

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Факультет (навчально-науковий інститут) __ Фізичний _____

Кафедра __ загальної фізики _____

До захисту допущено

кафедрою _____ протокол № _____ від _____

завідувач кафедри _____ Олег Лазоренко _____
(підпис) (ім'я, прізвище)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

здобувача _____ другого (магістерського) _____ рівня вищої освіти
(першого (бакалаврського) / другого (магістерського))

**Використання нелінійних перетворень класу Коена для аналізу
магнітометричних сигналів**

(тема роботи)

Спеціальність (спеціалізація) _____ 104 – «фізика та астрономія» _____
(код та найменування спеціальності; спеціалізації спеціальності)

Освітня програма _____ фізика (освітньо-наукова програма) _____
(назва освітньої програми)

Здобувач _____ Олексій Волков _____
(підпис) (ім'я, прізвище)

Науковий керівник _____ Олег Лазоренко _____
(підпис) (ім'я, прізвище)

АНОТАЦІЯ

Розглянуто такий тип інтегральних перетворень, як нелінійні перетворення класу Коена, властивості деяких його представників, що було показано на прикладі пари модельних сигналів з різними характеристиками, їхні застосування в аналізі сигналів та процесів. Представлено результати спектрального аналізу часових варіацій магнітного поля Землі (D- та H-компоненти), викликаних геомагнітною бурєю 27-28 вересня 2017 р. Проаналізовано детальну часо-частотну структуру отриманих магнітометричних даних, розподіл енергії та середньоквадратичного відхилення за частотою за допомогою таких нелінійних перетворень класу Коена, як перетворення Вігнера, Чої-Вільямса та Борна-Жордана.

Ключові слова: варіації магнітного поля Землі, нелінійні перетворення класу Коена, геомагнітна буря, часо-частотний аналіз, перетворення Вігнера, перетворення Чої-Вільямса, перетворення Борна-Жордана.

ABSTRACT

This type of integral transforms, such as nonlinear transforms of the Cohen class, properties of some of its representatives, which were shown on the example of a pair of model signals with different characteristics, and their applications in the analysis of signals and processes, are considered. The results of the spectral analysis of temporal variations of the Earth's magnetic field (D- and H-components) caused by the geomagnetic storm of September 27-28, 2017 are presented. The detailed time-frequency structure of the received magnetometric data, the distribution of energy and root-mean-square deviation by frequency were analyzed using Cohen-class nonlinear transformations such as Wigner, Choi-Williams, and Born-Jordan transforms.

Key words: variations of the Earth's magnetic field, nonlinear transforms of the Cohen class, geomagnetic storm, time-frequency analysis, Wigner transform, Choi-Williams transform, Born-Jordan transform.

ЗМІСТ

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ.....	4
ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1. АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД	7
1.1 Клас Коена нелінійних перетворень.....	7
1.1.2 Властивості перетворення Вігнера	16
1.1.3 Властивості перетворення Чої-Вільямса.....	17
1.1.3 Властивості перетворення Борна-Жордана.....	17
1.1.4 Псевдо-перетворення Вігнера	18
1.2 Джерела магнітометричних сигналів	18
1.2.1 Магнітометр-флюксометр Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.....	21
1.2.2 Магнітна буря як складова геокосмічної бурі.....	22
Висновки по розділу 1	27
РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ МОДЕЛЬНИХ ТА РЕАЛЬНИХ СИГНАЛІВ.....	28
2.1 Модельні сигнали у часовій області	30
2.2 Результати вігнер-аналізу модельних сигналів	30
2.3 Результати чої-вільямс-аналізу модельних сигналів.....	30
2.3 Результати борн-жордан-аналізу модельних сигналів.....	36
Висновки по розділу 2	36
РОЗДІЛ 3. АНАЛІЗ РЕАЛЬНИХ МАГНТОМЕТРИЧНИХ СИГНАЛІВ	39
3.1 Потужна геокосмічна буря 27-28 вересня 2017 р.	39
3.2 Результати вігнер-аналізу магнітометричних сигналів	39
3.2.1 Переддень магнітної бурі (26 вересня).....	39

3.2.2 Перший день магнітної бурі (27 вересня)	43
3.2.3 Другий день магнітної бурі (28 вересня).....	48
3.3 Результати чої-вільямс-аналізу магнітометричних сигналів	48
3.3.1 Переддень магнітної бурі (26 вересня).....	48
3.3.2 Перший день магнітної бурі (27 вересня)	51
3.3.3 Другий день магнітної бурі (28 вересня).....	54
3.4 Результати борн-жордан-аналізу магнітометричних сигналів.....	54
3.4.1 Переддень магнітної бурі (26 вересня).....	54
3.4.2 Перший день магнітної бурі (27 вересня)	59
3.4.3 Другий день магнітної бурі (28 вересня).....	62
3.5 Обговорення результатів	67
Висновки по розділу 3	68
ВИСНОВКИ	69
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	70

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

ФСГ – функція спектральної густини

ПВ – перетворення Вігнера

ПЧВ – перетворення Чої-Вільямса

ПБЖ – перетворення Борна-Жордана

ПКЯ – перетворення з конусним ядром

ППВ – псевдоперетворення Вігнера

$Pf(\omega, \tau), P[s(t)](\omega, \tau)$ – ФСГ перетворення класу Коена

ВСТУП

Дана робота є спробою використання нелінійних перетворень класу Коена для аналізу магнітометричних сигналів, зафіксованих під час геокоsmічної бурі 27-28 вересня 2017 року.

Актуальність роботи: для кращої точності визначення параметрів (енергія, потужність, розподіл енергії в часі та частоті, спричинені фізичними процесами тощо) необхідно знати часо-частотну структуру варіацій магнітного поля, які є реакцією нелінійної динамічної системи, якою є магнітосфера Землі, на потужне збурення через сонячну активність. У такому випадку використання методів спектрального аналізу, засновані на динамічному перетворенні Фур'є, дає мало інформації. Відповідно, необхідні інші підходи. Наприклад, вейвлет-перетворення або нелінійні перетворення класу Коена, які тут і розглядаються.

Мета роботи – визначити характеристики варіацій магнітного поля Землі під час геокоsmічної бурі 27-28 вересня 2017 р. з використанням нелінійних перетворень класу Коена, зокрема перетворення Вігнера, Чої-Вільямса та Борна-Жордана.

Задачі роботи: розглянути нелінійні перетворення класу Коена та їхні властивості на прикладі модельних сигналів, застосувати їх до магнітометричних даних для отримання ряду їх частотних та часо-частотних характеристик.

Об'єкт роботи – магнітометричні сигнали, отримані під час геомагітної бурі 27-28 вересня 2017 року.

Предмет роботи – властивості часо-часових структур магнітометричних сигналів, зафіксованих під час геомагітної бурі 27-28 вересня 2017 року.

Дана робота містить три розділи. У першому розділі розглядаються нелінійні перетворення класу Коена, їхні властивості та застосування в обробці і дослідженні сигналів і процесів. Також розглянуті джерела магнітометричних сигналів, які досліджуються у цій роботі.

У другому розділі аналізуються створені у цій роботі модельні сигнали із використанням нелінійних перетворень класу Коена.

У третьому розділі ці ж перетворення застосовані до реальних магнітометричних сигналів, отриманих під час потужної геокоsmічної бурі 27-28 вересня 2017 року.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД

1.1 Клас Коена нелінійних перетворень

Цей клас квадратичних інтегральних перетворень задається виразом виду

$$P[s(t)](\omega, \tau) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\theta\tau - i\omega u + i\theta u} \Phi(\theta, t) s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt d\theta \quad (1.1)$$

де $\Phi(\theta, t)$ – ядро перетворення [1].

Введені Л. Коеном у 1966 році в [2] як узагальнення функції квазірозподілу у квантовій механіці, яку запропонував Ю.Вігнер у 1932 році. Згодом їх почали використовувати в аналізі сигналів [3].

Ці перетворення мають такі властивості.

Дійсність: $P[s(t)](\omega, \tau)$ – дійсна функція через ермітову симетрію добутку $s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right)$ за умови дійсності ядра перетворення.

