

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики імені академіка І.М.Ліфшиця

«Допущено до захисту»
Зав. кафедри теоретичної фізики
імені академіка І. М. Ліфшиця
_____ Рашба Г. І.
_____ 202__ р.

Оцінка «_____»
Голова ЕК

_____ 202__ р.

Хорошко Ілля Олександрович

Протокол генерації сукупних образів системи кубітів
у сплутаному стані

Кваліфікаційна робота на здобуття
освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр»
спеціальність 104-«фізика та астрономія»
освітньо-наукова програма «фізика»

(підпис студента)

Науковий керівник – професор кафедри
теоретичної фізики імені академіка
І.М.Ліфшиця, д-р фіз.-мат.н., доц. З.Майзеліс

(підпис керівника)

Анотація

Хорошко І.О. Протокол генерації сукупних образів системи кубітів у сплутаному стані. – Рукопис.

Дипломна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавр за спеціальністю 104 – фізика та астрономія. Харків: ХНУ імені В.Н.Каразіна, 2025.

У роботі досліджено протокол генерації сукупних образів квантової системи кубітів у сплутаному стані з урахуванням впливу слабких вимірювань та дисипативної динаміки. Основна увага приділяється відкритим квантовим системам, описаним рівняннями Ліндблада, в контексті формування адаптивних моделей штучного інтелекту. Розглянуто фізичні та математичні основи слабких вимірювань як механізму зворотного зв'язку в когерентних системах, а також роль дисипативного середовища у стабілізації квантових патернів. Запропоновано модель генерації узагальненого квантового образу на основі спостереження за багатокубітною системою за допомогою серій слабких вимірювань. Практична значущість роботи полягає у поєднанні фундаментальної квантової теорії з концепціями штучного інтелекту для створення нового класу адаптивних квантових агентів.

Ключові слова: квантові обчислення, кубіт, квантове машинне навчання, слабкі вимірювання, квантова когнітивна модель, дисипативна динаміка, рівняння Ліндблада, сплутані стани, квантові протоколи, адаптивна квантова система, квантова асоціативна пам'ять, відкриті квантові системи, квантова інформація.

Abstract

Khoroshko I. Protocol of generation of the combined image of a system of entangled qubits. – Manuscript.

The thesis is for getting Bachelor of Science degree, speciality 104 – «Physics and Astronomy». Kharkiv: – V.N.Karazin Kharkiv National University, 2025.

This thesis explores a protocol for generating composite representations of a system of entangled qubits, incorporating the effects of weak measurements and dissipative dynamics. The study focuses on open quantum systems described by the Lindblad equation, with emphasis on their potential for modeling adaptive artificial intelligence. The physical and mathematical foundations of weak measurements are examined as a mechanism of quantum feedback, while the role of the dissipative environment is analyzed as a stabilizing agent for quantum pattern formation. A model is proposed for forming generalized quantum images of multiqubit systems through sequential weak observations, preserving entanglement and coherence. The practical relevance of the work lies in bridging quantum dynamics and AI paradigms, aiming at a new class of learning-capable quantum agents that integrate sensing, adaptation, and representation into a single coherent system.

Keywords: quantum computing, qubit, quantum machine learning, weak measurements, quantum cognitive models, dissipative dynamics, Lindblad equation, entangled states, quantum protocols, adaptive quantum systems, quantum associative memory, open quantum systems, quantum information.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1 Огляд літератури	7
1.1 Квантові обчислення та штучний інтелект	7
1.2 Роль слабких вимірювань в адаптивних системах	9
1.3 Дисипативна еволюція відкритих квантових систем	10
1.4 Квантовий штучний інтелект	12
2 Теоретичне підґрунтя запропонованої архітектури	13
2.1 Модель квантового штучного інтелекту	13
2.2 Конструкція операторів слабких вимірювань	16
2.3 Дисипативна еволюція квантової системи	18
3 Динаміка підсистем запропонованої моделі	21
3.1 Інтерпретація динаміки однокубітної системи	21
3.2 Виявлення закономірностей та структурних образів	26
3.3 Багатоканальне узагальнення архітектури	28
4 ВИСНОВКИ	31
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	32

ВСТУП

В умовах постійного росту обсягів даних та ускладнення їхньої структури, алгоритми машинного навчання стикаються з низкою обмежень, що мотивує до створення принципово нових моделей штучного інтелекту, які могли б забезпечити більш потужні інструменти для аналізу даних.

Поєднання апарату квантової динаміки з ідеями нейрофізіологічно-подібної обробки інформації здається перспективним у контексті розширення можливостей штучного інтелекту. Обчислювальні моделі, побудовані на квантовій архітектурі, могли б більш ефективно адаптуватися до нових умов без потреби у значному переналаштуванні або додатковому навчанні.

Потрібно зауважити, що протягом останніх років стрімко розвивається сфера дослідження органоїдного інтелекту — системи, що імітує біологічні процеси та структуру мозку. Однак створення таких біологічно натхнених систем пов'язане зі значними викликами, зокрема через складність масштабування, контроль за життєвими процесами та потенційні етичні проблеми, що виникають при роботі з живими тканинами. Але, незалежно від успіхів у цій сфері, реалізація нейроподібного інтелекту без прямого використання біологічних матеріалів є фундаментально важливим кроком.

Актуальність дослідження: Поєднання квантової динаміки з ідеями нейроподібної обробки інформації може виявитися перспективним у контексті майбутнього розвитку штучного інтелекту.

Об'єкт дослідження: Сукупність квантових систем декількох кубітів у сплутаному стані, що еволюціонують під дією слабких вимірювань та взаємодії з термостатом.

Предмет дослідження: Динаміка станів сукупності квантових систем під впливом слабких вимірювань, визначених заданим часовим рядом образів, та взаємодії з термостатом.

Мета дослідження: Побудувати масштабовану архітектуру квантової аналогії до резервуарної обчислювальної моделі. Для досягнення цієї мети було поставлено ряд задач:

- 1) Запропонувати масштабовану архітектуру тривіального квантового штучного інтелекту;
- 2) Сконструювати оператори слабких вимірювань, що відповідають низці специфічних умов;
- 3) Отримати загальне квантово-кінетичне рівняння для системи декількох кубітів в сплутаному стані;
- 4) Проаналізувати здатність сукупності квантових систем до виявлення закономірностей та структурних образів в часовому ряді;
- 5) Масштабувати систему для аналізу декількох паралельних каналів інформації.

Гіпотеза дослідження: Запропонована система здатна виявляти закономірності та структурні образи в часовому ряді без необхідності оптимізації вагових коефіцієнтів класичними методами.

Метод дослідження: Конструкція операторів повторюваних слабких вимірювань; формулювання та розв'язання квантового кінетичного рівняння, що враховує ефекти дисипації; аналіз стабілізації окремих елементів матриці густини.

Наукова новизна дослідження: У роботі вперше запропоновано та досліджено квантову модель, яка використовує слабкі вимірювання для динамічної адаптації станів сукупності систем декількох кубітів та дозволяє виявляти закономірності та структурні образи в часовому ряді без необхідності оптимізації вагових коефіцієнтів класичними методами.

Практичне значення дослідження: Отримані результати можуть бути використані при розробці повноцінної архітектури квантового штучного інтелекту.

1 Огляд літератури

1.1 Квантові обчислення та штучний інтелект

Квантові обчислення поступово переходять від фундаментальної теорії до практичного інструмента високого рівня, що здатен трансформувати численні галузі — від криптографії до штучного інтелекту. Основа цієї парадигми полягає в здатності кубітів перебувати в стані суперпозиції та демонструвати неklasичні кореляції, що дозволяє обчислювальним потужностям експоненційно зростати при нарощуванні кількості кубітів [1–3].

Попри принципову простоту формулювання, реалізація квантових обчислень стикається з численними технічними викликами: короткий час когерентності, нестабільність фізичних реалізацій кубітів, складність масштабування та помилковість зчитування. Наразі ми перебуваємо в так званій епісі NISQ (Noisy Intermediate-Scale Quantum), в якій квантові процесори з десятками або сотнями кубітів функціонують у зашумленому, але вже придатному для застосування режимі [1, 4].

Провідні квантові платформи — зокрема Google Sycamore [2], IBM Quantum [5], IonQ [6] та Xanadu Photonics [7] — вже дозволяють виконувати алгоритми середньої складності, а також запускати варіаційні квантові алгоритми (VQA), які поєднують класичні оптимізаційні процедури з квантовим обчислювальним ядром.

Одним із ключових напрямів застосування квантових обчислень є квантове машинне навчання (QML), що має на меті інтеграцію квантових ресурсів у навчальні алгоритми. В огляді [8] наведено систематичну класифікацію квантових моделей навчання: квантові версії k -середніх, квантові больцманівські машини [9], квантові варіаційні автоенкодері [10] та гібридні квантово-класичні нейронні мережі [11, 12]. У більшості випадків основним ресурсом є здатність квантової системи швидко обчислювати скалярні добутки у великих просторах — що є критичним для розпізнавання, класифікації та оцінювання подібності.

Важливо відзначити, що квантові моделі навчання поділяються на дві

великі категорії:

- **Гібридні моделі** — параметризовані квантові схеми (PQC), які тренуються класичним оптимізатором. Це, наприклад, VQE (Variational Quantum Eigensolver), QAOA (Quantum Approximate Optimization Algorithm) [13].
- **Цілковито квантові моделі** — наприклад, квантові аналоги больцманівських машин [14], які реалізуються виключно у квантовому середовищі, без класичного втручання.

Ряд дослідників пропонує інтерпретувати такі системи не просто як обчислювальні пристрої, а як квантові когнітивні агенти — системи, що здатні не лише обчислювати, але й зберігати, адаптувати, прогнозувати і навіть моделювати власну поведінку в середовищі [15, 16]. Особливого значення тут набуває концепція квантової пам'яті у вигляді багатоелементної сплутаної системи, в якій інформація зберігається не у станах окремих елементів, а у кореляційній структурі всієї системи.

