

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Фізичний факультет
Кафедра астрономії та космічної інформатики

«Допущено до захисту»
Зав. кафедри астрономії
та космічної інформатики
проф. Шкуратов Ю. Г.
14 червня 2024 р.



Оцінка « відмінно »
Голова ЕК
проф. Тишковець В.П.
21 червня 2024 р.



Чечьоткіна Дар'я Віталіївна
Нерівноважна температура поверхні Місяця

Кваліфікаційна робота на здобуття
освітньо-кваліфікаційного рівня
«Бакалавр» за напрямом підготовки
104 — «фізика та астрономія»
освітньо-професійна програма
«астрономія»

Науковий керівник — викладач
кафедри астрономії,
Єгор СУРКОВ

Харків 2024

АНОТАЦІЯ

Чечоткіна Д.В. Нерівноважна температура поверхні Місяця.—Рукопис

Дипломна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр» за спеціальністю 104 — «Фізика та астрономія». - Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2024. - 38 с. - Рис. 12.

В дипломній роботі було розглянуто та порівняно теплові моделі Clark et. al (2009) та Shkuratov et. al (2011), за допомогою яких визначають температуру поверхні Місяця з урахуванням фотометричних ефектів, та застосовано до даних M^3 . Показано, що модель Кларка дає систематично завищені значення для температури поверхні, що в свою чергу може призвести до збільшення похибки, але через необхідність в використанні меншої кількості параметрів дана модель є більш рекомендована для первинної обробки отриманих даних. Проаналізовано різницю значень для нерівноважної та рівноважної температур поверхні Місяця та оцінено вплив нерівноважних теплових процесів, за рахунок теплообміну із внутрішніми шарами Місяця

Ключові слова: температура поверхні, тепла рівновага, рівняння теплопровідності

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
1. ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД.....	5
1.1 ВИПРОМІНЮВАННЯ НАГРІТИХ ТІЛ. ЯКІСНА ТЕМПЕРАТУРА МІСЯЦЯ.....	6
1.2 МОДЕЛЬ РІВНОВАЖНОЇ ТЕМПЕРАТУРИ МІСЯЦЯ З УРАХУВАННЯМ ФОТОМЕТРИЧНИХ ЕФЕКТІВ.....	7
1.3 НЕРІВНОВАЖНА ТЕМПЕРАТУРА. РІВНЯННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ.....	12
2. МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ.....	15
2.1 МАТЛАВ (MATRIX LABORATORY).....	15
2.2 ВИКОРИСТАННЯ TOOLBOX У МАТЛАВ.....	16
2.3 ВИКОРИСТАННЯ ВБУДОВАНОЇ ФУНКЦІЇ PDEPE В СЕРЕДОВИЩІ МАТЛАВ.....	18
3. ОБРОБКА ТА АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ.....	20
3.1.....	20
3.2 ПОРІВНЯННЯ РІВНОВАЖНОЇ ТА НЕРІВНОВАЖНОЇ ТЕМПЕРАТУР.....	30
ВИСНОВКИ.....	36
ДЖЕРЕЛА.....	37

ВСТУП

Температура поверхні безатмосферних тіл Сонячної системи, зокрема Місяця, є одним з ключових фізичних параметрів цих поверхонь. Крім того, він суттєвим чином залучений в обробку спектральних даних цих тіл у інфрачервоному діапазоні, важливому для визначення хіміко-мінералогічного складу цих поверхонь.

При визначенні температури поверхні Місяця, яка є шорсткою на усіх масштабах, важливо враховувати вплив фотометричних ефектів, спричинених розсіюванням світла у порошкоподібному середовищі реголіту, мезо- та макро масштабах рельєфу тощо.

Визначення температури поверхні Місяця також важливе для дослідження процесів, що відбуваються на Місяці, такі як утворення води/гідроксилів та інших речовин, виверження газів, зміни місячного полярного крижаного покриву, температурне руйнування структур на поверхні (внаслідок добових коливань температури) та інші. Отже, для точного визначення температури поверхні Місяця необхідно розробити модель та програмне забезпечення, які враховують всі ці фактори.

Метою даної роботи є дослідити рівноважні та нерівноважні моделі визначення температури поверхні Місяця, які враховують фотометричні ефекти, та розробити відповідне програмне забезпечення.

Для досягнення поставленої мети було сформульовано наступні **завдання**:

1. Отримати рівноважну температуру Місяця за допомогою моделі Shkuratov et al. (2011) з урахуванням фотометричних ефектів. Це передбачає вивчення теоретичних основ визначення рівноважної температури, а також вивчення фотометричних ефектів, які можуть вплинути на цю температуру.

2. Ознайомитись із сучасними чисельними методами розв'язання неоднорідних диференціальних рівнянь у часних похідних. Для вирішення задачі необхідно мати розуміння про чисельні методи, що використовуються для розв'язування неоднорідних диференціальних рівнянь у часних похідних.

3. Сформулювати крайову задачу для рівняння теплопровідності на границі поверхні Місяця. Це передбачає розуміння теоретичних основ теплопровідності та формулювання відповідної крайової задачі для розв'язування цього рівняння.

4. Розробити алгоритм та ПЗ для отримання чисельного розв'язку. Необхідно створити програмне забезпечення, яке дозволяє отримати чисельний розв'язок крайової задачі, що відповідає рівнянню теплопровідності на границі поверхні Місяця.

5. Проаналізувати різницю між рівноважною та рівноважною температурою Місяця. Ця задача передбачає порівняння рівноважної температури, отриманої в результаті моделювання, з нерівноважною температурою, отриманою з урахуванням спостережних даних (альbedo поверхні, цифрова модель рельєфу, час спостереження), і аналіз відхилень.

Ці завдання спрямовані на створення інструментів для дослідження та аналізу температурних характеристик поверхні Місяця з урахуванням різних фізичних та фотометричних факторів.

1. ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД

Для кількісної оцінки температури Місяця застосовують різноманітні методи. Один з них - вимірювання яскравості температури. Цей показник є інтегральним значенням температури поверхні, отриманим шляхом вимірювання інфрачервоного випромінювання, яке випромінюється з поверхні Місяця.

Модель визначення температури поверхні за спектральними даними інфрачервоного діапазону, запропонована Clark et al. у 2009 році, є важливим внеском у сферу космічних досліджень, оскільки вона дозволяє швидко оцінити температуру поверхні Місяця за спектральними даними та обмеженим набором параметрів, насамперед системою фотометричних кутів. Що робить дану модель перспективною при застосуванні до корекції теплового надлишку у спектрах шорстких поверхонь. Проте, недоліками даної моделі є певне нехтування структурними властивостями поверхні, що може призводити до некоректного визначення температури та подальшої обробки даних.

Іншим шляхом визначення температури Місяця є застосування термодинамічного підходу. Оскільки поверхня Місяця - суттєво шорстка, для уточнення моделі слід включати відповідну корекцію. Попередню оцінку шорсткості Місяця на різних масштабах можна отримати із фотометричних міркувань із фотометричної моделі (функції). Один з таких методів визначення температури шорсткої поверхні ґрунтується на моделі Shkuratov et al. (2011) та дозволяє враховувати вплив шорсткості на температуру поверхні Місяця.

У загальному випадку, термодинамічна рівновага на поверхні Місяця є складним питанням через декілька важливих факторів. Поверхня Місяця, як і будь-яка інша планетарна поверхня, взаємодіє з оточуючими

середовищами, зокрема з космічним простором та сонячним випромінюванням, проте через відсутність атмосфери на Місяці, тепловий обмін відбувається головним чином через випромінювання.

Оскільки Місяць немає атмосфери, яка б слугувала тепловим буфером, термодинамічна рівновага на його поверхні визначається в основному тепловим балансом між сонячним випромінюванням, яке нагріває поверхню, і випромінюванням тепла, яке випускається з поверхні Місяця у вигляді інфрачервоного випромінювання. Однак, слід зауважити, що під час денного світла температура на Місяці може підніматися до дуже високих значень через інтенсивне сонячне випромінювання. Однак, коли поверхня Місяця не освітлена Сонцем, або знаходиться у глибокій тіні, наприклад, круті стінки кратерів, температура різко падає через відсутність атмосфери, що зберігає тепло. Наявність таких високих градієнтів температур неодмінно призводить до виникнення додаткових теплових потоків (зсуву з положення рівноваги), а велика різниця між денною та нічною температурою ставить під питання також і можливість застосування рівноважних моделей через вплив релаксаційних процесів кінечної швидкості, що також зменшує надійність застосування суто рівноважних моделей.

1.1 ВИПРОМІНЮВАННЯ НАГРІТИХ ТІЛ. ЯКІСНА ТЕМПЕРАТУРА МІСЯЦЯ

Вимірювання температури поверхні Місяця відіграє важливу роль у наукових дослідженнях цього небесного об'єкта. Один із способів визначення температури полягає у вивченні випромінювання нагрітих тіл. Цей метод використовується для оцінки ефективної температури Місяця. У статті Clark et al. (2009) досліджено випромінювання нагрітих тіл, зокрема, температуру поверхні Місяця. Для оцінки ефективної температури використовується формула, яка базується на законах випромінювання Планка і Стефана-Больцмана. Якісна температура поверхні Місяця у рамках цієї моделі визначається застосуванням фітінгу теплового надлишку спектральних даних (для Місяця це діапазон від 2.4 мкм) функцією Планка, де температура входить як вільний параметр.

