

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені В. Н. КАРАЗІНА

В. М. Дубовик
В. М. Сухов

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ЯДЕРНОЇ ФІЗИКИ В КУРСІ ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ

Навчально-методичний посібник

Електронне видання

Харків – 2023

УДК 539.1 (075.8)

Д 79

Рецензенти:

М. О. Азаренков – академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, директор Інституту фізики твердого тіла, матеріалознавства та технологій ННЦ ХФТІ НАН України;

Р. В. Вовк – член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, декан фізичного факультету Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

*Затверджено до розміщення в мережі Інтернет рішенням Науково-методичної ради
Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна
(протокол № 9 від 16 червня 2023 року)*

Дубовик В. М.

Д 79

Розв'язування задач з ядерної фізики в курсі загальної фізики : навчально-методичний посібник [Електронне видання] / В. М. Дубовик, В. М. Сухов. – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2023. – (PDF 66 с.)

Навчально-методичний посібник містить теоретичний огляд кожного розділу навчальної дисципліни «Фізика ядра та елементарних частинок» та методичні рекомендації щодо розв'язання задач з ядерної фізики. Наведений розв'язок 65 задач з 6 розділів ядерної фізики. Кожен розділ містить контрольні питання для самостійної підготовки і задачі для самостійного розв'язання.

Методичні рекомендації спрямовані для студентів фізичних фахів університетів, які навчаються за спеціальностями 104 – «Фізика та астрономія», 105 – «Прикладна фізика та наноматеріали», а також може бути корисним студентам природознавчих факультетів.

УДК 539.1 (075.8)

© Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна, 2023

© Дубовик В. М., Сухов В. М., 2023

ЗМІСТ

Передмова	4
Розділ 1. Основні властивості і характеристики ядер.....	5
1.1. Розв'язання задач	10
Контрольні питання до розділу 1	18
Розділ 2. Рух заряджених частинок у зовнішніх полях	19
2.1. Розв'язання задач.....	19
Контрольні питання до розділу 2.....	28
Розділ 3. Радіоактивність	29
3.1. Розв'язання задач.....	30
Контрольні питання до розділу 3.....	39
Розділ 4. Ядерні реакції.....	40
4.1. Розв'язання задач.....	41
Контрольні питання до розділу 4.....	46
Розділ 5. Поділ ядер. Термоядерні реакції	47
5.1. Розв'язання задач.....	49
Контрольні питання до розділу 5.....	55
Розділ 6. Елементарні частинки	56
6.1. Розв'язання задач.....	59
Контрольні питання до розділу 6.....	64
Література.....	65

ПЕРЕДМОВА

Навчально-методичний посібник «Розв’язання задач з ядерної фізики в курсі загальної фізики – Електронна версія» є збірником задач, складений відповідно до програми «Фізика ядра та й елементарних частинок», розробленої на кафедрі експериментальної фізики фізичного факультету Харківського національного університету імені Василя Каразіна в рамках загального курсу фізики.

Збірник містить ХХ задач з наведеним аналізом і розв’язком. Кожному розділу відповідає теоретичний огляд, у якому наведені основні закони, формули із даного розділу. Наведені задачі для самостійної роботи, а також контрольні питання до кожного розділу.

Збірник задач є результатом багаторічної роботи авторів на фізичному та радіофізичному факультетах Харківського національного університету імені Василя Каразіна. Він адресований студентам фізичних фахів університетів. Також посібник може бути корисним викладачам природничих факультетів.

Автори

РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ І ХАРАКТЕРИСТИКИ ЯДЕР

Атомні маси – це маси нейтральних атомів, а не маси ядер, позбавлених зовнішніх електронів. Тому в наведених числах уже враховано маси орбітальних електронів.

Маси атомів виражаються в атомних одиницях маси (а.о.м.), у яких маса атома вуглецю дорівнює точно 12.0 а.о.м.

$$1 \text{ а.о.м.} = 1,6604 \cdot 10^{-27} \text{ кг},$$

а її енергетичний еквівалент становить 931,48 Мев.

Ізотопи

Дослідження проходження іонних пучків у мас-спектрографах показали, що не всі атоми даного хімічного елемента мають однакову масу. Рівні за масою типи атомів одного й того самого хімічного елемента називаються **ізотопами**. Інший широко поширений термін – нуклід – означає певний сорт ядер.

Виявилось, що навіть водень має ізотопи, які називаються дейтерієм і тритієм, хоча їхній вміст у природному водні близько 0,015 %. Атомні маси ізоотопів водню дорівнюють 1,007825, 2,014102 і 3,01605 а.о.м. Ядра тритію нестабільні і, зазнаючи радіоактивного розпаду, перетворюються на ядра ізоотопу гелію.

Ядро найлегшого ізоотопу водню називається **протоном**, його маса дорівнює 1836 мас електрона. Ця маса дорівнює масі атома мінус маса електрона. Протон, як і електрон, є елементарною частинкою. Спін протона дорівнює 1/2.

У таблицях ядерних властивостей замість маси атома ізоотопу зазвичай наводять надлишок маси атома:

Надлишок маси атома дорівнює

$$M - A,$$

де M – маса атома, A – масове число ізоотопу. Дефект маси є позитивною величиною для дуже легких і дуже важких ядер і негативною для решти. Умовне позначення протона – p .

Склад атомного ядра та його характеристики

Склад атомного ядра було встановлено в 1932 році. У 1930 році німецькі фізики В. Боте і Г. Беккер виявили випромінювання, що виникає під час бомбардування берилію α -частинками. Це випромінювання легко проходило через речовину. Початкова гіпотеза полягала в тому, що це випромінювання має електромагнітну природу, тобто це хвилі з малою довжиною хвилі. Однак розрахунки та експерименти не підтвердили цю гіпотезу.

У 1932 році Джеймс Чедвік запропонував іншу гіпотезу, згідно з якою випромінювання складається з нейтральних частинок із масою, що дорівнює масі протона. Електрична нейтральність частинок, названих **нейтронами**, пояснює їхню здатність легко проникати крізь речовину, а їхня маса легко пояснює енергію віддачі протонів: під час лобового зіткнення рухомої частки зі спокійною частинкою рівної маси останній може бути передано всю кінетичну енергію рухомої частинки. Умовне позначення – **n**. Зазначимо, що поза ядром нейтрон є нестабільною частинкою. Вільний нейтрон, зазнаючи радіоактивного розпаду, перетворюється на протон, електрон і антинейтрино. Період його напіврозпаду 10,8 хв. Схема розпаду $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$.

Маса нейтрона $m_n = 1,0086654 \text{ а.о.м.}$, яка трохи більша за масу протона.

Заряд нейтрона дорівнює нулю.

Спін нейтрона дорівнює $1/2$, тобто він є **ферміоном**.

Отже, атомні ядра складаються з протонів і нейтронів. Заведено називати ці частинки, з яких складаються ядра, **нуклонами**.

Під час опису ядер використовуються такі терміни та символи:

Z – атомний номер (визначає число протонів);

N – нейтронне число (визначає число нейтронів);

$A = Z + N$ – масове число (показує загальне число нейтронів і протонів).

Ізотопи позначають таким чином:

${}^A_Z X$ – де X – хімічний символ елемента.

Оскільки ядра складаються з нейтронів і протонів, можна пояснити існування ізоотопів: усі ізоотопи одного елемента містять однакове число протонів, але різне число нейтронів. Оскільки саме ядерний заряд визначає хімічні властивості елемента, то всі ізоотопи даного елемента мають однакові хімічні властивості.

Розміри ядра. Ядро має в поперечнику 10^{-14} м . Із дослідів з розсіювання електронів високої енергії на ядрах було знайдено, що радіуси ядер визначаються формулою (при $A \geq 20$)

$$R = 1,2 \cdot \sqrt[3]{A} \cdot 10^{-13} \quad (\text{см}),$$

де A – масове число. Для визначення радіусу ядер слугує позасистемна одиниця **фермі**:

$$1 \text{ фермі} = 10^{-5} \text{ Å} = 10^{-15} \text{ м}.$$

Магнітні моменти нуклонів

Протон має спін, що дорівнює $1/2$, і власний магнітний момент

$$\mu_p = 2,79 \mu_y,$$

де $\mu_y = \frac{e\hbar}{2m_p}$ – ядерний магнетон.

У фізиці елементарних частинок заведено виражати маси в одиницях енергії, для цього множать їх на c^2 (c – швидкість світла у вакуумі). Наприклад, якщо маса частинки дорівнює 1 MeV , то це еквівалентно тому, що

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \frac{\text{Дж}}{(3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2} = 1,78 \cdot 10^{-30} \text{ кг}.$$

У ядерній фізиці застосовується також одиниця, яка називається атомною одиницею маси:

$$1 \text{ а.о.м.} = 931,5 \text{ MeV}.$$

Маса протона дорівнює $938,28 \text{ MeV}$, а маса електрона $m_e = 0,511 \text{ MeV}$, тобто в 1863 рази менша:

$$m_p = 1836 m_e.$$

Із порівняння з магнетоном Бора випливає, що ядерний магнетон у 1863 рази менший за магнетон Бора. Отже, власний магнітний момент протона в 660 разів менший, ніж магнітний момент електрона.

Нейтрон має спін, що дорівнює $1/2$, і, незважаючи на відсутність електричного заряду, власний магнітний момент

$$\mu_n = -1,91\mu_y.$$

Знак мінус означає, що напрямки власних механічного і магнітного моментів протилежні.

Спін ядра

Спіни нуклонів складаються в результуючий спін ядра. Спін нуклона дорівнює $1/2$. Тому квантове число спіна ядра **I** буде напівцілим за непарного числа нуклонів A і цілим або нулем за парного числа A . Спіни ядер не перевищують кількох одиниць, тому слід вважати, що спіни більшості нуклонів у ядрі взаємно компенсують один одного, розташовуючись антипаралельно. У всіх парно-парних ядер (ядер з парним числом протонів і парним числом нейтронів) спін дорівнює нулю.

Нуклони мають спін $1/2$ і тому підкоряються принципу Паулі, внаслідок чого на кожному енергетичному рівні може перебувати тільки два протони з протилежним напрямком спінів.

Термінологія ядер

Ізотопи – ядра з однаковими Z , але різними A .

Ізобари – ядра з однаковим масовим числом A .

Ізотони – ядра з однаковим числом нейтронів $N = A - Z$.

Ізмери – радіоактивні ядра з однаковими A і Z , що відрізняються періодом напіврозпаду.

Енергія зв'язку нуклонів

Як показують розрахунки, кінетична енергія нуклона має порядок енергії зв'язку 8 MeV на нуклон.

Величезна енергія зв'язку нуклонів у ядрі вказує на те, що між нуклонами є дуже інтенсивна взаємодія, яка має характер тяжіння.

Маса ядра не менша за суму мас частинок, що входять до нього. Це зумовлено тим, що при об'єднанні нуклонів один з одним, енергія спокою частинки дорівнює $E_0 = mc^2$. Енергія ядра, яке перебуває у стані спокою, менша за сумарну енергію невзаємодіючих нуклонів на величину

$$E_{\text{зв}} = c^2 \left\{ \left[Zm_p + (A - Z)m_n \right] - m_y \right\}.$$

Ця енергія називається **енергією зв'язку нуклонів** у ядрі.

Рівності можна надати вигляду, замінивши масу протона m_p масою атома водню m_H , а масу ядра $m_{\text{я}}$ масою атома m_a :

$$E_{\text{зв}} = c^2 \{ [Zm_H + (A-Z)m_n] - m_a \}.$$

Енергія зв'язку, що припадає на один нуклон, називається **питомою енергією зв'язку нуклонів** у ядрі:

$$E_{\text{пит.зв.}} = \frac{E_{\text{зв}}}{A}.$$

Величина $\Delta = [Zm_p + (A-Z)m_n] - m_{\text{я}}$ називається дефектом маси ядра.

Таким чином,

$$\Delta = \frac{E_{\text{зв}}}{c^2}.$$

Напівемпірична формула для енергії зв'язку ядра (формула Вайцзеккера):

$$E(\text{MeV}) = 14,0 A - 13,0 A^{2/3} - 0,584 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 19,3 \frac{(A-2Z)^2}{A} + \frac{33,5}{A^{3/4}} \delta,$$

де спінова поправка δ дорівнює:

$$\delta = \begin{cases} +1, & \text{при парних } A \text{ і } Z \\ 0, & \text{при непарному } A \text{ (} Z - \text{довільне)} \\ -1, & \text{при парному } A \text{ і непарному } Z \end{cases}.$$

Повний момент кількості руху атома

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I},$$

де $\vec{J}$ і $\vec{I}$ – моменти кількості руху електронної оболонки атома і ядра (спін), відповідно, $F = (J+I), (J+I-1), \dots, |J-I|$.

Правила відбору для дозволених переходів:

$$\Delta F = 0, \pm 1.$$

Переходи із стану $F=0$ у стан $F=0$ абсолютно заборонені.

Магнітний момент ядра (точніше максимальна проекція магнітного моменту на напрямок магнітного поля)

$$\mu = gI\mu_{\text{я}},$$

де g – гіромагнітний множник; I – спин ядра; $\mu_{\text{я}}$ – ядерний магнетон.

1.1. Розв'язання задач

1.1. Знайти енергію зв'язку на один нуклон в ядрах ${}^6\text{Li}$ і ${}^{23}\text{Na}$.

Розв'язок. Для визначення енергії зв'язку зручно користуватися формулою

$$E_{\text{зв}} = Z\Delta_H + (A-Z)\Delta_n - \Delta, \quad (1.1)$$

де $\Delta_H, \Delta_n, \Delta$ – надлишок маси ($M - A$) атома водню, нейтрона і атома, відповідного даному ядру.

З таблиць властивостей ізотопів знаходимо:

$\Delta_H = 0,00783$, $\Delta_n = 0,00867$, $\Delta = 0,01513$ для ядра ${}^6\text{Li}$ (в атомних одиницях маси). Для ядра літію $A=6$, $Z=3$.

Після підстановки в формулу (1.1) отримаємо:

$$E_{\text{зв}} = 3 \cdot 0,00783 + 3 \cdot 0,00867 - 0,01513 = 0,03437 \text{ (eB)}.$$

Енергія зв'язку на один нуклон: $\frac{E_{\text{зв}}}{6} = 0,0057283 \text{ а.о.м.}$, оскільки в ядрі літію 6 нуклонів.

Енергетичний еквівалент однієї атомної одиниці маси дорівнює $931,48 \text{ MeV}$:

$$1 \text{ а.о.м.} = 931,48 \text{ MeV}.$$

Таким чином енергія зв'язку на один нуклон ядра ${}^6\text{Li}$ дорівнює:

$$\frac{E_{\text{зв}}}{A} = 0,0057283 \cdot 931,48 = 5,33 \text{ MeV}.$$

Аналогічно для ядра ${}^{23}\text{Na}$ з таблиць властивостей ізотопів знаходимо:

$$\Delta_H = 0,00783, \quad \Delta_n = 0,00867, \quad \Delta = -0,03245.$$

$$\Delta_H = 0,00783, \quad \Delta_n = 0,00867, \quad \Delta = -0,01023 \text{ (в атомних одиницях маси)}.$$

Для ядра ${}^{23}\text{Na}$ $Z=11$, $A=23$.

Після підстановки в формулу (1.1) отримаємо

$$E_{36} = 11 \cdot 0,00783 + 12 \cdot 0,00867 + 0,01023 = 0,0083127 \text{ (a.o.m.)}$$

Енергія зв'язку на один нуклон

$$\frac{E_{36}}{A} = 0,008713 \text{ (a.o.m.)}$$

Енергетичний еквівалент однієї атомної одиниці маси дорівнює 931,48 MeV:

$$1 \text{ a.o.m.} = 931,48 \text{ MeV.}$$

Таким чином, енергія зв'язку на один нуклон ядра ^{23}Na

$$\frac{E_{36}}{A} = 0,008713 \cdot 931,48 = 8,11 \text{ (MeV).}$$

1.2. Знайти енергію зв'язку ядра, яке має однакове число протонів і нейтронів, а радіус – у $\eta = 1.1$ разів більший, ніж у ядра ^{27}Al .

Розв'язок. Радіус ядра (у фермі) визначається формулою

$$R = 1,4A^{1/3},$$

де A – масове число ядра.

Таким чином, $A_x = \eta^3 A_{Al} \approx 36$. За умовою задачі число протонів дорівнює числу нейтронів. Тобто це ядро $Z=18$. Із періодичної системи елементів Д. І. Менделєєва знаходимо, що це ^{36}Ar . Визначимо енергію зв'язку ^{36}Ar . Для цього застосуємо формулу (1.1). З таблиць властивостей ізотопів знаходимо для ядра ^{36}Ar .

$$\Delta_H = 0,00783, \quad \Delta_n = 0,00867, \quad \Delta = -0,03245.$$

Для ядра ^{36}Ar $Z=18$, $(A-Z)=18$. За формулою (1.1) отримаємо:

$$E_{36} = 18 \cdot 0,00783 + 18 \cdot 0,00867 + 0,03245 = 0,32945 \text{ (a.o.m.)}$$

Енергетичний еквівалент однієї атомної одиниці маси дорівнює 931,48 MeV:

$$1 \text{ a. o. m.} = 931,48 \text{ MeV.}$$

Енергія зв'язку ядра дорівнює $E_{36} = 306,88 \text{ MeV}$.

