

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Фізичний факультет
Кафедра фізики низьких температур

«Допущено до захисту»

В. О. зав. кафедри

фізики низьких температур

проф. Шкловський В.О.

«17» травня 2024 р.

Оцінка«_____»

Голова ЕК

д-р фіз.-мат. наук, с.н.с

Сорокін О. В. _____

«24» травня 2024 р.

Коротаєв Максим Вікторович

**Синхронізоване випромінювання контактів Джозефсона в резонансних
довгих лініях.**

Дипломна робота на здобуття
освітньо-кваліфікаційного рівня «Магістр»
за спеціальністю
104 – «фізика та астрономія»
освітньо-професійна програма - «Фізика»

Науковий керівник:
професор кафедри фізики низьких
температур доктор фіз.-мат. наук
Гриб О. М.

Рецензент:
старший науковий співробітник ФТІНТ
імені Б. І Веркіна НАН України,
кандидат фіз.-мат. наук,
старший дослідник
Турутанов О. Г.

Харків 2024

Анотація

Коротаєв М. В. «Синхронізоване випромінювання контактів Джозефсона в резонансних довгих лініях» . - Рукопис

Кваліфікаційна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «Магістр» за спеціальністю 104 – «фізика та астрономія» – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, 2024. – С.35 , Рис. 11.

Розраховані вольт – амперні характеристики та величина, пропорційна потужності випромінювання для системи, яка складається з довгої лінії з контактами Джозефсона на кінцях. Знайдено, що на вольт - амперній характеристиці системи виникають резонансні сходинки, положення яких обернено пропорційне довжині довгої лінії. Показано, що на цих резонансних сходинках випромінювання обох контактів синхронізовано, причому на парних сходинках синхронізація синфазна, а на непарних – протифазна.

Ключові слова: контакти Джозефсона, синхронізація випромінювання, довга лінія, резонансні сходинки.

Abstract

Korotaev M. V. « Synchronized emission of Josephson junctions in resonance transmission lines». – Manuscript.

Qualifying work for educational and qualification level – master, direction of training 104 – “physics and astronomy”. –V. N. Karazin Kharkiv National University, 2024, – P. 35, Fig. 11.

IV - characteristics and the quantity proportional to the power of emission are calculated numerically for the system which consists of the transmission line with Josephson junctions at ends. It is found that resonant steps appear in the IV-characteristics. The positions of these steps are reciprocal to lengths of transmission lines. It is shown that emission of junctions is synchronized in-phase at even steps and anti-phase at odd steps.

Keywords: Josephson junctions, synchronized emission, transmission line, resonant steps.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ.....	8
1.1 Узгоджена динаміка фаз двох контактів з однаковими критичними струмами.....	8
1.1 Динаміка фаз двох контактів з різними критичними струмами.....	12
1.2 Динаміка фаз двох контактів у довгій лінії.....	12
1.3 Динаміка фаз при великих струмах зміщення.....	14
1.5 Постановка задачі.....	15
РОЗДІЛ 2 РОЗРАХУНОК ДИНАМІКИ ФАЗ	16
2.1 Система рівнянь динаміки фаз.....	16
2.2 Вибір параметрів для розрахунку.....	17
РОЗДІЛ 3 РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ОБГОВОРЕННЯ	18
3.1 Вольт – амперна характеристика та функція $Q = f(U_a/U_c)$ для одного контакту в довгій лінії.....	18
3.2 Вольт – амперні характеристики та функції $Q = f(U_a/U_c)$ для двох однакових контактів у довгій лінії.....	21
3.3 Вольт – амперні характеристики та функція $Q = f(U_a/U_c)$ для двох контактів з різним критичним струмом.....	23
3.4 Вольт – амперні характеристики та функція $Q = f(U_a/U_c)$ для контактів з великим параметром Мак-Камбера.....	25
3.5 Сходінки нульового поля на залежності напруги від критичного струму довгого контакту.....	29
ВИСНОВКИ.....	32
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	33

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- φ - різниця фаз параметра порядку на контактi;
- I_b – струм зміщення;
- Φ_0 – квант магнітного потоку;
- C – ємність контакту;
- R – електричний опір контакту;
- I_c – критичний струм контакту;
- t – час;
- U_c –характеристична напруга;
- i_b – нормалізований струм зміщення;
- τ – нормалізований час;
- β_C – параметр Мак-Камбера;
- U – напруга на контактi;
- $\langle \dots \rangle$ - усереднення по проміжку часу, який співставний з періодом генерації;
- y – адмітанс системи;
- η - різниця між фазами контактiв;
- \bar{u} - нормалізована напруга, усереднена по великому проміжку часу;
- $\tilde{i}(\tau)$ - змінний нормалізований струм через контакт;
- s - нормалізована потужність випромінювання;
- δ - розбіг критичних струмів;
- z - нормалізований імпеданс контакту;
- D - довжина надпровідної довгої лінії;
- \bar{c} – швидкість світла в контактi;
- ΔU – відстань між резонансними сходинками;
- U_a - напруга, усереднена по двом контактам;

ВСТУП

Контакти Джозефсона випромінюють електромагнітні хвилі високих частот, причому частота випромінювання пропорційна величині енергетичної щільності надпровідника [1]. Наприклад, у високотемпературних надпровідниках частота випромінювання внутрішніх джозефсонівських контактів сягає 2-4 ТГц [2]. Потужність випромінювання одного контакту є лише 10^{-12} - 10^{-13} Вт. Однією з головних задач в дослідженнях динаміки багатьох контактів Джозефсона є досягнення більш потужного високочастотного випромінювання [3-5]. При синфазному випромінюванні потужність пропорційна квадрату числа контактів, так що потужність сильно підвищується [3, 4]. Теоретичні дослідження показали, що зсув фаз параметра порядку контактів дуже чутливий до параметрів системи, таких, як ємність та електричний опір контактів, індуктивність синхронізуючої системи і т. д. [6-13]. Одним з найбільш ефективних шляхів досягнення синфазної динаміки багатьох контактів є організація ланцюгів контактів, замкнутих системою зворотного зв'язку [11-12]. В цьому разі по системі тече струм, джерелом якого є високочастотна напруга, яка є сумою напруги на всіх контактах у системі. У ролі такої системи зворотного зв'язку може виступати звичайна петля з деякою індуктивністю та електричним опором, надпровідна петля, резонатор або резонансний контур [8, 10, 11-14]. Однак, найбільш ефективною системою зворотного зв'язку є надпровідна довга лінія [11]. Існують вдалі експерименти по досягненню повного зчеплення фаз при випромінюванні контактів [4]. Одними з найменш контрольованих параметрів у виробництві контактів є критичні струми та електричні опори контактів [1]. Чисельні розрахунки показують, що надпровідні резонатори та надпровідні довгі лінії забезпечують синфазну динаміку фаз при розбігу критичних струмів 16%, що є максимальним значенням розбігу для усіх систем зворотного зв'язку [11-13]. Дослідження синфазної синхронізації контактів також має велике значення для отримання потужного когерентного випромінювання від внутрішніх контактів

високотемпературних надпровідників [15-25]. Таким чином, використання надпровідної довгої лінії для забезпечення зчеплення різниці фаз параметра порядку контактів є актуальним, перспективним, і потребує подальшого вивчення.

Мета досліджень – встановлення механізму синхронізації високочастотних коливань напруги двох контактів Джозефсона, які замикають кінці довгої лінії.

Об'єкт досліджень – когерентні властивості систем з контактами Джозефсона.

Предмет дослідження – механізм утворення синфазного випромінювання в системі, яка складається з двох контактів Джозефсона на кінцях довгої лінії.

Метод дослідження – чисельне рішення методом Рунге-Кутта системи диференціальних рівнянь, які складаються з рівнянь збереження струму через контакти та рівнянь Кірхгофа для довгої лінії. Робочою гіпотезою є припущення, що у резонансній довгій лінії на резонансних частотах високочастотний струм, який циркулює через обидва контакти є синхронізуючим струмом, завдяки якому синхронізується змінна напруга на контактах. Для досягнення мети встановлено наступні завдання: змоделювати систему, побудувати вольт – амперні характеристики системи та розрахувати потужність випромінювання від системи.

В першому розділі роботи описано резистивну модель контакту Джозефсона, загальну теорію синхронізації випромінювання контактів та аналіз довгої лінії з контактами на основі методу часткового усереднення. В другому розділі наводиться система диференціальних рівнянь, які описують систему і описуються способи розрахунку вольт – амперних характеристик та потужності випромінювання. В третьому розділі описано результати розрахунків, проводиться порівняння результатів з теорією, і наводиться якісне пояснення процесу, який приводить до синхронізації. Робота виконана на кафедрі фізики низьких температур фізичного факультету Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

1.1 Узгоджена динаміка фаз двох контактів з однаковими критичними струмами

В ряді робіт [3, 4б 10] розвинута теорія синхронізації осциляцій напруги контактів з нульовою ємністю при умові, що контакти розташовані в ланцюгу та взаємодіють між собою за рахунок високочастотних струмів, які генеруються цими контактами. В роботі [8] показано, що ця умова забезпечує найбільш сильну синфазну синхронізацію осциляцій напруги. Оскільки осциляції напруги на контактах приводять до випромінювання контактів у простір, то очевидно, що згадані умови справедливі для синфазної синхронізації випромінювання.

В теорії синхронізації осциляцій напруги [3, 4] застосовується метод неповного усереднення по частотам, або часткового усереднення. Вважається, що рішення диференційного рівняння, яке описує контакт, при наявності деякого збурення має такий самий вигляд, як і рішення незбуреного рівняння, але параметри рішення повільно змінюються з часом. У нашому випадку збурення – це взаємодія між контактами, а параметри, які залежать від часу – струми через контакти (вони вже не дорівнюють струму зміщення) та напруга на контактах. Повільна зміна параметрів з часом означають такі зміни, при яких струми або напруги вважаються постійними в інтервалі часу, який відповідає періоду осциляцій контактів. В рамках такого опису системи всі параметри, які змінюються з часом протягом періоду джозефсонівських коливань або з більш високою частою, просто не враховуються у відповідних рівняннях. Змінні та параметри, які «усереднені» по часу за допомогою такої процедури, позначаються скобкою над символом (наприклад, \hat{u}). В результаті рішення рівнянь збереження струму в такому наближенні отримують залежності напруги від струму зміщення для взаємодіючих контактів, а також умови синхронізації осциляцій напруги.

