

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Факультет (навчально-науковий інститут) «Фізико-технічний факультет»

Кафедра фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера

До захисту допущено

Кафедрою фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера протокол № 10
від 15.05.2026

завідувач кафедри _____ Юрій Слюсаренко _____
(підпис) (ім'я, прізвище)

«15» травня _____ 2026 р.

Кваліфікаційна робота
здобувача другого (магістерського) рівня вищої освіти
(першого (бакалаврського) / другого (магістерського))

Когерентні ефекти при іонізації атомної К-оболонки релятивістськими
ультракороткими електронними банчами у берилієвих та вуглецевих мішенях
(назва роботи)

Спеціальність (спеціалізація) Е6 Прикладна фізика та наноматеріали
(код та найменування спеціальності; спеціалізації спеціальності - за наявності)

Освітня програма Експериментальна ядерна фізика та фізика плазми
(назва освітньої програми)

Виконавець _____ Всеволод Скоробогатов _____
(підпис) (ім'я, прізвище)

Науковий керівник _____ Сергій Трофименко _____
(підпис) (ім'я, прізвище)

Харків – 2026

АНОТАЦІЯ

Скоробогатов Всеволод. – Когерентні ефекти при іонізації атомної К-оболонки релятивістськими ультракороткими електронними банчами у берилієвих та вуглецевих мішенях. – рукопис. Дипломна робота магістра з прикладної фізики (напрямок підготовки «Експериментальна ядерна фізика та фізика плазми») – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Харків, 2026.

57 с., 15 рис., 31 джерело.

Дипломна робота присвячена дослідженню когерентних ефектів, які виникають при іонізації атомних К-оболонки ультракороткими банчами релятивістських електронів. Продемонстровано, що когерентні ефекти можуть призводити до значного збільшення перерізу іонізації К-оболонки. Це, у свою чергу, призводить до підсилення характеристичного рентгенівського випромінювання, викликаного мікробанчованим пучком за умови, що кількість мікробанчів лежить в певному діапазоні. Окрім цього, було розглянуто модель реалістичного розподілу кількості частинок, яка реалізовується на сучасних прискорювачах, наприклад, ARES SINBAD – трапецієподібний розподіл кількості частинок у поздовжньому напрямку, для якого функція розподілу має лінійне зростання та спадання на краях банча. Також було проведено розгляд періодично модульованої функції розподілу з огинаючою у вигляді трапеції, в якості моделі мікробанчованого пучка. В результаті цього було встановлено, що за умови, якщо краї банча, на яких має місце лінійне зростання та спадання функції розподілу, становлять менше декількох відсотків від загальної довжини банча різниця між трапецієподібним та рівномірним розподілами є нехтовною.

Також було розглянуто еволюцію перерізу іонізації К-оболонки з зануренням пучка ультрарелятивістських електронів в речовину, в ході чого виявилось, що переріз виходить на стаке значення, коли глибина занурення є значно більшою за довжину поглинання фотона з частотою, яка дорівнює пороговій частоті іонізації К-оболонки цієї речовини. Виявилось, що ця відстань, необхідна для виходу перерізу на стаке значення, значно залежить від

періоду мікробанчування. На основі результатів для перерізу іонізації К-оболонки було обраховано кутовий розподіл фотонів ХРВ, що виходять з мішені. В підсумку було показано, що основний внесок у формування фотонів дають приповерхневі шари речовини товщиною порядку 0,1 мкм, а не порядку довжини загасання ХРВ, яка є на порядок більшою для розглянутих мішеней, як для випадку, коли крізь мішень пролітає один електрон (тобто когерентні ефекти відсутні).

Також з огляду на можливі обмеження застосовності, викликані інтенсивними полями, якими відбувається іонізація К-оболонки, було проведено розгляд застосовності методу, використаного в даній роботі. Було показано, що для параметрів пучків, досяжних на сучасних прискорювачах, ця умова виконується.

Ключові слова: іонізація К-оболонки, характеристичне рентгенівське випромінювання, високоенергетичні електронні банчі, когерентні ефекти, явище мікробанчування.

ABSTRACT

Skorobohatov Vsevolod. – Coherent Effects in Atomic K-Shell Ionization by Relativistic Ultrashort Electron Bunches in Beryllium and Carbon Targets. Master's thesis in applied physics (specialty – «Experimental nuclear physics and plasma physics») – V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, 2026.

57 p., 15 fig., 31 ref.

This thesis is devoted to the study of coherent effects arising from the K-shell ionization of atoms by ultrashort relativistic electron bunches. It is demonstrated that coherent effects can lead to a significant increase in the K-shell ionization cross-section. This, in turn, results in the enhancement of characteristic X-ray radiation (CXR) induced by a microbunched beam, provided that the number of microbunches falls within a specific range. Furthermore, a model of a realistic particle distribution achievable at modern accelerators, such as ARES SINBAD, was considered — a trapezoidal longitudinal distribution with linear rise and fall at the bunch edges. A periodically modulated distribution function with a trapezoidal envelope was also examined as a model for a microbunched beam. The results show that if the bunch edges, where the linear rise and fall of the distribution function occur, constitute less than a few percent of the total bunch length, the difference between trapezoidal and uniform distributions is negligible.

The evolution of the K-shell ionization cross-section as a beam of ultrarelativistic electrons penetrates the matter was also investigated. It was found that the cross-section reaches a steady value when the penetration depth significantly exceeds the absorption length of a photon with a frequency equal to the K-shell ionization threshold of the material. Notably, the distance required for the cross-section to stabilize significantly depends on the microbunching period. Based on the results for the K-shell ionization cross-section, the angular distribution of CXR photons emerging from the target was calculated. It was shown that the main contribution to photon formation comes from near-surface layers of the material with a thickness of about 0.1 μm , rather than the CXR attenuation length, which is an

order of magnitude larger for the targets under consideration, as is the case for a single electron (i.e., in the absence of coherent effects).

Additionally, considering potential applicability limits caused by intense fields responsible for K-shell ionization, the validity of the method used in this work was analyzed. It was demonstrated that for beam parameters achievable at modern accelerators, this condition is satisfied.

Keywords: K-shell ionization, characteristic X-ray radiation, high-energy electron bunches, coherent effects, microbunching.

ЗМІСТ

ВСТУП	7
РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ	9
1.1. Огляд літератури.....	9
1.2. Опис використаного методу та результати попередніх досліджень	10
РОЗДІЛ 2. ВИПАДОК ВЗАЄМОДІЇ МІКРОБАНЧОВАНОГО ПУЧКА З УЛЬТРАТОНКОЮ МІШЕННЮ	13
2.1. Аналітичний розгляд	13
2.2. Чисельні оцінки перерізу	16
РОЗДІЛ 3. КРАЙОВІ ЕФЕКТИ У ВИПАДКУ ТРАПЕЦІЄПОДІБНОГО РОЗПОДІЛУ ДЛЯ УЛЬТРАТОНКОЇ МІШЕНІ	20
3.1. Трапецієподібний розподіл.....	20
3.2. Періодично модульований розподіл.....	23
РОЗДІЛ 4. ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСТОСОВНОСТІ МЕТОДУ	29
4.1. Аналітичне обґрунтування умови застосовності методу	29
4.2. Чисельні перевірки умови застосовності методу	33
РОЗДІЛ 5. ІОНІЗАЦІЯ К-ОБОЛОНОК У МІШЕНЯХ ДОВІЛЬНОЇ ТОВЩИНІ БАНЧЕМ УЛЬТРАРЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЕЛЕКТРОНІВ	36
5.1. Аналітичний розгляд	36
5.2. Чисельні оцінки.....	44
ВИСНОВКИ.....	51
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	54

ВСТУП

Дослідження, представлені в даній роботі, є продовженням досліджень, розпочатих при виконанні бакалаврської дипломної роботи на тему «Когерентні ефекти в характеристичному рентгенівському випромінюванні ультракоротких електронних банчів».

Розвиток сучасних прискорювачів таких як European XFEL та ARES SINBAD (DESY, м. Гамбург, Німеччина) дозволяє отримувати ультракороткі електронні банчі з високою густиною заряду. У роботі здобувача ступеня бакалавра було показано, що для параметрів банчів, які досягаються на сучасних прискорювачах, є можливими когерентні ефекти у ХРВ, які полягають у тому, що окремі частинки банча взаємодіють з атомами речовини не як ізольовані частинки, а як єдине ціле, і призводять до значного збільшення перерізу іонізації та, як наслідок, збільшення кількості випромінених фотонів ХРВ на один налітаючий електрон. Однак в бакалаврській роботі було розглянуто лише банчі з одним конкретним розподілом кількості частинок у поздовжньому та поперечному напрямках: гаусовим, що не є вичерпним переліком розподілів, які спостерігаються на практиці. Наприклад, в ондуляторній секції European XFEL відбувається так зване явище мікробанчування, яке полягає в тому, що пучок електронів розпадається на ще компактніші мікробанчі. В такому випадку можна очікувати не тільки когерентні ефекти, спричинені конструктивною інтерференцією внесків окремих частинок банча, а також з огляду на компактні розміри мікробанчів, варто очікувати когерентні ефекти, викликані конструктивною інтерференцією цілих мікробанчів. Не менш важливим з практичної точки зору є також рівномірний розподіл. З огляду на минулі дослідження, очікується, що у випадку рівномірного розподілу когерентні ефекти можуть бути значно суттєвішими, ніж для банчів з гаусовим розподілом кількості частинок в обох напрямках. Також важливим є розглянути не тільки абстрактні модельні розподіли, а й більш реалістичні розподіли, зокрема трапецієподібний

розподіл, який враховує, що густина розподілу є неперервною величиною та не може мати стрибка від 0 поза пучком до певного сталого значення всередині пучка.

Окрім цього, в бакалаврській роботі, з огляду на те, що когерентні ефекти є максимальними поблизу поверхні мішені, розгляд обмежувався лише ультратонкими мішенями, тобто мішенями, які мають такі товщини, на яких поле електрона в речовині не відрізняється від поля електрона у вакуумі. Насправді, для розглянутих в минулій роботі речовин це обмеження є суттєвим та обмежує застосовність методу товщинами мішеней до часток мікрона. Практична реалізація таких тонких мішеней може бути важким завданням, тому в поточній роботі було проведено більш строгий теоретичний розгляд, який враховує перебудову поля електрона при входженні у речовину внаслідок процесу формування поля перехідного випромінювання. Також було досліджено вплив товщини мішені на когерентні ефекти і в якості практично важливої величини було обраховано кількість фотонів ХРВ, які генеруються в речовині внаслідок проходження пучка електронів з урахуванням когерентних ефектів.

Також, з огляду на високу енергію та щільність падаючого на мішень пучка електронів неочевидним є те, що цей процес може бути описаний так, як це було зроблено у бакалаврській роботі: методом еквівалентних фотонів в наближенні однофотонної іонізації, бо, взагалі кажучи, можуть існувати й інші типи іонізації: тунельна, багатофотонна тощо. В поточній роботі було розглянуто умови застосовності використаного методу та показано, що для банчів, досяжних на сучасних прискорювачах, цей метод є цілком застосовним.

РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

1.1. Огляд літератури

Під час руху високоенергетичної зарядженої частинки в речовині може відбуватись іонізація її атомів. Особливий інтерес становить іонізація К-оболонки, оскільки подальше заповнення вакансії, утвореної внаслідок цього процесу, може відбуватись з випромінюванням характеристичного фотона з енергією рентгенівського спектру. Цікавість саме такого випадку обумовлена тим, що окрім того, що фотони характеристичного рентгенівського випромінювання (ХРВ) відносно слабо поглинаються речовиною, це випромінювання є ще й монохроматичним та ізотропним. В сукупності всі перелічені фактори призводять до того, що такі фотони легко детектувати і відповідно легко досліджувати це випромінювання. Також ХРВ може бути використано як джерело інтенсивного, монохроматичного рентгенівського випромінювання [1, 2], що можна застосувати при спектроскопічному аналізі матеріалів [3]. Окрім цього, сильна залежність інтенсивності ХРВ від параметрів банча робить його зручним інструментом для діагностики параметрів банчів, що досягаються на сучасних прискорювачах, що було показано в [4, 5].

Якщо ж замість однієї зарядженої частинки в речовині рухається група заряджених частинок, то можуть проявлятись когерентні ефекти, які пов'язані з тим, що частинки взаємодіють з речовиною не окремо, а як єдине ціле. Це призводить до того, що внесок від цілого банча не може бути представлений як сума незалежних внесків окремих частинок. У випадку прояву максимального ступеня когерентності варто очікувати, що переріз іонізації К-оболонки, і, як наслідок, кількість фотонів ХРВ, випромінених внаслідок взаємодії, буде пропорційний не кількості частинок у банчі, як це було б у випадку суми незалежних внесків, а квадрату кількості частинок в банчі. Одним з найбільш фундаментальних прикладів такого роду є ефект Кінга-Перкінса-Чудакова [6, 7], який полягає у пригніченні іонізаційних втрат енергії

високоенергетичної електрон-позитронної пари через деструктивну інтерференцію власних електромагнітних полів електрона та позитрона. Інтерес до нових теоретичних досліджень цього ефекту за різних умов [8, 9] був викликаний першим експериментом, присвяченим його вивченню на прискорювачі [10, 11], який виявив розбіжність із передбаченнями існуючих теорій. Також інтерференційні ефекти можуть призводити і до протилежної ситуації: збільшення іонізаційних втрат групи частинок, які мають заряд одного знаку, що було показано для високоенергетичних протонних [12] та іонних кластерів [13]. Однак значним таке підсилення іонізаційних втрат стає коли кількість частинок в пучці стає великою, в той час, як просторові розміри стають малими. В такому випадку таке підсилення іонізаційних втрат може досягати декількох порядків. Це було показано при розгляді енергетичних втрат банча ультрарелятивістських електронів внаслідок збудження плазмових коливань [14, 15]. Подібне було показано і в [16, 17], де було показано збільшення середніх іонізаційних втрат фемтосекундних банчів в газах, а також ультратонких твердих мішенях. В такому випадку когерентні ефекти в іонізаційних втратах подібні до тих, які мають місце при когерентному підсиленні випромінювання різних типів, що спричинено проходженням крізь речовину короткого банча ультрарелятивістських електронів з поздовжніми розмірами, які за порядком величини не перевищують довжини випроміненої хвилі [18, 19]. В [20] було наведено експериментальні свідчення підсилення втрат енергії інтенсивним пучком нерелятивістських протонів у плазмі, яке спричинено іншим механізмом: генерацією сильного гальмівного електричного поля зворотним струмом, індукованим пучком.

1.2. Опис використаного методу та результати попередніх досліджень

В цій роботі було використано метод для розгляду процесу іонізації К-оболонки, запропонований в [1, 21] для окремих частинок з адаптацією його до випадку ультрарелятивістських електронних банчів. Згідно з цим методом, для обрахунку перерізу іонізації К-оболонки ультракоротким банчем

релятивістських електронів переріз розділяється на дві частини: переріз іонізації внаслідок близьких та далеких зіткнень налітаючого електрона з атомними електронами. Перша частина пов'язана з жорсткими електрон-електронними зіткненнями та може бути обрахована з використанням перерізу меллерівського розсіяння. Також варто зазначити, що на значення цієї величини не впливає наявність інших електронів у банчі та для Лоренц-факторів $\gamma \gg 1$ вона слабо залежить від енергії. Своєю чергою, друга частина визначається взаємодією макроскопічного електричного поля банча з атомними електронами, тому у випадку перекриття електричних полів окремих частинок банча, що може траплятись в ультракоротких та банчах з великою густиною частинок, може мати місце когерентне підсилення внаслідок інтерференції полів окремих частинок. Саме ця величина і є головним об'єктом досліджень у цій роботі.

Для оцінки перерізу іонізації К-оболонки внаслідок далеких зіткнень з огляду на високу енергію електронів банча можна використати метод еквівалентних фотонів, відомий також як метод Вільямса-Вайцекера, що був розроблений в 1924 році Енріко Фермі [22]. В цьому методі електричне поле банча замінюється потоком еквівалентних фотонів різних частот, які, своєю чергою, вже іонізують атомну К-оболонку. Спектр еквівалентних фотонів може бути обрахований за наступною формулою:

$$\frac{dN_{ph}}{d\omega} = (4\pi^2 \hbar \omega)^{-1} \int |\vec{E}_\omega|^2 2\pi \rho d\rho, \quad (1.1)$$

де $\vec{E}_\omega$ – Фур'є-компонента електричного поля банча за частотою ω , інтегрування відбувається за поперечною площиною за виключенням малих околів кожної частинки банча.

Тоді переріз далеких зіткнень може бути обрахований наступним чином:

$$\sigma_d = \int_{\omega_K}^{\infty} \frac{dN_{ph}}{d\omega} \sigma_{ph}^K(\omega) d\omega, \quad (1.2)$$

де $\sigma_{ph}^K(\omega)$ – переріз фотоіонізації К-оболонки фотоном з енергією $\hbar\omega$, $\hbar\omega_K$ – порогова енергія іонізації К-оболонки атома речовини.

