{ (Відстань)}$$

2. Абсциса, ордината, апліката – це ... точки у просторі. (Координати)
3. Корінь з суми квадратів координат вектора дорівнює значенню ... вектора. (Модуля)
4. Вектори \overrightarrow{AD} , $\overrightarrow{B_1C_1}$, $\overrightarrow{CC_1}$ – (Компланарні). Зображення, за яким необхідно шукати відповідь вказано у додатку 5.
5. Кожна координата середини відрізка дорівнює ... відповідних координат його кінців. (Півсумі)
6. Ця характеристика відрізняє векторну величину від скалярної. (Напрямок)
7. Якими є вектори \overrightarrow{AD} , $\overrightarrow{B_1C_1}$? (Рівними) (див. дод. 8).
8. Вектори \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{DC} – (Колінеарні) (див. дод. 8).
9. У формулі $M\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n}; \frac{ny_1+my_2}{m+n}; \frac{nz_1+mz_2}{m+n}\right)$ параметри m та n задають ... між AM та MB , де $A(x_1, y_1, z_1)$ і $B(x_2, y_2, z_2)$. (Відношення)
Вигляд кросворду продемонстровано на рисунку 11.

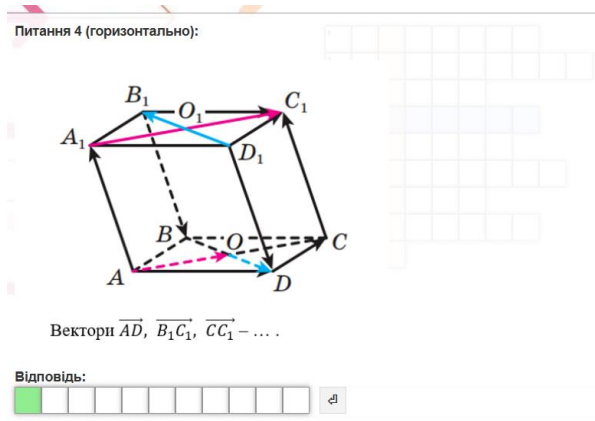


Рис. 11. Кросворд на LearningApps

За темою 3 «Додавання і віднімання векторів» нами було розроблено чотири КДІ, а саме: вікторина «Вектори у паралелепіпеді», вікторина «Вектори у призмі (додатково)», флеш-картки «Правила додавання та віднімання векторів», вікторина «Додавання та віднімання векторів у просторі».

Вікторина «Вектори у паралелепіпеді», розроблена на платформі LearningApps: <https://learningapps.org/watch?v=ppg4nxara25>.

Правила гри: здобувачу освіти, якого викликав учитель або висунула команда, необхідно якнайшвидше дати відповідь на питання вікторини. Комп'ютерна дидактична гра розроблена на основі однойменного шаблону та містить 3 питання з відкритою формою відповіді, яка надається без використання символу вектора для зручності введення з клавіатури. Дивлячись на зображення паралелепіпеду (див. додаток 6), здобувач освіти має виразити вказані вектори через наявні позначення:

1. Дано паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Виразіть вектор $\overrightarrow{D_1 B}$ через вектори $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ і $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$. Відповідь: $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$; з клавіатури передбачено введення відповіді у вигляді: **a+b-c**.
2. Дано паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Виразіть вектор $\overrightarrow{DB_1}$ через вектори $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ і $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$. Відповідь: $-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; з клавіатури передбачено введення відповіді у вигляді: **-a+b+c**.
3. Дано паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Виразіть вектор $\overrightarrow{A_1 C}$ через вектори $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ і $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$. Відповідь: $-\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$; з клавіатури передбачено введення відповіді у вигляді: **-a+b-c**.

За кожен етап вікторини гравцю нараховуються бали. Хоча дана КДІ містить небагато питань, тому може слугувати невеликим елементом уроку, вона може бути розширена за допомогою наступної додаткової КДІ.

Вікторина «Вектори у призмі (додатково)», розроблена на платформі LearningApps: <https://learningapps.org/watch?v=pzakmxqn325>.

Правила гри: здобувачу освіти, якого викликав учитель або висунула команда, необхідно якнайшвидше дати відповідь на питання вікторини. Наведена КДІ є аналогічною до попередньої за виключенням малюнку, з яким має

працювати здобувач освіти (див. додаток 7). Розроблена за допомогою того ж шаблону «Кросворд» та містить 2 питання з відкритою формою відповіді, яка надається без використання символу вектора для зручності введення з клавіатури, за кожне з яких нараховуються бали, а у підсумку виставляються оцінки:

1. Дано призму $ABCA_1B_1C_1$. Знайдіть суму векторів $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA_1}$. Відповідь: $\overrightarrow{BC_1}$; з клавіатури передбачено введення відповіді у вигляді: **BC1**.
2. Дано призму $ABCA_1B_1C_1$. Знайдіть суму векторів $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A_1C_1}$. Відповідь: \overrightarrow{BC} ; з клавіатури передбачено введення відповіді у вигляді: **BC**.

Флеш-картки «Правила додавання та віднімання векторів», розроблені на платформі Quizizz, можуть бути застосовані для нагадування правил на початку уроку або перед виконанням відповідних вправ: <https://quizizz.com/admin/flashcard/6776f270addeaae9dbb7ada7/untitled-flashcards>.

Правила гри: здобувачу освіти, якого викликав учитель, необхідно якнайшвидше дати відповідь на питання з карток. Картки працюють за раніше поясненим принципом, відмінністю є те, що на звороті частіше розміщені зображення, що ілюструють правило (див. рис. 12).

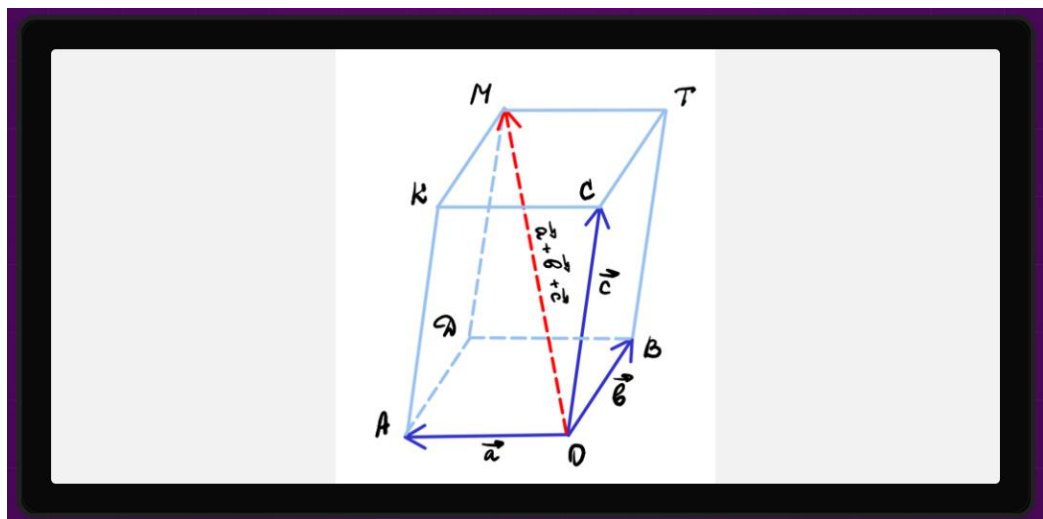


Рис. 12. Зворотній бік флеш-картки «Правило паралелограма»

Наведемо зміст лицевих сторін флеш-карток, відповідні зворотні сторони можна переглянути, перейшовши за посиланням на гру: «Сумою векторів називають вектор...», «Правило трикутника», «Правило паралелограма», «Правило паралелепіпеда», «Властивості додавання векторів», «Різницею векторів називають...», «Протилежні вектори - це ...».

Вікторина «Додавання та віднімання векторів у просторі», розроблена на платформі LearningApps: <https://learningapps.org/watch?v=phqt8100a25>.