Цей метод може бути застосований для вивчення інших небесних тіл, де вимірювання температури є складним завданням. Однак, слід зазначити, що вимірювання ефективної температури Місяця є лише одним з методів вивчення температури його поверхні, і його результати можуть бути доповнені та перевірені іншими методами. Основними обмеженнями цього методу є спрощене уявлення про поверхню Місяця як однорідного абсолютно чорного (після застосування альbedo - сірого) тіла та майже повним нехтуванням її складної структури (ефектами, які виникають внаслідок процесів світлорозсіювання).

1.2 МОДЕЛЬ РІВНОВАЖНОЇ ТЕМПЕРАТУРИ МІСЯЦЯ З УРАХУВАННЯМ ФОТОМЕТРИЧНИХ ЕФЕКТІВ

Рівноважна температура Місяця - це температура, яка б мала бути на поверхні Місяця, якщо б вона перебувала у повній термодинамічній рівновазі із оточуючим середовищем (тобто за повної відсутності потоку тепла).

Поняття рівноважної температури пов'язано з законами термодинаміки. Згідно з другим законом термодинаміки, тепло не може переходити з холодного тіла до гарячого тіла без додаткових зусиль. Якщо тіла знаходяться в тепловому контакті, то тепло перетікає від гарячого тіла до холодного тіла, доки обидва тіла не досягнуть рівноваги, тобто поки їх температури не будуть однакові.

Таким чином, рівноважна температура Місяця є температурою, яку б Місяць мав, якби його поверхня була повністю рівномірно нагрівалася і охолоджувалася за відповідний проміжок часу (нульовий потік) відповідно до енергії, яку він отримує від Сонця та випромінює в космос. Ця температура залежить від багатьох факторів, включаючи геометрію орбіти Місяця, відстань до Сонця, температуру оточуючого космічного простору та фізичні властивості поверхні Місяця, такі як альbedo, структура реголіту, рельєф і т.д.

У роботі Shkuratov et al. (2011) запропонована модель визначення рівноважної температури поверхні Місяця, яка є однією з найбільш точних та повних моделей на сьогодні, та враховує певні фотометричні ефекти. Модель Shkuratov et al. (2011) враховує наступні фактори:

- Освітлення: у моделі враховується кут падіння сонячного світла на поверхню Місяця, який змінюється протягом дня.

- Склад та структуру (мікрорельєф) поверхні: модель враховує хімічний склад та структуру порошкоподібного покриву (реголіт) поверхні Місяця.
- Рельєф поверхні: у моделі враховується рельєф поверхні та геометрію об'єктів на поверхні, таких як кратери.

Модель Shkuratov et al. (2011) залежність видимого альбедо від фазового кута, що дозволяє розрахувати значення альбедо для будь-якого фазового кута, шляхом імплементації так званої фотометричної функції, яку для Місяця можна вважати достатньо відомою. Отримані значення альбедо та модельні значення структури використовуються для розрахунку рівноважної температури Місяця. Цей підхід дозволяє дослідникам враховувати вплив факторів, що впливають на фотометричні спостереження, та використовувати складні аналітичні моделі для визначення температури Місяця.

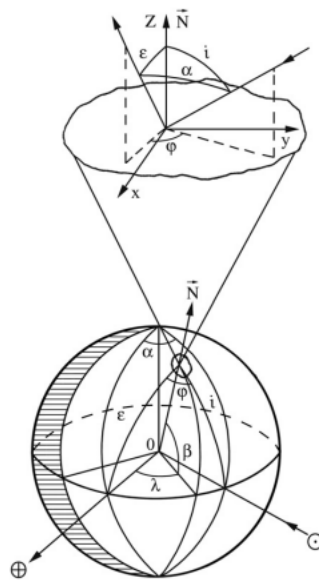


Рис. 1. Кутіві змінні та фотометричні координати

На Рис. 1. показані відповідні кутіві змінні: i - кут падіння; ϵ - вихідний кут (emerging angle); ϕ - азимут, тобто кут між площинами розсіювання та падіння, також визначені відповідні фотометричні координати: α - фазовий кут; β - фотометрична ширина; γ - фотометрична довгота.

Згідно з роботами (Sharonov, 1964; Нарке, 1993) між цими кутами існує залежність, що має вигляд:

$$\cos i = \cos \beta \cos (\alpha - \gamma)$$

$$\cos e = \cos \beta \cos \gamma$$

$$\cos \varphi = \frac{\cos \alpha - \cos i \cos e}{\sin i \sin e}$$

та

$$\cos \alpha = \cos i \cos e + \sin i \sin e \cos \varphi$$

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{(\sin (i + e))^2 - (\cos (\varphi/2))^2 \sin 2e \sin 2i}{(\sin (i + e))^2 - (\cos (\varphi/2))^2 \sin 2e \sin 2i + (\sin e)^2 (\sin i)^2 (\sin \varphi)^2}}$$

$$\cos \gamma = \frac{\cos e}{\cos \beta}$$

З чого ми отримуємо, що необхідний нам фазовий кут може бути знайдений за формулою:

$$\alpha(i, e, \varphi) = \arccos(\cos i \cos e + \sin i \sin e \cos \varphi)$$

Розподіл яскравості по місячному диску при довільному фазовому куті залежить відповідним чином від внутрішньої картини альbedo та глобальної тенденції, викликані сферичністю Місяця. У першому наближенні дискові функції, що описують тенденцію, вважаються рівномірними. Насправді кожна ділянка Місяця має свою дискову функцію. На це є дві причини:

По-перше, місячна поверхня не гладка; її розв'язну топографію слід враховувати за допомогою локальних кутів i та e у функції диска. По-друге, характер функції диска повинен залежати від фізичних характеристик поверхні, наприклад, від її альbedo та шорсткості.

Глобальна тенденція яскравості Місяця не була достатньо виміряна, тому зазвичай використовуються теоретичні функції, як правило, закон розсіювання Ломмеля-Зелігера, нормалізований до 1 при нульовому фазовому куті

$$D_{LS} = \frac{2 \cos i}{\cos i + \cos e} = \frac{2 \cos(\alpha - \gamma)}{\cos \gamma + \cos(\alpha - \gamma)}$$

Цей закон є доволі простим і природним чином з'являється в наближенні одноразового розсіювання теорії переносу випромінювання в дисперсних середовищах (наприклад, Нарке, 1993). Фактично, дискова функція Ломмеля-Зелігера погано описує розподіл яскравості по місячному диску при певних значеннях α , наприклад, вона ігнорує затемнення місячної поверхні на фотометричних полюсах, яке спричинене мезомасштабними топографічними впливами (Нарке, 1993; Акімов, 1988a). Це також показує помітний сплеск на місячному лімбі в цілому; Однак цей закон достатньо добре працює на доволі широкому діапазоні кутів та відтворює ефект “плоского диска” для Місяця.

В свою чергу, спостережувані криві місячних фаз можна описати за допомогою теоретичних або емпіричних підгоночних кривих, що є монотонними, а тому можуть бути описані невеликою кількістю параметрів. Існує багато можливостей для розвитку цього підходу. Зокрема, можна використати емпіричну формулу, запропоновану Акімовим (1988b):

$$f(\alpha) = \frac{e^{-\mu_1 \alpha} + m e^{-\mu_2 \alpha}}{1+m}$$

що містить відповідні параметри: m – параметр, пов'язаний із шорсткістю поверхні, μ_1 та μ_2 – характеристики фазового нахилу та ширини опозиційного піку. Дану формулу можна отримати зі спрощеного теоретичного розгляду (Шкуратов, 1983).

Таким чином, необхідна нам фотометрична функція матиме вигляд:

$$F(i, e, \varphi, m) = \frac{e^{-\mu_1 \alpha} + m e^{-\mu_2 \alpha}}{1+m} \cdot \frac{2 \cos i}{\cos i + \cos e}$$

Функція ε є спрямованим коефіцієнтом випромінювання. Для поверхні в тепловій рівновазі коефіцієнт випромінювання дорівнює поглинанню, яке можна виразити через коефіцієнт відбиття; це суть

теплого закону Кірхгофа, який дозволяє отримати наступне рівняння (Нікодем, 1965):

$$\varepsilon(\varepsilon, \lambda) = 1 - r_{hd}(e, \lambda)$$

де $r_{hd}(e, \lambda)$ — коефіцієнт відбиття у напівсферичному напрямку

$$r_{hd}(e, \lambda) = A_n(\lambda)\zeta(e, \lambda) = \frac{A_n(\lambda)}{\pi \cos e} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} F(i, e, \varphi, \lambda) \sin i di$$

Температура Місяця T_{Moon} у рівнянні може бути використана як вільний параметр для процедури підгонки (наведено у Pieters et al., 2009; Clark, 2009; 2011) або вимірювати окремо (наприклад, Sunshine et al., 2009). При припущенні теплової рівноваги можна оцінити температуру Місяця за допомогою закону Стефана–Больцмана:

$$T_{Moon} = T_0 \sqrt[4]{(1 - A_{dh}) \cos i}$$

де A_{dh} - спектрально інтегрально направлено-напівсферичне альbedo

T_0 - температура поверхні при $\varepsilon = 1$, що в свою чергу дорівнює:

$$T_0 = \sqrt[4]{\frac{C}{\sigma}}$$

де C - сонячна стала

σ - стала Стефана-Больцмана

Таким чином, формула для визначення температури Місяця матиме вигляд:

$$T_{Moon}(i, A_0, m) = T_0 \sqrt[4]{(1 - A_0 \zeta_i(i, m)) \cos i}$$

Отже, модель Shkuratov et al. (2011) дозволяє врахувати вплив різних факторів на фотометричні спостереження Місяця та дозволяє визначити рівноважну температуру. Використання цієї моделі дозволить отримати більш точні результати при дослідженні температури Місяця в рамках застосування рівноважної термодинаміки.