Ключовим також є питання подання даних у квантовій формі. У статті [17] розглядається концепт квантових карт ознак (quantum feature maps), у яких класичні дані відображаються у квантовий гільбертів простір з використанням параметризованих унітарних перетворень. Це дозволяє використовувати переваги квантової інтерференції для розділення класів, які є нелінійно відокремленими в класичному просторі.

Ще один підхід — квантові трансформери. Вони використовують квантові оператори, щоб забезпечити роботу механізму уваги (attention) у задачах із послідовностями. У нещодавній праці [18] запропоновано модель квантового трансформера, яка демонструє переваги у задачах класифікації часових рядів та векторного прогнозування.

Окремо варто виділити поняття емерджентної динаміки у квантових обчисленнях, в якому розгляд систем ведеться не в контексті заданих алгоритмів, а як динамічної структури, яка здатна самостійно еволюціонувати до стабільних станів. Цей підхід лежить в основі моделей дисипативного квантового навчання, які розглядатимуться далі.

1.2 Роль слабких вимірювань в адаптивних системах

Одним із найцікавіших та найбільш нетривіальних аспектів квантової механіки є проблема вимірювання. Традиційно вважається, що вимірювання в квантовій системі є незворотнім процесом, який призводить до колапсу хвильової функції. Такий підхід є базовим у інтерпретації фон Неймана, але він залишає поза увагою ситуації, коли взаємодія з апаратом є слабкою — тобто система лише частково змінюється під дією вимірювання, а не повністю переходить у власний стан оператора.

Ідея слабких вимірювань була вперше запропонована у класичній роботі Aharonov, Albert та Vaidman (1988) [19]. У цій роботі автори показали, що за умови постселекції (вибору лише певного вихідного стану системи) можливо визначити значення спостережуваної, яке називається слабким значенням. Воно може виходити за межі спектру оператора, бути комплексним, або навіть залежати від стану, який більше ніколи не буде спостережено. Цей парадоксальний ефект відкрив абсолютно новий клас вимірювальних стратегій у квантовій фізиці.

Слабке вимірювання реалізується у фізичному експерименті як слабка взаємодія між квантовою системою та вимірювальним пристроєм. Це було продемонстровано у численних експериментах, зокрема у фотоніці [20, 21], де використовуються оптичні схеми з малою взаємодією та втратою, та в надпровідних квантових колах, де застосовується безперервне вимірювання над потоком [22].

В огляді [23] надано класифікацію типів слабких вимірювань: узгоджені та неузгоджені, рекурсивні, інтерактивні. Основною характеристикою є компроміс між точністю отриманої інформації та ступенем порушення квантового стану. У той час як сильне вимірювання дає максимальну інформацію, але повністю руйнує стан, слабке вимірювання дозволяє поступово наближатися до стану, зберігаючи його еволюційний потенціал.

Слабкі вимірювання відіграють особливо важливу роль у побудові квантових навчальних систем. У моделі адаптивного квантового байєсівського фільтра [24] слабке вимірювання використовується для оновлення

апостеріорного розподілу стану у реальному часі. Це дозволяє реалізувати ідентифікацію станів, реконструкцію хвильової функції, і навіть класифікацію.

Останні роботи з квантового машинного навчання демонструють, що слабкі вимірювання можуть виступати в ролі аналогів активаційних функцій у квантових нейронних мережах, а також бути джерелом стохастичного навчального сигналу. Наприклад, у [25] наведено приклад варіаційного квантового класифікатора, в якому слабке вимірювання використовується для побудови функції втрат.

Також показано, що слабкі вимірювання є ефективним інструментом у створенні колективних образів у квантовій системі. У системах з великою кількістю кубітів (кластерних або решіткових) вони дозволяють реконструювати глобальний стан, не руйнуючи локальні когерентні структури. Це ключова властивість для побудови квантової асоціативної пам'яті та когнітивних агентів, які здатні оновлювати своє уявлення про середовище без повного зчитування.

Окрему увагу заслуговує застосування слабких вимірювань у зв'язку з так званими квантовими траєкторіями. У серії робіт [22, 26, 27] було продемонстровано, що шлях, яким розвивається квантовий стан у присутності безперервного вимірювання, можна реконструювати з високою точністю. Це дає змогу відстежувати та передбачати поведінку систем у реальному часі, що є основою квантового планування та контролю.

1.3 Дисипативна еволюція відкритих квантових систем

Реальні квантові системи завжди піддаються впливу навколишнього середовища. Такі системи не можна вважати закритими: їх еволюція не є строго унітарною, як це передбачає рівняння Шредінґера. Для опису відкритих квантових систем розроблено спеціальний формалізм — зокрема, рівняння Ліндблада, яке стало стандартом у теорії дисипативної динаміки [28, 29].

Протягом тривалого часу дисипація розглядалася як перешкода для

реалізації квантових обчислень. Проте в роботах останніх десятиліть, зокрема [30, 31], було показано, що керована дисипація може бути використана як ресурс для підготовки складних квантових станів. У цих роботах запропоновано методику інженерії дисипації, що визначає еволюцію системи в напрямку бажаного стабільного стану, незалежно від початкового стану.

Цей підхід ліг в основу концепції дисипативного квантового навчання. Ідея полягає у тому, що навколишнє середовище виступає як адаптивне середовище, яке керує еволюцією системи. Замість того, щоб явно програмувати обчислення, ми дозволяємо системі спливати у бік оптимальних станів під дією дисипативних каналів [32, 33].

У роботі [34] запропоновано реалізовувати навчання через мінімізацію вільної енергії, яка досягається природною еволюцією в напрямку атрактора системи. Подібно до класичного градієнтного спуску, динаміка Ліндблада змінює стан так, щоб мінімізувати деяку функцію втрат.

Особливої уваги заслуговують підходи, у яких параметри дисипації задаються не фіксовано, а у вигляді параметризованих моделей. Наприклад, у [35] та [36] описані архітектури, де оператори дисипації реалізуються через нейронні мережі — що дозволяє вивчати саму форму динаміки з даних. Це відкриває шлях до побудови самонавчальних квантових систем, що вивчають не лише стан, а й саму форму своїх правил еволюції.

Такі підходи зручно реалізовувати через варіаційні схеми на зашумлених квантових процесорах. Наприклад, у [37] на пристроях IBM Q реалізовано варіаційну оптимізацію операторів Ліндблада через гібридну процедуру. У [38] продемонстровано, що стабільних сплутаних станів можна досягти лише за рахунок правильно обраних дисипативних каналів — без додаткового вимірювання або унітарних операцій.

Дисипативна динаміка також має прями аналогії з біологічними адаптивними процесами. У моделі [39], натхненній нейропластичністю, показано, що модифікація операторів Ліндблада під дією зворотного зв'язку з системою призводить до самоорганізації динамічної мережі. Подібно до того, як синапси змінюють свою вагу в класичних нейронних мережах, квантова система адаптує власну дисипативну структуру.

1.4 Квантовий штучний інтелект

На перетині слабких вимірювань, дисипативної еволюції та квантового навчання формується нова парадигма — когнітивно-орієнтоване квантове обчислення, що передбачає побудову таких квантових систем, які взаємодіють з середовищем, адаптуються до зворотного зв'язку, змінюють власні правила еволюції — тобто навчаються в процесі своєї динаміки.

У гібридних моделях [25, 40], слабке вимірювання використовується не лише для зчитування стану, а як вхід до функції навчання. Зокрема, квантові варіаційні схеми з рекурсивним зворотним зв'язком дозволяють реалізувати аналог квантового градієнтного спуску.

У моделі квантового перцептрона [41], інформація про входи надходить через слабкі вимірювання, які лише частково змінюють стан, дозволяючи мережі зберігати когерентність і накопичувати сигнали. Подібно до накопичення потенціалу у біологічному нейроні, слабке вимірювання накопичує інформацію до моменту переходу у класичний стан.

У більш розвинених схемах, таких як квантова пам'ять з атракторною динамікою [42, 43], слабкі вимірювання виконують роль тригерів — система обирає один із закодованих стабільних станів на основі неповного вхідного образу. Такий механізм може слугувати основою для квантової асоціативної пам'яті.

Синтез із дисипативною динамікою полягає в тому, що результати слабких вимірювань впливають на параметри дисипації, які, у свою чергу, змінюють траєкторію еволюції. У моделі [33] показано, що такий адаптивний механізм дозволяє реалізувати безперервне квантове навчання — система наближається до бажаного стану, не проходячи через руйнівне колапсування хвильової функції.

У перспективних архітектурах, таких як квантові рекурентні мережі (QRNN) [44], слабкі вимірювання виконують роль часових входів, а дисипативна динаміка — внутрішнього стану, що акумулює інформацію. Така модель здатна до запам'ятовування, контекстної інтерпретації, оновлення стану та обробки послідовностей — ключових ознак інтелектуальних агентів.

2 Теоретичне підґрунтя запропонованої архітектури

2.1 Модель квантового штучного інтелекту

У цьому підрозділі представлено детальний опис запропонованої архітектури тривіального квантового штучного інтелекту, що ґрунтується на циклічній еволюції сукупності квантових станів шляхом послідовного виконання слабких вимірювань та розгляду дисипативної динаміки між ними. Така модель дозволяє аналізувати та прогнозувати часові бінарні ряди.

Розглянемо послідовність довжини d квантових систем, кожна з яких містить 2^{j-1} , $j \in \{1, \dots, d\}$ кубітів, що перебувають у сплутаному стані. Позначимо матрицю густини кожної системи відповідно ρ^j . Ці системи функціонують як спостерігачі часового бінарного ряду $S(t) \in \{0, 1\}$:

$$s_0, s_1, \dots, s_{t-d}, s_{t-d+1}, s_{t-d+2}, \dots, s_{t-1}, s_t, s_{t+1}, \dots$$

Тут і надалі, для спрощення викладу, вважаємо, що проміжок часу, за який змінюється поточний елемент ряду (тобто час дискретизації системи) є постійним і становить $\tau = 1$.