Варто зауважити, що насправді інтегрування у формулі (1.2) можна обмежити декількома пороговими частотами іонізації К-оболонки, адже переріз фотоіонізації $\sigma_{ph}^K(\omega)$ стрімко спадає зі збільшенням частоти.

В бакалаврській дипломній роботі було отримано формулу для оцінки спектру кількості еквівалентних фотонів у полі банча в припущенні, що банч має гаусовий розподіл кількості частинок у поперечному напрямку, яка з урахуванням спрощень (які можна застосувати для параметрів, досяжних на прискорювачах European XFEL та ARES SINBAD), дає наступний вираз для спектру еквівалентних фотонів:

$$\frac{dN_{ph}}{d\omega} = \frac{2\alpha N}{\pi\omega} \left\{ \ln\left(\frac{q_0\gamma}{\omega}\right) - \frac{1}{2} + (N-1)F_{\parallel}(\omega)\psi(\omega, d) \right\}, \quad (1.3)$$

де α – стала тонкої структури, N – кількість частинок в банчі, ω – частота еквівалентного фотона, $q_0 = \sqrt{2m\omega_K/\hbar}$ – імпульс, який слугує межею між зіткненнями, які вважаються близькими та далекими, $F_{\parallel}(\omega) = \left| \int_0^L dz f_{\parallel}(z) e^{-i\omega z/v} \right|^2$ – поздовжній формфактор банча, $\psi(\omega, d) = -(1 + e^a(1+a)Ei(-a))/2$, $a = d^2\omega^2/\gamma^2$, d – поперечний розмір банча, $Ei(x)$ – інтегральна експонента.

Бачимо, що спектр еквівалентних фотонів складається з двох частин: некогерентної, яка пропорційна кількості частинок банча N , та когерентної, пропорційної $N(N-1) \sim N^2$, тобто квадрату кількості частинок для банчів з великою кількістю частинок.

РОЗДІЛ 2. ВИПАДОК ВЗАЄМОДІЇ МІКРОБАНЧОВАНОГО ПУЧКА З УЛЬТРАТОНКОЮ МІШЕННЮ

2.1. Аналітичний розгляд

В ондуляторній секції XFEL відбувається явище мікробанчування, яке полягає в тому, що початковий пучок електронів розпадається на маленькі мікробанчі довжиною, яка дорівнює довжині хвилі випроміненого фотона. Розглянемо процес іонізації К-оболонки таким мікробанчованим пучком з урахуванням того, що з огляду на інтерференцію електричних полів окремих мікробанчів, внески різних мікробанчів можуть впливати один на одного.

В якості спрощеної моделі мікробанчованого пучка розглянемо пучок з періодично модульованим розподілом, функція розподілу якого є наступною: $f_{\parallel}(z) = (1 - \cos(2\pi z/l))/sl$, де l – довжина одного мікробанча, а s – це кількість мікробанчів. Для подальших обрахунків спектру еквівалентних фотонів та перерізу іонізації К-оболонки знайдемо вираз для поздовжнього формфактора банча, використовуючи визначення формфактора $F_{\parallel}(\omega) = \left| \int_0^L dz f_{\parallel}(z) e^{-i\omega z/v} \right|^2$.

Підставивши вираз для розподілу у визначення формфактора, а також зробивши припущення про те, що електрони банча є ультрарелятивістськими ($v \rightarrow 1$), отримаємо вираз для поздовжнього формфактора:

$$F_{\parallel}(\omega) = \left(\frac{8\pi^2}{\omega s l^3} \right)^2 \frac{\sin^2(\pi s \omega / \omega_s)}{(\omega^2 - \omega_s^2)^2}, \quad (2.1)$$

де $\omega_s = 2\pi/l = 2\pi s/L$.

З вигляду виразу для формфактора бачимо наявність резонансу: коли $\omega = \omega_s$ знаменник стає 0, формфактор прямує до нескінченності. За умови того, що повна довжина пучка $L = ls$ є фіксованою, резонансна частота ω_s зростає зі збільшенням кількості мікробанчів. Нагадаємо, що у виразі (1.2), в який входить формфактор (формфактор міститься у множнику $dN_{ph}/d\omega$)

відбувається інтегрування за частотою ω від порогової частоти іонізації К-оболонки до декількох порогових частот. Тоді варто очікувати, що якщо $\omega_s > \omega_K$, тобто резонансні частоти потрапляють в область інтегрування, то можуть проявитись резонансні ефекти в перерізі іонізації К-оболонки. З загальних міркувань помітний прояв когерентних ефектів варто очікувати, якщо поздовжній розмір банча не перевищує довжину хвилі еквівалентних фотонів, які роблять основний внесок в переріз іонізації К-оболонки (1.2), а також якщо поперечний розмір поля за порядком величини не перевищує поперечного розміру поля банча для частот, які роблять основний внесок в переріз іонізації К-оболонки. Другу умову можна записати наступним чином: $d_f \sim \gamma/\omega$, де для прискорювача European XFEL поперечний розмір (напівширина на напіввисоті) $d_f = 30$ мкм, енергія кожного електрона банча $E = 17,5$ ГеВ, що відповідає $\gamma \sim 34000$. Звідси слідує, що для прояву когерентних ефектів частоти, які роблять основний внесок повинні задовольняти умові $\hbar\omega \sim 230$ еВ. В такому випадку, для помітного прояву когерентних ефектів, а також з урахуванням практичності, в якості матеріалу мішені логічно обрати берилій ($\hbar\omega_K \approx 112$ еВ) та вуглець ($\hbar\omega_K \approx 285$ еВ). Варто відзначити, що для цих речовин умова на поздовжні розміри виконується в широкому діапазоні поздовжніх довжин, досяжних на прискорювачі European XFEL (напівширина на напіввисоті l_f приблизно 0,5–50 Å). Тоді в речовинах, що розглядаються, для прояву резонансних ефектів кількість мікробанчів s повинна перевищувати приблизно 2200 для берилієвих мішеней та 5510 для вуглецевих мішеней.

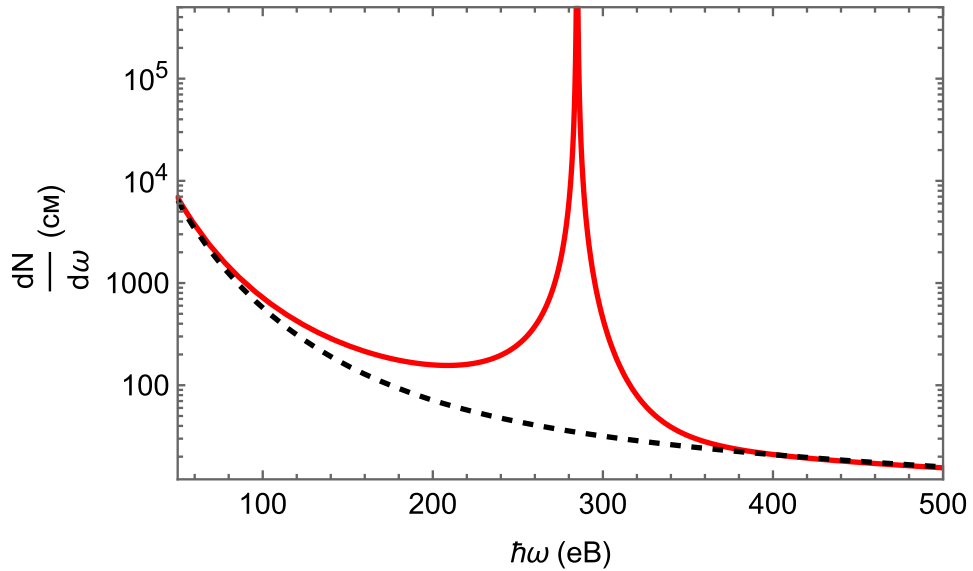


Рис. 2.1. Спектр еквівалентних фотонів для електромагнітного поля мікробанчованого пучка (червона лінія) та пучка з рівномірним розподілом (пунктирна лінія) для енергії електрона банча $E = 17,5$ GeV, поперечного розміру (напівширина на напіввисоті) $d_f = 30$ мкм та $s = 5510$. Матеріал мішені: вуглець.

На рис. 2.1 зображено спектр еквівалентних фотонів у вакуумі для випадку кількості мікробанчів, яка є більшою за необхідну для резонансу для вуглецю кількість $s = 5510$. Також для порівняння на графіку наведено спектр для пучка, який має рівномірний розподіл ($f_{\parallel}(z) = 1/L$ та відповідний поздовжній формфактор $F_{\parallel}(\omega) = 4/L^2 \omega^2 \times \sin^2[\omega L/2]$). Для кращого сприйняття було проведено усереднення за частотами у формфакторі мікробанчованого пучка заміною множника синус в квадраті на $1/2$. Бачимо, що спектри еквівалентних фотонів для обох випадків мають схожий вигляд, але для мікробанчованого розподілу спектр має гострий пік, який відповідає резонансу.

Наявність резонансної структури призводить до того, що когерентна частина перерізу σ_d може з деякими спрощеннями бути порахованою аналітично. Якщо ми зробимо припущення, що в області резонансу, тобто коли кількість банчів є не значно, але більшою за мінімальну кількість банчів, необхідну для прояву резонансу, основний внесок дають частоти дуже близькі

до резонансної, то ми можемо отримати аналітичну формулу для когерентної частини перерізу. В такому випадку усюди у виразі для спектру (1.3) можемо замінити $\omega \rightarrow \omega_s$, окрім як в знаменнику (бо це дасть 0 та знищить резонансну структуру) та в квадраті синуса в чисельнику (для врахування форми резонансу). Виконавши ці спрощення та підставивши отриманий вираз у (1.2), отримаємо наступний вираз для когерентної частини перерізу:

$$\sigma_d^{coh} = \frac{64\alpha(N-1)\sigma_{ph}^K(\omega_s)}{\pi\omega_0^3 L^2} \psi(\omega_s, d) \int_{\omega_k}^{\infty} d\omega \frac{\sin^2\left(\frac{L\omega}{2v}\right)}{\left(\frac{L^2\omega^2}{s^2} - 4\pi^2 v^2\right)^2} \quad (2.2)$$

Значення інтегралу в цій формулі може бути обчислено за допомогою заміни проміжку інтегрування на $-\infty < \omega < \infty$, та провівши інтегрування за допомогою теорії лишків. Тоді отримаємо наступний вираз для перерізу далеких зіткнень:

$$\sigma_d^{coh}(s) = \frac{\alpha}{2\pi s} (N-1)\sigma_{ph}^K(\omega_s)\psi(\omega_s, d)\theta(\omega_s - \omega_k), \quad (2.3)$$

де $\theta(x)$ – функція Хевісайда, яка враховує, що цей вираз є дійсним лише у випадку, коли частота ω_s потрапила в проміжок інтегрування.

2.2. Чисельні оцінки перерізу

Обчислимо переріз σ_d в залежності від s для параметрів, які досягаються на XFEL: довжина повного пучка – 24 мкм, енергія електрона – 17,5 ГеВ, заряд повного пучка – 1 нКл, поперечний розмір пучка – 30 мкм. Тоді відповідна кількість частинок в повному пучку може бути обрахована як $q/e = 6,25 \times 10^9$. Чисельні значення $\sigma_{ph}^K(\omega)$ були отримані, використовуючи співвідношення $\sigma_{ph}^K(\omega) = p_K \mu(\omega)/n_a$, де $\mu(\omega)$ – коефіцієнт загасання фотонів з частотою ω в речовині, n_a – атомна густина електронів матеріалу мішені, p_K – це внесок в переріз фотоіонізації саме К-оболонки. $\mu(\omega)$ було отримано використовуючи значення довжин загасання $\mu^{-1}(\omega)$ [23], p_K може бути оцінено за емпіричною формулою $p_K = (J_K - 1)/J_K$, де $J_K \approx 125/Z + 3,5$, де Z –

атомний номер матеріалу мішені. Інтегрування в (1.2) проводилось до 3 кеВ для вуглецю та 1,5 кеВ для берилію. Такий вибір виправданий різким зменшенням перерізу іонізації К-оболонки $\sigma_K^{ph}(\omega)$ зі збільшенням частоти, що можна побачити на рис. 2.2. Це призводить до того, що основний внесок в інтеграл вносять частоти порядку порогової частоти іонізації К-оболонки.

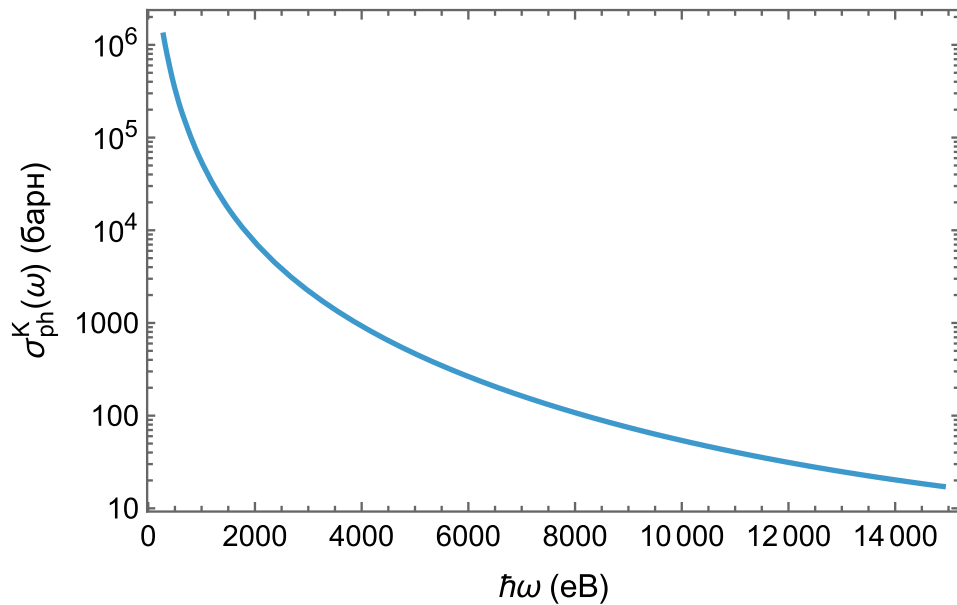


Рис. 2.2. Залежність перерізу фотоіонізації К-оболонки від частоти для вуглецю.

На рис. 2.3 та 2.4 зображено залежність перерізу іонізації К-оболонки внаслідок далеких зіткнень від кількості мікробанчів. Кольоровими суцільними лініями позначено чисельні обрахунки на основі формули (1.2), кольоровими штрихованими лініями – некогерентний переріз (переріз для одного електрона), крапками – переріз, обрахований за формулою (2.3).

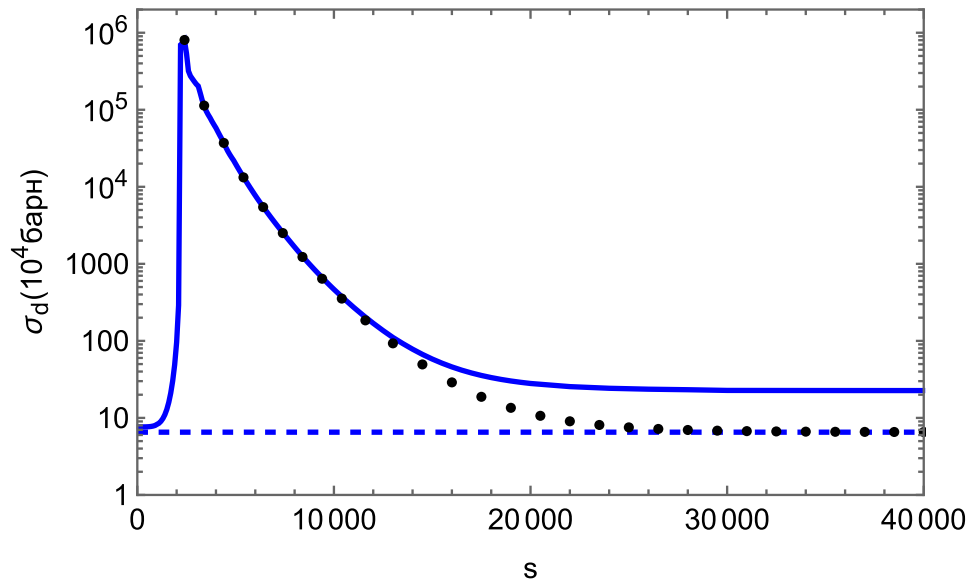


Рис. 2.3. Залежність перерізу іонізації К-оболонки внаслідок далеких зіткнень від кількості мікробанчів. Матеріал мішені: берилій.