1.3. Визначити за допомогою напівемпіричної формули Вейцеккера енергію зв'язку ядер: а) ^{40}Ca , б) ^{50}V , в) ^{107}Ar .

Розв'язок. Напівемпірична формула Вейцеккера

$$E_{\text{зв}} = 14A - 13A^{2/3} - 0,584 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 19,3 \frac{(A-2Z)^2}{A} + \frac{33,5}{A^{3/4}} \delta,$$

де $\delta = +1$ при парних A і Z ; $\delta = 0$ при непарному A і довільному Z ; $\delta = -1$ при парному A і непарному Z .

а) Для ядра ^{40}Ca : $A = 40$, $Z = 20$. За формулою Вейцеккера $E_{\text{зв}} = 341,76 \text{ MeV}$.

б) Для ядра ^{50}V : $A = 50$, $Z = 23$. За формулою Вейцеккера $E_{\text{зв}} = 431,75 \text{ MeV}$.

в) Для ядра ^{107}Ar : $A = 107$, $Z = 47$. За формулою Вейцеккера $E_{\text{зв}} = 902,78 \text{ MeV}$.

Табличні значення, відповідно, 342,056, 434,791, 915,272 (MeV).

Невідповідність табличних значень і значень для енергії зв'язку одержаних за формулою Вейцеккера пояснюється тим, що формула Вейцеккера не враховує різницю мас нейтрона і протона: $m_n - m_p = 1,29343 \text{ MeV}$. Маса ядра повинна містити член $Zm_p + (A-Z)m_n = Am_n - Z(m_n - m_p)$. Тому формула для енергії зв'язку повинна містити член $Z(m_n - m_p)$. Ця різниця порядку 1 %.

1.4. За допомогою формули Вейцеккера визначити заряд Z ядра з найменшою масою серед ядер із однаковими непарними значеннями масового числа A .

Розв'язок. Досліджуємо формулу Вейцеккера на екстремум. Із умови

$$\frac{\partial E_{\text{зв}}}{\partial Z} = 0$$

знайдемо Z_m : $Z_m = \frac{A}{2 + 0,001512A^{2/3}}$. Із умови $\frac{\partial M}{\partial Z} = 0$ знайдемо

$$Z_m = \frac{A}{1,98 + 0,001498A^{2/3}}.$$

Коефіцієнт δ у формулі Вейцеккера дорівнює нулю.

1.5. Передбачити за допомогою формули для Z із задачі (1.4) характер активності електронна (або позитронна) наступних β -активних ядер: а) ^{103}Ag ; б) ^{127}Sn ; в) ^{141}Cs .

Розв'язок. Згідно з формулою із задачі (1.4) для Z :

а) $A = 103$; б) $A = 127$; в) $A = 141$.

Обчисливши за формулою для Z отримаємо для ядер: а) 44,8 (47); б) 54,1 (50); в) 59,4 (55). У випадку а) отримане зарядове число менше табличного. Отже, це ядро має позитронну активність. У випадках б), в) зарядове число перевищує табличне. Ці ядра мають електронну активність.

1.6. За допомогою формули Вейцеккера знайти відношення $\frac{Z^2}{A}$, при якому поділ ядер з парними Z, A на два однакових осколка з непарними Z', A' стає енергетично можливим.

Розв'язок. У формулі Вейцеккера для ядра, яке ділиться, коефіцієнт $\delta = +1$, а для осколків цей коефіцієнт дорівнює нулю. Для того щоб відбувся поділ ядра, необхідна умова

$$E_{36}(A, Z) < 2E_{36}\left(\frac{A}{2}, \frac{Z}{2}\right).$$

Для ядра, яке ділиться, формула Вейцеккера має вигляд

$$E_{36} = 14A - 13A^{2/3} - 0,584 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 19,3 \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \frac{33,5}{A^{3/4}} \delta,$$

де $\delta = +1$.

Для осколків у формулі Вейцеккера при обчисленні енергії зв'язку треба зробити таку заміну: $\delta = 0$, $A \Rightarrow \frac{A}{2}$, $Z \Rightarrow \frac{Z}{2}$.

Із цих рівнянь отримаємо

$$\frac{Z^2}{A} > 15,64 + \frac{155}{A^{17/12}}.$$

1.7. За допомогою формули Вейцеккера одержати вираз, що визначає різницю енергій зв'язку двох дзеркальних ядер з непарним масовим числом A . Обчислити різницю енергій зв'язку двох дзеркальних ядер: а) ^{23}Na і ^{23}Mg ; б) ^{41}Ca і ^{41}Sc .

Розв'язок. Дзеркальними називаються ядра з однаковими масовими числами A , кожне з яких виходить з іншого заміною всіх протонів нейтронами, а всіх нейтронів – протонами. Формула Вейцеккера має вигляд

$$E_{\text{яг}} = 14A - 13A^{2/3} - 0,584 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 19,3 \frac{(A - 2Z)^2}{A},$$

де враховано, що $\delta = 0$.

Для ядра з енергією E_1 : $A = 23$, $Z_1 = 11$, $N_1 = 12$, а для дзеркального ядра з енергією E_2 : $A = 23$, $Z_2 = 12$, $N_2 = 11$, де N – число нейтронів.

Після підстановки у формулу Вейцеккера отримаємо для двох дзеркальних ядер

$$E_1 - E_2 = 0,584A^{2/3}(N_1 - Z_1).$$

а) Для ядер ^{23}Na і ^{23}Mg із попередньої формули отримаємо

$$E_{\text{Na}} - E_{\text{Mg}} = 4,72 \text{ (MeV)}.$$

б) Для ядер ^{41}Ca і ^{41}Sc аналогічно отримаємо

$$E_{\text{Ca}} - E_{\text{Sc}} = 6,95 \text{ (MeV)}.$$

1.8. Два терма одного й того самого атома мають різні квантові числа J_1 і J_2 . Яке квантове число (J або I) можна визначити по числу компонент N надтонкого розщеплення кожного терма в тому випадку, коли число компонент для обох термів: а) однакове ($N_1 = N_2$); б) різне ($N_1 \neq N_2$).

Розв'язок. Повний механічний момент атома:

$$F = J + I, \quad F = J + I, J + I - 1, \dots, |J - I|,$$

де J – механічний момент електронної оболонки атома, I – механічний момент ядра (спін ядра). N дорівнює числу різних значень квантового числа F , тобто $(2I + 1)$ якщо $(I < J)$ або $(2J + 1)$ при $(I > J)$. Якщо при різних значеннях J обох термів

а) $N_1 = N_2$, то $N = 2I + 1$;

б) $N_1 \neq N_2$, то $N = 2J + 1$.

1.9. Відношення інтенсивностей компонент надтонкого розщеплення спектральної лінії $^2P_{1/2} \Rightarrow ^2S_{1/2}$ натрію дорівнює приблизно 10:6. Маючи на увазі, що надтонка структура викликана розщепленням терма $^2S_{1/2}$ (розщеплення терма $^2P_{1/2}$ нехтувано мале), знайти спін ядра ^{23}Na .

Розв'язок. Розглянемо походження тонкої структури подвійної жовтої лінії натрію. Нижній рівень $3^2S_{1/2}$ – синглетний. Наступний рівень $3p$ через наявність спіну розщеплюється на два підрівня: $3^2P_{1/2}$ і $3^2P_{3/2}$. Переходи між цими підрівнями і одиночним рівнем $3^2S_{1/2}$ дають спектральні лінії тонкої структури. Рівень $3^2S_{1/2}$ розщеплюється на два, оскільки це пояснюється наявністю магнітного моменту у ядра. Позначимо через F повний момент імпульсу атома для верхнього підрівня $3^2S_{1/2}$. Тоді через протилежну орієнтацію спіна ядра та сама величина для нижнього підрівня $3^2S_{1/2}$ буде $(F-1)$. Отже, статистичні ваги цих підрівней дорівнюють, відповідно, $(2F+1)$ і $2(F-1)+1=2F-1$. Відношення інтенсивностей надтонких компонент спектральної лінії дорівнює $\frac{2F+1}{2F-1}$. За умовою задачі це відношення дорівнює 10:6. Таким чином, одержимо рівняння

$$\frac{2F+1}{2F-1} = \frac{10}{6}.$$

Розв'язок цього рівняння (з урахуванням того, що F приймає цілі або напівцілі значення) дає $F=2$. Отже, спин ядра натрію дорівнює

$$I = F - J = 2 - 1/2 = 3/2.$$

1.10. Електронна оболонка атома створює в місці розташування ядра магнітне поле з індукцією B_0 , напрямком якого збігається з напрямком механічного моменту електронної оболонки $\vec{J}$. Додаткова енергія взаємодії магнітного моменту ядра з цим полем залежить від орієнтації механічних моментів $\vec{J}$ та $\vec{I}$, яка визначається правилами просторового квантування. Показати, що інтервали між сусідніми підрівнями, які характеризуються квантовими числами $F, F+1, F+2, \dots$, відносяться як $(F+1):(F+2)\dots$.

Розв'язок. Енергія магнітної взаємодії дорівнює

$$E = \mu_I B_0 \cos(\vec{I}, \vec{J}), \quad \cos(\vec{I}, \vec{J}) = \frac{F(F+1) - I(I-1) - J(J-1)}{2\sqrt{I(I+1)J(J+1)}}.$$

Для всіх підрівней I і J одне й те саме. Тоді отримаємо

$$E \sim [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)].$$

Звідси інтервал між сусідніми підрівнями дорівнює:

$$\delta E_{F,F+1} \sim (F+1).$$

1.11. Терм ${}^2D_{3/2}$ атома ${}^{209}\text{Bi}$ має чотири компоненти надтонкого розщеплення, причому відношення інтервалів між сусідніми компонентами дорівнює 4:5:6. Знайти за допомогою правила інтервалів (задача 1.10) спін ядра, а також число компонент надтонкого розщеплення спектральної лінії ${}^2S_{1/2} \Rightarrow {}^2D_{3/2}$.

Розв'язок. Число компонент даного терма визначає вираз $(2J+1)$. Звідси випливає, що $I \geq \frac{3}{2}$. На підставі правила інтервалів маємо

$$4:5:6 = (F+1):(F+2):(F+3),$$

де $F = I - J$. Звідси $I = \frac{9}{2}$ – спін ядра.

Спектральна лінія ${}^2S_{1/2} \Rightarrow {}^2D_{3/2}$ розщеплюється на шість компонент.

1.12. Пучок атомів пропускається за методом Штерна і Герлаха через поперечне дуже неоднорідне слабке магнітне поле. В результаті число компонент надтонкого розщеплення пучка атомів:

а) ${}^9\text{Be} ({}^1S_0)$ і ${}^{13}\text{C} ({}^3P_0)$ дорівнює, відповідно, 4 і 2;

б) ${}^7\text{Li} ({}^2S_{1/2})$ і ${}^{133}\text{Cs} ({}^2S_{1/2})$ дорівнює, відповідно, 8 і 16.

У дужках показані терми електронних оболонок атомів.

Визначити спіни цих ядер.

Розв'язок. Ідея досліду Штерна і Герлаха полягає в пропусканні атомних пучків через неоднорідне поперечне магнітне поле. При цьому на атом, який має магнітний момент, діє сила $\vec{F} = \mu \frac{\partial \vec{B}}{\partial n}$, де μ – магнітний момент атома. Магнітний момент атома – величина квантована. Кількість значень магнітного моменту, які може мати атом, визначає число компонент розщеплення. У загальному магнітний момент атома визначається магнітним моментом електронних оболонок і магнітним моментом ядра.

Число компонент розщеплення дорівнює добутку

$$(2+1)(2I+1). \quad (1.2)$$

Визначимо спін ядра ${}^9\text{Be} ({}^1S_0)$. Квантове число $J = 0$. Із рівняння (1.2) отримаємо $(2+1)(2I+1) = 4$, $I = \frac{3}{2}$. Аналогічно знайдемо спіни інших ядер:

для ядра $^{13}\text{C} (^3P_0)$ спін $I = \frac{1}{2}$;

для ядра $^7\text{Li} (^2S_{1/2})$ спін $I = \frac{3}{2}$;

для ядра $^{133}\text{Cs} (^2S_{1/2})$ спін $I = \frac{7}{2}$.

1.13. Визначити спін ядра ^{59}Co , основний терм атома якого $^4F_{9/2}$ містить вісім компонент надтонкого розщеплення.

Розв'язок. Повний механічний момент атома

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I},$$

де $\vec{J}$ – повний механічний момент електронної оболонки атома;
 $\vec{I}$ – спін ядра.

$$(\vec{F})^2 = (\vec{J} + \vec{I})^2,$$

$$(\vec{J} + \vec{I})^2 = \vec{J}^2 + \vec{I}^2 + 2\vec{J} \vec{I} = I(I+1) + J(J+1) + 2\vec{J} \vec{I},$$

оскільки в одиницях $\hbar$:

$$|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}, \quad |\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)},$$

$$F = (J+I) + (J+I-1) + \dots |J-I|,$$

$$\vec{J} \vec{I} = \frac{1}{2} \{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)\},$$

оскільки в одиницях $\hbar$ $|\vec{F}| = \sqrt{F(F+1)}$.

Кожному значенню $\vec{J} \vec{I}$ відповідає один енергетичний рівень. Число рівней дорівнює

$$(2I+1), \quad (I \leq J),$$

$$(2J+1), \quad (J \leq I).$$

Тому спін ядра можна знайти тільки при $I \leq J$. Терм $^4F_{9/2}$:
 $L=3, J=\frac{9}{2}$.

Число $(2J+1) = 2 \cdot \frac{9}{2} + 1 = 10 > 8$, тобто це число не визначає число компонент розщеплення. Таким чином, треба вибрати $(2I+1) = 8 \Rightarrow I = \frac{7}{2}$.

Спін ядра $I = \frac{7}{2}$.

1.14. Скільки компонент надтонкої структури мають основні терми таких атомів: ${}^3\text{H} ({}^2S_{1/2})$; ${}^6\text{Li} ({}^2S_{1/2})$; ${}^9\text{Be} ({}^1S_0)$. У дужках показаний основний терм електронної оболонки атома. Із таблиць визначимо спіни цих ядер, відповідно, $1/2$; 1 ; $3/2$.

1.15. Визначити спін ядра ${}^{59}\text{Co}$, основний терм атома якого ${}^4F_{9/2}$ містить вісім компонент надтонкого розщеплення.

1.16. Визначити кратність виродження (статистичну вагу) термів ${}^2P_{1/2}$ і ${}^2D_{3/2}$ атома ${}^{27}\text{Al}$, спін ядра якого дорівнює $5/2$.

1.17. Знайти число компонент надтонкого розщеплення спектральних ліній ${}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$ і ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$ для атомів ${}^{39}\text{K}$. Спін ядра ${}^{39}\text{K}$ дорівнює $3/2$.

1.18. Знайти повне число компонент зееманівського розщеплення підрівнів надтонкої структури терма ${}^2P_{3/2}$ атома ${}^{35}\text{Cl}$ у слабкому магнітному полі.

Контрольні питання до розділу 1

1. Формула для визначення радіусу ядра.
2. Енергія зв'язку ядра.
3. Питома енергія зв'язку ядра.
4. Що таке надлишок маси атома?
5. Фізичний зміст, відповідно, зарядового, масового, нейтронного чисел.
6. Класифікація ядер. Які ядра називаються ізотопами, ізобарами, ізотонами, ізомерами?
7. Формула Вейцеккера.
8. Повний механічний момент атома.
9. Механічний момент ядра (спін ядра).
10. Магнітний момент ядра.

РОЗДІЛ 2. РУХ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК У ЗОВНІШНІХ ПОЛЯХ

Рівняння руху зарядженої частинки в області електричного і магнітного полів

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = e\vec{E} + e(\vec{v} \times \vec{B}),$$

де P – імпульс частинки; E – напруженість електричного поля; B – індукція магнітного поля.

Рівняння руху зарядженої частинки в області електричного і магнітного полів в циліндричній системі координат

$$\begin{aligned} m\ddot{z} &= eE_z + \frac{e}{c}(v_r H_\varphi - v_\varphi H_r), \\ m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) &= eE_r + \frac{e}{c}(v_\varphi H_z - v_z H_\varphi), \\ m\frac{1}{r}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}) &= eE_\varphi + \frac{e}{c}(v_z H_r - v_r H_z). \end{aligned}$$

2.1. Розв'язання задач

2.1. Електрон, що спочивав, починає рухатися під дією однорідного електричного поля, напруженість якого $E = 100 \text{ В/см}$. Визначити за допомогою основного рівняння релятивістської динаміки кінетичну енергію, якої набув електрон, і пройдений ним шлях за проміжок часу $\tau = 1 \text{ нс}$ після початку руху.