Правила гри: здобувачу освіти, якого викликав учитель або висунула команда, необхідно якнайшвидше дати відповідь на питання вікторини. Дану КДІ краще подати на уроці у вигляді естафети або змагання команд, на які можна розподілити здобувачів освіти за допомогою платформи Wheel Of Names, що сигналізують про готовність дати відповідь на платформі BuzzIn.live шляхом натискання кнопки. Для зручності можна сформувати команди на останній платформі. Переможе команда, що набирає найбільшу кількість очок, тобто дає найбільшу кількість правильних відповідей швидше за суперників. Набрані очки можна одразу перевести в оцінки або залишити їх як бонусні бали до перевірочних робіт, що можуть накопичуватися також разом з бонусними балами, набраними в ході інших КДІ, протягом проходження теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі». Вікторина містить 7 запитань, що є повноцінними задачами, з відкритою формою відповіді, яка надається без використання символу вектора для зручності введення з клавіатури:

1. Дано вектори $\vec{a} (-10; 15; -20)$ і $\vec{b} (2; 6; -12)$. Знайдіть координати та довжину вектора $\vec{a} - \vec{b}$. Відповідь: **(-12, 9, -8), 17**.
2. Назвіть якомога швидше та більше векторів після натискання кнопки, **початком і кінцем** кожного з яких є **вершини** паралелепіпеда, **протилежні** вектору: \overrightarrow{AD} . Відповідь: $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{D_1A_1}, \overrightarrow{C_1B_1}$; з клавіатури передбачено введення відповіді у вигляді: **DA, CB, D1A1, C1B1**.

3. Назвіть якомога швидше та більше векторів після натискання кнопки, **початком і кінцем** кожного з яких є **вершини** паралелепіпеда, **протилежні** вектору: $\overrightarrow{B_1D}$. Відповідь: $\overrightarrow{DB_1}$; з клавіатури передбачено введення відповіді у вигляді: **DB1** (див. дод. 11).
4. Назвіть якомога швидше та більше векторів після натискання кнопки, **початком і кінцем** кожного з яких є **вершини** паралелепіпеда, **протилежні** вектору: \overrightarrow{AC} . Відповідь: $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{C_1A_1}$; з клавіатури передбачено введення відповіді у вигляді: **CA, C1A1** (див. дод. 11).
5. Якими є координати вектора, **протилежного вектору** $\vec{a} (15; -3; 0)$?
Відповідь: **(-15, 3, 0)**.
6. Якими є координати вектора, **протилежного вектору** $\vec{b} (-1; 1; 5)$?
Відповідь: **(1, -1, -5)**.
7. Дано паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Знайдіть суму $\overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB_1}$. Відповідь: $\overrightarrow{AC_1}$; з клавіатури передбачено введення відповіді у вигляді: **AC1**.

За темою 4 «Множення вектора на число. Гомотетія» нами було розроблено 2 КДІ: анаграма «Гомотетія», гра з картками «Координати точок при гомотетії».

Анаграма «Гомотетія», розроблена на платформі WordWall:
<https://wordwall.net/uk/resource/93266893>.

Правила гри: здобувачу освіти, якого викликав учитель або висунула команда, необхідно якнайшвидше зібрати математичний вираз, що є розв'язком задачі. Метою даної КДІ є скласти відповідь з наведених структурних компонентів виразу, що змінені місцями (див. рис. 13).

0:01 ✓ 0

Дано паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Діагоналі грані $CC_1 D_1 D$ перетинаються в точці M . Виразіть вектор \overrightarrow{AM} через вектори $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$.

A 1/2 A + + A B 1 D A 1/2

⋮ ⏪ 1 3 2 ⏩ 🔊 🔄

Рис. 13. Анаграма на платформі WordWall

КДІ призначена для вбудовування в урок як його елемент, тому що містить 2 завдання, які є повноцінними задачами. Її можна також поєднати з іншими КДІ з цієї ж теми, щоб утворити повноцінну гру з нарахуванням очок. Нижче наведемо зміст питань та відповідей на них, які подаються без позначки вектора, а індекси вказуються як наступний символ:

1. Дано паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Діагоналі грані $CC_1 D_1 D$ перетинаються в точці M . Виразіть вектор \overrightarrow{AM} через вектори $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$. Відповідь: $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$; у КДІ передбачено введення відповіді у вигляді: $\frac{1}{2} \mathbf{AB} + \mathbf{AD} + \frac{1}{2} \mathbf{AA1}$.
2. Точка M – середина ребра BC тетраедра $DABC$, точка K – середина відрізка DM . Виразіть вектор \overrightarrow{AK} через вектори $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$. Відповідь: $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$; у КДІ передбачено введення відповіді у вигляді: $\frac{1}{4} \mathbf{AB} + \frac{1}{4} \mathbf{AC} + \frac{1}{2} \mathbf{AD}$.

Гра з картками «Координати точок при гомотетії», розроблена на платформі WordWall: <https://wordwall.net/uk/resource/93267908>.

Правила гри: команди по черзі висувають гравця, що перегортає дві картки; виграє команда, що набрала більшу кількість очок, тобто утворила більшу кількість правильних пар. КДІ створена на основі шаблону «Відповідні

пари». На початку здобувачам освіти повідомляється суть гри: «Торкніться пари плиток одночасно, щоб виявити, чи відповідають вони одна одній». У назві КДІ вказаний зміст завдання: Точка В – образ точки А при гомотетії з центром у початку координат, знайдіть x . На плитках (або картках) розміщені координати точок та значення невідомої змінної, що задовольняють умову задачі:

1. $B(-8; 12), A(x; -3) - x = 2$
2. $B(x; 6), A(1; 2) - x = 3$
3. $B(-5; -7), A(x; 14) - x = 10$
4. $B(9; 3), A(3; -x) - x = -1$
5. $B(2; 8), A(1; x) - x = 4$
6. $B(1; x), A(3; 1) - x = 1/3$

За темою 5 «Скалярний добуток векторів» нами було розроблено дві КДІ, а саме: сортування за групами «Тип трикутника», вікторина «Скалярний добуток у просторі».

Сортування за групами «Тип трикутника», розроблене на платформі WordWall: <https://wordwall.net/uk/resource/93270944>.

Правила гри: команди на швидкість встановлюють по порядку тип трикутника, за правильну та швидку відповідь нараховуються бали. Метою гри є визначення за даними у вигляді векторів сторонами трикутника його тип за кутом. На початку КДІ здобувач освіти бачить повідомлення з короткою суттю гри: «Перетягніть кожний з елементів у правильну групу», а далі відкривається доступ до карток з варіантами умови (див. рис. 14):

1. Гострокутний: $A(1, 2, 1), B(4, 2, 4), C(1, 5, 4)$; $A(1, 1, 1), B(4, 5, 2), C(7, 1, 3)$
2. Прямокутний: $A(0, 0, 0), B(3, 0, 0), C(0, 4, 0)$; $A(0, 0, 0), B(4, 0, 0), C(4, 3, 0)$

3. Тупокутний: $A(0, 0, 0)$, $B(2, 3, 1)$, $C(5, 3, 4)$; $A(0, 0, 0)$, $B(3, 1, 0)$, $C(1, 6, 0)$.

З метою більшої зацікавленості гравців можна провести дану гру у вигляді змагання команд на швидкість. Наприклад, яка команда раніше завершить систематизацію карток за групами правильно. Для проведення змагань можна використовувати додаткові платформи: Wheel Of Names (для розподілення гравців по командах), BuzzIn.live (для фіксації швидкості команд), Polypad (для виведення «турнірної таблиці»), Classroomscreen (для анімованого відображення відведеного на КДІ часу).

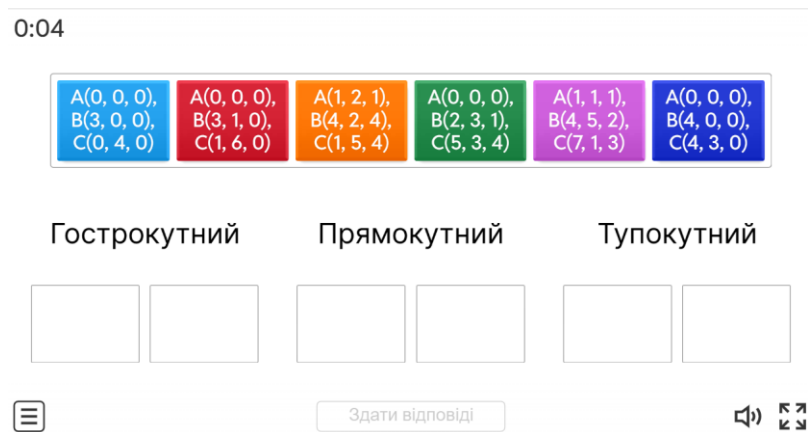


Рис. 14. Сортування за групами на платформі WordWall

Вікторина «Скалярний добуток у просторі», розроблена на платформі LearningApps: <https://learningapps.org/watch?v=py8irbpmt25>.