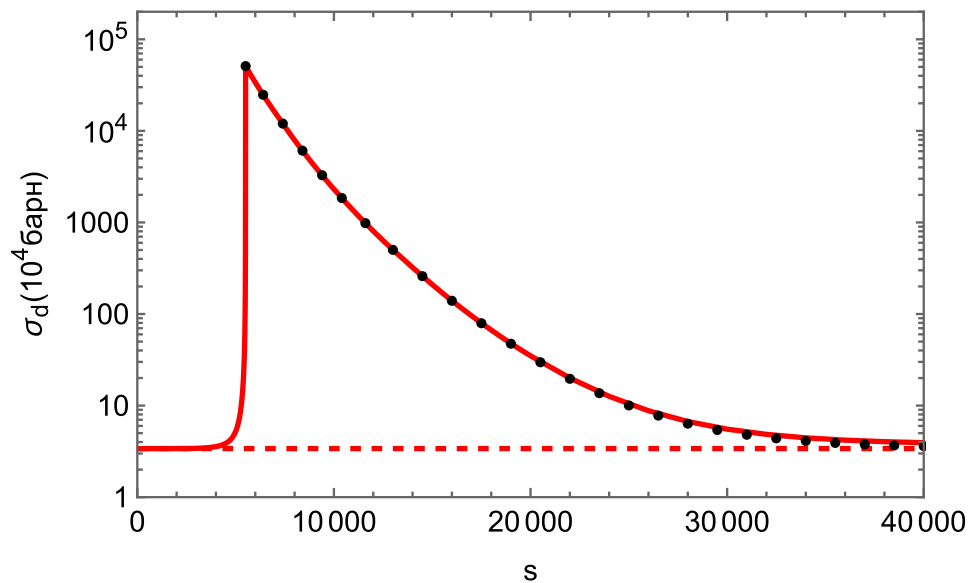


Рис. 2.4. Залежність перерізу іонізації К-оболонки внаслідок далеких зіткнень від кількості мікробанчів. Матеріал мішені: вуглець.

Бачимо, що наявні значні резонансні ефекти за умови, що кількість мікробанчів є такою, що $\omega_s \sim \omega_K$. Для берилію мінімальна кількість мікробанчів, необхідна для прояву резонансних ефектів, становить приблизно $s = 2200$, що відповідає довжині одного мікробанча $l \approx 11$ нм, а для вуглецю $s = 5500$, що відповідає $l \approx 4.36$ нм. Ці ефекти призводять до збільшення

перерізу іонізації σ_d до 5 порядків для берилію та на 4 порядки для вуглецю. Варто відзначити, що ці ефекти проявляються до кількості мікробанчів $s \approx 15000$ для берилію та до $s \approx 30000$ для вуглецю. Також цікаво відзначити, що плато, яке спостерігається для суцільної лінії на рис. 2.3, тобто для берилію при кількості мікробанчів більшій за $s \approx 15000$ обумовлено тим, що у випадку великої кількості мікробанчів мікробанчований пучок повинен бути еквівалентним пучку з рівномірним розподілом і відповідно значення перерізу повинно бути таким самим як для пучка довжиною 24 мкм з рівномірним розподілом. Для того, щоб переконатись в цьому обрахуємо границю формфактора (2.1) для $s \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow \infty} F_{\parallel}(\omega) &= \left(\frac{8\pi^2 s^2}{\omega L^3} \right)^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{2L}\right)}{(\omega^2 - 4\pi^2 s^2/L^2)^2} = \left(\frac{8\pi^2 s^2}{\omega L^3} \right)^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{2L}\right)}{16\pi^4 s^4/L^4} = \\ &= \frac{4}{L^2 \omega^2} \sin^2\left(\frac{\omega L}{2}\right). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Насправді це плато також наявне і для вуглецю, але значення перерізу для рівномірно розподіленого пучка дуже слабо відрізняється від значення некогерентного перерізу, що не дає змоги побачити на графіку цієї відмінності. Важливим буде відзначити, що інтерференція внесків окремих мікробанчів може призводити не тільки до резонансного підсилення як це трапляється в області s , для яких $\omega_s > \omega_K$, а також і до пригнічення перерізу. Це можна побачити для малих кількостей мікробанчів, тобто коли $\omega_s < \omega_K$. В такому випадку переріз іонізації σ_d є меншим, ніж якби мікробанчування було б відсутнім, тобто якби пучок довжиною 24 мкм мав рівномірний розподіл. Нагадаємо, що значення перерізу іонізації К-оболонки для пучка довжиною 24 мкм з рівномірним розподілом збігається з рівнем плато для великої кількості мікробанчів s .

РОЗДІЛ 3. КРАЙОВІ ЕФЕКТИ У ВИПАДКУ ТРАПЕЦІЄПОДІБНОГО РОЗПОДІЛУ ДЛЯ УЛЬТРАТОНКОЇ МІШЕНІ

3.1. Трапецієподібний розподіл

Варто зауважити, що розподіли частинок в пучку, які були розглянуті раніше, є дещо спрощеними. Так, у випадку рівномірного позовжнього розподілу при припущенні, що функція розподілу є $f_{\parallel}(z) = 1/l$, де l – довжина пучка, ми отримаємо стрибок функції розподілу від 0 до сталого значення, що, вочевидь, є математичною ідеалізацією. Тому для отримання точнішого результату, а також для того, щоб зрозуміти, чи можна використовувати рівномірний розподіл як гарне наближення, було розглянуто більш реалістичний випадок: коли функція розподілу кількості частинок у позовжньому напрямку лінійно зростає до сталого значення. Важливим буде відмітити, що банчі з подібним розподілом кількості частинок планується реалізувати на сучасному прискорювачі частинок ARES (SINBAD) [24]. У цьому випадку функцію розподілу можна подати у вигляді трапеції, яка зображена на рисунку 3.1.

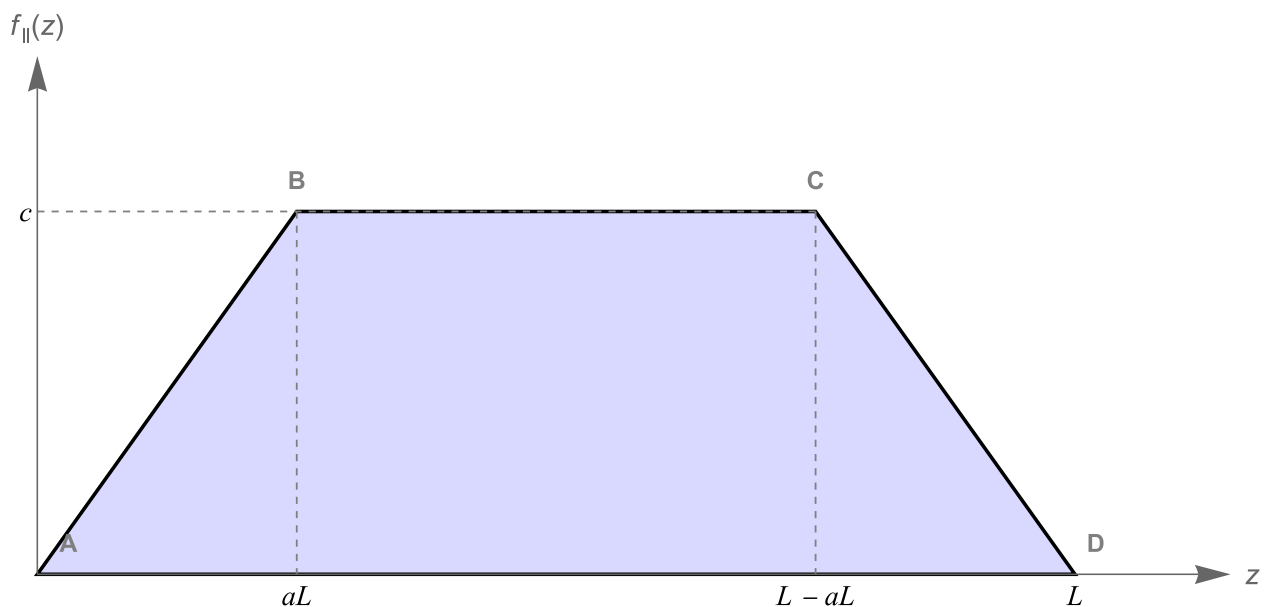


Рис. 3.1. Трапецієподібний розподіл густини частинок у поздовжньому напрямку (модель рівномірного розподілу з лінійним зростанням та спаданням на краях банча).

Тут за допомогою a позначено відносну частину довжини банча, на якій функція розподілу є лінійно зростаючою, відповідно $2a$ – це частина довжини банча, на якій функція розподілу є лінійною. Тоді можемо сказати, що $a \in [0; 0,5]$. Випадок $a = 0$ відповідає випадку рівномірного розподілу, який був розглянутий раніше, а випадок $a = 0,5$ відповідає «трикутному» розподілу. Значення c може бути знайдено з умови нормування густини розподілу: $\int_0^L f_{\parallel}(z) dz = 1$. Використовуючи геометричний зміст інтегралу з умови нормування, значення визначеного інтегралу може бути обраховане як площа трапеції ABCD на рис. 3.1. З цієї умови можемо отримати наступне:

$$\frac{c}{2} * aL + \frac{c}{2} * aL + c(L - 2aL) = 1. \quad (3.1)$$

З рівняння (3.1) може бути обраховано значення $c = 1/(L - aL)$. Тоді функція розподілу кількості частинок у поздовжньому напрямку може бути записана в наступному вигляді:

$$f_{\parallel}(z) = \begin{cases} \frac{1}{L - aL} * \frac{z}{aL}, & z \in [0; aL] \\ \frac{1}{L - aL}, & z \in [aL; L - aL] \\ \frac{1}{L - aL} * \frac{L - z}{aL}, & z \in [L - aL; L] \end{cases} \quad (3.2)$$

Для подальших обрахунків спектру еквівалентних фотонів та перерізу іонізації К-оболонки знайдемо вираз для поздовжнього формфактора банча, використовуючи визначення формфактора банча у поздовжньому напрямку $F_{\parallel}(\omega) = \left| \int_0^L dz f_{\parallel}(z) e^{-i\omega z/v} \right|^2$.

Підставивши вираз для розподілу з (3.2) отримаємо вираз для поздовжнього формфактора:

$$F_{\parallel}(\omega) = \frac{16v^4}{a^2 L^2 \omega^4} \frac{\sin^2\left(\frac{\omega aL}{2v}\right) \sin^2\left(\frac{\omega L(1-a)}{2v}\right)}{(L - aL)^2}. \quad (3.3)$$

Розглянемо граничний випадок, коли $a \rightarrow 0$. Обрахуємо границю від формфактора банча:

$$\lim_{a \rightarrow 0} F_{\parallel}(\omega) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{16v^4 \left(\frac{\omega a L}{2v}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\omega L}{2v}\right)}{a^2 L^2 \omega^4} = \frac{4v^2 \sin^2\left(\frac{\omega L}{2v}\right)}{L^2 \omega^2}. \quad (3.4)$$

Ми отримали вираз для поздовжнього формфактора для рівномірного розподілу, що і варто було очікувати.

Тоді переріз іонізації К-оболонки внаслідок далеких зіткнень у припущенні, що поперечний розподіл є гаусовим, може бути обрахований за формулами (1.2) та (1.3) шляхом підстановки формфактора банча (3.4) в (1.3). Наведемо нижче графіки залежності перерізу від довжини банча за умови фіксованої густини частинок для параметрів, які є досяжними для прискорювача ARES [25, 26]. В такому випадку кількість частинок в банчі може бути оцінена як $q/e * l/L$, де $q = 0.75$ пКл, e – заряд позитрона. Очікується, що банчі, досяжні на ARES матимуть тривалість близько 2 фс [25], що відповідає довжині $L = 60$ нм. Значення перерізу іонізації К-оболонки $\sigma_{ph}^K(\omega)$ можна отримати так само як і в розділі 2. На цих рисунках зеленим позначено залежність перерізу далеких зіткнень для випадку рівномірного розподілу без лінійного зростання та спадання функції розподілу кількості частинок на краях банча, червоним – переріз для випадку рівномірного розподілу з наявним лінійним зростанням або спаданням на краях, в якості матеріалу мішені було обрано берилій, енергія кожного електрона банча $E = 100$ МеВ, поперечний розмір $d_f = 0,75$ мкм. Можемо побачити, що зі зменшенням a розбіжність між перерізами стає дедалі меншою. Також варто відмітити, що відмінність a від 0 призводить до наявності крайових ефектів, які полягають в тому, що спостерігається збільшення перерізу для малих значень довжин l та зменшення перерізу для великих значень довжин. Ці ефекти є тим помітнішими, чим більшою є відмінність a від 0. Бачимо, що для значень a далеких від $a = 0,5$ для довжин менших за $l = 60$ нм (такі довжини

банчів можуть бути досяжними на ARES) відмінність між перерізами іонізації К-оболонки внаслідок далеких зіткнень за наявності та відсутності лінійної частини є незначною, відповідно немає великої різниці між трапецієподібним та рівномірним розподілом кількості частинок у поздовжньому напрямку, тому з доволі високою точністю ми можемо використовувати спрощену модель: розподіл кількості частинок є рівномірним.

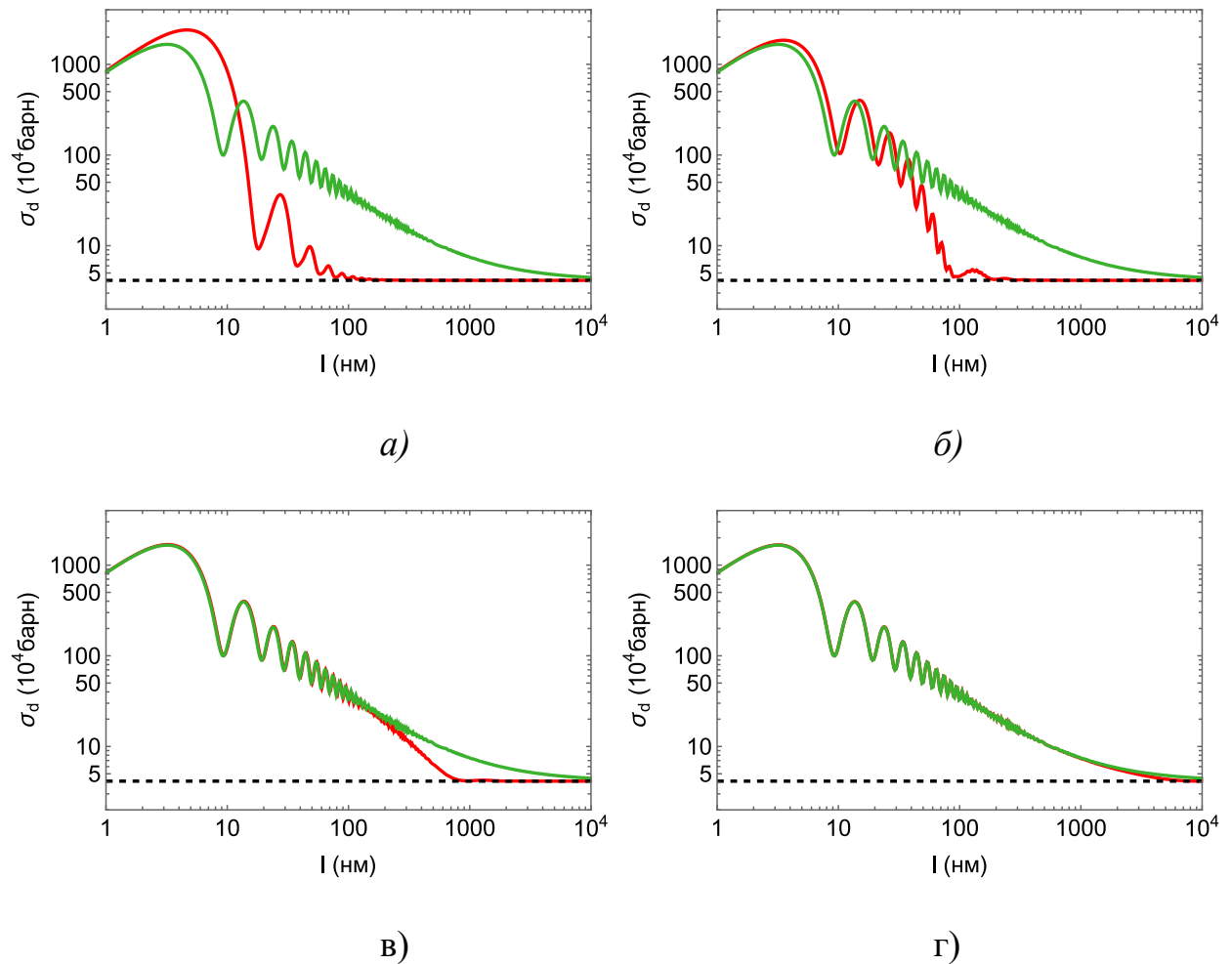


Рис. 3.2. Залежність перерізу іонізації К-оболонки внаслідок далеких зіткнень σ_d від довжини банча l для а) $a = 0,5$, б) $a = 0,1$, в) $a = 0,01$, г) $a = 0,001$

3.2. Періодично модульований розподіл

Тепер розглянемо більш реалістичний випадок розподілу кількості частинок у поздовжньому напрямку для мікробанчованого пучка. Нагадаємо, що в підрозділі 2.2 як модель мікробанчованого пучка використовувався пучок, який має періодично модульований розподіл, огинаюча якого є константою.