1.3 НЕРІВНОВАЖНА ТЕМПЕРАТУРА. РІВНЯННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Слід зауважити, що точність сучасних рівноважних моделей не відповідає потребам сучасних дослідників-селенологів. Так, наприклад, для дослідження потенційних летючих компонентів реголіту та екзосфери (води/гідроксилу) потрібна методика точного визначення температури з точністю у кілька градусів Цельсію для якісного опису смуг поглинання в діапазоні 2.8-3.5 мкм, де суттєвим стає власне теплове випромінювання нагрітої поверхні Місяця.

Для досягнення такої точності потрібно враховувати процеси теплообміну із внутрішніми шарами Місяця та зовнішнім середовищем. З цією метою ми формулюємо загальну задачу у вигляді одновимірного рівняння теплопровідності, яке має наступний вигляд:

$$c(T, \rho)\rho(x) \frac{\partial T(t,x)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (k(\rho, T) \frac{\partial T(t,x)}{\partial x}), 0 < x < l$$

де:

$c(T, \rho)$ - теплоємність реголіту Місяця;

$\rho(x)$ - його густина;

$k(x, T)$ - теплопровідність.

Важливо відзначити, що ці параметри досить мало вивчені (навіть їхні середні значення), тому додатковою метою дипломної роботи є огляд сучасної фізичної літератури та використання концепцій та моделей, що дозволяють описати залежність теплоємності або шорсткого середовища від складу та структури, враховуючи теплоємність та теплопровідність матеріалу, а також перевипромінювання різними частинками середовища. Іншим важливим моментом для вирішення поставленої задачі є формулювання граничних умов задачі, які враховують складну структуру поверхні.. Спрямуємо координатну вісь до центру Місяця ($x=0$ - поверхня;

$x=l$ – глибина l під поверхнею). Граничні умови виглядають наступним чином:

$$k(x, T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \epsilon(a, i, e, \varphi) \sigma T^4(0, t) - \{1 - a(i, e, \varphi)\} F_1(t)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=l} = F_0$$

де:

ϵ – коефіцієнт випромінювання (випромінювальна здатність);

σ – стала Стефана-Больцмана;

a – видиме альbedo поверхні;

F_0 – потік тепла від поверхні Місяця;

$F_1(t)$ – потік від Сонця до поверхні Місяця.

Перше рівняння стосується поверхні Місяця. Тут передбачається, що на поверхні Місяця є потік світла від Сонця до Місяця та відтік відбитого Місячного світла. Випромінювальна здатність та альbedo залежать від фотометричних кутів падіння, відбиття та азимутального. Друга гранична умова описує певну глибини під поверхнею Місяця та передбачає, що на глибині 50 см йде тільки невеликий потік теплоти з надр Місяця.

Початкову умову розподілу температури із глибиною обрано як:

$$T(x, 0) = 375 - 125 \cdot [1 - e(\frac{-x}{l_c})]$$

де:

l_c – певна характеристична теплова довжина, яку можна оцінити із наступних міркувань:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{k}{c \cdot \rho} \cdot \frac{\Delta^2 T}{(\Delta x)^2} \rightarrow \frac{l_c^2}{time} \cdot \frac{\Delta^2 T}{(\Delta x)^2}$$

$$l_c = \sqrt{\frac{k \cdot time}{\rho \cdot c}}$$

де всі значення теплоємності, теплопровідності, густини та світового періоду (time) можна взяти усередненими, адже при розрахунку на

достатньо великих часових проміжках вплив вибору початкової умови буде зменшуватися під впливом строго періодичної граничної умови.

2. МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

2.1 MATLAB (MATRIX LABORATORY)

MATLAB (Matrix Laboratory) є потужним програмним забезпеченням, призначеним для чисельних обчислень, візуалізації даних, моделювання, аналізу та розв'язання складних математичних задач. MATLAB був розроблений компанією MathWorks і вперше випущений у 1984 році. Початково програмне забезпечення було спрямоване на легке створення та редагування матриць, що зробило його ідеальним для наукових обчислень.

Поступово функціональність MATLAB розширилася, включаючи графіку, обробку сигналів, статистику, оптимізацію та розв'язання диференціальних рівнянь. І сьогодні MATLAB використовується в широкому спектрі дисциплін, від прикладної математики до фізики, інженерії, біології, економіки та інших галузей.

MATLAB надає широкий набір інструментів для чисельних обчислень та аналізу даних. Деякі з ключових можливостей включають:

1. Матричні обчислення: MATLAB базується на матричній обчислювальній парадигмі, що спрощує роботу зі складними математичними операціями.
2. Візуалізація даних: Завдяки потужним інструментам графіки, MATLAB дозволяє відобразити дані у вигляді графіків, діаграм та зображень.
3. Функції для наукових обчислень: MATLAB має вбудовані функції для розв'язання різних математичних задач, таких як чисельне інтегрування, диференціювання, оптимізація, розв'язання диференціальних рівнянь тощо.

4. Моделювання та симуляція: MATLAB дозволяє розробляти та виконувати моделі для аналізу систем різної складності, від електричних ланцюгів до фінансових ринків.
5. Розширення функціональності за допомогою додаткових пакетів: MATLAB підтримує використання додаткових пакетів та інструментів, які розширюють його функціональність у різних галузях.

MATLAB є потужним інструментом для виконання чисельних обчислень, моделювання та аналізу даних. Його широкий спектр функціональності робить його незамінним для вчених та інженерів у багатьох галузях.

2.2 ВИКОРИСТАННЯ TOOLBOX У MATLAB

Toolbox - це набір функцій, інструментів та ресурсів, які розширюють базовий функціонал MATLAB для вирішення конкретних завдань та задач у різних областях науки, інженерії та прикладної математики.

Роль та значення Toolbox у MATLAB

1. Розширення Функціональності: Toolbox додають нові функції та інструменти до стандартного набору функцій MATLAB, що дозволяє користувачам виконувати більш різноманітні завдання без необхідності розробки власних алгоритмів з нуля.
2. Спеціалізовані Задачі: Кожен Toolbox спеціалізується на певній галузі науки або інженерії. Наприклад, Signal Processing Toolbox розроблений для обробки сигналів, Image Processing Toolbox - для обробки зображень, а Statistics Toolbox - для виконання статистичного аналізу даних.

3. Підтримка Інновацій: Toolbox у MATLAB часто містять нові методи та алгоритми, які відображають останні досягнення у відповідних галузях науки та технологій.
4. Зручний Інтерфейс: Багато Toolbox надають зручний графічний інтерфейс користувача (GUI), що спрощує роботу зі складними алгоритмами та параметрами.

Популярні Toolbox у MATLAB

1. Signal Processing Toolbox: Використовується для аналізу та обробки сигналів, включаючи фільтрацію, кореляцію, спектральний аналіз тощо.
2. Image Processing Toolbox: Надає інструменти для обробки та аналізу зображень, включаючи фільтрацію, сегментацію, розпізнавання об'єктів тощо.
3. Optimization Toolbox: Допомогає вирішувати задачі оптимізації, такі як мінімізація функцій, розв'язання задач лінійного та нелінійного програмування тощо.
4. Machine Learning Toolbox: Надає інструменти для розробки, навчання та застосування моделей машинного навчання, включаючи нейронні мережі, класифікатори та кластеризацію даних.

Отже, Toolbox у MATLAB відіграють важливу роль у розширенні можливостей програмного забезпечення та забезпечують користувачам доступ до широкого спектру інструментів для вирішення різноманітних задач у науці, техніці та інженерії. Вони дозволяють ефективно використовувати MATLAB для розв'язання складних завдань та підтримують постійний розвиток та інновації в цих галузях.

2.3 ВИКОРИСТАННЯ ВБУДОВАНОЇ ФУНКЦІЇ PDEPE В СЕРЕДОВИЩІ MATLAB

Вбудована функція `pdepe` в середовищі MATLAB - є потужним інструментом для розв'язання систем часткових диференціальних рівнянь (ЧДР) зі змінними коефіцієнтами. У MATLAB функція `'pdepe'` використовується для чисельного розв'язання систем ЧДР, що мають вигляд рівнянь типу параболічного, еліптичного або гіперболічного типу. Дана функція використовує чисельні методи для розв'язання рівнянь, що моделюють різноманітні фізичні процеси та явища.

Синтаксис функції `'pdepe'` має наступний вигляд:

```
sol = pdepe(m, @pdx1pde, @pdx1ic, @pdx1bc, x, t);
```

де:

- `'m'` - кількість диференціальних рівнянь у системі.
- `'@pdx1pde'` - функція, що визначає систему ЧДР.
- `'@pdx1ic'` - функція, що задає початкові умови.
- `'@pdx1bc'` - функція, що визначає граничні умови.
- `'x'` - вектор, який визначає просторову сітку.
- `'t'` - вектор, що визначає часову сітку.

Функція `'@pdx1pde'` повинна повертати вектор часткових похідних рівнянь. Функція `'@pdx1ic'` задає початкові умови, а `'@pdx1bc'` визначає граничні умови.

Параметри

- `'sol'` - об'єкт, що містить розв'язок системи ЧДР.
- `'m'` - кількість рівнянь.
- `'x'` - вектор просторових точок.
- `'t'` - вектор часових точок.