Симетрія аргументів: з рівності Парсеваля випливає симетрія часу та частоти, тобто сигнал $s(t)$ можна замінити на його фур'є-зображення:

$$P[s(t)](\omega, \tau) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\theta\tau - i\gamma\omega + i\theta\mu} \Phi(\theta, \gamma) S\left(\mu + \frac{\gamma}{2}\right) S^*\left(\mu - \frac{\gamma}{2}\right) d\mu d\gamma d\theta \quad (1.2)$$

Інваріантність відносно зміщення по часовій та частотній осях:

$$P[s(t)](\omega - \omega_0, \tau - \tau_0) = P[e^{i\omega_0 t} s(t - t_0)](\omega, \tau) \quad (1.3)$$

Інваріантність відносно зсуву комплексної фази:

$$P[e^{i\varphi_0} s(t)](\omega, \tau) = P[s(t)](\omega, \tau) \quad (1.4)$$

Інваріантність відносно масштабування за часом та частотою:

$$P\left[\frac{1}{\sqrt{a}} * s\left(\frac{t}{\sqrt{a}}\right)\right](\omega, \tau) = P[s(t)]\left(\frac{\omega}{a}, a\tau\right) \quad (1.5)$$

Наявність інтерференційних членів для багатокomпонентного сигналу: якщо $s(t) = \sum_{i=1}^N s_i(t)$, то $s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right)$ міститиме як квадрати компонент, так і добутки різних, що породжує інтерференційні члени, ускладнюючи інтерпретацію функції спектральної густини (ФСГ) перетворень класу Коена. До того ж, коли сигнал представлений як суто дійсний, фур'є-спектр має компоненти з негативною частотою, які у ФСГ перетворень класу Коена дають

інтерференцію в області низьких частот. Саме тому сигнал попередньо перетворюють у аналітичний через перетворення Гільберта (1.6):

$$\mathcal{H}[s(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t-\tau} d\tau, s_a(t) \triangleq s(t) + i * \mathcal{H}[s(t)] \quad (1.6)$$

Унітарність: З огляду на білінійний характер перетворень класу Коена, природно ототожнити скалярний добуток двох розподілів за часом і частотою з квадратом звичайного скалярного добутку в часовій області (що стосується сигналу) або частотній області (їх спектр відповідно). Отже, умова унітарності набуває вигляду формули Мюллера (1.7) [3,4]

$$\iint_{\mathbb{R}^2} P[x(t)](\omega, \tau) P^*[s(t)](\omega, \tau) d\omega d\tau = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) s^*(t) dt \right|^2 \quad (1.7)$$

Тоді для ядра перетворення має виконуватися умова (1.8):

$$|\Phi(\theta, t)| = \left| \iint_{\mathbb{R}^2} \Phi(\theta, t) \Phi^*(\theta, t) d\theta dt \right| = 1 \quad (1.8)$$

Наявність областей, де $P[s(t)](\omega, \tau) < 0$ у загальному випадку.

Це не дозволяє використовувати такі перетворення, як повноцінні функції спектральної густини. Зазвичай вони пов'язані з інтерференційними членами.

Енергія сигналу у момент часу t та спектр густини енергії:

$$\int_{-\infty}^{\infty} P f(\omega, t) d\omega = E(t) = |f(t)|^2, \int_{-\infty}^{\infty} P f(\omega, t) dt = E(\omega) = |F(\omega)|^2 \quad (1.9)$$

Співвідношення (1.9) виконуються тоді, коли $\Phi(\theta, 0) = 1, \Phi(0, t) = 1$ відповідно.

Можна виділити таких представників цього класу перетворень: перетворення Вігнера, що отримується підстановкою в (1.1) виразу $\Phi(\theta, t) = 1$,

$$P_V[s(t)](\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s\left(\tau + \frac{t}{2}\right) s^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) e^{-i\omega t} dt \quad (1.10)$$

перетворення Чої-Вільямса (ПЧВ), де $\Phi(\theta, t) = e^{-\left(\frac{\theta t}{\sigma}\right)^2}$,

$$P_{CW}(\omega, \tau) = \sqrt{\frac{\sigma}{4\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{|t|} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\sigma(u-\tau)^2}{4t^2}} s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt \quad (1.11)$$

перетворення Борна-Жордана (ПБЖ) та його узгальнення – перетворення з конусним ядром (ПКЯ),

$$P_{BJ}(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{|t|} \int_{\tau-\frac{|t|}{2}}^{\tau+\frac{|t|}{2}} s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt \quad (1.12)$$

$$P_{CS}(\omega, \tau) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\theta\tau - i\omega t + i\theta u} g(t) \frac{\sin(\pi\theta t)}{\pi\theta t} s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt d\theta \quad (1.13)$$

згладжене псевдоперетворення Вігнера (ЗППВ), де $\Phi(\theta, t) = g(\theta)h(t)$

$$P_{SPV}(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \int_{-\infty}^{+\infty} G(u - \tau) s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) e^{-i\omega t} du dt \quad (1.14)$$

Перетворення класу Коена знайшли застосування у аналізі багатьох сигналів та процесів різного походження.

У [7] представили функцію ядра для перетворень класу Коена, спрямовану на покращення аналізу нестационарних сигналів, зокрема мовлення. Перетворення Вігнера (ПВ), хоча й широко використовується, страждає від паразитних значень інтенсивності через перешкоди, особливо в багатокомпонентних сигналах. Запропоноване ядро є добутком ядер перетворення Чої-Вільямса та Маргенау-Хілла:

$$\Phi(\theta, t) = e^{-\left(\frac{\theta t}{\sigma}\right)^2} \cos(\beta\theta t) \quad (1.15)$$

Отримане перетворення ефективно передає перешкоди на власні компоненти сигналу, зменшуючи паразитні значення. У статті перетворення з ядром (1.15) порівнюється з ПВ (1.10) та ПЧВ (1.11) аналітично та чисельно для синусоїдальних, чирп-сигналів та мовних сигналів. Результати показують, що перетворення з ядром (1.15) зменшує перехресні перешкоди, присутні в ПВ та ПЧВ, що призводить до чіткішого представлення часово-частотних зв'язків, особливо для реальних сигналів, таких як мовлення. Воно застосовується до аналізу мовних сигналів, демонструючи його ефективність у вилученні характеристичних параметрів та ідентифікації голосних формант.

У [8] досліджується застосування перетворень класу Коена для аналізу періодичних коливань реакції Белоусова-Жаботинського (BZ) у реакторі періодичної дії (рис. 1.1). Для аналізу сигналу від бромідного селективного електрода було застосовано кілька перетворень, включаючи ПВ, ПЧВ та перетворення з конусним ядром (1.13).

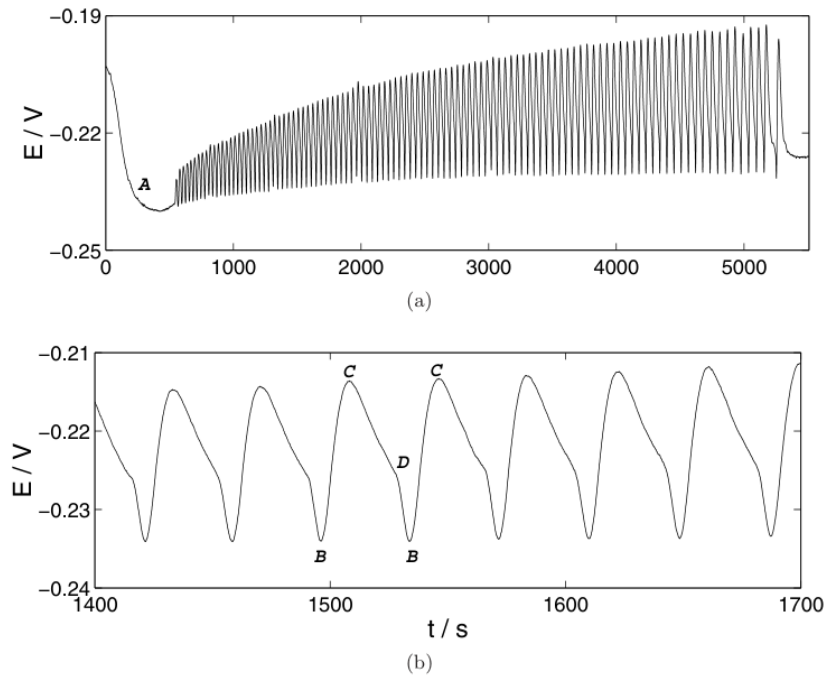


Рисунок 1.1. Залежність потенціалу бромідного селективного електрода від часу для реакції Белоусова-Жаботинського в реакторі періодичної дії. Коливання потенціалу дискретизовані на частоті 10 Гц (а). Фрагмент регістру, зображений на (а), з позначеними елементарними кроками реакції ВЗ (b) [8].