Для моделювання мікробанчованого пучка з більш реалістичною формою огинаючої використаємо модель, у якій трапецієподібна функція розподілу модулюється періодичним множником $1 - \cos(2\pi z/l)$. В такому випадку ми отримаємо наступний розподіл кількості частинок:

$$f_{\parallel}(z) = \begin{cases} \frac{1 - \cos\left(\frac{2\pi z}{l}\right)}{L - aL} \frac{z}{aL}, & z \in [0; aL] \\ \frac{1 - \cos\left(\frac{2\pi z}{l}\right)}{L - aL}, & z \in [aL; L - aL] \\ \frac{1 - \cos\left(\frac{2\pi z}{l}\right)}{L - aL} \frac{L - z}{aL}, & z \in [L - aL; L] \end{cases} \quad (3.5)$$

Однак такий поздовжній розподіл має певний недолік: для деяких значень кількості мікробанчів s порушується умова нормованості, адже наведений нижче інтеграл, взагалі кажучи, не дорівнює одиниці для будь-якої кількості мікробанчів:

$$\int_0^L f_{\parallel}(z) dz = \frac{-2 - 4a\pi^2 s^2 + 4a^2 \pi^2 s^2 + \cos[2(a-1)\pi s] + \cos[2a\pi s]}{4(a-1)a\pi^2 s^2}. \quad (3.6)$$

Значення цього інтегралу дорівнює 1 лише за умови, що на ділянці банча, де має місце лінійне зростання функції розподілу, вкладається ціла кількість мікробанчів: $as \in N$.

Однак насправді зі збільшенням кількості мікробанчів s значення інтегралу (3.6) прямує до 1:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{-2 - 4a\pi^2 s^2 + 4a^2 \pi^2 s^2 + \cos(2(a-1)\pi s) + \cos(2a\pi s)}{4(a-1)a\pi^2 s^2} = \\ = \frac{-4a\pi^2 s^2 + 4a^2 \pi^2 s^2}{4(a-1)a\pi^2 s^2} = \frac{4a\pi^2 s^2 (a-1)}{4(a-1)a\pi^2 s^2} = 1. \end{aligned} \quad (3.7)$$

На рис. 3.3 можна побачити залежність значення інтегралу (3.6) від кількості мікробанчів s .

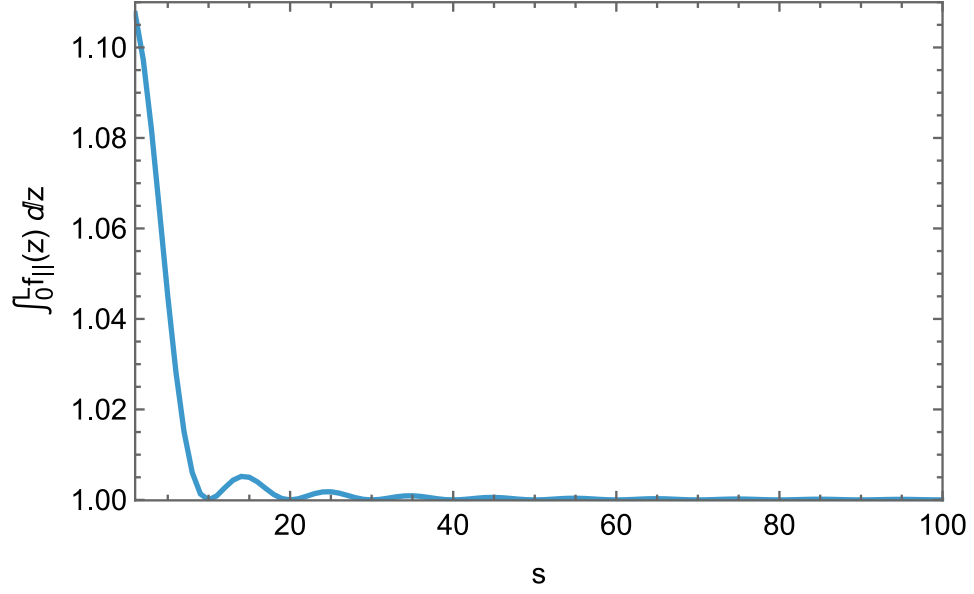


Рис. 3.3. Залежність значення інтегралу (3.6) від кількості мікробанчів для $a = 0,1$.

Бачимо, що значення інтегралу слабо відрізняється від 1 для $s > 20$. Найбільше нам як раз і цікаві випадки, коли $s \gg 1$, тому ми можемо вважати, що розподіл є нормованим.

Обчислимо формфактор банча для розподілу, заданого формулою (3.5):

$$F_{||}(\omega) = \left| \int_0^L dz f_{||}(z) e^{-\frac{i\omega z}{v}} \right|^2 = \frac{v^4}{(1-a)^2 a^2 L^4 \omega^4 (L^2 \omega^2 - 4\pi^2 s^2 v^2)^4} * (P(a))^2, \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \text{де } P(a) = & L^2 \omega^2 (L\omega - 2\pi s v)^2 \left(\cos \left[2\pi a s + \frac{aL\omega}{v} - \frac{L\omega}{2v} \right] - \cos \left[\frac{aL\omega}{v} - \frac{L\omega}{2v} \right] \right) + \\ & + L^2 \omega^2 (L\omega + 2\pi s v)^2 \left(\cos \left[2\pi a s - \frac{aL\omega}{v} + \frac{L\omega}{2v} \right] - \cos \left[\frac{aL\omega}{v} - \frac{L\omega}{2v} \right] \right) + \\ & + 8\pi^2 s^2 v^2 (4\pi^2 s^2 v^2 - 3L^2 \omega^2) \left(\cos \frac{L\omega}{2v} - \cos \left[\frac{aL\omega}{v} - \frac{L\omega}{2v} \right] \right). \end{aligned}$$

Розглянемо випадок, коли $a \rightarrow 0$. Для цього обчислимо наступну границю:

$$\lim_{a \rightarrow 0} F_{||}(\omega) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{v^4 (P(a))^2}{(1-a)^2 a^2 L^4 \omega^4 (L^2 \omega^2 - 4\pi^2 s^2 v^2)^4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{v^4}{L^4 \omega^4 (L^2 \omega^2 - 4\pi^2 s^2 v^2)^4} \left(\lim_{a \rightarrow 0} \frac{P(a)}{a} \right)^2. \quad (3.9)$$

Обчислимо цю границю за правилом Лопітала:

$$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{P(a)}{a} = P'(0) = 8\pi^2 s^2 v L \omega (L^2 \omega^2 - 4\pi^2 s^2 v^2) \sin\left(\frac{L\omega}{2v}\right). \quad (3.10)$$

Тоді отримаємо наступний вираз для формфактора банча при $a \rightarrow 0$:

$$\lim_{a \rightarrow 0} F_{\parallel}(\omega) = \frac{64\pi^4 v^4 s^4 \sin^2\left(\frac{L\omega}{2v}\right)}{L^2 \omega^2 (L^2 \omega^2 - 4\pi^2 s^2 v^2)^2} \quad (3.11)$$

Бачимо, що в граничному випадку ($a \rightarrow 0$) формфактор для мікробанчованого пучка з наявністю лінійного зростання густини частинок на краях пучка переходить у формфактор мікробанчованого пучка, розглянутого в розділі 2, що варто було очікувати.

Тепер розглянемо випадок, коли $s \rightarrow \infty$. Для цього обчислимо наступну границю:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow \infty} F_{\parallel}(\omega) &= \frac{v^4 L^4 \omega^4 \left(2 \cos\left(\frac{aL\omega}{v} + \frac{L\omega}{2v}\right) - 2 \cos\left(\frac{aL\omega}{v} - \frac{L\omega}{2v}\right) \right)^2}{(1-a)^2 a^2 L^4 \omega^4 (L^2 \omega^2)^4} = \\ &= \frac{16v^4}{a^2 L^2 \omega^4} \frac{\sin^2\left(\frac{\omega a L}{2v}\right) \sin^2\left(\frac{\omega L(1-a)}{2v}\right)}{(L-aL)^2} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Таким чином в граничному випадку ($s \rightarrow \infty$) формфактор у поздовжньому напрямку для мікробанчованого пучка з лінійним зростанням густини розподілу на краях банча переходить в формфактор рівномірного пучка з лінійним зростанням густини розподілу на краях, що і варто було очікувати.

На рисунках нижче наведено графіки залежності перерізу від кількості мікробанчів s для різних значень a . В якості параметрів банча були взяті параметри, що досягаються на European XFEL [27, 28]: заряд $q = 1$ нКл, повна довжина пучка $L = 24$ мкм, енергія електрона $E = 17,5$ ГеВ. Червоним

зображений переріз із урахуванням крайових ефектів ($a \neq 0$), зеленим – за відсутності крайових ефектів, пунктирна лінія відповідає некогерентному перерізу.

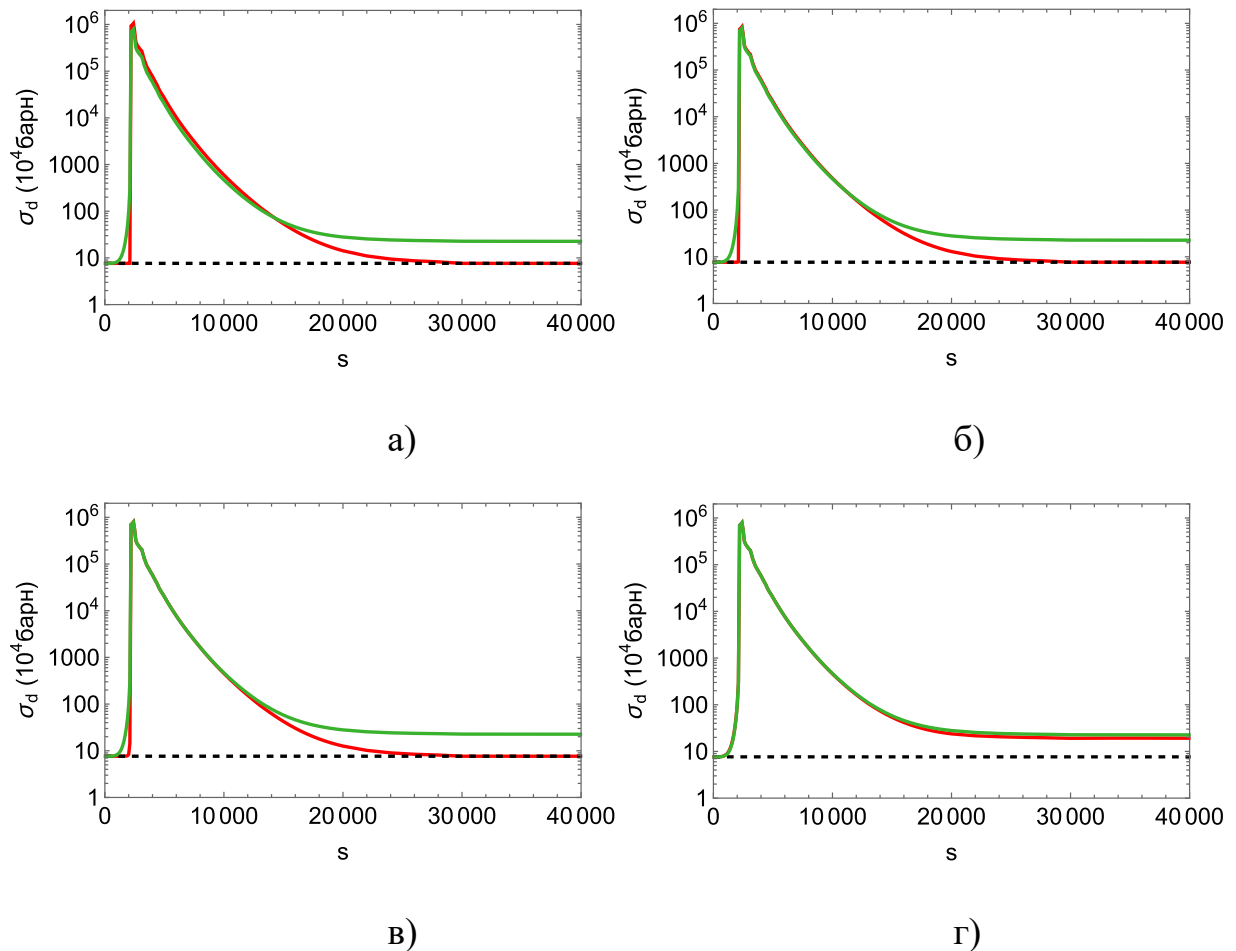


Рис. 3.4. Залежність перерізу іонізації К-оболонки внаслідок далеких зіткнень σ_d від кількості мікробанчів s для частини довжини банча, на якій відбувається лінійне зростання а) $a = 0,5$, б) $a = 0,1$, в) $a = 0,01$, г) $a = 0,001$.

Цікавим буде відзначити, що наявність частини банча, на якій має місце лінійне зростання функції розподілу, може призводити до певного збільшення резонансного перерізу, але, своєю чергою, зменшує переріз для кількостей мікробанчів s далеких від резонансної.

Таким чином можна сказати, що неідеальність розподілів, яка полягає в наявності частин з лінійним зростанням та спаданням на краях мікробанчованого пучка може помітно впливати на значення перерізу далеких зіткнень і, як наслідок, на кількість фотонів ХРВ, які випромінюються. Однак

за умови, що $a \ll 0,5$ немає великої розбіжності у значеннях перерізу для кількості мікробанчів, близької до резонансної, між періодично модульованим розподілом із трапецієвидною огинаючою та розподілом, описаним у розділі 2, тому можна зробити висновок, що з доволі високою точністю можна нехтувати наявністю частини банча, на якій має місце лінійне зростання та спадання та вважати розподіл якоюсь мірою спрощеним, як це було зроблено в розділі 2.

РОЗДІЛ 4. ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСТОСОВНОСТІ МЕТОДУ

4.1. Аналітичне обґрунтування умови застосовності методу

Розглянемо застосовність методу, використаного в цій, а також моїй бакалаврській роботі. Нагадаємо, що в основі цього методу лежить метод еквівалентних фотонів, ідея якого полягає в тому, що дію на атом електромагнітного поля частинки (або в нашому випадку цілого банча) можна розглядати як дію набору фотонів різних частот. І у випадку інтенсивного електромагнітного поля (яке досягається для мікробанчованого пучка в області резонансу (розділ 2), процес іонізації відбувається подібно до іонізації електромагнітним полем лазера. А в загальному випадку іонізація атомів інтенсивними полями, наприклад такими, як зустрічаються в лазерах, відрізняється від однофотонної іонізації. В такому випадку окрім розглянутої однофотонної іонізації, можуть зустрічатись процеси, пов'язані з багатофотонною іонізацією, тунельною іонізацією тощо. Тоді використаний в цій роботі метод стає незастосовним, бо для обрахунку перерізу іонізації К-оболонки (1.2) були використані перерізи однофотонної іонізації. Однак, відомо, що для рентгенівського діапазону, іонізація внутрішньої оболонки атома сильним електромагнітним полем відбувається переважно за допомогою однофотонної іонізації [29], якщо енергія фотона перевищує порогову енергію іонізації, що і відбувається у нашому випадку. Також для оцінки застосовності нашого методу можемо сформулювати наступну умову: середня кількість вакансій в К-оболонці, що утворилась внаслідок взаємодії банча з атомом повинна бути набагато меншою за одиницю. В іншому випадку, обрахунки для перерізу, наведені тут, будуть призводити до його переоцінки. Це може відбуватись, якщо кількість актів іонізації К-оболонки атома перевищує кількість електронів, наявних на К-оболонці, тобто банч формально вибив більше електронів з К-оболонки, ніж їх там було взагалі, що, вочевидь, є неможливим. Також у разі порушення цієї умови може виникнути наступна ситуація: після проходження частини банча біля атома, ця частина вже встигла

іонізувати атом і тому подальша частина банча вже ніяк не впливає на переріз іонізації. Тоді замість повної довжини банча треба взяти якусь ефективну довжину банча, яка є меншою за повну довжину банча. І без врахування цього ми отримаємо завищене значення перерізу іонізації К-оболонки.

В цьому розділі нашою метою є як раз оцінка величини N_{ion} – середньої кількості вакансій на К-оболонці атома, які виникають внаслідок іонізації цієї оболонки банчем.