Правила гри: команди на швидкість дають відповіді на питання вікторини. Дана комп'ютерна дидактична гра полягає у розв'язуванні задач з декількома питаннями, відповідь на які подається у відкритій формі. Авторські задачі мають формулювання умови в стилі STEM-завдань, тому вдало підійдуть для проведення у форматі мінідосліджень у командах, що займуть частину уроку. Для наочності та яскравості гри можна скористатися платформою Classroomscreen, де розмістити додаткові зображення, таймер, рахунок (особливо якщо дана КДІ

поєднується з попередньою як наступний рівень), тощо. Нижче наведемо умови завдань та короткі відповіді:

- Сонячна панель на супутнику розташована вздовж вектора $\vec{n} = (2; -1; 2)$. Пряме сонячне світло падає під вектором $\vec{s} = (1; 1; 2)$. Знайдіть кут між світлом і нормаллю до панелі. Чи потужність поглинання більша за 70%?

Підказка: Потужність пропорційна $\cos\theta$.

Відповідь: $\theta = \arccos(0.68)$. Ефективність (потужність) поглинання $< 70\%$

- Автомобіль рухається маршрутом $A \rightarrow B$ за вектором $\vec{v}_1 = (2; 3; 1)$, а потім повертає на маршрут $B \rightarrow C$, вздовж вектора $\vec{v}_2 = (-1; 4; 3)$. Знайдіть кут повороту між маршрутами. Чи можна вважати поворот «різким» (кут $> 90^\circ$)?

Відповідь: $\theta = \arccos(0.681) < 90^\circ$, отже поворот не є різким.

За темою 6 «Геометричне місце точок простору. Рівняння сфери. Рівняння площини» нами було розроблено 2 КДІ: вікторина «Образ сфери», вікторина «Рівняння площини».

Вікторина «Образ сфери», розроблена на платформі GeoGebra: <https://www.geogebra.org/m/c9skqdaj>.

Правила гри: здобувачі освіти на швидкість дають відповіді на питання вікторини, за що нараховуються бали. Гравці можуть виконувати додаткові побудови у наданій системі координат за необхідності. Вікторина складається з двох основних завдань:

- Побудова образу сфери, заданої рівнянням, при симетрії відносно точки $K(-4; 3; 1)$.
- Знаходження площі перерізу, за яким перетинаються дві сфери.

Відповіді, що надаються здобувачами освіти, автоматично перевіряються платформою. Для наочності та більшої зацікавленості гравців результати,

оброблені GeoGebra, можна виводити у вигляді турнірної таблиці на допоміжних платформах, зокрема Classroomscreen.

Вікторина «Рівняння площини», розроблена на платформі LearningApps: <https://learningapps.org/watch?v=pm0wzqtrt25>.

Правила гри: здобувачі освіти дають відповіді на питання вікторини, за що нараховуються бали. Перемагає гравець, що набрав найбільшу кількість очок. Дана КДІ створена на основі шаблону «Перегони», який відрізняється наявною анімацією, що імітує перегони на іподромі. Здобувачі освіти можуть проходити гру самостійно в якості домашнього завдання, змагаючись з комп'ютером, або в режимі змагань на занятті, де кожен обирає собі аватара та намагається обіграти суперників (див. рис. 15). Коли здобувач освіти надає правильну відповідь, йому нараховуються бали, а кінь, що закріплений за гравцем, рухається вперед. Першіть визначається положенням коней на уявному іподромі. Вікторина являє собою невеликий елемент уроку та складається з трьох тестових завдань з чотирма варіантами відповіді кожне:

- Знайдіть рівняння образу площини $x - 2y + z = 1$ при симетрії відносно початку координат.
- Знайдіть рівняння образу площини $x - 2y + z = -1$ при паралельному перенесенні на вектор $\vec{a} = (-5; 2; 1)$.
- Знайдіть відстань від точки $B(6; -2; -1)$ до площини $x - 2y + z = -9$.

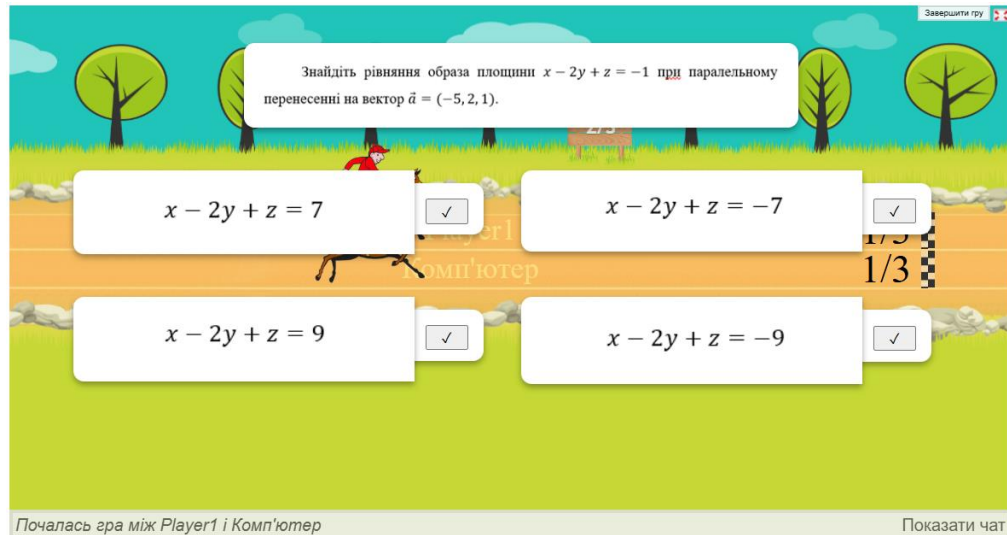


Рис. 15. Скачки на платформі LearningApps

За темою 7 «Перетворення у просторі. Симетрія відносно точки, симетрія відносно площини» нами було розроблено 2 КДІ: вікторина «Симетрія в просторі», вікторина «Місце зустрічі».

Вікторина «Симетрія в просторі», розроблена на платформі GeoGebra: <https://www.geogebra.org/m/fyv8dunf>.

Правила гри: здобувачі освіти дають відповіді на питання вікторини якнайшвидше, за що нараховуються бали. Перейшовши за посиланням гравець бачить аплет, тобто прямокутну систему координат у просторі з деякими необхідними за умовою геометричними побудовами, та завдання, що вимагає знайти координати такої точки, що симетрична точці $M(-2; 5; 3)$ відносно: вісі Ox , початку координат, точки $A(-5; -4; 4)$, прямої a , площини α , а потім побудувати отримані точки. За кожне розв'язане завдання можна отримати бал з залежності від швидкості та правильності його виконання.

Вікторина «Місце зустрічі», розроблена на платформі GeoGebra: <https://www.geogebra.org/m/crzqhbmr>.

Правила гри: здобувачі освіти дають відповіді на питання вікторини якнайшвидше, за що нараховуються бали. Дана вікторина базується на

розв'язуванні трьох авторських сюжетних задач, що мають формулювання умови в стилі STEM-завдань та різні рівні складності, що послідовно підвищуються:

- Дівчина з хлопцем – Марина та Назар – вирішили після школи зустрітися, щоб погуляти. Марина живе в точці $A(6; -2; 3)$, а Назар – у точці $B(0; 4; -1)$. Знайдіть координати місця зустрічі, якщо пара хоче домовитися так, щоб їхні домівки розташовувались симетрично відносно нього.
- Уявимо, що в просторі є «заборонена зона» – сфера з центром у точці $(1; 1; 1)$ і радіусом 3, і місце зустрічі не повинно потрапляти всередину цієї зони. Перевірте, чи це так.
- До пари приєднується подруга Софія, місце проживання якої відповідає точці $C(-2; 3; 5)$. Знайдіть таке місце зустрічі, щоб воно було рівновіддалене від усіх трьох.

Для проходження гри здобувачів освіти можна також розділити на команди, де вони самі розподілятимуть завдання між собою, або організувати естафету, де вчитель визначає обсяг роботи, що має виконати учасник, наприклад, знайти координати точки, побудувати її, визначити, що означає умова про «заборонену зону», перевірити її, тощо.

За темою 8 «Перетворення у просторі. Паралельне перенесення» нами була розроблена 1 КДІ: вікторина «Паралельне перенесення».