Розв'язок. Основне рівняння релятивістської динаміки

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}, \quad \vec{P} - \text{релятивістський імпульс.} \quad (2.1)$$

Релятивістський імпульс $P = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$.

Рівняння (2.1) набуває вигляду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \right) = eE.$$

Проінтегрувавши це рівняння, отримаємо вираз для швидкості частинки

$$v = \frac{ceEt}{\sqrt{m_0^2 c^2 + (eEt)^2}}.$$

Кінетична енергія частинки дорівнює

$$W = (m - m_0)c^2 = m_0 c^2 (\sqrt{1 + (eEt / m_0 c)^2} - 1) = 2,525 \text{ MeB}.$$

Оскільки $v = \frac{dx}{dt} \rightarrow x = \int v dt$.

Пройдений електроном шлях за проміжок часу $\tau = 1 \text{ мкс}$ після початку руху дорівнює

$$x = \frac{m_0 c^2}{eE} (\sqrt{1 + (eEt / m_0 c)^2} - 1) = 2,525 \cdot 10^4 \text{ (см)}.$$

2.2. Протон, що вилетів із точки O ($x = 0$, $y = 0$) з кінетичною енергією $W = 6 \text{ кеВ}$, потрапляє під дію однорідного електричного поля E в точку A , координати якої $x_0 = 10 \text{ см}$, $y_0 = 7,5 \text{ см}$. Визначити:

а) напруженість електричного поля, якщо кут вильоту (між вектором початкової швидкості й віссю Y) протона $\alpha_0 = 60^\circ$;

б) значення кута вильоту α_0 і напруженості поля, за яких вектор швидкості протона в точці A складатиме з вектором E кут $\alpha = 30^\circ$;

в) час руху від точки O до точки A , якщо напруженість поля $E = 1 \text{ кВ/см}$.

Розв'язок. Оскільки про релятивізм частинки не йдеться, будемо вважати рух частинки таким, що підпорядковується механіці Ньютона. Рівняння руху має вигляд

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}.$$

Запишемо це рівняння в проекціях на осі X і Y :

$$m \frac{dv_x}{dt} = F_x,$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = F_y.$$

Таким чином, для компонент швидкості і поля маємо такі вирази:

$$E = E_y, \quad E_x = 0; \quad F_x = 0, \quad F_y = eE_y; \quad v_x = v_0 \sin \alpha_0, \quad v_y = v_0 \cos \alpha_0.$$

а) Вирішивши рівняння руху у проекціях, отримаємо

$$E = \frac{4W \sin^2 \alpha_0}{ex_0} \left(\frac{y_0}{x_0} - \operatorname{ctg} \alpha_0 \right) = 310 \frac{B}{\text{см}}.$$

$$\operatorname{ctg} \alpha_0 = 2 \frac{y_0}{x_0} - \operatorname{ctg} \alpha, \quad \alpha = 103^{\circ}05';$$

б)

$$E = \frac{4W \sin^2 \alpha_0}{ex_0} \left(\operatorname{ctg} \alpha - \frac{y_0}{x_0} \right) = 223 \text{ В / см}.$$

$$\text{в)} \quad t = \left[\frac{2m}{E} \left(y_0 + \frac{2W}{eE} \right) \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{x_0^2 + y_0^2}{\left(y_0 + \frac{2W}{eE} \right)^2}} \right) \right]^{1/2} = 0,268 \text{ нс} \quad \text{і} \quad t = 0,0974 \text{ нс}.$$

2.3. Протон з кінетичною енергією W проходить однорідне поперечне електричне поле довжиною $l_1 = 10 \text{ см}$ (поле плоского конденсатора, довжина пластини конденсатора $l_1 = 10 \text{ см}$, частинка влітає уздовж осі конденсатора) і потрапляє на екран, розташований на відстані $l_2 = 20 \text{ см}$ від краю поля. Визначити кут відхилення α протона та його зміщення δ на екрані, якщо:

а) поле електростатичне з $E = 20 \text{ В/см}$ і $W = 1 \text{ кеВ}$;

б) напруженість поля зростає лінійно зі швидкістю $E = 1 \frac{\text{МВ}}{\text{см} \cdot \text{с}}$,

й електрон з $W = 40 \text{ еВ}$ потрапляє в це поле в той момент, коли $E = 0$;

в) напруженість поля змінюється за гармонійним законом із частотою 10 МГц , амплітуда напруженості $E_0 = 5 \frac{\text{В}}{\text{см}}$ й електрон з енергією $W = 100 \text{ еВ}$ потрапляє в поле в той момент, коли $E = 0$.

Розв'язок. а) Розглянемо рух частинки у конденсаторі. Вздовж осі X у конденсаторі рух частинки рівномірний, а вздовж осі Y – з прискоренням. Поза конденсатора протон рухається у тому ж напрямку. Припустимо, що поле спрямовано вгору. Оскільки за умовою задачі протон влітає в поле конденсатора вздовж осі, то його горизонтальна швидкість дорівнює

$$v = v_{0x} = \sqrt{\frac{2W}{m}},$$

і час прольоту конденсатора дорівнює $t_1 = \frac{l_1}{v_{0x}} = \frac{l_1}{\sqrt{\frac{2W}{m}}}$. Кут відхилення α

протона дорівнює $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{l_1}$, y – відстань від осі до точки вильоту протона з конденсатора. Оскільки рух протона вздовж осі Y з прискоренням, то $y = \frac{eE}{m} \cdot \frac{t_1^2}{2}$. Таким чином, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{l_1} = \frac{eEl_1}{2W}$. $\alpha = 5^\circ 45'$. Зміщення δ на екрані дорівнює $\delta = (\frac{l_1}{2} + l_2) \operatorname{tg} \alpha = 2,5 \text{ см.}$

б) За умовою задачі $E = E(x)$, $\frac{dE}{dt} = E_v$, $E_v = 1 \frac{\text{MeB}}{\text{см} \cdot \text{с}}$. Таким чином,

$$E(x) = \int_0^{t_1} E_v dt = E_v t_1 = E_v \frac{x}{\sqrt{\frac{2W}{m}}}. \text{ Відхилення протона вздовж осі } Y \text{ на виході із}$$

конденсатора дорівнює $y(l_1) = \frac{at_1^2}{2} = \frac{eE(l_1)}{m} \cdot \frac{l_1}{\sqrt{\frac{2W}{m}}}$. Таким чином, одержимо

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{eEl_1^2}{2m} \left(\frac{m}{2W}\right)^{3/2}, \quad \alpha = 2^\circ 52'. \quad \text{Зміщення } \delta \text{ на екрані дорівнює}$$

$$\delta = \left(\frac{l_1}{3} + l_2\right) \operatorname{tg} \alpha = 1,17 \text{ см.}$$

в) За умовою задачі $E = E_0 \sin \omega t$, $\omega = 2\pi\nu$. Начальна швидкість протона $v_0 = \sqrt{\frac{2W}{m}}$. При $x = 0$, $E = 0$. За умовою задачі електричне поле однорідне і поперечне. Тому рух протона вздовж осі X є рівномірним. Отже, час прольоту конденсатора дорівнює $\tau = \frac{l_1}{v_0}$. Рівняння руху протона вздовж осі Y

$$m \frac{dv_y}{dt} = F_y, \quad m \frac{dv_y}{dt} = \frac{eE(y)}{m}, \quad m \frac{dv_y}{dt} = \frac{eE_0 \sin \omega t}{m}.$$

Із кінематики задачі отримаємо

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{eE_0}{m\omega v_0} \left(1 - \cos \frac{\omega l_1}{v_0}\right), \quad \alpha = 6^\circ 53',$$

$$\delta = \frac{eE_0}{m\omega^2} (\omega\tau - \sin \omega\tau) + l_2 \operatorname{tg} \alpha = 2,83 \text{ см.}$$

2.4. Заряджена частинка потрапляє в однорідне поперечне магнітне поле $B = 0,05 \text{ Тл}$, де радіус кривизни її траєкторії $\rho = 0,1 \text{ м}$. Визначити кінетичну енергію частинки, якщо відомо, що вона є :

а) нерелятивістським протоном;

б) релятивістським електроном.

Розв'язок. а) В обох випадках траєкторією частинки є коло. Рівняння руху частинки має вигляд $\frac{mv^2}{\rho} = evB$, звідки $v = \frac{\rho e B}{m}$. Кінетична енергія частинки дорівнює

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot \frac{\rho^2 e^2 B^2}{m^2} = 1,2 \text{ MeV}.$$

б) Для релятивістської частинки повна енергія E і імпульс p пов'язані співвідношенням

$$\left[\frac{E}{c} \right]^2 - p^2 = m_0^2 c^2, \quad \left[\frac{E}{c} \right]^2 - p^2 = \left[\frac{E_0}{c} \right]^2 = \left[\frac{m_0 c^2}{c} \right]^2 = m_0^2 c^2, \quad (2.2)$$

$$E^2 - c^2 p^2 = m_0^2 c^4,$$

де $E_0 = m_0 c^2$ – енергія спокою частинки; m_0 – маса спокою частинки.

У релятивістській фізиці повна енергія частинки дорівнює

$$E = m_0 c^2 + T, \quad (2.3)$$

де T – кінетична енергія частинки.

З рівнянь (2.2) – (2.3) знайдемо релятивістський імпульс

$$p = \sqrt{2mT \left(1 + \frac{T}{2mc^2} \right)^2}. \quad (2.4)$$

Релятивістський імпульс дорівнює

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.5)$$

Швидкість визначимо із рівняння руху частинки

$$\frac{mv^2}{\rho} = evB, \rightarrow v = \frac{\rho e B}{m}.$$

З рівнянь (2.4) – (2.5) знайдемо кінетичну енергію релятивістського електрона

$$T = mc^2 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{e\rho B}{mc^2} \right)^2} - 1 \right] = 1,07 \text{ MeV}.$$

2.5. Заряджена частинка рухається в області, де створені однорідні паралельні електричне і магнітне поля, напруженості яких дорівнюють E і H (уздовж осі Y). Нехай у точці O (початок координат) швидкість частинки дорівнює v і становить кут α_0 із напрямками полів. Вісь Z перпендикулярна до швидкості частинки в точці O (перпендикулярна площині малюнка).

а) знайти рівняння руху частинки $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$;

б) визначити кут між напрямком вектора швидкості та віссю OY через проміжок часу τ після вильоту частинки з точки O .

Розв'язок. а) На частинку в електричному і магнітному полях діє сила Лоренца

$$\vec{F} = e\vec{E} + e[\vec{v}, \vec{B}].$$

Оскільки частинка рухається у вакуумі, то $\vec{B} = \mu\vec{H}$, $\mu = 1$. Рівняння руху частинки

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + e[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (2.6)$$

Поле $\vec{E}$ спрямовано вздовж осі Y , і рух є прискорений з прискоренням $a = \frac{eE}{m}$. Траєкторія частинки в магнітному полі – коло. Кутова швидкість частинки $\omega = \frac{eH}{mc}$.

Алгоритм розв'язання задачі такий: треба записати рівняння (2.6) в проекціях на осі координат і потім кожне рівняння двічі проінтегрувати з урахуванням початкових умов.

Рівняння руху частинки в диференціальній формі мають вигляд

$$\ddot{y} = a, \quad \ddot{x} = -\omega \dot{z}, \quad \ddot{z} = \omega \dot{x}.$$

Проінтегрувавши з урахуванням початкових умов, отримаємо

$$x(t) = \frac{v \sin \alpha_0}{\omega} \sin \omega t; \quad y(t) = v \cos \alpha_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}; \quad z(t) = \frac{v \sin \alpha_0}{\omega} (1 - \cos \omega t).$$

б) Шуканий кут визначається з трикутника швидкостей

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{v \cos \alpha_0 + \alpha \tau}{v \sin \alpha_0}, \quad a = \frac{eE}{m}.$$

2.6. Протон починає рухатися з точки O (початок координат) без початкової швидкості в ділянці, де створені однорідні електричне та магнітне поля з напруженістю $E = 1 \text{ кВ/см}$, $H = 1 \text{ кЕ}$. Вектор магнітного поля спрямований уздовж осі Y , електричний вектор спрямований під кутом $\alpha = 30^\circ$ до осі Y . Визначити: а) на якій відстані від точки O опиниться протон через проміжок часу $\tau = 1 \text{ мкс}$ після початку руху; б) швидкість протона в цей момент.

Розв'язок. а) На частинку в електричному і магнітному полях діє сила Лоренца

$$\vec{F} = e\vec{E} + e[\vec{v}, \vec{B}].$$

Оскільки частинка рухається у вакуумі, то $\vec{B} = \mu\vec{H}$, $\mu = 1$. Рівняння руху частинки

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + e[\vec{v}, \vec{B}].$$

Виберемо вісь Z перпендикулярною до напрямку обох полів. Прискорення частинки під час руху вздовж вектора електричного поля $a = \frac{eE}{m}$. Траєкторія частинки в магнітному полі – коло. Кутова швидкість частинки $\omega = \frac{eH}{mc}$.

Рівняння руху частинки в диференціальній формі мають вигляд

$$\ddot{x} = a \cos \alpha - \omega \dot{z}, \quad \ddot{y} = a \sin \alpha, \quad \ddot{z} = \omega \dot{x}.$$

Проінтегрувавши ці рівняння з урахуванням початкових умов, отримаємо

$$x(t) = \frac{a \cos \alpha}{\omega^2} (1 - \cos \omega t); \quad y(t) = a \sin \alpha \cdot \frac{t^2}{2}; \quad z(t) = \frac{a \cos \alpha}{\omega^2} (\omega t - \sin \omega t).$$

Отримані рівняння є рівняннями руху частинки в параметричній формі. Через проміжок часу 1 мкс частинка буде на такій відстані від точки O :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 4,7 \text{ см.}$$

б) Швидкість частинки дорівнює

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad v_x = \dot{x}, \quad v_y = \dot{y}, \quad v_z = \dot{z}.$$

$$v = 9,3 \cdot 10^7 \text{ см/с.}$$

2.7. Позитивно заряджена частинка рухається в просторі, у якому створено однорідні взаємно перпендикулярні електричне та магнітні поля з напруженостями $\vec{E}$ і $\vec{H}$. У декартовій системі координат вектор $\vec{E}$ спрямований уздовж осі Y , а вектор $\vec{H}$ – уздовж осі Z (перпендикулярно до площини малюнка, на нас). Дослідити характер руху цієї частинки, якщо частинка залишає точку O (початок координат) без початкової швидкості:

а) знайти рівняння руху частинки $x(t)$ та $y(t)$, визначити період траєкторії в просторі, дослідити вигляд цієї траєкторії;

б) визначити максимальні значення координати Y частинки, її швидкості та кінетичної енергії;

в) знайти довжину траєкторії частинки між двома точками, у яких швидкість дорівнює нулю;

г) визначити середню швидкість частинки в напрямку осі OX .

Розв'язок. а) Оскільки частинка рухається у вакуумі, то $\vec{B} = \mu\vec{H}$, $\mu = 1$. Рівняння руху частинки

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + e[\vec{v}, \vec{B}].$$

Траєкторія частинки в магнітному полі – коло. Кутова швидкість частинки $\omega = \frac{eH}{mc}$. Рух частинки відбувається в площині XOY . На частинку в електричному і магнітному полях діє сила Лоренца

$$\vec{F} = e\vec{E} + e[\vec{v}, \vec{B}].$$

Під дією магнітної складової сили Лоренца частинка рухається в площині XOY по колу і одночасно з прискоренням $a = \frac{eE}{m}$ вздовж осі OX .

Запишемо рівняння руху в проекціях на осі X і Y в диференціальній формі

$$\ddot{x} = \omega \dot{y}; \quad \ddot{y} = a - \omega \dot{x}; \quad a = \frac{eE}{m}; \quad \omega = \frac{eH}{mc}.$$

Проінтегруємо ці рівняння руху і одержимо

$$x = \frac{a}{\omega^2} (\omega t - \sin \omega t), \quad y = \frac{a}{\omega^2} (1 - \cos \omega t).$$

Це рівняння циклоїди з періодом у просторі $\Delta x = 2\pi \frac{a}{\omega^2}$.

Одержані рівняння перетворимо до вигляду

$$(x - \frac{a}{\omega} t)^2 + (y - \frac{a}{\omega^2})^2 = (\frac{a}{\omega^2})^2.$$

Це рівняння описує кола з центром $x_0 = \frac{a}{\omega} t$, $y_0 = \frac{a}{\omega^2}$.

