

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ
В. Н. КАРАЗІНА

СТАНІНА ОЛЬГА ДМИТРІВНА

УДК 519.8

**МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ РОЗМІЩЕННЯ ДВОЕТАПНОГО
ВИРОБНИЦТВА З НЕПЕРЕРВНО РОЗПОДІЛЕНИМ РЕСУРСОМ**

01.05.02 – «Математичне моделювання та обчислювальні методи»

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків – 2019

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано в Національному технічному університеті «Дніпровська політехніка» (м. Дніпро) Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук, доцент
Ус Світлана Альбертівна,
Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», професор кафедри системного аналізу і управління

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор,
лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки
Федорович Олег Євгенович,
Національний аерокосмічний університет
ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», завідувач кафедрою комп'ютерних наук та інформаційних технологій

доктор технічних наук, доцент
Гнатушенко Вікторія Володимирівна,
Національна металургійна академія України
(м. Дніпро), професор кафедри інформаційних технологій та систем

Захист відбудеться «27» червня 2019 року о 11:00_ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.051.09 Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна МОН України за адресою: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4, ауд. 6-52.

З дисертацією можна ознайомитися в центральній науковій бібліотеці Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна за адресою: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.

Автореферат розісланий «27» травня 2019 року

Вчений секретар спеціалізованої
вченої ради Д 64.051.09

О. Г. Толстолузька

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Обґрунтування вибору теми дослідження. В умовах сучасного економічного розвитку країни транспортно-виробничі системи, в яких реалізуються логістичні процеси кругообігу матеріальних ресурсів, є досить ємними і складними, оскільки характеризуються великою кількістю господарчих суб'єктів і посередників, розміщених в різних регіонах і на великих територіях, відмінностями у розмірах потреб у різних покупців, багатьма іншими факторами. Логістика матеріальних потоків здійснюється не тільки в рамках одного самостійного підприємства, але й за його межами, в інших, подібних до нього структурах, а це визначає таку властивість транспортно-виробничих процесів, як їх багатоетапність. Прикладами таких логістичних процесів і пов'язаних з ними оптимізаційних задач є:

- раціональний збір сільськогосподарських культур і їх доставка спочатку до зерносховищ, а потім до кінцевого споживача;
- формування мережі сучасних сміттєперевантажувальних і сміттєсортувальних станцій з метою скорочення питомих сумарних витрат на вивезення відходів;
- планування лісосічних робіт і подальше вивезення деревини з організацією проміжних складів, враховуючи можливість використання місць штабелювання для доставки до них лісоматеріалів з сусідніх лісосік;
- розподіл матеріальних потоків між клієнтами, пунктами прийому й переробки сировини, що забезпечує мінімальні транспортні витрати;
- формування регіональної складської мережі, мережі поштових служб доставки та ін.

В названих логістичних транспортно-виробничих системах структурними елементами є підприємства, які здійснюють збір деякого неперервно розподіленого на певній території ресурсу (у подальшому – центри першого етапу), і підприємства, які цей ресурс споживають або переробляють (центри другого етапу). За кожним центром першого етапу, як правило, закріплюється територія (зона) його обслуговування. Рух матеріальних потоків здійснюється спочатку в напрямку від кожної точки даної області безпосередньо до обслуговуючого її підприємства, а потім первинно оброблений або розсортований ресурс направляється в певних кількостях на підприємства, які є споживачами цього ресурсу.

Вивченню неперервних одноетапних задач розміщення-розподілу, в яких множина, що підлягає розбиттю, є континуальною присвячені роботи Н. W. Corley та S. D. Roberts, В.Р. Хачатуров, І.В. Бейко. Різні класи неперервних задач оптимального розбиття множин (ОРМ) досліджувалися в роботах О.М. Кісельової, С.А. Ус, Л.С. Коряшкіної, Л.І. Лозовської, Т.Ф. Степанчук та ін. Дискретні багатотоетапні задач розміщення-розподілу розглядалися в роботах В.Л. Береснева, Е. Х. Гімаді, Ю.А. Кочетова, В.А. Трубіна, Д.Б. Юдіна та ін., але багатотоетапні задачі, в яких ресурс, що має бути перерозподілений та займає щільно деяку територію в науковій літературі майже не представлені.

Таким чином, створення нових математичних моделей логістичних процесів розміщення двоетапного виробництва, розробка та обґрунтування методів їх

розв'язування, які враховують неперервність розподілення ресурсу та наявність декількох етапів виробництва є актуальною науковою та практичною задачею і визначає напрям дослідження дисертаційної роботи.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота є складовою частиною досліджень, проведених в Національному технічному університеті «Дніпровська політехніка» за науково-дослідницькою роботою «Рішення завдання генерації проектів оперативних планів бойових дій при ліквідації пожеж на шахтах на основі отологічних баз знань» (номер державної реєстрації №0113U0003913). Особистий внесок автора полягає у розробці методики розбиття множини планів ліквідації пожеж на шахті на класи складності і визначенні оптимальних маршрутів евакуації.

Мета і завдання дослідження. Мета дисертаційного дослідження – удосконалення процесів розміщення двоетапного виробництва за рахунок зменшення логістичних витрат шляхом побудови математичних моделей, розробки методів та алгоритмів розв'язування задач розміщення, які враховують неперервність розподілення ресурсу та наявність двох етапів виробництва.

Для досягнення поставленої мети в роботі необхідно розв'язати такі основні задачі.

1. Провести аналіз існуючих моделей, критеріїв і методів, які застосовуються при розв'язанні прикладних задач логістичного характеру.
2. Побудувати нові математичні моделі оптимізації для розв'язування неперервних задач, які описують двоетапні задачі розміщення підприємств з неперервно-розподіленим ресурсом.
3. Розробити методи розв'язування двоетапних задач розміщення.
4. Створити чисельні алгоритми розв'язування двоетапних задач з неперервно-розподіленим ресурсом.
5. Експериментально дослідити та проаналізувати розроблені моделі, методи та алгоритми розв'язання задач оптимального розбиття множин з додатковими зв'язками (ОРМДЗ).
6. Впровадити результати дослідження в практику.

Об'єкт дослідження – процес розміщення двоетапного виробництва із неперервно розподіленим ресурсом.

Предметом дослідження є математичні моделі та методи розміщення двоетапного виробництва із неперервно розподіленим ресурсом.

У роботі використовуються наступні **методи дослідження**: при побудові математичних моделей задач розміщення двоетапного виробництва за основні використовувались методи системного аналізу, математичного моделювання; для доведення необхідних умов оптимальності застосовуються методи нескінченновимірної оптимізації та функціонального аналізу; для обґрунтування методів розв'язання задач використовується теорія опуклої оптимізації, двоїстості, теорія неперервних задач оптимального розбиття множин; для розв'язання скінченновимірних задач оптимізації – методи недиференційованої оптимізації, методи лінійного програмування.

Наукова новизна отриманих результатів. У дисертаційній роботі:

1. Вперше запропоновано математичні моделі неперервно-дискретних задач розміщення-розподілу, які, на відміну від відомих, дозволяють враховувати неперервність розподілення представленого ресурсу, тим самим зменшуючи логістичні витрати.

2. Набули подальшого розвитку моделі теорії неперервних задач ОРМ, а саме задачі ОРМДЗ, що дозволяє на їх основі розробити методи розв'язування двоетапних задач розміщення з неперервно-розподіленим ресурсом.

3. Вперше запропоновано методи розв'язання задач ОРМДЗ, отримано необхідні умови оптимальності для неперервних лінійних задач ОРМДЗ; отримано умови розв'язності таких задач, що дозволяє удосконалити процес розміщення виробництва.

4. Удосконалено методи розміщення двоетапного виробництва шляхом врахування неперервності розподілення ресурсу та наявності декількох етапів виробництва при побудові і реалізації математичних моделей відповідних задач.

Практичне значення отриманих результатів. У дисертаційній роботі розроблено математичні моделі, методи та алгоритми розв'язання двоетапних задач розміщення підприємств з неперервно-розподіленим ресурсом, на основі яких створено програмний продукт. Отримані теоретичні результати доведені до рівня конкретних рекомендацій, які можуть бути використані державними і приватними підприємствами при вирішенні логістичних задач, пов'язаних з організацією збору певного ресурсу, його доставкою до пунктів переробки, а також подальшого перевезення отриманого продукту за місцем призначення.