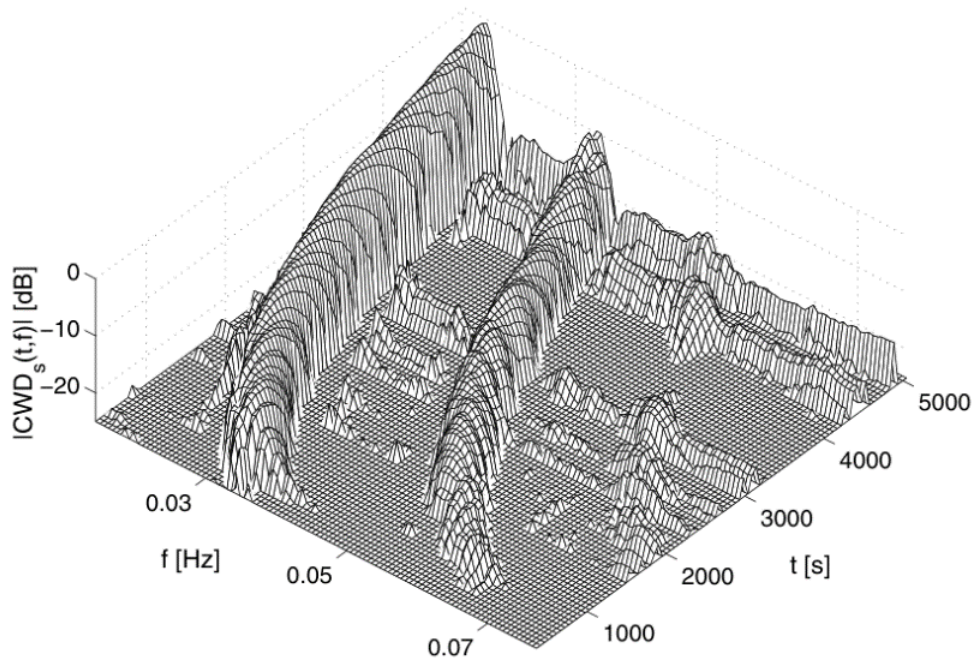


Рисунок 1.2. ФСГ ПЧВ з параметром $\alpha=0,05$ для сигналу на рис. 1.1 [8].

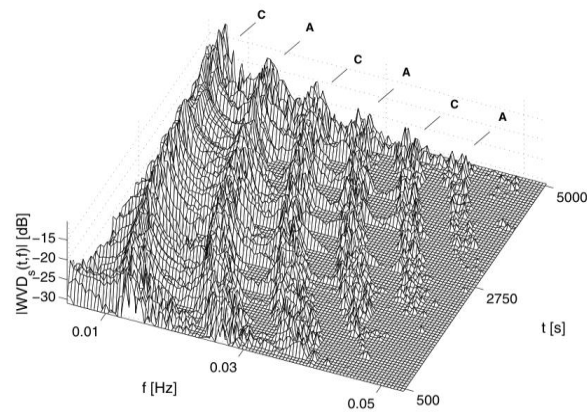


Рисунок 1.3. ФСТ ПВ для сигналу на рис. 1.1. А – власні компоненти, С – інтерференційні члени [8].

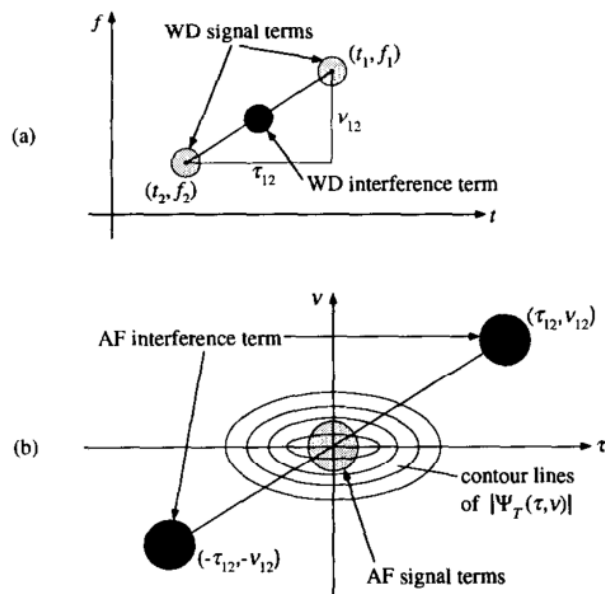


Рисунок 1.4. (а) Базова геометрія інтерференційних членів ПВ. (б) Аналіз затухання інтерференційних членів в області неоднозначності [9].

Ці методи дозволяють отримувати миттєві спектри потужності та спостерігати за еволюцією частотного складу. Фільтрація за допомогою ядер перетворення допомагає усунути небажані інтерференційні члени.

Результати, представлені у вигляді 3D-графіків (рис. 1.2-1.3), показують зниження частоти коливань. перетворення з конусним ядром з параметром $\alpha = 1$ визначено як найкращий метод аналізу коливань ВЗ у спільній часо-частотній області. Метою дослідження є вибір відповідного методу аналізу коливань ВЗ,

оскільки жодні попередні дослідження не пов'язували хімічні коливання та часо-частотні методи.

У [9] представлено порівняльний аналіз трьох часо-частотних перетворень: згладженого псевдоперетворення Вігнера (1.14), перетворення Чої-Вільямса (1.11) та перетворення з конусним ядром (1.13), зосереджуючись на їхній здатності послаблювати інтерференційні складові та підтримувати часо-частотну концентрацію.

Автори статті використовують аналіз області неоднозначності (рисунок 1.4) для порівняння властивостей послаблення інтерференційних складових і часо-частотної концентрації трьох часо-частотних перетворень додатково досліджуючи ці властивості за допомогою набору простих двокомпонентних сигналів.

Аналіз виявляє важливі ефекти та обмеження продуктивності, необхідні для практичного застосування цих часо-частотних перетворень. Згладжене псевдоперетворення Вігнера (1.14), що визначається як короточасна версія розподілу Вігнера з згладжуванням за часом, пропонує легке та незалежне керування згладжуванням за часом та частотою, поводячись як простий двовимірний фільтр низьких частот, але він не задовольняє більшість математичних властивостей ПВ.

Перетворення Чої-Вільямса (1.11), зберігаючи багато бажаних математичних властивостей, зокрема граничних, демонструє хрестоподібну вагову функцію в області неоднозначності, що призводить до поганого ослаблення перешкод, коли компоненти сигналу перекриваються в часі або частоті. Фактично, слід очікувати, що ПЧВ забезпечить погане ослаблення перешкод, якщо «точки сигналу» перешкод виникають одночасно або на одній частоті, відмічають автори статті.

Перетворення з конусним ядром (ПКЯ) розроблено для хорошої концентрації та ослаблення завад у сигналах з квазістаціонарними миттєвими частотами, але воно не є «розподілом енергії» та може вносити значні негативні компоненти, спотворюючи складові сигналу.

В експериментальних результатах з використанням гаусових сигналів, синусоїдальних сплесків, сигналів чирпу та квадратичних ЧМ-сигналів простежуються компроміси між затуханням інтерференційних членів та концентрацією для кожного перетворення. Згладжене псевдоперетворення Вігнера забезпечує надійне затухання інтерференційних членів та прийнятну концентрацію, тоді як ПЧВ перевершує концентрацію для імпульсних або сигналів постійної частоти, але має труднощі з сигналами, подібними до чирпу, та затуханням інтерференційних членів, коли компоненти сигналу перекриваються. ПКЯ добре працює для сигналів з квазіпостійною частотою, але може спотворювати члени сигналу та менш підходить для сигналів, подібних до чирпу. Зрештою, вибір перетворення залежить від конкретних характеристик сигналу та бажаного балансу між затуханням інтерференційних членів та концентрацією для візуального аналізу.

У [10] запропоновано новий метод виявлення подій для аналізу сейсмічних часових рядів з використанням часово-частотного аналізу через розподіл Вігнера (ПВ). Метод визначає ентропійну міру через часово-частотний розподіл, зокрема ентропію Реньї, для ідентифікації часових кластерів з високим інформаційним вмістом. Непозитивність ПВ вимагає використання ентропії Реньї замість ентропії Шеннона з квантовою нормалізацією, емпірично вибраною для цього застосування.

Метод включає обчислення псевдоперетворення Вігнера (ППВ) дискретного сигналу за допомогою ковзного вікна, а потім застосування міри ентропії Реньї для вилучення інформації. Для зменшення шумових перешкод додається зміщення сигналу. Цей підхід не потребує попередніх знань про події.

Експериментальні результати щодо сигналів землетрусів, вулканічних поштовхів та синтетичних даних демонструють здатність методу розрізняти та ідентифікувати події, демонструючи його чіткість та стійкість порівняно з фільтрацією Фішера та методами на основі вейвлетів. Автори припускають, що цей метод може бути цінним для ідентифікації подій-попередників у сейсмічних часових рядах або епілептичних нападів.