Розглянемо більш докладно теорію синхронізації осциляцій напруги. В рамках резистивно-ємнісної моделі контакту Джозефсона рівняння збереження струму через контакт виглядає так [1]:

$$\frac{C\Phi_0}{2\pi} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{d\varphi}{dt} + I_c \sin(\varphi) = I_b. \quad (1.1)$$

де C – електрична ємність контакту, Φ_0 – квант магнітного потоку, R – електричний опір контакту, φ – різниця фаз параметру порядку, I_c – критичний струм, I_b – струм зміщення, t – час. В подальшому розгляді ми будемо використовувати нормалізовані одиниці виміру:

$$\tau = \frac{2\pi I_c R}{\Phi_0}, \quad i_b = \frac{I_b}{I_c}, \quad \beta_C = \frac{2\pi I_c R^2 C}{\Phi_0}, \quad u = \frac{U}{U_c}, \quad (1.2)$$

де $U_c = I_c \cdot R$ – характеристична напруга, U – напруга на контакті. В нормалізованих одиницях рівняння резистивно-ємнісної моделі виглядає так:

$$\beta_C \frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + \frac{d\varphi}{d\tau} + \sin(\varphi) = i_b. \quad (1.3)$$

При $\beta_C \rightarrow 0$ рівняння (1.3) переходить в нормалізоване рівняння резистивної моделі контакту:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} + \sin(\varphi) = i_b. \quad (1.4)$$

З рішення рівняння (1.4) можна отримати залежність усередненої напруги на контакті від струму зміщення:

$$\bar{u} = \sqrt{i_b^2 - 1}, \quad (1.5)$$

де риска над символом означає повне усереднення величини (тобто, усереднення по часу τ , який значно більший за період осциляцій напруги на контактах). В подальшому ми будемо користуватися першою гармонікою розкладу залежності напруги на контакті від часу в ряд Фур'є:

$$u(\tau) = \bar{u} + \varepsilon_1 \cos(\bar{u}\tau), \quad \varepsilon_1 = \frac{2\bar{u}}{i_b + \bar{u}}. \quad (1.6)$$

Розглянемо спочатку ланцюг з двох контактів Джозефсона з однаковими критичними струмами, з'єднаних з джерелом постійного струму зміщення. В

такій схемі через обидва контакти тече однаковий постійний струм I_b . Згідно концепції високочастотної взаємодії контактів, високочастотні коливання напруги на одному з контактів повинні збуджувати високочастотний струм через інший контакт. Така взаємодія забезпечується завдяки колу зворотного зв'язку, яке, по суті, є високочастотним шунтом, який замикає кінці ланцюга контактів. Рівняння збереження струму в рамках резистивної моделі контактів, для цієї схеми виглядають так:

$$\frac{d\varphi_k}{d\tau} + \sin \varphi_k = i_b - \tilde{i}(\tau), \quad k = 1, 2, \quad (1.7)$$

$$\tilde{i}(\tau) = \sum_{k'=1}^2 y_{kk'}(\bar{u}) u_{k'}(\tau). \quad (1.8)$$

В рівнянні (1.8) високочастотний струм $\tilde{i}_s(\tau)$ – це струм через шунт, а вираз (1.8) – закон Ома для змінного струму, де $y_{kk'}(\bar{u})$ – адмітанс шунту. В теорії синхронізації використовуються коефіцієнти $y_{12}(\bar{u})$ та $y_{21}(\bar{u})$. Фізичний смисл цих коефіцієнтів полягає в тому, що вони визначають змінний струм через контакт 1, якщо на контакті 2 виникає напруга 1 В, і навпаки. В припущенні, що коефіцієнти $y_{12}(\bar{u}) = y_{21}(\bar{u}) = y$, тобто, що вони не залежать від напруги та від номеру контакту, застосуємо до рівнянь (1.7), (1.8) описаний метод неповного усереднення. В результаті отримуємо умови синхронізації осциляцій напруги на контактах [3]:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = a \cdot \text{Im}(y) \sin \eta, \quad (1.9)$$

де $\eta = \theta_1 - \theta_2$, $\theta_k = \hat{u}_k \tau$ – усереднена по швидким процесам різниця фаз через k -й контакт ($k=1, 2$), $a = \varepsilon_1 / \bar{u}^A$, \bar{u}^A – напруга на умовному одиночному контакті, не приєднаному до системи, але з такими самими параметрами, як і в системі. З рівняння (1.9) слідує, що ширина синхронізаційного інтервалу дорівнює $a \cdot \text{Im}(y)$. Важливо те, що в рамках інтервалу синхронізації величина $\eta = \text{const}$ при будь-яких значеннях нормалізованого часу τ , однак значення цієї константи змінюється при зміні струму зміщення. Наприклад, $\eta = 0$ в середині інтервалу синфазної синхронізації при якомусь заданому струму зміщення, але $\eta = \pm \pi/2$ на

краях інтервалу синфазної синхронізації. Тому різним струмам зміщення на залежності $\bar{V} = f(I_b)$ відповідають різні зсуви фаз η . Ця різниця фаз на контактах залежить також від знаку адмітансу y в середині інтервалу синхронізації [3]:

$$\eta = \begin{cases} \pi, & \text{Im } y > 0 \\ 0, & \text{Im } y < 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

Значення $\eta = 0$ відповідає повній синфазній синхронізації осциляцій напруги і реалізується при $\text{Im } y < 0$. Такий зв'язок можливий при індуктивному характері шунта, який з'єднує кінці ланцюга з контактами. В експериментах таким шунтом може бути послідовне з'єднання електричного опору та індуктивності, або резонатор послідовного типу, який можна змоделювати як послідовне з'єднання індуктивності та ємності.

Розглянемо тепер потужність випромінювання P розглянутої системи з двома контактами. Оскільки потужність пропорційна квадрату напруги на контакті. З використанням наближення першої гармоніки (1.6) при розкладі напруги на окремому контакті в ряд Фур'є, потужність випромінювання системи контактів дорівнює:

$$S \propto \overline{\varepsilon_1^2 (\cos \theta_1 + \cos \theta_2)^2}. \quad (1.11)$$

Риска над квадратом суми косинусів усереднених по швидким процесам фаз $\theta_{1,2}$ є також усередненням по швидким процесам. Це значить, що члени, пропорційні косинусам суми фаз, при усередненні не враховуються. Тоді при нормалізації виразу (1.11) на потужність одного окремого контакту S_0 ми отримуємо [3, 4]:

$$s = \frac{S}{S_0} = 2(1 + \cos \eta). \quad (1.12)$$

Якщо синхронізація синфазна ($\eta = 0$), то $s=4$, а якщо синхронізація протифазна ($\eta = \pi$), то $s=0$. В загальному випадку, якщо в ланцюгу N контактів, то

$$S = N^2 \cdot S_0. \quad (1.13)$$

1.2 Динаміка фаз двох контактів з різними критичними струмами

Розглянемо тепер синхронізацію випромінювання двох контактів з різними критичними струмами [3]:

$$I_{c1} = (1 - \delta)I_a, I_{c2} = (1 + \delta)I_a, \quad (1.14)$$

де I_a – усереднений критичний струм, а $\delta < 1$ - число. Будемо вважати в розрахунках, що характеристична напруга контактів U_c однакова, а електричні опори контактів $R_{1,2}$ різні, так що $R_k = U_c/I_{ck}$ ($k=1, 2$). Застосовуючи описаний вище метод неповного усереднення, можна записати рівняння синхронізації, подібне до виразу (1.9):

$$\frac{d\eta}{d\tau} = a \operatorname{Im}(y) \sin(\eta) + (\bar{u}_1 - \bar{u}_2). \quad (1.15)$$

Зауважимо, що структура рівняння (1.15) повністю аналогічна структурі рівняння (1.7). Для синхронізованого стану ($\eta = \text{const}$) з (1.15) слідує рівність:

$$|\bar{u}_1 - \bar{u}_2| = |a \operatorname{Im}(y) \sin(\eta)|. \quad (1.16)$$

Для цього треба знайти коефіцієнти $y(\bar{u})$ для конкретного шунта. В простій схемі ланцюга з двома контактами, з'єднаного кінцями з навантаженням, у якому можуть бути індуктивність та ємність з нормалізованими імпедансами z_L, z_C , відповідно, значення коефіцієнту $y(\bar{u})$ дорівнює [8]:

$$y(\bar{u}) = \frac{z_1^2}{(z+z_1)^2(2z_1+z_L) - 2(z+z_1)z_1^2}, \quad (1.17)$$

де z – нормалізований імпеданс контакту (вважається $z=1$). Зауважимо, що ємність контакту $\beta_C < 1$ також може бути врахована в цій моделі [8, 10, 11].

1.3 Динаміка фаз двох контактів у довгій лінії.