Отже, функція `pdepe` в MATLAB є потужним інструментом для розв'язання різних фізичних задач, що моделюються системами ЧДР. Її

простий у використанні синтаксис і висока ефективність роблять її незамінним інструментом для вчених, що працюють у галузі наукових досліджень та технічного моделювання.

3. ОБРОБКА ТА АНАЛІЗ ОТРИМАННИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

3.1 РІВНОВАЖНА ТЕМПЕРАТУРА ПОВЕРХНІ

Під час порівняння температур, отриманих з використанням моделі Clark et al. (2009), та рівноважної моделі з урахуванням фотометрії було встановлено, що модель Кларка надає систематично вищі температурні значення на величину приблизно 2-7 К. Така невідповідність є найбільш вираженою у випадках, коли досліджувані області характеризуються великими кутами падіння сонячного світла та високим значенням альбедо. Великий кут падіння призводить до меншої інтенсивності поглинання сонячної енергії поверхнею. Високе альбедо, в свою чергу, означає, що більша частина сонячного випромінювання відбивається від поверхні, а не поглинається нею, що також призводить до зниження температури.

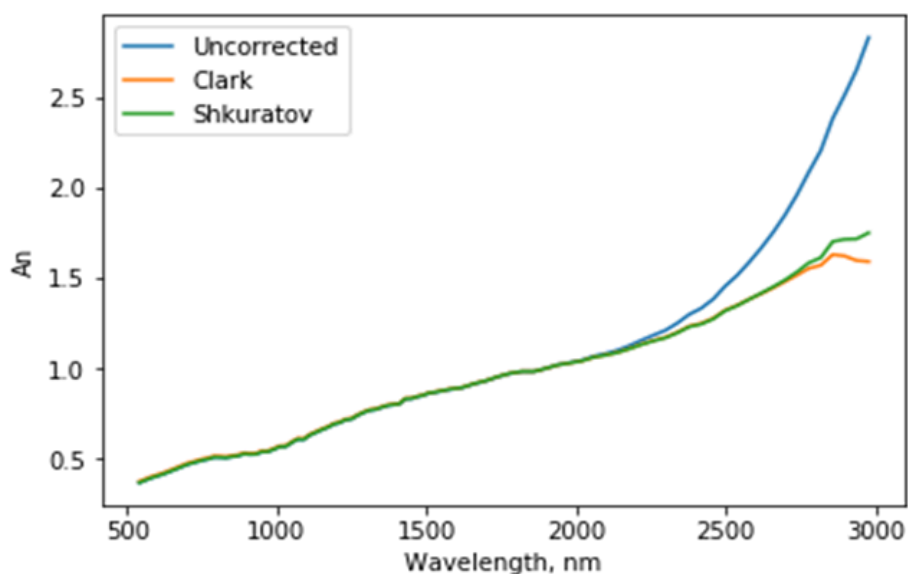


Рис. 2 Залежність від довжини хвилі для нескорегованої температури, для температури за моделлю Clark et al. (2009) та для температури за моделлю Shkuratov et al. (2011).

На основі проведених досліджень, було виявлено, що при зниженні температури, спостерігається компенсація з більш низькою температурою. На графіку виділяється область поглинання молекул води (H_2O) та гідроксильних груп (OH), яка потенційно може бути ефектом теплової перекомпенсації спектрів за рахунок завищеної температури. Ці дані дозволяють зробити висновок, що врахування шорсткості поверхні у моделі Schkuratov et al. (2011) є достатньою для зміни температури в середньому на 2-5К. При таких змінах температури, смуга поглинання H_2O/OH стає менш невидимою та інтерпретується як шум, що не був відфільтрований в кінцевій частині діапазону.

Якщо не враховувати процеси релаксації, можна думати, що температура поверхні може бути ще нижчою. До таких процесів відносяться прогрівання ґрунту, а також розподіл температури вздовж глибини ґрунту. Прогрівання ґрунту відбувається за рахунок сонячної радіації, що може призводити до підвищення температури в поверхневих шарах. Проте, це збільшення може компенсуватися збільшенням потоку до більш холодних внутрішніх шарів, що призводить до зменшення фактичної температури у порівнянні із рівноважною моделлю, яка спирається саме на потік на поверхні.

Розподіл температури вздовж глибини ґрунту має складний характер. В залежності від різних факторів, таких як тип ґрунту, його вологість, щільність, а також кліматичні умови, температурний градієнт може бути як позитивним, так і негативним. Це означає, що на певних глибинах температура може бути нижчою або вищою за середню, що створює термічну неоднорідність в ґрунті.

У межах дослідження термічних властивостей Місяця важливо враховувати не лише шорсткість поверхневої структури, але й процеси, пов'язані з тепловою релаксацією. Так Місяць функціонує як своєрідний термостат, підтримуючи стабільну температуру в його надрах, яка є нижчою або вищою за температуру на поверхні, що призводить до компенсації за рахунок відтоку/притоку до поверхневих шарів. Цей механізм термостатування має значний вплив на тепловий режим поверхні Місяця. Зокрема, термостатична дія Місяця компенсує температурні коливання поверхні наступним чином:

- Опівдень: внутрішні шари Місяця, які є холоднішими, запобігають надмірному нагріванню поверхні. Це означає, що поверхня не досягає термодинамічної рівноваги, оскільки тепловий потік продовжує проникати глибше в надра Місяця.
- Опівночі: нагріті внутрішні шари Місяця віддають тепло поверхні, незважаючи на те, що поверхня в цей час охолоджується через відсутність прямого сонячного випромінювання. Це призводить до підвищеного теплового потоку з надр до поверхні, що, в свою чергу, підтримує дещо вищу температуру поверхні порівняно з тим, якою вона була б без цієї компенсації.

Таким чином, локально, протягом денного циклу, може відбуватися додаткова компенсація температури, що може спричинити відсутність чітко виражених термальних смуг. Це демонструє складність теплових процесів на Місяці та підкреслює важливість врахування внутрішніх теплових механізмів при моделюванні поверхневих температурних режимів.

У процесі дослідження було використано модель для визначення рівноважної температури. Крім того, для аналізу температурних характеристик було залучено дані M^3 , які представляють собою температурні значення, отримані зі спектральних вимірювань (якісної температури). Для отримання цих даних використовувалась модель Clark et al. (2009).

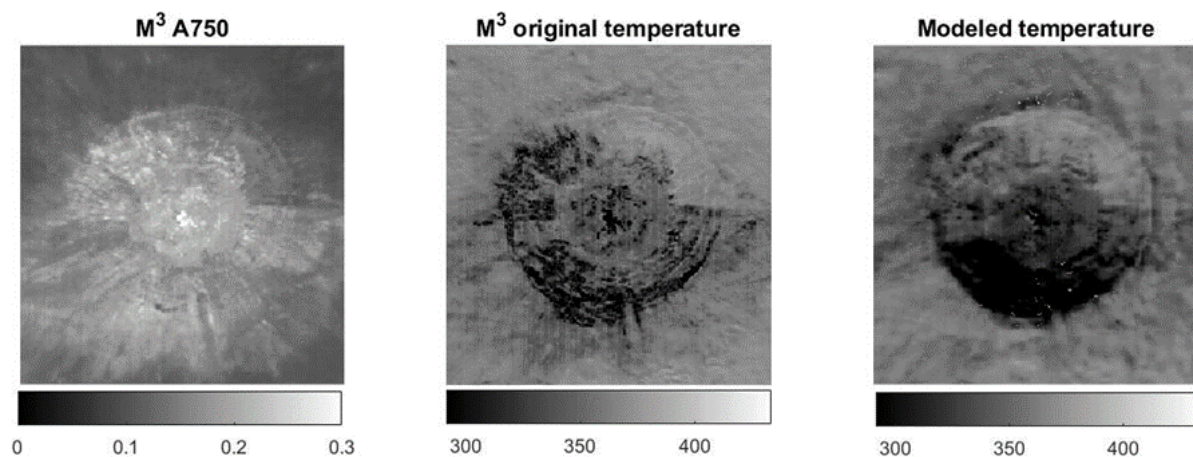


Рис. 3. Значення альбедо M^3 (ліворуч), Температура з M^3 для даної ділянки (в центрі), Модельована температура, розрахована з використанням даних M^3 (праворуч)

З іншого боку, дані M^3 , які використовувалися в дослідженні, були отримані шляхом аналізу спектрів випромінювання. Якісна температура є результатом вимірювання інтенсивності випромінювання в певних спектральних діапазонах, що дозволяє оцінити температуру поверхні або об'єкта безпосередньо з його спектра. Модель Clark et al. (2009) була застосована для інтерпретації цих спектральних даних, що дозволило перетворити виміряну яскравість у температурні значення.