Вікторина «Паралельне перенесення», розроблена на платформі GeoGebra: <https://www.geogebra.org/m/ndb32byn>. Дана вікторина вимагає розв'язати авторську сюжетну задачу, що має формулювання умови в стилі STEM-завдань та містить декілька завдань:

Призма $ABCD A'B'C'D'$ розташована в космічному просторі. Однак лише чотири вершини залишилися відомими після магнітного зсуву: $A(4;0;0)$, $B(0;0;0)$, $C(0;5;0)$, $D(4;5;0)$, $B'(-1.5;-1;3)$. Ваша команда – інженери-науковці, які

мають відновити геометрію об'єкта та перевірити його стабільність, перш ніж знову вивести у простір! Знайдіть:

1. Координати інших вершин призми
2. Довжини відрізків АВ, АС, АС'

За посиланням відкривається розробка, що містить аплет із зображеними в просторі точками та питання. Здобувач освіти має змогу виконувати всі необхідні побудови на аплеті. КДІ підходить для вбудовування в тематичний урок-подорож, що вдало можна реалізувати на платформі Classroomscreen, або у веб-квест на платформі Всеосвіта.

За темою 9 «Перетворення у просторі» нами була розроблена 1 КДІ: вікторина «Кодове слово».

Вікторина «Кодове слово», розроблена на платформі GeoGebra, складається з трьох частин: <https://www.geogebra.org/m/erypk7ry>, <https://www.geogebra.org/m/fdvgyv2d>, <https://www.geogebra.org/m/qveayj5b>.

Правила гри можуть різнитися в залежності від того, де саме вчитель хоче використати вікторину:

3. Здобувачі освіти дають відповіді на питання вікторини якнайшвидше, у залежності від місця в загальному рейтингу гравцю нараховуються бали.
4. Здобувачі освіти розділяються на команди випадковим чином за допомогою платформи Wheel Of Names, на тій же платформі можна визначити номер завдання вікторини, за розв'язок якого відповідатиме команда, далі гравці розв'язують вправи; зібравши кодове слово вони отримують бонуси.

Усі три частини КДІ побудовані аналогічним чином: за посиланням відкривається розробка на платформі, що містить аплет, тобто прямокутну систему координат у просторі з деякими необхідними за умовою геометричними побудовами, та завдання, що вимагає виконати наведені перетворення, щоб

отримати зображення. У завданнях використано найбільш уживані геометричні перетворення: симетрія відносно точки, паралельне перенесення на вектор, симетрія відносно прямої, поворот навколо прямої, гомотетія. Після виконаних перетворень точок та відрізків гравець отримує останнє завдання: «Застосуйте інструмент "вигляд з", обравши точку з координатами ...», завдяки чому стає видно літеру, яку містить кодове слово «бал» (див. рис. 16). Три завдання вікторини можна об'єднати в одне для індивідуальної роботи здобувача освіти або залишити окремо, щоб надавати доступ командам. Виконавши перетворення правильно, треба з отриманих літер скласти слово, що означатиме завершення гри.

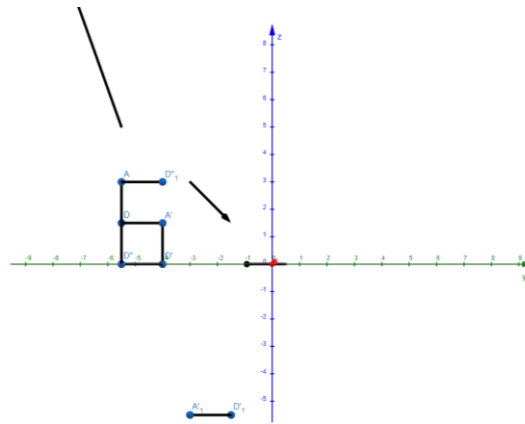


Рис. 16. Перша літера коду на платформі GeoGebra

За темою 10 «Поняття про координатний і векторний методи розв'язування задач» нами було розроблено 1 КДІ: веб-квест «Розрахунок тяжіння на мості», веб-квест «Планування маршруту польоту дрона».

Веб-квест «Розрахунок тяжіння на мосту», розроблений на платформі Всеосвіта (див. додаток 8).

Правила веб-квесту: гравцю необхідно вибратися з класної кімнати, розв'язавши всі завдання. На початку проходження квесту здобувач освіти ознайомлюється з правилами гри, представленими в окремому вікні. За кожну правильно виконану вправу буде надано підказку на наступний об'єкт, під яким

приховане завдання. На виконання шести завдань відводиться 20 хвилин. Усі вправи відносяться до одного сюжету: «Розглянемо ситуацію, де на мості визначено точки підпору, $P(2; 1; -3)$ та $Q(5; 4; 1)$, а також точку прикріплення тросу, $R(-1; 0; 2)$, яку планують використовувати для підняття матеріалів. Міст має точки підпору у точках P і Q , а також точку R для прикріплення тросу. Довжина тросу достатня для того, щоб підняти матеріали з обох кінців моста» [28]. Здобувач освіти має визначати координати векторів, їхню колінеарність, модулі, кут між ними та знаходити вектор різниці. Т. я. сюжет задачі прив'язаний до дослідження сил, що діють на міст, в якості підказок наводяться цікаві описи та фотографії всесвітньо відомих мостів. Щоб здогадатися, де на карті розташоване наступне завдання, необхідно відгадати країну, в якій знаходиться даний міст, та натиснути на відповідний за положенням або смыслом об'єкт. Після цього відображається наступне завдання. Це продовжується до моменту досягнення шостої вправи, відповідь на яку є «ключем». Після чого здобувач освіти бачить підсумовуюче повідомлення про «завершення місії». За бажанням учитель може нараховувати гравцям бали відповідно до швидкості, з якою вони пройдуть квест, подаючи гру у вигляді змагання.

Веб-квест «Планування маршруту польоту дрона», розроблений на платформі Всеосвіта (див. додаток 9).

Правила веб-квесту: гравцю необхідно вибратися з класної кімнати, розв'язавши всі завдання. Перед проходженням квесту гравець бачить вітальне повідомлення, в якому оголошено правила гри. Правильно виконуючи завдання квесту, здобувач освіти переходить за отриманими підказками на наступний об'єкт, під яким прихована вправа. На виконання п'яти завдань відводиться 20 хвилин. Усі вправи побудовані згідно з одним сюжетом: «Дрон стартує з точки $A(-3; 2; 1)$ і повинен долетіти до точки $B(5; -1; 4)$ для зйомки аерофотознімків місцевості. Під час польоту дрон виконує різні маневри» [28]. Під маневрами

мається на увазі рух за коротшим маршрутом, облітання об'єктів, змінення швидкості, тощо. Здобувач освіти має визначати координати кінця відрізка, відстань між точками, координати вектора, отриманого множенням на скаляр, колінеарність векторів та їхній скалярний добуток. Т. я. сюжет задачі прив'язаний до руху дрона, в якості підказок наводяться цікаві факти про обласні центри України, а також їхні фотографії. Щоб здогадатися, де на карті розташоване наступне завдання, необхідно місто, про яке йдеться в описі та натиснути на відповідну мітку на карті країни. Після цього відображається наступне завдання. Це продовжується до моменту досягнення п'ятої вправи, відповідь на яку є «ключем». Після чого здобувач освіти бачить підсумовуюче повідомлення про «завершення місії». За бажанням учитель може нараховувати гравцям бали відповідно до швидкості, з якою вони пройдуть квест, подаючи гру у вигляді змагання.

Також нами було розроблено узагальнюючу самостійну роботу у вигляді вікторини, огляд якої наведено нижче.

Самостійна робота з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі», розроблена на платформі WordWall: <https://wordwall.net/uk/resource/93367534>.

Правила вікторини: гравець протягом відведеного на вікторину часу виконує завдання, за що йому нараховуються бали, які потім виводяться у турнірній таблиці. Для проведення гри можна обрати 1 візуальний стиль з 31 наявного (див. рис. 17).