В цьому підрозділі розглянуто вплив довгої лінії, один кінець якої розімкнутий, а другий кінець приєднано до ланцюга з двома контактами, на залежності $\bar{U}_k = f(I_b)$ ($k=1, 2$) [11]. Як і в попередньому підрозділі, критичні струми та електричні опори контактів різняться на величину 2δ . Розіб'ємо всю довжину довгої лінії на секції визначеної довжини. Характеристиками лінії є в

такому разі індуктивність L_{TL} , ємність C_{TL} та електричний опір R_{TL} секції. Згідно розрахункам [11], уявна частина коефіцієнта $y(\bar{u})$ дорівнює:

$$\text{Im}(y(\bar{u})) = -\frac{2\bar{u}\beta_C + \bar{u}^2\beta_C z_w \text{ctg}(\alpha) - z_w \text{ctg}(\alpha)}{(1 + \bar{u}^2\beta_C^2)(\bar{u}^2\beta_C^2 z_w^2 \text{ctg}^2(\alpha) + 4z_w \text{ctg}(\alpha)\bar{u}\beta_C + 4 + z_w^2 \text{ctg}^2(\alpha))}, \quad (1.18)$$

при умовах

$$\alpha = 2\pi\bar{u}\chi, \quad (1.19)$$

$$z_w = \sqrt{L_{TL}/C_{TL}}/R, \quad (1.20)$$

$$\chi = \Lambda/\Lambda_0, \quad (1.21)$$

$$\Lambda_0 = \frac{\Phi_0}{U_c \sqrt{C_{TL}L_{TL}}}. \quad (1.22)$$

Нас цікавить випадок, коли в лінії утворюються стоячі хвилі і $\beta_C \rightarrow 0$. Перша умова виконується при $\kappa_r = (2 - z_w)/(2 + z_w) > 0$, де κ_r – коефіцієнт відбиття. Для цього потрібна виконуватися нерівність $z_w < 2$ [11]. Тоді з виразу (1.18) при $\beta_C \rightarrow 0$ та при $z_w \ll 2$ отримуємо:

$$\text{Im}(y^0(\bar{u})) \approx \frac{z_w}{4} \text{ctg}(\alpha). \quad (1.23)$$

Котангенс має особливості при значеннях

$$\alpha = \pi n, n = 1, 2, \dots \quad (1.24)$$

В околі цих особливостей існують значення $\text{Im}(y^0(\bar{u})) < 0$, що забезпечує індуктивний зв'язок між контактами, потрібний для синфазного зчеплення фаз. При такому зв'язку змінний високочастотний струм через контакт посилюється. Саме цей струм синхронізує осциляції напруги на контактах.

Одною з особливостей геометричних резонансів у довгій лінії є послідовність резонансів паралельного та послідовного типу [11]. Слід очікувати, що така послідовність приводить до чергування інтервалів синфазного та протифазного зчеплення фаз. Напруги, які відповідають резонансним частотам, можна знайти з виразів (1.19) – (1.22), (1.24). Прирівнявши (1.19) та (1.24), отримаємо вираз для нормалізованої резонансної напруги \bar{u}_n :

$$\bar{u}_n = \frac{n}{2\chi}. \quad (1.25)$$

Підставивши в (1.25) вирази (1.21), (1.22), отримуємо співвідношення для резонансної напруги U_n^* :

$$U_n^* = \frac{\Phi_0 \bar{c}}{2D} n, n = 1, 2, \dots, \quad (1.26)$$

$$\bar{c} = \frac{\xi}{\sqrt{LC}}, \quad (1.27)$$

де \bar{c} – швидкість світла в довгій лінії, ξ – розмір секції довгої лінії. Відмітимо, що вираз (1.26) співпадає з виразом для положень сходинок Фіске для довгого контакту. Таке співпадіння не випадкове, оскільки в обох випадках для розрахунків використовуються резонансні частоти, на яких виникають стоячі хвилі.

1.4 Динаміка фаз при великих струмах зміщення

Найважливішим наближенням методу усереднення є нерівність $|\tilde{i}| \ll 1$, де \tilde{i} – струм через навантаження, тобто, той струм, який забезпечує зчеплення фаз контактів. У цьому підрозділі буде обговорено наближення, при якому виконується випадок $\tilde{i} \leq 1$ [14]. Цей розрахунковий метод звичайно називається апроксимацією при високих частотах. Згідно цьому методу, рівняння збереження струму можна записати так:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} + \sin(\varphi_k) = \bar{i} + \tilde{i}_k, k=1, 2. \quad (1.28)$$

Так само, як і в методі усереднення, рішення рівняння (1.28) знаходиться як рішення незбуреного рівняння, у якому напруга та струм i повільно залежать від часу, причому частота, з якою змінюються ці величини, значно менша, ніж період джоуфсонівських осциляцій напруги. «Вкорочені рівняння» для змін напруги та струму від часу отримують при підстановці рішень незбуреного рівняння в (1.28) та усереднення цих величин по великим частотам.

$$\bar{i}_k = \frac{d\theta_k}{d\tau} + \langle \sin(\theta_k + \int \tilde{i} d\tau) \rangle, k=1, 2, \quad (1.29)$$

де скобки $\langle \dots \rangle$ значать усереднення по інтервалу часу, який порівняний з періодом джозефсонівського коливання напруги. Рівняння (1.29) і є тими «вкороченими» рівняннями, які треба вирішити для отримання рівняння зчеплення фаз. З рішення «вкорочених» рівнянь отримуємо вираз для різниці фаз $\eta = \theta_1 - \theta_2$, усереднених по коротким проміжкам часу [14]:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = (\bar{i}_1 - \bar{i}_2) + 4 \frac{J_1^2(F)}{F} \sin \eta, \quad (1.30)$$

де $J_1(F)$ – ціла функція Бесселя 1-го порядку, $F = 2 \operatorname{Im}(y) / (\bar{i} + \bar{u})$.

1.5 Постановка задачі.

Метою цієї роботи є виявлення характерних ознак синхронізації випромінювання в системі з надпровідною довгою лінією, яка навантажена з різних боків двома точковими контактами Джозефсона. Цими характерними ознаками є строга однаковість значень середньої напруги на контактах та посилення потужності випромінювання в чотири рази порівняльно з потужністю одного контакту. Оскільки робочою гіпотезою є припущення, що у резонансній надпровідній довгій лінії на резонансних частотах синхронізуючим фактором є високочастотний струм, який циркулює через обидва контакти. Рівняння динаміки фаз в рамках реалістичної резистивно-емнісної моделі не вирішуються аналітично. Тому необхідно побудувати модель системи, а саме, визначити рівняння збереження струму для контактів та рівняння Кірхгофа для довгої лінії, і в результаті вирішення цих диференціальних рівнянь отримати вольт-амперну характеристику системи та величину, пропорційну потужності випромінювання при різних значеннях напруги. Необхідно вивчити вплив параметрів контакту та довгої лінії на процеси зчеплення фаз, а також вивчити утворення синхронізації осциляцій напруги при різній довжині довгої лінії. Після цього треба визначити інтервали зчеплення фаз та проаналізувати результати в рамках викладених вище моделей. Диференціальні рівняння інтегрувалися методом Рунге-Кутта.

2 РОЗРАХУНОК ДИНАМІКИ ФАЗ

2.1 Система рівнянь динаміки фаз.

На рисунку 2.1 зображена високочастотна схема системи. Довга лінія на рисунку зображена чотирма секціями, хоча в розрахунках вона має сто секцій. Контакти Джозефсона розташовані в останніх секціях довгої лінії довжиною

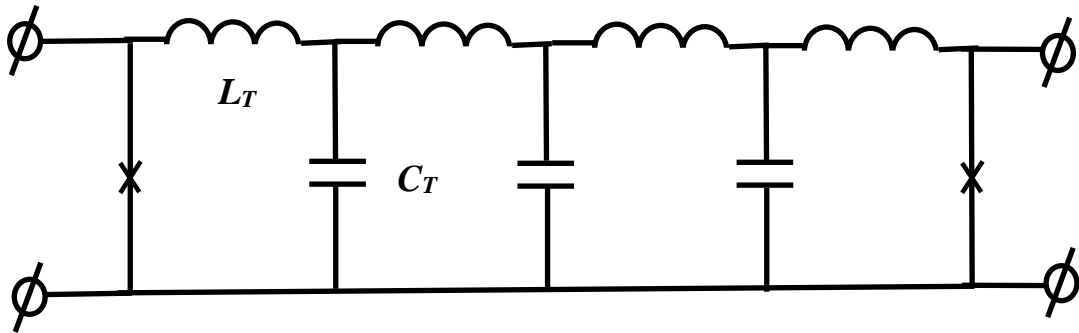


Рисунок 2.1 – Високочастотна схема системи. Контакти позначені хрестиками. Довга лінія в розрахунках має сто і більше секцій. Граничні умови задачі моделюють довгу лінію з відкритими кінцями.

$D=10^{-4}$ м. Кінці лінії відкриті. Довжина секції ξ пов'язана з індуктивністю L_T та ємністю C_T довгої лінії наступним співвідношенням:

$$\xi^2 = \bar{c}^2 C_T L_T. \quad (2.1)$$

Струми в кожній $L_T C_T$ - частині знаходяться методом контурних струмів. Постійний струм зміщення I_b підводиться до кожного з контактів окремо (не показано на рисунку 2.1). Рівняння збереження струму в контактах разом з рівняннями довгої лінії виглядають так:

$$\frac{\Phi_0 c}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_1} \frac{d\varphi_1}{dt} + I_{c1} \sin(\varphi_1) = i_b + \frac{dq_{n=1}}{dt}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\Phi_0 c}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_2} \frac{d\varphi_2}{dt} + I_{c2} \sin(\varphi_2) = i_b - \frac{dq_{n=N}}{dt}, \quad (2.3)$$

$$L_T \frac{d^2 q_n(t)}{dt^2} + \frac{1}{C_T} (q_{n-1} + q_{n+1} - 2q_n) = 0, \quad n = 2 \dots N - 1, \quad (2.4)$$

$$L_T \frac{d^2 q_1(t)}{dt^2} + \frac{1}{C_T} (q_2 - 2q_1) = \frac{d\varphi_1(t)}{dt}, \quad n = 1, \quad (2.5)$$

$$L_T \frac{d^2 q_N(t)}{dt^2} + \frac{1}{C_T} (q_{N-1} - 2q_N) = -\frac{d\varphi_2(t)}{dt}, n = N, \quad (2.6)$$

де n - номер $L_T C_T$ - частини, відрахований з лівого кінця довгої лінії, q_n - заряд на n -му конденсаторі довгої лінії. Рівняння (2.5) та (2.6) є граничними умовами задачі. Вони відображують умови нульових значень високочастотних струмів на кінцях довгої лінії з контактами. Зауважимо, що в рівняннях граничних умов (2.5), (2.6) прийнято значення $C_T=C$. Завдяки цьому ми запобігаємо виникненню додаткового відбиття електромагнітних хвиль від самого контакту.

2.2 Вибір параметрів для розрахунку.