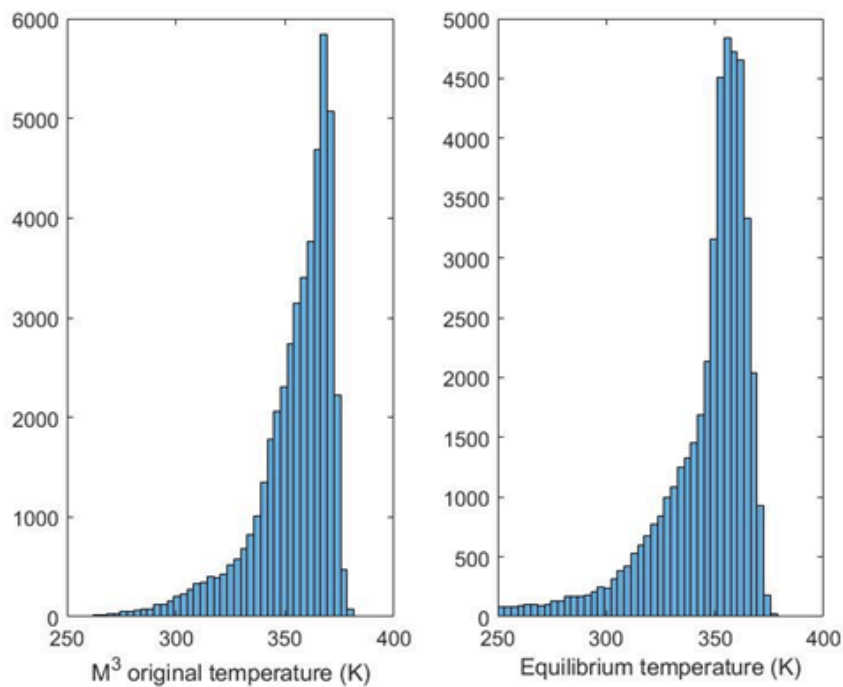


Рис. 4. Діаграми розподілу

Середня температура по всьому кадру є майже однаковою (близько 365 градусів), хоча для моделі вона дещо нижча. На наведених діаграмах розподілу видно, що гістограма моделі демонструє більш плавний розподіл з розширеним піком і більшою кількістю тінювих пікселів. Гістограма розподілу температури для моделі має ширший пік, що свідчить про більшу варіативність значень температури в порівнянні з оригінальним кадром. Плавність гістограми моделі також вказує на більш рівномірний розподіл температурних значень у порівнянні з оригінальним кадром, де гістограма може мати більш виражені піки та провали. У представлених гістограмах показана різниця в ієрархії впливів різних факторів на температуру поверхні.

За даними Кларка, домінуючий вплив має значення висоти Сонця над горизонтом, потім альбедо, а найменший вплив має локальний рельєф. Це означає, що в даному випадку альбедо помітно впливає на температуру,

тоді як рельєф відіграє набагато меншу роль. За результатами моделювання, найбільший вплив також має висота Сонця над горизонтом, проте локальний рельєф впливає на температуру більше, ніж альbedo. Це свідчить про те, що у межах розглянутих локальних кутів і значень альbedo, рельєф може мати більш значущий вплив на температурні показники. Вплив альbedo на температурну карту також не є явно вираженим. У зв'язку з цим, нижче представлена кореляційна діаграма температури для обраної довжини хвилі 1550 нм.

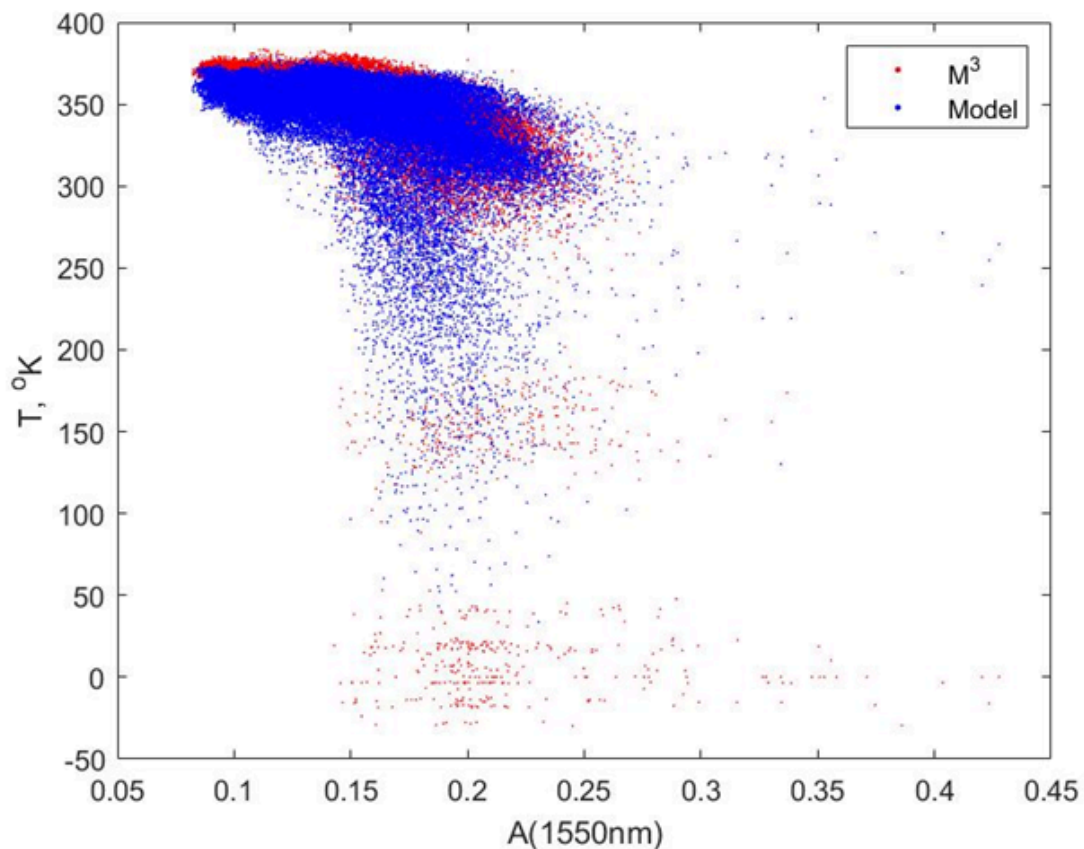


Рис.5. Кореляційна діаграма для альbedo поверхні на довжини хвилі 1550 нм - поверхнева температура.

З аналізу кореляційної діаграми можна зробити висновок, що температура в моделі (позначена синіми точками) все ж таки залежить від альbedo: при збільшенні альbedo спостерігається зниження температури.

Однак, ця залежність значно ускладнюється впливом тіней, що утворюють окремі тренди на діаграмі. Тобто, тіні викликають розсіювання даних, що впливає на чіткість залежності температури від альбедо.

У той же час, температура, визначена за M^3 , розсіюється лише в тих пікселях, де неможливо точно визначити температуру за методом Кларка. Це означає, що для цих пікселів метод Кларка не забезпечує адекватних результатів, ймовірно через специфічні умови освітлення або інші локальні особливості поверхні. В таких випадках метод Shkuratov et al. (2011), застосований до даних M^3 , виявляється менш чутливим до цих обмежень і надає більш стійкі результати

Таким чином, з одного боку, альбедо впливає на температуру, але цей вплив помітно модифікується присутністю тіней, що створює додаткові тренди на кореляційній діаграмі. З іншого боку, метод M^3 демонструє більш стабільні показники температури, крім тих пікселів, де метод Кларка не може забезпечити коректні вимірювання. Це вказує на переваги використання методу M^3 в умовах, коли точне визначення температури ускладнене.

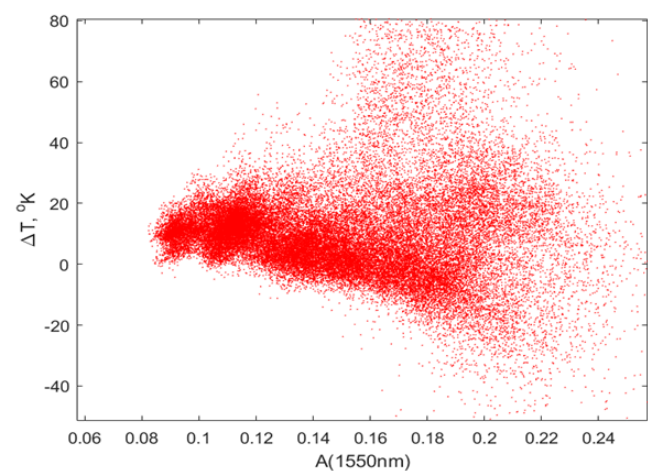


Рис. 6. Розподіл відхилень температури

На данній діаграмі відображено розподіл відхилень температури поверхні Місяця, отриманих за допомогою розробленої моделі, від температури, визначеної за даними МЗ, а виявлені відмінності можуть свідчити про наявність локальних особливостей рельєфу, альbedo та інших фізичних параметрів, які суттєво впливають на тепловий режим поверхні. Діаграма ілюструє, як розрахована температура поверхні Місяця відрізняється від спостережних даних, що дозволяє оцінити точність та надійність розробленої моделі. Аналіз відхилень дозволяє ідентифікувати області на поверхні Місяця, де модель потребує доопрацювання або коригування параметрів.