Наведемо вираз для спектру еквівалентних фотонів:

$$\frac{dN}{d\omega} = (4\pi^2 \hbar \omega)^{-1} \int |\vec{E}_\omega|^2 d^2\rho. \quad (4.1)$$

Тут інтегрування відбувається за поперечною площиною за виключенням найближчих околиць кожної частинки.

З виразу для спектру еквівалентних фотонів отримаємо, що кількість фотонів, що проходять за весь час крізь одиничну площу може бути оцінено наступним чином:

$$\frac{d^2 N}{d^2 \rho d\omega} = (4\pi^2 \hbar \omega)^{-1} |\vec{E}_\omega|^2. \quad (4.2)$$

Тоді можемо отримати, що кількість актів іонізації К-оболонки атома, яка викликана еквівалентними фотонами з частотами, що лежать в діапазоні $(\omega, \omega + d\omega)$ за весь час може бути оцінена наступним чином:

$$dN_{ion} = (4\pi^2 \hbar \omega)^{-1} |\vec{E}_\omega|^2 d\omega * \sigma_{ph}^K(\omega), \quad (4.3)$$

де $\sigma_{ph}^K(\omega)$ – переріз фотоіонізації К-оболонки фотоном з частотою ω .

В результаті повна кількість актів іонізації за весь час може бути оцінена наступним чином:

$$N_{ion} = \int_{\omega_K}^{\infty} (4\pi^2 \hbar \omega)^{-1} |\vec{E}_\omega|^2 \sigma_{ph}^K(\omega) d\omega. \quad (4.4)$$

Фур'є-компонента поля банча може бути записана наступним чином:

$$\vec{E}_\omega(\vec{\rho}, z) = -\frac{ie}{\pi} N \int d^2 q \vec{q} Q_v f_\perp(\rho') d^2 \rho' f_\parallel(z') dz' e^{i\frac{\omega}{v}(z-z')} e^{i\vec{q}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')}, \quad (4.5)$$

де $Q_v = 1/(q^2 + \omega^2/\gamma^2)$

Проінтегрувавши (4.5) за z' від $-\infty$ до $+\infty$ та за ρ' можемо записати квадрат модуля Фур'є-компоненти наступним чином:

$$\begin{aligned} |\vec{E}_\omega(\vec{\rho}, z)|^2 &= \frac{e^2}{\pi^2} N^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dz' e^{-i\frac{\omega}{v}z'} f_\parallel(z') \int_{-\infty}^{+\infty} dz'' e^{+i\frac{\omega}{v}z''} f_\parallel(z'') \\ &\quad \int d^2 q \vec{q} Q_v e^{i\frac{\omega}{v}z} e^{i\vec{q}\vec{\rho}} \int d^2 \rho' f_\perp(\rho') e^{-i\vec{q}\vec{\rho}'} \\ &\quad \int d^2 q' \vec{q}' Q_v e^{-i\frac{\omega}{v}z} e^{-i\vec{q}'\vec{\rho}} \int d^2 \rho'' f_\perp(\rho'') e^{+i\vec{q}'\vec{\rho}''} = \\ &= \frac{e^2}{\pi^2} N^2 F_\parallel(\omega) \left(\int d^2 q \vec{q} Q_v e^{i\vec{q}\vec{\rho}} \int d^2 \rho' f_\perp(\rho') e^{-i\vec{q}\vec{\rho}'} \right) \\ &\quad \left(\int d^2 q' \vec{q}' Q_v e^{-i\vec{q}'\vec{\rho}} \int d^2 \rho'' f_\perp(\rho'') e^{+i\vec{q}'\vec{\rho}''} \right). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Розглянемо внутрішні інтеграли за ρ : $\int d^2 \rho' f_\perp(\rho') e^{-i\vec{q}\vec{\rho}'}$ та $\int d^2 \rho'' f_\perp(\rho'') e^{+i\vec{q}'\vec{\rho}''}$. Можемо одразу конкретизувати поперечний профіль банча, обравши розподіл гаусовим: $f_\perp(\rho) = e^{-\rho^2/2d^2}/2\pi d^2$, де d – параметр гаусового розподілу. На цьому етапі ми не конкретизуємо вигляд поздовжнього розподілу. Обрахуємо інтеграли за поперечною площиною:

$$\begin{aligned} \int e^{i\vec{q}\vec{\rho}} e^{-\frac{\rho^2}{2d^2}} d^2 \rho &= \int e^{i(q_x x + q_y y)} e^{-\frac{(x+y)^2}{2d^2}} dx dy = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(q_x x + q_y y)} e^{-\frac{(x+y)^2}{2d^2}} dx dy = 2\pi d^2 e^{-\frac{d^2(q_x^2 + q_y^2)}{2}} = 2\pi d^2 e^{-\frac{d^2 q^2}{2}}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Підставивши результати з (4.7) в (4.6), отримуємо:

$$|\vec{E}_\omega(\vec{\rho}, z)|^2 = \frac{e^2}{\pi^2} N^2 F_\parallel(\omega) \int d^2 q \vec{q} Q_v e^{i\vec{q}\vec{\rho}} e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} \int d^2 q' \vec{q}' Q_v e^{-i\vec{q}'\vec{\rho}} e^{-\frac{d^2 q'^2}{2}} =$$

$$= \frac{e^2}{\pi^2} N^2 F_{\parallel}(\omega) \left| \int d^2 q \vec{q} Q_v e^{i\vec{q}\vec{\rho}} e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} \right|^2. \quad (4.8)$$

Обрахуємо інтеграл під модулем. Для цього перейдемо в полярні координати:

$$\vec{q} = q(\cos\varphi \vec{e}_x + \sin\varphi \vec{e}_y), \quad d^2 q = q dq d\varphi.$$

Позначимо за допомогою φ_ρ кут між вектором $\vec{\rho}$ та віссю x . Логічно очікувати, що він не фігуруватиме в кінцевій формулі з огляду на симетрію задачі, що ми потім і побачимо. Обрахуємо інтеграл за переданим імпульсом:

$$\begin{aligned} \int d^2 q \vec{q} Q_v e^{i\vec{q}\vec{\rho}} e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} &= \int_0^{q_0} \int_0^{2\pi} q(\cos\varphi \vec{e}_x + \sin\varphi \vec{e}_y) Q_v e^{iq\rho \cos(\varphi-\varphi_\rho)} \\ e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} d\varphi dq &= \vec{e}_x \int_0^{q_0} \int_0^{2\pi} q^2 \cos\varphi Q_v e^{iq\rho \cos(\varphi-\varphi_\rho)} e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} d\varphi dq + \\ &+ \vec{e}_y \int_0^{q_0} \int_0^{2\pi} q^2 \sin\varphi Q_v e^{iq\rho \cos(\varphi-\varphi_\rho)} e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} d\varphi dq. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Тут q_0 – це переданий імпульс, який слугує межею між зіткненнями, які вважаються близькими та далекими.

Проінтегрувавши за φ отримаємо:

$$\begin{aligned} \int_0^{q_0} \int_0^{2\pi} q(\cos\varphi \vec{e}_x + \sin\varphi \vec{e}_y) Q_v e^{iq\rho \cos(\varphi-\varphi_\rho)} e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} d\varphi dq &= \\ = 2i\pi(\vec{e}_x \cos\varphi_\rho + \vec{e}_y \sin\varphi_\rho) \int_0^{q_0} J_1(q\rho) q^2 Q_v e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} dq. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Оскільки далі ми будемо розглядати квадрат модуля виразу в формулі (4.11), то множник $(\vec{e}_x \cos\varphi_\rho + \vec{e}_y \sin\varphi_\rho)$ писати не будемо.

Використовуючи (4.10) обрахуємо квадрат модуля з (4.8):

$$\left| \int d^2 q \vec{q} Q_v e^{i\vec{q}\vec{\rho}} e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} \right|^2 = 4\pi^2 \left(\int_0^{q_0} J_1(q\rho) q^2 Q_v e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} dq \right)^2. \quad (4.11)$$

Зібравши разом результати (4.8), (4.11) та підставивши це в (4.4), отримаємо наступне:

$$N_{ion} = \frac{1}{4\pi^2\hbar} \int_{\omega_K}^{\infty} \frac{1}{\omega} \frac{e^2}{\pi^2} N^2 F_{\parallel}(\omega) 4\pi^2 \left(\int_0^{q_0} J_1(q\rho) q^2 Q_v e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} dq \right)^2 \sigma_{ph}^K(\omega) d\omega =$$

$$= \frac{\alpha}{\pi^2} N^2 \int_{\omega_K}^{\infty} \frac{1}{\omega} F_{\parallel}(\omega) \left(\int_0^{q_0} J_1(q\rho) q^2 Q_v e^{-\frac{d^2 q^2}{2}} dq \right)^2 \sigma_{ph}^K(\omega) d\omega. \quad (4.12)$$

4.2. Чисельні перевірки умови застосовності методу

Випадком, для якого найбільш логічно очікувати порушення умови $N_{ion} \ll 1$ є випадок, в якому когерентні ефекти є максимальними, бо в такому випадку сумарне електричне поле частинок банча є максимальним. Серед розглянутих раніше випадків – це випадок мікробанчованого пучка для кількості мікробанчів, близької до резонансної. Тому наведемо графіки залежності $N_{ion}(\rho)$ для області резонансу для берилію ($s = 2340$) та вуглецю ($s = 5510$). В якості параметрів пучків оберемо параметри, які досягаються на European XFEL. Значення перерізу фотоіонізації К-оболонки $\sigma_{ph}^K(\omega)$ було отримано так само як і в розділі 2.

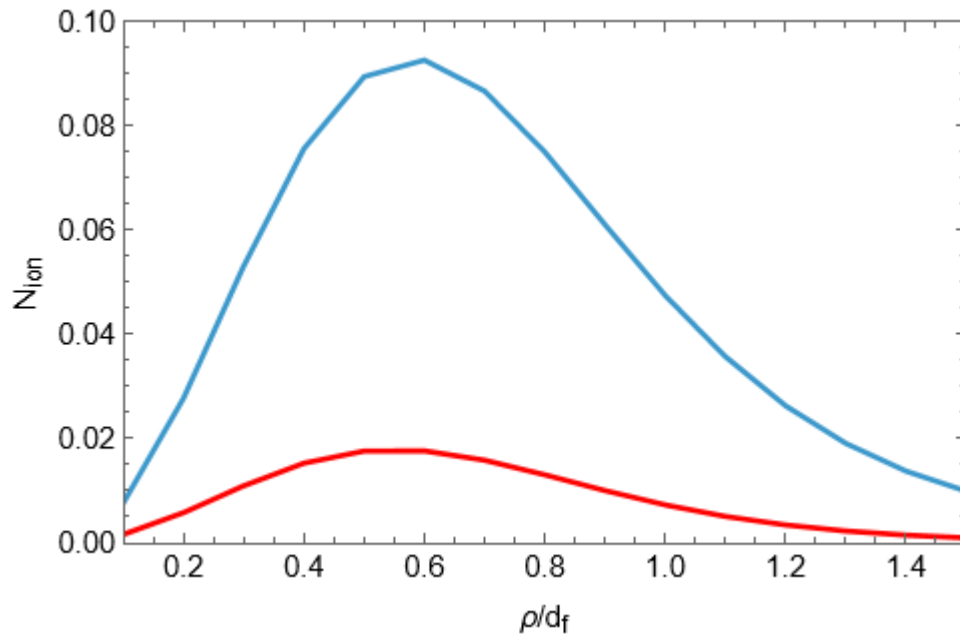


Рис. 4.1. Залежність кількості актів іонізації N_{ion} від відстані ρ між атомом та центральною віссю банча. Синім кольором зображено N_{ion} для кількості мікробанчів $s = 5510$, червоним – $s = 8000$. Матеріал мішені: вуглець.

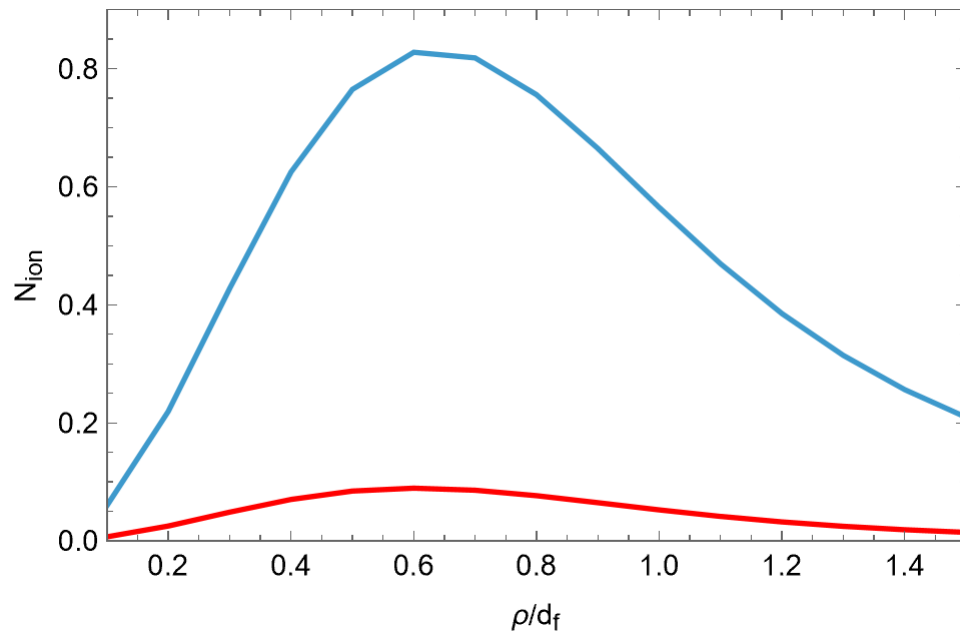


Рис. 4.2. Залежність кількості актів іонізації N_{ion} від відстані ρ між атомом та центральною віссю банча. Синім кольором зображено N_{ion} для кількості мікробанчів $s = 2340$, червоним – $s = 4000$. Матеріал мішені: берилій.

Таким чином можна стверджувати, що застосування методу є цілком обґрунтованим для всіх розглянутих в цій роботі (а також в бакалаврській дипломній роботі) випадків. Єдиний випадок, де умова $N_{ion} \ll 1$ виконується наближено, це випадок мікробанчування з кількістю мікробанчів, близькою до мінімальної кількості, при якій мають місце резонансні ефекти в іонізації К-оболонки і де ці ефекти найсильніші. І те, тоді ця умова є на межі області застосовності лише для певної відстані ρ між атомом та центральною віссю банча і лише для берилію. Тому можна зробити висновок, що для розгляду іонізації К-оболонки мікробанчованим пучком, що налітає нормально на берилієву та вуглецеву мішень застосування методу, розвиненого в цій роботі є виправданим та обґрунтованим для параметрів банчів, що є досяжними сьогодні на European XFEL. Однак варто розуміти, що створення пучків з вищою густиною частинок, або з меншими розмірами може легко порушити умову $N_{ion} \ll 1$ саме у випадку берилію з кількістю мікробанчів, яка відповідає

максимальним резонансним ефектам. До порушення цієї умови призведе навіть просте подовження пучка без збільшення густини частинок в ньому. Зокрема, якби пучок за тієї ж густини частинок мав довжину не 24 мкм, а 48 мкм, то умова була б відчутно порушеною. Те саме можна сказати і про випадок такого ж пучка довжиною 24 мкм, але з зарядом 2 нКл замість 1 нКл, тобто з вдвічі більшою кількістю частинок.

РОЗДІЛ 5. ІОНІЗАЦІЯ К-ОБОЛОНОК У МІШЕНЯХ ДОВІЛЬНОЇ ТОВЩИНИ БАНЧЕМ УЛЬТРАРЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЕЛЕКТРОНІВ

5.1. Аналітичний розгляд

У цьому розділі розглянемо мішені, які мають довільну товщину. Раніше було розглянуто іонізацію К-оболонки в мішенях, які є ультратонкими, тобто мають товщину значно меншу за довжину формування перехідного випромінювання всередині мішені $l_f = 2/\omega(\gamma^{-2} + \omega_p^2/\omega^2 + q^2/\omega^2)$, а також довжину загасання фотонів перехідного випромінювання в мішені $l_a = 1/\mu(\omega)$, де $\mu(\omega)$ – коефіцієнт загасання. В такому випадку ми могли нехтувати еволюцією поля, яка пов'язана з процесом формування перехідного випромінювання (ПВ), і як наслідок, в такому випадку електричне поле банча було найбільшим, що призводило до значних когерентних ефектів. Однак ультратонкі мішені (у випадку берилію $l_a \approx 0.2$ мкм) іноді може бути складно реалізувати експериментально, бо важко досягти однорідності товщини, яка є неймовірно важливою для спостереження та оцінки прояву когерентних ефектів. Тому цікаво розглянути когерентні ефекти в мішенях з більшими товщинами, які легше реалізувати на практиці.