Для ТОВ «Науково-виробнича агрокорпорація «Степова» складені практичні рекомендації щодо раціонального збору зернових культур за рахунок зонування його сільськогосподарських угідь, визначення оптимальних місць розташування зерносовищ, а також ефективної організації поставок зерна до пунктів подальшої переробки (акт впровадження від 23.04.18).

Результати теоретичного дослідження, висновки і рекомендації, що містяться в дисертаційній роботі, використано в навчальному процесі на факультеті інформаційних технологій НТУ «Дніпровська політехніка» при викладанні дисциплін «Методи оптимізації та дослідження операцій», «Системний аналіз», «Теорія прийняття рішень», а також при підготовці курсових і магістерських дипломних робіт студентами спеціальності «124 Системний аналіз» (акт впровадження від 17.05.18).

Особистий внесок здобувача. Всі результати дисертаційної роботи, які виносяться на захист, отримані особисто автором. У працях, які опубліковані в співавторстві, здобувачеві належать наступні результати. В [1] проаналізовано поточний стан проблеми врахування неперервності розміщення ресурсу. В [2] побудовано алгоритм розв'язування двохетапної задачі розміщення виробництва з неперервно розподіленим ресурсом. В [3] представлено алгоритм розміщення двоетапного виробництва з неперервно розподіленим ресурсом. В [5] уточнена математична модель двоетапної задачі розміщення підприємства з неперервно розподіленим ресурсом. В [7] запропоновано метод врахування неперервно розподіленого ресурсу при розміщенні двоетапного виробництва. В [23]

представлено математичні моделі багатоетапних задач розміщення підприємств. В [24] розроблено різні математичні постановки задач ОРМДЗ. В [25] знайдено аналітичний розв'язок задачі ОРМДЗ.

Апробація матеріалів дисертації. Включені в дисертацію результати досліджень доповідалися і обговорювалися на: XI, XII міжнародних науково-практичних конференціях «Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем» (м. Дніпропетровськ, 2013-2014); VI міжнародної наукової конференції молодих вчених «Computer Science and Engineering 2013 (CSE-2013)» (м. Львів, 2013); науково-технічних конференціях «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» ІТММ - 2014 та ІТММ - 2016 (м. Дніпропетровськ, 2014 та 2016 роки); XVI міжнародній науково-технічній конференції «Системний аналіз та інформаційні технології» САІТ 2014 (м. Київ, 2014 року), I Всеукраїнській науково-технічній конференції «Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем КМОСС-2015» (м. Дніпропетровськ, 2015), VII Всеукраїнській науково-практичній конференції за міжнародною участю «Інформатика та системні науки (ІСН-2016)» (м. Полтава, 2016 р.); III міжнародній науково-технічній конференції «Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем (КМОСС-2017)», (м. Дніпро, 2017р), IX Міжнародна науково-практична конференція «Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій» (м. Запоріжжя, 2018 р.).

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковані в 25 наукових працях, серед яких 5 статей у наукових фахових виданнях з технічних наук, 3 – з фізико-математичних наук, 2 статті в іноземних виданнях, 1 стаття у журналі, що входить до наукометричної бази Scopus, 15 – в збірниках тез доповідей наукових конференцій. Отримано авторське свідоцтво на комп'ютерну програму «ОРДВ» (свідоцтво № 60587 від 09.07.15).

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та восьми додатків. Обсяг загального тексту дисертації складає 188 сторінок, з них основного тексту 125 сторінок. Робота ілюстрована 13 таблицями та 14 рисунками. Список використаних джерел містить 133 найменування.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації, визначено об'єкт, предмет і мету дослідження, сформульовані завдання дослідження і шляхи їх досягнення. Також охарактеризовано наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, наведені публікації і матеріали конференцій, на яких відбувалася апробація.

У **першому розділі** проведено аналітичний огляд літератури за темою дисертації. Наведено аналіз становлення та розвитку теорії багатоетапних задач розміщення-розподілення, а також неперервних задач оптимального розбиття множин. Подано приклади математичних постановок таких задач та їх модифікації. Зроблено огляд традиційних підходів, моделей і методів, які застосовуються до

досліджуваних видів задач. Переважну більшість багатоетапних задач розміщення-розподілу математично формують у дискретній постановці, як задачі оптимізації частково цілочисельного лінійного програмування. Однак у випадку, коли початковий ресурс займає щільно деяку територію, математичні моделі набувають неперервного характеру. Отримані математичні постановки є задачами нескінченновимірною програмування. Неперервність може бути обумовлена також і можливістю розташування центрів першого етапу у будь-якій точці заданої континуальної множини. Складність таких задач полягає у необхідності не тільки оптимізувати вартість доставки продукції, але й визначити «сфери впливу» для кожного з виробників. І, якщо перша частина проблеми є властивістю багатоетапних задач, то друга обумовлює необхідність додатково розв'язувати неперервну задачу оптимального розбиття множини. Системних досліджень та розробок методів та алгоритмів розв'язування саме таких неперервних багатоетапних задач розміщення-розподілення не проводилося. Побудовані дискретні моделі передбачають спрощення проблеми, які суттєво можуть вплинути на кінцевий результат.

За результатами проведеного аналізу виявлено актуальний напрямок досліджень в галузі дослідження операцій – розвиток теорії неперервних задач оптимального розбиття множин за рахунок її узагальнення на випадок опису двоетапних процесів руху матеріальних потоків в сучасних транспортно-виробничих системах з ресурсом, неперервно розподіленим на певній території. Тим самим обґрунтовано вибір предмету наукового дослідження дисертаційної роботи, сформульовані мета і задачі дослідження.

Другий розділ присвячений дослідженню двоетапних задач оптимального розподілення ресурсу, неперервно розповсюдженого на заданій території, змістовну постановку яких можна сформулювати у такий спосіб. Нехай є деяке виробництво, що пов'язане з суб'єктами, які отримують сировину від постачальників неперервно розподілених в області Ω , переробляють його і відправляють для реалізації (або подальшої переробки) в пункти, розташування яких заздалегідь відомо. Пункти, що переробляють сировину, будемо називати пунктами первинної переробки або підприємствами першого етапу, а пункти подальшої переробки, сортування, фасування – пунктами подальшої переробки або підприємствами другого етапу. Припустимо також, що відомо: попит b_j'' на продукцію для підприємства другого етапу, $j=1,2,\dots,M$; запас $\rho(x)$ ресурсу в кожній точці області Ω ; вартість доставки одиниці ресурсу $c_i^l(x, \tau_i^l)$, $i=1,2,\dots,N$, з точки x в пункт первинної переробки τ_i^l ; вартість перевезення одиниці продукту $c_{ij}''(\tau_i^l, \tau_j'')$ з пункту первинної переробки τ_i^l в пункт τ_j'' .

Окрім того, будемо вважати, що потужність i -го виробника першого етапу визначається сумарним запасом ресурсу на території, що обслуговується, та має бути не менше заданих обсягів b_i^l , $i=1,2,\dots,N$, а прибуток підприємства залежить тільки від транспортних витрат.

Припустимо, що кожен постачальник сировини $x \in \Omega$ пов'язаний тільки з одним підприємством першого етапу τ_i^I , $i = \overline{1, N}$, який в свою чергу може бути пов'язаний з одним або декількома підприємствами другого етапу τ_j^{II} , $j = \overline{1, M}$.

Необхідно визначити зони обслуговування для підприємств першого етапу та обсяги перевезень між підприємствами першого та другого етапів таким чином, щоб забезпечити мінімальну сумарну вартість доставки сировини і кінцевої продукції.

У розділі сформульовані математичні постановки задачі оптимального розподілення неперервно розповсюдженого ресурсу при наявності обмежень на потужності підприємств першого етапу у вигляді неперервної задачі ОРМ Ω з двовимірного евклідового простору E_2 на підмножини, обмеженнями у формі рівностей, які враховують потужності центрів першого етапу і додаткові зв'язки між центрами першого і другого етапів. Математична постановка даної задачі ОРМДЗ формулюється таким чином.

