

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
ННІ "Фізико-технічний факультет"
Кафедра фізики ядра та високих енергій імені О.І. Ахієзера

Пояснювальна записка

до дипломного проекту (роботи)

МАГІСТРА

на тему

укр. Сумісний аналіз пружного α – ^{116}Sn розсіювання
в інтервалі енергій $E_\alpha = 240 - 480$ MeV
за моделлю S -матриці.

англ. The joint analysis of elastic α – ^{116}Sn scattering
in the interval energies $E_\alpha = 240 - 480$ MeV
according to the S-matrix model

Виконав: студент 2-го курсу магістратури,
групи ТЯ-61

спеціальності 105 Прикладна фізика та
наноматеріали

освітня програма: Експериментальна
ядерна фізика та фізика плазми

Гресс М.Р. _____
(особистий підпис)

Керівник к.ф.-м.н., доцент
Онищенко Г.М. _____
(особистий підпис)

Рецензент к.ф.-м.н., доцент
Щусь О.П. _____
(особистий підпис)

АНОТАЦІЯ

Робота присвячена аналізу пружного розсіювання α -частинок середніх енергій на ядрах ^{116}Sn за допомогою S -матричної моделі, яка дає змогу досліджувати райдужні ефекти у пружному ядро-ядерному розсіянні. Досліджена залежність параметрів S -матриці та перерізів розсіювання в широкому інтервалі енергій налітаючих частинок. Зокрема була розглянута поведінка вкладів ближньої і дальньої компоненти у перерізи райдужного розсіювання.

Параметри S -матриці були отримані на основі сумісного аналізу поведінки модуля S -матриці та функції відхилення, що дало змогу в цілому отримати добре узгодження теоретичних перерізів з експериментальними даними та повних перерізів пружного розсіювання. Також результати цих досліджень сприяють побудові глобального набору параметрів S -матриці.

Результати дослідження вказують на те, що використання S -матричної моделі, яка є альтернативою оптичної моделі розсіювання задля аналізу пружного розсіювання дає змогу уточнити механізм ядерних реакцій при середніх та проміжних енергіях, що супроводжуються ефектами райдужного розсіювання.

ABSTRACT

The work is devoted to the analysis of elastic scattering of medium-energy α -particles on ^{116}Sn nuclei using the S -matrix model, which makes it possible to study rainbow effects in elastic nucleus-nucleus scattering. The dependence of the parameters of the S -matrix and the scattering cross sections in a wide range of energies of incoming particles was studied. In particular, the behavior of the contributions of the near and far components in the rainbow scattering cross sections was considered.

The parameters of the S -matrix were obtained on the basis of a joint analysis of the behavior of the modulus of the S -matrix and the deflection function, which made it possible to obtain, in general, a good agreement of the theoretical cross-sections with experimental data and the full cross-sections of elastic scattering. Also, the results of these studies contribute to the construction of a global set of parameters of the S -matrix.

The results of the study indicate that the use of the S -matrix model, which is an alternative to the optical scattering model for the analysis of elastic scattering, makes it possible to clarify the mechanism of nuclear reactions at medium and intermediate energies accompanied by rainbow scattering effects.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1: ТЕОРІЯ РАЙДУЖНОГО РОЗСІЯННЯ	7
РОЗДІЛ 2: S-МАТРИЧНА МОДЕЛЬ РАЙДУЖНОГО РОЗСІЯННЯ .	13
РОЗДІЛ 3: АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ	15
ВИСНОВКИ	30

ВСТУП

Аналіз розсіювання частинок на ядрах - це важливий напрямок у сфері ядерної фізики, який дає змогу вченим глибше зрозуміти багато властивостей і характеристик атомних ядер, а також механізми різних ядерних взаємодій. Зокрема, розсіювання α -частинок середніх енергій на ядрах.

Існує декілька методів теоретичного аналізу результатів експерименту, наприклад, оптична модель. Суть цієї моделі полягає в тому, що розсіювання α -частинки на ядрі розглядається як розсіювання світла на перешкоді. α -частка представляється як хвильовий пакет, який під час руху до ядра відчуває вплив потенційної енергії ядра, що розсіює. За допомогою комплексних потенціалів можна виділити поглинання падаючих частинок та ядерну рефракцію, за які відповідають уявні та дійсні частини потенціалу відповідно. Однак це також потребує чисельного вирішення рівняння Шредінгера.

Також існує і інший метод аналізу за допомогою матриці розсіювання (S -матриця). За допомогою параметризованої S -матриці проводиться аналіз пружного розсіювання α -часток на ядрі, що дає змогу в решті решт отримати значення для амплітуди і перерізу процесу, що вивчається, а також простежити залежність цих величин від параметрів цієї матриці, що в свою чергу допомагає глибше зрозуміти фізичний зміст отриманих величин. Крім того, дана модель дає змогу аналізувати у досить широкому спектрі кутів та енергій, зберігаючи при цьому можливість аналізувати різні типи розсіювання, такі як райдужне розсіювання, розсіювання Френеля, Фраунгофера і т.д.[5-8].

Таким чином, цей метод є прекрасною альтернативою для оптичного методу, який може бути корисним при аналізі тих місць, в яких при використанні оптичного методу можуть виникати неоднозначності у виборі параметрів оптичного потенціалу.

В даному випадку, при аналізі пружного розсіювання α -часток на ядрах ^{116}Sn , при малих кутах розсіювання можна спостерігати фрунгоферівські коливання диференціального перерізу, який переходить у максимум перерізу і потім зниження значення перерізу при великих кутах.

Райдужне розсіювання у разі можна спостерігати, якщо ядро має незначну прозорість при розсіянні легких іонів, отже вони проникають глибоко

ше, тому можуть дати більше інформації про внутрішній структурі ядра. Таким чином, аналіз райдужного розсіювання дає змогу краще зрозуміти процес розсіювання легких іонів різних енергій на ядрах [9-10].

Щоб проаналізувати залежність диференціального перерізу від кута розсіювання, слід розглянути поведінку квантової функції відхилення, яка залежить від кутового моменту та прицільного параметра. Зокрема, райдужне розсіювання можна спостерігати при негативних значеннях та яскраво вираженому мінімумі глибини кута розсіювання.

Таким чином виконана робота містить у собі аналіз результатів серій експериментів з вивчення пружного розсіювання α -часток на ізотопі ^{116}Sn при різних енергіях частки, що налітає $E_\alpha = 240, 288, 340, 480 \text{ MeV}$. У ході роботи було розглянуто поведінку різних ефектів, таких як райдужне розсіювання в залежності від енергії, а також залежність від енергії ряду параметрів, не тільки таких як ядерна рефракція, граничних радіусів, параметрів дифузії на поверхні ядра для областей сильного поглинання та ядерної рефракції, а також значення повного перерізу розсіювання.

Крім того, було досліджено ефект Фраунгоферового перетину ближньої та дальньої компоненти диференціального перерізу розсіяння.

РОЗДІЛ 1: ТЕОРІЯ РАЙДУЖНОГО РОЗСІЯННЯ

Ядерне райдужне розсіювання – це один з видів ядерного розсіювання, який, як і дифракційне розсіювання нейтронів і заряджених частинок на ядрах, що сильно поглинають, має аналогію в оптиці.

Для початку розглянемо випадок такого явища у класичній механіці. При розсіюванні частинок розсіювання відбувається аналогічно розсіюванню світла і частинок полягає в тому, що при райдужному розсіюванні існує граничний кут (кут райдуги), біля якого згущуються класичні траєкторії (промені), що призводить до збільшення інтенсивності розсіяних частинок поблизу кута райдуги.

Таким чином диференціальний переріз розсіювання частинок у класичній механіці має вигляд:

$$d\sigma = b \, db \, d\phi. \quad (1.1)$$

Цей вираз можна представити й в іншій формі:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \frac{d\phi}{d\theta}. \quad (1.2)$$

З цієї формули випливає, що при $d\theta/db = 0$ переріз розсіювання прямує до нескінченності. Для визначення умов цього явища потрібно знайти точки, які відповідають екстремуму функції кута розсіювання від прицільного параметра. У класичній механіці вона має наступний вигляд:

$$\Theta(b) = \pi - 2b \int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{1 - \frac{U(r)}{E} - \frac{b^2}{r^2}}}, \quad (1.3)$$

де E - енергія частинки; $U(r)$ – потенційна енергія взаємодії частинки з ядром-мішенню; r_{min} – відстань найменшого зближення частинки з мішенню, яку можна визначити з умови рівності нулю підкореного виразу.

Таким чином, функція $\Theta(b)$ – класична функція відхилення, і вона має наступну залежність від кута розсіювання θ :

$$\Theta(b) = \pm\theta - 2\pi m, \quad (1.4)$$

де m - топологічне квантове число (кількість оборотів частки навколо ядра-

розсіювача: $m = 0, 1, 2, \dots$). Розглянемо екстремум цієї функції. Якщо $\Theta'(b_r) = 0$, то для класичного перерізу розсіювання кут райдуги ϵ : $\theta_r = |\Theta(b_r)|$. Якщо $\theta_r \neq 0$ и $\theta_r \neq \pi$, то розсіяння поблизу кута θ_r називається райдужним розсіянням, а сам кут — кут райдуги.

Поблизу цього кута функцію відхилення $\Theta(b)$ можна розвинути в ряд:

$$\Theta(b) = \theta_r + \alpha k^2 (b - b_r)^2, \quad (\alpha - \text{const}). \quad (1.5)$$

Таким чином, переріз розсіяння має вигляд:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \begin{cases} \frac{b_r}{2k \sin \theta} \frac{1}{\sqrt{|\alpha|(\theta_r - \theta)}}, & \theta < \theta_r \\ 0, & \theta > \theta_r. \end{cases} \quad (1.6)$$

Звідси видно, що при наближенні $\theta \rightarrow \theta_r$ справа, класичний переріз розсіювання сягає нескінченності, оскільки густина вхідних траєкторій прямує в нескінченність. Для кутів менших кута райдуги класичні траєкторії відсутні, а перерізи розсіювання дорівнюють нулю.

Існують також і інші ефекти, що виникають при розсіянні. При кінцевих значеннях b і $\Theta'(b)$, $\theta = 0$ або $\theta = \pi$ виникає ефект названий саявом, або глорія.

Якщо функція відхилення прямує до нескінченності: $\Theta(b_0) \rightarrow -\infty$, це означає, що значення $m \rightarrow -\infty$, а траєкторія має форму спіралі, що нескінченно закручується навколо розсіюючого центру, а саме явище називається закручуванням, або орбітування. Воно виникає, якщо ефективна потенційна енергія (сума потенційної енергії взаємодії та відцентрової енергії) має локальний максимум, а висота цього максимуму збігається з енергією частинки.

Таким чином класична функція відхилення має такі ефекти: райдужне розсіювання при $b = b_r$, свічення при $b = b_g$ і закручування при $b = b_0$.