Довжина довгої лінії дорівнює 10^{-4} м. Критичні струми контактів розрізняються на величину $\Delta I_c = \pm 2 \cdot 10^{-3} I_{ca}$, де $I_{ca} = (I_{c1} + I_{c2})/2$, I_{c1} та I_{c2} – критичні струми контактів. Електричні опори контактів пов'язані з критичними струмами співвідношеннями $R_1 = V_c / I_{c1}$, $R_2 = V_c / I_{c2}$. Розрахунки проводилися для двох значеннях параметру Мак-Камберу контактів: $\beta_c = 0,5$ та $\beta_c = 25$ (тобто, для малого та великого значень β_c). Цим забезпечувалась дослідження знайдених в роботі ефектів при різних значеннях β_c . Значення ємності контакту знаходилося з співвідношення $C = (\beta_c \cdot \Phi_0) / (2\pi I_{ca} R_a^2)$. Оскільки в розрахунках величина C_T дорівнює величині C , при зміні параметру Мак-Камберу змінюється також ємність довгої лінії. Індуктивність довгої лінії знаходилася в обох випадках з співвідношення (2.1).

Після задання всіх параметрів системи та контактів, система диференціальних рівнянь (2.2) - (2.6) вирішувалася методом Рунге-Кутта. При кожному значенні постійного струму I_b розраховувалася усереднена по часу напруга на контактах U_i та величина Q , пропорційна усередненій по часу потужності на одному з країв слабкого зв'язку згідно таких виразів:

$$U_i = \frac{\Phi_0}{2\pi} \overline{\left(\frac{d\varphi_i}{dt} \right)}, \quad (2.7)$$

$$Q = \overline{\left(\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_i}{dt} - U_i \right) \right)^2}, \quad (2.8)$$

Величина Q , поділена на деяку величину, пропорційну реальній частині імпедансу, дорівнює потужності випромінювання.

3 РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ОБГОВОРЕННЯ

3.1 Вольт – амперна характеристика та функція $Q = f(U_a/U_c)$ для одного контакту в довгій лінії.

В цьому розділі ми будемо будувати вольт – амперні характеристики для двох контактів системи в нормалізованих одиницях струму та напруги. Струм зміщення кожного з контактів I_b нормалізовано на середню величину критичного струму $I_c = (I_{c1} + I_{c2})/2$, а усереднена напруга на кожному з контактів нормалізована на характеристичну напругу U_c . Залежності потужності випромінювання від напруги на контактах пропорційні величині $Q = f(U_a/U_c)$, де $U_a = (U_1 + U_2)/2$ є середньою напругою на контакті. Оскільки величина Q пропорційна потужності випромінювання всіх контактів, вона може слугувати характеристикою ступеню когерентності випромінювання.

Вольт – амперна характеристика автономного контакту (тобто, контакту, який не під'єднано до довгої лінії) з $\beta_c = 0,5$ показана на рисунку 3.1а. Ця вольт – амперна характеристика має дуже малий гістерезис. Залежність $Q = f(U/U_c)$ має широкий максимум при $U/U_c \approx 0,75$ (рисунок 3.1б). Така залежність відтворює залежність інтенсивності першої гармоніки джозефсонівської генерації від напруги [3]. Зауважимо, що потужність такого «фонового» випромінювання порядку $10^{-6}/\Delta Z$ Вт, що при перепаді імпедансу ΔZ порядку 10^4 при переході випромінювання з контакту до вакууму складає 10^{-10} Вт. Ця досить велика величина утворюється завдяки інтенсивним високочастотним коливанням

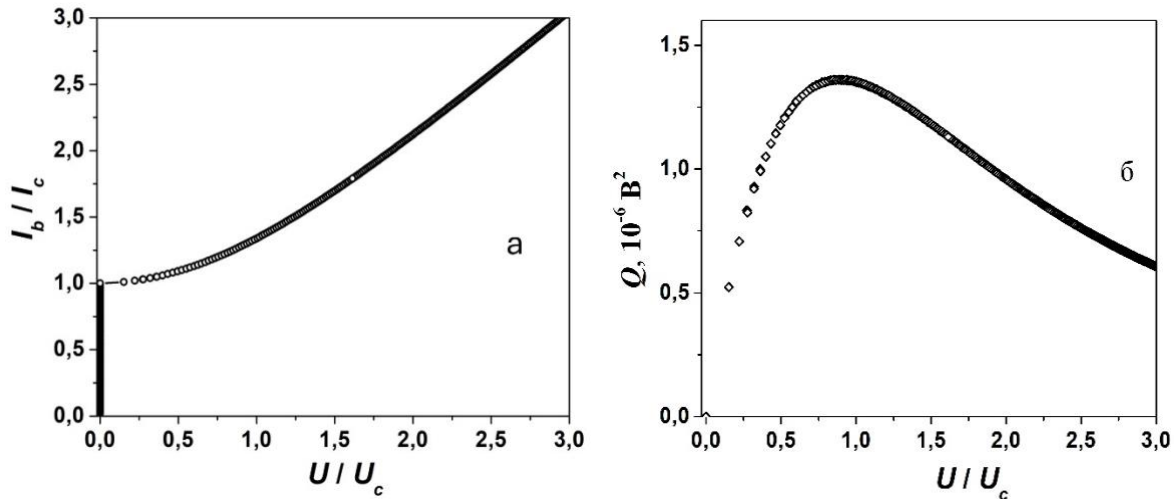


Рисунок 3.1 – Вольт – амперна характеристика автономного контакту з $\beta_c=0,5$ (а) та залежність $Q = f(U_a/U_c)$ для цього контакту (б).

напруги на контакті при малих значеннях β_c . Вольт – амперна характеристика цього контакту, під'єданого до резонансної довгої лінії з відкритим кінцем показана на рисунку 3.2а. Довжина довгої лінії $D=10^{-4}$ м. Знайдемо напруги, при яких повинні спостерігатися резонанси довгої лінії. Резонансною умовою є ціла кількість половинок довжин хвиль, яка укладається на довжині D . Напруга резонансної сходинки знаходиться з виразу (1.26). Резонансні напруги, які відповідають умовам (1.26) на рисунку 3.2а з параметрами системи $D=10^{-4}$ м, $U_c=2 \cdot 10^{-3}$ В, $\bar{c}=6 \cdot 10^7$ м/с), дорівнюють $0,31 \cdot n \cdot U_c$. Ці резонанси відображаються на вольт – амперній характеристиці контакту як «сходинки», на яких напруга на контакті приймає постійне значення у деякому інтервалі струмів зміщення (рисунок 3.2а). Резонанс, який відповідає значенню $n=1$, не проявлений на вольт – амперній характеристиці, оскільки значення $0,31 \cdot U_c$ попадає в інтервал напруги, в якому вольт – амперна характеристика «перемикається» з резистивної гілки на гілку з нульовим значенням напруги. Інші сходинки (від другої до шостої) позначені на рисунку 3.2а значеннями їх номеру n . Відстань між сходинками дорівнює $0,31 \cdot U_c$. Зауважимо, що завдяки появі сходинок, на вольт – амперній

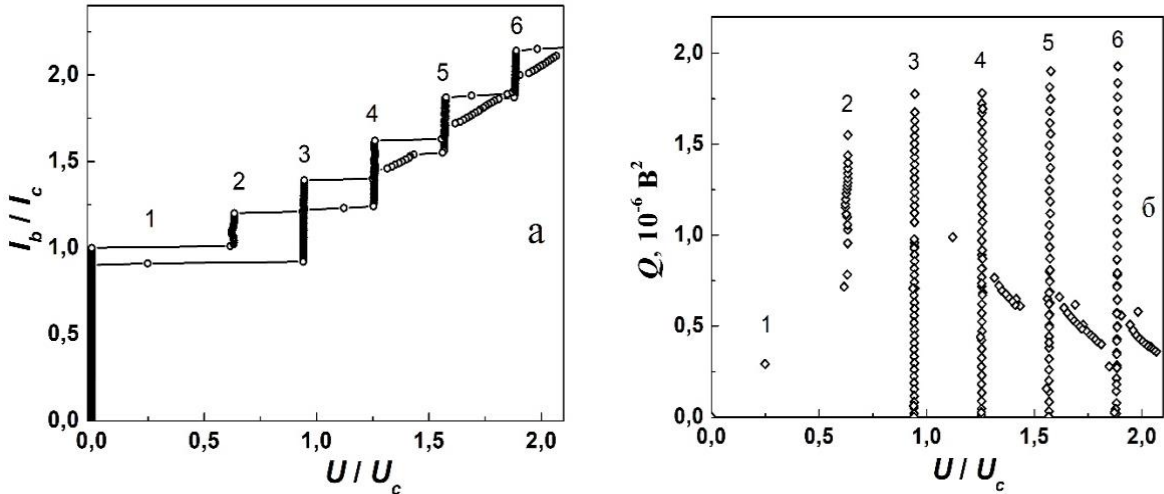


Рисунок 3.2 – Вольт – амперна характеристика одного контакту з $\beta_c=0,5$ в резонансній довгій лінії з відкритим кінцем (а) та залежність $Q = f(U_a/U_c)$ для цього контакту (б). Номера біля резонансних сходинок відповідають номерам n (порядку резонансів) у співвідношенні (3.1).

характеристиці з'являється гістерезис. При цьому верхня гілка вольт – амперної характеристики на рисунку 3.2а відповідає збільшенню струму зміщення від нульового значення до $I_b=2 \cdot I_c$, а нижня гілка – зменшення струму зміщення від цього значення до нуля. Сходинкам на рисунку 3.2а відповідають вертикальні відрізки залежності $Q = f(U_a/U_c)$ на рисунку 3.2б. Ці відрізки також пронумеровані згідно відповідних значень n . Значення Q у верхніх частинах цих відрізків на 12-15% більші, ніж «фонові» значення Q на рисунку 3.1б. Це збільшення зумовлено наявністю додаткового високочастотного струму, який протікає в контакті завдяки навантаженню, яке замикає його кінці. Цей високочастотний струм набуває максимальної амплітуди (близько $0,15 \cdot I_c$) при напругах, які відповідають сходинкам на вольт – амперній характеристиці, і зменшується до нуля в інтервалах напруги між сходинками. Названий високочастотний струм утворюється завдяки дії напруги на контакті, який приєднано до кінців довгої лінії. Особливістю цього струму є те, що його поява

пов'язана з співвідношенням (3.1). Це співвідношення є умовою появи стоячих хвиль у довгій лінії. Таким чином, поява сходинок на вольт – амперній характеристиці контакту, і поява вертикальних відрізків на залежності $Q = f(U/U_c)$ пов'язана з появою стоячих хвиль високочастотного струму в системі. Якщо в системі є два контакти, то величини напруги U_n не зміняться (вони задаються довжиною довгої лінії), але амплітуда стоячої хвилі синхронізуючого високочастотного струму збільшується.