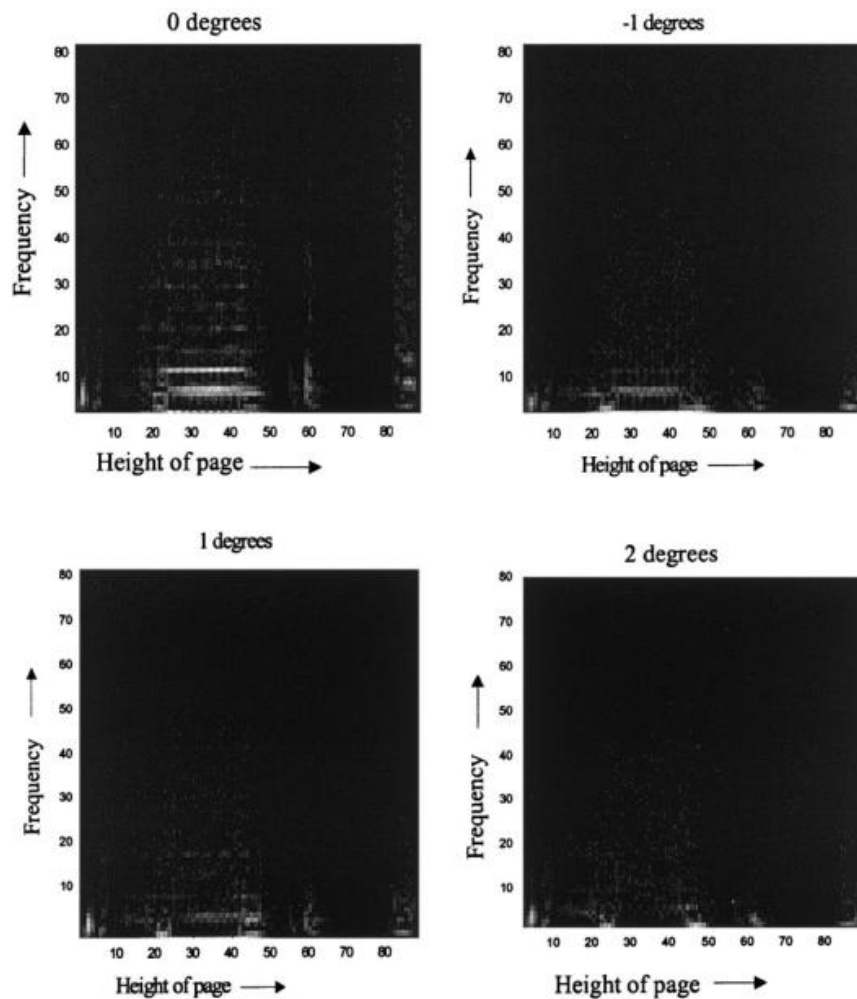


Рисунок 1.5. ФСТ ПВ гістограми сторінки залежно від кута його нахилу [11].

У [11] запропоновано метод оцінки кута нахилу для обробки документів, використовуючи перетворення класу Коена на горизонтальному проекційному профілі сторінки. Цей підхід вирішує проблему оцінки кута нахилу, що має вирішальне значення для аналізу документів та застосувань оптичного розпізнавання символів, особливо при роботі з великими кутами нахилу та різними типами документів.

Алгоритм повертає сторінку під різними кутами, застосовує перетворення класу Коена до кожної результуючої гістограми (рис. 1.5) та вибирає кут з максимальною інтенсивністю. Експериментальні результати демонструють ефективність методу, причому ПВ демонструє найкращий баланс між точністю

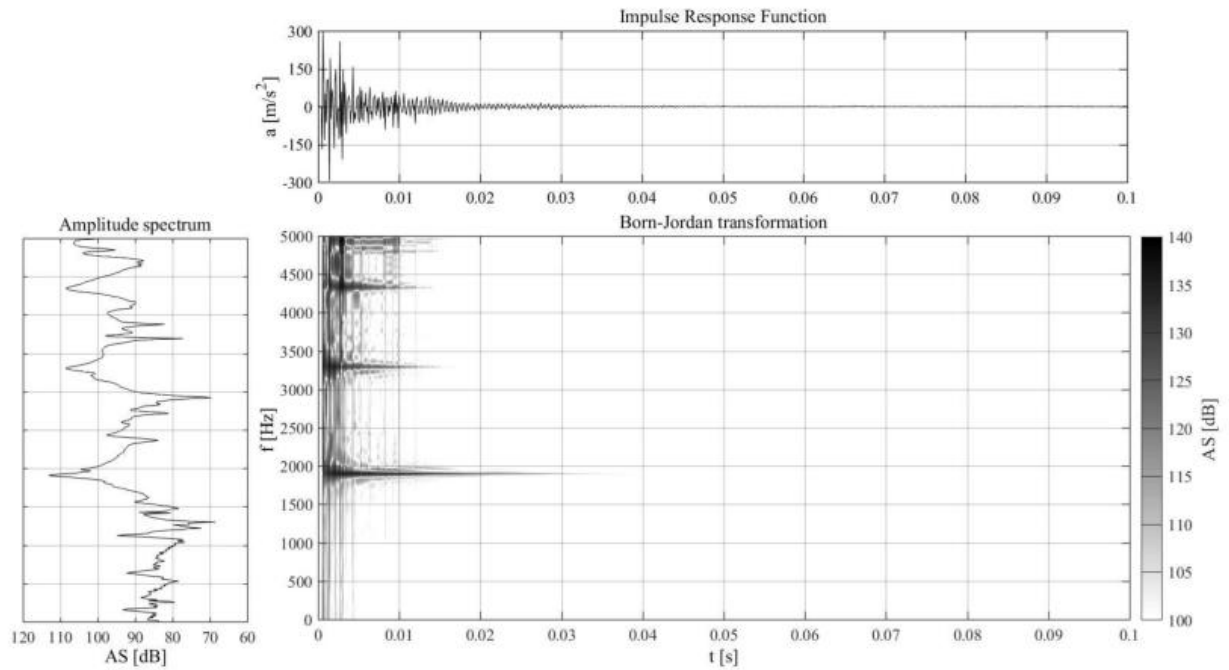


Рисунок 1.6. Датчик, розташований на підшві рейки, аналіз часу, частоти та часо-частотної залежності [12].

та обчислювальними витратами. Метод не залежить від шрифту, добре обробляє графіку та межі, і підходить як для друкованих, так і для рукописних документів, навіть тих, що мають погано вирівняні рядки тексту.

У [12] досліджується використання перетворення Борна-Жордана для аналізу відгуку залізничних кріплень (рис. 1.6). Описано лабораторні вимірювання та аналіз динамічних параметрів гнучких кріплень Vossloh SKL14. Метод є цінним для проектування нових систем кріплення, порівняння різних типів та вирішення проблем, що виникають у зв'язку з високошвидкісним залізничним транспортом та підвищеними вимогами до вантажопідйомності залізничних конструкцій.

Часо-частотне перетворення має вирішальне значення для аналізу перехідних та випадкових процесів, причому перетворення Борна-Жордана пропонує переваги в аналізі сигналів завдяки своїй функції ядра. Дослідження випадку, що включає механічне ударне збудження на головці рейки та вимірювання відгуку на п'яті рейки та шпалі, демонструє корисність методу.

Аналіз надає детальне уявлення про динамічні характеристики залізничних конструкцій, корисне для оптимізації та розширення можливостей класичних методів аналізу. Перетворення Борна-Жордана пропонує чудову роздільну здатність та зменшує міжкомпонентну інтерференцію.

1.1.2 Властивості перетворення Вігнера

Перетворення Вігнера – одне із нелінійних перетворень класу Коена, який задається інтегралом виду (1.16)

$$\begin{aligned}
 P_V[s(t)](\omega, \tau) &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\theta\tau - i\omega t + i\theta u} s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt d\theta = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\theta(\tau-u)} s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) d\theta \right) du \right) e^{-i\omega t} dt = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - u) \left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du \right) e^{-i\omega t} dt = \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} s\left(\tau + \frac{t}{2}\right) s^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) e^{-i\omega t} dt
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

Перетворення Вігнера (1.16) називається білінійним у сигналі, тому що сигнал двічі входить у його обчислення.

Зауважте, що для обчислення перетворення Вігнера в певний момент часу ми додаємо частини, що складаються з добутку сигналу в минулому моменті часу, помноженого на сигнал у майбутньому моменті часу, причому час у минулому дорівнює часу в майбутньому [1,3,4].

Інші перетворення класу Коена можна отримати із перетворення Вігнера шляхом його згортки з ядром $\Phi(\theta, t)$ (1.17, 1.18) [3]:

$$P[s(t)](\omega, \tau) = P_V[s(t)](\omega', \tau') \otimes P(\omega - \omega', \tau - \tau') \tag{1.17}$$

$$P(\omega, \tau) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\theta, t) e^{i(\omega\tau + \theta t)} d\theta dt \tag{1.18}$$

Загалом ПВ має всі властивості перетворень класу Коена: інваріантність щодо зсуву за часом і частотою, зберігання маргінальних розподілів (формули 1.2-1.8). Основна проблема полягає в інтенсивних інтерференційних складових, що ускладнюють інтерпретацію отриманої ФСТ.