Нехай Ω – замкнута, обмежена, опукла, вимірна за Лебегом множина евклідового простору E_2 . Введемо до розгляду множину всіх можливих розбиттів множини Ω на N підмножин:

$$\Sigma_{\Omega}^N = \{(\Omega_1, \dots, \Omega_N) : \bigcup_{i=1}^N \Omega_i = \Omega, \text{mes}(\Omega_i \cap \Omega_j) = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, \dots, N\},$$

і функціонал:

$$F(\{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}, \{v_{11}, \dots, v_{NM}\}) = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} c_i^I(x, \tau_i^I) \rho(x) dx + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M c_{ij}^{II}(\tau_i^I, \tau_j^{II}) v_{ij}. \quad (1)$$

В функціоналі (1): функції $c_i^I(x, \tau_i^I)$, $i = \overline{1, N}$ – дійсні, обмежені, вимірні по аргументу x на Ω ; $\rho(x)$ – дійсна, інтегрована, визначена на Ω функція; τ_i^I , $i = \overline{1, N}$, τ_j^{II} , $j = \overline{1, M}$ – задані точки області Ω ; $c_{ij}^{II}(\tau_i^I, \tau_j^{II})$, $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, M}$ – задані на $\Omega \times \Omega$ функції, що визначають відстань між точками τ_i^I , $i = \overline{1, N}$, τ_j^{II} , $j = \overline{1, M}$ (у випадку фіксованих центрів τ_i^I і τ_j^{II} величини $c_{ij}^{II}(\tau_i^I, \tau_j^{II})$ відомі заздалегідь). Перший доданок визначає сумарну вартість доставки ресурсу до підприємств першого етапу, а другий – вартість перевезення цього ресурсу між підприємствами першого та другого етапів.

Задача 1. (Задача ОРМДЗ з фіксованими центрами при наявності обмежень на потужність підприємств першого етапу)

$$\sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} c_i^I(x, \tau_i^I) \rho(x) dx + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M c_{ij}^{II}(\tau_i^I, \tau_j^{II}) v_{ij} \rightarrow \min_{((\Omega_1, \dots, \Omega_N), \{v_{11}, \dots, v_{NM}\})}, \quad (2)$$

$$\int_{\Omega_i} \rho(x) dx = b_i^I, \quad i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^M v_{ij} = b_i^I, \quad i = \overline{1, N}, \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N v_{ij} = b_j^{II}, \quad j = \overline{1, M}, \quad (5)$$

$$(\Omega_1, \dots, \Omega_N) \in \Sigma_{\Omega}^N, \quad (6)$$

$$v_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (7)$$

Тут b_i^I , $i = \overline{1, N}$; b_j^{II} , $j = \overline{1, M}$ – задані дійсні невід'ємні числа.

Отже, математична модель задачі 1 містить дві групи обмежень: обмеження (3) і (6) визначають розбиття множини Ω , а обмеження (4), (5) і (7) – план перевезень між центрами першого і другого етапів. В роботі доведено, що для того щоб, множина допустимих розв'язків задачі 1 була непорожньою, необхідно і достатньо, щоб виконувалася наступна подвійна рівність:

$$\sum_{i=1}^N b_i^I = \int_{\Omega} \rho(x) dx = \sum_{j=1}^M b_j^{II}. \quad (8)$$

Умова (8) – умова балансу – означає, що сумарна потужність підприємств першого етапу дорівнює запасу ресурсу в області, який, в свою чергу, збігається з сумарною потужністю підприємств другого етапу.

Показано, що у силу адитивності цільового функціоналу за умов (8) задача (2) – (7) може бути зведена до розв'язування (паралельно або послідовно) двох окремих задач: задачі ОРМ з фіксованими центрами при наявності обмежень-рівностей, і задачі лінійного програмування транспортного типу.

Якщо у вихідній задачі обмеження (3), (4) матимуть вигляд « \leq », зазначена декомпозиція задачі 2.1 не справдиться.

Математична модель задачі ОРМДЗ з фіксованими центрами без обмежень на потужності підприємств першого етапу записується у такий спосіб:

Задача 2.

$$F(\{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}, \{v_{11}, \dots, v_{NM}\}) \rightarrow \min, \quad (9)$$

$$\int_{\Omega_i} \rho(x) dx = \sum_{j=1}^M v_{ij}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^N v_{ij} = b_j^{II}, \quad j = \overline{1, M}, \quad (11)$$

$$(\Omega_1, \dots, \Omega_N) \in \Sigma_{\Omega}^N, \quad (12)$$

$$v_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (13)$$

Доведено, що умовою розв'язності задачі (9) – (13) є наступна рівність:

$$\sum_{j=1}^M b_j^{II} = \int_{\Omega} \rho(x) dx. \quad (14)$$

Відповідно до теорії неперервних задач ОРМ, для підмножин Ω_i , що складають допустиме розбиття Ω , введено характеристичні функції:

$$\lambda_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega_i, \\ 0, & x \in \Omega \setminus \Omega_i, \end{cases} \quad i = 1, \dots, N,$$

і задачу 2 сформульовано в наступному вигляді.

Задача 3. Знайти $\min_{\lambda(\cdot), v} I(\lambda(\cdot), v)$ при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^N v_{ij} = b_j^{II}, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^M v_{ij} = \int_{\Omega} \rho(x) \lambda_i(x) dx, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (16)$$

$$\lambda_i(\cdot) \in \Gamma_1, \quad v \in R_{NM}^+ \quad (17)$$

де

$$I(\lambda(\cdot), v) = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} c_i^l(x, \tau_i^l) \rho(x) \lambda_i(x) dx + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M c_{ij}^h(\tau_i^l, \tau_j^h) v_{ij}, \quad (18)$$

$$\Gamma_1 = \{ \lambda(x) = \lambda_1(x), \dots, \lambda_N(x) : \lambda_i(x) = 0 \vee 1, i = \overline{1, N}, \text{ м.в для } x \in \Omega, \\ \sum_{i=1}^N \lambda_i(x) = 1 \text{ м.в для } x \in \Omega \}.$$

Далі здійснюється перехід від задачі 3, яка є задачею нескінченновимірного математичного програмування з булевими змінними $\lambda(\cdot)$, до задачі зі значеннями $\lambda(\cdot)$, які належать відрізьку $[0, 1]$.

Задача 4. Знайти $\lambda^*(\cdot) \in \Gamma_2$ и $v^* \in R_{NM}^+$ такі, що

$$I(\lambda^*(\cdot), v^*) = \min_{\lambda(\cdot) \in \Gamma_2, v \in R_{NM}^+} I(\lambda(\cdot), v),$$

$$\sum_{i=1}^N v_{ij} = b_j^h, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^M v_{ij} = \int_{\Omega} \rho(x) \lambda_i(x) dx, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (20)$$

де $\Gamma_2 = \{ \lambda(\cdot) = \lambda_1(\cdot), \dots, \lambda_N(\cdot) : \lambda(\cdot) \in \Gamma, \sum_{i=1}^N \lambda_i(x) = 1 \text{ м.в. для } x \in \Omega \}$,

$$\Gamma = \{ \lambda(\cdot) = (\lambda_1(\cdot), \dots, \lambda_N(\cdot)) : 0 \leq \lambda_i(x) \leq 1 \quad \forall x \in \Omega, \quad i = \overline{1, N} \}.$$

Досліджені властивості задачі 4. Показано, що функціонал $I(\lambda(\cdot), v)$ при кожному фіксованому \bar{v} лінійний, обмежений, неперервний по вектор-функції $\lambda(\cdot)$ на множині

$$\Gamma_2^v = \{ \lambda(\cdot) : 0 \leq \lambda_i(x) \leq 1, i = \overline{1, N}, \sum_{i=1}^N \lambda_i(x) = 1 \text{ м.в. для } x \in \Omega, \sum_{j=1}^M \bar{v}_{ij} = \int_{\Omega} \rho(x) \lambda_i(x) dx, i = \overline{1, N} \}.$$

Доведено, що задача 4 є розв'язною за умов (14).

Застосовуючи апарат теорії двоїстості до задачі 4 і враховуючи еквівалентність задач 3 і 4, для задачі 3 доведені наступні твердження.