Зауважимо, що вираз (3.1) повністю співпадає з аналогічним виразом для сходинок Фіске [1], хоча ніякого магнітного поля в даній задачі до контактів не прикладалося. Зауважимо, що навіть без зовнішнього магнітного поля резонансні сходинок можуть утворитися в довгому контакті внаслідок неоднорідності розподілу струму вздовж контакту (так звані сходинок нульового поля). В цьому випадку положення сходинок також описується виразом (1.26).

3.2 Вольт – амперні характеристики та функція $Q = f(U_a/U_c)$ для двох однакових контактів у довгій лінії.

Вольт – амперна характеристика одного з контактів (лівого), розрахована для лінії з довжиною 10^{-4} м з двома контактами, показані на рисунку 3.3а. На цьому рисунку також є резонансні сходинок. Однак, на відміну від вольт – амперної характеристики для одного контакту, резонансні сходинок проявлені тільки для парних номерів n . Так само, на залежності $Q = f(U_a/U_c)$ (рисунок 3.3б) існують тільки ті вертикальні відрізки, які відповідають парним номерам n . З рисунку 3.3б видно, що існують деякий слід сходинок при $n=3$, але при збільшенні n такі сліди остаточно губляться. Порівняємо висоти відрізків функції $Q = f(U_a/U_c)$ для наявних значень n для одного контакту в системі та для двох контактів в системі. Відношення висот відрізків функції $Q = f(U_a/U_c)$ для однакових n на рисунках 3.3б та 3.2б дорівнює 3,73 для $n=2$, 3,94 для $n=4$ та 3,68 для $n=6$. Згідно теорії синхронізації випромінювання, потужність

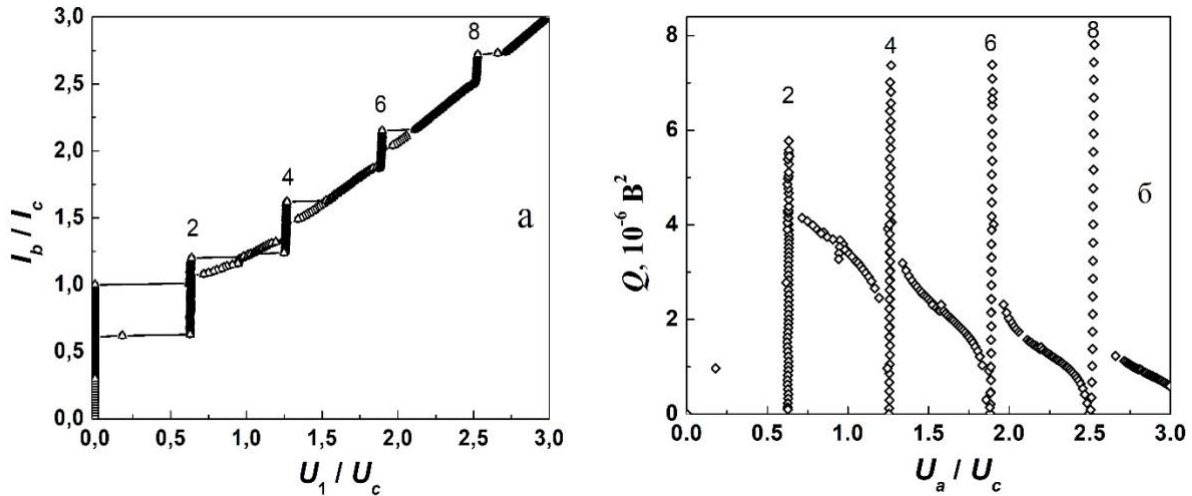


Рисунок 3.3 – Вольт – амперна характеристика лівого контакту з $\beta_c=0,5$ в резонансній довгій лінії з двома однаковими контактами (а) та залежність $Q = f(U_a/U_c)$ для системи (б).

випромінювання синхронізованих контактів пропорційна квадрату кількості контактів. Це значить, що для двох контактів потужність випромінювання повинна збільшуватися в чотири рази порівняльно з потужністю випромінювання одного контакту. В тому разі, коли контакти не синхронізовані, потужність випромінювання системи повинна збільшуватися тільки в два рази. Оскільки величина Q пропорційна потужності випромінювання, відношення величин Q для двох контактів до величин Q для одного контакту точно відповідають відношенню потужності випромінювання системи з двома контактами до потужності випромінювання системи з одним контактом. Всі розраховані відношення достатньо близькі до 4 (хоча і не дорівнюють чотирьом точно), що показує на сильну синфазну синхронізацію випромінювання контактів в системі. Таку синхронізацію, очевидно, забезпечує синхронізуючий високочастотний струм в системі. Ми вияснили, що цей струм породжує стоячі хвилі в системі. Це значить, що амплітуда стоячих хвиль сильно збільшується. Таке збільшення

може визивати тільки синфазні коливання напруги на контактах, коли стоячі хвилі струму підсилюються з обох боків системи одночасно.

3.3 Вольт – амперні характеристики та функція $Q = f(U_a/U_c)$ для двох контактів з різним критичним струмом.

Розглянемо тепер систему з двох контактів з різним критичним струмом, які під'єднані до довгої лінії з різних сторін. Довжина довгої лінії дорівнює 10^{-4} м. Критичні струми контактів розрізняються на величину $\Delta I_c = \pm 2 \cdot 10^{-3} I_{ca}$, де $I_{ca} = (I_{c1} + I_{c2})/2$, I_{c1} та I_{c2} – критичні струми контактів. Електричні опори контактів пов'язані з критичними струмами співвідношеннями $R_1 = V_c/I_{c1}$, $R_2 = V_c/I_{c2}$. Інші характеристики контактів та системи незмінні, зокрема параметр Мак-Камбера $\beta_c = 0,5$ та швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль у довгій лінії $6 \cdot 10^7$ м/с. Вольт – амперні характеристика лівого контакту показана на рисунку 3.4а.

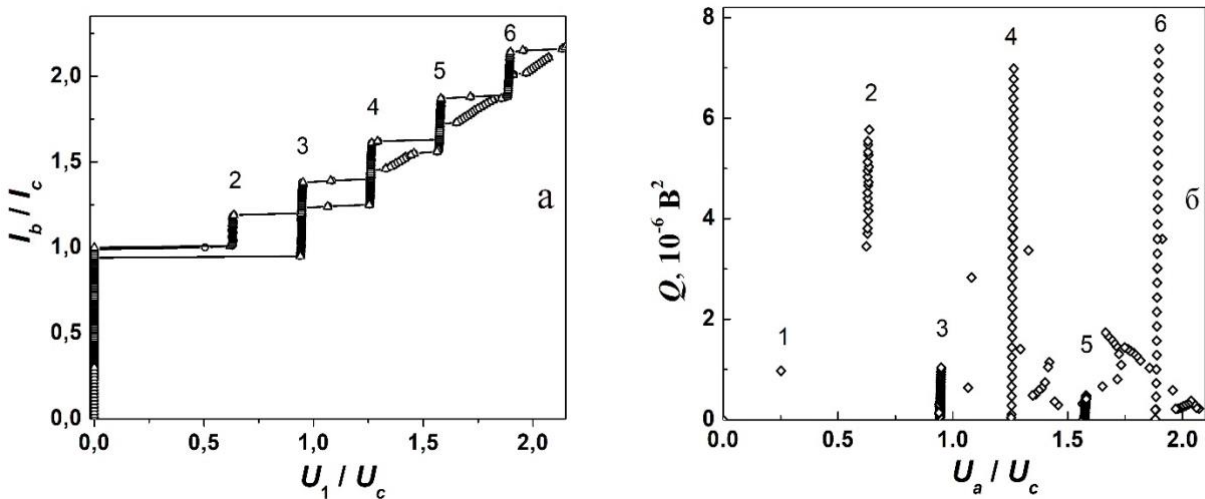


Рисунок 3.4 – Вольт – амперна характеристика лівого контакту з $\beta_c = 0,5$ в довгій лінії з двома контактами з різними критичними струмами (а) та залежність $Q = f(U_a/U_c)$ для системи (б).

Видно, що на цій вольт – амперній характеристиці присутні всі резонансні сходинок, крім першої. Причина появи непарних сходінок полягає в тому, що

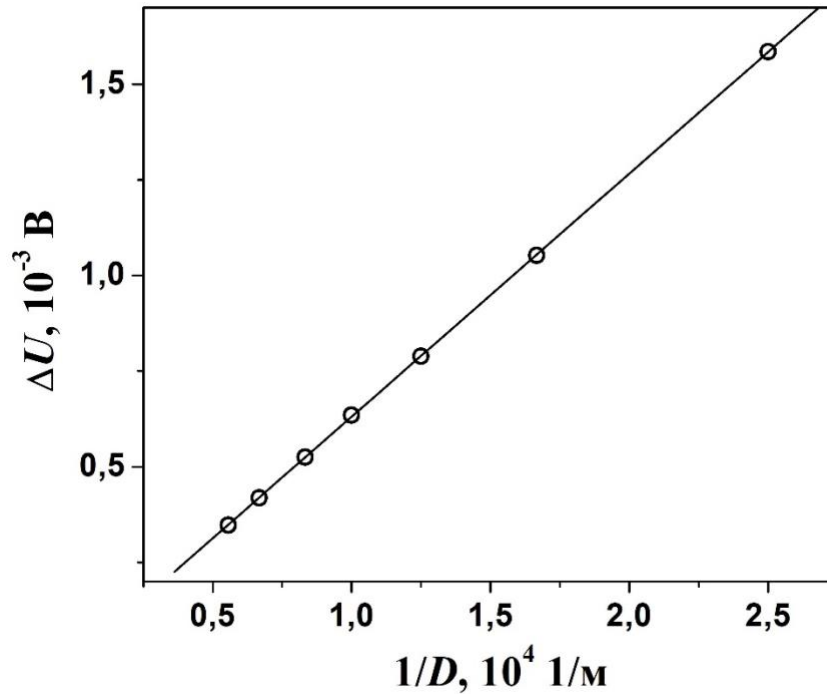


Рисунок 3.5 – Залежність відстані між сходишками ΔU від $1/D$. Кружки – дані розрахунку, лінія – апроксимація методом найменших квадратів. Нахил прямої – $(6,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-8} \text{ В}\cdot\text{м}$. Точне значення коефіцієнту $(\Phi_0 \cdot \bar{c}/2)$ дорівнює $6,21 \cdot 10^{-8} \text{ В}\cdot\text{м}$.