Таким чином, рух частинки є переміщення по колу, центр якого рухається із сталою швидкістю $\dot{x}_0 = \frac{a}{\omega}$. Кутова швидкість обертання частинки по колу $\omega = \frac{eH}{mc}$.

$$\text{б) } y_{\text{макс}} = 2 \frac{a}{\omega^2}; \quad v_{\text{макс}} = 2 \frac{a}{\omega}; \quad W_{\text{макс}} = \frac{2mc^2 E}{H^2}.$$

$$\text{в) } t = 8 \frac{a}{\omega^2}.$$

$$\text{г) } \langle \dot{x} \rangle = \frac{a}{\omega}.$$

2.8. Електрон починає рух без початкової швидкості в однорідному електричному полі, напруженість якого лінійно зростає з часом зі швидкістю $\dot{E} = 20 \frac{\text{MB}}{\text{см} \cdot \text{с}}$. Якої кінетичної енергії набуває електрон, коли він пройде відстань $l = 10 \text{ см}$, якщо в момент початку руху електричне поле дорівнює нулю?

$$(W = \frac{m}{8} (36 \frac{e}{m} l^2 E)^{2/3} = 0,8 \text{ кеВ}).$$

2.9. Радіуси циліндричних катода й анода магнетрона дорівнюють, відповідно, $r_1 = 1 \text{ мм}$, $r_2 = 20 \text{ мм}$. Між ними прикладена різниця потенціалів $U = 200 \text{ В}$. Нехтуючи початковою швидкістю термоелектронів, знайти граничне значення напруженості однорідного поздовжнього магнітного поля в магнетроні, за якого анодний струм припиняється.

$$(H_{cp} = \frac{2cr_2}{r_2^2 - r_1^2} \sqrt{2mU/e} = 48 e).$$

Контрольні питання до розділу 2

1. Рівняння руху зарядженої частинки в області електричного і магнітного полів.

2. Рівняння руху зарядженої частинки в області електричного і магнітного полів у циліндричній системі координат.

РОЗДІЛ 3. РАДІОАКТИВНІСТЬ

Ядра деяких ізотопів як природних, так і штучних, можуть мимовільно перетворюватися на інші ядра. Під час цих перетворень вони випускають α -частинки (ядра атомів гелію), β -частинки (β^- електрони, β^+ позитрони), або діляться на дві частини. Такі перетворення ядер називаються **радіоактивним розпадом**. Часто радіоактивний розпад супроводжується випромінюванням γ -квантів.

Правила зміщення

Випустивши α -частинку, ядро втрачає два протони і два нейтрони. Тому в отриманого (дочірнього) ядра порівняно з материнським (вихідним) ядром масове число менше на чотири, а порядковий номер – на два. Таким чином, під час α -розпаду виходить елемент, який у таблиці Менделєєва посідає місце на дві клітини лівіше порівняно з вихідним.

Під час β -розпаду один із нейтронів ядра перетворюється на протон з випусканням електрона й антинейтрино (β^- -розпад) або один із протонів перетворюється на нейтрино (β^+ -розпад). У результаті β -розпаду число нуклонів у ядрі залишається незмінним. Тому масове число при β -розпаді не змінюється. Однак число протонів, а отже, заряд дочірнього ядра і його порядковий номер змінюються на одиницю. Під час β^- -розпаду порядковий номер збільшується на одиницю (виникає елемент, зміщений у таблиці Менделєєва, порівняно з вихідним, вправо). У разі β^+ -розпаду порядковий номер зменшується на одиницю (виникає елемент, зміщений на одну клітину вліво в таблиці Менделєєва).

Випромінювання ядром γ -випромінювання не призводить до зміни числа протонів і нейтронів у цьому ядрі. Тому після γ -випромінювання положення елемента в таблиці Менделєєва не змінюється. Масове число також залишається постійним.

Основний закон радіоактивного розпаду

Як показує досвід, кількість радіоактивних атомів даного ізотопу зменшується за будь-які рівні проміжки часу в одне і те ж число разів. Звідси випливає, що кількість радіоактивних атомів $N(t)$ зменшується з часом за законом

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t},$$

де $N(0)$ – кількість радіоактивних атомів у початковий момент часу;

λ – характерна для даного радіоактивного ізотопу постійна величина, яка називається **радіоактивною сталою** або **сталю розпаду**.

Величина $\tau = \frac{1}{\lambda}$ називається **середнім часом життя** даного ізотопу.

Це час, протягом якого початкова кількість атомів зменшується в $e = 2,718$ разів.

Періодом напіврозпаду T називається час, протягом якого первісна початкова кількість атомів зменшується вдвічі.

За визначенням $N(t) = N(0)e^{-\lambda t} = \frac{N(0)}{2}$, звідки $e^{-\lambda T} = \frac{1}{2}$, або $e^{\lambda T} = 2$.

Взявши натуральний логарифм, отримаємо

$$\lambda T = \ln 2 = 0,693, \quad \text{або}$$

$$T = \frac{0,693}{\lambda} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0,693\tau.$$

Відношення dN/dt називається **швидкістю розпаду**, тобто число атомів, що розпадаються за одиницю часу

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N.$$

Звідси випливає фізичний смисл сталої розпаду: вона дорівнює відносній швидкості розпаду, тобто показує, яка частка з наявних у даний момент часу атомів розпадається за одиницю часу.

Закон накопичення радіоактивних ядер при сталій швидкості утворення q

$$N(t) = \frac{q}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}).$$

Активність препарату

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

де N – число радіоактивних ядер.

Питома активність – активність одиниці маси речовини.

3.1. Розв'язання задач

3.1. Визначити ймовірність розпаду радіоактивного ядра за час t , якщо відома його стала розпаду λ .

Розв'язок. Позначимо через ω ймовірність того, що ядро не розпадеться за час t . Тоді ймовірність того, що ядро, яке не розпалося за час t , розпадеться у наступний інтервал часу dt , дорівнює $d\omega = \omega \lambda dt = (1 - \omega)dt$, ω – шукана ймовірність. Проінтегрувавши цей вираз, одержимо

$$\omega = 1 - e^{-\lambda t}.$$

3.2. Показати, що середній час життя радіоактивних ядер дорівнює $\tau = \frac{1}{\lambda}$, λ – стала розпаду.

Розв'язок. Закон радіоактивного розпаду

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Стала розпаду λ не залежить від часу. Сталу розпаду λ можна виразити через середній час життя радіоактивного ядра. За проміжок часу $(t, t + dt)$ розпадається $(-dN)$ ядер. Можна сказати, що кожне з цих ядер «живе» час t , рахуючи від початку відліку часу. Сумарний час життя цих $(-dN)$ ядер складає $(-tdN)$, а сумарний час життя всіх N_0 ядер визначається інтегралом

$$-\int_{N_0}^0 t dN = -\lambda \int_0^\infty t N dt = -\lambda N_0 \int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt = \frac{N_0}{\lambda}.$$

Таким чином, середній час життя одного радіоактивного ядра буде

$$\tau = \frac{N_0 / \lambda}{N_0}, \quad \tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Цей час не залежить від вибору початку відліку часу. Зауважимо, що середній час життя зазвичай називають просто часом життя ядра.

Закону радіоактивного розпаду можна надати вигляд

$$N = N_0 e^{-t/\tau}.$$

3.3. Визначити період напіврозпаду радіоактивного ізоотопу талія, якщо відомо, що його активність зменшується у 1,07 рази за 100 днів.

Розв'язок. За визначенням $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$, де N – число радіоактивних ядер. У початковий момент часу активність дорівнює $A_1 = \lambda N_0$. За час

100 днів $(100 \cdot 24 \cdot 3600 = 864 \cdot 10^4 \text{ с})$ активність зменшилась
у $\eta = 1.07$, $\eta = \frac{A_1}{A_2}$, A_2 – активність ізотопу талія через 100 днів:

$$A_2 = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}, \rightarrow \eta = \frac{A_1}{A_2} = e^{\lambda t}.$$

З останнього рівняння випливає $\ln \eta = \lambda t \rightarrow \lambda = \frac{\ln \eta}{t}$.

Період напіврозпаду пов'язаний зі сталою λ співвідношенням

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} = 2,75 (\text{року}).$$

3.4. Яку активність буде мати препарат, який містить 1 мкг радіоактивного ізотопу ^{24}Na через добу?

Розв'язок. За визначенням $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$, де N – число радіоактивних ядер. Визначимо число радіоактивних ядер у початковий момент часу. Число молей радіоактивної речовини дорівнює $\nu = \frac{m}{M}$, M – молярна маса.

$\nu = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{24} \frac{\text{г}}{\text{моль}}$. Один моль речовини містить число атомів, яке дорівнює числу Авогадро: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$. Оскільки кожен атом містить одне ядро, то число радіоактивних ядер в початковий момент часу дорівнює

$$N_0 = \frac{10^{-6}}{24} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}.$$

Згідно із законом радіоактивного розпаду,

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = \frac{10^{-6}}{24} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot e^{-\lambda t}, \quad t = 24 \cdot 3600 \text{ с}.$$

За визначенням $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$, де N – число радіоактивних ядер. Період напіврозпаду і стала розпаду пов'язані співвідношенням $T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$. Радіоактивний ізотоп ^{24}Na є β^- – активним. Із довідника

визначаємо період напіврозпаду ізотопа ^{24}Na : $T_{1/2} = 15 \cdot 3600 \text{ с}$. Таким чином, активність ізотопа дорівнює

$$A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N = \frac{0,693}{T_{1/2}} N = 10,619 \cdot 10^{10} \frac{\text{расп}}{\text{с}} = 10,619 \cdot 10^{10} \text{ Бк}.$$

3.5. Визначити вік стародавніх дерев'яних предметів, якщо відомо, що питома активність ізотопу в них дорівнює 0,6 питомої активності цього самого ізотопу ^{14}C у щойно зрубаних деревах.

Розв'язок. Із закону радіоактивного розпаду

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad \frac{N}{N_0} = \frac{3}{5}, \quad \frac{3}{5} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln \frac{3}{5} = -\lambda t,$$

$$\text{звідки } t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{5}{3} = T_{1/2} \cdot \frac{1}{\ln 2} \cdot \ln \frac{5}{3}.$$

Із довідника визначимо період напіврозпаду ^{14}C : 5570 років. Таким чином вік стародавніх дерев'яних предметів дорівнює

$$t = 5570 \cdot \frac{0,511}{0,693} = 4107 \approx 4100 \text{ (років)}.$$

3.6. ^{226}Ra будучи продуктом розпаду, міститься в останньому в кількості одного атома на кожні $2,8 \cdot 10^6$ атомів урану. Знайти період напіврозпаду ^{238}U , якщо відомо, що він значно більший за період напіврозпаду ^{226}Ra , що дорівнює 1620 рокам.

Розв'язок. За умовою задачі $T_{1/2}(^{238}\text{U}) \gg T_{1/2}(^{226}\text{Ra})$. Із довідника визначимо, що обидва ізотопи α -активні. Схема розпаду у цьому випадку двоступенева:

$A \rightarrow B \rightarrow C$. Ядра B виникають із ядра A зі швидкістю $\lambda_1 N_1$ і, в свою чергу, перетворюються в ядра C зі швидкістю $\lambda_2 N_2$.

Знайдемо загальне рівняння радіоактивного розпаду:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1, \quad N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t}, \\ \frac{dN_2}{dt} &= -\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2, \\ \frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 &= \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}. \quad (*) \end{aligned}$$

Приватне рішення рівняння (*) має вигляд

$$N_2(t) = N_{10}(C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}). \quad (1)$$

Загальне рішення відповідного однорідного рівняння: $N_{20} e^{-\lambda_2 t}$ (2).

Склавши рівняння (1) і (2), одержимо загальне рішення неоднорідного рівняння (*)

$$N_2(t) = N_{20} e^{-\lambda_2 t} + N_{10}(C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}).$$

При $t=0$ N_{20} , тому становить інтерес тільки приватне рішення (1). Підставимо рішення (1) у рівняння (*):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \{ N_{10}(C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}) \} + \lambda_2 N_2 &= \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}, \\ \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 &= \lambda_1 \rightarrow C_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}. \end{aligned}$$

Приватне рішення (1) набуває вигляду $N_2(t) = N_{10}(\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t})$.

При початкових умовах $t=0$, $N_2(0)=0$ і рівняння (1) набуває вигляду

$$0 = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} + N_{10} C_2 \rightarrow C_2 = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

Приватне рішення (1) остаточно набуває вигляду

$$N_2(t) = \frac{N_{10} \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}). \quad (3)$$

Врахуємо, що $N_1(t) \approx N_{10}$, $T_1 \gg T_2$, $\lambda_1 \ll \lambda_2$, $t \ll T_1$. З урахуванням цих наближень $N_2(t) \approx N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t})$. Цей вираз при $t \gg T_2$ набуває вигляду

$N_2(t) \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_{10}$. Період напіврозпаду ^{238}U дорівнює

$$T_{1/2}(U) = T_{1/2}(Ra) \frac{N_{10}}{N_2} 1620 \cdot 2,8 \cdot 10^6 \approx 4,5 \cdot 10^9 \text{ (років)}.$$

При цьому враховано, що $N_{10} = 1620$, $N_2 = 1$.

3.7. Препарат містить ^{226}Ra у кількості 10 мкг і продукти його розпаду, з якими він перебуває у стані перехідної рівноваги. Визначити за допомогою таблиць додатка:

а) α -активність ^{222}Rn та β^- -активність ^{210}Pb даного препарату;

б) сумарну активність даного препарату.

Розв'язок. За допомогою таблиці радіоактивного сімейства знаходимо

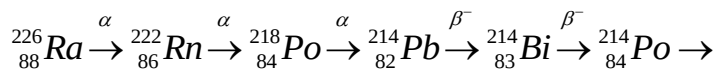


Схема розпаду у цьому випадку багатоступенева:

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$. Ядра B виникають із ядра A зі швидкістю $\lambda_1 N_1$ і, в свою чергу, перетворюються в ядра C зі швидкістю $\lambda_2 N_2$. Ядра D виникають з ядра C зі швидкістю $\lambda_3 N_3$. Запишемо рівняння радіоактивного розпаду

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1, \quad N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t}. \text{ Аналогічно:}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2, \quad \frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3, \quad \frac{dN_4}{dt} = \lambda_3 N_3 - \lambda_4 N_4.$$

Рішення шукаємо у вигляді $N_2 = C e^{-\lambda_2 t}$, де C – стала. Після підстановки цього рішення у вихідне рівняння одержимо

$$\begin{aligned} \frac{dN_2}{dt} &= \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2, \quad \rightarrow \quad e^{-\lambda_2 t} \frac{dC}{dt} = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}, \quad \rightarrow \\ \frac{dC}{dt} &= \lambda_1 N_{10} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}, \quad \rightarrow \quad C = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + C_1. \end{aligned}$$

Рішення цього рівняння має вигляд

$$N_2 = e^{-\lambda_2 t} \left[\frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + C_1 \right], \quad C_1 = \text{const.}$$

$$\text{Визначимо сталу } C_1 \text{ при } t=0, \quad N_2=0. \quad 0 = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} + C_1, \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

$$\text{Рівняння набуває вигляду } N_2 = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t}.$$

Врахуємо, що $\lambda_2 \gg \lambda_1 \quad [T_{1/2}(2)] \ll [T_{1/2}(1)], \quad t \gg T_{1/2}(2) \quad (\lambda_2 t \gg 1)$ і одержимо

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_{10} e^{-\lambda_1 t}.$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_{10} e^{-\lambda_1 t} - \lambda_3 N_3, \quad N_3 = C e^{-\lambda_3 t}, \quad C = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_3 - \lambda_1} e^{(\lambda_3 - \lambda_1)t} + C_1.$$

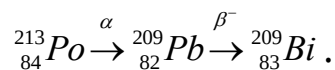
Таким чином, $N_3 = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} N_{10} e^{-\lambda_1 t} \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_3} N_{10}$, $\lambda_3 N_3 = \lambda_1 N_1$.

Сумарну активність даного препарату дорівнює

$$A = \sum_i A_i = \sum_i \lambda_i N_i.$$

3.8. Нерухоме ядро ${}^{213}_{84}\text{Po}$ випустило α -частинку з кінетичною енергією $W_\alpha = 8,34 \text{ MeV}$. При цьому дочірнє ядро опинилося безпосередньо в основному стані. Знайти повну енергію, що звільняється в цьому процесі. Яку частку цієї енергії становить кінетична енергія дочірнього ядра? Яка швидкість віддачі дочірнього ядра?

Розв'язок. Оскільки ${}^{213}_{84}\text{Po}$ α -активний розглянемо ланцюжок перетворень (згідно з таблицею перетворень):



Останній елемент у ланцюжку є стабільним. Запишемо закон збереження імпульсу: $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = 0$, $\rightarrow m_\alpha v_\alpha = m_{209} v_{209}$. Звідки швидкість

віддачі дочірнього ядра дорівнює $v_{209} = \frac{m_\alpha}{m_{209}} v_\alpha = \frac{m_\alpha}{m_{209}} \sqrt{\frac{2T_\alpha}{m_\alpha}} = 3,8 \cdot 10^5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$.