Розглянемо банч ультрарелятивістських електронів, що падає нормально на пластину. Поле банча може бути отримано як сума полів окремих електронів. Цього разу врахуємо перебудову поля навколо банча при входженні у мішень, яка викликана формуванням ПВ. Ця еволюція поля також зумовлює те, що зі збільшенням глибини внаслідок поляризації речовини мішені поле зменшується, що, своєю чергою, призводить до зменшення перерізу іонізації К-оболонки у порівнянні з перерізом, обчисленим для поля банча у вакуумі, як це було пораховано для ультратонких мішеней, тобто коли можна було знехтувати перебудовою поля в речовині. Цей ефект був передбачений в 1939 році Енріко Фермі називається ефектом густини [30]. Розгляд проводитимемо в циліндричній системі координат, спрямуємо вісь z перпендикулярно до пластинки. Оскільки електрон є ультрарелятивістським, з високою точністю

можна вважати, що його електричне поле має лише тангенціальну по відношенню до поверхні компоненту. Фур'є-компонента власного поля для налітаючого релятивістського електрона, який в момент $t = 0$ проходить точку з координатами $z_k, \vec{\rho}_k$ можна записати наступним чином [2]:

$$\vec{E}_\omega^{pr}(\vec{r}) = -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \vec{q} Q e^{\frac{i\omega(z-z_k)}{v} + i\vec{q}(\vec{\rho}-\vec{\rho}_k)}, \quad (5.1)$$

де для випадку руху електрона у вакуумі $Q = Q_v = 1/(q^2 + \omega^2/\gamma^2)$, а при русі у речовині $Q = Q_m = 1/(q^2 + \omega_p^2 + \omega^2/\gamma^2)$.

При потраплянні електрона на межу речовини та вакууму буде генеруватись перехідне випромінювання, Фур'є-компоненту електричного поля якого в загальному випадку можна записати наступним чином:

$$\vec{E}_\omega^{PB}(\vec{r}) = \int d^2q \vec{E}'_\omega(\vec{q}) e^{i\omega z \left[1 - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2}\right] - \frac{\mu z}{2} + i\vec{q}\vec{\rho}}, \quad (5.2)$$

де $\mu = \mu(\omega)$ – коефіцієнт загасання фотонів з частотою ω в речовині.

Використовуючи неперервність тангенціальної компоненти електричного поля на межі отримуємо:

$$\vec{E}_\omega(\vec{r})_{vacuum}|_{z=0} = \vec{E}_\omega(\vec{r})_{matter}|_{z=0} + \vec{E}_\omega^{PB}(\vec{r})|_{z=0}, \quad (5.3)$$

де $\vec{E}_\omega(\vec{r})_{vacuum}$, $\vec{E}_\omega(\vec{r})_{matter}$ – Фур'є-компоненти власних полів електрона при русі у вакуумі та речовині відповідно.

Тут було знехтувано перехідним випромінюванням назад, бо у випадку рентгенівського спектру (який цікавий нам з огляду на частоти еквівалентних фотонів, які роблять внесок в іонізацію К-оболонки) можемо вважати, що все поле перехідного випромінювання пішло вперед, не відбившись в протилежний напрямок.

Підставляючи вирази для власних полів з формули (5.1) та поля ПВ з формули (5.2) отримаємо:

$$\begin{aligned}
& -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \vec{q} \left(\frac{1}{q^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}} \right) e^{-\frac{i\omega z_k}{v} + i\vec{q}(\vec{\rho} - \vec{\rho}_k)} = \\
& = -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \vec{q} \left(\frac{1}{q^2 + \omega_p^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}} \right) e^{-\frac{i\omega z_k}{v} + i\vec{q}(\vec{\rho} - \vec{\rho}_k)} + \int d^2q \vec{E}'_\omega(\vec{q}) e^{i\vec{q}\vec{\rho}}.
\end{aligned} \tag{5.4}$$

Оскільки експоненти в інтегралах є лінійно незалежними і кожний інтеграл можна розглядати як суму лінійно незалежних експонент, то від рівності інтегралів можна перейти до рівності підінтегральних виразів:

$$-\frac{ie}{\pi} \frac{\vec{q}}{q^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}} e^{-\frac{i\omega z_k}{v} - i\vec{q}\vec{\rho}_k} = -\frac{ie}{\pi} \frac{\vec{q}}{q^2 + \omega_p^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}} e^{-\frac{i\omega z_k}{v} - i\vec{q}\vec{\rho}_k} + \vec{E}'_\omega(\vec{q}). \tag{5.5}$$

Тоді знайдемо невідоме поле $\vec{E}'_\omega(\vec{q})$:

$$\vec{E}'_\omega(\vec{q}) = -\frac{ie\vec{q}}{\pi} \left(\frac{1}{q^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}} - \frac{1}{q^2 + \omega_p^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}} \right) e^{-\frac{i\omega z_k}{v} - i\vec{q}\vec{\rho}_k}. \tag{5.6}$$

У такому випадку поле одного ультрарелятивістського електрона банча в речовині може бути записано наступним чином:

$$\begin{aligned}
\vec{E}_\omega = \vec{E}_\omega^{pr}(\vec{r}) + \vec{E}_\omega^{пв}(\vec{r}) = & -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \vec{q} Q_m e^{\frac{i\omega(z-z_k)}{v} + i\vec{q}(\vec{\rho} - \vec{\rho}_k)} + \\
& + \frac{ie}{\pi} \int d^2q \vec{q} (Q_m - Q_v) e^{i\omega z \left[1 - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2} \right] - \frac{\mu z}{2} + i\vec{q}\vec{\rho}} e^{-\frac{i\omega z_k}{v} - i\vec{q}\vec{\rho}_k}.
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Тоді поле банча може бути представлено як сума полів окремих електронів:

$$\begin{aligned}
\vec{E}_\omega = \sum_k \vec{E}_{\omega_k} = \sum_k & -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \vec{q} Q_m e^{\frac{i\omega(z-z_k)}{v} + i\vec{q}(\vec{\rho} - \vec{\rho}_k)} + \\
& + \frac{ie}{\pi} \int d^2q \vec{q} (Q_m - Q_v) e^{i\omega z \left[1 - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2} \right] - \frac{i\omega z_k}{v} - \frac{\mu z}{2} + i\vec{q}(\vec{\rho} - \vec{\rho}_k)}
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Для оцінки перерізу іонізації К-оболонки та подальшої оцінки кількості фотонів ХРВ зробимо наступне. По-перше, переріз іонізації було розділено на дві складові: переріз іонізації, обумовлений близькими зіткненнями та далекими. По-друге, для оцінки перерізу далеких зіткнень було використано метод еквівалентних фотонів.

Для підстановки в формулу (1.1) квадрат модуля $|\vec{E}_\omega|^2$ може бути знайдений наступним чином:

$$\begin{aligned}
 |\vec{E}_\omega|^2 &= \vec{E}_\omega * \vec{E}_\omega^* = \frac{e^2}{\pi^2} \times \\
 &\times \left(\int d^2 q \vec{q} e^{\frac{i\omega z}{v} + i\vec{q}\vec{\rho}} \sum_k e^{-\frac{i\omega z_k}{v} - i\vec{q}\vec{\rho}_k} \left(Q_m - (Q_m - Q_v) e^{i\omega z \left[1 - \frac{1}{v} - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2} \right] - \frac{\mu z}{2}} \right) \right) \times \\
 &\times \left(\int d^2 q \vec{q} e^{-\frac{i\omega z}{v} - i\vec{q}\vec{\rho}} \sum_r e^{+\frac{i\omega z_r}{v} + i\vec{q}\vec{\rho}_r} \left(Q_m - (Q_m - Q_v) e^{-i\omega z \left[1 - \frac{1}{v} - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2} \right] - \frac{\mu z}{2}} \right) \right). \quad (5.9)
 \end{aligned}$$

Підставимо (5.9) в (1.1). Замість інтегрування за ρ від ρ_0 до ∞ та за q від 0 до ∞ , можна провести інтегрування за ρ від 0 до ∞ та за q від 0 до q_0 , де q_0 відіграватиме роль переданого імпульсу, який слугує межею між зіткненнями, які вважаються близькими та далекими, та може бути оцінений як $q_0 = 1/\rho_0 = \sqrt{2m\omega_K/\hbar}$.

Тоді обрахуємо інтеграл з формули (1.1):

$$\begin{aligned}
 &\int_{\rho_0}^{\infty} |\vec{E}_\omega|^2 2\pi\rho d\rho = \frac{e^2}{\pi^2} \times \\
 &\times \int d^2 \rho \int d^2 q \vec{q} e^{\frac{i\omega z}{v} + i\vec{q}\vec{\rho}} \sum_k e^{-\frac{i\omega z_k}{v} - i\vec{q}\vec{\rho}_k} \left(Q_m - (Q_m - Q_v) e^{i\omega z \left[1 - \frac{1}{v} - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2} \right] - \frac{\mu z}{2}} \right) \times \\
 &\times \int d^2 q' \vec{q}' e^{-\frac{i\omega z}{v} - i\vec{q}'\vec{\rho}} \sum_r e^{+\frac{i\omega z_r}{v} + i\vec{q}'\vec{\rho}_r} \left(Q_m - (Q_m - Q_v) e^{-i\omega z \left[1 - \frac{1}{v} - \frac{q'^2 + \omega_p^2}{2\omega^2} \right] - \frac{\mu z}{2}} \right). \quad (5.10)
 \end{aligned}$$

Інтегрування за ρ призведе до появи дельта-функції, яка, своєю чергою, призведе до того, що в інтегралі можна q' замінити на q . Тоді проінтегрувавши за полярним кутом (5.10) та підставивши в (1.1) отримаємо наступний вираз для спектру кількості еквівалентних фотонів:

$$\frac{dN}{d\omega} = \frac{2\alpha}{\pi\omega} \int dq q^3 \left(Q_m - (Q_m - Q_v) e^{i\omega z \left[1 - \frac{1}{v} - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2} \right] - \frac{\mu z}{2}} \right) \times \\ \times \left(Q_m - (Q_m - Q_v) e^{-i\omega z \left[1 - \frac{1}{v} - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2} \right] - \frac{\mu z}{2}} \right) \sum_{k,r} e^{-\frac{i\omega(z_k - z_r)}{v} - i\vec{q}(\vec{\rho}_k - \vec{\rho}_r)}, \quad (5.11)$$

де α —стала тонкої структури.

Розділивши цю суму на доданки, для яких $k = r$ та $k \neq r$, та зробивши перехід до неперервного розподілу заряду, який можна зробити з огляду на високу густину частинок в банчі, отримаємо наступне:

$$\frac{dN_{ph}}{d\omega} = \frac{2\alpha}{\pi\omega} \int dq q^3 \left(Q_m - (Q_m - Q_v) e^{i\omega z \left[1 - \frac{1}{v} - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2} \right] - \frac{\mu z}{2}} \right) \times \\ \left(Q_m - (Q_m - Q_v) e^{-i\omega z \left[1 - \frac{1}{v} - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2} \right] - \frac{\mu z}{2}} \right) N \left(1 + (N - 1) F_{\parallel}(\omega) F_{\perp}(q) \right), \quad (5.12)$$

де $F_{\parallel}(\omega) = \left| \int dz f_{\parallel}(z) e^{-\frac{i\omega z}{v}} \right|^2$, $F_{\perp}(q) = \left| \int d^2\rho f_{\perp}(\rho) e^{-i\vec{q}\vec{\rho}} \right|^2$ – формфактори банча, N – кількість електронів у банчі, а $f_{\perp}(\rho)$ та $f_{\parallel}(z)$ – функції, які описують густину розподілу кількості частинок в поперечному та поздовжньому напрямках. Функції $f_{\perp}(\rho)$ та $f_{\parallel}(z)$ є нормованими: $\int_0^{\infty} f_{\perp}(\rho) 2\pi\rho d\rho = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\parallel}(z) dz = 1$.

Надалі будуть розглядатись лише банчі, що мають гаусовий поперечний розподіл, оскільки саме він є найближчим до реалізованого на практиці. Тоді формфактор $F_{\perp}(q) = e^{-q^2 d^2}$.

Тоді можемо отримати наступну формулу для спектру кількості еквівалентних фотонів:

$$\frac{dN_{ph}}{d\omega} = \frac{2\alpha}{\pi\omega} N \int_0^{q_0} dq q^3 (1 + (N-1)F_{\parallel}(\omega)e^{-q^2 d^2}) \left\{ \frac{1}{\left(q^2 + \omega_p^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}\right)^2} + \right. \quad (5.13)$$

$$\left. + \frac{2\omega_p^2 \cos\left(\omega z \left[1 - \frac{1}{v} - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2}\right]\right)}{\left(q^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}\right) \left(q^2 + \omega_p^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}\right)^2} e^{-\frac{\mu z}{2}} + \frac{\omega_p^4}{\left(q^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}\right)^2 \left(q^2 + \omega_p^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}\right)^2} e^{-\mu z} \right\}.$$

Перший доданок в фігурних дужках відповідає власному полю електрона банча, другий відповідає інтерференції власного поля електрона та поля ПВ, а третій відповідає полю ПВ.

Тоді після обрахунку всіх інтегралів, а також використовуючи спрощення $\omega \ll \gamma\omega_p \ll \gamma q_0$ отримаємо вираз:

$$\frac{dN_{ph}}{Nd\omega} = \frac{2\alpha}{\pi\omega} \left(\ln \frac{q_0}{\omega_p} - \frac{1}{2} + e^{-\mu z} \left(\ln \frac{\gamma\omega_p}{\omega} - 1 \right) + \right.$$

$$\left. + e^{-\frac{\mu z}{2}} \left\{ \cos\left(\omega z \left[\frac{1}{2\gamma^2} + \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \right]\right) - \frac{z\omega_p^2}{2\omega} \left(\frac{\pi}{2} - Si\left(\omega z \left[\frac{1}{2\gamma^2} + \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \right]\right) \right) \right\} \right) + \quad (5.14)$$

$$+ \frac{2\alpha}{\pi\omega} (N-1)F_{\parallel}(\omega) \left(\frac{1}{2d^4\omega_p^4} + e^{-\mu z}\psi(\omega, d) \right),$$

де $Si(x)$ – синус інтегральний, $Ei(x)$ – інтегральна експонента.

Бачимо, що вираз для спектру (5.14) має частину, яка пропорційна $(N-1) \sim N$ кількості частинок банча з огляду на велику кількість частинок та частину, яка не залежить від кількості частинок. Першу будемо називати когерентною, а другу некогерентною. Також зауважимо, що при переході від (5.13) до (5.14) було знехтувано доданком у когерентній частині, який відповідає внеску від інтерференції власного поля та поля ПВ.

Покажемо справедливiсть наведених вище спрощень. Значення частоти ω , якi будуть врахованi у виразi для спектру (1.2) при подальшiй пiдстановцi в iнтеграл (1.1) становлять до 1500 еВ для берилiю та до 3000 еВ для вуглецю. Плазмова частота ω_p , виражена в еВ складає для обох матерiалiв ~ 20 еВ. Значення q_0 переданого iмпульсу, який слугує межею мiж зiткненнями, якi вважаються близькими та далекими, та може бути оцiнений як $q_0 = 1/\rho_0 = \sqrt{2m\omega_K/\hbar}$ та складає для обох матерiалiв ~ 10000 еВ. Оскiльки подальшi чисельнi оцiнки будуть проводитись для параметрiв банчiв, досяжних на прискорювачi European XFEL, то вiзьмемо в якостi Лоренц-фактора $\gamma \approx 34000$. Тодi умови $\omega \ll \gamma\omega_p \ll \gamma q_0$ виконуються. Варто також вiдзначити, що для енергiй електрона банча, якi досягаються на прискорювачi SINBAD ($\gamma \approx 200$) сiввiдношення мiж двома першими величинами не виконується. Однак, не дивлячись на це, виконується наступне сiввiдношення: $\omega, \gamma\omega_p \ll \gamma q_0$. Важливим також буде продемонструвати, чому було знехтувано доданком, який вiдповiдає за iнтерференцю мiж власними полями та полями перехiдного випромiнювання рiзних частинок банча, тобто одним з доданкiв в когерентнiй частинi. Для цього запишемо доданок, яким було знехтувано у порiвняннi з доданками, якi стоять у дужках у когерентнiй частинi формули (5.14):

$$\int_0^{q_0} dq e^{-q^2 d^2} \frac{2\omega_p^2 \cos\left(\omega z \left[1 - \frac{1}{v} - \frac{q^2 + \omega_p^2}{2\omega^2}\right]\right)}{\left(q^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}\right)\left(q^2 + \omega_p^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}\right)^2} e^{-\frac{\mu z}{2}}.$$

З огляду на наявнiсть загасаючої експоненти в цьому доданку iнтегрування може бути виконано до декiлькох, наприклад 5, поперечних розмiрiв банча d . Наведемо графiки залежностi вiд частоти ω всiх трьох доданкiв з когерентної частини формули (5.13). У випадку iнтерференцiйного доданка було наведено його модуль через його знаковмiннiсть, обумовлену косинусом в чисельнику.