Тепер розглянемо явище райдужного розсіювання з боку квантової механіки. При розгляді розсіювання швидких частинок можна скористатися квазікласичним наближенням. Виходитимемо з формули Факсена-Хольтсмарка

для амплітуди розсіювання:

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left(\exp(2i\delta_l) - 1 \right) P_l(\cos(\theta)), \quad (1.7)$$

де $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ - хвильовий вектор частинки, що налітає; δ_l - фаза розсіювання з моментом l . У нашому випадку у суму формули (1.7) основний внесок вносять доданки з великими l , внаслідок чого поліноми Лежандра можна замінити їх асимптотичними виразами наступного виду:

$$P_{L-\frac{1}{2}}(\cos \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi L \sin \theta}} \left(\exp(i \left[L\theta - \frac{\pi}{4} \right]) + \exp(-i \left[L\theta - \frac{\pi}{4} \right]) \right). \quad (1.8)$$

Скористаємося також формулою Пуассона:

$$\sum_{l=0}^{\infty} \Phi(l+1/2) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-1)^m \int_0^{\infty} dL \exp(2im\pi L) \Phi(L), \quad (L = l+1/2), \quad (1.9)$$

для переходу від сумовування до інтегрування та отримаємо наступний вираз для амплітуди розсіювання:

$$f(\theta) = \frac{1}{ik\sqrt{2\pi \sin \theta}} \int_0^{\infty} dL \sqrt{L} \left(\exp(i\Phi_+(\theta, L)) + \exp(-i\Phi_-(\theta, L)) \right), \quad (1.10)$$

де $\Phi_{\pm}(\theta, L) = \pi/4 - L\theta \pm 2\delta(L)$.

У рівнянні (1.10) амплітуда розсіювання складається з двох частин: ближньої $\Phi_+(\theta, L)$ і дальньої амплітуди (компоненти) $\Phi_-(\theta, L)$ Квантова функція відхилення $\theta(L)$ має такий вигляд:

$$\Theta(L) = \frac{d}{dL} 2\delta(L). \quad (1.11)$$

Тепер якщо використати вираз для квазікласичної фази розсіяння:

$$\delta(L) = \frac{\pi}{2}L + k \int_{r_{min}}^{\infty} dr \left(\sqrt{1 - \frac{U(r)}{E} - \frac{L^2}{k^2 r^2}} - 1 \right) - kr_{min}, \quad (1.12)$$

то ми отримаємо, що квантова функція відхилення у даному випадку співпадає з класичною функцією відхилення (1.3).

Продовжимо розгляд, розглянемо ситуацію, в якій між налетаючою ча-

стинкою та розсіювальним центром існує достить сильне притягання на малих відстанях і відштовхування на великих відстанях. Тоді у квантовій функції відхилення є дві стаціонарні точки L_1, L_2 функції $\Theta(L)$ ($\Theta(L_1) = \Theta(L_2) = 0$, ; $L_1 < L_r < L_2$) для $\theta < \theta_r$. На даний момент ми не будемо розглядати поведінку функції відхилення в області малих L , де також може існувати точка райдуги.

Тепер розглянемо розсіяння під кутами, близькими до кута райдуги. Якщо $\theta = \theta_r$, то обидві стаціонарні точки повинні збігатися: $L_1 = L_2 = L_r$, таким чином виникає стаціонарна точка більшого порядку, що має внесок у близьку амплітуду. Розвинемо близьку компоненту в ряд навколо кута райдуги (θ_r):

$$\Phi_+(\theta, L) = \frac{\pi}{4} - L_r\theta + (L - L_r)(\theta_r - \theta) + \frac{1}{6}(L - L_r)^3\Theta''(L_r) + 2\delta(L_r). \quad (1.13)$$

Тоді амплітуда розсіяння має наступний вигляд:

$$f(\theta) = \frac{i}{k} \sqrt{\frac{L_r}{2\pi \sin\theta}} \exp\left(i(2\delta(L_r) - L_r\theta - \frac{\pi}{4})\right). \quad (1.14)$$

$$\cdot \int_0^\infty dL \left(\exp\left(i[(\theta_r - \theta)(L - L_r) + 1/6(L - L_r)^3\Theta''(L)]\right) \right). \quad (1.15)$$

У цьому випадку був залишений поза увагою внесок від функції $\Phi_-(\theta, L)$, оскільки вона не містить стаціонарних точок. Виявляється, що розглянута картина райдужного розсіяння, так само як і френелівська дифракційна картина, визначається близькою компонентою амплітуди розсіяння (це називається кулоновою райдугою). Оскільки головний внесок в інтеграл амплітуди розсіяння вносять значення L , що лежать неподалік від L_r , то нижню межу інтегрування можна замінити на $-\infty$. Тоді знаходимо

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi L_r}{k^2 \sin\theta} \left(\frac{2}{\Theta''(L_r)} \right)^{2/3} \left[Ai\left(\frac{\theta_r - \theta}{(1/2\Theta''(L_r))^{1/3}} \right) \right]^2, \quad (1.16)$$

де $Ai(x)$ – функція Ейрі:

$$Ai(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dt \cos(xt + t^3/3). \quad (1.17)$$

Отриманий результат називається наближенням Ейрі до райдужного роз-

сіяння. Важливо зазначити, що на відміну від класичної механіки в квантовій механіці диференціальне переріз розсіяння є скінченною величиною при куті θ_r . Поки що ми вважали, що розсіяння не супроводжується поглинанням частинок. Якщо ж все ж таки має місце поглинання, то матрицю розсіяння $S(l)$, що визначає амплітуду розсіяння, можна представити у вигляді:

$$S(l) = \eta_l e^{2i\delta_l}, \quad 0 \leq \eta_l \leq 1. \quad (1.18)$$

Припустимо, що при розсіянні всі частинкові хвилі з $L < L_0$ повністю поглинаються, а для $L > L_0$ поглинання відсутнє. У результаті отримуємо:

$$\eta(L) = \begin{cases} 0, & L < L_0 \\ 1, & L > L_0 \end{cases} \quad (1.19)$$

Для картина райдужного розсіяння в присутності сильного поглинання (ε) характерні такі особливості. На освітленій стороні ($\theta < \theta_r$) існують осциляції перерізу, які швидко згасають. На темній стороні ($\theta > \theta_r$) експоненційне зменшення перерізу стає ще швидшим через поглинання. Розглянутий випадок райдужного розсіяння при наявності поглинання важливий для дослідження розсіяння легких ядер сильнопоглинаючими ядрами і відповідає кулоновій райдузі. Ефект кулонової райдуги може суттєво впливати на поведінку диференційного перерізу розсіяння легких ядер в області його швидкого зменшення неподалік від критичного кута θ_C . Важливо зазначити, що картина кулонової райдуги має схожість з картинами френелевської дифракції, і тим не менше, вони обумовлені різними теоретичними наближеннями і мають різну природу.

У квазікласичному наближенні кулонова райдуга виникає внаслідок заломлення розсіяної хвилі, коли ядерні сили притягіння взаємодіють певною мірою з кулоновими силами. Деталі кулонової райдуги пов'язані з наявністю поглинання. У дифракційній теорії френелевська картина розсіяння обумовлена наявністю сильного поглинання і достатньо сильною кулоновою взаємодією частинок, що стикаються.

Функція $\Theta(L)$ найчастіше містить два екстремуми: невеликий максимум в області її позитивних значень для $L = L_C > L_0$ (кулонова райдуга) і досить глибокий мінімум при її від'ємних значеннях для $L = L_r < L_0$,

що відповідає проходженню налетаючих частинок крізь ядро (ядерна рай-
дуга).

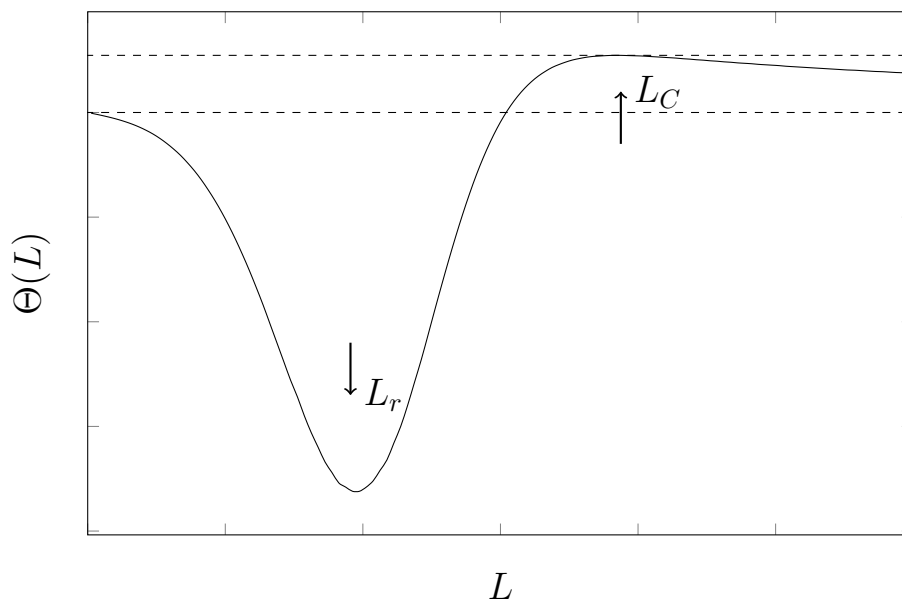


Рис. 1.1. Функція відхилення з двома екстремумами.

Кулонова райдуга не має суттєвого впливу на поведінку диференціальних перерізів пружнього розсіяння, на відміну від ядерної райдуги, яка суттєво впливає на форму перерізів, що можна буде спостерігати у результатах дослідження.

