

Мариниченко С.М.

ВИКОРИСТАННЯ ПОХІДНОЇ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ

Похідна широко використовується у різних галузях науки і техніки. За її допомогою можна обчислювати швидкість протікання різних процесів, знаходити екстремуми виробничих функцій, а це дозволяє планувати виробництво. Розглянемо подібну задачу.

Підприємство планує випускати верстати. На основі попереднього досвіду була встановлена залежність об'єму випуску Q за рік від ціни p за один верстат:

$$Q = 200 - \frac{20}{3} p. \quad (1)$$

Витрати підприємства на випуск Q верстатів складають

$$Z = 0,85Q^2 - 10Q - 30.$$

Потрібно скласти оптимальний план випуску верстатів та розрахувати прибуток, який може отримати підприємство.

Дохід - G , який може отримати підприємство від випуску верстатів обчислюється як добуток об'єму випуску на ціну:

$$G = Q \cdot p.$$

З виразу (1) знайдемо вираз для ціни, як функцію від об'єму випуску:

$$p = 30 - 0,15Q.$$

Тоді прибуток підприємства буде обчислюватися як

$$\pi = G - Z = -Q^2 + 40Q + 30. \quad (2)$$

Знайдемо оптимальний прибуток. Для цього продиференціюємо вираз (2) і складемо рівняння $\pi'_Q = 0$. Отримаємо

$$-2Q + 40 = 0.$$

Звідкіля стаціонарна точка функції $\pi(Q)$ - $Q = 20$. Дослідимо її. Для цього знаходимо другу похідну від функції $\pi(Q)$:

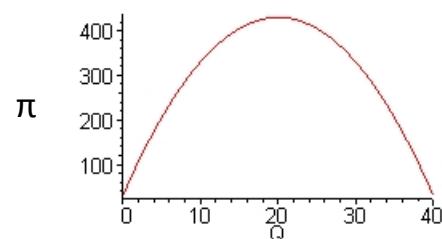
$$\pi''_Q = -2 < 0.$$

Таким чином функція $\pi(Q)$ опукла на всьому проміжку її існування і звідсіля точка $Q = 20$ - це точка максимуму функції.

Знайдемо максимальний прибуток, який може отримати підприємство:

$$\pi_{\max} = \pi(Q)_{Q=20} = 430 \text{ (о.і.)}$$

Графік функції $\pi(Q)$ має вигляд наступний вигляд. До точки $Q = 20$ прибуток підприємства зростає з ростом об'єму випуску, а далі зменшується.



Література:

Тевяшев А.Д., Литвин О.Г. Вища математика. Загальний курс: Збірник задач і вправ. –Харків: Рубікон, 1999.- 320 с.

Робота виконана під керівництвом проф. кафедри ВПМ Литвинова А.Л.