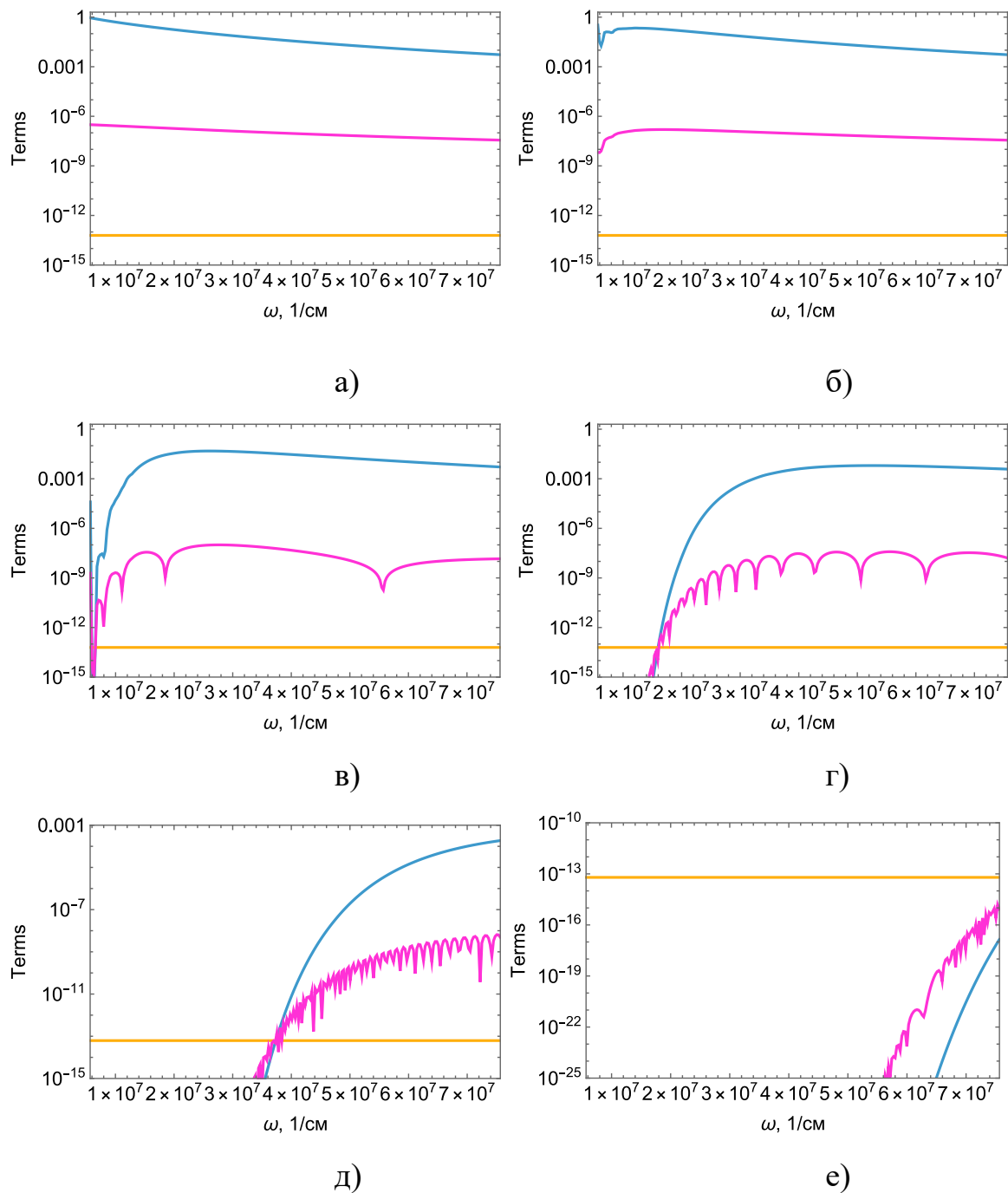


Рис. 5.1. Залежності доданків, присутніх у виразі (5.13) для спектру, а також доданку, яким було знехтувано, від частоти. Жовтим позначено доданок, який відповідає за власне поле, синім – перехідне випромінювання, рожевим – їхню інтерференцію. Наведено графіки для різних значень z : а) $z = 0$, б) $z = 10^{-5}$ см, в) $z = 10^{-4}$ см, г) $z = 10^{-3}$ см, д) $z = 10^{-2}$ см, е) $z = 10^{-1}$ см.

Область частот, зображена на графіку відповідає області інтегрування у формулі (1.2). Варто зауважити, що значення z , для яких було побудовано графіки відповідають довжині загасання фотонів з частотою, яка трохи більша

за порогову частоту іонізації К-оболонки, помноженій на 10 в різних невід'ємних цілих степенях. Таким чином бачимо, що для малих значень глибини занурення z можна знехтувати доданком з формули (5.13), який відповідає за інтерференцію власного поля електрона банча та поля ПВ, в порівнянні з доданком, пов'язаним з перехідним випромінюванням. При збільшенні глибини нехтування відбувається вже в порівнянні з доданком, пов'язаним з власним полем, яке не піддається загасанню з зануренням в мішень на відміну від поля перехідного випромінювання.

5.2. Чисельні оцінки

Проведемо чисельні оцінки для перерізу іонізації К-оболонки внаслідок далеких зіткнень електронів мікробанчованого пучка з атомними електронами. Для цього підставимо вираз для спектру кількості еквівалентних фотонів (5.14) в (1.2). На рис. 5.2 наведено графіки залежності перерізу іонізації К-оболонки від глибини z для різних значень кількості мікробанчів s для берилію. Цікавим буде відзначити, що переріз іонізації К-оболонки доволі швидко спадає при збільшенні глибини занурення пучка в мішень для кількості мікробанчів s , яка є близькою до резонансної та виходить на значення, яке відповідає некогерентному перерізу для тієї ж глибини вже для $z = 5 \times 10^{-5}$ см. Варто відзначити, що тут має місце ефект густини. Своєю чергою, для кількості мікробанчів, яка є відносно далекою від резонансної області ($s = 20000$) при збільшенні глибини занурення переріз іонізації спадає значно повільніше, виходячи на значення, яке відповідає некогерентному перерізу для $z \approx 2$ мкм. Це пояснюється тим, що для мікробанчованого пучка основний внесок в переріз іонізації К-оболонки йде від частот, які є близькими до частоти $\omega_s = 2\pi s/L$, яка за фіксованої довжини пучка збільшується зі збільшенням кількості мікробанчів. Тоді характерною довжиною загасання буде довжина загасання фотона з частотою ω_s . А з огляду на те, що збільшення частоти фотона призводить до збільшення довжини загасання, можна сказати, що при збільшенні кількості мікробанчів s переріз іонізації К-оболонки буде виходити

на сталі значення для більшої глибини занурення пучка в речовину, що і видно на рисунку нижче.

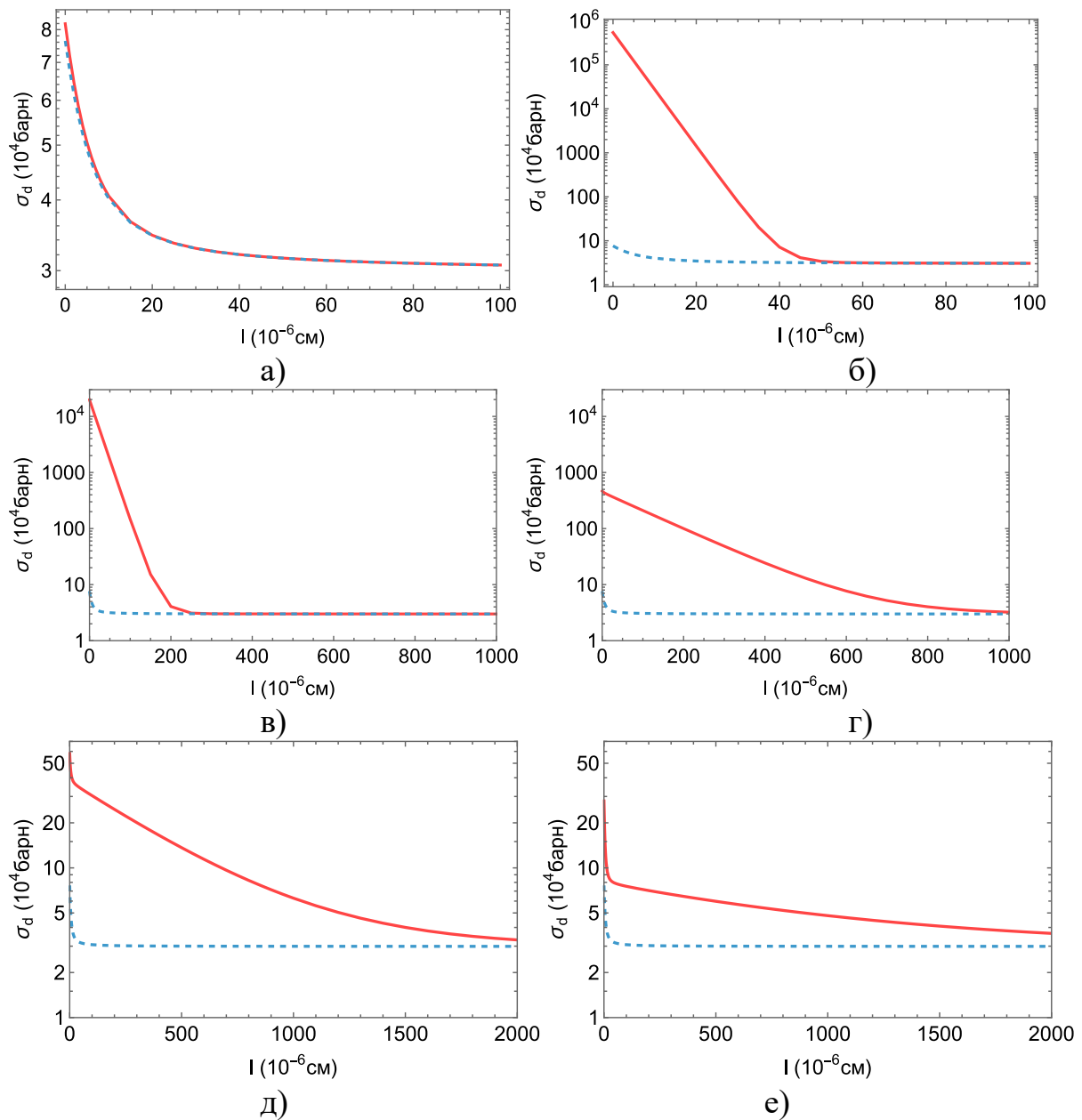


Рис. 5.2. Залежність перерізу іонізації К-оболонки внаслідок далеких зіткнень від глибини занурення z для кількості мікробанчів s : а) $s=1000$, б) $s=2500$, в) $s=5000$, г) $s=10000$, д) $s=15000$, е) $s=20000$. Пунктирною лінією наведено графік залежності некогерентного перерізу від глибини. Матеріал мішені: берилій.

Оскільки до цього було розглянуто процес іонізації К-оболонки ультракороткими банчами, то тепер логічно розглянути процеси, що є наслідком такої іонізації, за якими можна досліджувати цю іонізацію.

Внаслідок іонізації атом переходить в збуджений стан. Одним з варіантів релаксації є випромінення кванту характеристичного рентгенівського випромінювання. Поміж інших, це випромінювання є цікавим оскільки, перебуваючи в рентгенівському спектрі, воно відносно слабо поглинається речовиною, а також через те, що воно є ізотропним, що полегшує його детектування.

Обрахуємо величину, яку можна безпосередньо спостерігати на експериментах з іонізації К-оболонки електронним пучком – кутовий розподіл кількості фотонів характеристичного рентгенівського випромінювання на один падаючий електрон, який може бути обчислений на основі залежності перерізу іонізації К-оболонки від глибини занурення пучка в мішень за наступною формулою:

$$\frac{dN}{do} = \int_0^l \frac{w\sigma(z)n}{4\pi} \times e^{-\frac{\mu z}{\cos\theta}} dz, \quad (5.15)$$

де полярний кут θ – кут між напрямком вильоту фотону ХРВ та напрямком, зворотнім до напрямку руху банча, w – флуоресцентний вихід К-оболонки, який залежить від речовини.

Цікавим буде обрахувати цю величину для обох речовин: берилію та вуглецю. Тому що з одного боку варто очікувати, що з огляду на більш значні когерентні ефекти для берилію, які призводили до збільшення перерізу іонізації К-оболонки в області резонансу на 5 порядків у порівнянні з 4 порядками для вуглецевих мішеней, кількість фотонів ХРВ, випромінена при проходженні банча крізь берилієву мішень, буде значно більшою, ніж у випадку вуглецевої мішені. Однак з іншого боку чим легший атом матеріалу речовини, тим менше значення флуоресцентного виходу К-оболонки (внаслідок того, що домінуючим шляхом релаксації збудження є Оже-ефект), що буде безпосередньо впливати на кількість фотонів. Також значна різниця може бути викликана різними значеннями коефіцієнту загасання, бо з огляду на загасаючу експоненту у формулі (5.15) ефективною товщиною мішені,

тобто глибиною, з якої ХРВ може виходити з пластинки, буде величина порядку довжини загасання характеристичного рентгенівського випромінювання (тобто довжини загасання фотона з частотою трохи меншою за порогову) в речовині μ^{-1} . В такому випадку за рівних товщин мішеней може виникнути ситуація, що для однієї з речовин ХРВ з такої глибини ще виходить назовні, в той час як для іншої – вже ні. Насправді, це і матиме місце у випадку порівняння берилієвих та вуглецевих мішеней. Довжини загасання фотонів ХРВ відрізняються майже втричі для цих мішеней: 0,78 мкм для берилію та 2,32 мкм для вуглецю.

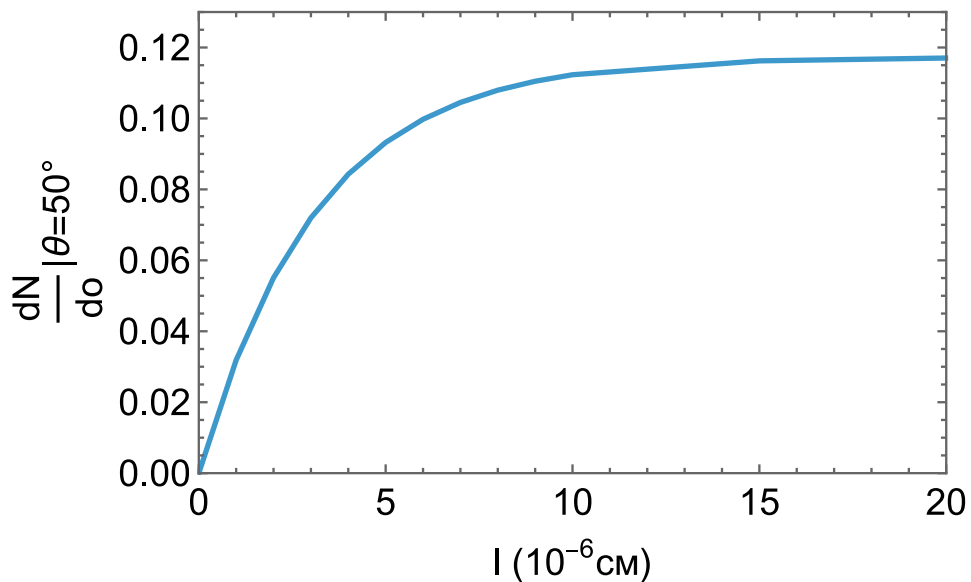


Рис. 5.3. Залежність кутового розподілу кількості фотонів ХРВ на один електрон, що випромінюються під кутом 50° від товщини мішені у випадку мікробанчованого пучка з кількістю мікробанчів $s = 2500$. Матеріал мішені: берилій.

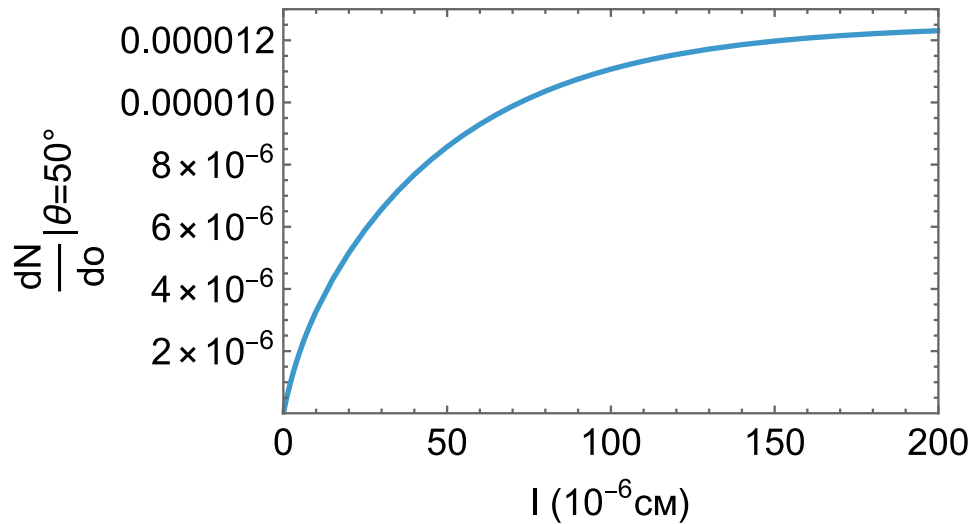


Рис. 5.4. Залежність кутового розподілу кількості фотонів ХРВ, що випромінюються під кутом 50° від товщини мішені у випадку, коли на мішень падає один електрон. Матеріал мішені: берилій.