Для подальшої конструкції циклу спостереження, визначимо помічну функцію, що індексує бінарні образи довжини j :

$$\# : \{0, 1\}^j \rightarrow \mathbb{N}, (x_1, \dots, x_j) \mapsto \sum_{i=0}^{j-1} 2^i x_{j-i}.$$

Перший крок циклу: В момент часу $t = \lfloor t \rfloor$ система з одного кубіту спостерігає елемент ряду s_t , система з двох кубітів спостерігає пару $s_{t-1}s_t$ — система з j кубітів, відповідно, образ довжини j : $s_{t-j+1}s_{t-j+2}\dots s_{t-1}s_t$. Ці бінарні образи можна асоціювати з базисними векторами відповідного Гільбертівського простору \mathcal{H}_j .

Механізм оновлення станів сукупності внаслідок спостереження актуального образу з часового ряду реалізовано виконанням слабкого вимірювання:

$$\rho^j(t) \rightarrow M_j \rho^j(t) M_j^\dagger.$$

Оператор M_j збільшує значення елемента $\rho_{i,i}^j$, $i = \#(s_{t-j+1}s_{t-j+2}\dots s_{t-1}s_t)$, що відповідає стану $|s_{t-j+1}s_{t-j+2}\dots s_{t-1}s_t\rangle \in \mathcal{H}_j$. Детальний опис конструкції операторів слабкого вимірювання M_j надано в підрозділі (2.2). Таким чином, діагональні елементи матриць густини станів сукупності визначають ймовірність спостерігати той чи той образ в наступний момент часу. Важливою особливістю слабких вимірювань є те, що вони змінюють квантовий стан без повного колапсу. Таким чином, їхнє застосування дозволяє коригувати стани систем кубітів в залежності від актуального вхідного значення, підвищуючи ймовірність станів, сумісних із спостережуваним сигналом, без втрати когерентності системи.

Другий крок циклу: Між вимірюваннями система зазнає дисипативної еволюції, яка стабілізує та зберігає виявлені закономірності. Детальний аналіз відповідного квантового кінетичного рівняння наведено в підрозділі (2.3). Цей крок не тільки враховує неминучі енергетичні втрати, але й надає моделі властивість пам'яті: діагональні елементи матриць густини, пов'язані з рідкісними образами, поступово зменшуються внаслідок дисипації.

Таким чином, після проведення вимірювань в момент часу t , та дисипативної еволюції до моменту часу $t + 1$, сукупність станів визначається матрицями густини $\rho^1(t + 1)$, $\rho^2(t + 1)$, ..., $\rho^d(t + 1)$.

Третій крок циклу: У відповідність кожній системі з сукупності поставимо вагу $w_j \in \mathbb{R}$, що оновлюється раз на цикл:

$$w_j(t + 1) \stackrel{\text{def}}{=} 1 / \min\{\rho_{i,i}^j(t + 1), \rho_{i+1,i+1}^j(t + 1)\},$$

$$i = \#(s_{t-j+1}s_{t-j+2}\dots s_{t-1}0).$$

Вочевидь, діагональні елементи $\rho_{i,i}^j(t + 1)$ та $\rho_{i+1,i+1}^j(t + 1)$ відображають умовну ймовірність спостереження j -ою системою відповідно 0 та 1 в момент часу $t + 1$. Мотивація саме такого визначення полягає у наступному:

для кожної підсистеми вага w_j демонструє ступінь її невизначеності щодо прогнозу наступного елемента часового ряду, що визначається найменшою з двох величин $\rho_{i,i}^j(t+1)$ та $\rho_{i+1,i+1}^j(t+1)$.

На завершення циклу вираховується зважена ймовірність спостереження 1 в момент часу $t+1$:

$$P(s_t = 1) = \frac{\sum_{k=1}^j w_k \rho_{i_k+1, i_k+1}^k}{\sum_{k=1}^j w_k},$$

$$i_k = \#(s_{t-k+1} s_{t-k+2} \dots s_{t-1} 0).$$

Запропонована модель має низку якісних подібностей із загальними принципами обробки інформації в природних адаптивних системах. Зокрема, ключову роль відіграє використання слабких вимірювань, які не викликають різкого переходу системи в певний стан, але поступово змінюють її динаміку. Такий механізм дозволяє накопичувати інформацію про вхідний сигнал без жорсткого втручання в еволюцію системи, що може розглядатися як аналог ефекту накопиченого впливу, або пам'яті стимулів.

Окремо важливу роль відіграє дисипативна динаміка, яка відбувається між актами вимірювання. Як було зазначено вище, вона забезпечує поступову стабілізацію певних квантових станів, дозволяючи системі запам'ятовувати вплив сигналів і зберігати сліди структури вхідних даних. Це дозволяє говорити про навчання як накопичення та інтеграцію сигналів у часі, без прямої оптимізації параметрів чи зовнішнього зворотного зв'язку.

Крім того, у структурі моделі передбачено паралельну обробку інформації кількома квантовими підсистемами, що аналізують різні аспекти вхідного ряду. Це створює основу для виявлення прихованих закономірностей, включно з повторюваними шаблонами чи відхиленнями на тлі шуму.

Таким чином, модель реалізує низку ключових принципів: накопичення впливу, навчання через зміну внутрішньої динаміки, та паралельну обробку. Хоча система не копіює відомі біологічні процеси, її архітектура та поведінка відображають загальні риси природного інформаційного навчання.

2.2 Конструкція операторів слабких вимірювань

В момент часу $t = [t]$ система з j кубітів, якій відповідає матриця густини $\rho^j(t)$, спостерігає образ $s_{t-j+1}s_{t-j+2}\dots s_{t-1}s_t$, що математично описується застосуванням оператора слабкого вимірювання M_j :

$$\rho^j(t) \rightarrow M_j \rho^j(t) M_j^\dagger.$$

Оператор M_j має кілька важливих властивостей. По-перше, умова слабкого впливу вимірювання на стан системи мотивує наступне обмеження:

$$M_j^\dagger M_j \approx \mathbb{1}_j, \quad (2.1)$$

де $\mathbb{1}_j$ - одиничний оператор рангу j . По-друге, як зазначалося вище, оператор M_j має бути побудований таким чином, що його дія на стан системи збільшує значення елемента $\rho_{i,i}^j$, $i = \#(s_{t-j+1}s_{t-j+2}\dots s_{t-1}s_t)$. По-третє, величина, на яку буде збільшено значення елемента $\rho_{i,i}^j$, має залежати від поточного значення цього елемента.

Мотивація третьої вимоги до оператора слабкого вимірювання полягає в тому, що його дія не повинна суттєво змінювати елемент матриці густини, який вже майже визначений — зокрема, якщо ймовірність перебування системи в певному базисному стані (тобто значення $\rho_{i,i}^j$) близька до одиниці, то після вимірювання вона має залишатися практично незмінною.

Всі перелічені вище вимоги до оператора слабкого вимірювання задовольняються, наприклад, наступною конструкцією:

$$M_j \stackrel{\text{def}}{=} \left[\mathbb{1}_j + p(1 - \rho_{i,i}^j) E_{i,i}^j \right] \cdot \left(1 + \rho_{i,i}^j \left[2p(1 - \rho_{i,i}^j) + p^2(1 - \rho_{i,i}^j)^2 \right] \right)^{-1/2}, \quad (2.2)$$

де p — параметр, що відповідає за силу вимірювання; $E_{i,i}^j$ — матриця розміру $j \times j$, що має єдиний ненульовий елемент $e_{i,i} = 1$.

Перевіримо, що визначений таким чином оператор M_j зберігає слід

матриці густини, для спрощення викладення позначимо $\epsilon = p(1 - \rho_{i,i}^j)$:

$$\text{Tr}\left(M_j \rho^j M_j^\dagger\right) = \text{Tr}\left(\left[\mathbb{1}_j + \epsilon E_{i,i}^j\right] \rho^j \left[\mathbb{1}_j + \epsilon E_{i,i}^j\right]^\dagger\right) \cdot \left(1 + \rho_{i,i}^j [2\epsilon + \epsilon^2]\right)^{-1} \quad (2.3)$$

Розпишемо добуток матриць у чисельнику. Враховуючи, що матриця $E_{i,i}^j$ містить лише один ненульовий елемент, отримуємо досить простий результат:

$$\left[\mathbb{1}_j + \epsilon E_{i,i}^j\right] \rho^j \left[\mathbb{1}_j + \epsilon E_{i,i}^j\right]^\dagger = \rho^j + \rho_{i,i}^j [2\epsilon + \epsilon^2] E_{i,i}^j \quad (2.4)$$

Таким чином, при підстановці у вираз (2.3) за умови $\text{Tr}(\rho^j) = 1$ маємо:

$$\text{Tr}\left(M_j \rho^j M_j^\dagger\right) = \frac{\text{Tr}(\rho^j) + \rho_{i,i}^j [2\epsilon + \epsilon^2]}{1 + \rho_{i,i}^j [2\epsilon + \epsilon^2]} = 1 \quad (2.5)$$

Перевіримо, чи виконується умова слабкості для такого оператора. Підставимо визначений в (2.2) оператор M_j у відповідний вираз (2.1), що задає умову слабкості вимірювання:

$$M_j^\dagger M_j = \left[\mathbb{1}_j + \epsilon E_{i,i}^j\right]^\dagger \left[\mathbb{1}_j + \epsilon E_{i,i}^j\right] \cdot \left(1 + \rho_{i,i}^j [2\epsilon + \epsilon^2]\right)^{-1}$$

Проаналізуємо поведінку отриманого виразу за умови $\epsilon \rightarrow 0$, тобто при малих p :

$$\left[\mathbb{1}_j + \epsilon E_{i,i}^j\right]^\dagger \left[\mathbb{1}_j + \epsilon E_{i,i}^j\right] \cdot \left(1 + \rho_{i,i}^j [2\epsilon + \epsilon^2]\right)^{-1} \rightarrow \mathbb{1}_j$$

Таким чином, вимога близькості $M_j^\dagger M_j$ до одиничного оператора виконується лише у межі малих p . Це накладає обмеження на значення параметра:

$$p \ll 1 \quad (2.6)$$

Отже, обрана форма оператора M_j задовольняє умову збереження ймовірності, та в випадку малості параметра p може бути використана в якості оператора слабкого вимірювання.