Твердження 1. Нехай в задачі 3 $\rho(x) \geq 0$ майже всюди для $x \in \Omega$. Тоді для того щоб пара $(\lambda^*(\cdot), v^*) \in \Gamma_1 \times R_{NM}^+$ була розв'язком задачі 3, необхідно й достатньо, щоб існували такі $\psi_i, i = 1, \dots, N$ та $\eta_j, j = 1, \dots, M$, за яких виконувалися б такі умови:

$$1) \lambda_i^*(\cdot) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } (c_i^l(x, \tau_i^l) + \psi_i) = \min_k (c_k^l(x, \tau_k^l) + \psi_k), \\ 0, & \text{якщо } (c_i^l(x, \tau_i^l) + \psi_i) \neq \min_k (c_k^l(x, \tau_k^l) + \psi_k), \quad \forall x \in \Omega, \quad i = \overline{1, N}, \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} c_{ij}^h(\tau_i^l, \tau_j^h) = \psi_i + \eta_j, & \text{якщо } v_{ij}^* > 0, \\ c_{ij}^h(\tau_i^l, \tau_j^h) > \psi_i + \eta_j. & \text{якщо } v_{ij}^* = 0. \end{cases}$$

Твердження 2. Точка x належить границі між підмножинами Ω_i^* та Ω_k^* , якщо виконується рівність $c_i^l(x, \tau_i^l) + c_{ij}^h(\tau_i^l, \tau_j^h) = c_k^l(x, \tau_k^l) + c_{kj}^h(\tau_k^l, \tau_j^h)$.

Отже, центри τ_i^l можуть розглядатися як транзитні пункти, через які фактично здійснюється забезпечення неперервно розподіленим ресурсом споживачів, розташованих в пунктах другого етапу.

Для розв'язування задачі (9) – (14) запропоновано ітераційний алгоритм, складовою частиною якого є метод потенціалів розв'язування транспортної задачі.

Алгоритм 1.

Ініціалізація. Задаємо довільну вектор-функцію $\lambda^{(0)}(x), \forall x \in \Omega$ (наприклад, що відповідає діаграмі Діріхле-Вороного, побудованої для набору центрів першого етапу); $k=0$.

1. Розраховуємо значення $b_i^{I(k)}, i = \overline{1, N}$, за формулою:

$$b_i^{I(k)} = \int_{\Omega} \rho(x) \lambda_i^k(x) dx;$$

2. Визначаємо початкові значення $v_{ij}^k, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$ і значення потенціалів $\psi_i^k, i = \overline{1, N}$ та $\eta_j^k, j = \overline{1, M}$, розв'язуючи методом потенціалів задачу такого виду:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M c_{ij}^{II}(\tau_i^I, \tau_j^{II}) v_{ij}^k \rightarrow \min, \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^N v_{ij}^k = b_j^{II}, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^M v_{ij}^k = b_i^{I(k)}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (23)$$

$$v_{ij}^k \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (24)$$

Нехай в результаті k кроків алгоритму $k = 1, 2, \dots$ отримані значення потенціалів $\Psi_1^k, \Psi_2^k, \dots, \Psi_N^k$.

Опишемо $(k+1)$ -й крок.

1. Обчислюємо значення $\lambda_i^{k+1}(x)$ в точках $x \in \Omega$ за такою формулою:

$$\lambda_i^{k+1}(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } c_i^I(x, \tau_i^I) + \psi_i^{(k)} = \min_l (c_l^I(x, \tau_l^I) + \psi_l^{(k)}), \\ 0, & \text{в інших випадках, } i = \overline{1, N}. \end{cases}$$

2. Розраховуємо значення $b_i^{I(k+1)}$ за формулою:

$$b_i^{I(k+1)} = \int_{\Omega} \rho(x) \lambda_i^{(k+1)} dx, \quad i = \overline{1, N}.$$

3. Визначаємо значення $v_{ij}^{(k+1)}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$ і значення потенціалів $\psi_i^{(k+1)}, i = \overline{1, N}$ та $\eta_j^{(k+1)}, j = \overline{1, M}$, розв'язуючи транспортну задачу (21) – (24).

4. Обчислюємо значення цільового функціоналу за формулою (18) при $\lambda_i(x) = \lambda_i^{(k+1)}(x), i = \overline{1, N}, v_{ij} = v_{ij}^{(k+1)}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$.

5. Якщо хоча б одна з умов:

$$|F^{(k+1)} - F^{(k)}| \leq \varepsilon_1, \quad \varepsilon_1 > 0 \quad \text{або} \quad \|\lambda^{(k+1)} - \lambda^{(k)}\| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0 \quad (25)$$

виконується, то переходимо до п. 6, якщо жодна з них не виконана – до $(k+2)$ -го кроку алгоритму.

6. Вважаємо $\lambda_i^*(x) = \lambda_i^{(l)}(x), i = \overline{1, N}, v_{ij}^* = v_{ij}^{(l)}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, \psi_i^* = \psi_i^{(l)}, i = \overline{1, N}$ та $\eta_j^* = \eta_j^{(l)}, j = \overline{1, M}$, де l – номер ітерації, на якій виконується умова (25).

7. Обчислюємо оптимальне значення цільового функціоналу за формулою (18) при $\lambda_i(x) = \lambda_i^*(x), i = \overline{1, N}, v_{ij} = v_{ij}^*, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$.

Якщо множина $\Omega = \{(x_1, x_2) \in R^2 : 0 \leq x_1 \leq 1; 0 \leq x_2 \leq 1\}$, а всі подвійні інтеграли обчислюються шляхом повторного застосування складеної формули трапецій для однократних інтегралів з однаковим кроком розбиття по осям координат $h_1 = h_2 = 1/n$, то похибка обчислення величин b_i^I , $i = \overline{1, N}$, параметрів ψ_i , і значень характеристичних функцій матиме порядок $O(m^{-1})$, а порядок похибки обчислення цільового функціоналу – $O(m^{-2})$, де $m = (n+1)^2$ – загальна кількість вузлів інтегрування.

У **третьому розділі** розглянуто двоетапну задачу розміщення-розподілення з неперервно розповсюдженим ресурсом як неперервну задачу оптимального розбиття множин з розміщенням центрів при наявності додаткових зв'язків, причому у двох постановках: з обмеженнями на потужність підприємств першого етапу та без таких обмежень.

Задача 5. (Задача ОРМДЗ з розміщенням центрів без обмежень на потужність підприємств першого етапу). Потрібно знайти таке розбиття множини Ω на N вимірних за Лебегом підмножин $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_N$ (серед яких можуть бути і порожні), визначити координати $\tau_1^I, \dots, \tau_N^I$ центрів цих підмножин та такі обсяги перевезень v_{11}, \dots, v_{NM} , які забезпечують мінімум функціоналу

$$F(\{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}, \{\tau_1^I, \dots, \tau_N^I\}, \{v_{11}, \dots, v_{NM}\}) = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} c_i^I(x, \tau_i^I) \rho(x) dx + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M c_{ij}^{II}(\tau_i^I, \tau_j^{II}) v_{ij}$$

і задовольняють обмеження (10) – (13).

Для розв'язування цієї задачі використаний підхід, аналогічний підходу до розв'язування задачі 2. Задачу 5 сформульовано в термінах характеристичних функцій підмножин, що складають допустиме розбиття множини Ω . Для отриманої задачі, застосовуючи традиційний перехід ЛП-релаксації і теорію двоїстості, доведено наступне твердження.

Твердження 3. Нехай в задачі 5 функція $\rho(x) \geq 0$ майже всюди для $x \in \Omega$, і виконується умова (14). Тоді трійка $\{\lambda^*(\cdot), \tau^*, v^*\} \in \Gamma_0 \times \Omega^N \times R_{NM}^+$ буде оптимальним розв'язком задачі 5, сформульованої в термінах характеристичних функцій підмножин, що складають розбиття Ω , тоді і тільки тоді, коли знайдуться такі дійсні константи $\psi_i^*, i = 1, \dots, N$, і $\eta_j^*, j = 1, \dots, M$, за яких для $i = 1, \dots, N$ і майже всіх $x \in \Omega$

$$\lambda_{*i}^*(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } c_i^I(x, \tau_{*i}^I) + \psi_i^* \leq c_j^I(x, \tau_{*j}^I) + \psi_j^*, \\ & i \neq j \text{ м.в. для } x \in \Omega, j = 1, \dots, N, \text{ тоді } x \in \Omega_{*i}, \\ 0, & \text{в інших випадках,} \end{cases}$$

а $\tau_{*i}^I, \psi_i^*, i = 1, \dots, N$, $\eta_j^*, j = 1, \dots, M$, були б оптимальним розв'язком наступної задачі:

$$G(\psi, \eta) \rightarrow \max, \psi \in R^N, \eta \in R^M \quad (26)$$

де

$$G(\psi, \eta) = \min_{\{\tau^I, v\} \in \Omega^N \times R_{NM}^+} G_1(\{\tau^I, v\}, \psi, \eta),$$

$$G_1(\{\tau^I, v\}, \psi, \eta) = \int_{\Omega} \min_k (c_k^I(x, \tau_k^I) + \psi_k) \rho(x) dx + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (c_{ij}^{II}(\tau_i^I, \tau_j^{II}) - \eta_j - \psi_i) v_{ij} \Big] + \sum_{j=1}^M \eta_j b_j^{II}.$$

При розробці алгоритму розв'язування задачі 5 запропоновано два підходи. Обидва засновані на результатах твердження 3. Перший підхід передбачає використання алгоритму 1 сумісно з r -алгоритмом Шора. При другому підході застосовується лише r -алгоритм Шора.