1.1.3 Властивості перетворення Чої-Вільямса

Перетворення Чої-Вільямса – одне із нелінійних перетворень класу Коена, який задається інтегралом виду (1.19)

$$P_{cw}[s(t)](\omega, \tau) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\theta\tau - it\omega + i\theta u} e^{-\frac{(\theta t)^2}{\sigma}} s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt d\theta =$$

$$\sqrt{\frac{\sigma}{4\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{|t|} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\sigma(u-\tau)^2}{4t^2}} s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt, \quad (1.19)$$

де $\sigma > 0$ – числовий параметр, який задає інтенсивність інтерференційних членів та часо-частотну роздільну здатність.

Запропонований Чої та Вільямсом у 1989 році в [5]. Як і ПВ, має всі властивості перетворень класу Коена (1.2-1.9). Один із недоліків ПЧВ – неможливість отримання аналітичного вигляду ФСГ навіть для найпростіших сигналів.

1.1.3 Властивості перетворення Борна-Жордана

Перетворення Борна-Жордана – одне із нелінійних перетворень класу Коена, який задається інтегралом виду (1.20)

$$P_{BJ}[s(t)](\omega, \tau) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\theta\tau - it\omega + i\theta u} \frac{\sin(\pi\theta t)}{\pi\theta t} s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt d\theta =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{|t|} \int_{\tau - \frac{|t|}{2}}^{\tau + \frac{|t|}{2}} s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt \quad (1.20)$$

Запропоновано Л.Коеном у 1966 році в [2], сама ж назва пов'язана із правилом квантування, введеним М.Борном та П.Жорданом у 1925 році, з якого і було отримано ядро перетворення (1.12):

$$\Phi(\theta, t) = \frac{\sin(\pi\theta t)}{\pi\theta t}$$

У [6] його узагальнили до вигляду ПКЯ (1.13)

$$\Phi(\theta, t) = \frac{g(t) \sin(\pi\theta t)}{\pi\theta t}$$

який, з одного боку, краще зменшує інтерференцію за ПБЖ, але з іншого не зберігає маргінальний розподіл за частотою, як і псевдоперетворення Вігнера.

1.1.4 Псевдоперетворення Вігнера

Використання інших ядер перетворення – не єдиний спосіб придушення інтерференційних членів у перетворенні Вігнера. Інший спосіб – використання віконної функції $h(t)$. Так отримуємо псевдоперетворення Вігнера (1.21):

$$\begin{aligned} P_{PV}(\omega, \tau) &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\theta\tau - it\omega + i\theta u} h(t) s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt d\theta = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) s\left(\tau + \frac{t}{2}\right) s^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) e^{-i\omega t} dt \end{aligned} \quad (1.21)$$

Функція $h(t)$ обмежує інтенсивність інтерференційних членів вздовж часової осі. Разом із цим понижується частотна роздільна здатність, а також не зберігається маргінальний розподіл за частотою [1-3].

Далі можна отримати згладжене псевдоперетворення Вігнера (1.14) з використанням вінка іншого типу, який обмежує інтенсивність інтерференційних членів вздовж частотної осі:

$$\begin{aligned} P_{SPV}(\omega, \tau) &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\theta\tau - it\omega + i\theta u} g(\theta) h(t) s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt d\theta = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \int_{-\infty}^{+\infty} G(u - \tau) s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) e^{-i\omega t} du dt \end{aligned} \quad (1.22)$$

Тут понижується і часова роздільна здатність, але і краще придушуються інтерференційні члени. Аналогічно можа побудувати псевдоперетворення Чої-Вільямса та Борна-Жордана, які ще краще придушують інтерференцію, але вже не зберігають маргінальні розподіли за часом та частотою [2,4].

1.2 Джерела магнітометричних сигналів

Для реєстрації магнітного поля використовуються магнітometri різних типів.

Феррозондовий магнітометр — це пристрій для вимірювання магнітного поля шляхом використання нелінійних характеристик ферромагнітних матеріалів у чутливих елементах. Усі феррозондові датчики використовують сердечники з високою магнітною проникністю, які служать для концентрації вимірюваного магнітного поля [13].

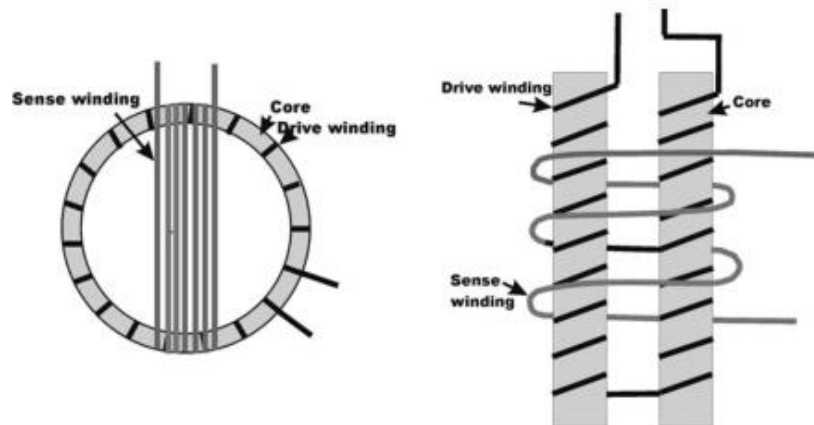


Рисунок 1.7. Датчик з кільцевим (ліворуч) та подвійним (праворуч) осердями [13].

Опишемо роботу датчика з лінійним подвійним осердям (рис. 1.7). Навколо кожного сердечника розміщена обмотка, через яку подається струм збудження. У двоядерному датчику сердечники намотані таким чином, що вони збуджуються в протилежних напрямках. Струм збудження повинен бути достатньо великим, щоб привести сердечники до насичення; як правило, використовуються струми на порядок більші, ніж теоретично необхідні. Вихідний сигнал отримується від другої обмотки, яка оточує обидва сердечника.

Коли осердя не насичене (струм збудження I дорівнює нулю), магнітна проникність осердя μ є максимальною; це концентрує навколишнє поле всередині ядра, створюючи магнітний потік Φ , який у μ разів більший, ніж поле у вакуумі. Коли струм I подається в обмотку, він створює магнітне поле H_s , яке достатньо сильне, щоб наситити сердечник [13].

Проникність стає близькою до проникності вакууму, і потік руйнується. Він відновлюється протягом наступної половини циклу сигналу збудження, щоб знову зруйнуватися, коли осердя насичується. Сенсорна котушка виявляє ці зміни потоку, які відбуваються на подвійній частоті сигналу збудження, оскільки протягом кожного циклу відбувається два колапси потоку.

За відсутності зовнішнього поля насичення є симетричними, і котушка датчика вловлюватиме лише непарні гармоніки. Наявність зовнішнього

магнітного поля, яке і вимірюється, порушує цю симетрію, створюючи парні гармоніки, причому друга гармоніка є домінуючою. Парні гармоніки є мірою прикладеного магнітного поля. Загалом, сенсорна котушка вловить усі гармоніки. Це може бути проблематично, оскільки непарні гармоніки (генеровані струмом збудження) набагато більші, ніж парні.

Використання двожильного датчика, у якому фаза збудження протилежно спрямована в кожному сердечнику, вирішує цю проблему, оскільки індукована напруга, створювана обмоткою збудження, компенсується шляхом перефазування. Це також справедливо для кільцевих датчиків [13,14].

Інший тип магнітометра – скалярний, який визначає лише напруженість поля незалежно від його напрямку.

Скалярна магнітометрія є нащадком ядерного магнітного резонансу (ЯМР) та електронного парамагнітного резонансу. Розвиток цієї галузі сягає початку ХХ століття. Дослідження нещодавно відкритого на той час спіну електронів та деяких ядер призвели до появи ЯМР-спектроскопії, яка дозволила вченим розшифрувати структурні формули складних хімічних речовин, відстежувати хімічні/фізичні процеси тощо. ЯМР-експерименти проводяться у штучних, сильних та добре відомих магнітних полях. Потужні медичні інструменти, засновані на ЯМР, такі як магнітно-резонансна томографія (МРТ), дозволяють нам бачити внутрішні деталі людського тіла. МРТ має багато застосувань, одним з яких є виявлення раку.

Скалярні магнітометри протилежні вищезгаданим експериментам. Використання хімічної речовини або елементарної пари відомого складу для датчика дозволяє вимірювати прикладене магнітне поле. Поряд з ядерним магнітним резонансом, скалярні магнітометри мали феноменальний успіх. Перш за все, вони дозволяють проводити вимірювання під час руху, оскільки вимірювання лише дуже слабо залежать від орієнтації датчика. Їх неперевершена абсолютна точність знаходиться в діапазоні частин на мільйон. Чутливість досягла діапазону фТ (фемтотесла, 10^{-15} Т) [13].