2.3 Дисипативна еволюція квантової системи

Опис відкритої квантової системи ґрунтується на припущенні, що її взаємодія з оточенням призводить до ефективної еволюції стану, яка є лінійною, локальною в часі та повністю позитивною. У випадку, коли кореляції з середовищем релаксують швидше, ніж характерні часові масштаби самої системи, можливе використання так званого марковського наближення. Воно полягає у припущенні, що в кожен момент часу середовище перебуває у фіксованому, некорельованому з системою стані.

Нехай система на момент часу t перебуває у стані, що відповідає матриці густини $\rho(t)$. Еволюція цього стану за малий інтервал часу δt описується операторною сумою:

$$\rho(t + \delta t) = \sum_k K_k \rho(t) K_k^\dagger, \quad (2.7)$$

де K_k — набір операторів, що задовольняє умову збереження сліду:

$$\sum_k K_k^\dagger K_k = \mathbb{1} \quad (2.8)$$

Припустимо, що існує один оператор K_0 , який наближено дорівнює одиничному оператору, тоді як усі інші K_k при $k \neq 0$ мають порядок $\mathcal{O}(\sqrt{\delta t})$. Відповідно до цього припущення, розклад можна записати у вигляді:

$$K_0 = \mathbb{1} + (L_0 - iH) \delta t, \quad K_k = L_k \sqrt{\delta t}, \quad (k \neq 0), \quad (2.9)$$

де H — ермітовий оператор, що інтерпретується як ефективний гамільтоніан системи, а L_k — набір операторів, які описують дисипативні ефекти.

Підставляючи ці вирази у формулу для $\rho(t + \delta t)$ та обмежуючись лише першим порядком по δt , отримуємо:

$$\rho(t + \delta t) = \rho(t) + \delta t \left(-i[H, \rho] + \{L_0, \rho\} + \sum_{k \neq 0} L_k \rho L_k^\dagger \right) + \mathcal{O}(\delta t^2) \quad (2.10)$$

Вимагаючи збереження одиничного сліду для $\rho(t)$ при будь-якому t , отримуємо умову:

$$\mathrm{Tr}\left(\frac{d\rho}{dt}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad L_0 = -\frac{1}{2} \sum_{k \neq 0} L_k^\dagger L_k \quad (2.11)$$

Після підстановки цієї умови остаточно форма рівняння для дисипативної еволюції набуває вигляду:

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H, \rho] + \sum_k \left(L_k \rho L_k^\dagger - \frac{1}{2} \{L_k^\dagger L_k, \rho\} \right) \quad (2.12)$$

Це — канонічна форма рівняння Ліндблада, що описує найбільш загальну локально у часі, лінійну, слідозберігаючу, повністю позитивну еволюцію квантової системи. Оператори L_k у цьому рівнянні називаються операторами Ліндблада.

У нашому випадку розглядається система з j кубітів, кожен з яких взаємодіє з зовнішнім середовищем, що спричиняє дисипативну еволюцію у вигляді збуджень та релаксації.

Гамільтоніан системи має вигляд суми локальних операторів кутового моменту, що діють на кожен із кубітів підсистеми:

$$H_j = \alpha_j \sum_{k=1}^j \mathbb{1}^{\otimes(k-1)} \otimes \sigma_z \otimes \mathbb{1}^{\otimes(j-k)}, \quad (2.13)$$

де α_j — стала, що задає масштаб енергії взаємодії.

Для опису дисипативної динаміки вводяться оператори Ліндблада двох типів: оператор збудження

$$L_k^{j+} = \gamma_j^+ \mathbb{1}^{\otimes(k-1)} \otimes J_+ \otimes \mathbb{1}^{\otimes(j-k)}, \quad (2.14)$$

та оператор релаксації

$$L_k^{j-} = \gamma_j^- \mathbb{1}^{\otimes(k-1)} \otimes J_- \otimes \mathbb{1}^{\otimes(j-k)}, \quad (2.15)$$

де γ_k^\pm — сталі, що задають інтенсивність дисипативних процесів збудження та релаксації; в рамках підсистеми з j кубітів, ці коефіцієнти вважаються однаковими для всіх кубітів.

Таким чином, повна еволюція матриці густини $\rho^j(t)$ між моментами часу $t = [t]$ та $t + 1$ описується рівнянням Ліндблада:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho^j}{dt} = & -\frac{i}{\hbar}[H, \rho^j] + \sum_{k=1}^j \left(L_k^{j+} \rho^j L_k^{j+\dagger} - \frac{1}{2} \{L_k^{j+\dagger} L_k^{j+}, \rho^j\} \right. \\ & \left. + L_k^{j-} \rho^j L_k^{j-\dagger} - \frac{1}{2} \{L_k^{j-\dagger} L_k^{j-}, \rho^j\} \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Подібна модель широко використовується для опису відкритих квантових систем, вона дає змогу ефективно враховувати втрати когерентності та енергії, що виникають при реалістичному моделюванні квантових пристроїв.

3 Динаміка підсистем запропонованої моделі

3.1 Інтерпретація динаміки однокубітної системи

У найпростішому випадку наша модель описується виродженою сукупністю ($d = 1$), що містить єдину однокубітну систему:

$$\rho^1 = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix}$$

Оператори слабких вимірювань, у відповідності з визначенням (2.2), набувають наступного вигляду:

$$M_1^0 = \begin{pmatrix} 1 + p \cdot \rho_{22} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} / \sqrt{1 + p \cdot \rho_{11}\rho_{22}(2 + p \cdot \rho_{22})}, \quad (3.1)$$

$$M_1^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 + p \cdot \rho_{11} \end{pmatrix} / \sqrt{1 + p \cdot \rho_{11}\rho_{22}(2 + p \cdot \rho_{11})}, \quad (3.2)$$

де M_1^0 відповідає спостереженню елемента часового ряду $s_t = 0$, в свою чергу, M_1^1 відповідає спостереженню $s_t = 1$.

Припустимо, що при спостереженні елементів часового ряду $S(t)$, для якого відомо $P(s_t = 1) = P_1$, було проведено $n \gg 1$ вимірювань. Нехтуючи третям, тобто вважаючи, що еволюція системи повністю визначається слабкими вимірюваннями, проведемо стаціонарний аналіз діагональних елементів матриці густини ρ^1 . При спостереженні $s_t = 0$ відповідний елемент матриці густини зазнає трансформації:

$$\rho_{11} \rightarrow \frac{\rho_{11}(1 + p(1 - \rho_{11}))^2}{1 + 2p(1 - \rho_{11})\rho_{11} + p^2(1 - \rho_{11})^2\rho_{11}}, \quad (3.3)$$

З виразу (3.3) неважко знайти величину, на яку змінюється цей елемент при проведенні слабого вимірювання:

$$\delta\rho_{11} = \frac{2\rho_{11}(1 - \rho_{11})^2p + \rho_{11}(1 - \rho_{11})^3p^2}{1 + 2p(1 - \rho_{11})\rho_{11} + p^2(1 - \rho_{11})^2\rho_{11}} \approx 2\rho_{11}(1 - \rho_{11})^2p \quad (3.4)$$

Шляхом симетричного аналізу, беручи до уваги зв'язок $\delta\rho_{11} = -\delta\rho_{22}$, отримаємо, що при спостереженні $s_t = 1$, той самий елемент матриці густини ρ_{11} зазнає зміни:

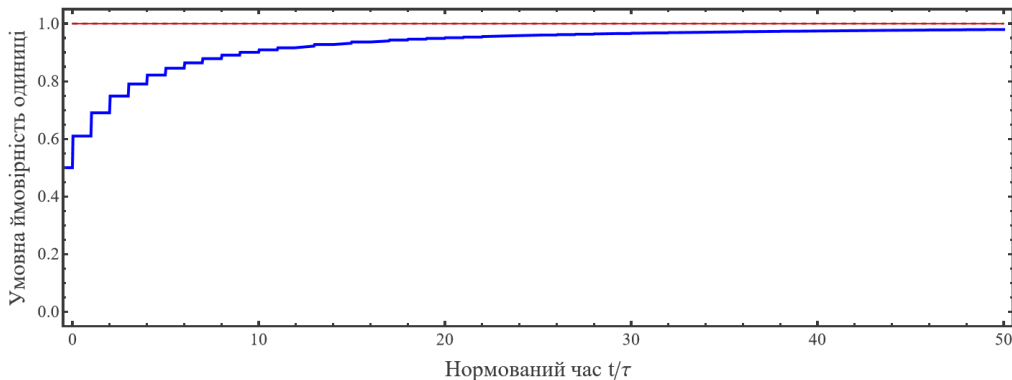
$$\delta\rho_{11} \approx -2\rho_{11}^2(1 - \rho_{11})p \quad (3.5)$$

Протягом n вимірювань, система зустрине 0 та 1 відповідно $n(1 - P_1)$ та nP_1 разів. Таким чином, з виразів (3.4) та (3.5) отримаємо стаціонарний розв'язок:

$$\begin{aligned} n(1 - P_1) \cdot 2\tilde{\rho}_{11}(1 - \tilde{\rho}_{11})^2p - nP_1 \cdot 2\tilde{\rho}_{11}^2(1 - \tilde{\rho}_{11})p &= 0, \\ (1 - P_1) \cdot (1 - \tilde{\rho}_{11}) &= P_1 \cdot \tilde{\rho}_{11}, \\ \tilde{\rho}_{11} = 1 - P_1 &\Rightarrow \tilde{\rho}_{22} = P_1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Результат (3.6) показує, що елементи матриці густини однокубітної системи уособлюють ймовірність зустріти при спостереженні 0 чи 1 як таку. Інтуїтивно, саме така поведінка очікується від першої ланки нашої системи, що демонструє коректність роботи запропонованої моделі.