Опишемо реалізацію першого підходу. Для цього перепишемо задачу (26) в такому вигляді:

$$\begin{aligned} \max_{\psi \in R^N, \eta \in R^M} G(\psi, \eta) &= \min_{\{\tau^l, v\} \in \Omega^N \times R_{NM}^+} G_1(\{\tau^l, v\}, \psi, \eta) = \min_{\{\tau^l, v\} \in \Omega^N \times R_{NM}^+} \max_{\psi \in R^N, \eta \in R^M} G_1(\{\tau^l, v\}, \psi, \eta) = \\ &= \min_{\tau^l \in \Omega^N} \min_{v \in R_{NM}^+} \max_{\psi \in R^N, \eta \in R^M} G_1(\{\tau^l, v\}, \psi, \eta) = \min_{\tau^l \in \Omega^N} Q(\tau^l), \end{aligned}$$

де

$$Q(\tau^l) = \min_{v \in R_{NM}^+} \max_{\psi \in R^N, \eta \in R^M} G_1(\{\tau^l, v\}, \psi, \eta).$$

При кожному фіксованому векторі $\tau^l \in \Omega^N$ значення функції $Q(\tau^l)$ є оптимальним значенням двоїстого функціоналу, побудованого для сформульованої в термінах характеристичних функцій підмножин неперервної задачі ОРМДЗ із заданими центрами. Тому складовою частиною наведеного нижче алгоритму розв'язування задачі 3 є алгоритм 1. Ключова ж роль відведена методу субградієнтного спуску з розтягуванням простору в напрямку різниці двох послідовних субградієнтів – r -алгоритм Шора.

Алгоритм 2 (комбінація алгоритму 1 та r -алгоритму Шора)

Ініціалізація. Вибираємо $\tau^{l(0)} \in \Omega^N$ – довільне початкове наближення набору N точок. За допомогою алгоритму 1 обчислюємо значення компонент вектора $\lambda^{(0)}(x)$ в кожній точці $x \in \Omega$, а також початкові наближення параметрів $v_{ij}^{(0)}$, $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, M}$.

Обчислюємо компоненти субградієнта $g_Q(\tau^{l(0)})$ функції $Q(\tau^l)$ в точці $\tau^{l(0)}$ за формулою:

$$g_Q^{\tau_i^l} = \int_{\Omega} \rho(x) g_{c_i^l}^{\tau_i^l} \lambda_i(x) dx + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M g_{c_{ij}^l}^{\tau_i^l} v_{ij}^l, \quad i = \overline{1, N},$$

при $\lambda = \lambda^{(0)}$, $v = v^{(0)}$. Тут $g_{c_i^l}^{\tau_i^l}$, $g_{c_{ij}^l}^{\tau_i^l}$ – i -і компоненти N -вимірних векторів узагальнених градієнтів $g_{c_i^l}(x, \tau)$ і $g_{c_{ij}^l}(\tau, \tau^l)$ функцій $c_i^l(x, \tau_i^l)$ та $c_{ij}^l(\tau_i^l, \tau_j^l)$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, M$, відповідно в точці $\tau^l = (\tau_1^l, \dots, \tau_i^l, \dots, \tau_N^l)$, $\tau_i = (\tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)})$.

Задаємо $H_0 = I_{2N}$ (одичну матрицю) і параметри $\alpha > 1$, $\beta = \frac{1}{\alpha} < 1$. $k = 0$.

1. Нехай на k -й ітерації $\tau^{l(k)}$ – вектор точок з Ω^N ; $\alpha_k = \alpha$, $\beta_k = \beta$, $\forall k$.
2. За допомогою алгоритму 1 обчислюємо значення компонент вектора $\lambda^{(k)}(x)$ в кожній точці $x \in \Omega$, і поточні наближення параметрів $v_{ij}^{(k)}$, $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, M}$.
3. Обчислюємо $g_Q(\tau^{l(k)})$ – субградієнт функції $Q(\tau^l)$ в точці $\tau^{l(k)}$ при $\lambda = \lambda^{(k)}$, $v = v^{(k)}$.
4. Розраховуємо наступне наближення $\tau^{l(k+1)}$ за формулою

$$\tau^{l(k+1)} = P_{\Omega^N} \left(\tau^{l(k)} - h_k \frac{H_k g_Q(\tau^{l(k)})}{\sqrt{(H_k g_Q(\tau^{l(k)}), g_Q(\tau^{l(k)}))}} \right),$$

де $P_{\Omega^N}(u)$ – оператор проектування, під яким розуміємо повернення (у той чи інший спосіб) в допустиму множину Ω^N точки u у випадку, якщо вона вийшла за межі Ω^N ; $h_k \geq 0$ – кроковий множник, обирається з умови мінімуму функції за напрямом $p_k = -H_k g_Q(x^k)$.

5. Обчислюємо $g_Q(\tau^{I(k+1)})$ – субградієнт функції $Q(\tau^I)$ в точці $\tau^{I(k+1)}$. Нехай $r_k = g_Q(\tau^{I(k+1)}) - g_Q(\tau^{I(k)})$.

6. Розраховуємо матрицю

$$H_{k+1} = H_k + (\beta^2 - 1) \frac{H_k r_k r_k^T H_k}{(H_k r_k, r_k)} = H_k + (\beta^2 - 1) \frac{H_k r_k r_k^T H_k}{r_k^T H_k r_k}.$$

Якщо хоча б один з критеріїв закінчення ітераційного процесу

$$|Q^{(k+1)} - Q^{(k)}| < \varepsilon \quad \text{або} \quad \|\tau^{I(k+1)} - \tau^{I(k)}\| < \varepsilon, \quad \varepsilon > 0,$$

виконаний, то процес обчислень закінчується і здійснити перехід на крок 7. Інакше $k := k + 1$ і перейти на крок 2.

7. Розраховуємо значення цільового функціоналу. Кінець алгоритму.

Досліджена задача 5 доповнена обмеженнями на потужності підприємств першого етапу виду (3), (4). Для розв'язування цієї задачі запропоновані відповідні алгоритми.

Четвертий розділ присвячений дослідженню та аналізу результатів обчислювальних експериментів із розв'язування модельних двоетапних задач розміщення-розподілення за допомогою розроблених алгоритмів. Чисельна реалізація алгоритмів передбачає дискретизацію заданої області. Для обчислення кратних інтегралів в розробленій програмі застосовано кубатурну формулу трапецій, для розв'язування задачі (21) – (24) використаний метод потенціалів.

В процесі проведення експериментів були вирішені наступні задачі: виявлено залежність значення функціоналу і часу розв'язання задачі ОРМДЗ від розміру сітки дискретизації області; з'ясовано параметри задачі, задачі, що впливають на форму границь між підмножинами в задачах з фіксованими центрами першого етапу; обґрунтовано доцільності постановки і розв'язування неперервних задач ОРМДЗ при формуванні потоків двоетапного транспортування матеріальних (сировинних) ресурсів, які неперервно розподілені на певній території.

При дослідженні впливу розміру сітки дискретизації області на час розв'язування задачі, виявилось, що алгоритм 2 працює за поліноміальний час $T(n) = O(n^4)$, тут n – кількість вузлів сітки дискретизації.