3.2 ПОРІВНЯННЯ РІВНОВАЖНОЇ ТА НЕРІВНОВАЖНОЇ ТЕМПЕРАТУР

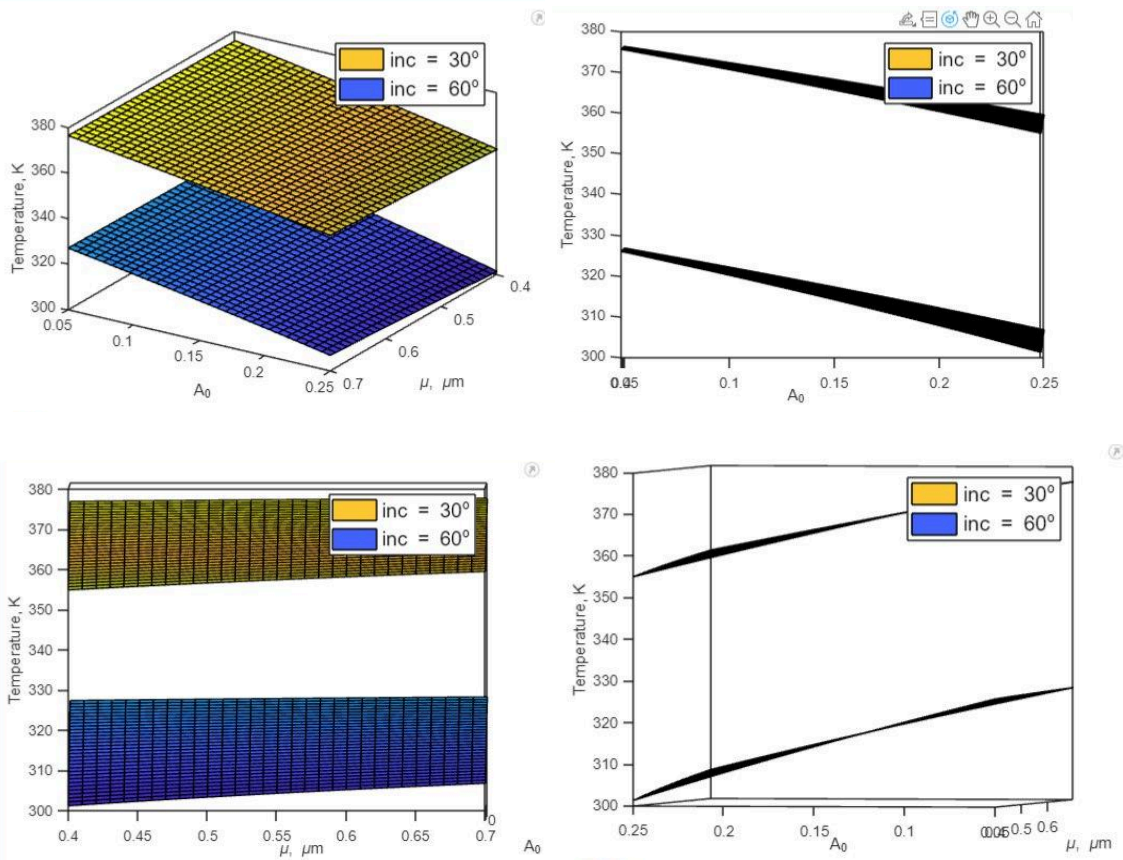


Рис.7. Залежність температури від альбедо та шорсткості поверхні

У дослідженні розглянуто вплив кута нахилу на температуру поверхні Місяця в області екватора, з урахуванням альбедо ділянки та шорсткості поверхні. Аналіз показує, що температура на поверхні Місяця переважно залежить від кута падіння сонячного випромінювання, рівня альбедо, а також в останню чергу від шорсткості поверхні. Отже, в даній моделі треба здебільшого керуватися значенням альбедо та кутом освітлення поверхні, а значення шорсткості можна припустити фіксованим (приблизно 0.55), як відомо за попередніми дослідженнями, наприклад, Shkuratov et al. (2011).

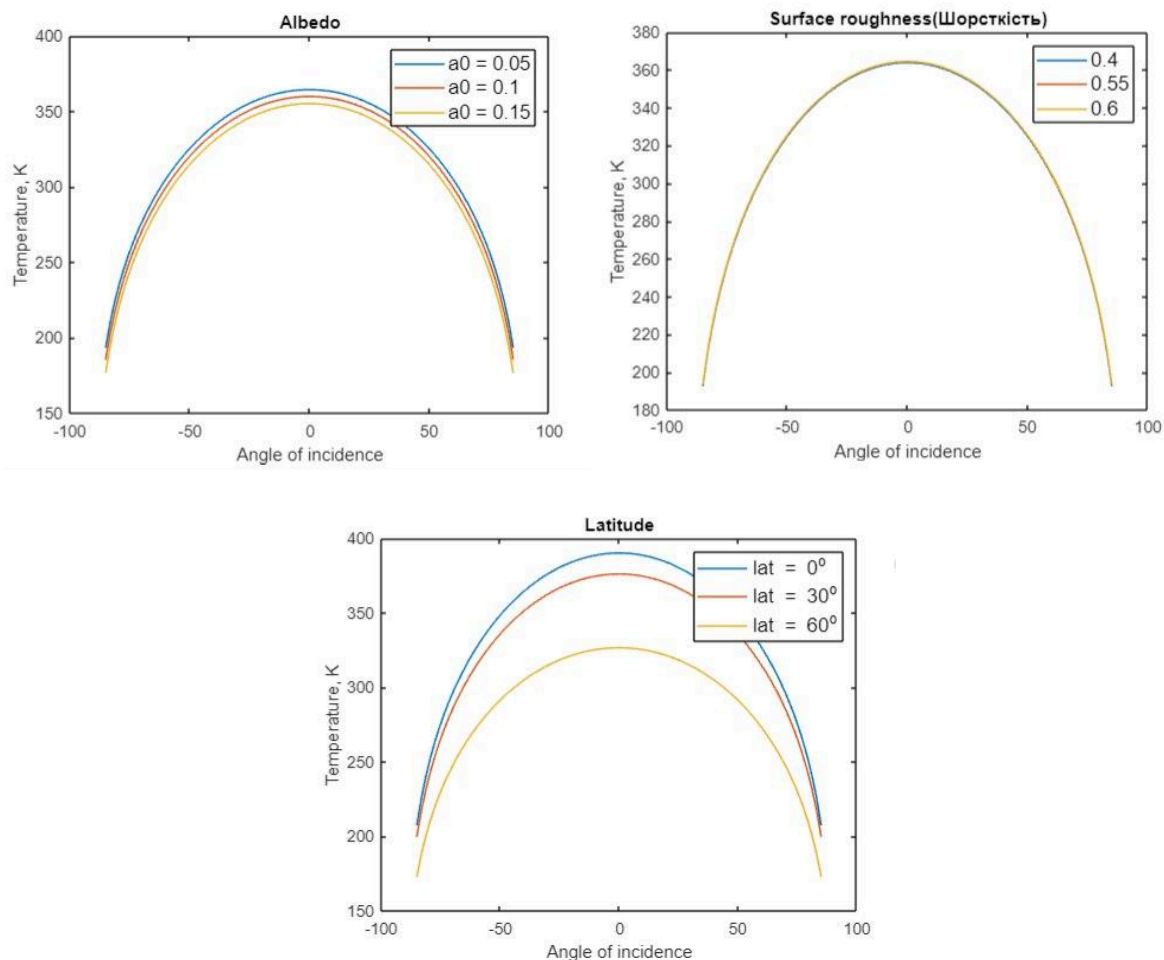


Рис. 8. Додова залежність рівноважної температури для різних значень альбедо, шорсткості, та широти

У цій частині роботи аналізується вплив значень альбедо, шорсткості та широти на температуру. Встановлено, що існує залежність між температурою та різними значеннями альбедо, де різниця у значеннях температури спостерігається, що свідчить про необхідність включення альбедо в аналіз. При різних значеннях шорсткості поверхні виявлено майже відсутність різниці в температурі. З іншого боку, при різних значеннях широти виявлено значні різниці в температурі. Таким чином, основними факторами, що впливають на температуру та розглядатимуться в подальшому, є альбедо, широта та кут падіння сонячного випромінювання.