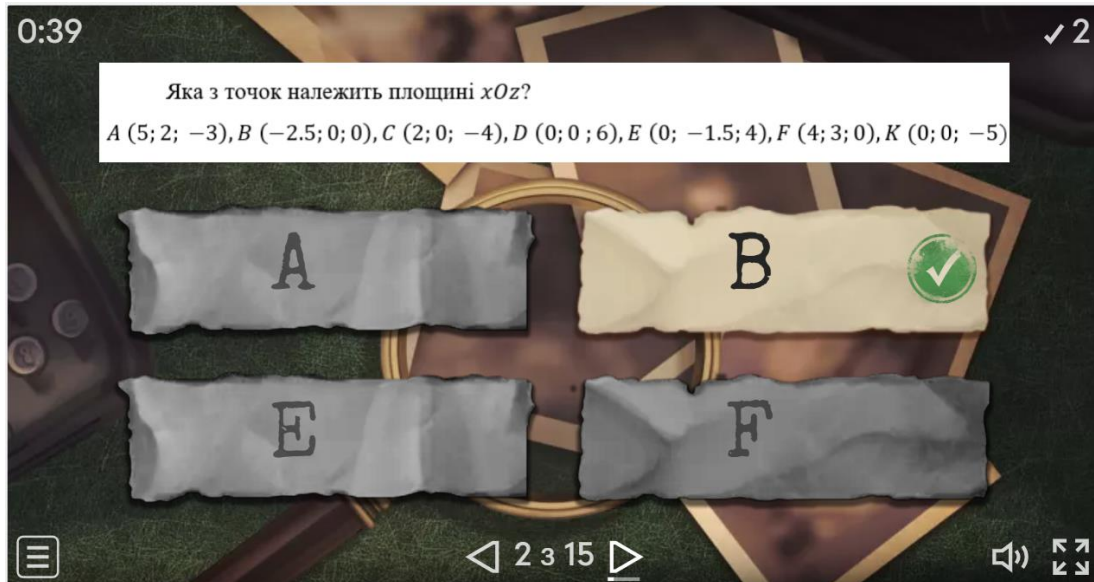


Рис. 17. Самостійна робота на платформі WordWall

Усі завдання подані в тестовій формі з одним правильним варіантом відповіді. Наведемо загальний зміст завдань:

- Визначення, які з точок

$$A(5; 2; -3), B(-2.5; 0; 0), C(2; 0; -4), D(0; 0; 6),$$

$$E(0; -1.5; 4), F(4; 3; 0), K(0; 0; -5)$$

належать площині xOy , площині xOz , площині yOz , осі Ox , осі Oy , осі Oz

- Знайдіть відстань від т. $A(5; 2; -3)$ до площини xOy , т. $B(-2.5; 0; 0)$ до площини xOz , т. $C(2; 0; -4)$ до площини yOz .
- Знайдіть відстань від т. $D(0; 0; 6)$ до осі Ox , т. $E(0; -1.5; 4)$ до осі Oy , т. $F(4; 3; 0)$ до осі Oz .
- Визначте координати точок, що симетричні т. $A(5; 2; -3)$ відносно площини xOy , площини xOz , площини yOz .
- Визначте координати точок, що симетричні т. $E(0; -1.5; 4)$ відносно осі Ox , осі Oy , осі Oz .
- Дано точки $A(2; 3; 1)$, $B(3; 4; 2)$, визначте координати вектора \overrightarrow{AB} .
- При якому значенні вектори $\vec{a}(3; 1; 5)$, $\vec{b}(-6; -2; n)$ колінеарні?

- Дано вектори $\vec{a}(4; -3; 0)$, $\vec{b}(-6; 0; 8)$. Знайдіть $|\vec{a} + \vec{b}|$.
- Чому дорівнює скалярний добуток векторів $\vec{a}(-1; 2; -4)$, $\vec{b}(-5; 0; 1)$?
- θ – кут між векторами \vec{a} та \vec{b} .

Знайти скалярний добуток векторів, якщо $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 3$, $\theta = 150^\circ$.

Т. я. це самостійна робота, елемент командної гри впровадити неможливо, але за бажанням здобувачів освіти вчитель може продемонструвати автоматично оформлений платформою рейтинг, який з'явиться, якщо призначити завдання.

Також нами було розроблено підсумкову контрольну роботу у вигляді вікторини, огляд якої наведено нижче.

Контрольна робота з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі», розроблена на платформі Quizizz: <https://quizizz.com/admin/quiz/68433502a03f66333c1925b9>.

Правила вікторини: гравець протягом відведеного на вікторину часу виконує завдання, за що йому нараховуються бали, які потім виводяться у турнірній таблиці.

КДІ розпочинає вчитель, обравши режим гри та поділившись посиланням зі здобувачами освіти. Перейшовши за посиланням, гравець вводить ім'я, обирає аватара, а також може додатково змінити налаштування, наприклад, мову інтерфейсу платформи, самі завдання створені українською. Коли всі здобувачі під'єднуються, учитель запускає гру. Надалі усі зображення наводяться з режиму «Mystery Peak». Після кожної відповіді на питання вікторини гравець бачить правильну відповідь або повідомлення про те, що вчителю надіслано відповідь, в залежності від виду питання. У свою чергу вчитель бачить прогрес гравців як продемонстровано на рисунку 18.

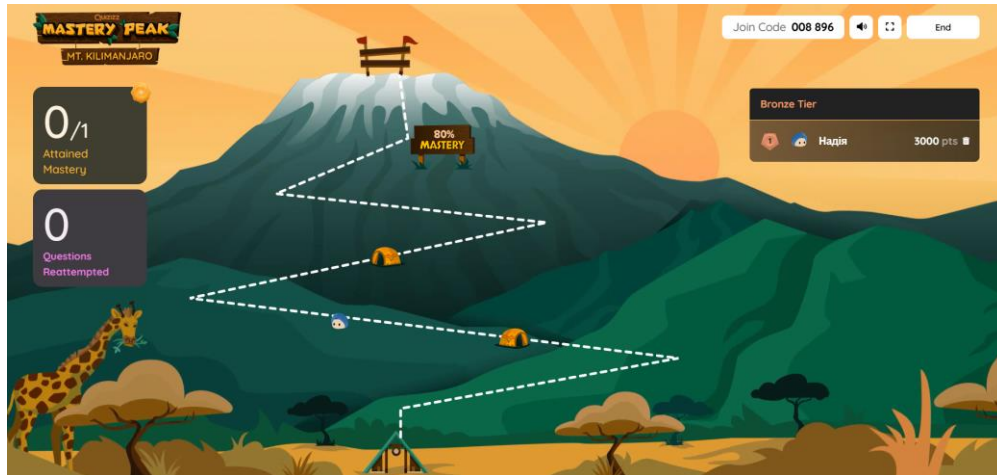


Рис. 18. Контрольна робота на платформі Quizizz

Контрольна робота містить 10 питань, з яких 6 подано у тестовій формі з одним правильним варіантом відповіді, а 4 з відкритою формою відповіді:

- Точка M розміщена на від'ємній піввісі Oy на відстані 3 одиничних відрізки від початку координат. Укажіть координати точки M .
- Точки $A(1; 3; -1), B(2; 1; 2), C(1; -2; 1)$ є вершинами паралелограма $ABCD$. Знайдіть координати вершини D , використовуючи вектори.
- $ABCDEF$ – правильний 6-кутник (див. додаток 10). Яка з рівностей векторів правильна?
- Дано вектори $\vec{a}(3; -2; -1), \vec{b}(1; 1; 2), \vec{c}(-3; 2; 4)$. Знайдіть координати вектора $\vec{n} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$
- Знайдіть радіус сфери $x^2 + y^2 - 2y + z^2 + 6z - 6 = 0$.
- При паралельному перенесенні точка $A(2; 3; -1)$ переходить у точку $A'(5; 1; 0)$. У яку точку перейде при цьому ж паралельному перенесенні точка $B(-2; 1; 3)$?
- При якому значенні p вектори $\vec{a}(1; -2; 4p), \vec{b}(2; 2p + 1; -p)$ взаємно перпендикулярні?

- Точки $A(a, b, c), A'$ симетричні відносно площини xOy . Яка відстань між цими точками?
- Точка A_1 симетрична точці $A(-2; 3; -1)$ відносно початку координат, а точка A_2 симетрична A_1 відносно площини xOz . Знайдіть координати середини відрізка AA_2 .
- З'ясуйте, де розташована в прямокутній системі координат вершина C паралелограма $ABCD$ та обчисліть довжину діагоналі AC , якщо $A(2; -5; 2), B(-3; 9; 2), D(0; -10; 0)$.

Детальніше з питаннями та відповідями можна ознайомитися за наведеним вище посиланням. Протягом КДІ здобувач освіти також має змогу використовувати певні зароблені бонуси, наприклад, видалення половини неправильних варіантів відповіді у тестовому питанні. Подібні бонуси можна заробити у вбудованих додаткових іграх (див. додаток 10). Після досягнення «вершини гори», тобто завершення КДІ, здобувач освіти отримує детальну звітність щодо своєї гри, зокрема кількість набраних очок, місце у рейтингу та витяг відповідей на питання. Учитель також бачить рейтинг та може переглянути більш детально статистику класу та відповіді на питання з відкритою формою.