РОЗДІЛ 2: S-МАТРИЧНА МОДЕЛЬ РАЙДУЖНОГО РОЗСІЯННЯ

У феноменологічній моделі S -матриці взаємодія між ядрами при розсіянні описується саме S -матрицею. Вона поєднує початковий і кінцевий стани системи, що дає змогу отримувати потрібні нам характеристики, виражені через елементи самої матриці розсіяння. Через формулу Факсена-Хольтсмарка (1.7) можна отримати амплітуду пружного розсіяння:

$$f(\theta) = f_C(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum (2l+1) (S_l - \exp(2i\sigma_l)) P_l(\cos(\theta)), \quad (2.20)$$

де θ — кут розсіювання, k — хвильовий вектор падаючої частки, l — кутовий момент, S_l — діагональні матричні елементи матриці розсіювання у зображенні кутового моменту, а $P_l(\cos(\theta))$ — поліноми Лежандра. Амплітуда $f_C(\theta)$ і відповідний фазовий зсув σ_l для кулонового розсіювання двох точкових зарядів вводиться для забезпечення збіжності ряду в даному рівнянні. Використовуємо наступну параметризацію S -матриці залежно від кутового моменту (відповідно до [1, 9, 10]):

$$S(L) = \eta(L) \exp(2i[\delta_r(L) + \sigma_C(L)]), \quad (2.21)$$

$$\eta(L) = \exp(\ln(\varepsilon)g(L, L_0, \Delta_0)), \quad (2.22)$$

$$2i\delta_r(L) = \delta_0 g^2(L, L_1, \Delta_1), \quad (2.23)$$

$$g(L, L_j, \Delta_j) = \frac{\sinh(\frac{L_j}{\Delta_j})}{\cosh(\frac{L_j}{\Delta_j}) + \cosh(\frac{L}{\Delta_j})}, \quad j = 0, 1, \quad (2.24)$$

де $L = l + \frac{1}{2}$ — кутовий момент, пов'язаний з квазікласичним прицільним параметром L/k , $\eta(L)$ — модуль матриці розсіювання, $\delta_r(L)$ і $\sigma_C(L)$ — ядерні (рефракційні) і кулонові фазові зрушення, $\varepsilon \ll 1$ — параметр, що визначає прозорість ядерної матерії, δ_0 — параметр, що характеризує величину ядерної рефракції розсіяних хвиль, L_j і Δ_j — параметри, що визначають лінійні розміри та дифузність області сильного поглинання ($j = 0$) та ядерної рефракції ($j = 1$). У цій моделі є шість вільних параметрів: $\delta_0, \varepsilon, L_0, \Delta_0, L_1$ і Δ_1 , які треба визначити вчасно припасування. У даному випадку симетризована ступінчаста функція Фермі - 2.24 набагато краща, оскільки при

$L = 0$ похідні функцій $\eta(L)$ і $\delta_r(L)$ звертаються в нуль. Кулоновий фазовий зсув $\sigma_C(L)$ можна визначити як фазу розсіювання точкового заряду на однорідно зарядженій сфері радіуса R_C . Для нього скористаємося наступним виразом з [4], який можна отримати у квазікласичному наближенні:

$$\sigma_C(L) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\sqrt{L_C^2 - L^2} - \frac{1}{4}p \ln\left(\frac{(aR_C^2 - p + \sqrt{L_C^2 - L^2})^2}{p^2 + L^2}\right) - n + \\ + n \ln(kR_C - n + \sqrt{L_C^2 - L^2}) + \\ + L\left(\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{L^2 + apR_C^2}{L\sqrt{L_C^2 - L^2}}\right) + \right. \\ \left. + \arctan\left(L \frac{n\sqrt{L_C^2 - L^2} - L^2 - nkR_C}{L^2\sqrt{L_C^2 - L^2} + nL^2 + n^2kR_C}\right) + \frac{\pi}{4}\right), & L < L_C \\ \frac{n}{2}\ln(L^2 + n^2) + L \arctan\left(\frac{n}{L}\right) - n, & L \geq L_C, \end{cases} \quad (2.25)$$

де $L_C = \sqrt{k^2 R_C^2 - 2nkR_C}$, $a = \sqrt{\frac{nk}{R_C^3}}$, $p = (3nk/R_C - k^2)/(2a)$, $n = Z_1 Z_2 e^2 / (\hbar v)$ — параметр Зоммерфельда, Z_1, Z_2 заряди ядер, а v їх відносна швидкість.

У зовнішній ділянці $L \geq L_C$ при розрахунку амплітуди розсіювання замість формули 2.25 використовуємо відому точну формулу для кулонової фази розсіювання двох точкових зарядів. Диференціальний переріз пружного розсіювання розраховується через рівняння для амплітуди 2.20:

$$\sigma(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2. \quad (2.26)$$

Квантова функція відхилення $\Theta(L)$ пов'язана з фазою розсіювання за формулою $\delta(L) = \delta_r(L) + \sigma_C(L)$

$$\Theta(L) = \frac{d\delta(L)}{dL}. \quad (2.27)$$

Кут ядерної райдуги θ_r визначається як глибина мінімуму функції квантового відхилення 2.27.

РОЗДІЛ 3: АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

У роботі було проведено аналіз розсіювання α -частинок на ядрі ^{116}Sn , у тому числі й розглянуто певні ефекти, що виникають при розсіянні, таких як ядерне райдужне розсіювання та інші рефракційні ефекти. Кінцевою метою є визначення ефективності застосування S -матричної моделі як альтернативи оптичної моделі, в тому числі для аналізу альфа-розсіювання на ядрах атомів. Раніше вже були опубліковані деякі роботи з аналізу альфа-розсіювання на таких ядрах як ^{12}C ([5]), ^{24}Mg ([6]) у діапазонах 104 – 699 MeV, ^{58}Ni ([8]) у діапазоні 82 – 699 MeV і ^{208}Pb ([7]) в діапазоні 104 – 699 MeV. Експериментальні дані перерізів були взяті з робіт [2] для $E_\alpha = 288, 340, 480$ MeV та [3] для $E_\alpha = 240$ MeV. Початкові значення параметрів матриці визначалися відповідними рівняннями, що полегшує процес підгонки розрахунковою програмою.

E_α, MeV	240	288	340	480
$k, \text{фм}^{-1}$	6.643	7.297	7.951	9.520
L_0	38.96	41.28	47.23	64.72
$L_0/k, \text{фм}$	5.83	5.66	5.95	6.80
L_1	37.53	45.52	51.78	61.90
$L_1/k, \text{фм}$	5.65	6.24	6.51	6.49
Δ_0	6.08	7.86	8.71	6.49
$\Delta_0/k, \text{фм}$	0.915	1.076	1.096	0.682
Δ_1	9.39	9.53	10.07	7.68
$\Delta_1/k, \text{фм}$	1.416	1.308	1.267	0.806
$\varepsilon, \%$	0.377	1.303	2.560	2.925
δ_0	23.192	13.226	10.699	4.782
χ^2/N	3.30	3.34	4.69	3.50
$\sigma_r, \text{мбн}$	2323.59	2321.82	2387.25	2250.50
θ_r	31.5	18.1	13.5	7.4
θ_{cr}	10.7	7.5	6.2	-

Табл. 1. Параметри S -матриці для кожної енергії.

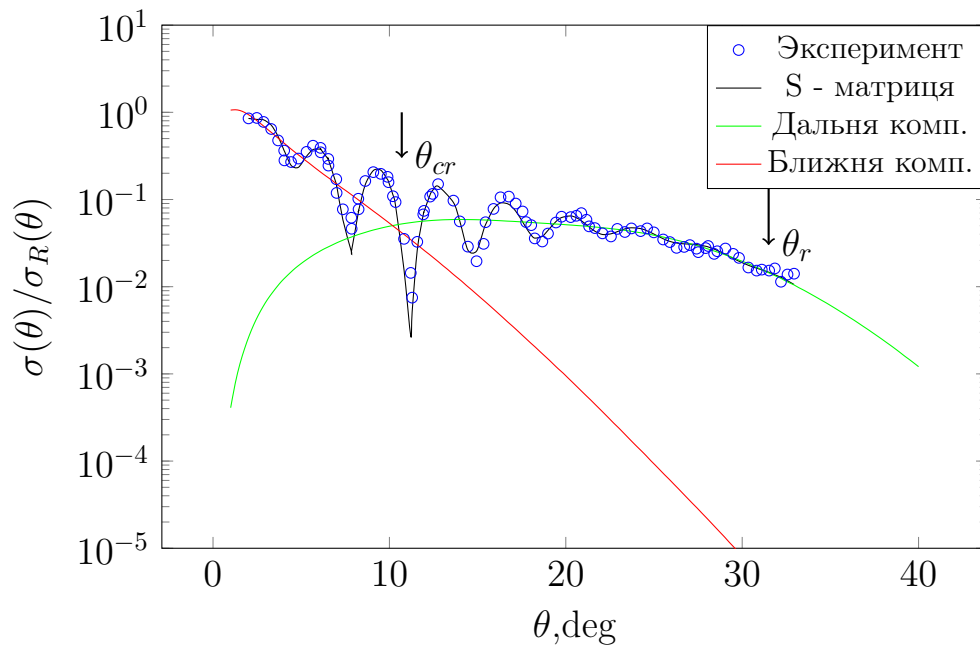


Рис. 3.2. Диференціальний переріз (відносно до резерфордського) пружного α -розсіювання при $E_\alpha = 240$ MeV, розрахований за моделлю S -матриці. Експериментальні дані перерізів були взяті з [3].

Диференціальні перерізи пружного розсіювання $\alpha-^{116}\text{Sn}$ розраховані для чотирьох значень енергії на основі параметризації S -матриці у вигляді (2.21-2.25), представлені на графіках (Рис. 3.2, Рис. 3.3, Рис. 3.4, Рис. 3.5) разом з їх ближніми та дальніми компонентами. Також слід використовувати суму для широкого діапазону значень l під час розрахунку амплітуди розсіювання, задля забезпечення точності розрахунків. Початкові параметри S -матриці були знайдені шляхом окремих чисельних розрахунків, та після того були підставлені в саму S -матрицю для більш детальної підгонки.

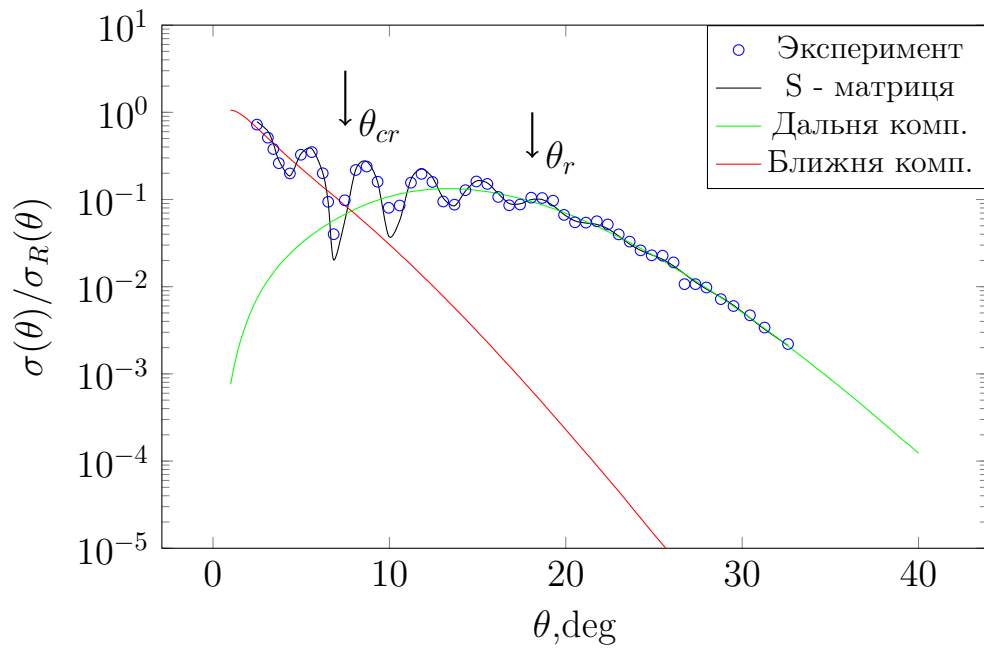


Рис. 3.3. Диференціальний переріз (відносно до резерфордського) пружного α -розсіювання при $E_\alpha = 288$ MeV, розрахований за моделлю S -матриці. Експериментальні дані перерізів були взяті з [2].