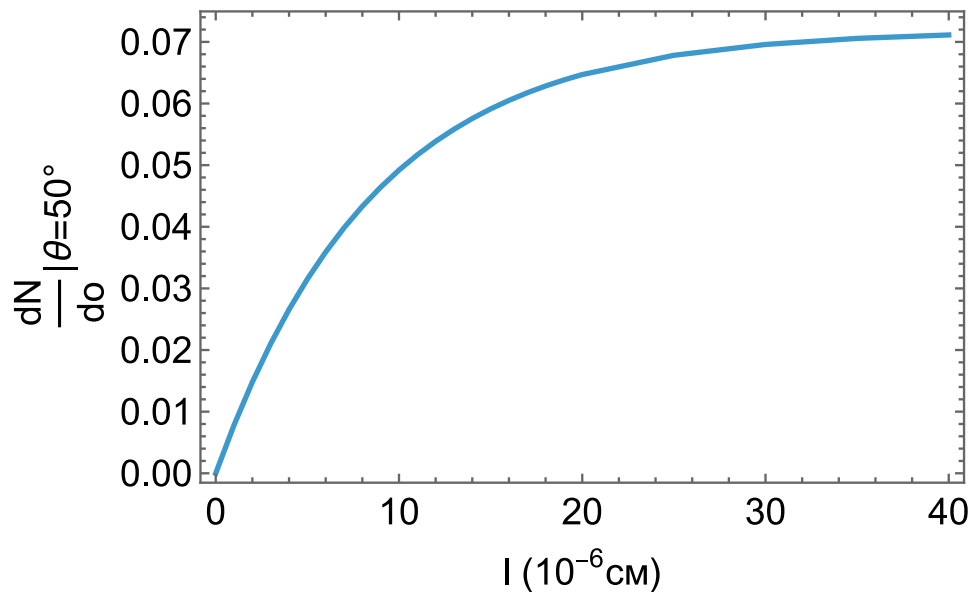


Рис. 5.5. Залежність кутового розподілу кількості фотонів ХРВ на один електрон, що випромінюються під кутом 50° від товщини мішені у випадку мікробанчованого пучка з кількістю мікробанчів $s = 2500$. Матеріал мішені: вуглець.

Порівнюючи рис. 5.3 та 5.4 можна побачити, що наявність резонансного підсилення призвела до збільшення кількості випромінених фотонів як раз на ті ж 4-5 порядків, на які був підсилений переріз іонізації К-оболонки, що

можна побачити на рис. 5.2. Також варто відзначити, що для випадку резонансного підсилення значення кутового розподілу кількості фотонів ХРВ вийшло на плато вже за товщини мішені $l \approx 0,1$ мкм, в той час як для однієї частинки, тобто у випадку відсутності когерентних та резонансних ефектів вихід значення кутового розподілу відбувався за товщини мішені $l \approx 1$ мкм. Ця відмінність пояснюється тим, що у випадку наявності сильних резонансних ефектів довжина, на якій переріз іонізації К-оболонки переходить в некогерентний переріз, визначається довжиною загасання фотона з частотою ω_s , яка є значно меншою за довжину загасання фотонів ХРВ (фотонів з частотою трохи нижче порогової). В такому випадку і вихід значення кутового розподілу фотонів ХРВ на плато буде відбуватись на довжині, близькій до довжини загасання фотона з частотою ω_s . В той час як довжина, на якій буде відбуватись вихід значення кутового розподілу фотонів ХРВ на плато для однієї частинки (некогерентний випадок) приблизно дорівнює довжині загасання фотона ХРВ в даній речовині. На рис. 5.3 та 5.5. наведено залежність кутового розподілу фотонів, обрахованого за формулою (5.15) з підстановкою (5.14) від товщини мішені l . На обох рисунках можна побачити, що для малих товщин відбувається лінійне зростання кількості випромінених фотонів зі збільшенням товщини мішені, що як раз і відповідає наближенню тонких мішеней, коли можна було знехтувати еволюцією поля при переході з вакууму в речовину внаслідок наявності поля перехідного випромінювання. Кількість фотонів ХРВ починає зростати повільніше зі збільшенням товщини мішені, що викликано двома факторами: внаслідок еволюції поля переріз іонізації К-оболонки внаслідок далеких зіткнень поступово спадає, що видно на рис. 5.2; а також внаслідок збільшення товщини мішені зменшується кількість фотонів, які змогли вийти з глибини мішені внаслідок наявності загасаючої експоненти в формулі (5.15). Подальше збільшення товщини мішені призводить до наявності плато на графіку, обумовленого тим, що фотони майже не виходять з мішені внаслідок того, що вони поглинулися всередині мішені.

Таким чином можемо зробити висновок, що за умови, що мішені мають однакову товщину, внаслідок взаємодії ультракороткого банча з мішенню буде утворюватися більша кількість фотонів ХРВ для берилію, ніж для вуглецю, попри те, що флуоресцентний вихід для берилію є меншим. Однак практично значно легше зробити тонку вуглецеву фольгу, ніж берилієву для використання в якості мішені. Це зумовлено насамперед високою токсичністю берилію та його екстремальною крихкістю при таких товщинах, що суттєво ускладнює процес виготовлення.

ВИСНОВКИ

В даній роботі було розвинено теоретичну модель іонізації К-оболонки атомів речовини ультракороткими релятивістськими банчами за умов прояву когерентних ефектів у такій іонізації, зокрема було розглянуто різні розподіли кількості частинок у банчі у поздовжньому напрямку: рівномірний розподіл, а також періодично модульований розподіл, огинаюча якого є константою, для розгляду мікробанчованого пучка. Також був проведений розгляд банчів, які мають фізично реальніший розподіл – трапецієвидний, що планується реалізувати на прискорювачах, наприклад ARES SINBAD. Окрім цього було розглянуто періодично модульований розподіл, огинаюча якого має форму трапеції. Було показано, що якщо частина банча, на якій має місце лінійне зростання густини розподілу, не перевищує декількох відсотків, то різниця між пучками з трапецієвидним та рівномірним розподілами при іонізації К-оболонки є незначною, а отже можна без втрати точності розглядати спрощені функції розподілу, що мають стрибок від 0 поза пучком до сталого значення в пучку. Було показано, що вплив величини частини банча, на якій має місце лінійне зростання густини розподілу є різним для трапецієвидного пучка та періодично модульованого пучка, огинаюча якого є трапецієвидною. Використовуючи періодично модульований розподіл кількості частинок в електронному пучку було досліджено вплив явища мікробанчування на іонізацію К-оболонки, також було показано, що за певних параметрів мікробанчованого пучка може мати місце явище резонансного посилення іонізації К оболонки – багатократне збільшення перерізу такої іонізації за умови, що кількість мікробанчів лежить в резонансній області. За параметрів, досяжних на прискорювачі European XFEL, резонансне підсилення може призводити до збільшення перерізу на 4 – 5 порядків для розглянутих речовин: берилію та вуглецю.

Також в даній роботі було зроблено узагальнення теоретичної моделі іонізації К-оболонки ультракороткими електронними банчами на випадок мішеней довільної товщини. Було показано, що на переріз іонізації К-оболонки

і, як наслідок, кількість фотонів характеристичного рентгенівського випромінювання (ХРВ), випромінених внаслідок проходження банча крізь мішень, значно впливає еволюція електромагнітного поля банча в речовині, викликана процесом формування поля перехідного випромінювання. Було показано, що переріз іонізації К-оболонки у випадку наявності резонансних ефектів зменшується на декілька порядків величини в межах тонкого приповерхневого шару через те, що при поступовому встановленні ефекту густини зникають когерентні ефекти. Також цікаво буде відмітити, що глибина занурення банча в мішень, на якій переріз спадає до значення некогерентного сильно залежить від періоду мікробанчування.

Окрім цього в даній роботі було показано, що основна кількість фотонів ХРВ, які не поглинаються самою речовиною і досягають детектора, формується поблизу поверхні мішені і внесок глибших шарів стає нехтовним вже для товщин мішеней порядку 0,1 мкм, що відповідає довжині поглинання фотона з енергією, яка дорівнює пороговій енергії іонізації К-оболонки, всередині берилієвих та вуглецевих мішеней. Варто відзначити, що ця довжина є значно меншою за довжину загасання фотона з частотою ХРВ. Окрім цього було показано, що з огляду на кількість випромінених фотонів ХРВ за умови фіксованої товщини мішені, берилій випереджає вуглець як матеріал мішені.

Також з огляду на значні когерентні ефекти, до яких призводить інтерференція полів окремих електронів пучка, було отримано умову застосовності використаного в роботі методу. Показано, що умова, що кількість актів іонізації окремого атома речовини $N_{ion} \ll 1$ виконується для параметрів пучків, типових для рентгенівського лазера на вільних електронах European XFEL, для яких проводилися чисельні оцінки, що підтверджує коректність застосування методу еквівалентних фотонів з використанням перерізів однофотонної фотоіонізації для розгляду процесу іонізації К-оболонки банчами ультрарелятивістських електронів з високою густиною частинок.

Частина результатів, отриманих в даній роботі була опублікована у роботі [31].

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. J. F. Bak et al. Influence of Transition Radiation and Density Effect on Atomic K-Shell Excitation. *Phys. Scripta*. 1986. Vol. 33. P. 147–155.
URL: <https://doi.org/10.1088/0031-8949/33/2/009>.
2. Trofymenko S. V. K-shell ionization and characteristic x-ray radiation by high-energy electrons in multifoil targets. *Phys. Rev. A*. 2020. Vol. 102. P. 062804(1-10).
URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.102.062804>.
3. Tertian R., Claisse F. Principles of Quantitative X-ray Fluorescence Analysis. Wiley, 1982. 386 p. URL: <https://doi.org/10.1180/minmag.1983.047.345.25>.
4. Characteristic, parametric, and diffracted transition X-ray radiation for observation of accelerated particle beam profile / I. Chaikovska et al. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2017. Vol. 402. P. 75–78.
URL: <https://doi.org/10.1016/j.nimb.2017.03.157>.
5. A multi-wirescanner test setup utilizing characteristic X-rays for charged particle and photon beam diagnostics / R. M. Nazhmudinov et al. *Journal of Instrumentation*. 2018. Vol. 13, no. 12. P. P12012.
URL: <https://doi.org/10.1088/1748-0221/13/12/p12012>.
6. Chudakov A. E. On an ionization effect associated with observation of electron-positron pairs at very high energy. *Izv. Akad. Nauk SSSR*. 1955. Vol. 19. P. 651-656.
7. Perkins D. H. Ionization at the origin of electron Pairs, and the lifetime of the neutral pion. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1955. Vol. 46, no. 381. P. 1146–1148.
URL: <https://doi.org/10.1080/14786441008521131>.
8. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. On ionization energy losses of high-energy electron–positron pair in thin targets. *Physics Letters A*. 2013. Vol. 377, no. 37. P. 2265–2269. URL: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2013.06.044>.

9. Trofymenko S. V. Chudakov effect for the most probable value of high-energy electron–positron pair ionization loss in thin targets. *The European Physical Journal C*. 2023. Vol. 83, no. 1. URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-023-11181-y>.
10. T. Virkus et al. Direct Measurement of the Chudakov Effect. *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 100, P. 164802(1-4).
URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.164802>.
11. Thomsen H. D., Uggerhøj U. I. Measurements and theories of the King–Perkins–Chudakov effect. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2011. Vol. 269, no. 17. P. 1919–1924. URL: <https://doi.org/10.1016/j.nimb.2011.05.019>.
12. Brandt W., Ratkowski A., Ritchie R. H. Energy Loss of Swift Proton Clusters in Solids. *Physical Review Letters*. 1974. Vol. 33, no. 22. P. 1325–1328.
URL: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.33.1325>.
13. Brandt W., Ritchie R. H. Penetration of swift ion clusters through solids. *Nuclear Instruments and Methods*. 1976. Vol. 132. P. 43–55.
URL: [https://doi.org/10.1016/0029-554x\(76\)90709-6](https://doi.org/10.1016/0029-554x(76)90709-6).
14. Collective energy loss of attosecond electron bunches / A. Ogata et al. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2011. Vol. 637, no. 1. P. S95–S98. URL: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2010.02.031>.
15. Stopping-power enhancement from discrete particle-wake correlations in high-energy-density plasmas / I. N. Ellis et al. *Physical Review E*. 2021. Vol. 104, no. 3. URL: <https://doi.org/10.1103/physreve.104.035203>.
16. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Interference effect in the ionization loss of high-energy electron bunches. *Physics Letters A*. 2019. Vol. 383, no. 22. P. 2561–2566. URL: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2019.05.023>.
17. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Energy loss by relativistic electron ensembles due to coherent excitation and ionization of atoms. *Physical Review Accelerators and Beams*. 2020. Vol. 23, no. 8.
URL: <https://doi.org/10.1103/physrevaccelbeams.23.084501>.

18. The Theory of Coherent Radiation by Intense Electron Beams. Springer Berlin Heidelberg, 2006. URL: <https://doi.org/10.1007/3-540-30690-0>.
19. Ispirian K. A. Coherent X-ray radiation produced by microbunched beams in amorphous and crystalline radiators. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2013. Vol. 309. P. 4–9. URL: <https://doi.org/10.1016/j.nimb.2013.01.072>.
20. Observation of a high degree of stopping for laser-accelerated intense proton beams in dense ionized matter / J. Ren et al. *Nature Communications*. 2020. Vol. 11, no. 1. URL: <https://doi.org/10.1038/s41467-020-18986-5>.
21. Sørensen A. H. Atomic K-shell excitation at ultrarelativistic impact energies. *Physical Review A*. 1987. Vol. 36, no. 7. P. 3125–3137. URL: <https://doi.org/10.1103/physreva.36.3125>.
22. Fermi E. Über die Theorie des Stoßes zwischen Atomen und elektrisch geladenen Teilchen. *Zeitschrift für Physik*. 1924. Vol. 29. P. 315–327.
23. X-Ray Attenuation Length.
URL: https://henke.lbl.gov/optical_constants/atten2.html (дата звернення: 07.05.2026).
24. Marx D. Characterization of Ultrashort Electron Bunches at the SINBAD-ARES Linac : dissertation Dr. rer. nat. Hamburg, 2019. 176 p. URL: <https://doi.org/10.3204/PUBDB-2019-04190>.
25. Commissioning Results and Electron Beam Characterization with the S-Band Photoinjector at SINBAD-ARES / E. Panofski et al. *Instruments*. 2021. Vol. 5, no. 3. P. 28. URL: <https://doi.org/10.3390/instruments5030028>.
26. Zhu J. Design Study for Generating Sub-Femtosecond to Femtosecond Electron Bunches for Advanced Accelerator Development at SINBAD: dissertation Ph.D. Hamburg, 2017. 198 p. URL: <https://doi.org/10.3204/PUBDB-2017-11222>.
27. Weise H., Decking W. Commissioning and First Lasing of the European XFEL. *Proceedings of the 38th International Free Electron Laser Conference (FEL2017)*. Santa Fe, NM, USA, 2017. P. 9–13. URL: <https://doi.org/10.18429/JACoW-FEL2017-MOC03>.

28. Brinkmann R. et al. European XFEL Injector Commissioning Results. *Proceedings of the 38th International Free Electron Laser Conference (FEL2017)*. Santa Fe, NM, USA, 2017. P. 387–391.
URL: <https://doi.org/10.18429/JACoW-FEL2017-WEA01>.
29. Deep Inner-Shell Multiphoton Ionization by Intense X-Ray Free-Electron Laser Pulses / H. Fukuzawa et al. *Physical Review Letters*. 2013. Vol. 110, no. 17.
URL: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.110.173005>.
30. Fermi E. The Ionization Loss of Energy in Gases and in Condensed Materials. *Physical Review*. 1940. Vol. 57, Issue 6. P. 485–493. DOI: 10.1103/PhysRev.57.485.
URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRev.57.485>.
31. Trofymenko S. V., Skorobohatov V. S. Coherent ionization of atomic K-shells by ultrashort electron bunches in thin light-element targets. *Physics Letters A*. 2026. P. 131319. URL: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2025.131319>.