Цей результат зображено графічно на рис. 3.1. Спостережуваний часовий ряд $S(t)$ зображено штрихованою лінією; еволюцію елемента матриці густини ρ_{22} , який у випадку виродження сукупності систем спостерігачів уособлює умовну ймовірність спостереження одиниці, зображено синьою лінією; величину стаціонарного рішення зображено червоною лінією.



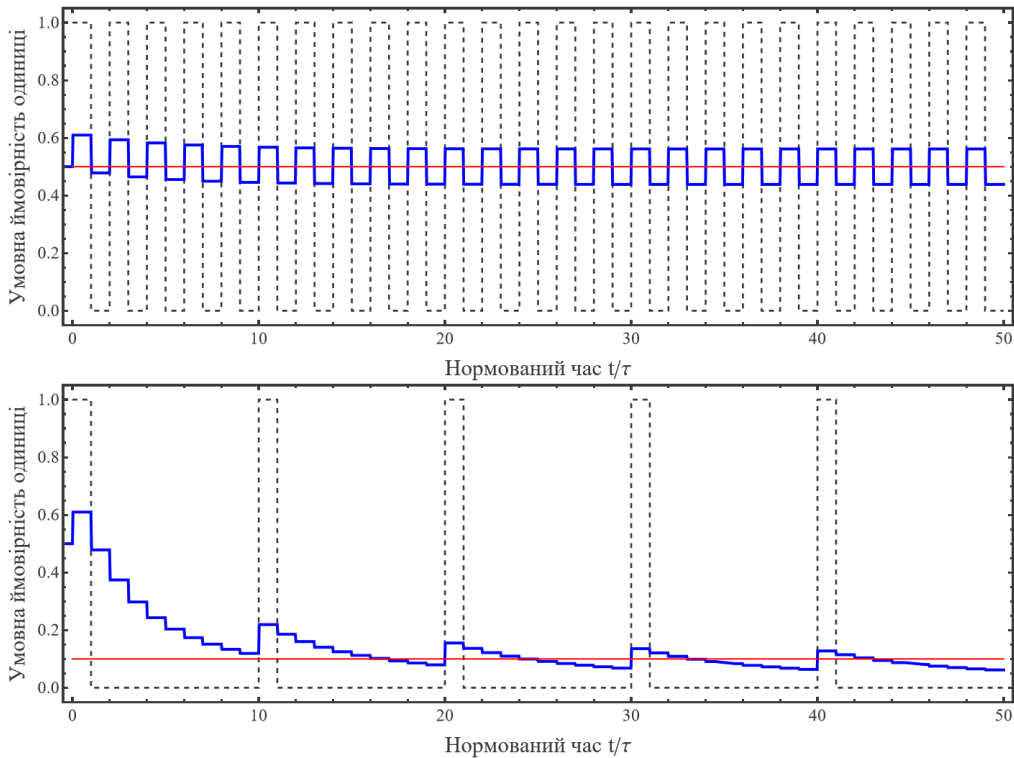


Рис. 3.1: Часова залежність передбачення одиниці при спостереженні часового ряду, для якого $P(s_t = 1) = 1, 0.5, 0.1$. Залежності побудовано при значенні параметру $p = 0.5$.

Подібний стаціонарний аналіз можна провести і для багатокубітної системи, втім тут його опущено, оскільки інтерпретації результатів менш очевидні на якісному рівні.

Еволюція матриці густини $\rho^1(t)$ між вимірюваннями, у відповідності з рівнянням (2.16), повністю визначається гамільтоніаном та двома операторами Ліндблада:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho^1}{dt} = & -\frac{i}{\hbar}[H_1, \rho^1] + L^{1+}\rho^1 L^{1+\dagger} - \frac{1}{2}\{L^{1+\dagger}L^{1+}, \rho^1\} \\ & + L^{1-}\rho^1 L^{1-\dagger} - \frac{1}{2}\{L^{1-\dagger}L^{1-}, \rho^1\}; \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$H_1 = \alpha_1 S_z, \quad L^{1+} = \gamma_1 J_+, \quad L^{1-} = \gamma_1 J_-;$$

розв'язок цього рівняння в лінійному наближенні:

$$\begin{aligned} \rho^1(t+1) = & \rho^1(t) - \frac{i}{\hbar}[H_1, \rho^1(t)] + L^{1+}\rho^1(t)L^{1+\dagger} - \frac{1}{2}\{L^{1+\dagger}L^{1+}, \rho^1(t)\} \\ & + L^{1-}\rho^1(t)L^{1-\dagger} - \frac{1}{2}\{L^{1-\dagger}L^{1-}, \rho^1(t)\}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Якщо безпосередньо виконати всі матричні операції, рівність (3.8) набуває вигляду:

$$\begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} (1 - \gamma_1)\rho_{11} + \gamma_1\rho_{22} & (1 - 2i\alpha_1 - \gamma_1)\rho_{12} \\ (1 + 2i\alpha_1 - \gamma_1)\rho_{21} & \gamma_1\rho_{11} + (1 - \gamma_1)\rho_{22} \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

де ліва частина виразу являє собою початковий стан $\rho(t)$, а права відповідно кінцевий $\rho(t + 1)$.

Поєднанням результатів (3.3) та (3.9), отримаємо величину, на яку змінюється елемент матриці густини ρ_{11} після слабкого вимірювання M_1^0 та дисипативної еволюції:

$$\delta\rho_{11} \approx (1 - 2\rho_{11})\gamma_1 + 2\rho_{11}(1 - \rho_{11})^2p \quad (3.10)$$

Аналогічно отримаємо величину, на яку змінюється елемент матриці густини ρ_{11} після слабкого вимірювання M_1^1 та дисипативної еволюції:

$$\delta\rho_{11} \approx (1 - 2\rho_{11})\gamma_1 - 2\rho_{11}^2(1 - \rho_{11})p \quad (3.11)$$

Позначимо $P(s_t = 0) = P_0$. Шляхом континуалізації отримаємо рівняння, що описує динаміку елемента ρ_{11} :

$$\frac{\partial\rho_{11}}{\partial t} = -2\gamma\left(\rho_{11} - \frac{1}{2}\right) - 2p\rho_{11}(1 - \rho_{11}) \cdot (\rho_{11} - P_0) \quad (3.12)$$

Стаціонарне значення $\tilde{\rho}_{11}$ у цьому випадку буде розв'язком рівняння:

$$\tilde{\rho}_{11}(1 - \tilde{\rho}_{11}) \cdot (\tilde{\rho}_{11} - P_0) + \frac{\gamma}{p}\left(\tilde{\rho}_{11} - \frac{1}{2}\right) = 0. \quad (3.13)$$

Ці результати зображено графічно на рис. 3.2. Спостережуваний часовий ряд $S(t)$ зображено штрихованою лінією; еволюцію елемента матриці густини ρ_{22} , який у випадку виродження сукупності систем спостерігачів уособлює умовну ймовірність спостереження одиниці, зображено синьою лінією; величину стаціонарного рішення зображено червоною лінією; розв'язок рівняння (3.12) зображено червоною штрихованою лінією.