Виявлено, що збільшення кількості центрів першого етапу при незмінній решті вихідних даних призводить лише до подрібнення розбиття множини (відповідно до заданої кількості центрів першого етапу), і викликає зміни в об'ємах перевезень між центрами обох етапів. Крім того, з появою кожного додаткового центру першого етапу значення функціоналу поступово зменшується, тому що вартість доставки зібраного з ділянок ресурсу до відповідних центрів зменшується, хоча й може зростати вартість перевезень продукту від підприємств першого етапу до підприємств другого етапу. З іншого боку, при розв'язанні задач ОРМДЗ з достатньо великим значенням N може скластися така ситуація, що деякі з центрів набуватимуть статус фіктивних, тобто цим центрам не буде ставитися у

відповідність ніякої зони, які вони можуть обслуговувати. Отже, за допомогою розробленого математичного і алгоритмічного апарату для задачі ОРМДЗ вдається не тільки отримати оптимальне розбиття множини і оптимальні зв'язки між центрами першого і другого етапів, а й визначити мінімальну кількість центрів першого етапу, для того щоб вони з мінімальними сумарними затратами на доставку ресурсу і продукту могли обслуговувати і свої зони впливу, і споживачів, при фіксованій кількості центрів другого етапу.

Результати обчислювальних експериментів дозволяють зробити наступні висновки про оптимальні розв'язки задач ОРМДЗ з фіксованими центрами першого етапу і з їх розташуванням. Якщо в задачі ОРМДЗ центри першого етапу є фіксованими, то оптимальними границями між підмножинами, що визначають оптимальне розбиття заданої області, виявляються гіперболи (рис. 1, 2). Цей факт повністю узгоджений з аналітичним виглядом границь між підмножинами, що складають оптимального розбиття, отриманими у розділі 2 і відповідає теоретичним обґрунтуванням форм границь між підмножинами, що складають оптимальні розбиття в неперервних задачах ОРМ з обмеженнями у формі рівностей і нерівностей.

При розв'язанні задач ОРМДЗ із розташуванням центрів першого етапу оптимальне розбиття, як правило, виявляється діаграмою Діріхле-Вороного (рис. 3).

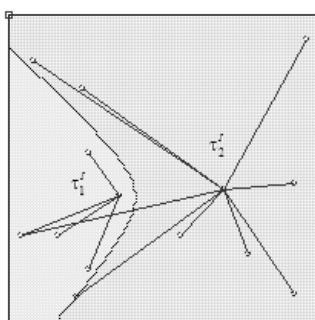


Рис. 1 Розв'язок задачі ОРМДЗ з фіксованими центрами

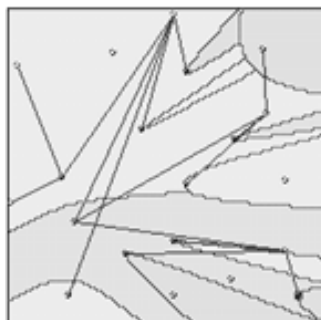


Рис. 2 Наявність порожніх множин в оптимальному розбитті

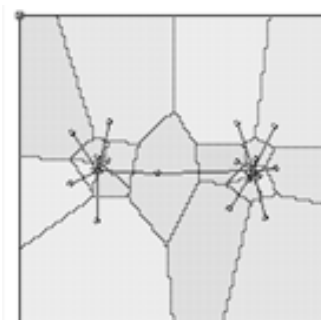


Рис. 3 Розв'язок задачі ОРМДЗ з розміщенням центрів

Наведений приклад, який показує наскільки важливо для отримання синергетичного ефекту формулювати задачі оптимізації двоетапних логістичних процесів з неперервно-розподіленим ресурсом у вигляді задачі 5. Нехай на одиничному квадраті рівномірно розподілений ресурс. Необхідно розбити квадрат на 10 зон, розмістити відповідні центри першого етапу і визначити їх можливі зв'язки з двома центрами другого етапу (причому $b_j'' = 0,5, j = 1,2$) так, щоб мінімізувати сумарні витрати на доставку ресурсу до центрів першого етапу і на подальше транспортування ресурсу до центрів першого етапу. Розташування центрів другого етапу див. на рис. 4 (а). На цьому рисунку представлено також оптимально розміщені центри першого етапу, відповідні їм зони обслуговування, вказані додаткові зв'язки між підприємствами першого і другого етапів. Досягнуто при цьому таке значення цільового функціоналу: $I=0,33069$. Розв'язавши послідовно

спочатку задачу ОРМ з розміщенням центрів підмножин з критерієм, що дорівнює першому доданку в функціоналі (1), а потім, при отриманих координатах центрів першого етапу, звичайну задачу транспортного типу з критерієм якості, що дорівнює другому доданку в (1), то отримано оптимальне розміщення центрів першого етапу і відповідні їм зони, представлені на рис. 4 (б).

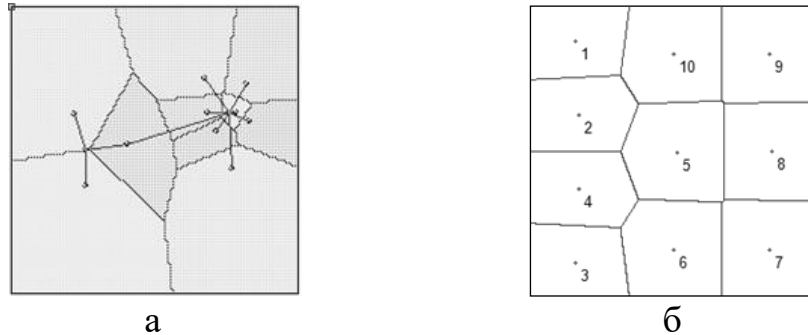


Рис. 4 – Оптимальне розбиття Ω і розташування центрів в задачі:

а – ОРМДЗ; б – ОРМ з розміщенням центрів підмножин

Значення цільових функціоналів зазначених двох задач: $I_1 = 0,1222$ і $I_2 = 0,300964$, що при додаванні дорівнює $I_1 + I_2 = 0,423164$. І, отже, вигреш в значенні функціоналу при моделюванні двоетапного логістичного процесу у вигляді неперервної задачі ОРМДЗ очевидний.

Наведено обґрунтування доцільності використання неперервних постановок двоетапних задач розміщення-розподілення замість дискретних у випадку, коли кількість постачальників велика. Наприклад, якщо кількість постачальників $K \sim 10000$, а підприємств першого і другого етапів $I \sim 50$, $M \sim 20$ відповідно, кількість змінних і обмежень в задачі зростає до 501470. Побудова моделі у неперервному варіанті і використання методів функціонального аналізу та нескінченновимірної оптимізації надає можливість звести задачу до такої, чия розмірність визначається лише кількістю підприємств першого та другого етапу.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі здійснено вирішення нової актуальної науково-технічної задачі, а саме, створення нових математичних моделей процесів розміщення двоетапного виробництва, розробка та обґрунтування методів їх розв'язування, які враховують неперервність розподілення ресурсу та наявність декількох етапів виробництва.

Основні наукові результати дисертації полягають у наступному:

1. Проведено аналіз ефективності моделей, критеріїв і методів, які застосовуються при розв'язанні прикладних задач розміщення-розподілу.
2. Сформульовано нові математичні моделі двоетапних задач розміщення підприємств з неперервно-розподіленим ресурсом, зокрема, запропоновано нову

математичну постановку неперервної задачі оптимального розбиття множини з обмеженнями у формі рівностей і наявністю додаткових зв'язків.

3. Вперше побудовано умови розв'язку неперервних лінійних задач оптимального розбиття множин з додатковими зв'язками; отримано необхідні умови оптимальності для таких задач.

4. Вперше розроблено і теоретично обґрунтовано методи розв'язування неперервних лінійних задач ОРМДЗ як при фіксованих центрах першого етапу, так і за умов їх розташування в заданій області.

5. Удосконалено процеси розміщення двоетапного виробництва за рахунок зменшення транспортних витрат шляхом побудови і реалізації математичних моделей відповідних задач з врахуванням неперервності розподілення ресурсу та наявності декількох етапів виробництва.

6. На базі розроблених методів створено алгоритми; розроблено програмний продукт для розв'язування широкого класу неперервних лінійних двоетапних задач ОРМ, який застосовано до розв'язування неперервних задач розміщення-розподілу. Достовірність отриманих результатів підтверджується їх відповідністю логічно аргументованим сподіванням, а також їх узгодженістю з теоретичними висновками.

7. Отримані математичні моделі та обчислювальні методи є науково-методичною основою для побудови алгоритмів та розробки програмного забезпечення для двоетапних задач розміщення-розподілу. В результаті забезпечується можливість розв'язування нових класів актуальних практичних задач, в яких необхідно враховувати неперервно розподілений ресурс та організацію виробництва в декілька етапів.