Квантова магнітометрія базується на спіну субатомних частинок: ядер, зазвичай протонів, та неспарених валентних електронів. Магнітні диполі утворюються внаслідок спіну заряджених частинок, що прецесують навколо напрямку магнітного поля. Прецесія має кутову частоту (ларморівську частоту) ω_0 , яка визначається виразом (1.23):

$$\vec{\omega}_0 = \gamma \vec{B}, \quad (1.23)$$

де γ — це гіромагнітна константа (не завжди стала величина), а $\vec{B}$ — магнітна індукція або щільність потоку. Скалярні магнітометри вимірюють магнітну індукцію $\vec{B}$, а не магнітне поле $\vec{H}$. Одиниці вимірювання (наноТесла) — це одиниці $\vec{B}$, а не $\vec{H}$. Однак $\vec{B}$ та $\vec{H}$ у вакуумі або повітрі пов'язані співвідношенням (1.24):

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}. \quad (1.24)$$

Обертіві диполі орієнтуються в прикладеному магнітному полі, створюючи слабкий ядерний або електронний парамагнетизм.

1.2.1 Магнітометр-флюксметр Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна

Магнітометричні сигнали, які проаналізовані у цій роботі, були отримані за допомогою магнітометра-флюксметра ХНУ ім. В.Н. Каразіна під час геомагнітної бурі 27-28 вересня 2017 р..

Наведені нижче результати спостережень отримано за допомогою несерійного високочутливого магнітометра, включеного до складу програмно-апаратного комплексу. Він розміщений у радіофізичній обсерваторії Харківського національного університету (ХНУ) ім. В. Н. Каразіна (с. Гракове, Чугуївський район, Харківська обл.). Його геофізичні координати: $49^\circ 40'$ п. ш., $36^\circ 50'$ сх.д.; геомагнітні координати: $+45^\circ 20'$ геомагнітної широти, $119^\circ 20'$.

Комплекс містить індукційний датчик, магнітометр-флюксметр ИМ-II, пристрій реєстрації на базі IBM PC AT-286 сумісного комп'ютера, оснащеного картою розширення багатоканального аналого-цифрового вводу/виводу (АЦП) ЄС

1839.3004, СНЧ-генератор (для калібрування) і блок безперебійного живлення з акумулятором ємністю 65 А*г.

Конструктивно він являє собою виносні активні індукційні датчики (до 3-х датчиків у комплекті) і моноблок, що має у своєму складі: 3-канальний блок контролю та посилення (БКП), блок смугових фільтрів у вузьких частотних діапазонах [15].

Наведемо основні технічні характеристики магнітометра.

Активний індукційний датчик:

- Смуга робочих частот від 0.001 до 15 Гц (амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) в смузі 0.001 - 2 Гц являє собою АЧХ ідеального диференціюючого ланцюжка);

- Внутрішні шуми на частотах 1, 0.1, 0.01 Гц не більше 0.5, 5 і 50 пТл відповідно;

- Коефіцієнт перетворення на виході активного датчика (1- 0.2) мВ/(Гц-нТл);

- Габаритні розміри датчика не більше 133х 133х 715 мм;

- Габаритні розміри сердечника не більше 15х 2000 мм.

Блок контролю та посилення:

- Смуга робочих частот (з завалом-3 дБ +1 дБ від чистої диференціальної АЧХ) від 0.001 до 2 Гц;

- Коефіцієнт перетворення (з підключеним активним датчиком) від 2 - 32 мВ / (Гц * нТл) для частот 0.001 + 2 Гц відповідно;

- крок ступінчастого регулювання посилення 6 дБ + - 0.6 дБ;

- Глибина регулювання посилення 24 дБ;

- крутість зрізу АЧХ на верхній межі смуги пропускання не менше 24 дБ/октаву;

- Вихідна напруга +7 В.

1.2.2 Магнітна буря як складова геокосмічної бурі

Згідно із сучасним визначенням [16], магнітна буря характеризується «головною фазою, під час якої горизонтальна (Н) складова магнітних полів Землі на низьких широтах значно знижується протягом періоду від однієї до кількох годин,

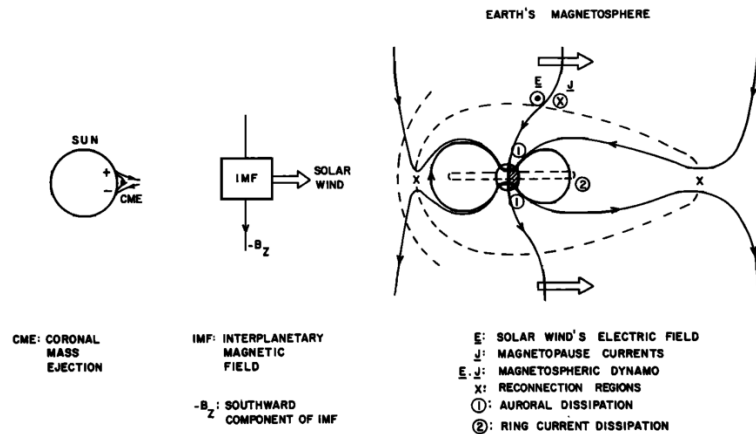


Рисунок 1.8. Схема сонячно-міжпланетно-магнітосферного зв'язку протягом років сонячного максимуму, протягом яких викид корональної маси є найважливішим сонячним джерелом міжпланетних та магнітосферних збурень [17].

після чого відбувається її відновлення, яке може тривати кілька днів». Вважається, що геомагнітна буря спричинена рухом посиленого західного кільцевого струму (що складається з магнітосферних електронів та іонів з енергією $\sim 10\text{--}300\text{ keV}$) ближче до Землі.

Це призводить до зниження Н-компоненти геомагнітного поля або основної фази геомагнітної бурі. Фаза відновлення геомагнітної бурі починається, коли кільцевий струм починає згасати. Фізичний процес втрати енергійних частинок полягає в наступному: обміні зарядами, кулонівських зіткненнях, взаємодії хвиль і частинок, а також конвекції енергійних частинок кільцевого струму з магнітосфери (затінення магнітопаузи).

Коли збурення сонячного вітру з сильним південним міжпланетним магнітним полем (ММП) досягають магнітосфери Землі, магнітосферна конвекція посилюється завдяки процесу магнітного злиття між південним ММП та північним геомагнітним полем на денній магнітопаузі (рисунок 1.8). Внаслідок посиленої магнітосферної конвекції у внутрішній магнітосфері розвивається кільцевий струм, який викликає геомагнітну бурю, що характеризується значним зниженням Н-компоненти геомагнітного поля в областях низьких та середніх широт. Геомагнітна буря суттєво

змінює електромагнітне та плазмове середовище в магнітосфері та іоносфері, а також нейтральний склад термосфери. На висоті іоносфери спостерігається кілька помітних іоносферних збурень під час бурі в широкому регіоні, тобто від високих широт до екватора. Ці явища включають язик іонізації (TOI, tongue of ionization) у полярній шапці, посилену штормом щільність (SED, storm enhanced density) у середніх та низьких широтах та посилену екваторіальну аномалію іонізації (EIA, equatorial ionization anomaly) в екваторіальній області. Оскільки просторовий розподіл електронної густини різко змінюється через ці іоносферні явища під час бурь, збурення електронної густини збільшують похибку позиціонування супутників. Тому важливо контролювати часову та просторову еволюцію глобальних іоносферних збурень під час розвитку та загасання геомагнітних бур [17].

Основним механізмом передачі енергії від сонячного вітру до магнітосфери Землі є магнітне перез'єднання, у результаті якого лінії магнітного поля на денній магнітосфері еродуються та переносяться до області хвоста магнітосфери на нічній стороні. Таке накопичення ліній магнітного поля в області хвоста магнітосфери на нічній стороні, у свою чергу, призводить до магнітного перез'єднання в хвості магнітосфери на нічній стороні. Це викликає ін'єкцію плазми близько півночі, що призводить до збудження полярних сьйв у високоширотних нічних областях. Протони та електрони ін'єктованої плазми дрейфують на захід та схід відповідно, утворюючи кільце струму навколо Землі. Цей «кільцевий струм» відповідає за ослаблення Н-компоненти магнітного поля Землі, зареєстрованої в обсерваторіях поблизу екватора. Встановлено, що зменшення напруженості екваторіального магнітного поля прямо пропорційне загальній енергії частинок кільцевого струму і, таким чином, може бути використане як показник енергії магнітної бурі [13].