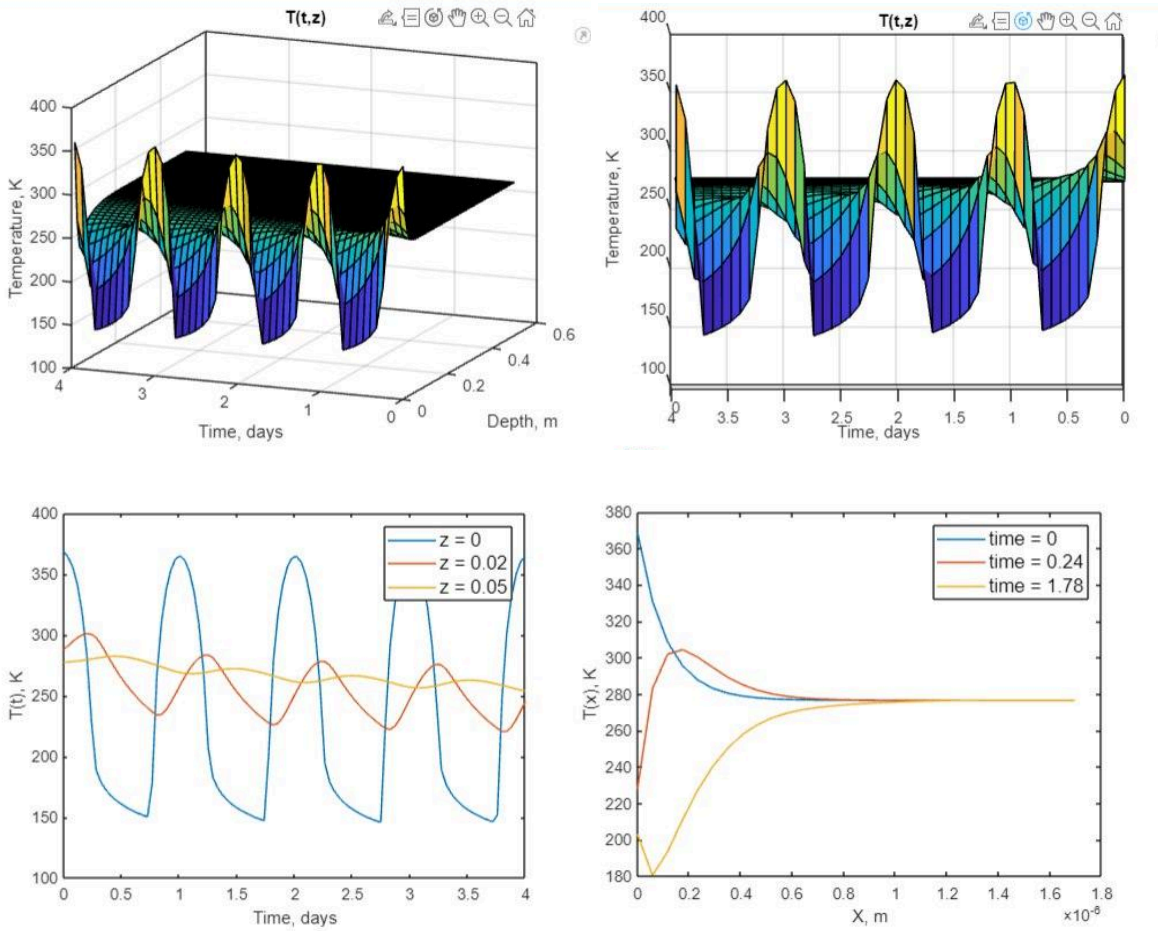


Рис. 9. Добова залежність нерівноважної температури від часу та глибини.

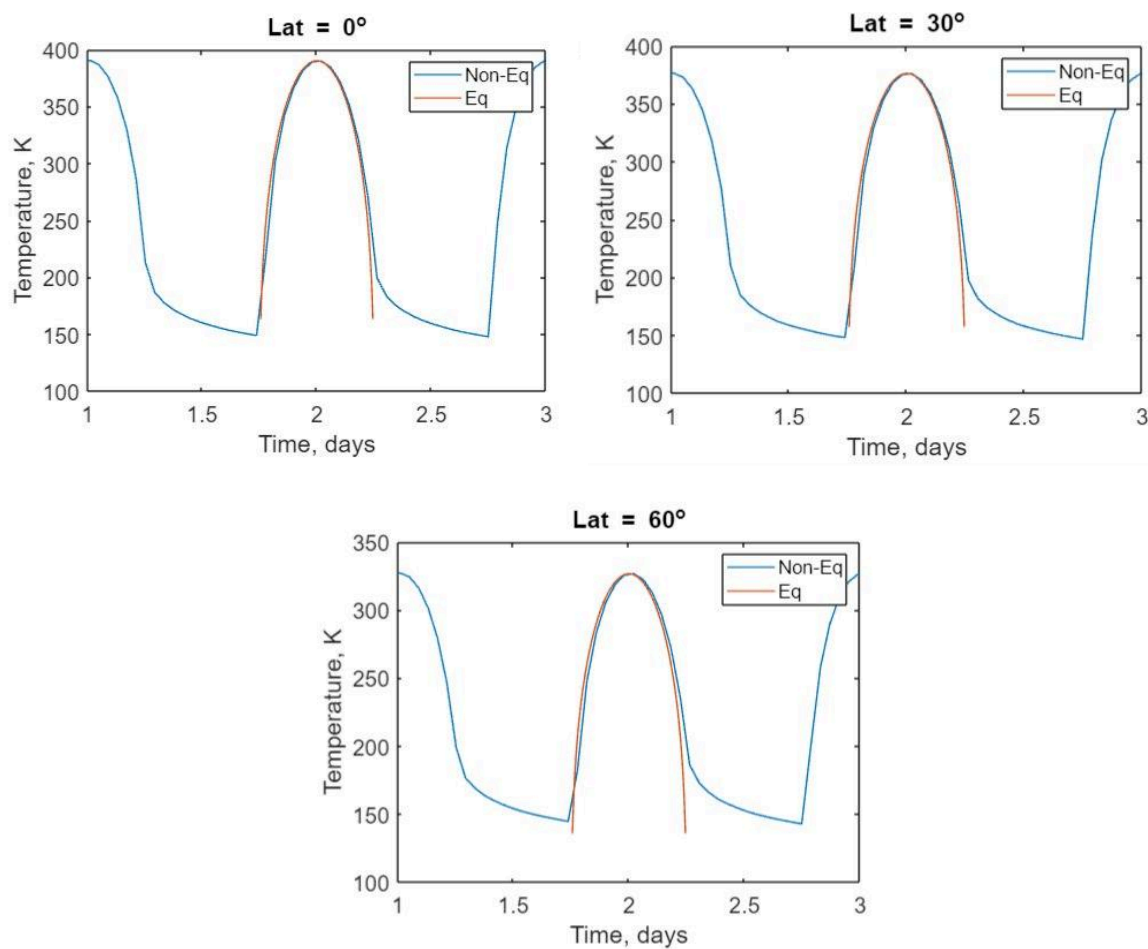


Рис. 10. Порівняння рівноважної та нерівноважної температур для різних широт

У порівняльному аналізі рівноважних і нерівноважних температур для різних значень широти (0 градусів на екваторі, 30 градусів і 60 градусів), виявлено залежність температури між широтою та часом. Аналіз показує, що зі збільшенням широти температури мають тенденцію більш або менш корелювати між собою, проте при цьому спостерігається збільшення відхилень у графіках, що свідчить про зростання розходження між ними.

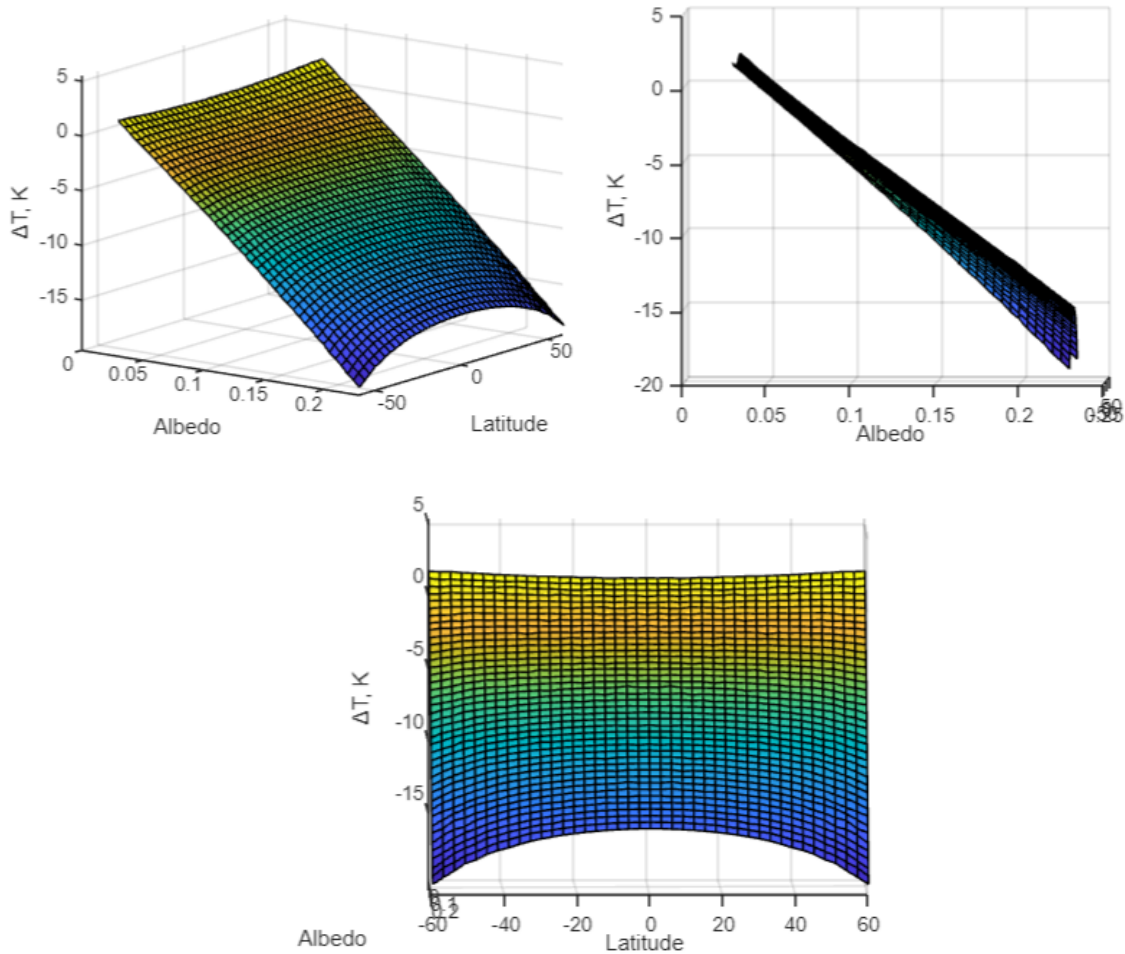


Рис. 11. Різниця між максимальною температурою за рівноважною та нерівноважною моделями, в залежності від значень альbedo та широти поверхні

У даній частині роботи проводиться аналіз залежності температури поверхні місяця від альbedo та широти. Для цього визначено певний діапазон значень для альbedo та широти, і вимірюється різниця між рівноважною та нерівноважною температурами. Показано, що залежність температури від широти має симетричний характер, тоді як залежність від альbedo майже лінійна. Виявлено, що в області, де альbedo місяця досягає максимальних значень, тобто на широтах, де спостерігається максимум сонячного випромінювання, обидві розглянуті моделі відповідають одна одній. Це означає, що для визначення температури поверхні Місяця в

широкому діапазоні значень альbedo та широти можна використовувати рівноважну температуру.