$T_{\text{я}}^{209} = \frac{m_{209} v_{209}^2}{2} = \frac{m_\alpha}{m_{209}} T_\alpha$. Повна енергія, що звільняється в цьому процесі, дорівнює

$$Q = T_\alpha + T_{209} = T_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{209}}\right) \approx 8,5 \text{ (MeV)}.$$

$T_{209} = T_\alpha \frac{m_\alpha}{m_{209}} = \frac{4}{209} \cdot 8,34 = 0,1596 \text{ (MeV)}$. Частка енергії, яку становить

кінетична енергія дочірнього ядра, дорівнює $\frac{T_{209}}{Q} = 1,87 \%$.

3.9. Оцінити висоту кулонівського потенційного бар'єра для α -частинок, що випускаються ядрами ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ (заокругленням вершини

бар'єра знехтувати). Яка в цих ядер ширина бар'єра для α -частинок, що вилітають із кінетичною енергією 5.5 MeV ?

Розв'язок. Схема α -розпаду ${}^{222}_{86}\text{Rn}$: ${}^{222}_{86}\text{Rn} \xrightarrow{\alpha} {}^{218}_{84}\text{Po}$. Висота кулонівського потенційного бар'єра для α -частинок дорівнює

$$U_{\text{кул}} = \frac{(z-2)z_{\alpha}e^2}{R}, \quad R = 1,4(A)^{1/3} \cdot 10^{-13}, \quad A = 218, \quad R - \text{радіус ядра полонію.}$$

З урахуванням того, що $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ ерг}$ визначимо висоту кулонівського потенційного бар'єра: $U_{\text{кул}} = 28,7 \approx 29 \text{ (MeV)}$.

Кінетична енергія частинки дорівнює $T_{\alpha} = \frac{(z-2)z_{\alpha}e^2}{r_T}$, r_T – точка перетину кулонівської кривої на графіку $U(r)$ з прямою $T_{\alpha} = E$. Таким чином, $r_T = \frac{(z-2)z_{\alpha}e^2}{T_{\alpha}} = 43,9 \cdot 10^{-13} \text{ (см)}$.

Ширина бар'єра для α -частинок дорівнює

$$\Delta = r_T - R = 43,9 - 8,425 = 35,5 \cdot 10^{-13} \approx 3,6 \cdot 10^{-12} \text{ (см)}.$$

3.10. Обчислити сумарну кінетичну енергію частинок, що виникають під час β^- -розпаду спочилого нейтрона.

Розв'язок. Схема розпаду нейтрона: $n \rightarrow p \rightarrow e^- \rightarrow \bar{\nu}$. Із довідника знайдемо $m_p = 938,23 \text{ MeV}$, $m_n = 939,53 \text{ MeV}$, $m_e = 0,511 \text{ MeV}$. Сумарна кінетична енергія частинок $T = 939,53 - 938,23 - 0,511 = 0,789 \text{ MeV}$.

3.11. Ядро ${}^{11}_6\text{C}$, що спочиває, зазнає позитронного розпаду, в результаті якого дочірнє ядро опиняється безпосередньо в основному стані. Обчислити:

а) максимальну кінетичну енергію позитронів і відповідне значення кінетичної енергії дочірнього ядра;

б) енергії позитрона і нейтрона в тому випадку, коли дочірнє ядро не відчуває віддачі.

Розв'язок. Схема розпаду має вигляд ${}^{11}_6\text{C} \xrightarrow{\beta^+} {}^{11}_5\text{B} + \beta + \nu$. Із довідника визначимо

$T_{1/2} = 20,4 \text{ хвилини}$; $T_{\text{max} \beta^+} = 0,97 \text{ MeV}$. Із довідника визначимо надлишок маси

$$\Delta({}^{11}_6\text{C}) = M - A = 0,011431 \rightarrow M_Z = 11,011431;$$

$$\Delta({}^{11}_5\text{B}) = M - A = 0,009306 \rightarrow M_{Z-1} = 11,009305;$$

$$M_{\text{AT}}(Z) - M_{\text{AT}}(Z-1) = 0,011431 - 0,009305 = 0,002126 \text{ (a.o.m.)} = 0,002126 \cdot 931,5 = 1,980 \text{ (MeV)}.$$

Маса електрона $m_e = 5,486 \cdot 10^{-4}$ (а.о.м.) $= 0,511 \text{ MeV}$. Енергетична умова β^+ -розпаду: $M(A, Z+1) > M(A, Z) + 2m_e$. Додамо до обох частин нерівності член $(Z+1)m_e$ і перейдемо від мас ядер до мас атомів, одержимо

$$M_{AT}(A, Z+1) > M_{AT}(A, Z) + 2m_e.$$

Енергія, яка виділяється при β^+ -розпаду дорівнює

$$\Delta E_{\beta^+} = [M_{AT}(A, Z) - M_{AZ}(A, Z-1) - 2m_e]c^2,$$

$$E_{\beta^+} = 0,958 \text{ MeV}.$$

Оскільки за умовою задачі дочірнє ядро не відчуває віддачі, то $|\vec{P}_{e^+}| = |\vec{P}_\nu|$.

Релятивістський імпульс дорівнює

$$\frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2mc^2)} = \frac{E}{c}.$$

$$T + E = 0,97 \text{ MeV},$$

$$T(T + 2mc^2) = E^2,$$

$$T \cdot 2mc^2 = E^2 - T^2,$$

$$2mc^2 = 1,022 \text{ MeV}.$$

Таким чином, $E - T = \frac{1,022}{0,97} T \rightarrow T = \frac{0,97}{2 + \frac{1,022}{0,97}} \approx 0,32 \text{ MeV}$ — для

позитрона. Для нейтрино $E = 0,97 - 0,32 = 0,65 \text{ MeV}$.

3.12. Лічильник Гейгера–Мюллера з роздільним часом $\tau = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ зареєстрував $n = 3 \cdot 10^4 \text{ імн / хв}$ (імпульс / хвилину). Визначити справжнє число частинок, що пройшли через лічильник за 1 хвилину.

Розв’язок. За 1 секунду лічильник на час $n\tau$ втрачає здатність рахувати. За цей час через лічильник пройде τnN незареєстрованих частинок. Таким чином, справжнє число частинок дорівнює

$$N = n + \tau nN, \rightarrow N = \frac{n}{1 - n\tau}. \quad n = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{імн}}{\text{хв}} = 0,5 \cdot 10^2 \frac{\text{імн}}{\text{с}}.$$

$$N = \frac{1}{3} \cdot 10^5 \approx 3,33 \cdot 10^4 \frac{\text{імн}}{\text{хв}}.$$

3.13. Яка доля ядер радіоактивного препарату ^{234}Th ($T_{1/2} = 24,1$ дні) розпадеться за 1 секунду, за добу, за місяць?

3.14. Визначити ймовірність розпаду ядра за час t , якщо відома його стала розпаду λ .

Контрольні питання до розділу 3

1. Які перетворення ядер називаються радіоактивним розпадом?
2. Правила зміщення.
3. Основний закон радіоактивного розпаду.
4. Що називається швидкістю розпаду?
5. Що називається активністю препарату?
6. Що називається питомою активністю?

РОЗДІЛ 4. ЯДЕРНІ РЕАКЦІЇ

Ядерною реакцією називається процес взаємодії атомного ядра з елементарною частинкою або з іншим ядром, що призводить до перетворення ядер.

Взаємодіючі частинки зближуються до відстаней 10^{-15} м завдяки дії ядерних сил.

Умовне позначення ядерних реакцій

$$X + a \rightarrow Y + b, \quad \text{або}$$

$$X(a,b)Y.$$

Як легкі частинки a і b можуть фігурувати нейтрон (n), протон (p), дейтрон (d), α -частинка (α) і γ -фотон (γ).

Ядерні реакції супроводжуються виділенням або поглинанням енергії. Кількість енергії, що виділяється, називається **енергією реакції**. Якщо сума мас ядер, що утворюються, перевершує суму мас вихідних ядер, реакція йде з поглинанням енергії (енергія реакції негативна).

Схема реакції, що викликається не дуже швидкими частинками, складається з двох етапів. Перший етап полягає в захопленні ядром частинки й утворенні проміжного ядра Π , що називається **складовим ядром**. Енергія α -частинки перерозподіляється між нуклонами ядра і ядро опиняється в збудженому стані. На другому етапі складене ядро випускає частинку

$$X + a \rightarrow \Pi \rightarrow Y + b.$$

Якщо випущена частинка тотожна із захопленою ($b \equiv a$), то процес називається **розсіюванням**.

У випадку, коли енергія частинки b дорівнює енергії частинки a ($E_b = E_a$), розсіювання називається **пружним**, у протилежному випадку ($E_b \neq E_a$) – **непружним**.

Проміжок часу $\tau_{\text{я}}$, який потрібен нуклону з енергією порядку 1 МэВ (що відповідає швидкості 10^7 м/с) для того, щоб пройти відстань, що дорівнює діаметру ядра (10^{-14} м), називається **ядерним часом** (або **ядерним часом прольоту**). Цей час порядку 10^{-21} с .

Середній час життя складеного ядра дорівнює $10^{-14} - 10^{-2} \text{ с}$, тобто набагато більше, ніж ядерний час. Одне й те саме складене ядро може розпастися різними шляхами, причому характер цих шляхів і їхня відносна ймовірність не залежать від способу утворення складеного ядра.

Реакції, що викликаються швидкими нуклонами і дейтронами, протікають без утворення проміжного ядра і називаються **прямими**. Прикладом слугують **реакції зриву**, що відбуваються при нецентральному зіткненні дейтрона з ядром. При цьому один із нуклонів дейтрона може потрапити в зону дії ядерних сил і буде захоплений ядром, тоді як інший нуклон пролетить повз ядро. Символічне позначення таких реакцій: (d, p) або (d, n) .

Зворотною реакцією зриву є **реакція підхоплення** – нуклон, що налетів, (протон або нейтрон) відколює від ядра один із нуклонів (p або n), перетворюючись при цьому на дейтрон: (n, d) або (p, d) .

Порогова енергія – мінімальна кінетична енергія частинки, що налітає (в лабораторній системі, Л-системі), при якій стає можливою ендотермічна ядерна реакція $W_{пор} = \frac{m+M}{M}|Q|$, m, M, Q – відповідно, маса частинки, яка налітає, маса ядра мішені, енергія реакції.

Векторна діаграма імпульсів для частинок, які беруть участь у реакції $M(m, m')M'$. Імпульс частинок, що виникають $\vec{p} = p_m \sqrt{\frac{\mu'}{m} \left(\frac{Q}{W} + \frac{M}{m+M} \right)}$. μ', Q, W – відповідно зведена маса частинок, які виникають, енергія реакції, кінетична енергія частинки, що налітає (в Л-системі).

4.1. Розв'язання задач

4.1. Обчислити енергії таких реакцій:

а) ${}^2_1H(d, p){}^3_1H$, якщо кінетична енергія дейтронів, що налітають, $W_d = 1,2 \text{ MeV}$ і протон, що вилітає під прямим кутом до напрямку руху дейтрона, має кінетичну енергію $W_p = 3,3 \text{ MeV}$;

б) ${}^{14}_7N(\alpha, p){}^{17}_8O$, якщо кінетична енергія частинок, що налітають, і протон, який вилетів під кутом $\theta = 60^\circ$ до напрямку руху α -частинки, має кінетичну ідею $W_p = 2,09 \text{ MeV}$. Вважати мішені нерухомими.

Розв'язок. а) У більш повній формі реакція має такий вигляд: $d + {}^2_1H \rightarrow p + {}^3_1H + Q$.

При ядерних реакціях виконуються закони збереження енергії й імпульса. Для двох частинок в процесі зіткнення можна записати $E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2 + Q$, $Q = (m'_1 + m'_2)c^2 - (m_1 + m_2)c^2$. Q – є енергія, яка виділяється в результаті реакції. В ядерній фізиці ця енергія називається **енергією реакції**. У першому випадку енергія реакції дорівнює

$Q = (1 + \frac{m_p}{m_H})W_p - (1 - \frac{m_d}{m_H})W_d = +4,0 \text{ MeB}$, m_H – маса атома ${}^3_1\text{H}$. Реакція екзотермічна.

б) У більш повній формі реакція має такий вигляд $\alpha + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow p + {}^{17}_8\text{O} + Q$. Оскільки протон вилітає під кутом $\theta = 60^\circ$, то згідно з законом збереження імпульсу трикутник імпульсів не прямокутний і треба застосувати теорему косинусів. У цьому випадку енергія реакції дорівнює $Q = (1 - \frac{m_p}{m_O})W_p - (1 - \frac{m_\alpha}{m_O})W_\alpha - 2 \cos \theta \sqrt{\frac{m_p m_\alpha}{m_O^2}} W_p W_\alpha = -1,2 \text{ MeB}$. Реакція екзотермічна.

4.2. Оцінити мінімальну кінетичну енергію α -частинки, що налітає, необхідну для подолання висоти кулонівського потенційного бар'єра спочилого ядра ${}^7_3\text{Li}$. Чи збудить α -частинка з такою енергією реакцію ${}^7_3\text{Li}(\alpha, n){}^{10}_5\text{B}$?

Розв'язок. Розв'язок задачі будемо шукати в системі центра мас (Ц-системі). Для подолання кулонівського бар'єра необхідно, щоб сумарна кінетична енергія взаємодіючих частинок W була не менше висоти бар'єра $U_{\text{кул}}$, а при пороговому значенні $W = U_{\text{кул}}$.

За означенням $W = \frac{\mu v^2}{2} = \frac{\mu}{m_\alpha} W_{\alpha \min}$, де μ – зведена маса. Висота кулонівського потенційного бар'єра дорівнює $U_{\text{кул}} = \frac{q_1 q_2}{R_n + R_{\text{Li}}} = 1,76 \text{ MeB}$, де R_n, R_{Li} – радіуси ядер. З цих двох виразів випливає:

$$W_{\alpha \min} = \frac{m_\alpha + m_{\text{Li}}}{m_{\text{Li}}} U_{\text{кул}} = 2,77 \text{ MeB}.$$

Ця енергія менше порогової ($W_{\alpha \text{пор}} = 4,4 \text{ MeB}$), тобто недостатня для збудження реакції.

4.3. Обчислити порогову кінетичну енергію α -частинок і нейтронів у реакціях:

а) ${}^7_3\text{Li}(\alpha, n){}^{10}_5\text{B}$; б) ${}^{12}_{20}\text{Ca}(\alpha, d){}^{14}_7\text{N}$; в) ${}^{12}_6\text{C}(n, \alpha){}^9_4\text{Be}$; г) ${}^{17}_8\text{O}(n, \alpha){}^{14}_6\text{C}$.

Розв'язок. Порогова кінетична енергія частинки, яка налітає (у лабораторній Л-системі), при якій стає можливою ендоенергетична реакція

$$K_{\text{пор}} = \frac{m + M}{M} |Q|,$$

де m, M – маса частинки, що налітає, і ядра мішені; Q – енергія реакції.

Енергетична схема ядерної реакції, що протікає через проміжне ядро:

$$m + M \rightarrow M^* \rightarrow m' + M' + Q, \quad (m + M), (m' + M'),$$

суми мас частинок до і після реакції; Q – енергія реакції.

Із довідника визначаємо маси нейтрона, дейтрона, α -частинки: маса нейтрона $1,6748 \cdot 10^{-24}$ з, (939,53 MeB), маса дейтрона $3,3325 \cdot 10^{-24}$ з, (1875,5 MeB), маса α -частинки $6,6444 \cdot 10^{-24}$ з, (3726,2 MeB).

Після проведення розрахунків одержимо

а) 4,4 MeB; б) 18,1 MeB; в) 6,2 MeB; г) 0.

4.4. Нейтрони з кінетичною енергією $W_n = 10$ MeB збуджують реакцію $n + B^{10} \rightarrow Be^9 + d$, поріг якої $W_{nпор} = 4,8$ MeB. Знайти для зворотного процесу кінетичну енергію дейтронів, що налітають, за умови, що повні енергії частинок, які взаємодіють у Ц-системі, однакові для обох процесів (прямого і зворотного).

Розв'язок. Сумарні кінетичні енергії частинок до і після реакції (у Ц-системі): $\tilde{W}, \tilde{W}'$. Запишемо умову рівності повних енергій у Ц-системі для прямого і зворотного процесів:

$$\tilde{W} = \tilde{W}' + |Q|, \quad Q - \text{енергія реакції (у нашому випадку } Q < 0).$$

Виражаючи $\tilde{W}, \tilde{W}', |Q|$, відповідно, через $W_n, W_d, W_{nпор}$ одержимо

$$W_d = \frac{m_B}{m_{Be}} (W_n - W_{nпор}) = 5,67 \text{ MeB}.$$

4.5. Знайти максимальну кінетичну енергію α -частинок, які виникають в результаті реакції $O^{16}(d, \alpha)N^{14}, Q = +3,1$ MeB, при енергії бомбардуючих дейтронів $W_d = 2$ MeB.