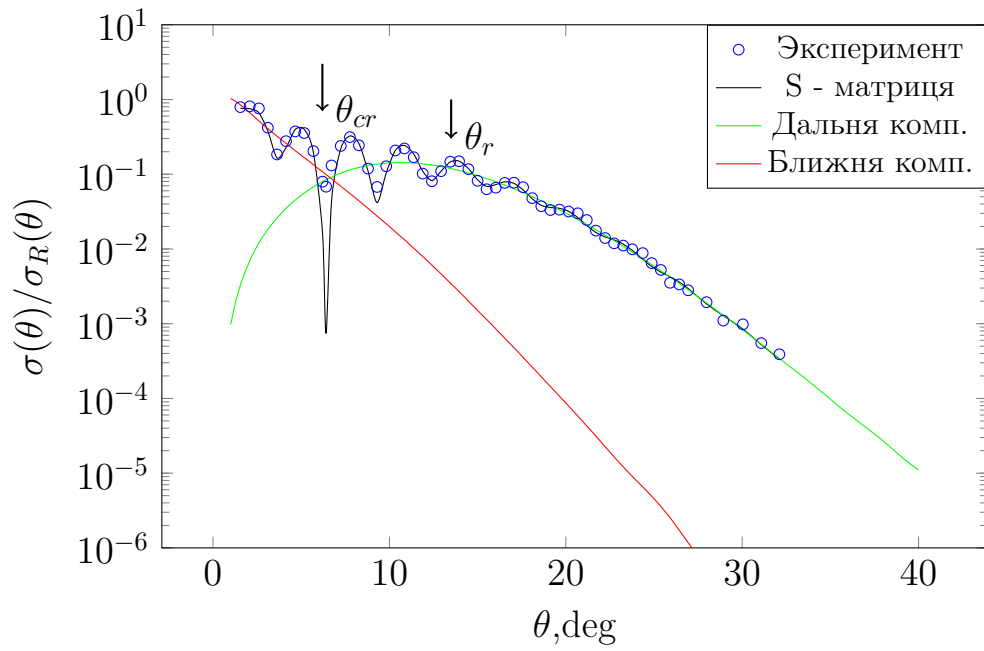


Рис. 3.4. Диференціальний переріз (відносно до резерфордського) пружного α -розсіювання при $E_\alpha = 340$ MeV, розрахований за моделлю S -матриці. Експериментальні дані перерізів були взяті з [2].

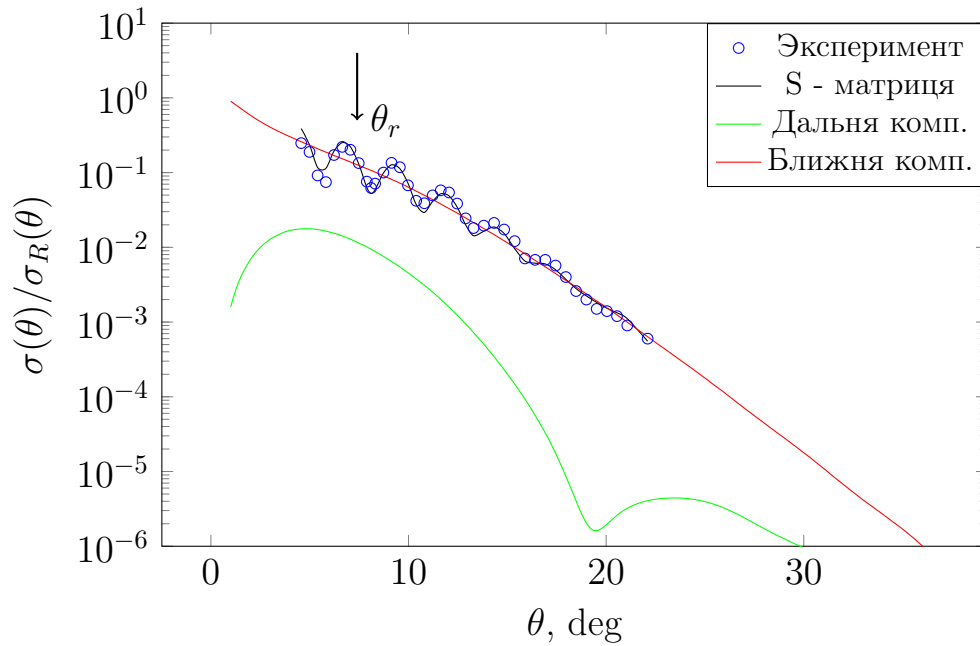


Рис. 3.5. Диференціальний переріз (відносно до резерфордого) пружного α -розсіяння при $E_\alpha = 480$ MeV, розрахований за моделлю S -матриці. Експериментальні дані перерізів були взяті з [2].

На всіх графіках (Рис. 3.2, Рис. 3.3, Рис. 3.4) за винятком (Рис. 3.5) можна спостерігати яскраво виражені рефракційні ефекти. Що ж до ядерного райдужного розсіювання, то його ознаки видно при всіх значеннях енергії з симетрії функції відхилення $\Theta(L)$ (Рис. 3.6, Рис. 3.7, Рис. 3.8, Рис. 3.9) щодо мінімуму, що є ознакою даного ефекту. Виходячи з досить задовільного узгодження експериментальних даних з теоретичною моделлю, можна зробити висновок, що в даному випадку запропонована параметризація дала змогу з задовільною точністю описати ефект розсіяння $\alpha-^{116}\text{Sn}$ у широкому інтервалі енергій і кутів. На графіках можна спостерігати декілька фраунгоферівських коливань під малими кутами, які потім зникають і переходять у широкий максимум (ефект ядерного райдужного розсіювання). Особливо цей максимум видно при низьких енергіях, адже зі зростанням енергії він починає згладжуватися разом зі зменшенням кута райдуги (Табл. 1), що можна спостерігати на графіку 3.10.

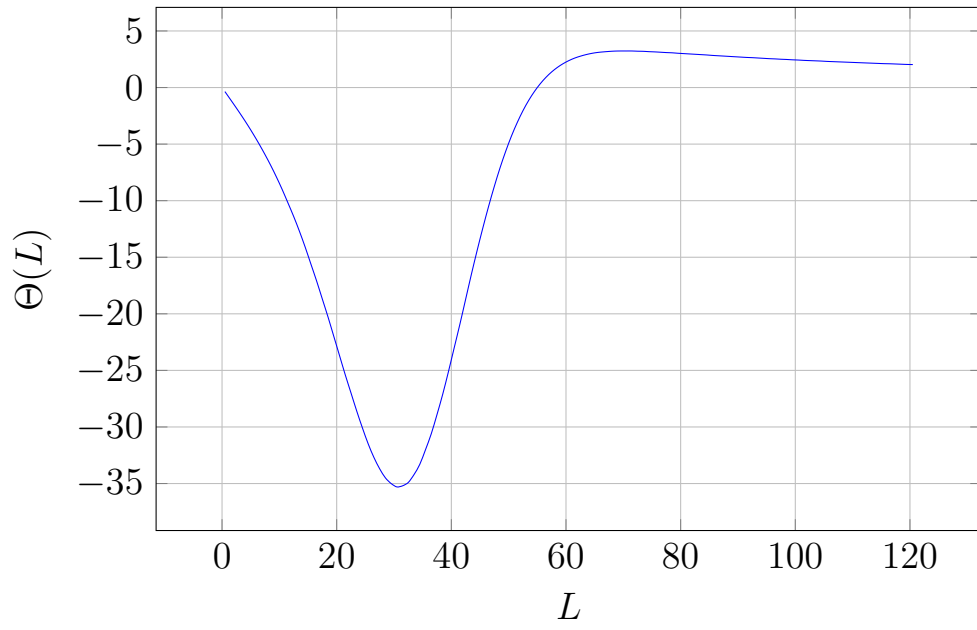


Рис. 3.6. Квантова функція відхилення $\Theta(L)$ як функція прицільного параметра L для $E_\alpha = 240$ MeV.

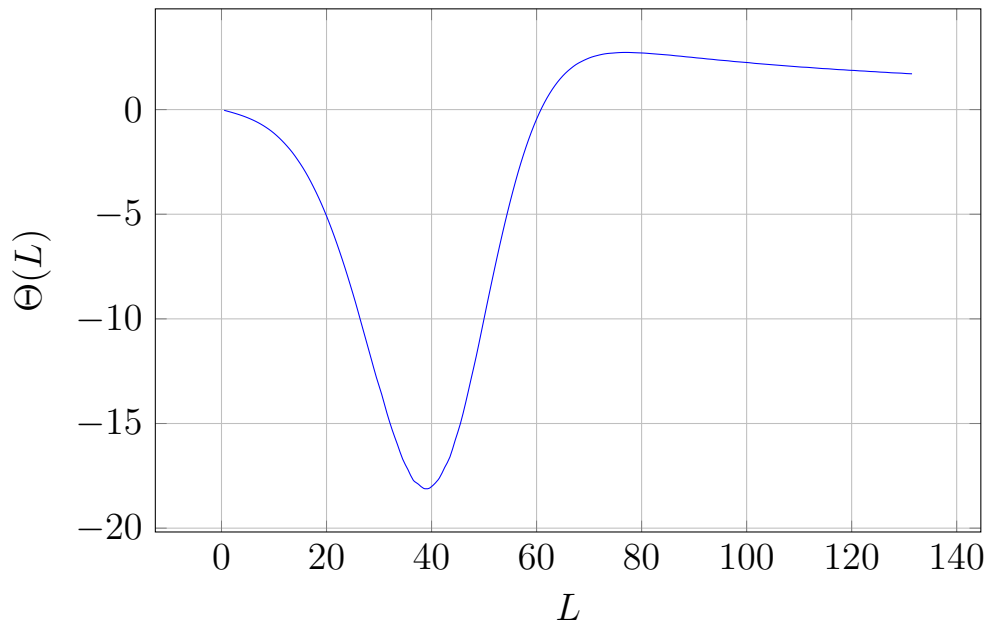


Рис. 3.7. Квантова функція відхилення $\Theta(L)$ як функція прицільного параметра L для $E_\alpha = 288$ MeV.

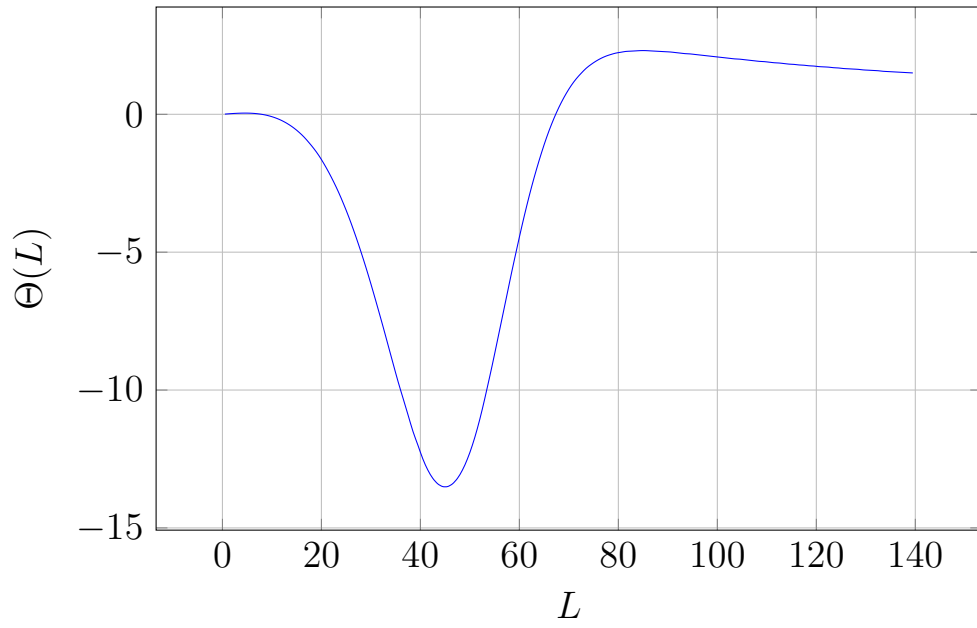


Рис. 3.8. Квантова функція відхилення $\Theta(L)$ як функція прицільного параметра L для $E_\alpha = 340$ MeV.