Розроблені методи можуть бути використані на практиці при розв'язуванні задач створення територіально-розподілених багаторівневих компаній та регіонального планування. Це дозволить знизити витрати на просування матеріальних потоків, а також підвищити ефективність використання природних ресурсів.

Практичне значення одержаних в дисертаційній роботі результатів підтверджується їх впровадженням. Обґрунтованість і достовірність наукових результатів, висновків і рекомендацій, що сформульовано у дисертаційній роботі, забезпечується: використанням фундаментальних досліджень в теорії оптимізації; математичного моделювання і теорії оптимального розбиття множин, доказом запропонованих положень та порівняльним і якісним аналізом обчислювальних експериментів.

Виходячи з аналізу отриманих результатів, можна зробити висновок, що мету дисертаційної роботи досягнуто, основні задачі дисертаційної роботи вирішені.

СПИСОК ОПУБЛІКУВАННЯ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці у закордонних виданнях:

1. Us S.A, Stanina O. D. On some mathematical models of facility location problems of mining and concentration industry // New Developments in Mining Engineering 2015. Theoretical and Practical Solutions of Mineral Resources Mining, // Edited by

V.Bondarenko, I.Kovalevska, G.Pivnyak / CRC Press / Balkema. Taylor & Francis Group, London, 2015. P. 419–424 (Видання включено до НБ Scopus) (*Особистий внесок здобувача: проаналізовано поточний стан проблеми врахування неперервності розміщення ресурсу*)

2. Zelentsov D., Us S., Koryashkina L., Stanina O. Solving Continual Two-Stage Problems of Optimal Partition of Sets // International Journal of Research Studies in Computer Science and Engineering (IJRSCSE) Volume 4, Issue 4, 2017. P. 72–80 DOI:dx.doi.org/10.20431/2349-4859.0404009 (*Особистий внесок здобувача: побудовано алгоритм розв'язування двохетапної задачі розміщення виробництва з неперервно розподіленим ресурсом*)

Наукові праці у виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз:

3. Ус С.А., Станина О.Д. Алгоритм решения двухэтапной задачи размещения производства с предпочтениями // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных трудов. Выпуск 2, 2014. С. 116–124 (Видання включено до НБ Index Copernicus International) (*Особистий внесок здобувача: представлено алгоритм розміщення двоетапного виробництва з неперервно розподіленим ресурсом*)

4. Станина О.Д. Перспективи використання синтезу генетичного алгоритму та методу оптимального розбиття множин в задачах розміщення-розподілу // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць, випуск 2(103), Дніпропетровськ. 2016. С. 116–122 (Видання включено до НБ Index Copernicus International)

5. Ус С.А., Станина О.Д. Моделирование процесса размещения обогатительного производства с учетом непрерывно распределенного ресурса // Збірник наукових праць Національного гірничого університету Д: Державний вищий навчальний заклад «Національний гірничий університет», 2017. № 52. С.314–323 (Видання включено до НБ Index Copernicus International) (*Особистий внесок здобувача: уточнена математична модель двоетапної задачі розміщення підприємства з неперервно розподіленим ресурсом*)

Наукові праці у фахових виданнях України з технічних наук:

6. Станина О.Д. Критерій оптимальності в одному класі неперервних багатоетапних задач оптимального розбиття множин // Вісник Черкаського університету. Серія «Прикладна математика. Інформатика» 2017. С. 36–47

7. Ус С.А., Станина О.Д. Задача розміщення двоетапного виробництва з обмеженнями на потужності підприємств першого етапу // Вісник НТУ «ХП», Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. Харків: НТУ «ХП». 2018. № 45 (1321). С. 142-147. doi:10.20998/2413-4295.2018.45.19 (*Особистий внесок здобувача: запропоновано метод врахування неперервно розподіленого ресурсу при розміщення двоетапного виробництва*)

Наукові праці апробаційного характеру:

8. Ус С.А., Станина О.Д. Об одной математической модели многоэтапной задачи размещения производства // XI міжнародна науково-практична конференція

«Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS-2013)» 20–22 листопада 2013 р. Тези доповідей. Дніпропетровськ, Україна. С. 256–257

9. Us S. A. Stanina O. D. Multi-stage problem of concentration plant location // Комп'ютерні науки та інженерія : матеріали VI Міжнародної конференції молодих вчених CSE-2013, 21–23 листопада 2013 року, Україна, Львів. Міністерство освіти і науки України, Національний університет «Львівська політехніка». Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2013. С. 130–131

10. Ус С.А., Станина О.Д. Двухэтапная задача размещения производства // «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» ІТММ 2014 матеріали науково-технічної конференції Дніпропетровськ 25–27 березня 2014 р. Дніпропетровськ, НметАУ, 2014. С. 100–101

11. Ус С.А., Станина О.Д. Алгоритм розв'язку багатоетапної задачі розміщення виробництва // Системний аналіз та інформаційні технології. матеріали XVI Міжнародної науково-технічної конференції «Системний аналіз та інформаційні технології» САІТ-2014. С.6

12. Ус С.А., Станина О.Д. Задача оптимального разбиения множеств с дополнительными связями // XII міжнародна науково-практична конференція «Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS-2014)» 19–21 листопада 2014 р. Тези доповідей. Дніпропетровськ, Україна С. 236–237

13. Ус С.А., Станина О.Д. О декомпозиции многоэтапной задачи размещения // Информатика, управління та штучний інтелект. Тезиси науково-технічної конференції студентів, магістрів та аспірантів. Харків: НТУ «ХПІ». 2014. С. 79

14. Ус С.А., Станина О.Д. Необходимые и достаточные условия оптимальности решения задачи оптимального разбиения множеств с дополнительными связями // Информатика та системні науки (ІСН-2015): матеріали VI Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю, (м. Полтава, 19–21 берез. 2015 р.). Полтава: ПУЕТ, 2015. URL: <http://dSPACE.puet.edu.ua/handle/123456789/2424> (дата звернення: 26.09.2018)

15. Ус С.А., Станина О.Д. Об одной непрерывной задаче размещения предприятий с дополнительными связями // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии: сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 22–23 окт. 2015 г. Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. О.В. Матысика. Брест : БрГУ, 2015. С. 81–82

16. Станина О.Д. Особенности применения генетического алгоритма для решения двухэтапных задач размещения производства, Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем (КМОСС-2015): матеріали I Всеукраїнської науково-технічної конференції (м.Дніпропетровськ, 3-5 листопада 2015 року). Міністерство освіти і науки України, Державний вищий навчальний заклад «Український державний хіміко-технологічний університет»: в 2-х ч. Дніпропетровськ: ДВНЗ УДХТУ, 2015. Ч. 2. С. 89 – 93

17. Ус С.А., Станина О.Д. Розв'язування багатоетапної задачі розміщення виробництва з використанням генетичних алгоритмів // «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» ІТММ 2016 матеріали науково-технічної

конференції Дніпропетровськ 29-31 березня 2016 р. Дніпропетровськ, НметАУ, 2016. С. 82

18. Ус С.А., Станина О.Д. Особенности решения многоэтапной задачи размещения // Информатика та системні науки (ІСН-2016): матеріали VII Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю, (м. Полтава, 10–12 берез. 2016 р.). Полтава: ПУЕТ, 2016. URL: <http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/3012> (дата звернення: 26.09.2018)

19. Ус С.А., Станина О.Д. О задачах размещения // Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем (КМОСС-2016): матеріали II Всеукраїнської науково-технічної конференції з міжнародною участю (м.Дніпро, 1-3 листопада 2016 року). Міністерство освіти і науки України, Державний вищий навчальний заклад «Український державний хіміко-технологічний університет». Дніпро: ДВНЗ УДХТУ, 2016. С. 116–118

20. Ус С.А., Станина О.Д. Решение модельных задач оптимального разбиения множеств с дополнительными связями // XIV міжнародна науково-практична конференція «Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS-2016)» 16–18 листопада 2016 р. Тези доповідей. Дніпропетровськ, Україна С. 226–228

21. Ус С.А., Станина О.Д. Алгоритм решения одной задачи размещения // Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем (КМОСС-2017): матеріали III міжнародна науково-технічна конференція «Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем» (м.Дніпро, 1-3 листопада 2017 року) / Міністерство освіти і науки України, Державний вищий навчальний заклад «Український державний хіміко-технологічний університет». Дніпро: ДВНЗ УДХТУ, 2017. С. 165–166 .