Для характеристики варіацій магнітного під час бурі використовують К-індекси, які базуються на діапазоні нерегулярних варіацій, вимірюваних у двох горизонтальних геомагнітних компонентах, після виключення так званих не-К-варіацій; вертикальна компонента Z не враховується, оскільки тимчасові варіації Z можуть бути переважно впливом ефектів внутрішньої індукції. Складність масштабування К-індексів полягає в ідентифікації не-К-варіацій за допомогою

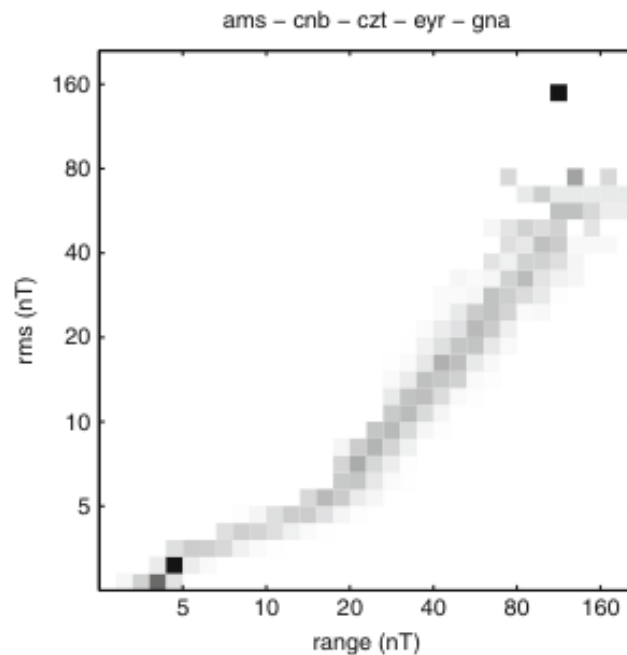


Рисунок 1.9. Емпірична гістограма розподілу діапазону відносно середньоквадратичного відхилення для 2 років (1996–1997) та п'яти обсерваторій. Рівні сірого відповідають відсоткам значень діапазону для заданого середньоквадратичного значення: чим темніший піксель, тим вищий відсоток [13].

магнітограм з окремої обсерваторії. Вводячи K -індекси, Бартельс та ін. (1939) не дали жодних прямих рекомендацій для оцінки не- K -варіацій: вони були визначені з точки зору плавної кривої, яку слід очікувати для розглянутого елемента та поточного дня, протягом періодів магнітного спокою [13,14].

Менв'єль (1979) показав, що для більшості 3-годинних інтервалів співвідношення β/r приймає значення в обмеженій області (рисунок 1.9), за умови, що типовий часовий масштаб спостережуваних варіацій менший за 3-годинну тривалість часових інтервалів, для яких вимірюється K ; r – це діапазон (у нТл), з якого виводиться індекс K , а β – це середньоквадратичне відхилення (rms, у нТл) протягом 3-годинного інтервалу нерегулярних варіацій горизонтальних компонентів. Це стосується субавроральних широт, але це не зовсім вірно для полярних сьйв та низьких широт.

Значення β/r залежать від морфології нерегулярних варіацій. На основі морфологічних міркувань Менв'єль (1979) запропонував:

$$0,3 \leq \frac{\beta}{r} \leq 0,8. \quad (1.24)$$

Оскільки вплив джерел випадковим чином змінюється від одного 3-годинного інтервалу до іншого, цей результат можна інтерпретувати статистичним чином, розглядаючи β/r як випадкову величину; таким чином, можна обґрунтовано припустити, що при розгляді середніх значень за часові інтервали середнє значення β/r є його очікуваним значенням з невизначеністю, яка зменшується з кількістю інтервалів, тобто дана величина з високою імовірністю лежатиме в межах (1.24). Згідно з теоремою Пойнтінга, β^2 пропорційне середньому часовому значенню за 3-годинний інтервал густини магнітної енергії, пов'язаної з нерегулярними геомагнітними варіаціями. При вимірюванні на субавроральних станціях індекси K , таким чином, безпосередньо пов'язані з густиною магнітної енергії [16]

Майо (1967) встановив морфологічні правила як рекомендації. За словами Майо, не- K -варіації визначаються як найпростіша та найменш спекулятивна плавна крива, яка відповідає можливій варіації S_R . На практиці криву слід оцінювати за спокійними частинами запису, якщо такі є. Це також включає повільне відновлення магнітного поля кільцевого струму, яке настає після магнітної бурі, оскільки ця зміна має постійну часу кілька годин, тому її зазвичай неможливо відокремити від магнітної бурі. За цим винятком очікується, що результуючий індекс буде чутливим лише до нерегулярних змін [16].

У [18] розглядаються та порівнюються методи комп'ютерного отримання K -індексів, які традиційно масштабуються вручну з магнітограм. Зростаюча автоматизація обсерваторій призвела до нестачі спостерігачів, які мають досвід у K -масштабуванні, що зробило необхідним використання комп'ютерних методів. У статті обговорюються основні характеристики K -індексів та правил Маяу, а потім розглядаються різні алгоритми, розроблені для комп'ютерного виведення. Підсумовано порівняння цих алгоритмів, організоване Робочою групою IAGA з

геомагнітних індексів з використанням спільного набору даних та статистичних тестів.

Результати підтверджують, що деякі комп'ютерні методи забезпечують прийнятні результати порівняно з індексами, масштабованими вручну. Також представлено порівняння між К-індексами, отриманими комп'ютером, та еталонними К-індексами, масштабованими вручну за правилами Бартельса-Маяу, яке показує, що лише два визнані методи створюють К-індекси, які добре узгоджуються з К, масштабованими вручну. Метод FMI визначено найкращим, що дозволяє продовжувати отримання К-індексу без значних статистичних стрибків.

Висновки по розділу 1

Перетворення класу Коена – тип квадратичних інтегральних перетворень. Через свою нелійність мають кращу часо-частотну роздільну здатність у порівнянні з перетворенням Фур'є та вейвлет перетворенням, але натомість мають інтерференційні складові, що ускладнюють інтерпретацію результатів.

Вимірювання варіацій магнітного поля Землі, зокрема під час магнітних бур, проводиться як через вимірювання компонент по осям через флюксометри, так і через вимірювання напруженості та напрямку окремо через скалярні магнітометри. Вони тісно пов'язані зі процесами у магнітному полі Землі та його взаємодії з космічним середовищем і, у першу чергу, з сонячною активністю.

РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ МОДЕЛЬНИХ ТА РЕАЛЬНИХ СИГНАЛІВ

У цьому розділі розглянуто результати аналізу модельних сигналів і отриманих даних за допомогою нелінійних перетворень класу Коена.

На практиці майже всі сигнали, які аналізуються, є дискретними. Відповідно, всі ці перетворення має сенс представити у дискретній формі (із заміною інтеграла на суму). Дискретизація задає верхню межу частоти, що дорівнює половині частоти дискретизації.

У цій роботі аналіз сигналів виконувався у системі комп'ютерної математики SciLab.

Розглянемо дискретні версії нелінійних перетворень класу Коена.

Перетворення Вігнера можна представити як динамічне дискретне перетворення Фур'є (2.1), з тією різницею, що в якості віконної функції використовується сам сигнал

$$P_V(\theta, n) = 2 \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} e^{-i\theta\tau} f(n + \tau) f^*(n - \tau) \quad (2.1)$$

Для псевдоперетворення маємо наступний вираз (2.2) з вторинним вікном, яке усуває інтерференцію між віддаленими у часі компонентами:

$$P_{PV}(\theta, n) = 2 \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} e^{-i\theta\tau} h(2\tau) f(n + \tau) f^*(n - \tau) \quad (2.2)$$

Перетворення Чої-Вільямса стає подвійною сумою (2.3):

$$P_{CW}(\theta, n) = 2 \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} e^{-i4\theta\tau} \left[\sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4\pi\tau^2/\sigma}} e^{\left(-\frac{(\mu-n)^2}{4\tau^2/\sigma}\right)} \cdot f(\mu + \tau) f^*(\mu - \tau) \right], \quad (2.3)$$

де σ – параметр ПЧВ. Коли σ прямує до нескінченності, переходить у перетворення Вігнера (2.1). У даній роботі використано значення $\sigma=0,1$.

Перетворення Борна-Жордана має наступний вигляд (2.4):

$$P_{BJ}(\theta, n) = 2 \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} e^{-i4\theta\tau} \left[\sum_{\mu=n-\frac{\tau}{2}}^{n+\frac{\tau}{2}} \frac{1}{|\tau|} \cdot f(\mu + \tau) f^*(\mu - \tau) \right]. \quad (2.4)$$

На відміну від ПЧВ, тут відсутній параметр керування інтерференційними членами.