нерівність критичних струмів породжує коливання різної частоти, які існують в довгій лінії. На залежності $Q = f(U_a/U_c)$ з'являються досить слабкі вертикальні відрізки на непарних резонансних частотах третьої та п'ятої гармоніках коливань. Відношення величин Q на парних сходишках для цієї системи до величини Q для одного контакту в довгій лінії дорівнює 3,72 для $n=2$, 3,92 для $n=4$ та 3,82 для $n=6$. Порівняння цих даних з аналогічними відношеннями для довгої лінії з двома однаковими контактами на кінцях показує, що синхронізація випромінювання контактів суттєво не змінилась. Залежність відстані між сходишками $\Delta U = U_{n+1}^* - U_n^*$ від зворотної довжини довгої лінії показана на рисунку 3.5 (кружки). Величина нахилу лінії, якою було апроксимовано цю

залежність згідно методу найменших квадратів, дорівнює $(6,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-8}$ В·м. Ця величина добре узгоджується з точним значення коефіцієнту $(\Phi_0 \cdot \bar{c}/2) = 6,21 \cdot 10^{-8}$ В·м. Зауважимо, що графік, зображений на рисунку 3.5, отримано при розбігу критичних струмів $\Delta I_c = \pm 2 \cdot 10^{-3} I_{ca}$. Однак, незважаючи на розбіг, значення нахилу знаходиться в межах похибки експерименту. Ця обставина пов'язана з сильним синфазним зчепленням різниці фаз параметра порядку на контактах.

3.4 Вольт – амперні характеристики та функція $Q = f(U_a/U_c)$ для контактів з великим параметром Мак-Камбера.

Досі ми досліджували поведінку контактів з малим параметром Мак-Камбера (наприклад, у всіх попередніх підрозділах параметр Мак-Камбера дорівнював $\beta_C=0,5$). У цьому підрозділі вольт – амперні характеристики та залежності $Q = f(U_a/U_c)$ розраховані для суттєво більших значень параметра Мак-Камбера ($\beta_C=25$). Будуть проаналізовані відмінності названих залежностей для систем з малими та великими значеннями параметра β_C .

Вольт – амперна характеристика автономного контакту з параметром $\beta_C=25$ показана на рисунку 3.6а. Вона має гістерезис, який простягається при зменшенні струму зміщення від $I_b/I_c = 1$ до $I_b/I_c = 0,25$. Гістерезис зумовлений впливом параметра β_C . При збільшенні струму зміщення від $I_b/I_c = 0$ на вольт -амперній характеристиці існує гілка з нульовим значенням напруги (так звана надпровідна гілка), з якої при $I_b/I_c = 1$ має місце стрибок на резистивну гілку, яка майже співпадає з омичною залежністю контакту. Джозефсонівські коливання напруги на резистивній гілці мають дуже малу амплітуду. Це проявлено в дуже малих значеннях величини Q (порядку 10^{-8} В²) на залежності $Q = f(U_a/U_c)$ (рисунок 3.6б). Залежність $Q = f(U_a/U_c)$ має гіперболічний вигляд (рисунок 3.6б).

Вольт – амперна характеристика одного контакту в довгій лінії показана на

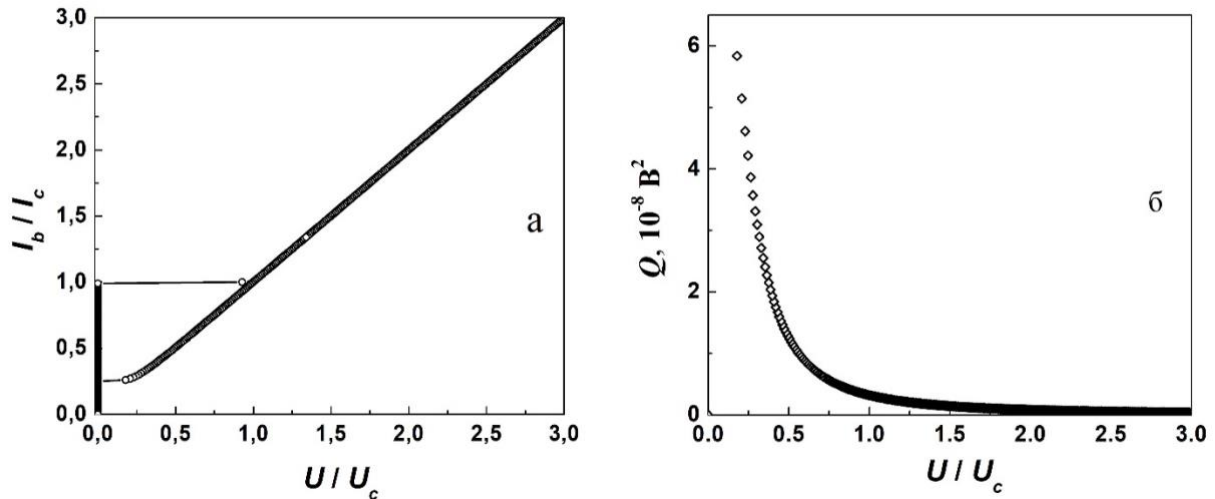


Рисунок 3.6 – Вольт – амперна характеристика автономного контакту з $\beta_C=25$ (а) та залежність $Q = f(U_a/U_c)$ для цього контакту (б).

рисунок 3.7а. Ця вольт – амперна характеристики отримана у процесі багаторазового збільшенні та зменшенні струму зміщення, причому збільшення струму зміщення дається близько резонансних значень напруги. Резонансні сходинок спостерігаються як в регіоні гістерезису, так і при $I_b/I_c > 1$. Сходинок на рисунку 3.7а пронумеровані згідно виразу (3.1). Висота резонансних сходинок зменшується при збільшенні напруги. Залежність $Q = f(U_a/U_c)$ має вертикальні

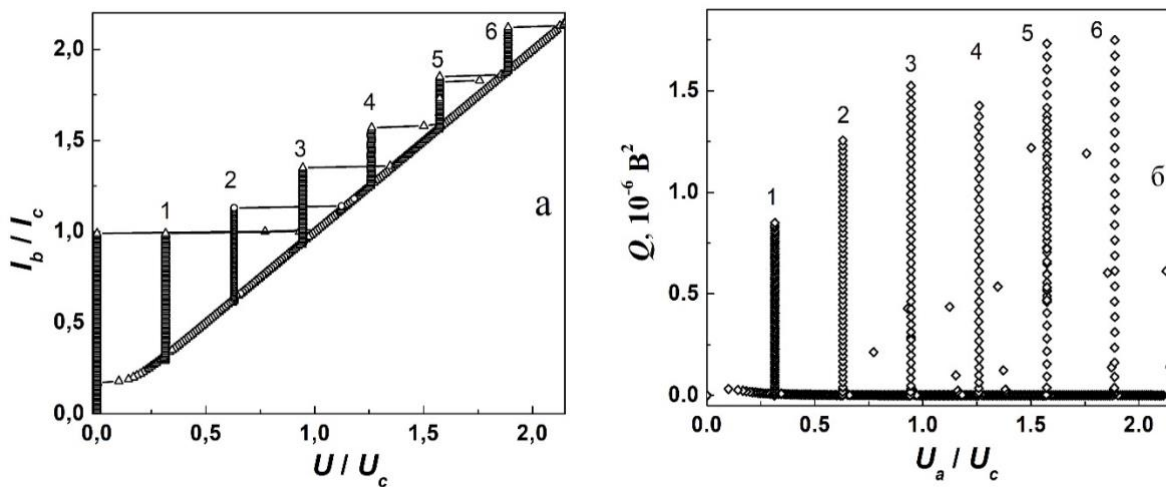


Рисунок 3.7 – Вольт – амперна характеристика одного контакту з $\beta_C=25$ в довгій лінії (а) та залежність $Q = f(U_a/U_c)$ для цього контакту (б).

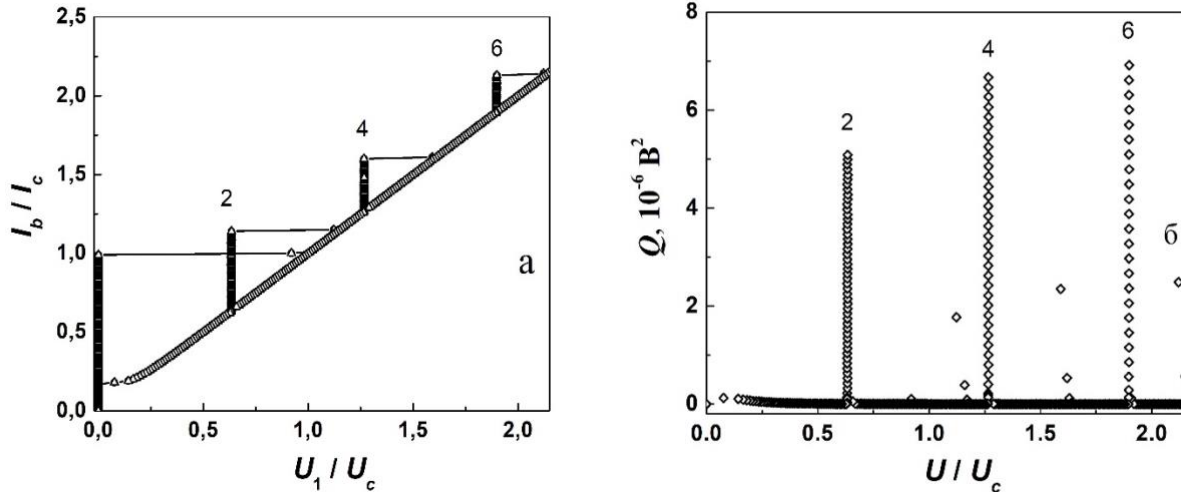


Рисунок 3.8 – Вольт – амперна характеристика лівого контакту з $\beta_c=25$ в довгій лінії з двома однаковими контактами (а) та залежність $Q = f(U_a/U_c)$ для цієї системи (б).