22. Ус С.А., Коряшкіна Л.С., Станина О.Д. Моделирование и оптимизация двухэтапного транспортирования ресурса, непрерывно распределенного на заданной территории // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : Тези доповідей IX Міжнародної науково-практичної конференції (03–05 жовтня 2018 р., м. Запоріжжя) / Редкол.: Д. М. Піза, С. В. Морщавка. Запоріжжя : ЗНТУ, 2018. С.271-272

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації :

23. Ус С.А., Станина О.Д. О математических моделях многоэтапных задач размещения предприятий // Питання прикладної математики і математичного моделювання: зб.наук.пр. 2014. С. 258–268. (*Особистий внесок здобувача: представлено математичні моделі багатоетапних задач розміщення підприємств*)

24. Киселева Е.М., Ус С.А., Станина О.Д. О задачах оптимального разбиения множеств с дополнительными связями // Питання прикладної математики і математичного моделювання Дніпропетровськ, Видавництво ДНУ, 2016. С. 67–78. (*Особистий внесок здобувача: розроблено різні математичні постановки задач ОРМДЗ*)

25. Киселева Е.М., Ус С.А., Станина О.Д. Про алгоритм решения одной задачи оптимального разбиения множеств с дополнительными связями // Питання прикладної математики і математичного моделювання: зб. наук. пр. / редкол.: О.М.

Киселева (відп. ред.) [та ін..] Д: ЛПРА, 2017. Вип. 17. С. 107–116 (*Особистий внесок здобувача: знайдено аналітичний розв'язок задачі ОРМДЗ*).

АННОТАЦІЯ

Станина О.Д. Модели и методы размещения двухэтапного производства с непрерывно распределенным ресурсом. – Квалификационный научный труд на правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы (Технические науки). – Национальный технический университет «Днепропетровская политехника» Министерства образования и науки Украины. Днепр; Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина Министерства образования и науки Украины, Харьков, 2019.

Диссертация посвящена совершенствованию процессов размещения двухэтапного производства путем построения математических моделей, методов и алгоритмов решения, учитывая непрерывность распределения ресурса и наличие нескольких этапов производства.

Рассмотрены двухэтапные процессы распределения материальных потоков в логистических транспортно-производственных системах, структурными элементами которых являются предприятия, осуществляющие сбор некоторого непрерывно распределенного на определенной территории ресурса (центры первого этапа), и предприятия, этот ресурс потребляющие или перерабатывающие (центры второго этапа). В таких системах за каждым центром первого этапа закрепляется территория (зона) его обслуживания. Логистика материальных потоков осуществляется сначала в направлении от каждой точки данной области непосредственно к обслуживающему ее предприятию, а затем первично обработанный или рассортированный ресурс в определенных количествах направляется на предприятия-потребители этого ресурса.

Предложены математические модели описанных процессов – задачи оптимального разбиения континуальных множеств с размещением центров подмножеств и дополнительными связями. Исследованы условия разрешимости разработанных моделей, сформулированы необходимые и достаточные условия оптимальности для их решений. Теоретическое обоснование методов и алгоритмов решения непрерывных задач оптимального разбиения множеств с дополнительными связями (ОРМДЗ) осуществлено с использованием основных положений теории непрерывных задач оптимального разбиения множеств, теории двойственности, а также методов решения задач линейного программирования транспортного типа. Применение разработанного математического аппарата дает возможность найти оптимальные решения двухэтапных задач размещения-распределения с непрерывно распространенным ресурсом частично в аналитическом виде (хотя аналитическое выражение может включать в себя параметры, являющиеся оптимальным решением вспомогательной конечномерной оптимизационной задачи с негладкой целевой функцией).

Разработан итерационный алгоритм решения задачи ОРМДЗ с заданными центрами с использованием метода потенциалов для решения задачи линейного программирования транспортного типа. Основой созданных алгоритмов решения задач ОРМДЗ с размещением центров первого этапа является g -алгоритм Шора, который используется для решения задач конечномерной оптимизации недифференцируемых функций, к которым редуцируются исходные двухэтапные задачи размещения-распределения с помощью разработанного математического аппарата. Численная реализация алгоритмов предполагает дискретизацию заданной области.

Приведен детальный анализ результатов вычислительных экспериментов, которые осуществлялись с целью проверки корректности работы алгоритмов; выявления зависимости результатов и времени работы алгоритмов от размера сетки дискретизации области; выяснения параметров задачи, влияющих на форму границ между подмножествами. Оценивался выигрыш (снижение затрат), получаемый за счет постановки и решения именно непрерывных задач ОРМДЗ при формировании систем двухэтапной логистики материальных (сырьевых) ресурсов, плотно распределенных на определенной территории.

Разработанные методы, алгоритмы и программный продукт позволяют решать ряд практических проблем, связанных, например, с задачами стратегического планирования, которые возникают в производственной, социальной и экономической сферах деятельности. Полученные теоретические результаты доведены до уровня конкретных рекомендаций, которые могут быть использованы государственными и частными предприятиями при решении логистических задач, связанных с организацией сбора определенного ресурса и его доставкой до пунктов переработки, а также дальнейшей перевозки полученного продукта к местам назначения.

Ключевые слова: двухэтапное производство, задача размещения-распределения, оптимальное разбиение множеств, g -алгоритм Шора, модели оптимального размещения предприятий, методы размещения объектов инфраструктуры.

АНОТАЦІЯ

Станіна О.Д. Моделі та методи розміщення двоетапного виробництва з неперервно розподіленням ресурсом. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи (Технічні науки). – Національний технічний університет «Дніпровська політехніка» Міністерства освіти і науки України, Дніпро; Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, Харків, 2019.

Дисертація присвячена удосконаленню процесів розміщення двоетапного виробництва шляхом побудови математичних моделей, методів та алгоритмів

розв'язування, які враховують неперервність розподілення ресурсу та наявність декількох етапів виробництва.

Запропоновано математичні моделі неперервних задач оптимального розбиття множин з додатковими зв'язками, що описують двоетапні процеси логістики матеріальних потоків в транспортно-виробничих системах, структурними елементами яких є підприємства, які здійснюють збір деякого неперервно розподіленого на певній території ресурсу, і підприємства, які цей ресурс споживають або переробляють. Досліджено умови розв'язності розроблених моделей, сформульовані необхідні і достатні умови оптимальності для їх розв'язків.

Розроблено методи і ітераційні алгоритми розв'язування вказаних задач з використанням основних положень нескінченновимірної оптимізації та теорії двоїстості. Створений програмний продукт для розв'язування двоетапних задач оптимального розміщення підприємств з неперервно-розподіленим ресурсом.

Отримані результати дозволяють вирішувати ряд практичних проблем, пов'язаних, наприклад, із задачами стратегічного планування, які виникають у виробничій, соціальній та економічній сферах діяльності.

Ключові слова: двоетапне виробництво, задача розміщення-розподілу, оптимальне розбиття множин, r -алгоритм Шора, моделі оптимального розміщення підприємств, методи розміщення об'єктів інфраструктури.

ANNOTATION

Olha D. Stanina. Models and methods to locate two-stage production with continuously allocated resources. – Qualification scientific paper, manuscript.

Thesis for a Candidate Degree of Technical Sciences: Speciality 01.05.02 – Mathematical modeling and computational methods (Engineering Sciences). – National Technical University Dnipro Polytechnic, the Ministry of Education and Science of Ukraine, Dnipro; V. N. Karazin Kharkiv National University, the Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2019.

The thesis deals with the improvement of the processes to locate two-stage production by means of constructing mathematical models, methods, and algorithms for solutions which takes into consideration continuity of resources allocation and availability of several stages of production.

Mathematical models of continuous partitioning sets problem with additional connections has been proposed; the models describe two-stage processes to allocate material flows in terms of transportation and production systems which structural components are the enterprises that collection the resources being continuously allocated within certain territory as well as the enterprises which either consume or process those resources. Conditions to solve the proposed models have been studied; necessary and sufficient conditions of the optimality to solve the models have been formulated.

Methods and iteration algorithms to solve the problems involving basic principles of infinite-dimensional optimization and duality theory have been elaborated. Software product to solve two-stage problems of optimal location of enterprises with continuously allocated resources has been developed.

The obtained results make it possible to solve a range of practical problems connected with strategic planning in the sphere of productive, social, and economic activities.

Keywords: two-stage production, location-allocation problem, optimum partitioning sets, Shor's r-algorithm, optimal location models for enterprises, methods for locating infrastructure objects.