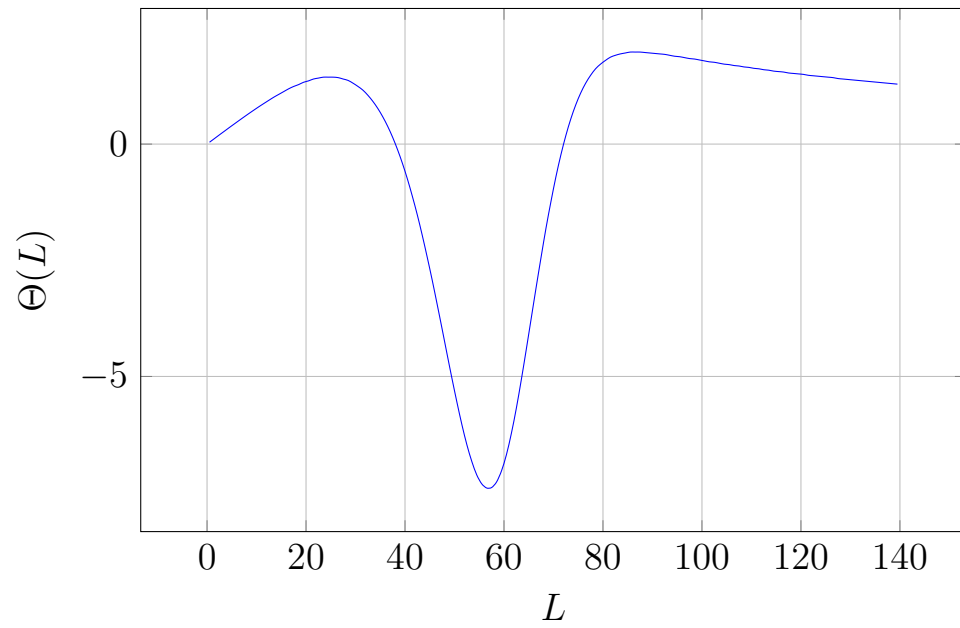


Рис. 3.9. Квантова функція відхилення $\Theta(L)$ як функція прицільного параметра L для $E_\alpha = 480$ MeV.

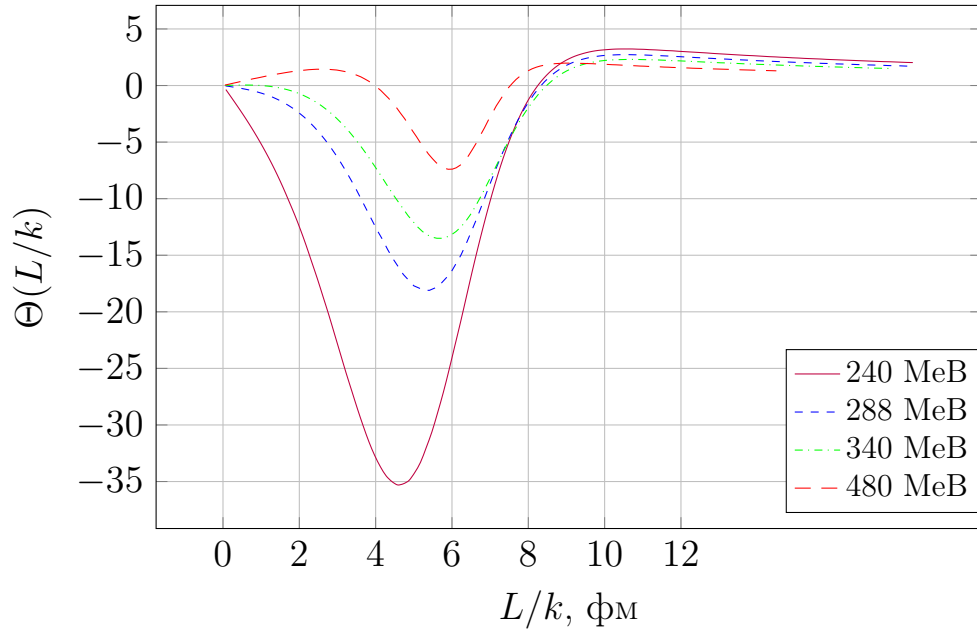


Рис. 3.10. Порівняння квантової функції відхилення $\Theta(L/k)$ для всіх чотирьох енергій.

Таким чином, можна помітити, що зі збільшенням енергії кут райдуги досить швидко зменшується.

Далі розглянемо поведінку модуля S-матриці $\eta(L)$ залежно від кутового моменту L для всіх енергій окремо (Рис. 3.11, Рис. 3.12, Рис. 3.13, Рис. 3.14), та разом (3.15).

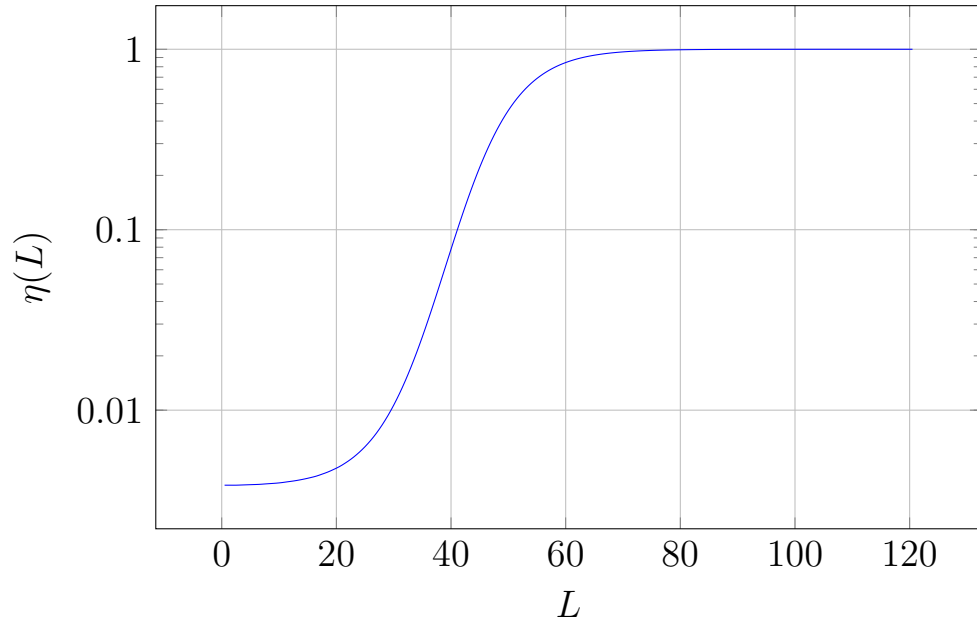


Рис. 3.11. Залежність модуля матриці розсіювання $\eta(L)$ від прицільного параметра (L) для $E_\alpha = 240$ MeV.

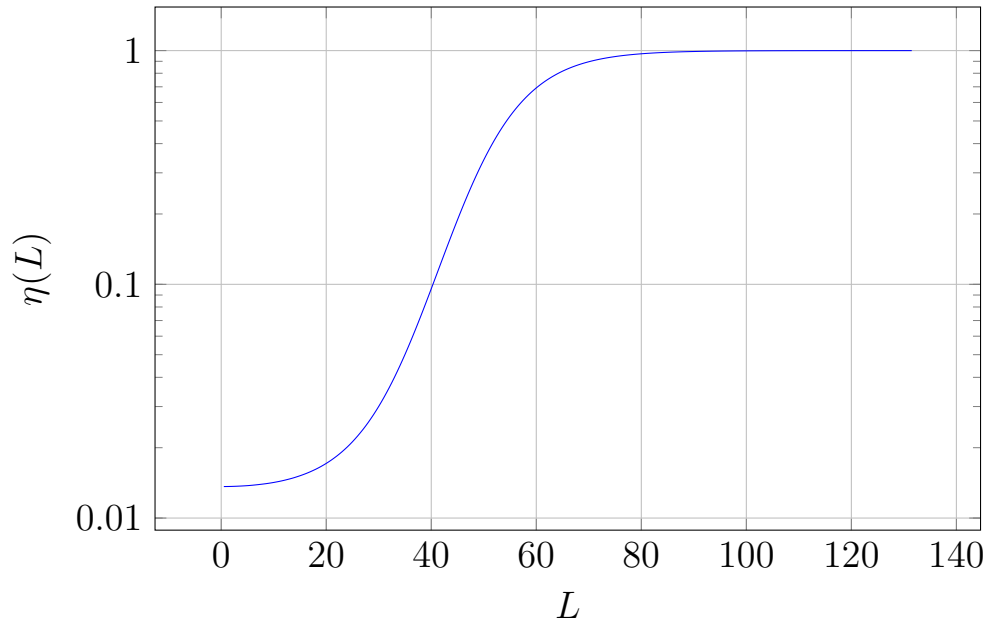


Рис. 3.12. Залежність модуля матриці розсіювання $\eta(L)$ від прицільного параметра (L) для $E_\alpha = 288$ MeV.

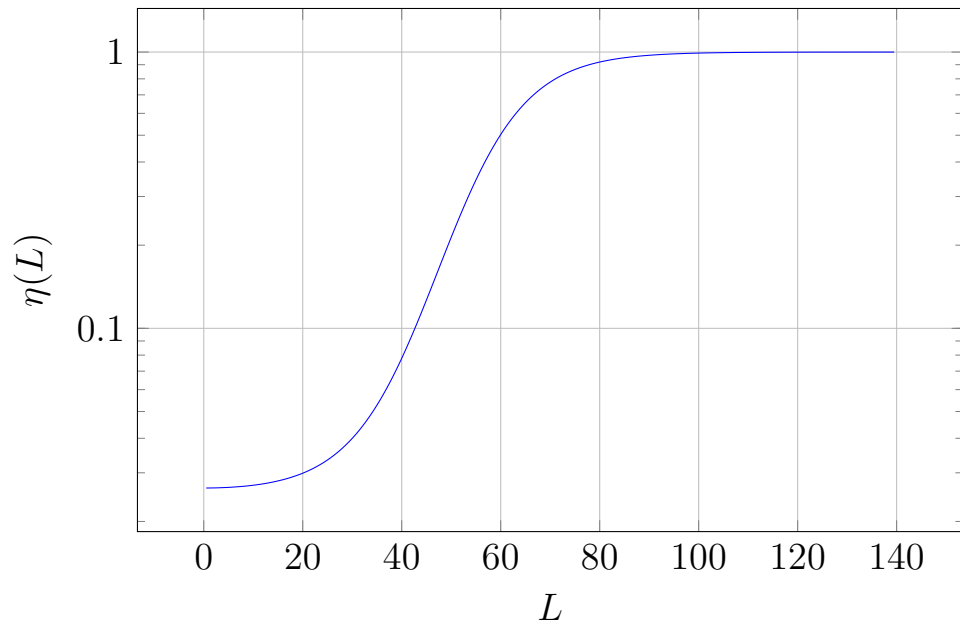


Рис. 3.13. Залежність модуля матриці розсіювання $\eta(L)$ від прицільного параметра (L) для $E_\alpha = 340$ MeV.