Розв'язок. Векторна діаграма імпульсів для частинок, які беруть участь у реакції $M(m, m')M'$, має вигляд трикутника ABC, у якому сторони AB, BC, AC дорівнюють, відповідно, імпульсам $p_{m'}, p_{M'}, p_m$. p_m – імпульс налітаючої частинки, $p_{m'}, p_{M'}$ – імпульси частинок, які виникають в результаті реакції (у лабораторній Л-системі). Якщо вектор імпульсу налітаючої частинки спрямувати вздовж осі X (у трикутнику AC), то на відріжку AC лежить точка O – центр кола з радіусом, що дорівнює імпульсу $\tilde{p}$ частинок, що виникли (у Ц-системі). Кут CAB дорівнює θ , COB дорівнює $\tilde{\theta}$. Імпульс $\tilde{p}$ (у Ц-системі) дорівнює:

$$\tilde{p} = p_m \sqrt{\frac{\mu'}{m} \left(\frac{Q}{W} + \frac{M}{m+M} \right)},$$

де μ' – зведена маса частинок, які виникли; Q, W – відповідно, енергія реакції і кінетична енергія частинки, що налітає (у Л-системі). Точка O поділяє відрізок AC на дві частини – $AO : OC = m' : M'$. $\tilde{\theta}$ – кут вильоту частинки m' у Ц-системі. θ – кут розліту частинок, що виникли, у Л-системі.

$\tilde{p} = 1,95 p_d$. З векторної діаграми імпульсів знайдемо

$$p_{\alpha \text{ макс}} = \tilde{p} + p_d \frac{m_{\alpha}}{m_{\alpha} + m_N}. \text{ Звідки } W_{\alpha \text{ макс}} = 4,7 \text{ MeV}.$$

4.6. Визначити ширину енергетичного спектру нейтронів, що виникають в реакції $B^{11}(\alpha, n)N^{14}$, $Q = +0,3 \text{ MeV}$, якщо кінетична енергія α -частинок, які налітають, $W_{\alpha} = 5 \text{ MeV}$.

Розв'язок. $\tilde{p} = 0,431 p_{\alpha}$. Із векторної діаграми імпульсів (задача 4.5) випливає, що

$$p_n = \tilde{p} \pm p_{\alpha} \frac{m_n}{m_n + m_N},$$

де знаки «плюс» і «мінус» відповідають максимальному і мінімальному значенням імпульсу нейтронів. Звідси $W_{n \text{ макс}} = 4,95 \text{ MeV}$, $W_{n \text{ мін}} = 2,66 \text{ MeV}$.

4.7. Знайти максимально можливі кути вильоту (у Л-системі) продуктів реакцій:

а) $Be^9(p, n)B^{11}$, $Q = -1,84 \text{ MeV}$, при енергії бомбардуючих протонів $W_p = 4 \text{ MeV}$;

б) $He^4(n, d)H^3$, $Q = -17,5 \text{ MeV}$, при енергії бомбардуючих нейтронів $W_n = 24 \text{ MeV}$.

Розв'язок. а) Із векторної діаграми імпульсів (задача 4.5) випливає, що

$$\sin \theta_{B \text{ макс}} = \frac{\tilde{p}}{p_p \frac{m_B}{m_B + m_n}} = 0,7. \text{ Звідси } \theta_{B \text{ макс}} = 44,5^\circ.$$

Кут вильоту нейтрона може мати будь-які значення (від 0 до π).

б) $\theta_{d \text{ макс}} = 46,5^\circ$; $\theta_{H^3 \text{ макс}} = 29^\circ$.

4.8. Знайти порогову енергію γ -кванта, при якій стає можливою ендотермічна реакція фоторозщеплення нерухомого ядра масою M , якщо енергія реакції дорівнює Q .

Розв'язок. Із законів збереження енергії і імпульса при пороговому значенні енергії γ -кванта одержимо

$E_{\text{пор}} + Mc^2 = \sqrt{M'^2 c^4 + E_{\text{пор}}^2}$, де M' – сума мас спокою частинок, які виникли.

Таким чином,

$$E_{\text{пор}} = \frac{M'^2 - M^2}{2M} c^2 = \left(1 + \frac{|Q|}{2Mc^2}\right) |Q|.$$

4.9. Показати, що для фотоядерної реакції розщеплення ядра

$$\gamma + M \rightarrow m_1 + m_2$$

у випадку, коли енергія кванта $E_1 \ll Mc^2$ і продукти реакції є нерелятивістські, імпульси частинок, які утворились, у Ц-системі визначаються наближеною формулою $\tilde{p} = \sqrt{2\mu'(Q + E_\gamma)}$, де μ' – зведена маса частинок, які утворилися; Q – енергія реакції.

Розв'язок. Фотоядерними реакціями називаються реакції, які відбуваються під дією γ -квантів. Такі реакції обумовлені не ядерною, а електромагнітною взаємодією. Для того щоб фотоядерна реакція мала місце, необхідно щоб енергія γ -кванта перевищувала енергію звільнення відповідної частинки або групи частинок із ядра.

Запишемо релятивістський інваріант для повної енергії (E) і імпульса (p) при переході від Л-системи до Ц-системи:

$$E^2 - p^2 c^2 = \text{inv.}$$

Із інваріанта випливає

$$(E_\gamma + Mc^2)^2 - E_\gamma^2 = \left[(m_1 + m_2)c^2 + \tilde{W}' \right]^2,$$

де $\tilde{W}'$ – сумарна кінетична енергія продуктів реакції у Ц-системі. Звідси

$$\tilde{W}' = -(m_1 + m_2)c^2 + \sqrt{M^2 c^4 + 2Mc^2 E_\gamma} \approx Q + E_\gamma.$$

Врахуємо, що $W' = \frac{\tilde{p}^2}{2\mu'}$ і одержимо шуканий вираз $\tilde{p} = \sqrt{2\mu'(Q + E_\gamma)}$.

4.10. Визначити за допомогою табличних значень масу атома ^{17}N , якщо відомо, що енергія реакції $^{17}\text{O}(n, p)^{17}\text{N}$ $Q = -7,89 \text{ MeV}$.

Контрольні питання до розділу 4

1. Умовне позначення ядерних реакцій.
2. Що називається енергією реакції?
3. Схема реакції, яка протікає з утворенням проміжного ядра.
4. Яке розсіювання називається пружним, а яке непружним?
5. Що таке порогова енергія?
6. Що таке лабораторна Л-система і Ц-система?

РОЗДІЛ 5. ПОДІЛ ЯДЕР. ТЕРМОЯДЕРНІ РЕАКЦІЇ ЛАНЦЮГОВІ РЕАКЦІЇ ПОДІЛУ ВАЖКИХ ЯДЕР

У 1938 р. О. Ган і Ф. Штрассман виявили, що під час опромінення нейтронами урану утворюються елементи із середини періодичної системи елементів – барій і лантан. О. Фріш і Л. Мейтнер висловили припущення, що ядро урану, яке захопило нейтрон, ділиться на дві приблизно рівні частини, що називаються осколками. Усього утворюється близько 80 осколків, причому, найімовірніше, утворюються осколки, що мають співвідношення мас 2:3. Тепловими називаються нейтрони, які перебувають у тепловій рівновазі з атомами речовини. Питома енергія зв'язку для ядер середньої маси приблизно на 1 МеВ більша, ніж у важких ядер. Тому поділ ядер має супроводжуватися виділенням великої кількості енергії. Крім цього, під час поділу кожного ядра виділяється кілька нейтронів. Відносна кількість нейтронів у важких ядрах помітно більша, ніж у середніх ядрах.

Більшість нейтронів (так званих **миттєвих нейтронів**) випускається за час порядку 10^{-14} с. Частина нейтронів, їх близько 0,75 %, випускається за час від 0,05 с до 1 хв.

Виділення миттєвих і запізнених нейтронів не усуває перевантаження осколків поділу нейтронами. Тому осколки виявляються радіоактивними і зазнають ланцюжок β^- -перетворень, що супроводжуються випусканням γ -випромінювання.

Випускання кількох нейтронів під час поділу ядер і робить можливим здійснення **ланцюгової ядерної реакції**. Однак природний уран містить 99,27 % ізотопу ^{238}U , 0,72 % ^{235}U і близько 0,01 % ^{234}U . Отже, на кожне ядро ^{235}U , що ділиться під дією повільних нейтронів, припадає 140 ядер ^{238}U , які захоплюють повільні нейтрони без поділу. Тому в природному урані ланцюгова реакція поділу не виникає. В урані ланцюгова реакція може бути здійснена двома способами.

Перший полягає у виділенні з природного урану ізотопу ^{235}U , що ділиться. У шматку чистого ^{235}U (або ^{239}Pu) кожен захоплений ядром нейтрон спричиняє поділ з випусканням близько 2,5 нових нейтронів. Але за маси шматка ізотопу, меншої за критичну, більшість випущених нейтронів вилітають назовні, не спричинивши поділу, і ланцюгова реакція не виникає. За маси, більшої за критичну, нейтрони швидко розмножуються, і реакція набуває вибухового характеру. На цьому ґрунтується принцип дії атомної бомби, що складається з двох шматків чистого ^{235}U або ^{239}Pu , з масами, меншими за критичну. Для їхнього возз'єднання використовують звичайну вибухову речовину. Оболонка слугує відбивачем нейтронів. Ланцюгова

реакція в атомній бомбі йде на швидких нейтронах, і під час вибуху встигає прореагувати тільки частина ядерного заряду.

Енергія зв'язку ядра

$$E_{зв} = Zm_H + (A - Z)m_n - M,$$

де Z – заряд ядра; A – масове число; m_H, m_n, M – маси атома водню, нейтрона і атома, який відповідає даному ядру (нукліду).

Для розрахунків зручніше користуватися формулою

$$E_{зв} = Z\Delta_H + (A - Z)\Delta_n - \Delta,$$

де Δ_H, Δ_n і Δ – надлишок маси відповідного нукліда. $\Delta = M - A$, де M – маса нукліда в а.о.м.

Енергетична схема ядерної реакції

$$m + M \rightarrow M^* \rightarrow m' + M' + Q,$$

де $(m + M)$ і $(m' + M')$ – суми мас спокою частинок до і після реакції; M^* – маса проміжного ядра; Q – енергія реакції.

Гранична (мінімальна) кінетична енергія частинки, яка налітає, при якій стає можливою ендоенергетична ядерна реакція

$$T_{гр} = \frac{m + M}{M} |Q|,$$

де m і M – маси частинки, що налітає і ядра мішені.

Вихід ядерної реакції – відносна доля частинок, які зазнали ядерної взаємодії.

Термоядерні реакції

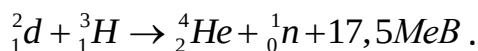
Ядерним синтезом називається злиття легких ядер в одне ядро, що супроводжується виділенням величезної кількості енергії. Оскільки для цього необхідні дуже високі температури, то реакції синтезу називаються термоядерними.

Щоб подолати потенційний бар'єр через кулонівське відштовхування, ядра з порядковими номерами Z_1 і Z_2 повинні мати енергію

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_j}.$$

Навіть для ядер з $Z_1 = Z_2 = 1$ ця енергія становить $\approx 0,7 \text{ MeV}$. На частку кожного ядра, що стикається, припадає енергія $0,35 \text{ MeV}$. Такій енергії відповідає температура $2 \cdot 10^9 \text{ K}$. Але через розподіл частинок за швидкостями термоядерні реакції протікають із помітною інтенсивністю за $T = 10^7 \text{ K}$.

Реакція синтезу дейтрона (d) і ядра тритію (${}^3_1\text{H}$) протікає за схемою



Синтез ядер водню в ядра гелію є основним джерелом енергії Сонця і зірок, температура в надрах яких сягає $10^7 - 10^8 \text{ (K)}$.

5.1. Розв'язання задач

5.1. При одному акті поділу ядра ${}^{235}\text{U}$ вивільняється енергія 200 MeV . Визначити:

а) енергію, яка виділяється при згорянні 1 кг ізоотопу ${}^{235}\text{U}$ і масу кам'яного вугілля з теплотворною здатністю 7000 ккал/кг , яка еквівалентна у тепловому відношенні 1 кг ${}^{235}\text{U}$;

б) у скільки разів теплотворна здатність чистого ізоотопу ${}^{235}\text{U}$, у якому задіяно 2% всіх ядер, перевищує теплотворну здатність нафти, яка дорівнює 10000 ккал/кг ;

в) електричну потужність атомної електростанції, яка використовує за рік 192 кг ізоотопу ${}^{235}\text{U}$. Коефіцієнт корисної дії електростанції 20% ;

г) масу ізоотопу ${}^{235}\text{U}$, що зазнала поділу при вибуху атомної бомби з тротилізовим еквівалентом 30000 т , якщо тепловий еквівалент тротила 1000 ккал/кг .

Розв'язок. а) Обчислимо кількість ядер. Молярна маса ${}^{235}\text{U}$ дорівнює 235 г/моль . Один кілограм ${}^{235}\text{U}$ містить $\nu = \frac{1000 \text{ г} \cdot \text{моль}}{235 \text{ г}} = 4,255 \text{ моль}$. Один моль речовини містить число Авогадро атомів (відповідно і ядер)

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Кількість ядер, які зазнали поділу, дорівнює $N = N_A \cdot \nu$. Енергія, яка при цьому виділяється, дорівнює $W = N \cdot 200 \text{ MeV}$. Таким чином, $W = 4,255 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 8,2 \cdot 10^{10} \text{ кДж}$.

Кількість теплоти, що виділяється при горінні $m \text{ кг}$ вугілля, дорівнює $Q = m \cdot 7000 \text{ ккал}$. 1 калорія дорівнює $4,1886 \text{ Дж}$. У нашому випадку маса вугілля дорівнює $2,8 \cdot 10^6 \text{ кг}$.

б) Приблизно у 40 разів.

в) 100 МВт.

г) 1,53 кг.

5.2. Теорія показує, що ядро виявляється зовсім нестійким до поділу на два однакові осколки, якщо відношення електростатичної енергії ядра до поверхневої енергії стає рівним двом. Знайти за допомогою напівемпіричної формули для енергії зв'язку ядра відношення $\frac{Z^2}{A}$ такого ядра.

Розв'язок. Енергія зв'язку ядра визначається напівемпіричною формулою Вайцеккера

$$E_{зв} = C_{об}A - C_{нов}A^{2/3} - C_{кул}Z^2A^{-1/3} - C_{сим}(A - 2Z)^2A^{-1} + C_{спар}A^{-\varepsilon}\delta.$$

У цій формулі будемо брати до уваги тільки 3-й та 4-й члени, бо тільки вони залежать від Z . З довідника знайдемо $C_{сим} = 23,7 \text{ MeV}$, $C_{кул} = 0,71 \text{ MeV}$. Ядра з надлишковим числом нейтронів або протонів β -радіоактивні. Від надлишку протонів ядро визволяється шляхом випускання позитронів, а від надлишка нейтронів – шляхом випускання електронів. Коли надлишок протонів стає настільки великим, що енергія відділення протона обертається в нуль, то ядро існувати не може, розпадається. Аналогічний висновок справедливий і до нейтронів. Відповідні теоретичні границі існування ядер можна одержати за допомогою кривих C_p, C_n на графіку залежності числа протонів від числа нейтронів. Їх можна наближено одержати, якщо прирівняти нулю часткові похідні по Z ($N = \text{const}$) та по N ($Z = \text{const}$).

Формула Вайцеккера одержана у наближенні, що ядерна речовина нестислива. Тому першим членом у формулі Вайцеккера нехтуємо, оскільки його значення не змінюється при поділу ядра і він не впливає на різницю мас до і після поділу. З цієї причини нехтуємо четвертим членом у формулі Вайцеккера, оскільки енергія симетрії не змінюється при поділі ядер, і нехтуємо останнім членом (енергією спарювання). Із урахуванням цих спрощень запишемо формулу Вайцеккера у вигляді

$$E_{зв} = C_{нов}A^{2/3} + C_{кул}Z^2A^{-1/3}.$$

Знаки у цьому виразі змінені на протилежні, оскільки ця формула дає роботу, яку треба витратити, щоб повністю розщепити ядро на складові нуклони. А ця робота з протилежним знаком і дає енергію ядра. Із довідника знайдемо $C_{нов} = 17,8 \text{ MeV}$, $C_{кул} = 0,71 \text{ MeV}$. Розрахунок для енергії урана $E_{236} = 1653 \text{ MeV}$, а для кожного осколка $E_{118} = 735 \text{ MeV}$. Таким чином,

енергія, яка визволяється, дорівнює $1653 - 2 \cdot 735 = 183 \text{ MeV}$. Відношення $\frac{Z^2}{A} = 45$.