Отже, можна побачити, що КДІ надають чимало можливостей як для внесення цікавих та мотивуючих елементів до уроку математики, так і для створення та проведення повноцінних перевірочних робіт у більш комфортній для здобувачів освіти атмосфері. Зокрема, це є можливим завдяки платформам сучасним освітнім платформам таким, як GeoGebra, LearningApps, WordWall, Vseosvita та інші. КДІ дозволяють адаптувати навчальний процес до індивідуальних потреб здобувачів освіти, формувати гнучке навчальне середовище, а також поєднувати теорію з практикою через візуалізацію, гейміфікацію та інтерактивне занурення у предметний зміст.

3. Висновки

Отже, у ході дослідження встановлено, що застосування комп'ютерних дидактичних ігор на уроках математики значно підвищує ефективність засвоєння матеріалу, адже ігрові елементи стимулюють мотивацію й інтерес здобувачів освіти, знижують рівень стресу та страху перед складними завданнями і забезпечують інтерактивну взаємодію учасників освітнього процесу. Такий ігровий підхід полегшує роботу вчителя з обробкою результатів та аналізом рівня знань, а також сприяє формуванню в здобувачів освіти ключових цифрових компетентностей. Крім того, з урахуванням методологічних засад «Нової української школи» це дослідження доводить, що КДІ не лише відповідають принципам компетентнісного підходу, а й безпосередньо сприяють формуванню математичної компетентності. Результати можуть бути використані для подальшої розробки та впровадження ефективних КДІ у загальноосвітніх закладах.

Таким чином, проведене дослідження підтвердило важливість та доцільність використання комп'ютерних дидактичних ігор з математики, розроблених за допомогою електронних освітніх сервісів. Це дозволяє забезпечити більш ефективний, цікавий та персоналізований навчальний процес, що відповідає вимогам сучасної освіти, зокрема ідеям реформи НУШ. Так, у ході науко-дослідницької роботи нами було виконано наступні поставлені завдання дослідження:

1. Розкрито суть та класифікації комп'ютерних дидактичних ігор в освітньому процесі закладів загальної середньої освіти, а саме сформульовано визначення поняття «комп'ютерна дидактична гра», надано широку класифікацію КДІ за різними критеріями.

2. Досліджено та обґрунтовано навчальні можливості комп'ютерних дидактичних ігор на уроках математики з використанням електронних освітніх

сервісів (Всеосвіта, LearningApps, WordWall, GeoGebra, Quizizz, Mathigon, Polypad, Classroomscreen, Wheel Of Names, Rebus1) для розвитку математичної компетентності здобувачів загальної середньої освіти в умовах реформи НУШ.

3. Розроблено власні комп'ютерні дидактичні ігри з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» для здобувачів загальної середньої освіти із залученням різних електронних освітніх платформ.

4. Список використаних джерел

1. Computer Hope. (2024). *Browser-based game*. URL: <https://www.computerhope.com/jargon/b/browserbased-game.htm> (дата звернення: 09.06.2025).
2. Dondio P., Gusev V., Rocha M. Do Games Reduce Math Anxiety? A meta-analysis. *Computers & Education*. Vol. 194, p. 104650. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2022.104650>.
3. Flynn R. M., Kleinknecht E., Rickerc A. A., Blumberg F. C. A narrative review of methods used to examine digital gaming impacts on learning and cognition during middle childhood. *International Journal of Child-Computer Interaction*. Vol. 30, p. 100325. <https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2021.100325>.
4. Schrader Claudia. Serious Games and Game-Based Learning. *Handbook of Open, Distance and Digital Education*. 2023, p. 1255-1268. https://doi.org/10.1007/978-981-19-2080-6_74.
5. Theofylaktos Anastasiadis, Lampropoulos Georgios, Siakas Kerstin. Digital Game-Based Learning and Serious Games in Education. *International Journal of Advances in Scientific Research and Engineering (IJASRE)*, vol. 4, № 12, 2018, p. 139-144. <https://doi.org/10.31695/IJASRE.2018.33016>.
6. Базенюк А. В. Електронні засоби навчального призначення: значення, особливості та класифікація. *Українські студії в європейському контексті*: зб. наук. пр. 2020. № 2. С. 148-152. URL: <http://eprints.mdpu.org.ua/id/eprint/10925/> (дата звернення: 09.06.2025).
7. Беседін Б., Соколова О. Дидактичні ігри як засіб ефективного засвоєння знань та вмінь учнів на уроках математики 7-9 класів. *Збірник наукових праць фізико-математичного факультету Дрогобицького державного педагогічного університету*. 2022. № 12. С. 82-88.
8. Воєвода А., Притуляк М. Формування готовності майбутніх учителів математики до застосування цифрових дидактичних ігор. *Дидактика математики: теорія, досвід, інновації*. 2024. № 1. С. 98-106. <https://doi.org/10.31652/3041-2277-2024-1-98-106>.
9. Волинець Ю. О. Дидактичні ігри математичного змісту як засіб формування пізнавальної активності дітей старшого дошкільного віку. *Тенденції та перспективи розвитку науки і освіти в умовах глобалізації* : матеріали Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції : зб. наук. праць. Переяслав-Хмельницький, 2019. Вип. 51. 388 с.
10. Геометрія (профільний рівень) : підручник / Мерзляк А. Г. та ін. Харків : Гімназія, 2018. 242 с.
11. Глазова В., Бородаченко М. Методика застосування дидактичних ігор під час уроків математики засобами ІКТ. *Збірник наукових праць фізико-*

- математичного факультету Дрогобицького державного педагогічного університету. 2023. № 13. С. 62-67.
12. Державний стандарт базової середньої освіти, затверджений постановою Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р., № 898. URL: <https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-deyaki-pitannya-derzhavnih-standativ-povnoyi-zagalnoyi-serednoyi-osviti-i300920-898> (дата звернення: 09.06.2025).
 13. Державний стандарт профільної середньої освіти, затверджений постановою Кабінету Міністрів України від 25 липня 2024 р. № 851. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/851-2024-%D0%BF#Text> (дата звернення: 09.06.2025).
 14. Закидальська І. М. Інтерактивні методи навчання математики в базовій середній школі із застосуванням комп'ютерних технологій : робота на здобуття кваліфікаційного ступеня магістра : спец. 014 Середня освіта (Математика) / наук. кер. О. Л. Швай ; Волинський національний університет імені Лесі Українки. Луцьк. 2024. 74 с. URL: https://evnuir.vnu.edu.ua/bitstream/123456789/26490/1/Zakydalska_2024.pdf.
 15. Карапузова І. В., Бурсова С. С. Інформатизація освітнього середовища закладу дошкільної освіти. *Proceedings of the XIII International Scientific and Practical Conference Social and Economic Aspects of Education in Modern Society*. Vol. 2, May 25, 2019, Warsaw, Poland. P. 10-14. URL: <http://dspace.pnpu.edu.ua/handle/123456789/21236> (дата звернення: 09.06.2025).
 16. Клочко О. В., Смірнова А. В. Комп'ютерні дидактичні ігри як інновація цифрової освіти. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методи навчання: досвід, тенденції, перспективи* : матеріали III Міжнар. наук.-практ. інтернет-конф. (м. Тернопіль, 5 квіт. 2019 р.). Тернопіль. 2019. С. 125-128.
 17. Контрольна робота на тему «Координати у просторі (геометрія, 10 клас)». URL: <https://vseosvita.ua/library/kontrolna-robota-na-temu-koordinati-u-prostori-geometria-10-klas-455658.html> (дата звернення: 09.06.2025).
 18. Косенко Ю. М., Боряк О. В., Король О. М. Застосування комп'ютерних дидактичних ігор у навчанні історії школярів з порушеннями інтелектуального розвитку в умовах інклюзивного класу. *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2020. Том 77, №3. С. 76-86. [doi:10.33407/itlt.v77i3.2837](https://doi.org/10.33407/itlt.v77i3.2837).
 19. Куткович О. М. Використання інформаційних технологій в освітній, науковій та професійній діяльності. *Українські студії в європейському контексті*. 2023. №7. С. 279-285.
 20. Математика. Комплексна підготовка до ЗНО та ДПА / Капіносов А. М. та ін. Тернопіль : Підручники і посібники, 2017. 560 с.
 21. Мілясевич О. І. Використання комп'ютерних технологій на уроках математики в початковій школі як засобу формування математичної компетентності молодших школярів : кваліфікаційна робота на здобуття