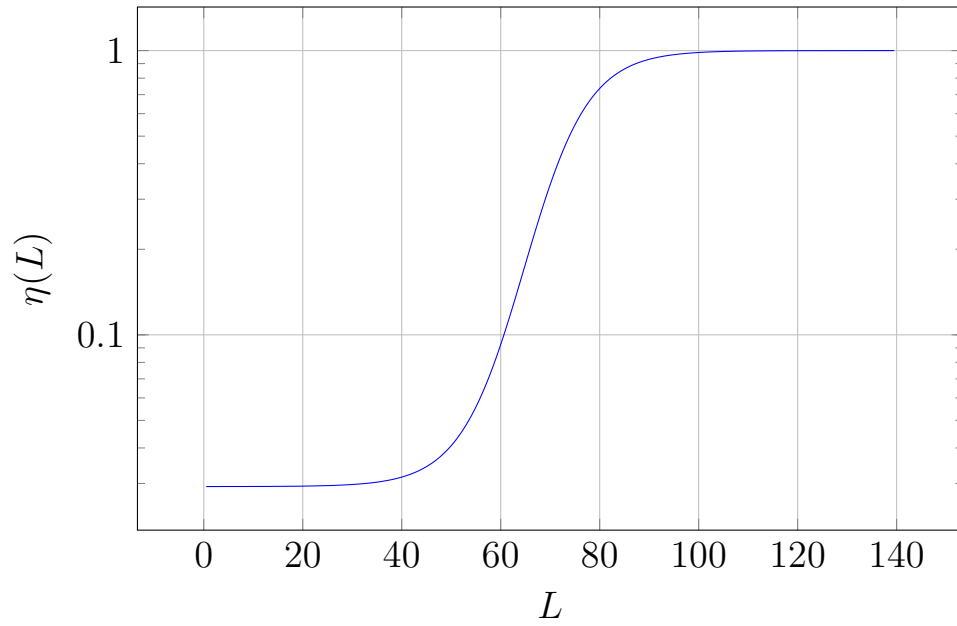


Рис. 3.14. Залежність модуля матриці розсіювання $\eta(L)$ від прицільного параметра (L) для $E_\alpha = 480$ MeV.

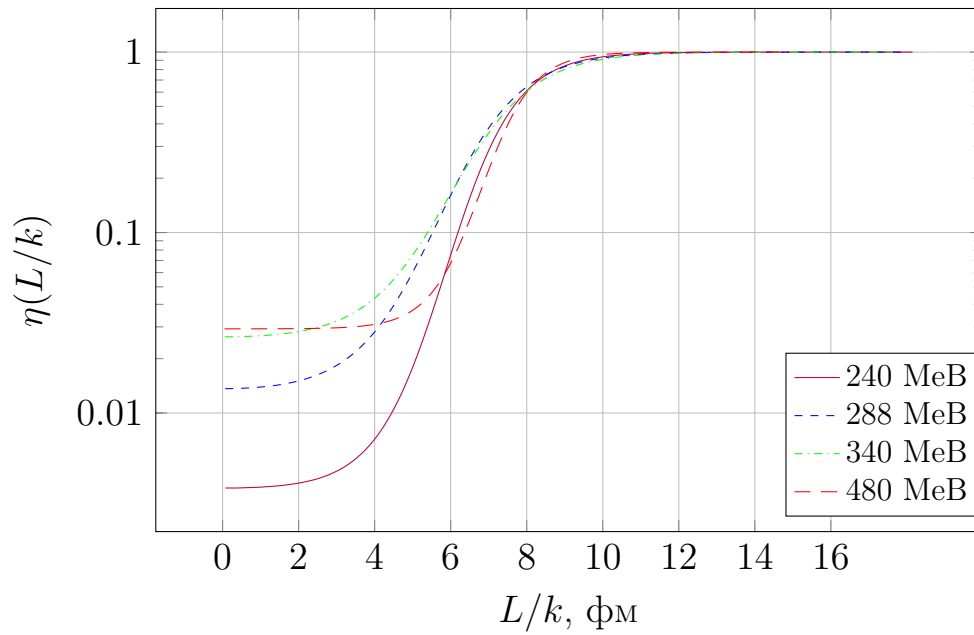


Рис. 3.15. Порівняння модуля матриці розсіювання $\eta(L)$ для всіх чотирьох енергій.

На Рис. 3.15 можна побачити, що функція $\eta(L)$ для всіх енергій має вигляд схожий на сходишкову функцію з розмитою поверхнею поблизу $L \neq L_0$, де $\eta(L)$ швидко змінюється від значення ядерної прозорості ε до одиниці. Таким чином, чим вища енергія, тим вища ядерна прозорість у ядра-мішені. Розглянемо поведінку різних параметрів S -матриці в залежності від енергії і визначемо параметри функція, що характеризують поведінку знайдених параметрів в цілому для даного інтервалу енергій. Розраховані

значення даних параметрів можна побачити у Табл. 1. Для початку розглянемо поведінку нормованих граничних радіусів L_0/k та L_1/k (Рис. 3.16 та Рис. 3.17).

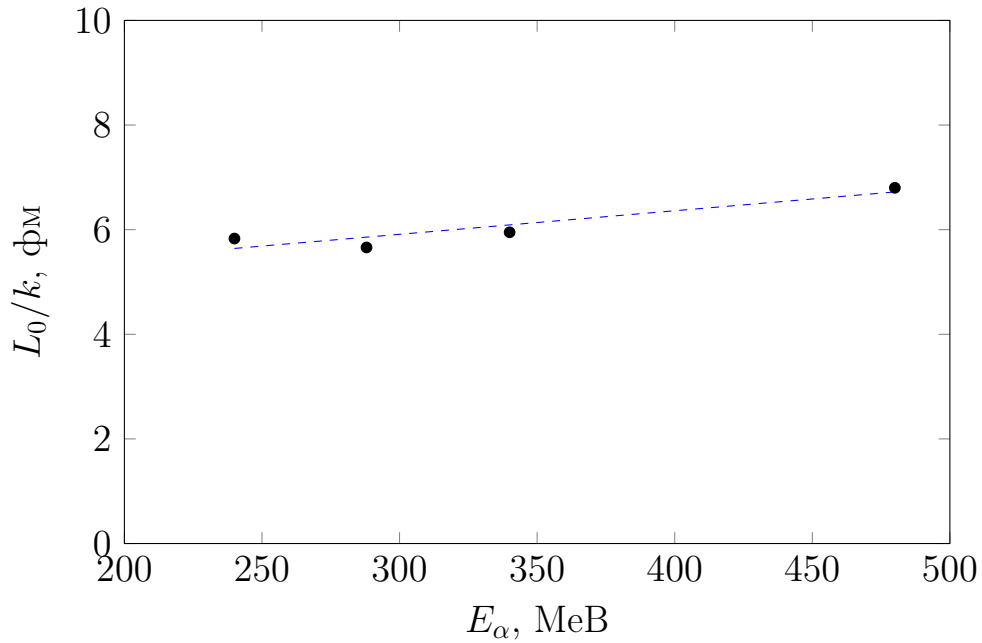


Рис. 3.16. Залежність граничного радіуса L_0/k від енергії. Пунктирна лінія - функція апроксимації ($y = 4.5613 + 0.0045 x$).

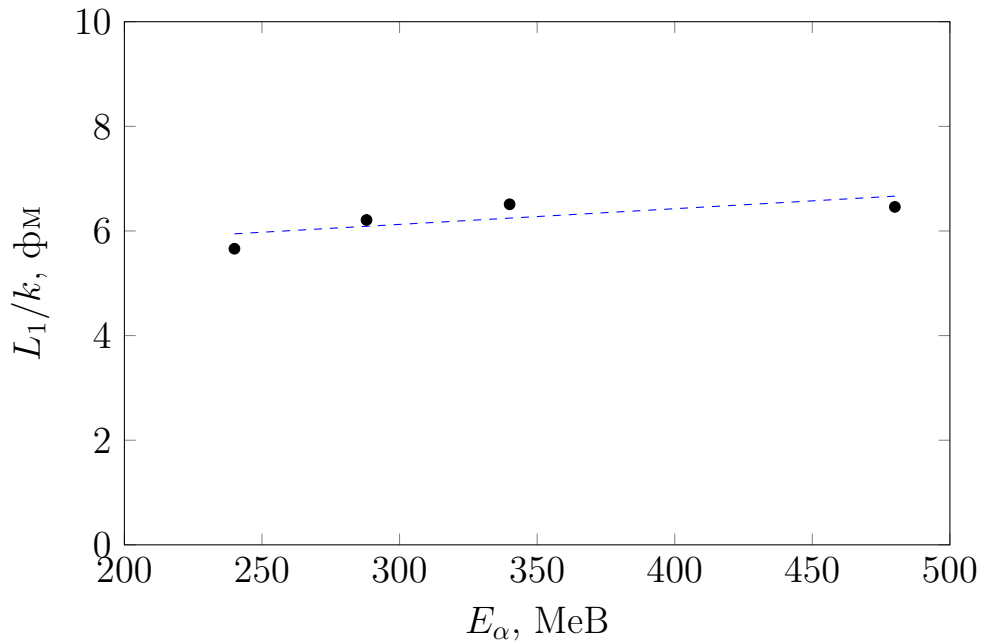


Рис. 3.17. Залежність граничного радіуса L_1/k від енергії. Пунктирна лінія - функція апроксимації ($y = 5.2254 + 0.003 x$).

Вони мають приблизно лінійний характер з малим кутом нахилу. Апроксимуючі криві на цих малюнках відповідають $L_0/k \approx a_0 + b_0 \cdot E$, де $a_0 =$

$4.5613(\text{фм})$, $b_0 = 0.0045(\text{фм} \cdot \text{МеВ}^{-1})$ і $L_1/k \approx a_1 + b_1 \cdot E$, де $a_1 = 5.2254(\text{фм})$, $b_1 = 0.003(\text{фм} \cdot \text{МеВ}^{-1})$.