ділянки при напрузі резонансів (рисунок 3.7б). Зауважимо, що висота вертикальних ділянок на рисунку 3.6б така сама, як і на рисунку 3.2б для контакту з малим значенням β_c . Це означає, що «фонове» випромінювання, яке для контактів з малим значенням β_c в сто разів більше, ніж для контактів з великим β_c , не впливає на висоту вертикальних ділянок. Це зрозуміло, оскільки високочастотний струм через контакт визначається не параметрами контакту, а параметрами довгої лінії, які однакові в обох випадках.

Вольт - амперна характеристика лівого контакту в довгій лінії з двома однаковими контактами показана на рисунку 3.8а. Так само, як і на рисунку 3.3а для контактів з малим значенням параметра Мак-Камбера, на вольт – амперній характеристиці є тільки парні сходинки. Вертикальні відрізки на залежності $Q = f(U_a/U_c)$ на рисунку 3.8б, які відповідають випромінюванню на резонансних частотах, в чотири рази більше, ніж відповідні відрізки на такій залежності для одного контакту в довгій лінії (рисунок 3.2б). Збільшення потужності випромінювання в чотири рази має місце для всіх частот парних резонансів, які

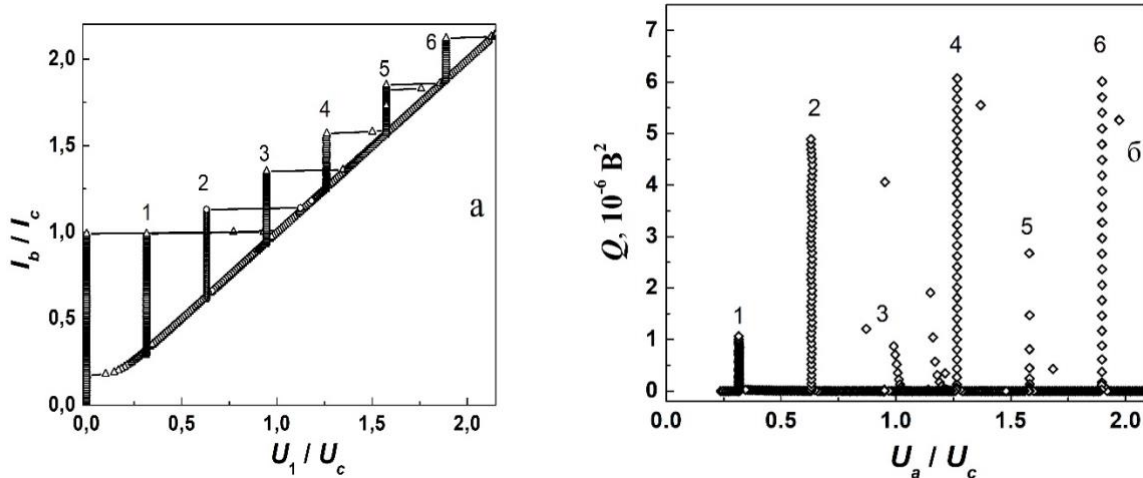


Рисунок 3.9 – Вольт – амперна характеристика лівого контакту з $\beta_c=25$ в довгій лінії з двома контактами з різними критичними струмами (а) та залежність $Q = f(U_a/U_c)$ для цієї системи (б).

показані на рисунку 3.8б. Таким чином, на частотах парних резонансів існує повна синхронізація випромінювання контактів.

На рисунку 3.9а показана вольт – амперна характеристика лівого контакту в довгій лінії довжиною $1 \cdot 10^{-4}$ м з двома контактами, критичні струми яких розрізняються на величину $\Delta I_c = \pm 2 \cdot 10^{-3} I_{ca}$ (див. підрозділ 3.3). Як видно з рисунку 3.9а, резонансні сходинки спостерігаються не тільки для парних резонансів, а і на всіх резонансних частотах. Залежність $Q = f(U_a/U_c)$ має слабкі вертикальні відрізки при напругах, які відповідають непарним резонансам (рисунок 9б). При напругах, які відповідають парним резонансним модам, відношення величин Q на верхівках вертикальних відрізків, до відповідних величин Q для одного контакту в довгій лінії, дорівнює 3,91 для $n=2$, 4,0 для $n=4$, та 3,43 для $n=6$. Останнє значення вказує на неповну синхронізацію випромінювання для $n=6$. Оцінка потужності когерентного випромінювання показує, що при перепаді імпедансів контакту та оточуючого середовища 10^{-4} потужність випромінювання досягає $6 \cdot 10^{-10}$ Вт при $n=4$ (рисунок 3.8б). В даній моделі це – не фінальна

величина підвищення потужності випромінювання. Досліджувану високочастотну схему можна покращити, розташовуючи в довгої лінії не по одному контакту з кожної сторони, а ланцюги з кількох контактів. Якщо когерентний стан контактів в такій схемі збережеться, то слід очікувати, що при під'єднанні ланцюга з п'яти контактів з кожної сторони дасть когерентне випромінювання потужністю до 0,1 мкВт, що є на рівні потужності випромінювача, який зроблено з багатьох сотень внутрішніх контактів Джозефсона у високотемпературних надпровідниках [5].

3.5. Сходінки нульового поля на залежності напруги від критичного струму довгого контакту.

Як було зауважено раніше в цьому розділі, на залежності напруги від критичного струму в довгому контакті також утворюються резонансні сходінки, положення яких описуються виразом (1.26). Це – так звані сходінки нульового поля, які виникають при неоднорідному розподілі критичних струмів вздовж довгого контакту. Ми змоделювали довгий контакт згідно існуючій моделі [25]. Довжина контакту $1 \cdot 10^{-4}$ м, тобто, така сама, як довжина надпровідної довгої лінії в попередніх розрахунках. Інші параметри: $V_c = 1,2 \cdot 10^{-3}$ В, $\beta_c = 34$, $I_c = 1,86 \cdot 10^{-3}$ А, $\bar{c} = 8,9 \cdot 10^6$ м/с. Згідно виразу (1.26), при таких параметрах відстань між резонансними сходінками дорівнює $\Delta U^* = 7,68 \cdot 10^{-2} \cdot V_c$. Була задана неоднорідність критичного струму $10^{-5} \cdot I_c$ в одному місці контакту. Завдяки присутності цієї неоднорідності в контакті розповсюджуються електромагнітні збудження, які приймають вигляд розповсюдження солітонів (імпульсів напруги) при резонансних частотах. Характерні напруги, при яких рух імпульсів напруги набуває періодичного характеру (тобто, рух від одного кінця контакту до іншого і назад), співпадають з напругами, які визначаються подвійним інтервалом ΔU^* [1]. Залежність напруги від критичного струму контакту показані на рисунку 10а. З цього рисунку видно, що резонансні сходінки утворюються тільки на парних

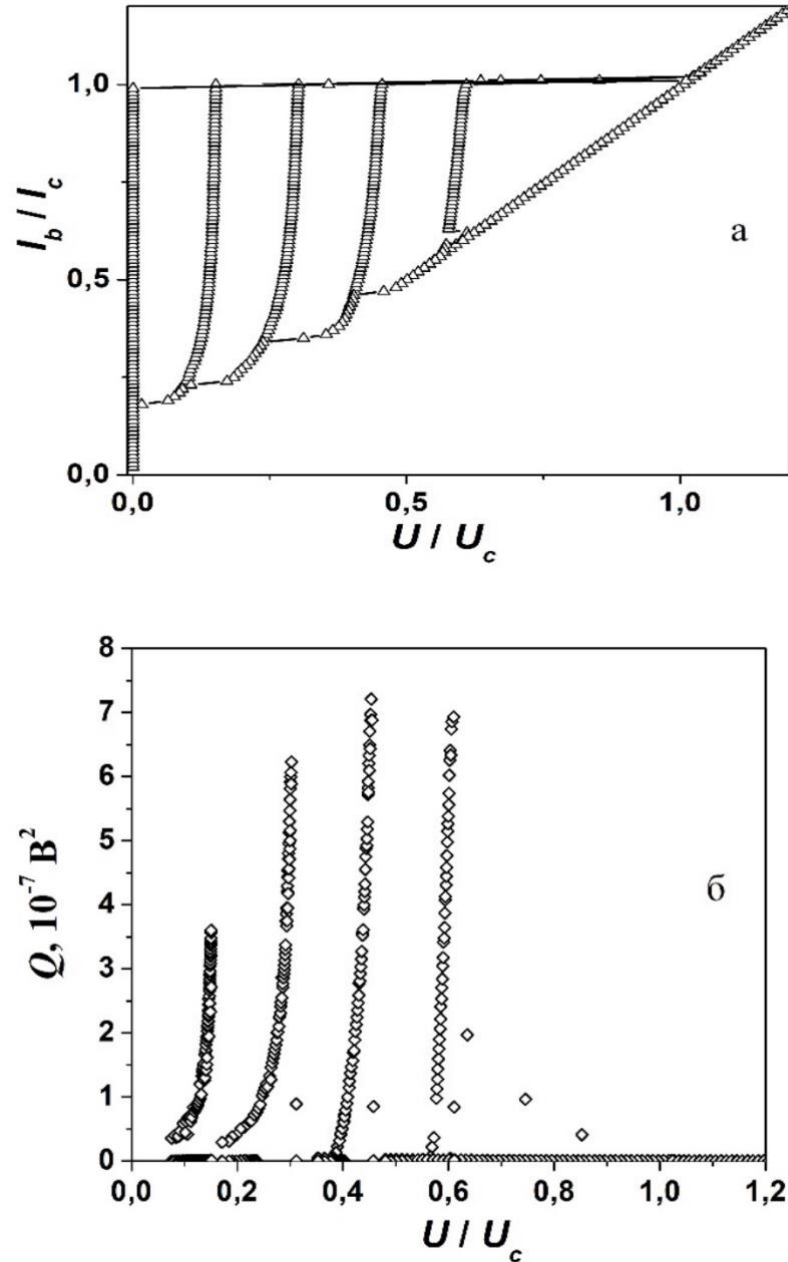


Рисунок 3.10 – Вольт – амперна характеристика довгого контакту (а) та залежність $Q = f(U_a/U_c)$ для цього контакту (б).