- ступеня вищої освіти «магістр» / О. І. Мілясевич ; МОН України, ПВНЗ «МЕГУ ім. акад. С. Дем'янчука», Педагогічний факультет, Кафедра теорії та методики початкової освіти. Рівне, 2022. 99 с. URL: <http://dspace.megu.edu.ua:8080/jspui/handle/123456789/3705> (дата звернення: 09.06.2025).
22. Міністерство освіти і науки України. Навчальні програми для 10-11 класів. URL: <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv> (дата звернення: 09.06.2025).
23. Опаренко А. С. Дидактичні ігри в педагогіці. *Наукові пошуки* : зб. наук. пр. молодих учених. 2015. Вип. 12. С. 115-119.
24. Останіна Ю. В., Кордонська І. В. Застосування ігрових та імітаційних технологій при вивченні математики. *Актуальні проблеми та стратегії розвитку підприємництва, торгівлі і маркетингу в умовах сучасного ринку* : матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції. Тернопіль, 2021. С. 47-49.
25. Пацюкевич І. В., Полюхович Н. В. Підходи до застосування квест-технологій як засобу формування технологічної компетентності школярів. *Українські студії в європейському контексті*. 2022. № 5. С. 205-209.
26. Половинчак Ю. І. Ігрові технології у світоглядних інтервенціях сучасних комунікацій. *Наукові праці Національної бібліотеки України імені В. І. Вернадського*. 2017. Вип. 48. С. 694-703. <https://doi.org/ISSN2224-9516>.
27. Поплавська А., Юнчик В. Роль дидактичних ігор в процесі навчання шкільного курсу інформатики. *Математика. Інформаційні технології. Освіта* : зб. ст. 2023. № 10. С. 138-146.
28. Попруга Т. О., Войналович Н. М. Розв'язування прикладних задач з теми «Координати та вектори у просторі». *Наукові записки молодих учених*. 2023. № 12. URL: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/2085/pdf> (дата звернення: 09.06.2025).
29. Притуляк В. Формування цифрової компетентності засобами комп'ютерних ігор у дітей старшого дошкільного віку. *Актуальні проблеми формування творчої особистості педагога в контексті наступності дошкільної та початкової освіти* : зб. матеріалів VI Міжнар. наук.-практ. Інтернет-конференції (6-7 липня 2022 р.). Вінниця: ВДПУ ім. Михайла Коцюбинського. 2022. С. 136-140.
30. Романюк О. Н., Романюк О. В., Величко Н. П. Особливості гейміфікація навчання. *Advanced Top Technology*. 2024. №2. С. 15-18. URL: <https://www.newroute.org.ua/wp-content/uploads/2024/09/att-2.pdf>
31. Савченко О. Я. Дидактика початкової освіти : підручн. Київ : Грамота, 2012. 504 с.
32. Сердюк З. О., Марштупа К. А. Використання інформаційних технологій в освітній, науковій та професійній діяльності вчителя математики: нові

- горизонти. *Українські студії в європейському контексті*: зб. наук. пр. 2024. № 9. С. 242-247.
33. Сірант Н. Комп'ютерні ігри як засіб навчання на уроках математики. *Modern tools and methods of scientific investigations* : II International Scientific and Theoretical Conference (December 8, 2023; Antwerp, Belgium). 2023. С. 248-252.
 34. Соболева С. М. Дидактична комп'ютерна гра у професійній підготовці курсантів. *Information technologies and management in higher education and sciences* : International scientific conference. 2022. Part 3. С. 140-143. <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-277-7-218>.
 35. Тест з геометрії для 10 класу на тему «Вектори у просторі». URL: <https://vseosvita.ua/library/test-z-geometrii-dla-10-klasu-na-temu-vektori-v-prostori-131834.html> (дата звернення: 09.06.2025).
 36. Толмачова І. М., Олійник К. О. Змістова характеристика дидактичної гри як методу навчання. *Молодий вчений*. 2016. № 2. С. 344-347.
 37. Чайка В. М. Основи дидактики : навч. посіб. Київ : Академвидав, 2011. 240 с.
 38. Чайковська А. В. Зміст поняття «ігрові педагогічні технології». *Молода наука Волині: пріоритети та перспективи досліджень* : матеріали XIV Міжнар. наук.-практ. конференції аспірантів і студентів. Луцьк: Вежа-Друк. 2020. С. 80-83.
 39. Чернова Г. В., Бахтіна Н. Д. Переваги застосування комп'ютерних дидактичних ігор при навчанні математики здобувачів загальної середньої освіти. *Актуальні питання у сучасній науці*. 2025. № 5(35). С. 1468-1480. [https://doi.org/10.52058/2786-6300-2025-5\(35\)-1468-1480](https://doi.org/10.52058/2786-6300-2025-5(35)-1468-1480)
 40. Чурок С., Шамоля В. Використання комп'ютерних ігор в навчанні інформатики учнів основної школи. *Освіта. Інноватика. Практика*. 2022. Том 10. №1. С. 60-70. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol10i1-007>.
 41. Швейгер Н. Р. Комп'ютерні дидактичні ігри як засіб розвитку особистості школярів. *Перспективи розвитку сучасної науки та освіти* : матеріали ІХ Міжнар. наук.-практ. конф. (м. Львів, 14-15 лип. 2023 р.). Львів. 2023. С. 34-35.
 42. Швейгер Н., Ройко Л., Ройко О. Використання комп'ютерно-ігрових технологій як засобу формування позитивної мотивації до навчання. *Математика. Інформаційні технології. Освіта*. 2023. №10. С. 173-180.
 43. Шевченко В. В., Нежива Л. Л. Підготовка вчителя до застосування цифрових ресурсів на уроках навчання грамоти засобами соціальної мережі TikTok. *Актуальні питання у сучасній науці*. 2024. № 12(30). С. 1090-1101. [https://doi.org/10.52058/2786-6300-2024-12\(30\)-1090-1101](https://doi.org/10.52058/2786-6300-2024-12(30)-1090-1101)
 44. Шейко Н. В. Цифрові технології – дієві помічники вчителя у підготовці до уроків математики у початковій школі. *Плакаємо особистість* : науково-методичний альманах. 2021. Вип. 4. С. 101-114.

- 45.Щавленко С. С. Комп'ютерна ігро-технологія формування операційної готовності старших дошкільників до використання комп'ютерних засобів у самостійній математичній діяльності. *Дошкільна педагогіка: від традицій до інновацій*: зб. наук. пр. за матеріалами Міжнар. наук.-практ. конференції (28 листопада 2023 р., м. Дніпро). Дніпро: Центр прогресивної освіти «Генезум». 2023. С. 125-130.
- 46.Щербань П. М. Становлення ігрових технологій як інноваційної форми навчання. *Педагогічні науки*. 2014. Вип. 60. С. 102-108.
- 47.Бахтіна Н. Д. До питання застосування комп'ютерних дидактичних ігор на уроках математики в закладах загальної середньої освіти. *Актуальні проблеми фундаментальних та суспільно-гуманітарних наук* : матеріали I Всеукр. наук.-практ. інтернет-конф. молодих учених та здобувачів освіти. (м. Харків, 20 лют. 2025). Харків. 2025. С. 163-166.
- 48.Бахтіна Н. Д., Чернова Г. В. Можливості застосування комп'ютерних дидактичних ігор на уроках математики. *Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях* : матеріали XIX Міжнар. наук.-практ. конф. студентів та молодих вчених. (м. Харків, 6-7 трав. 2025). Харків. 2025. С. 155-158.

5. Додатки

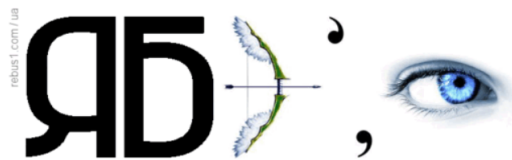
Додаток 1

Ілюстрації завдань веб-квесту «Декартові координати точки в просторі» на платформі Всеосвіта

Привітання на початку гри (показується учням)

Метою квесту є вибратися з класної кімнати, використавши ключ. За кожне правильно виконане завдання вам буде надано літеру, що є частиною ключа, та підказку на наступний предмет, під яким приховане завдання. На виконання чотирьох завдань ви маєте 20 хвилин.