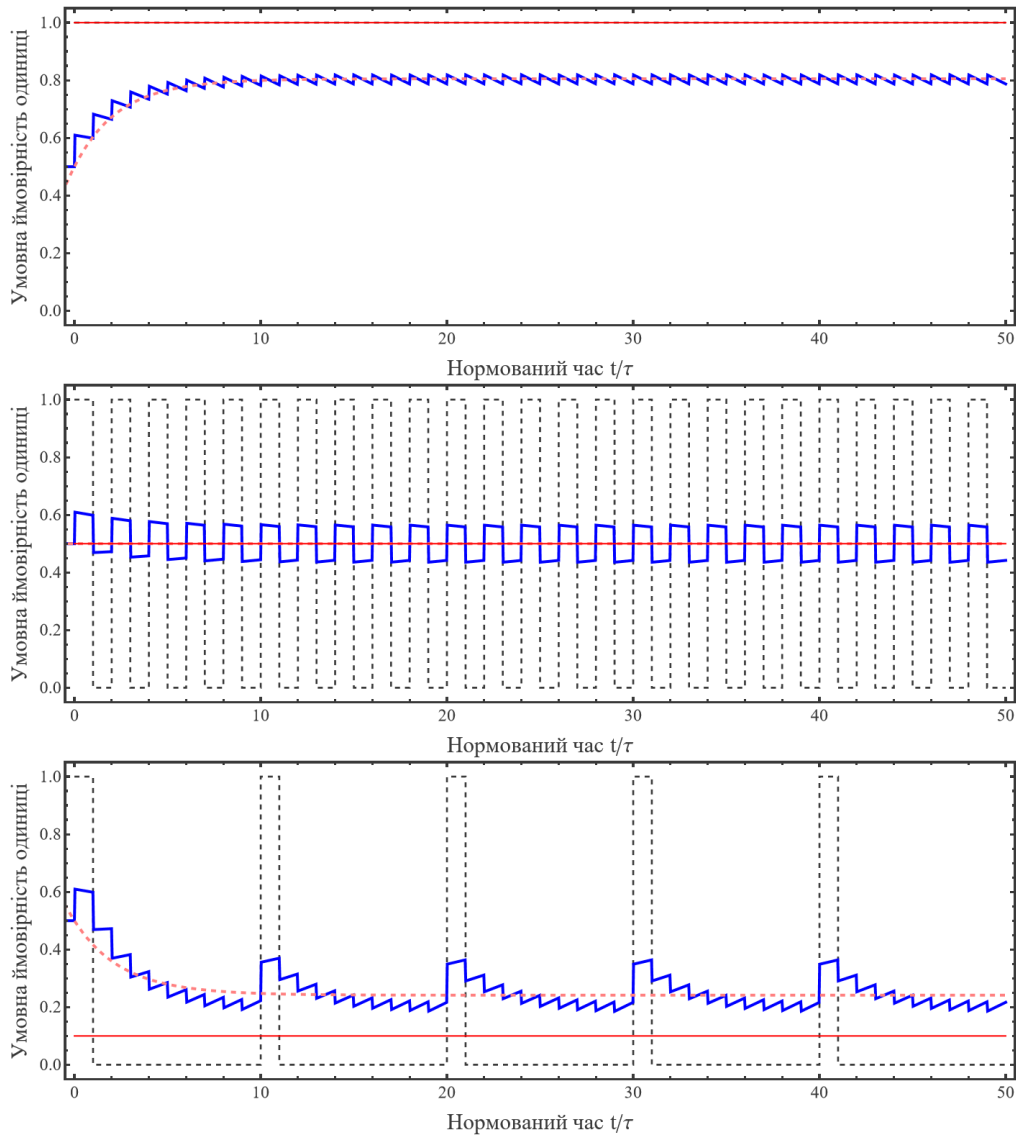


Рис. 3.2: Часова еволюція передбачення одиниці при спостереженні часового ряду, для якого $P(s_t = 1) = 1, 0.5, 0.1$. Залежності побудовано при значеннях параметрів $p = 0.5, \gamma_1 = 0.05, \alpha_1 = 0.01$.

3.2 Виявлення закономірностей та структурних образів

Підсистеми сукупності ($d = 5$, $p = 0.5$, $\gamma_j = \frac{0.05}{j}$, $\alpha_j = \frac{0.01}{j}$), сконструйовані у відповідності до розділу 2, які спостерігають періодичний часовий ряд $S(t)$ виду $1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, \dots$, еволюціонують так, як продемонстровано на рис. 3.3.

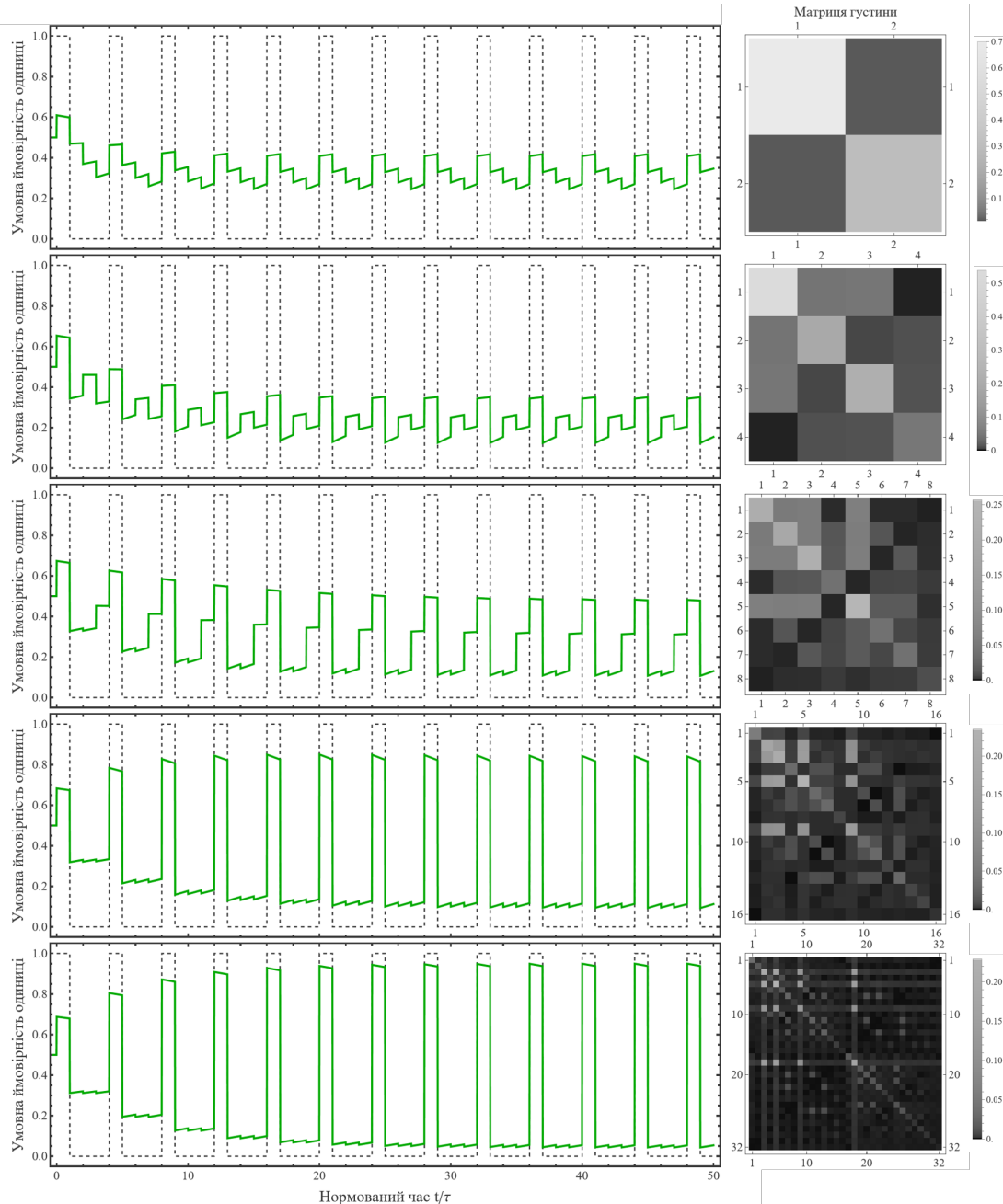


Рис. 3.3: **Зліва:** демонстрація еволюції образу, передбачуваного підсистемами різної довжини, протягом спостереження періодичного часового ряду, для якого $P(s_t = 1) = 0.2$. Симуляцію динаміки сукупності систем проведено при значеннях параметрів $d = 5$, $p = 0.5$, $\gamma_j = \frac{0.05}{j}$, $\alpha_j = \frac{0.01}{j}$. **Справа:** матриці густини станів підсистем у кінцевий момент часу.

Легко побачити, що для виявлення наявної закономірності необхідна система, що містить не менше ніж T кубітів, де T — період ряду $S(t)$. У свою чергу, більші підсистеми вже не несуть нової інформації, але уточнюють зважене передбачення сукупності, що можна побачити на наступних графіках 3.4 та 3.5:

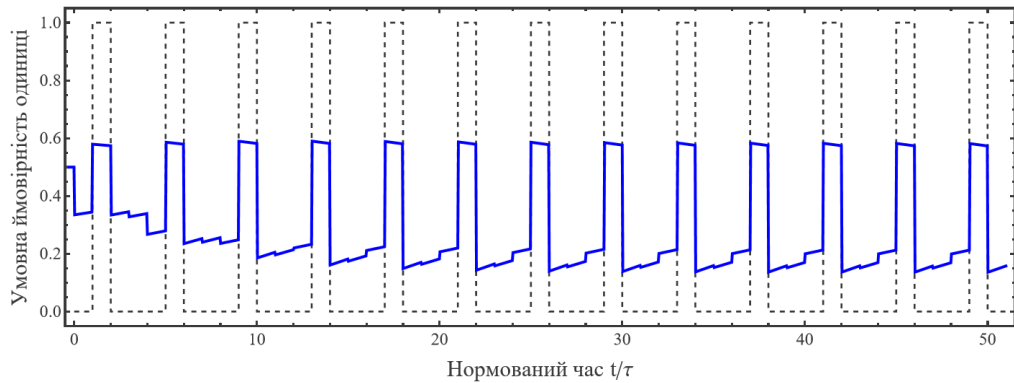


Рис. 3.4: Демонстрація еволюції сукупного образу, передбачуваного протягом спостереження періодичного часового ряду, що враховує 4 підсистеми.

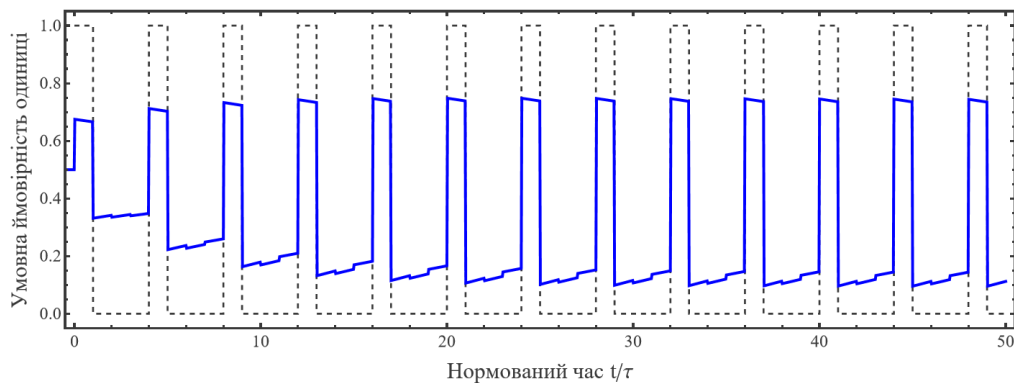


Рис. 3.5: Демонстрація еволюції сукупного образу, передбачуваного протягом спостереження періодичного часового ряду, що враховує 5 підсистем.

Таким чином, як продемонстровано, сконструйована модель дійсно може віднайти закономірності даного часового ряду. Отримані результати не відрізняються якісно при спостереженні періодичних часових рядів, відмінних від використаного для демонстрації.