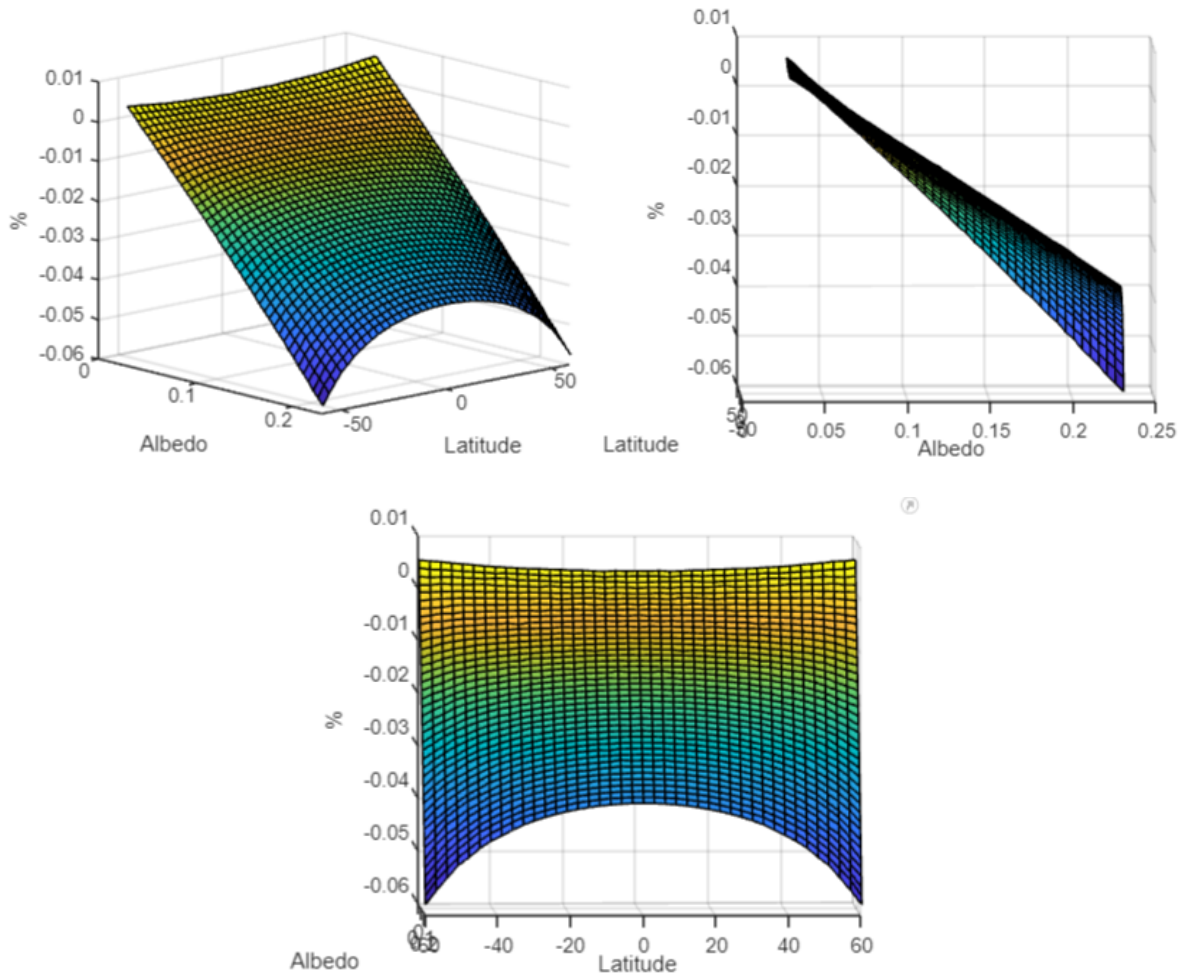


Рис. 12. Відносна різниця між максимальною температурою за рівноважною та нерівноважною моделями поділена на максимальну температуру, в залежності від значень альbedo та широти поверхні

Різниця між температурами поділена на значення максимуму і видно, що похибка в діапазоні близько 1 %.

ВИСНОВКИ

В дипломній роботі було проведено порівняння різних моделей визначення температури поверхні Місяця, а також оцінено вплив нерівноважних ефектів. Для порівняння було обрано теплові моделі Clark et al. (2009) та Shkuratov et al. (2011), які базуються на визначенні температури Місяця у наближенні рівноваги.

Порівняння моделей при застосуванні до даних M^3 виявило, що теплова модель Кларка дає систематично завищені значення температури поверхні, на $2-7^{\circ} K$, окрім того, дана модель суттєво корелює з альбедо та менше із нахилом поверхні, що може становити додаткові похибки, при визначенні температури на локальних нерівностях, наприклад крутих стінках кратерів. З іншого боку, зауважимо, що при застосуванні модель Кларка потребує значно менше параметрів, що робить її більш застосованою для первинної обробки спостережних даних.

При аналізі різниці рівноважної та нерівноважної температур було дано оцінки впливу нерівноважних теплових процесів за рахунок теплообміну із внутрішніми шарами Місяця. Проведені розрахунки вказують, що рівноважні моделі, загалом, дають добру оцінку температури при високому Сонці у широкому діапазоні широт.

ДЖЕРЕЛА

1. Clark, R. N., et al. (2009). "Thermal Emission and Reflectance Spectroscopy of the Moon." *Journal of Geophysical Research: Planets*, 114(E3).
2. Vasavada, A. R., Paige, D. A., & Wood, S. E. (1999). "Near-Surface Temperatures on Mercury and the Moon and the Stability of Polar Ice Deposits." *Icarus*, 141(2), 179-193.
3. Shkuratov, Y., Kaydash, V., Opanasenko, N., et al. (2011). Global regolith properties from the Lunar Crater Observation and Sensing Satellite (LCROSS) mission. *Planetary and Space Science*, 59(13), 1406-1416.
4. Williams, J. P., & Paige, D. A. (2008). "The Temperature and Thermal Emission of the Moon as Measured by the Diviner Lunar Radiometer Experiment." *Journal of Geophysical Research: Planets*, 113(E5).
5. Pieters, C. M., et al. (2009). "The Moon Mineralogy Mapper (M3) on Chandrayaan-1." *Current Science*, 96(4), 500-505.
6. Shkuratov, Y., et al. (2011). "A Model of the Coherent Backscatter Opposition Effect for Structured Planetary Surfaces: Application to the Moon." *Icarus*, 212(2), 480-496.
7. Vasavada, A. R., et al. (2012). "Lunar equatorial surface temperatures and regolith properties from the Diviner Lunar Radiometer Experiment." *Journal of Geophysical Research: Planets*, 117(E12). DOI: 10.1029/2011JE003987.
8. Paige, D. A., et al. (2010). "Diviner Lunar Radiometer Observations of Cold Traps in the Moon's South Polar Region." *Science*, 330(6003), 479-482.
9. Shkuratov, Y., et al. (2011). "A Model of the Coherent Backscatter Opposition Effect for Structured Planetary Surfaces: Application to the Moon." *Icarus*, 212(2), 480-496.
10. Pieters, C. M., et al. (2009). "Character and Spatial Distribution of OH/H₂O on the Surface of the Moon Seen by M3 on Chandrayaan-1." *Science*, 326(5952), 568-572.
11. Shkuratov, Y., et al. (2011). "A Model of the Coherent Backscatter Opposition Effect for Structured Planetary Surfaces: Application to the Moon." *Icarus*, 212(2), 480-496.
12. MathWorks. "MATLAB - MathWorks." Офіційний сайт MathWorks.
13. MathWorks. "MATLAB Toolboxes - MathWorks." Toolboxes.

14. MathWorks. "Solve Partial Differential Equations - MATLAB & Simulink." PDEPE Documentation.
15. Shkuratov, Y., Kaydash, V., Korokhin, V., Velikodsky, Y., Opanasenko, N., & Videen, G. (2011). "Optical measurements of the Moon as a tool to study its surface."
16. Surkov, Y., Shkuratov, Y., Kaydash, V., Videen, G., Korokhin, V., & Velichko, S. "Olivine abundance assessment using the ratio of 1- and 2- μm integrated band depths: Applications to Chandrayaan-1 M3 data."
17. Surkov, Y., Kaydash, V., Shkuratov, Y., Videen, G., & Mall, U. "Assessment of abundance of Mg-spinel using M3 data: The Theophilus Crater peak."
18. Surkov, Y., Shkuratov, Y., Kaydash, V., & Videen, G. "Modelling relationship between color ratio $C(321 \text{ nm} / 415 \text{ nm})$ and TiO_2 content."
19. Surkov, Y., Shkuratov, Y., Pan, Y.-L., Kalume, A., Santarpia, J., Zubko, E., Hu, Y., & Videen, G. (2023). "Light scattering from spiral particles." .
20. Shkuratov, Y., Starukhina, L., Hoffmann, H., & Arnold, G. (1998). "A model of spectral albedo of particulate surfaces: Implications for optical properties of the Moon."
21. Chechotkina, D., Surkov, Ye., Shkuratov, Yu., & Kaydash, V. "On assessment of lunar surface temperature."