5.3. Ядра, що виникають при захопленні нейтронів ізотопом ^{238}U , випробовують поділ за енергії бомбардувальних нейтронів не менше $1,4 \text{ MeV}$. Знайти енергію активації ядер, що діляться.

Розв'язок. Різниця між максимальним значенням потенціальної енергії $V(r)$ та її значенням при $r=0$ для стабільних ядер називається **енергією активації**. Згідно з класичними уявленнями для поділу ядра йому необхідно надати енергію, яка не менше енергії активації. Цю енергію ядру надають нейтрони, що поглинаються ядром, і утворюються збуджені складові ядра. Якщо енергія збудження менша за енергію активації, то згідно з класичними уявленнями поділ ядер неможливий. Але експериментально доведено, що поділ ядра ^{235}U можливий при захопленні ядром будь-яких, в тому числі і повільних (теплових) нейтронів. Для поділу ядер ^{238}U потрібні швидкі нейтрони з енергіями більше 1 MeV .

Така різниця у поділу ядер ^{235}U , ^{238}U пояснюється ефектом спарювання нуклонів. При захопленні вільного нейтрона ядром ^{238}U утворюється парно-непарне проміжне ядро ^{239}U , у якому захоплений нейтрон (він немає собі партнера) пов'язаний слабкіше, ніж інші нуклони. Тому в процесі захоплення нейтрона ядром ^{238}U збуджується слабкіше, ніж ядро ^{235}U . Для його поділу необхідна додаткова енергія збудження.

Таким чином, енергія активації дорівнює $E_{\text{акт}} = W_n + E_{\text{зб}} = 6,16 \text{ MeV}$, $W_n, E_{\text{зб}}$, відповідно, кінетична енергія нейтрона, що налітає, його енергія зв'язку в ядрі ^{239}U .

5.4. Енергетичний спектр нейтронів поділу досить добре описується формулою $n(W)dW = -Ae^{-W}sh\sqrt{2W}dW$, де W – кінетична енергія нейтрона, MeV ; A – деяка константа. Обчислити за допомогою цього виразу найімовірнішу енергію нейтронів поділу.

Розв'язок. Для визначення найімовірнішої енергії нейтронів поділу треба дослідити формулу на екстремум. Із умови $\frac{dn}{dW} = 0$ одержимо рівняння $x \ln x = 1$, $x = \sqrt{2W}$. Корінь цього рівняння знаходимо графічним методом $x_0 = 1,2$; $W_{\text{імов}} = 0,72 \text{ MeV}$.

5.5. Тонка фольга з ^{233}U і площею 1 cm^2 і маси $0,1 \text{ г}$ опромінювалася протягом $\tau = 60 \text{ с}$ у полі теплових нейтронів $\Phi = 10^{10} \text{ нейтрон} / (\text{cm}^2 \cdot \text{с})$. Через $t = 10 \text{ с}$ після закінчення опромінення заміряли швидкість рахунку однієї з груп запізнілих нейтронів, період напіврозпаду для якої 55 секунд . Вона виявилася рівною $A = 3,8 \cdot 10^5 \text{ нейтрон} / \text{с}$. Знайти вихід запізнілих нейтронів на один поділ.

Розв'язок. В результаті радіоактивного розпаду ядер, які утворилися в результаті поділу материнського ядра, утворюються нейтрононадлишкові збуджені ядра. При розпаді яких утворюються запізнілі нейтрони.

Швидкість накопичення n -активних ядер із сталою n -розпаду λ знайдемо з рівняння

$$\dot{N} = qw - \lambda N,$$

де q, w – відповідно, поділів за 1 с і вихід n -активних ядер на один поділ, який одночасно є виходом запізнілих нейтронів на один поділ.

Проінтегруємо рівняння за часом від 0 до τ і одержимо число n -активних ядер, які накопичилися у зразку до кінця опромінювання. Через проміжок часу $t = 10\text{ с}$ після кінця опромінювання число цих ядер дорівнює $N = \frac{qw}{\lambda}(1 - e^{-\lambda\tau})e^{-\lambda t}$, $\rightarrow w = \frac{Ae^{\lambda t}}{q(1 - e^{-\lambda\tau})} = 5,6 \cdot 10^{-4}$, $A = \lambda N$, $q = \Phi_{n\sigma f, n}$ – число ядер фольги.

5.6. У чому фізичний сенс коефіцієнта розмноження нейтронів k ? Скільки нейтронів буде в сотому поколінні, якщо процес поділу починається з 1000 нейтронів і $k = 1,05$?

Розв'язок. Важливою характеристикою активної зони реактора є коефіцієнт розмноження нейтронів k . Він дорівнює відношенню загального числа нейтронів у будь-якому поколінні до числа нейтронів, які ці нейтрони породили у попередньому поколінні. Таким чином, якщо в першому поколінні було N_1 нейтронів, то їх число у n -му поколінні буде $N_n = N_1 k^n$. При $k = 1$ реакція поділу стаціонарна, тобто число нейтронів у всіх поколіннях однакове – розмноження нейтронів немає.

Відношення числа нейтронів деякого покоління до числа нейтронів попереднього покоління $n = 10^3 \cdot k^{i-1} = 1,3 \cdot 10^5$, i – число поколінь.

5.7. Оцінити проміжок часу, необхідний для поділу 1 кг речовини в безмежному середовищі ізотопу ^{235}U , якщо відомо, що середня енергія нейтронів поділу 1,6 МеВ, переріз поділу ядра 2 барн, і коефіцієнт розмноження нейтронів 1,001. Припускають, що в початковий момент часу розділилося одне ядро.

Розв'язок. Якщо в початковий момент часу розпалося одне ядро, то в кінці першої ланки ланцюгової реакції розпадеться k ядер, в кінці другої ланки k^2 , а в кінці n -ї ланки k^n . Таким чином, до кінця n -ї ланки розділиться $1 + k + k^2 + \dots + k^n = \frac{k^{n+1} - 1}{k - 1} = \frac{M}{m}$, M, m – відповідно, маса речовини,

яка поділилася, і маса ядра. Оскільки $n = \frac{t}{\tau_f}$, t, τ_f – відповідно, шуканий проміжок часу і час пробігу нейтрона від моменту народження до акту поділу ($\tau_f = \frac{\lambda_f}{v}$). Шуканий проміжок часу $t = 2,9 \cdot 10^{-4}$ с. При $k = 1,01$ $t = 3,3 \cdot 10^{-5}$ с.

5.8. На кожен акт поділу ядра ^{238}U виникає в середньому близько 2,6 нейтрона поділу. Перетин поділу ядра ^{238}U порядку 2,6 барн (для нейтронів спектра поділу), перетин непружного розсіювання становить кілька барн. Маючи на увазі, що принаймні половина нейтронів, що виникають, має енергію, нижчу за поріг поділу ядер ^{238}U , показати неможливість самопідтримуваної ланцюгової реакції в середовищі, що складається з цих ядер.

Розв'язок. На кожен нейтрон, що викликає поділ, виникає число активних нейтронів

$$\frac{2,6}{2} \cdot \frac{0,5}{\text{декілька одиниць}} < 1.$$

Висновок: коефіцієнт розмноження $k < 1$ і реакція неможлива.

5.9. Пояснити, чому неможлива самопідтримувана ланцюгова реакція в середовищі, яке складається з чистого металічного урану природного складу.

Розв'язок. Із довідника визначимо переріз розсіювання природного урану і переріз поділу: приблизно 4 і 0,015 барн. Таким чином, переріз розсіювання природного урану і більшість нейтронів поділу будуть мати пружне розсіювання, сповільнюючись при цьому до тих пір, поки їхня енергія не досягне резонансної області радіаційного захвату ядер ^{238}U . Оскільки переріз радіаційного захвату ядер ^{238}U в резонансі дуже великий, то нейтрони поглинаються цими ядрами і не встигають досягти області енергії, де ймовірність поділу ядер ^{235}U вища за ймовірність захоплення ядер ^{238}U .

5.10. Використовуючи дефекти мас $\Delta(1,2) = 13,13627 \text{ MeV}$ (дейтерій ^2_1D); $\Delta(1,3) = 14,95038 \text{ MeV}$ (третій ^3_1T); $\Delta(2,3) = 14,93173 \text{ MeV}$ (гелій ^3_2He) обчислити енергію Q , яка виділяється у таких реакціях:

- 1) ${}^2_1D + {}^2_1D \rightarrow {}^1_1p + {}^3_1T$,
- 2) ${}^2_1D + {}^2_1D \rightarrow {}^1_0n + {}^3_2He$,
- 3) ${}^2_1D + {}^3_1T \rightarrow {}^1_0n + {}^4_2He$,
- 4) ${}^3_2He + {}^2_1D \rightarrow {}^4_2He + {}^1_1p$.

Нехтуючи кінетичною енергією частинок до реакції, визначити, яку енергію забирає кожна частинка після реакції.

Розв'язок. 1) $Q = 2\Delta(1,2) - \Delta(1,1) - \Delta(1,3) = 4,033 \text{ MeV}$; протон забирає $3,025 \text{ MeV}$, ядро трітія – $1,008 \text{ MeV}$;

2) $Q = 3,27 \text{ MeV}$, нейтрон забирає $2,453 \text{ MeV}$, ядро гелія 3_2He – $0,817 \text{ MeV}$;

3) $Q = 17,59 \text{ MeV}$, нейтрон забирає $14,07 \text{ MeV}$, ядро гелія 4_2He – $3,52 \text{ MeV}$;

4) $Q = 18,35 \text{ MeV}$, протон забирає $14,68 \text{ MeV}$, ядро гелія 4_2He – $3,67 \text{ MeV}$.

5.11. Яку частину енергії, що виділяється в зоні реакції, забирають із собою нейтрони, що виникають у результаті реакції ${}^2_1H + {}^3_1H \rightarrow {}^4_2He + {}^1_0n$? Вважати, що система центру інерції частинок, що взаємодіють, збігається з лабораторною системою.

Розв'язок. Енергія реакції дорівнює $Q = W_n + W_\alpha$. Імпульс нейтрона дорівнює імпульсу α -частинки (ядро атома гелія 4_2He): $p_n = p_\alpha$. З цих двох рівнянь випливає

$$\frac{W_n}{Q} = \frac{m_\alpha}{m_n + m_\alpha} = 0,8.$$

5.12. Оцінити мінімальну температуру T лейтерієвої плазми, за якої дейтрони з однаковими швидкостями, що дорівнюють найімовірнішому значенню за цієї температури, зможуть подолати кулонівський бар'єр під час лобового зіткнення. Розподіл за швидкостями вважати максвеллівським; радіус дейтрона порядку 2 фермі .

Розв'язок. Із молекулярно-кінетичної теорії, найімовірніше, значення швидкості визначається формулою

$$v_{\text{імовірне}} = \sqrt{2 \frac{kT}{m}}, k - \text{ стала Больцмана.}$$

Це впливає з того, що розподіл за швидкостями є максвеллівським і, найімовірніше, значення швидкості відповідає максимуму функції

Максвелла. Кінетична енергія частинки $W = kT$. Згідно із законом збереження енергії

$$2W \approx \frac{e^2}{2r_0}, \quad r_0 - \text{радиус дейтрона.}$$

Мінімальна температура T дорівнює $T \approx 2,1 \cdot 10^9 \text{ град.}$

5.13. Ядра, що виникають при захопленні нейтронів ізотопом ^{238}U , випробовують ділення за енергії бомбардувальних нейтронів, не меншої за $1,4 \text{ MeV}$. Знайти енергію активації ядер, що діляться.

Контрольні питання до розділу 5

1. Які нейтрони називаються миттєвими?
2. Схема протікання ланцюгової реакції.
3. Енергія зв'язку ядра.
4. Енергетична схема ядерної реакції.
5. Гранична (мінімальна) кінетична енергія частинки.
6. Термоядерні реакції.

РОЗДІЛ 6. ЕЛЕМЕНТАРНІ ЧАСТИНКИ

Поняття «елементарна частинка» є вельми складним і тому не можна дати чіткого визначення, оскільки низка експериментів показує, що частинки, які раніше вважалися елементарними, мають внутрішню структуру. Історично елементарними частинками називали протон (p), електрон (e^-), нейтрон (n), що входять до складу атомів і ядер. Пізніше елементарними стали називати фотон (γ), позитрон (e^+), нейтрино (ν).

Елементарні частинки в порядку їхнього історичного відкриття

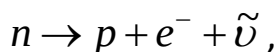
Електрон – відкритий 1897 року Дж.Дж. Томсоном. Маса електрона $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$. Заряд електрона $e = 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$. Спін (спінове число) електрона $s = \frac{1}{2}$. Магнітний момент $\vec{\mu}_e = 1,01 \vec{\mu}_B$.

Фотон – квант електромагнітного випромінювання (М. Планк 1900 р., А. Ейнштейн 1905 р.). Фотон не має електричного заряду, і його маса спокою дорівнює нулю. Спін фотона $s_\phi = 1$.

Протон – ядро найлегшого атома водню (досліди Резерфорда 1911 р.). Маса протона $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1836,1 m_e$. Заряд протона дорівнює $+e$. Спін (спін-нове число) $s = \frac{1}{2}$. Магнітний момент $\vec{\mu}_p = 2,793 \vec{\mu}_B$.

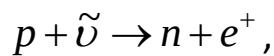
Позитрон – античастинка електрона. Заряд позитрона e^+ . Теоретично передбачений у 1928–1929 роках П. Діраком і відкритий у 1932 р. К. Андерсеном у космічних променях. $m_{e^+} = m_{e^-}$, спін $s = \frac{1}{2}$.

Нейтрон – відкритий Д. Чедвіком у 1932 році. Маса нейтрона $m_n = 1,6747 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1838,65 m_e$. Електричний заряд дорівнює нулю, спін дорівнює $s = \frac{1}{2}$, магнітний момент $\vec{\mu}_n = -1,913 \vec{\mu}_N$. Нейтрон у вільному стані нестабільний і розпадається на протон та електрон за схемою

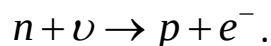


з періодом напіврозпаду $T_{1/2} \approx 1,01 \cdot 10^3 \text{сек}$. Усередині ядра нейтрона може існувати невизначено довго.

Нейтрино (ν). У 1931–1933 рр. В. Паулі припустив, що під час β -розпаду випускається, крім протона й електрона, нейтральна частинка з масою спокою, що дорівнює нулю. Нейтрино забирає із собою відсутню енергію, відсутній імпульс, відсутній спін (спін нейтрино $s = \frac{1}{2}$). Ефективний перетин захоплення надзвичайно малий: $\sigma \sim 10^{-44} \text{см}^2 - 5 \cdot 10^{-45} \text{см}^2$. У 1956 р. К. Коуен зі співробітниками виявив антинейтрино ($\bar{\nu}$), що утворюється в ядерному реакторі під час дослідження ядерної реакції



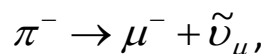
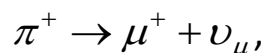
а нейтрино викликає реакцію



Мюони (μ -мезони) – були виявлені в 1937 році К. Андерсеном і С. Неддермейером у складі космічних променів. Маса спокою дорівнює $206,7m_e$, спін $s = \frac{1}{2}$, заряд $+e$ (μ^+ -мезон) і $-e$ (μ^- -мезон), час життя $\tau \sim 2,2 \cdot 10^{-6} \text{с}$. Спочатку їм приписували роль мезонів Юкави, що відіграють роль квантів поля ядерних сил.

Піони (π -мезони) – відкриті 1947 року С. Поуеллом і Г. Оккяліні у складі космічних променів, які і є квантами ядерного поля, які передбачив Х. Юкава і що вони відповідальні за основну частину ядерних сил. π -мезони існують 3-х видів: π^+ -мезон (заряд дорівнює $+e$) і π^- -мезон (заряд дорівнює $-e$), маса дорівнює $273,2 m_e$, спін $s = 0$. Час життя π -мезонів $\pi^\pm$.

$\pi^\pm$ -мезони розпадаються на $\mu^\pm$ -мезони за схемою:



де ν_μ , $\bar{\nu}_\mu$ – мюонне нейтрино й антинейтрино (на відміну від електронного нейтрино й антинейтрино ν_e , $\bar{\nu}_e$ що утворюється під час $\beta^\pm$ -розпаду).

У 1950 році був відкритий нейтральний π -мезон (π^0), з масою $264,2 m_e$, нульовим спіном $s = 0$, часом життя $\sim 2,1 \cdot 10^{-16} \text{с}$.

Пізніше було відкрито багато елементарних частинок, які можна розділити на дві групи.

1. **k -мезони** – k^+ і k^- -мезони з масами $\sim 966,3 m_e$, з нульовим спіном $s = 0$, і зарядами $+e$ та $-e$ відповідно. Час із життя – $1,22 \cdot 10^{-8} \text{с}$. Нейтральні k -мезони (k^0 і $\tilde{k}^0$) з масами $974,5 m_e$, часом життя 10^{-10} і $5,62 \cdot 10^{-8} \text{с}$.