Принципово відмінною задачею є виділення неперіодично повторюваного образу серед шуму. На графіку 3.6 продемонстровано стан діагональних елементів матриць густини тієї самої сукупності квантових систем у кінцевий момент часу після спостереження часового ряду-шуму, та ідентичного шуму, до якого було багато разів включено образ 111.

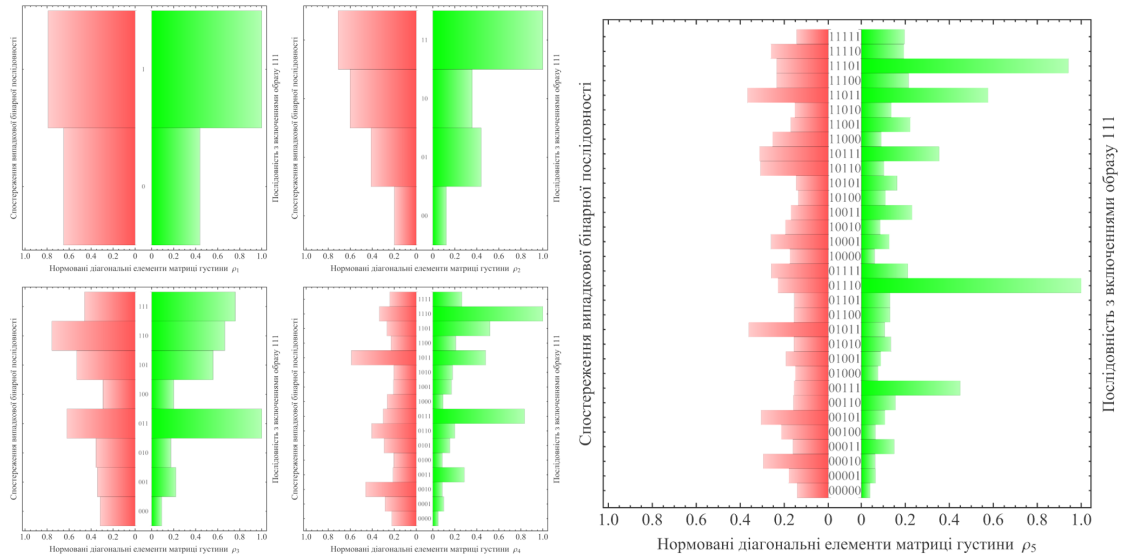


Рис. 3.6: Діагональні елементи матриць густини підсистем сукупності у кінцевий момент часу: **червоним** — після спостереження часового ряду шуму; **зеленим** — після спостереження шуму з включеннями образу 111.

З кінцевого стану підсистем довжин 4 та 5 легко побачити, що наша модель виявила повторюваність образу 111. Більше того, сукупна інформація дозволяє впевнено стверджувати про наявність серед шуму конкретного повторюваного образу. Зауважимо, що на відміну від аналізу періодичності часового ряду, для генерації образу, підсистеми довжини, що збігається з довжиною $L(111) = 3$, недостатньо.

3.3 Багатоканальне узагальнення архітектури

Принциповим кроком для масштабування запропонованої моделі є спостереження декількох часових рядів. Очевидна ідея для спостереження l паралельних бінарних каналів — обробляти вхідну інформацію за допомогою l одночасно функціонуючих сукупностей квантових систем, сконструйованих як описано в розділі 2. З одного боку, такий підхід не може не зіткнутися з проблемами практичної реалізації через складність ізоляції окремих підсистем, з іншого — в окремих випадках сплутана еволюція підсистем однакового розміру може призвести до прискорення навчання моделі.

Розглянемо послідовність довжини d квантових систем, кожна з яких містить $2^{(j-1)l}$, $j \in \{1, \dots, d\}$ кубітів, що перебувають у сплутаному стані. Знову позначимо матрицю густини кожної такої підсистеми ρ^j . Ці системи функціонують як спостерігачі часових бінарних рядів $S_1(t), \dots, S_l(t) \in \{0, 1\}$:

$$\begin{aligned} & s_0^1, s_1^1, \dots, s_{t-d}^1, s_{t-d+1}^1, s_{t-d+2}^1, \dots, s_{t-1}^1, s_t^1, s_{t+1}^1, \dots \\ & \vdots \\ & s_0^l, s_1^l, \dots, s_{t-d}^l, s_{t-d+1}^l, s_{t-d+2}^l, \dots, s_{t-1}^l, s_t^l, s_{t+1}^l, \dots \end{aligned}$$

Цикл спостереження за декількома часовими рядами принципово не відрізняється від описаного в підрозділі 2.1.

У випадку спостереження l часових рядів, повний оператор слабкого вимірювання складається з добутку l операторів, ідентичних до сконструйованих у підрозділі 2.2, кожен з яких діє локально в просторі відповідної частини відповідної підсистеми:

$$M_j \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{k=1}^l \left(\mathbb{1}_{2^j}^{\otimes(k-1)} \otimes M_j^k \otimes \mathbb{1}_{2^j}^{\otimes(l-k)} \right), \quad (3.14)$$

$$M_j^k = \left[\mathbb{1}_{2^j} + p(1 - \rho_{i,i}^j) E_{i,i}^{2^j} \right] \cdot \left(1 + \rho_{i,i}^j \left[2p(1 - \rho_{i,i}^j) + p^2(1 - \rho_{i,i}^j)^2 \right] \right)^{-1/2},$$

де $i = \#(s_{t-j+1}^1 s_{t-j+2}^1 \dots s_{t-1}^1 s_t^1 \dots s_{t-j+1}^l s_{t-j+2}^l \dots s_{t-1}^l s_t^l)$ — номер діагонального елемента матриці густини ρ^j , що відповідає поточному сукупному вхідному образу.

Для визначення гамільтоніану H_j підсистеми ρ^j , що складається з l груп по j кубітів, необхідно окремо розглянути сукупний гамільтоніан локальної спінової еволюції H_j^0 та сукупний гамільтоніан взаємодії кубітів різних підгруп поточної системи H_j^{int} :

$$H_j = H_j^0 + H_j^{\text{int}}, \quad (3.15)$$

$$H_j^0 = \alpha_j \sum_{k_1=1}^l \left(\mathbb{1}_{2^j}^{\otimes(k_1-1)} \otimes \left[\sum_{k_2=1}^j \left(\mathbb{1}^{\otimes(k_2-1)} \otimes S_z \otimes \mathbb{1}^{\otimes(j-k_2)} \right) \right] \otimes \mathbb{1}_{2^j}^{\otimes(l-k_1)} \right),$$

$$H_j^{\text{int}} = \sum_{k_1=1}^{j \cdot l} \sum_{\substack{k_2=1 \\ k_1 < k_2 \\ \lceil \frac{k_1}{j} \rceil \neq \lceil \frac{k_2}{j} \rceil}}^{j \cdot l} \left(\mathbb{1}_{2^j}^{\otimes(k_1-1)} \otimes S_{\pm} \otimes \mathbb{1}_{2^j}^{\otimes(k_2-k_1-1)} \otimes S_{\mp} \otimes \mathbb{1}_{2^j}^{\otimes(j \cdot l - k_2)} \right),$$

де $S_{\pm} = S_x \pm iS_y$.

Дисипація для такої складної системи визначається набором з $2j \cdot l$ операторів Ліндблада:

$$L_k^{j\pm} = \gamma_j^{\pm} \mathbb{1}^{\otimes(k-1)} \otimes J_{\pm} \otimes \mathbb{1}^{\otimes(j-k)}, \quad k \in \{1, \dots, j \cdot l\} \quad (3.16)$$

За лаштунками залишено великий об'єм алгоритмічної оптимізації, необхідної для реалізації чисельних симуляцій еволюції подібної конструкції.

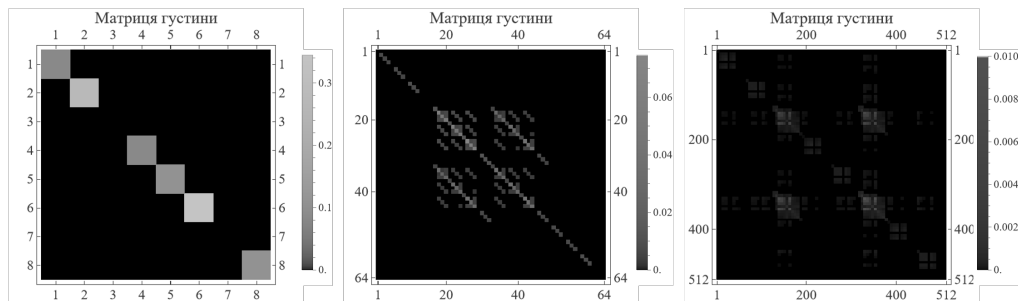
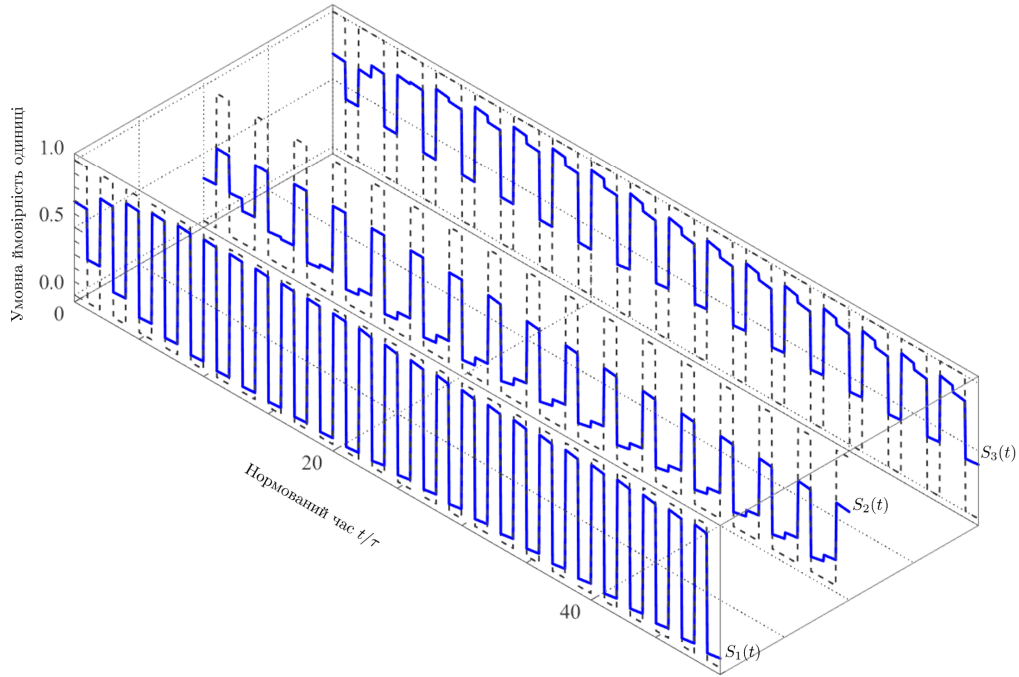


Рис. 3.7: Паралельна сукупна динаміка квантових систем моделі та матриці густини її підсистем в кінцевий момент спостереження.