Щоб знайти перший предмет, розв'яжіть ребус:



Мітка №1/5 Наплічник Вихід з рівня Щоб вийти потрібен ключ

Повідомлення перед введенням ключа:

З отриманих літер зберіть ім'я автора слів: "Я мислю, отже я існую", людини, якій приписують перше використання верхніх індексів для степенів та показників.

ключ...

Ключ: **РЕНЕ**

Додаток 2

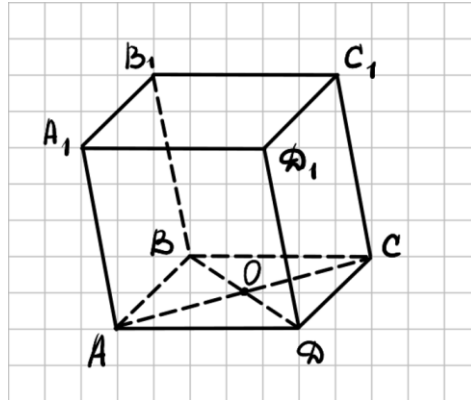
Ілюстрації завдань флеш-карток «Прямокутна декартова система координат в просторі» на платформі Quizizz

Відстань між двома точками $A(x_1, y_1, z_1)$ і $B(x_2, y_2, z_2)$ в просторі визначається...

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Додаток 3

Ілюстрації завдань гри з картками «Взаємне розташування векторів в просторі» на платформі LearningApps



Додаток 4

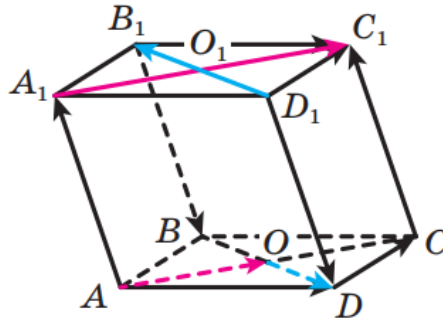
Ілюстрації завдань флеш-карток «Вектори в просторі» на платформі Quizizz

Модуль вектора дорівнює...(за формулою)

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Додаток 5

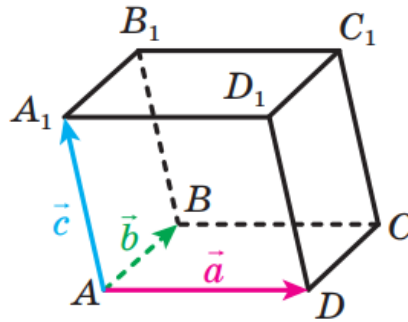
Ілюстрації до питань кросворду «Вектори» на платформі LearningApps



Додаток 6

Ілюстрації до вікторини «Вектори у паралелепіпеді» на платформі

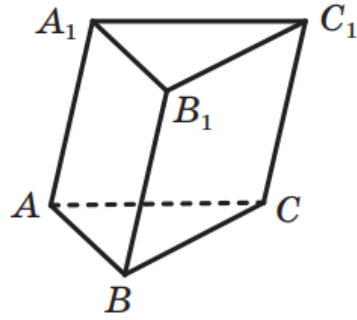
LearningApps



Додаток 7

Ілюстрації до вікторини «Вектори у призмі (додатково)» на платформі

LearningApps



Додаток 8

Ілюстрації завдань веб-квесту «Розрахунок тяжіння на мосту» на платформі Всеосвіта

👋 Вітаємо тебе, досліднику простору та векторів!

Уяви, що ти — інженер-фізик, якого запросили на надсекретну міжнародну місію. Світові мости зазнали несподіваного навантаження, і лише той, хто володіє знаннями з векторів, зможе знайти критичні точки тяжіння і вберегти ці архітектурні дива від руйнування!

Твоя мета — пройти **серію завдань**, захованих під визначними мостами світу 🌐. Щоб розблокувати наступну підказку, тобі потрібно:

- розв'язувати **векторні задачі**,
- робити записи розв'язків у зошиті, бо кожне наступне питання пов'язане з попереднім

🕒 **Порада:**

Точність і швидкість — твої союзники! Кожне правильно виконане завдання відкриє нову країну й нову частину глобальної місії 💡

Перший міст (підказка) — **віадук Візен**, який став переможцем [конкурсу Wiki Loves Monuments](#), що щорічно проводить знаменита інтернет-енциклопедія. Переможця обрало журі, що складається з шести міжнародних експертів.



Мапа світу з назвами... 0 1 підказка з 5 00:16 19:44 Вихід

Гора 2

Розглянемо ситуацію, де на мості визначено точки підпору, $P(2; 1; -3)$ та $Q(5; 4; 1)$, а також точку прикріплення тросу, $R(-1; 0; 2)$, яку планують використовувати для підняття матеріалів. Міст має точки підпору у точках P і Q , а також точку R для прикріплення тросу. Довжина тросу достатня для того, щоб підняти матеріали з обох кінців моста.

Знайдіть вектор тяжіння тросу, якщо він направлений від точки R до точки P .

Відповідь подається у вигляді: $(1; -1; -1)$

Відповісти

Панда

Щоб завершити вебквест, потрібен ключ.

Знайдіть кут між векторами тяжіння в обох ситуаціях.

Відповідь подається у вигляді: **63,81** (обчислюється за допомогою калькулятора та округлюється до сотих)

Ввести ключ

Місія завершена!

Вітаємо, досліднику!

Ти щойно завершив надважливу інженерну місію — **успішно розрахував вектори тяжіння** для різних положень тросу на мосту

Завдяки твоїм обчисленням:

- збережено цілісність мостових конструкцій,
- підтверджено колінеарність і кути між векторами,
- перевірено довжини тросів у різних положеннях,
- і найголовніше — **успішно пройдено квест-карту світу!**

Ти відвідав:

- Мости у різних країнах світу

Додаток 9

Ілюстрації завдань веб-квесту «Планування маршруту польоту дрона» на платформі Всеосвіта

✿ Як грати?

- Читай **опис відомого міста України**.
- Впізнавай, про який **обласний центр** йдеться.
- Знайди його на карті та відкрив **наступне завдання!**
- Вирішуй задачі — і допомагай дрону успішно завершити свій маршрут!
- Роби записи розв'язків у зошиті, бо кожне наступне питання пов'язане з попереднім

📷 Готовий підняти дрон у повітря?

Тоді обери першу координату на мапі — і вперед до аерофотозйомки майбутнього!

Перше місто (підказка) виробляє найбільше меду в Україні, а також чверть всього українського морозива.

The screenshot shows a web-quest interface with a map of Ukraine in the background. A white task card is overlaid on the map. The card contains the following text:

Мітка 16

Дрон стартує з точки $A(-3; 2; 1)$ і повинен долетіти до точки $B(5; -1; 4)$ для зйомки аерофотознімків місцевості. Під час польоту дрон виконує різні маневри.

Під час польоту дрону від точки A до точки B він пролітає через точку $C(0; 4; -2)$. **Перевірте, чи вектори \vec{AB} та \vec{AC} є колінеарними.**

Відповідь подається у вигляді: **колінеарні / не колінеарні**

Below the text is an empty input field and a yellow button labeled "Відповісти".

The interface also shows a progress bar at the top with the following information: Рівень: 1, Спроби: 0, Знайдено: 1 підказка з 4, Час: 00:17, Лишилось: 19:43, Завершити: Вихід.

Мітка 16

Цей обласний центр раніше носив назву Станіславів і був столицею Західно-Української Народної Республіки в 1919 році. Свою сучасну назву отримав у 1962 році на 300-річчя міста.



Мітка 11

Щоб завершити вебквест, потрібен ключ.

Під час польоту дрон має змінити кут напрямку від точки С до точки В.

Знайдіть скалярний добуток векторів \vec{CD} і \vec{CB} за їхніми координатами.

Відповідь подається у вигляді: $4.5 / -3$

[Вести ключ](#)

Ти — справжній стратег і аналітик!

Готовий планувати наступні місії? Чекаємо тебе у нових математичних квестах!

Вітаю!

Ти пройшов/ла всі рівні! Це чудова робота! Твої знання вражають, пишаюся тобою!

[Переглянути статистику](#)

Залиште, будь ласка, враження про цей вебквест

Тобі сподобався матеріал? Так Ні

Все було зрозуміло? Так Ні

Потрібні додаткові роз'яснення? Ні Так

Додаток 10

Ілюстрації завдань контрольної роботи з теми «Координати, вектори, геометричні перетворення у просторі» на платформі Quizizz