2. **Гіперони** – частинки з масами, більшими за маси нуклонів. Спін цих частинок $s = \frac{1}{2}$, час життя лежить у межах $2,62 \cdot 10^{-10} - 10^{-11} \text{с}$. Відомі такі гіперони:

– ламбда-гіперони ($\tilde{\Lambda}^0$ и Λ^0) з масами $2182,75 m_e$ і з нульовим електричним зарядом;

– сигма-гіперони (Σ -гіперони) Σ^+ і $\tilde{\Sigma}^+$ з масами $2327,6 m_e$, Σ^- і $\tilde{\Sigma}^-$ з масами $2340,6 m_e$, Σ^0 і $\tilde{\Sigma}^0$ з масами $2333,4 m_e$, заряд $\Sigma^\pm$ -гіперонів дорівнює $\pm e$;

– ксі-гіперони (Ξ -гіперони) Ξ^- і $\tilde{\Xi}^-$ -гіперони з масами $3278 m_e$;

– омега-гіперони (Ω -гіперони) Ω^- і $\tilde{\Omega}^-$ з масами $3278 m_e$.

Відомі чотири види взаємодії між елементарними частинками: сильна, електромагнітна, слабка і гравітаційна (у порядку зменшення інтенсивності).

Інтенсивність взаємодії заведено характеризувати константою взаємодії, що є безрозмірним параметром, який визначає ймовірність процесів, зумовлених даним видом взаємодії.

Сильна взаємодія – забезпечує зв'язок нуклонів у ядрі. Константа взаємодії ~ 10 . Радіус дії $\sim 10^{-13} \text{см}$.

Електромагнітна взаємодія. Константа взаємодії дорівнює $1/137 \approx 10^{-2}$. Це впливає з того, що зумовлене спіном розщеплення енергетичних рівнів дає для відстані між рівнями тонкої структури

водневого атома значення $\Delta E = \frac{\alpha^2}{16} E_i$, де E_i – енергія іонізації, α – безрозмірна величина (постійна тонкої структури)

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

Радіус дії взаємодії не обмежений ($r = \infty$).

Слабка взаємодія – відповідає за всі види β -розпаду, за багато розпадів елементарних частинок, за всі процеси взаємодії нейтрино з речовиною. Константа взаємодії $\sim 10^{-14}$ взаємодія короткодіїва.

Гравітаційна взаємодія. Константа взаємодії $\sim 10^{-39}$, радіус дії не обмежений ($r = \infty$).

Подальші дослідження показали, що багато електромагнітних частинок, які раніше вважали неподільними, мають внутрішню структуру і саме поняття елементарності є відносним. Загальною властивістю елементарних частинок є їхня здатність перетворюватися одна в одну під час різних взаємодій. Елементарні частинки слід розглядати як одну з первинних форм матерії.

Елементарні частинки зазвичай поділяють на чотири класи.

В одну особливу групу виокремлюються γ -фотони, їхній спін $s = 1$, електричний заряд $e = 0$, маса спокою $m_{0\phi} = 0$.

Залежно від величини власної маси всі елементарні частинки поділяються на три основні групи: I – лептони, II – мезони, III – баріони.

I група – лептони (легкі частинки), маса яких менша за масу π -мезона. До цієї групи входять частинки: $\nu_e, \tilde{\nu}_e, \nu_\mu, \tilde{\nu}_\mu, e^-, e^+, \mu^-, \mu^+$. Спін усіх частинок $s = 1/2$, тобто вони є ферміонами.

II група – мезони, частинки, що за своєю масою займають середнє становище між лептонами і баріонами. Це π -мезони (π^+, π^0, π^-), k -мезони ($k^+, k^-, k^0, \tilde{k}^0$). Спін усіх цих мезонів $s = 0$, тобто вони є бозонами.

III група – важкі частинки або баріони. До цієї групи входять:

а) нуклони та їхні античастинки: $p, n, \tilde{p}, \tilde{n}$;

б) гіперони та їхні античастинки: $\Lambda^0, \tilde{\Lambda}^0, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \tilde{\Sigma}^+, \tilde{\Sigma}^0, \tilde{\Sigma}^-, \Xi^-, \tilde{\Xi}^-, \Xi^0, \tilde{\Xi}^0, \Omega^-, \tilde{\Omega}^-$.

Усі баріони мають напівцілий спіл, будучи ферміонами.

Мезони та баріони часто об'єднують в один клас сильно-взаємодіючих частинок – **адронів**.

Залежно від часу життя елементарні частинки можна поділити на стабільні та нестабільні, або зовсім короткоживучі ($\tau \sim 10^{-23} \text{ c}$) **резонанси**.

6.1. Розв'язання задач

6.1. За допомогою законів збереження енергії та імпульсу визначити енергетичний поріг народження антипротона в реакції зіткнення двох протонів:

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}.$$

Розв'язок. У фізиці елементарних частинок, крім енергії спокою, енергія зустрічається тільки у двох формах: кінетичній і потенціальній. Повна енергія E дорівнює їхній сумі і пов'язана з релятивістською масою системи співвідношенням $E = m_{\text{РЕЛ}} c^2$. У фізиці елементарних частинок заведено користуватися системою одиниць, у якій швидкість світла приймають за одиницю (сталу $\hbar$ також приймають такою, що дорівнює одиниці). Тоді повна енергія частинки $E = m_{\text{РЕЛ}} c^2 = m_{\text{РЕЛ}}$, а квадрат чотиривимірного вектора енергії-імпульсу має вигляд

$$E^2 - p^2 = m^2,$$

де m – маса спокою частинки, яку часто називають інваріантною масою.

Таким чином, в такій системі одиниць енергія, маса і імпульс мають однакову розмірність. Одиницею вимірювання є **гігаелектронвольт**.

У нашому випадку один з протонів (мішень) у стадії спокою, а інший на нього налітає. Треба визначити мінімальну енергію протона, який налітає, щоб ця реакція стала можливою. Таким чином, реакція розглядається в лабораторній системі відліку.

Якщо розглянути задачу у системі центра мас, то протони перед зіткненням будуть рухатися назустріч один одному, і їх сумарний імпульс дорівнює нулю. Необхідну мінімальну енергію одержимо тоді, коли всі чотири частинки після реакції будуть знаходитись у стані спокою.

Тепер повернемося у лабораторну систему відліку. У такій системі всі чотири частинки будуть рухатись з однаковою швидкістю, і, таким чином, з однаковим імпульсом (оскільки маси частинки і античастинки однакові). Якщо кінетична енергія протона, який налітає, дорівнює E , то повна енергія системи до зіткнення дорівнює $E + 2m_p$. Імпульс протона $\vec{P}$, що налітає, дорівнює імпульсу всієї системи до і після зіткнення. Але після зіткнення одержимо систему чотирьох частинок, повна інваріантна маса якої дорівнює $4m_p$. Таким чином, формула для квадрата чотиривимірного вектора енергії-імпульсу має вигляд

$$(E + 2m_p)^2 - P^2 = \text{Інв} = (4m_p)^2.$$

Ця формула для протона, що налітає, має вигляд

$$(E + m_p)^2 - P^2 = \text{Інв} = m_p^2,$$

звідки $P^2 = E^2 + 2Em_p$. Виключивши P і після скорочення на m_p , одержимо

$$E = 6 m_p = 5,63 \text{ GeV}.$$

6.2. За допомогою законів збереження енергії та імпульсу визначити енергетичний поріг народження антипротона:

- а) при зіткненні електрона з нерухомим протоном;
- б) при зіткненні електрона з нерухомим електроном;
- в) при зіткненні фотона з нерухомим протоном;
- г) при зіткненні фотона з нерухомим електроном.

Розв'язок. Задача розглядається аналогічно до задачі 6.1. При виборі відповідної реакції необхідно враховувати закон збереження баріонного заряду. Також треба врахувати, що антипротон завжди народжується в парі з протоном. Згідно з цими вимогами треба вибрати такі реакції:

$$a) e^- + p \rightarrow e^- + p + p + \bar{p},$$

$$б) e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- + p + \bar{p},$$

$$в) \gamma + p \rightarrow \gamma + p + p + \bar{p},$$

$$г) \gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^- + p + \bar{p}.$$

При розгляданні реакцій за участю γ -квантів необхідно використовувати співвідношення $P_\gamma = E_\gamma$. Поріг реакції відповідає випадку, коли енергія γ -кванта після реакції прагне до нуля.

Пороги відповідних реакцій дорівнюють

$$a) 4m_p + 2m_e = 3,754 \text{ GeV};$$

$$б) 2m_p \left(\frac{m_p}{m_e} + 2 \right) = 3446 \text{ GeV};$$

$$в) 4m_p = 3,753 \text{ GeV};$$

$$г) 2 \left(\frac{m_p}{m_e} + 1 \right) m_p = 1724 \text{ GeV}.$$

6.3. Релятивістська частинка маси m з кінетичною енергією W налітає на іншу нерухому частинку з тією самою масою. Знайти сумарну кінетичну енергію обох частинок у Ц-системі, імпульс кожної частинки в цій системі та швидкість Ц-системи.

Розв'язок. Запишемо інваріант $(E^2 - P^2)$ для лабораторної Л-системи і для системи центру мас Ц-системи

$$(W + 2m)^2 - P^2 = \left[2(\tilde{W} + m) \right]^2.$$

Врахуємо, що $P^2 = W(W + 2m)$, одержимо

$$\tilde{W}_{\text{сум}} = 2\tilde{W} = 2m\left(\sqrt{1 + \frac{W}{2m}} - 1\right).$$

Імпульс кожної частинки Ц-системи дорівнює $\tilde{P} = \sqrt{\frac{mW}{2}}$, швидкість

$$\text{Ц-системи } \beta_c = \frac{v_c}{c} = \sqrt{\frac{W}{W + 2m}}.$$

6.4. Яку кінетичну енергію необхідно повідомити протону, що налітає на інший, нерухомий протон, щоб сумарна кінетична енергія обох протонів у Ц-системі була такою самою, як під час зіткнення двох протонів, що рухаються назустріч один одному з кінетичними енергіями по 30 GeV в Л-системі?

Розв'язок. Запишемо інваріант $(E^2 - P^2) = \text{інв}$ для Л-системи і для Ц-системи

$$(W' + 2m)^2 - P^2 = [2(W + m)]^2, \text{ звідки}$$

$$W' = \frac{2W(W + 2m)}{m} = 2030 \text{ GeV}.$$

6.5. Показати, що при пружному розсіянні релятивістської частинки маси m_1 на нерухомій частинці маси m_2 кут розсіяння частинки, що налітає, у разі $m_1 > m_2$ не може перевершувати значення, яке визначається тим самим виразом, що й для нерелятивістського випадку: $\sin \theta_{1\text{макс}} = \frac{m_2}{m_1}$.

Розв'язок. Запишемо закони збереження енергії і імпульса:

$W = W_1 + W_2$; $P_2^2 = P_1^2 + P^2 - 2PP_1 \cos \theta_1$, W, P – відповідно, кінетична енергія і імпульс частинки, що налітає. З урахуванням того, що $P = \sqrt{W(W + 2m_1)}$ виразимо $\cos \theta_1$ через W_1 . Із умови $\frac{d \cos \theta_1}{dW_1} = 0$ одержимо значення енергії W_1 , що відповідає максимуму кута θ_1 . Після підстановки цього значення енергії W_1 у вираз для $\cos \theta_1$, знаходимо

$$\cos(\theta_{1, \text{макс}}) = \sqrt{1 - \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2}.$$

6.6. Частинка Σ^- , що зупинилася, розпадається на нейтрон і піон. Визначити кінетичну енергію та імпульс нейтрона.

Розв'язок. Запишемо закони збереження енергії й імпульсу $Q = W_n + W_\pi$; $P_n = P_\pi$, Q, W_n, W_π – відповідно, енергія розпаду, кінетичні енергії частинок, що виникли (нейтрон і піон). З цих законів визначимо кінетичну енергію та імпульс нейтрона

$$W_n = \frac{Q(Q + 2m_\pi)}{2m_{\Sigma^-}} = 19,5 \text{ MeB}; \quad P_n = 192,5 \text{ MeB} / c.$$

6.7. K^+ – мезони розпадаються за схемою $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. У міру зменшення швидкості мезона в середовищі слід його стає дедалі звивистішим і заплутанішим – частинка починає безладно блукати між атомами. Нарешті слід обривається через зупинку частинки. З точки зупинки виходять дві частинки: μ^+, ν_μ . Заряджений мюон залишає слід, нейтрино сліду не залишає. За слідом зарядженої частинки і можна судити про характер процесу. Розрахувати енергію мюона і нейтральної частинки в точці, з якої вони виходять.

Розв'язок. Повна енергія мезона, який зупинився, дорівнює його масі m_{K^+} . Якщо E_μ, E_ν – повні енергії мюона і нейтрино на момент їх утворення, то

$$E_\mu + E_\nu = m_{K^+}.$$

Для мюона інваріант має вигляд

$$E_\mu^2 - P_\mu^2 = m_\mu^2.$$

Для нейтрино інваріант має вигляд $P_\nu = E_\nu$. З цих 3-х рівнянь одержимо

$$E_\mu = \frac{m_{K^+}}{2} + \frac{m_\mu^2}{2m_{K^+}}, \quad E_\nu = \frac{m_{K^+}}{2} - \frac{m_\mu^2}{2m_{K^+}}.$$

Таким чином, більш легка частинка (нейтрино) одержує меншу енергію. Кінетичні енергії частинок дорівнюють

$$E_{\mu}^{kin} = \frac{m_{K^+}}{2} + m_{\mu} \left(1 - \frac{m_{\mu}}{2m_{K^+}}\right) = 152 \text{ MeV},$$

$$E_{\nu}^{kin} = E_{\nu} = \frac{m_{K^+}}{2} - \frac{m_{\mu}^2}{2m_{K^+}} = 236 \text{ MeV}.$$

6.8. Розв'язати задачу (6.7) у випадку розпаду π^+ -мезона, що розпадається за схемою $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}$.

Розв'язок. У разі розпаду з π^+ -мезоном справедливі ті самі формули, якщо зробити заміну $m_{K^+} \rightarrow m_{\pi^+}$. Для цього розпаду одержимо

$$E_{\mu}^{kin} = 4,36 \text{ MeV};$$

$$E_{\nu}^{kin} = 29,8 \text{ MeV}.$$

6.9. Знайти імпульси (у GeV/c), де c – швидкість світла, протона, μ -мезона і електрона, кінетичні енергії яких дорівнюють 1 GeV .

Контрольні питання до розділу 6

1. Які частинки називаються «античастинками»?
2. Які закони збереження відіграють значну роль у фізиці елементарних частинок?
3. Чотиривимірний вектор енергії-імпульса.
4. Що таке інваріантна маса?
5. Класифікація елементарних частинок.

ЛІТЕРАТУРА

1. Каденко І. М., Плюйко В. А. Фізика атомного ядра та елементарних частинок : підручник, 2-ге вид. переробл. і доповн. Електронна версія. Київ, 2019. 467 с.
2. Ніцук Ю. А. Ядерна фізика : навч. посіб. Одеса: Вид. Одеського ун-у, 2008. – 162 с.
3. Плюйко В. А., Солодовник К. М. Збірник задач з ядерної фізики з розв'язками: методичний посібник з курсу «Фізика ядра та елементарних частинок (електронна версія). Київ, 2020. – 50 с.
4. Сніжний В. Л., Міщенко В. Г., Меньяло В. І., Лякішев В. Ю. Фізика ядра та елементарних частинок. Практикум для студентів фізичного факультету. – Запоріжжя: ЗНУ, 2011. – 111 с.
5. Васильєв Г. В., Парлаг О. О., Пилипченко В. А. Основи радіаційної фізики та дозиметрії: методпосібник до лабораторних робіт. Ужгород, 2016. 68 с.
6. Фреїк Д. М., Возняк О. М., Салій Я. П. Фізичний практикум. Ядерна фізика. Івано-Франківськ, 1996. 62 с.
7. Булавін Л. А., Тартаковський В. К. Ядерна фізика: підручник. 2-ге видання, перероблене і доповнене. Київ: Знання. 2005. 438 с.
8. Стадник В. Й. Оптика. Елементи атомної та ядерної фізики: навчальний посібник. Львів. Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2008. 361 с.

Електронне навчальне видання комбінованого використання
Можна використовувати в локальному та мережному режимі

Дубовик Володимир Миколайович
Сухов Володимир Миколайович

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ЯДЕРНОЇ ФІЗИКИ В КУРСІ ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ

Навчально-методичний посібник

Коректор *О. В. Пікалова, О. В. Анцибора*
Комп'ютерне верстання *О. С. Чистякова*

Підписано до розміщення 19.06.2023. Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 3,28. Обсяг 1,141 Мб. Зам. № 146/23.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №3367 від 13.01.2009

Видавництво ХНУ імені В. Н. Каразіна