Параметри симуляції: $l = 3$, $d = 3$, $p = 0.5$, $\gamma_j = \frac{0.05}{j}$, $\alpha_j = \frac{0.01}{j}$.

4 ВИСНОВКИ

У даній роботі було досліджено динаміку станів сукупності квантових систем під впливом слабких вимірювань, визначених заданим часовим рядом образів, та взаємодії з термостатом. Метою дослідження було побудувати масштабовану архітектуру квантової аналогії до резервуарної обчислювальної моделі. Поставлену мету досягнуто шляхом побудови відповідної моделі, аналізу та чисельного моделювання її еволюції.

Під час дослідження було виконано низку задач, а саме:

- 1) Запропоновано масштабовану архітектуру тривіального квантового штучного інтелекту;
- 2) Сконструйовано оператори слабких вимірювань, що дозволяють реалізувати навчання моделі;
- 3) Отримано загальне квантово-кінетичне рівняння для системи декількох кубітів в сплутаному стані;
- 4) Проаналізовано здатність сукупності квантових систем до виявлення закономірностей та структурних образів у часовому ряді;
- 5) Систему масштабовано для аналізу декількох паралельних каналів інформації.

Практичне значення отриманих результатів полягає в можливості використання запропонованої архітектури для створення нейрофізіологічно-подібної моделі обробки інформації. Завдяки здатності до динамічної адаптації без класичної оптимізації параметрів, система демонструє потенціал ефективної роботи в умовах обмежених ресурсів та змінних характеристик вхідної інформації. Подібні моделі відкривають шлях до реалізації штучного інтелекту, що не залежить від біологічного субстрату, але відтворює ключові риси природних нейронних процесів.

Літэратура

- [1] Preskill J. Quantum computing in the nisq era and beyond. *Quantum*. 2018. Vol. 2. P. 79.
- [2] Arute F. e. a. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature*. 2019. Vol. 574. P. 505–510.
- [3] Montanaro A. Quantum algorithms: An overview. *npj Quantum Information*. 2016. Vol. 2. P. 15023.
- [4] Bharti K. e. a. Noisy intermediate-scale quantum algorithms. *Reviews of Modern Physics*. 2022. Vol. 94, No. 1. P. 015004.
- [5] Kandala A. e. a. Hardware-efficient variational quantum eigensolver for small molecules and quantum magnets. *Nature*. 2019. Vol. 549. P. 242–246.
- [6] Wright K. e. a. Benchmarking an 11-qubit quantum computer. *Nature Communications*. 2019. Vol. 10. P. 5464.
- [7] Arrazola J. M. e. a. Quantum circuits with many photons on a programmable nanophotonic chip. *Nature*. 2021. Vol. 591. P. 54–60.
- [8] Biamonte J. e. a. Quantum machine learning. *Nature*. 2017. Vol. 549. P. 195–202.
- [9] Amin M. H. e. a. Quantum boltzmann machine. *Physical Review X*. 2018. Vol. 8, No. 2. P. 021050.
- [10] Romero J. e. a. Quantum autoencoders for efficient compression of quantum data. *Quantum Science and Technology*. 2017. Vol. 2, No. 4. P. 045001.
- [11] Schuld M., Killoran N. Quantum machine learning in feature hilbert spaces. *Physical Review Letters*. 2019. Vol. 122, No. 4. P. 040504.
- [12] Benedetti M. e. a. Parameterized quantum circuits as machine learning models. *Quantum Science and Technology*. 2019. Vol. 4, No. 4. P. 043001.

- [13] Cerezo M. e. a. Variational quantum algorithms. *Nature Reviews Physics*. 2021. Vol. 3. P. 625–644.
- [14] Kieferová M., Wiebe N. Tomography and generative training with quantum boltzmann machines. *Physical Review A*. 2017. Vol. 96, No. 6. P. 062327.
- [15] Dunjko V., Briegel H. J. Machine learning artificial intelligence in the quantum domain. *Reports on Progress in Physics*. 2016. Vol. 81, No. 7. P. 074001.
- [16] Carollo A. e. a. Quantum cognition and machine learning. *Entropy*. 2023. Vol. 25, No. 3. P. 456.
- [17] Havlicek V. e. a. Supervised learning with quantum-enhanced feature spaces. *Nature*. 2019. Vol. 567. P. 209–212.
- [18] Kuo J. e. a. Quantum transformers for sequential learning. *Quantum Machine Intelligence*. 2024. Vol. 6. P. 1–14. in press.
- [19] Aharonov Y., Albert D. Z., Vaidman L. How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100. *Physical Review Letters*. 1988. Vol. 60, No. 14. P. 1351–1354.
- [20] Lundeen J. S. e. a. Direct measurement of the quantum wavefunction. *Nature*. 2011. Vol. 474. P. 188–191.
- [21] Piacentini F. e. a. Measuring incompatible observables by exploiting sequential weak values. *Physical Review Letters*. 2016. Vol. 117, No. 17. P. 170402.
- [22] Hacohe-Gourgy S. e. a. Quantum dynamics with continuous measurement of non-commuting observables. *Nature*. 2016. Vol. 538. P. 491–494.
- [23] Dressel J. e. a. Colloquium: Understanding quantum weak values: Basics and applications. *Reviews of Modern Physics*. 2014. Vol. 86. P. 307–316.
- [24] Tanaka G. e. a. Bayesian inference with quantum reservoir computing. *Scientific Reports*. 2017. Vol. 7. P. 11841.

- [25] Molenda J. e. a. Quantum weak measurement-inspired learning algorithms. *Quantum Machine Learning Letters*. 2024. Vol. 1, No. 1. P. 1–15.
- [26] Chantasri A. e. a. Action principle for continuous quantum measurement. *Physical Review A*. 2013. Vol. 88, No. 4. P. 042110.
- [27] Murch K. W. e. a. Observing single quantum trajectories of a superconducting quantum bit. *Nature*. 2013. Vol. 502. P. 211–214.
- [28] Lindblad G. On the generators of quantum dynamical semigroups. *Communications in Mathematical Physics*. 1976. Vol. 48, No. 2. P. 119–130.
- [29] Breuer H.-P., Petruccione F. The Theory of Open Quantum Systems. Oxford University Press, 2002.
- [30] Verstraete F. e. a. Quantum computation and quantum-state engineering driven by dissipation. *Nature Physics*. 2009. Vol. 5. P. 633–636.
- [31] Diehl S. e. a. Quantum states and phases in driven open quantum systems with cold atoms. *Nature Physics*. 2008. Vol. 4. P. 878–883.
- [32] Sharma S., Yung M. H. Quantum machine learning with dissipative dynamics. *Physical Review A*. 2022. Vol. 105, No. 2. P. 022410.
- [33] Cacace T., Zanardi P. Dissipative quantum learning with multiple steady states. *Quantum*. 2022. Vol. 6. P. 827.
- [34] Hartmann M. J., Carleo G. Neural-network approach to dissipative quantum many-body dynamics. *Physical Review Letters*. 2019. Vol. 122, No. 25. P. 250502.
- [35] Minganti F. e. a. Machine-learning quantum master equations. *Quantum Science and Technology*. 2024. Vol. 9, No. 2. P. 025004.
- [36] Chen Y. e. a. Dissipative quantum machine learning: A lindblad-driven neural approach. *Nature Machine Intelligence*. 2025. Vol. 7, No. 1. P. 12–28. in press.

- [37] Yoshioka N. e. a. Variational quantum master equation learning on noisy quantum hardware. *Physical Review Research*. 2022. Vol. 4, No. 4. P. 043098.
- [38] Liu W. e. a. Dissipative preparation of entangled steady states with variational quantum circuits. *Quantum*. 2023. Vol. 7. P. 1012.
- [39] Ghosh A. e. a. Learning quantum dissipative dynamics with artificial neural networks. *Scientific Reports*. 2022. Vol. 12. P. 8835.
- [40] Jordan A. N. e. a. Tutorial on continuous weak measurement of open quantum systems. *Contemporary Physics*. 2016. Vol. 57, No. 3. P. 123–141.
- [41] Tacchino F. e. a. An artificial neuron implemented on an actual quantum processor. *npj Quantum Information*. 2020. Vol. 6. P. 26.
- [42] Reh B. e. a. Stabilizing entangled states with quasi-local dissipation and attractive fixed points. *Physical Review Letters*. 2021. Vol. 127, No. 15. P. 150402.
- [43] Vicentini F. e. a. Variational neural-network ansatz for steady states in open quantum systems. *Physical Review Letters*. 2019. Vol. 122, No. 25. P. 250503.
- [44] Chen X. e. a. Quantum recurrent neural networks with weak measurement feedback. *Quantum Machine Intelligence*. 2024. Vol. 6, No. 2. P. 1–15. in press.