Аналогічно з параметрами дифузності Δ_0/k та Δ_1/k (Рис. 3.18 та Рис. 3.19) На графіку можна побачити, що ці параметри також мають лінійний характер. Апроксимуючі криві мають вигляд $\Delta_0/k \approx a_0 + b_0 \cdot E$, де $a_0 = 1.3681(\text{фм})$, $b_0 = -0.0013(\text{фм} \cdot \text{МеВ}^{-1})$ і $\Delta_1/k \approx a_1 + b_1 \cdot E$, де $a_1 = 2.0537(\text{фм})$, $b_1 = -0.0025(\text{фм} \cdot \text{МеВ}^{-1})$.

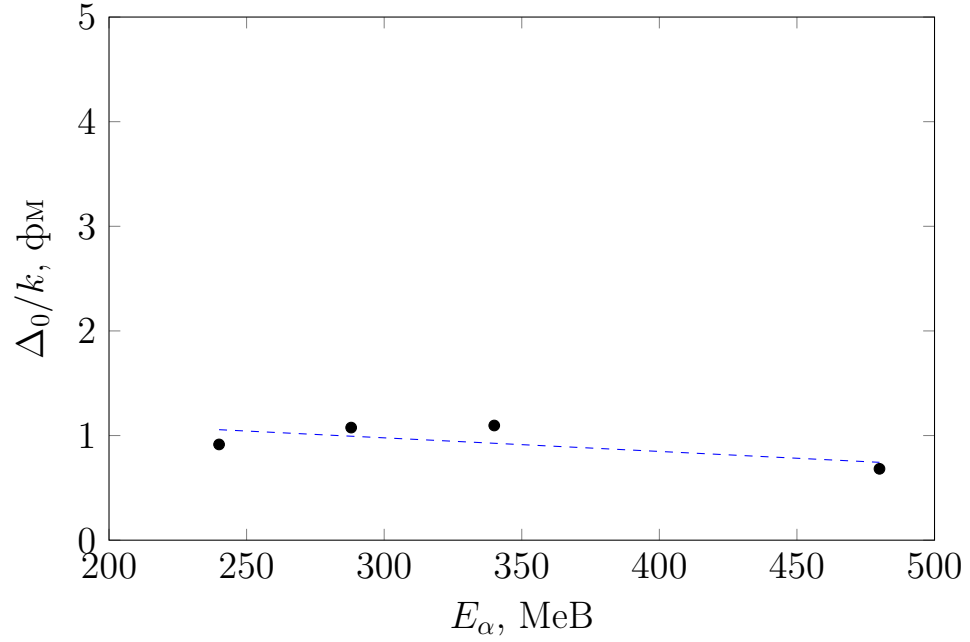


Рис. 3.18. Залежність параметра дифузності Δ_0/k від значень енергії. Пунктирна лінія - функція апроксимації ($y = 1.3681 - 0.0013 x$).

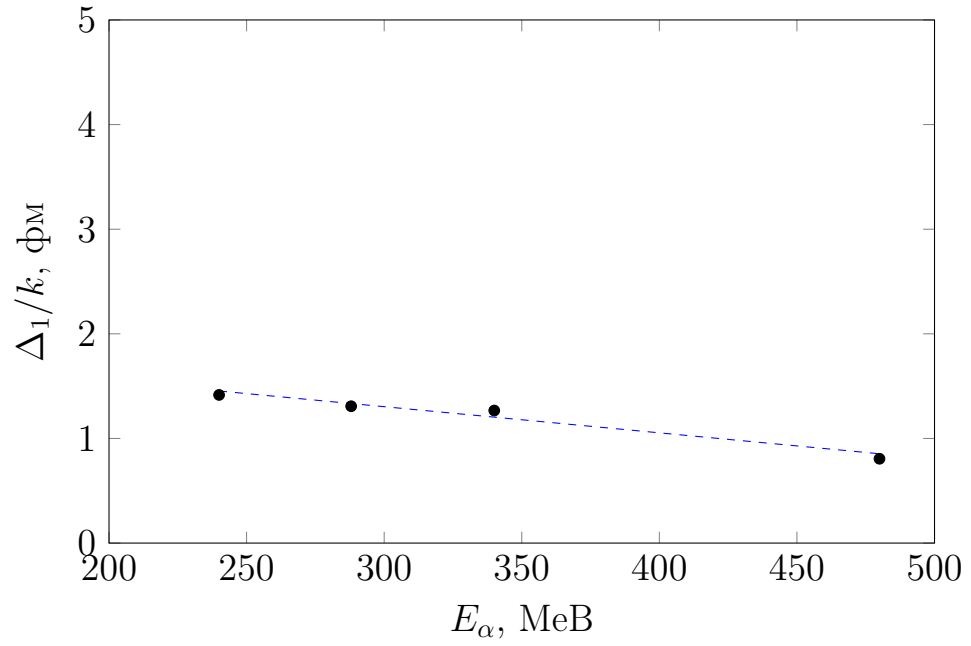


Рис. 3.19. Залежність параметра дифузності Δ_1/k від значень енергії. Пунктирна лінія - функція апроксимації ($y = 2.0537 - 0.0025 x$).

Величина фази ядерного розсіювання δ_0 зменшується зі зростанням енергії (Рис. 3.20) і її поведінка характеризується апроксимуючою функцією виду $\delta_0(E) \approx a \exp(bE)$, де $a = 90.938$, $b = -0.006(\text{MeV}^{-1})$.

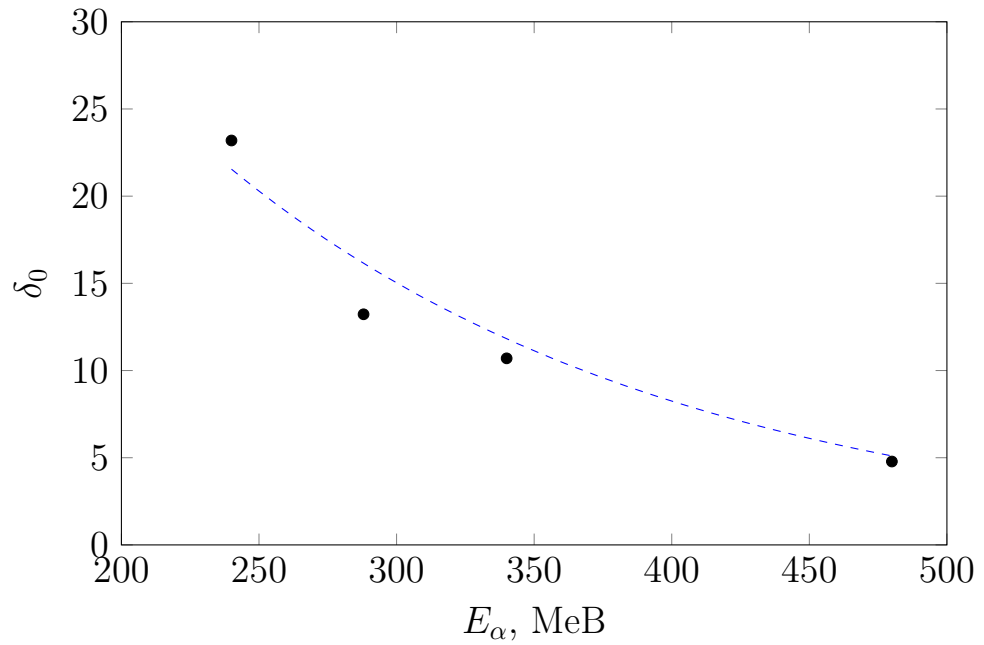


Рис. 3.20. Залежність величини ядерної рефракції δ_0 від значення енергії. Пунктирна лінія - функція апроксимації ($y = 90.938 \exp(-0.006 x)$).

Коефіцієнт прозорості ядерної матерії ε поступово збільшується зі збільшенням енергії (3.21), імовірно за лінійним законом виду: $\varepsilon \approx a + b \cdot E$, де

$$a = -0.0161, b = 0.0001(\text{MeV}^{-1}).$$

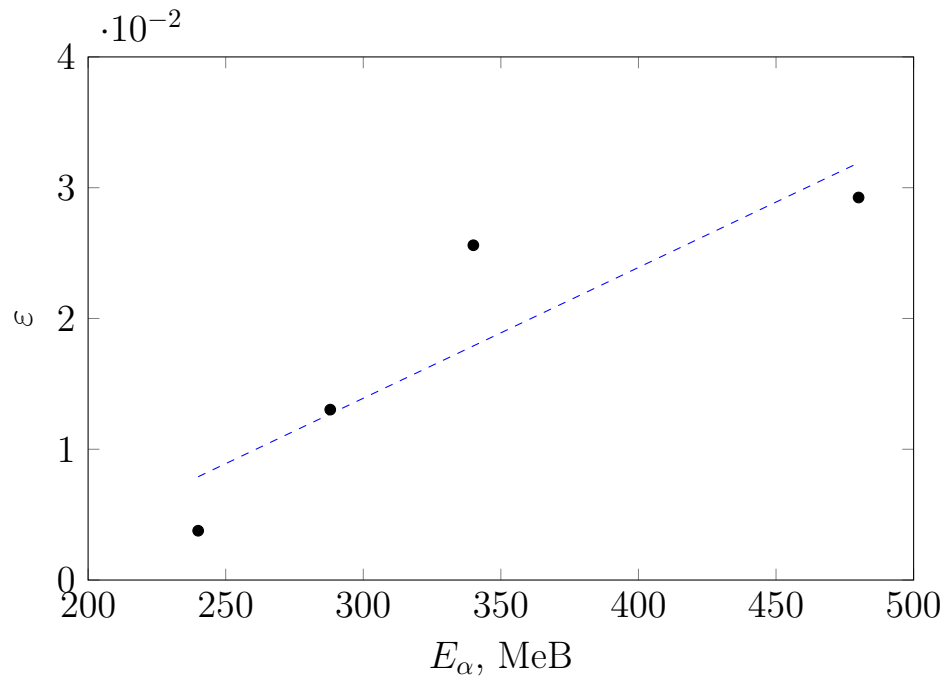


Рис. 3.21. Залежність коефіцієнта прозорості ядерної матерії ε від значення енергії. Пунктирна лінія - функція апроксимації ($y = 0.0001x - 0.0161$).