сходінках нульового поля, тобто, $\Delta U = 2\Delta U^* = 0,154 \cdot V_c$. Таким чином, результати наших розрахунків залежності напруги від струму зміщення підтверджують висновки описаної вище теорії про рух солітонів. Тим самим, ми визначили різницю в причинах виникнення сходінок нульового поля і резонансних

сходинок в надпровідній довгій лінії, на кінцях якої знаходяться контакти Джозефсона. Залежність $Q = f(U_a/U_c)$ для цього контакту показана на рисунку 10б. Величина Q має максимуми на сходах нульового поля, однак значення Q значно менше, ніж для контактів, з'єднаних надпровідною резонансною лінією.

Таким чином, в даній роботі ми змоделювали динаміку фаз двох контактів Джозефсона, які розміщені на краях резонансної довгої лінії. Ми знайшли, що вплив довгої лінії на вольт – амперну характеристику контактів проявляється в появі резонансних сходинок при напрузі, яка відповідає частотам геометричних резонансів. При однакових критичних струмах контактів резонансні сходинок, які відповідають непарним модам резонансів, не проявлені на вольт – амперній характеристиці. На сходах вольт – амперної характеристики, які відповідають парним резонансним модам, виникає сильне когерентне випромінювання. Зауважимо також, що ми знайшли, що вираз (1.26), який описує положення резонансних сходинок, придатний для опису кількох процесів, які мають різну природу. По-перше, це вираз для положень сходинок Фіске, які виникають при прикладенні зовнішнього магнітного поля до довгого контакту. Причиною появи резонансних сходинок на залежності напруги на контакті від струму зміщення є потік флуксонів (квантів магнітного потоку), який виникає завдяки збудженню електромагнітних коливань у контакті при модуляції струмів вздовж контакту. За допомогою виразу (1.26) описуються також положення сходинок нульового поля, які виникають завдяки неоднорідному розподілу критичних струмів вздовж контакту. Причиною появи сходинок в даному випадку є також періодичний рух флуксонів. Резонансні сходинок на залежності напруги від струму зміщення в контакті, шунтованому надпровідною резонансною довгою лінією також описуються виразом (1.26). В останньому випадку причиною появи сходинок є виникнення стоячих хвиль у довгій лінії.

ВИСНОВКИ

1. Знайдена сильна синхронізація осциляцій напруги на двох контактах в системі, яка складається з надпровідної довгої лінії, замкнутої на ці контакти з обох сторін. Знайдено, що потужність когерентного випромінювання в чотири рази більше, ніж потужність випромінювання одного контакту.
2. Знайдено, що на вольт – амперних характеристиках контактів в системі з двох контактів з однаковими критичними струмами на кінцях надпровідної довгої лінії, зникають резонансні сходи, які відповідають непарним частотам резонансних мод довгої лінії. Однак, якщо контакти мають різні критичні струми, спостерігаються як парні, так і непарні сходи.
3. Сильна синфазна синхронізація випромінювання існує на парних резонансних сходах. Протифазна синхронізація має місце на непарних сходах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Barone A. Physics and Applications of the Josephson Effect / A. Barone and G. Paterno // New York: Wiley.- 1982.- 529
2. P. Seidel P. Josephson effects in iron based superconductors / P. Seidel // Supercond. Sci. Technol.-2011.- V. 24.- P. 043001-1-21.
3. Likharev K. K. Dynamics of Josephson junctions and circuits / K. K. Likharev // Philadelphia: Gordon and Breach. - 1991. - 750 P.
4. Jain A. K. Mutual Phase locking in Josephson junction arrays / A. K. Jain, K. K. Likharev, J. E. Lukens, J. E. Sauvageau // Physics Reports.-1984.-V. 109, №6.- P. 309-426.
5. Ozyuzer L. Emission of coherent THz radiation from superconductors / L. Ozyuzer, L A. E. Koshelev, C. Kurter, N. Gopalsami, Q. Li, M. Tachiki, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H. Yamaguchi, T. Tachiki, K. E. Gray, W.-K. Kwok, U. Welp // Science.- 2007.- V.318, P.-1291-1293.
6. Tonouchi M. Cutting-edge terahertz technology / Masayoshi Tonouchi // Nature Photonics.- 2007.- V. 1.- P. 97-105.
7. Grib A. N. The threshold of phase locking in the system of two multi-junction superconducting loops / A. N. Grib, P. Seidel, M. Darula // Journal of Low Temperature Physics.- 1998.- V. 112, N 5/6.- P. 323-336.
8. Grib A. N. Phase locking in a stack of two Josephson junctions with a sidewall shunt / A. N. Grib, J. Scherbel, P. Seidel // Physics Letters. A.- 2000.- V. 266.- P. 76-82.
9. Seidel P. Quasiparticle current and phase locking of intrinsic Josephson junctions / P. Seidel, A. N. Grib, Yu. M. Shukrinov, J. Scherbel, U. Huebner, F. Schmidl // Physica C.- 2001.- V.362.- P. 102-107.
10. Grib A. N. Synchronization of overdamped Josephson junctions shunted by a superconducting resonator / A. N. Grib, J. Scherbel, P. Seidel // Phys. Rev. B- 2002.- V. 65.- P. 094508-1-10.

11. Grib Alexander. Synchronization of Josephson junctions by a resonant transmission line / Alexander Grib, Jens Scherbel, Paul Seidel // *Phys. Stat. Sol (a)*.- 2003.- V. 198, N1.- P. 142-145.
12. Гриб Олександр. Когерентне випромінювання джозефсонівських контактів у резонансній довгій лінії / Олександр Гриб // *Вісник ХНУ № 1019, серія "Фізика"*. - 2012. - вип. 16. - С. 6-9.
13. Гриб Олександр. Вплив надпровідної площини на синхронізацію лінійних систем джозефсонівських контактів / Олександр Гриб // *Вісник ХНУ № 1076, серія "Фізика"*. - 2013. - вип. 19. - С. 92-97.
14. Grib A. Synchronization of strongly interacting overdamped Josephson junctions / A. Grib, M. Mans, J. Scherbel, P. Seidel // *Phys. Stat. Sol. (b)*.- 2005.-V. 242.- P. 1286–1292.
15. Kleiner R. Intrinsic Josephson effect in Bi₂Sr₂CaCu₂O₈ single crystals / R. Kleiner, F Steinmeyer, G. Kunkel, and P. Müller // *Phys. Rev. Lett.*- 1992.- V. 68, № 15.- P. 2394-2397.
16. Kleiner R. / Intrinsic Josephson effects in high-T_c superconductors / R. Kleiner and P. Müller // *Phys. Rev.B.*- 1994.- V.49, № 2.- P. 1327-1341.
17. Helm Ch. Coupling between phonons and intrinsic Josephson oscillations in cuprate superconductors / Ch. Helm, Ch. Preis, F. Forsthofer, J. Keller, K. Schlenga, R. Kleiner, and P. Müller // *Phys. Rev. Lett.*-1997.- V.79.- P. 737-741.
18. Katterwe S. O. Superluminal geometrical resonances observed in Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+x} intrinsic Josephson junctions / S. O. Katterwe, A. Rydh, H. Motzkau, A. B. Kulakov, and V. M. Krasnov // *Phys. Rev. B.*- 2010.- 82, № 2.- P. 024517-1-10.
19. Tsujimoto Manabu. Geometrical Resonance Conditions for THz Radiation from the Intrinsic Josephson Junctions in Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+δ} / Manabu Tsujimoto, Kazuhiro Yamaki, Kota Deguchi, Takashi Yamamoto, Takanari Kashiwagi, Hidetoshi

- Minami, Masashi Tachiki, Kazuo Kadowaki, and Richard A. Klemm // *Phys. Rev. Lett.*-2010.- V.105.- P. 037005-1-4.
20. Schlenga K. Intrinsic Josephson junctions in high-Tc superconductors as high frequency sources / K. Schlenga, G. Hechtfisher, W. Walkenhorst, P. Muller, F. X. Regi, H. Savary, J. Schneck, M. Veith, W. Brodkorb, E. Steinbeiss // *IEEE Transactions on Applied Superconductivity.*- 1995.- V. 5 N.2.- P. 3272-3275.
 21. Schlenga K. Tunneling spectroscopy with intrinsic Josephson junctions in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ and $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+\delta}$ / K. Schlenga, R. Kleiner, G. Hechtfisher, M. Mößle, S. Schmitt, Paul Müller, Ch. Helm, Ch. Preis, F. Forsthofer, J. Keller, H. L. Johnson, M. Veith, and E. Steinbeiß // *Phys. Rev.*-1998.- V. B57, № 22.- P. 14518.
 22. Schlenga K. Subgap Structures in Intrinsic Josephson Junctions of $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+\delta}$ and $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ / K. Schlenga, G. Hechtfisher, R. Kleiner, W. Walkenhorst, P. Müller, H. L. Johnson, M. Veith, W. Brodkorb, and E. Steinbeiss // *Phys. Rev. Lett.*-1996.- V.76.- P. 4943-4946.
 23. Kadowaki K. Direct observation of terahertz electromagnetic waves emitted from intrinsic Josephson junctions in single $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ /K. Kadowaki, H. Yamaguchi, K. Kawamata, T. Yamamoto, H. Minami, I. Takeya, U. Welp, L. Ozyuzer, A. Koshelev , C. Kurter, K.E. Gray, W.-K. Kwok // *Physica.*- 2008.- V. 468C.- P.634–639.
 24. Gray K. E. Emission of terahertz waves from stacks of intrinsic Josephson junctions / K.E. Gray, L. Ozyuzer, A.E. Koshelev, C. Kurter, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H. Yamaguchi, M. Tachiki, W.-K. Kwok, and U. Welp // *IEEE Transactions on Applied Superconductivity.*-2009.- V. 19, №. 3.- P. 886-890.
 25. Grib A. Zero-field steps and coherent emission of externally heated long Josephson junctions / A. Grib, P. Seidel, M. Tonouchi // *Supercond. Sci. Technol.*-2017.- V. 30.- no. art. 014004.