Рис. 3.22 показано зміну повного перерізу реакції σ_r , розрахованого за моделлю S -матриці, яка поступово зменшується зі зростанням енергії. Приблизна апроксимуюча крива має вигляд: $\sigma_r \approx a + b \cdot E$, де $a = 2427.7(\text{мбн})$, $b = -0.3175(\text{мбн} \cdot \text{MeV}^{-1})$

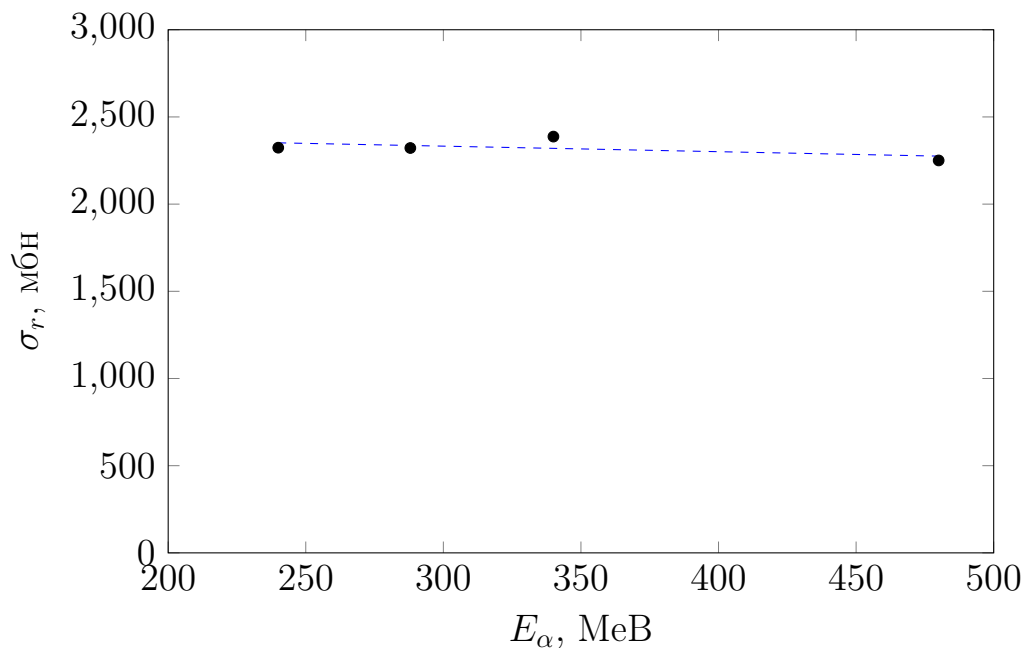


Рис. 3.22. Залежність повного перерізу розсіювання σ_r від енергії. Пунктирна лінія - функція апроксимації ($y = 2427.7 - 0.3175x$).

Також отримані кути для таких ефектів як ядерна райдуга та кросовер Фраунгофера. Рис. 3.23 зображена енергетична залежність кута ядерної райдуги θ_r . Кут райдуги швидко зменшується зі зростанням енергії. Апроксимуюча крива має вигляд: $\theta_r \approx a \exp(b \cdot E)$, де $a = 103.94$, $b = -0.006$ (MeV^{-1})

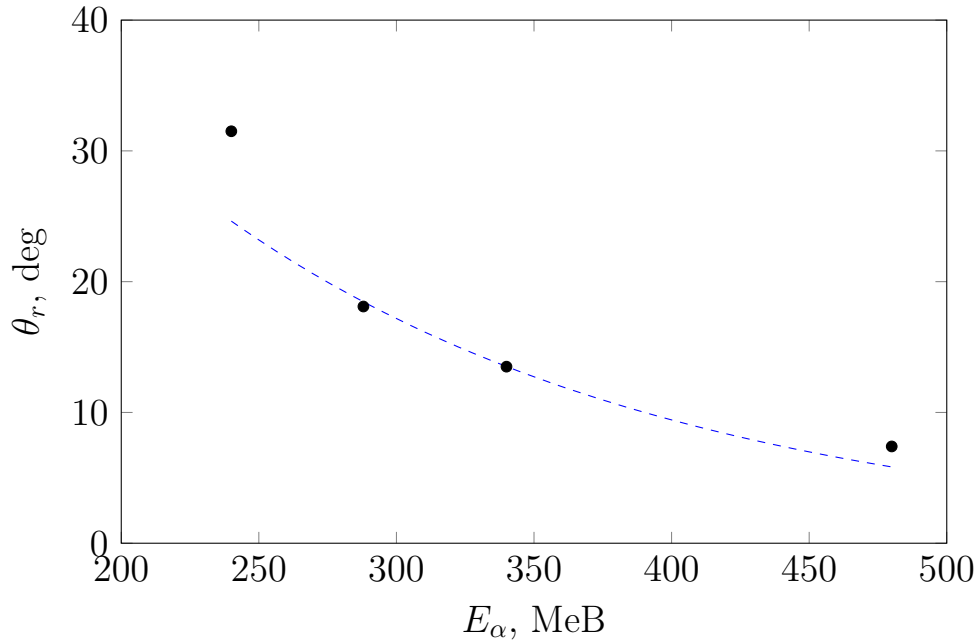


Рис. 3.23. Значення кута ядерної райдуги θ_r за різних енергій. Пунктирна лінія - функція апроксимації ($y = 103.94 \exp(-0.006 x)$).

Для кута кросовера Фраунгофера θ_{cr} (Рис. 3.24), який також зменшується зі зростанням енергії, апроксимуюча крива має вигляд: $\theta_{cr} \approx a + b \cdot E$, де $a = 21.073$, $b = -0.0447$ (MeV^{-1}). Тут також можна побачити відсутність кросовера при енергії $E_\alpha = 480$ MeV, що також видно на Рис. 3.5.

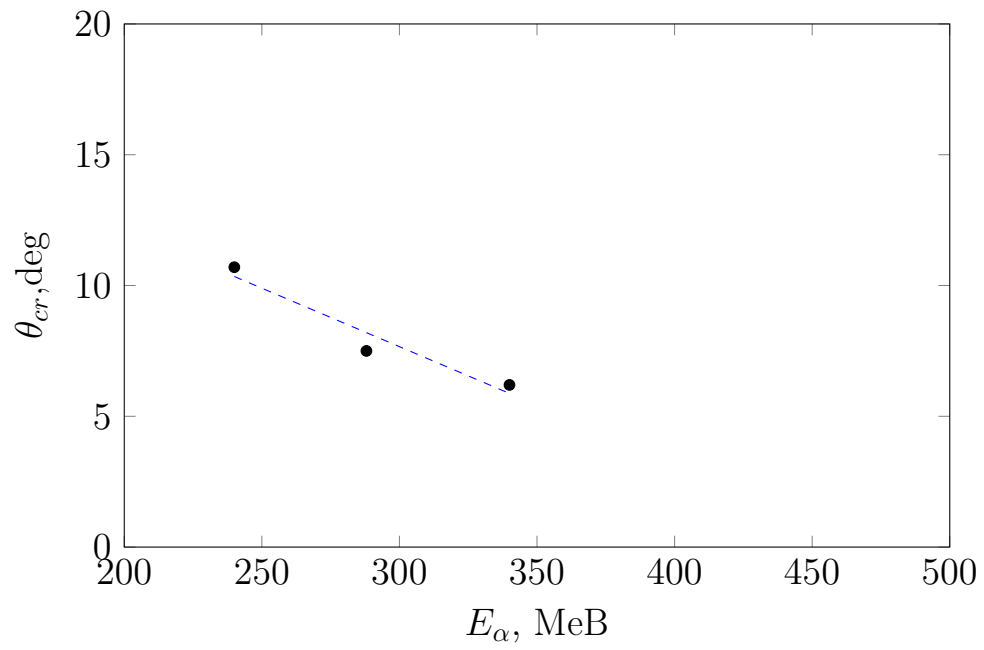


Рис. 3.24. Значення кута фраунгоферівського кросовера θ_{cr} при різних енергіях. Пунктирна лінія - функція апроксимації ($y = 21.073 - 0.0447 x$).

ВИСНОВКИ

Проведений аналіз дає змогу стверджувати, що використання S -матричної моделі для розрахування диференціальних кутових перізів пружного розсіювання альфа-частинок на ядрі середньої атомної ваги у широкому інтервалі кутів та енергій, що мають помітно виражені райдужні ефекти, досить добре узгоджується з експериментальними даними, що підтверджується при аналізі α -розсіювання на ядрах ^{116}Sn .

Це дослідження дало змогу виявити різні ефекти, що виникають при розсіюванні альфа - частинок на ядрі ^{116}Sn , такі як ядерне райдужне розсіювання, різні рефракційні ефекти (Фраунгоферів перетин), що спостерігаються у досліджених експериментальних диференціальних перерізах розсіювання легких ядер на ядрі ^{116}Sn у широкому інтервалі кутів та енергій.

Можна стверджувати, що явище ядерного райдужного розсіювання спостерігається при кожній розглянутій енергії, хоча його вклад досить швидко зменшується з її зростанням, що видно при розгляді поведінки квантової функції відхилення $\Theta(L)$ для всіх енергій. Також у роботі проаналізовано поведінку різних параметрів S -матриці: граничних радіусів L_0/k L_1/k , параметрів дифузності Δ_0/k та Δ_1/k , а також величини ядерної рефракції δ_0 , коефіцієнта прозорості ядерної матерії ε і повного перерізу розсіювання σ_r . Такі параметри як $L_0/k, L_1/k$ та Δ_0/k , Δ_1/k характеризуються лінійною залежністю від значення енергії. Значення ядерної рефракції δ_0 досить швидко зменшується зі зростанням енергії за експоненціальним законом, а ядерна прозорість ε поступово збільшується. Виходячи з отриманих результатів можна зробити висновок, що використання шестипараметричної S -матричної моделі дає змогу вивчати різні явища рефракції, що спостерігаються при розсіянні α -часток на середніх і важких ядрах, крім того досліджувати ядро-ядерну взаємодію та структури ядра при середніх та проміжних енергіях. Також цей метод дає змогу визначити деякі співвідношення інтенсивностей ядерного поглинання, ядерної рефракції у перерізах розсіювання для ядерних процесів, що вивчаються.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Yu.A. Berezhtnoy, V.V. Pilipenko, Mod. Phys. Lett. A 10 (1995) 2305.
2. B. Bonin, N. Alamanos, B. Berthier, G. Bruge, H. Faraggi, Nucl.Phys.A 445 (1985) 381-407.
3. H. L. Clark, Y.-W. Lui, and D. H. Youngblood, Phys. Rev. C 57, 2887 (1998).
4. Yu.A. Berezhtnoy, V.V. Pilipenko, Mod. Phys. Lett. A 10 (1995) 2305.
5. Yu.A. Berezhtnoy, G.M. Onyshchenko, V.V. Pilipenko, Int. J. Mod. Phys. E 26 (2017) 1750027.
6. Yu.A. Berezhtnoy, A.S. Molev, G.M. Onyshchenko, V.V. Pilipenko, Int. J. Mod. Phys. E 27 (2018) 1850061.
7. Y.A. Berezhtnoy, G.M. Onyshchenko, P.E. Kuznietsov, V.V. Pilipenko, I.I. Yakymenko, East Eur. J. Phys. No. 4 (2022) 48.
8. Y. A. Berezhtnoy, V.V.Pilipenko, G.M.Onyshchenko, P.E.Kuznietsov, I.I.Yakymenko, A. V. Anataichuk, International Journal of Modern Physics E (2024)
9. A.I. Akhiezer, Yu.A. Berezhtnoy, and V.V. Pilipenko. Nuclear diffraction. —Amsterdam B.V., The Netherlands, Harwood Academic Publishers, printed in Malaysia, 1997, 148 p.
10. О.І.Ахієзер, Ю.А.Бережной. Теорія ядерних реакцій (навчальний посібник). — Харків: Основа, 2001. — 256 с.