Дискретна форма перетворення класу Коена у загальному випадку має вигляд виразу (2.5):

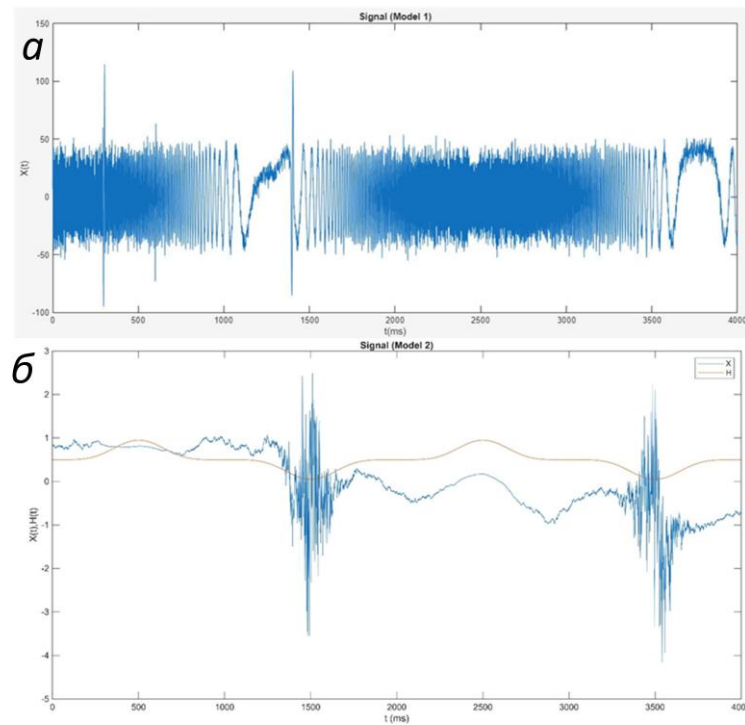


Рисунок 2.1. Модельні сигнали 1 (а) і 2 (б) у часовій області

$$P_f(\theta, n; \Phi) = \frac{1}{\pi} \sum_{\tau} \sum_{\mu} \int_{\xi=-\pi}^{\pi} e^{i(\xi\mu - 2\tau\theta - \xi n)} \Phi(\xi, \tau) \cdot f(\mu + \tau) f^*(\mu - \tau) d\xi, \quad (2.5)$$

де $\Phi(\xi, \tau)$ – ядро перетворення.

Характеристики сигналу, що визначалися у цій роботі: «функція спектральної густини» (1.1):

$$P[s(t)](\omega, \tau) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\theta\tau - it\omega + i\theta u} \Phi(\theta, t) s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) du dt d\theta, \quad (2.6)$$

її скелетон, тобто положення локальних максимумів ФСГ, енергограма – розподіл енергії сигналу за частотою

$$E(\omega) = \int_{t_1}^{t_2} P(\omega, \tau) d\tau \quad (2.7)$$

та розподіл середньоквадратичного відхилення за частотою:

$$\sigma(\omega) = \left(\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (P(\omega, \tau) - \langle P(\omega, \tau) \rangle)^2 d\tau \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.8)$$

$$\langle P(\omega, \tau) \rangle = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_{\omega_1}^{\omega_2} P(\theta, t) dt d\theta \quad (2.9)$$

2.1 Модельні сигнали у часовій області

В якості моделей були використані два сигнали: комбінація частотно-модульованого за законом синуса та трьох «вкраплених» НШС сигналів з різними характеристиками та мультифрактальний броунівський сигнал зі показником Херста, що змінюється за законом

$$H(t) = 0,5 * (0,9 * \sin^5(\pi t/1000) + 1) \quad (2.10)$$

Для його генерації використотувався алгоритм із [19].

2.2 Результати вігнер-аналізу модельних сигналів

Розглянемо результати аналізу модельних сигналів із використанням перетворення Вігнера.

На рис. 2.2 бачимо чотири компоненти сигналу – частотно-модульований за законом синуса сигнал, на тлі якого присутні три НШС піки. На часовій осі вони знаходяться там, де вони є на графіку. По частотній осі вони «розмазані» у відповідності зі своєю тривалістю.

Найслабший НШС сигнал (з амплітудою 60 од.) на ФСГ (2.6) практично непомітний, але його наявність можна визначити за інтерференційними складовими, пов'язаними з ЧМ-сигналом та першим НШС піком.

Розподіл енергії (2.7) та середньоквадратичного відхилення (2.8-2.9) мають піки на частотах 0 та $0,5 \pi$ *рад/відлік, які відповідають мінімуму та максимуму частоти ЧМ-сигналу.

На рис. 2.3 дві області інтенсивного шуму, які відповідають мінімуму показника Херста (2.10), на ФСГ оточені інтерференційними членами з низькочастотними складовими сигналу. Самі інтерференційні члени присутні у діапазоні до $0,5 \pi$ *рад/відлік, на це вказує і розподіл середньоквадратичного відхилення.

2.3 Результати чої-вільямс-аналізу модельних сигналів

Розглянемо результати аналізу модельних сигналів із використанням перетворення Чої-Вільямса.

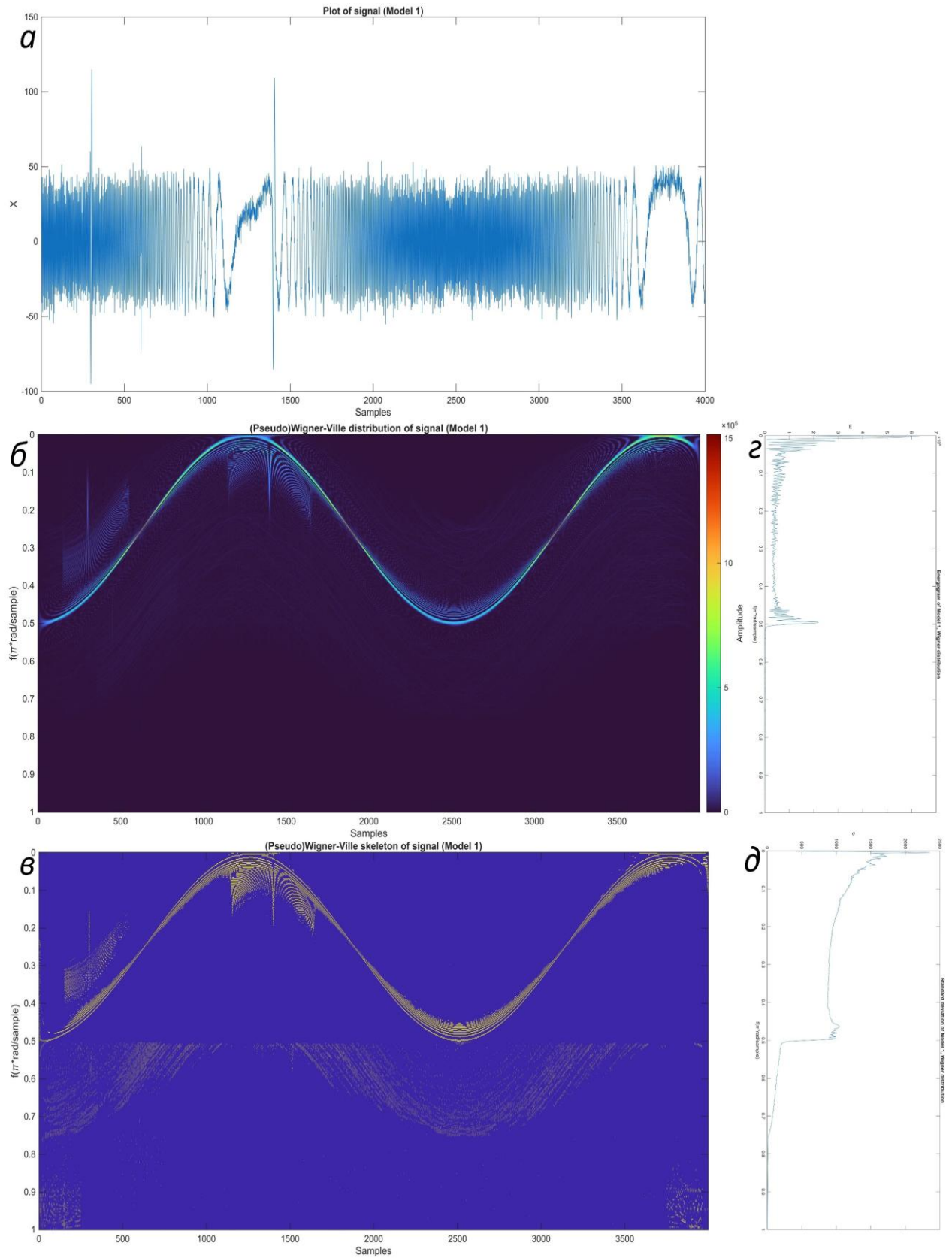


Рисунок 2.2. Графік (а), ФСГ ПВ (б), скелетон (в), енергограма (г) та середньоквадратичне відхилення (д) моделі 1.

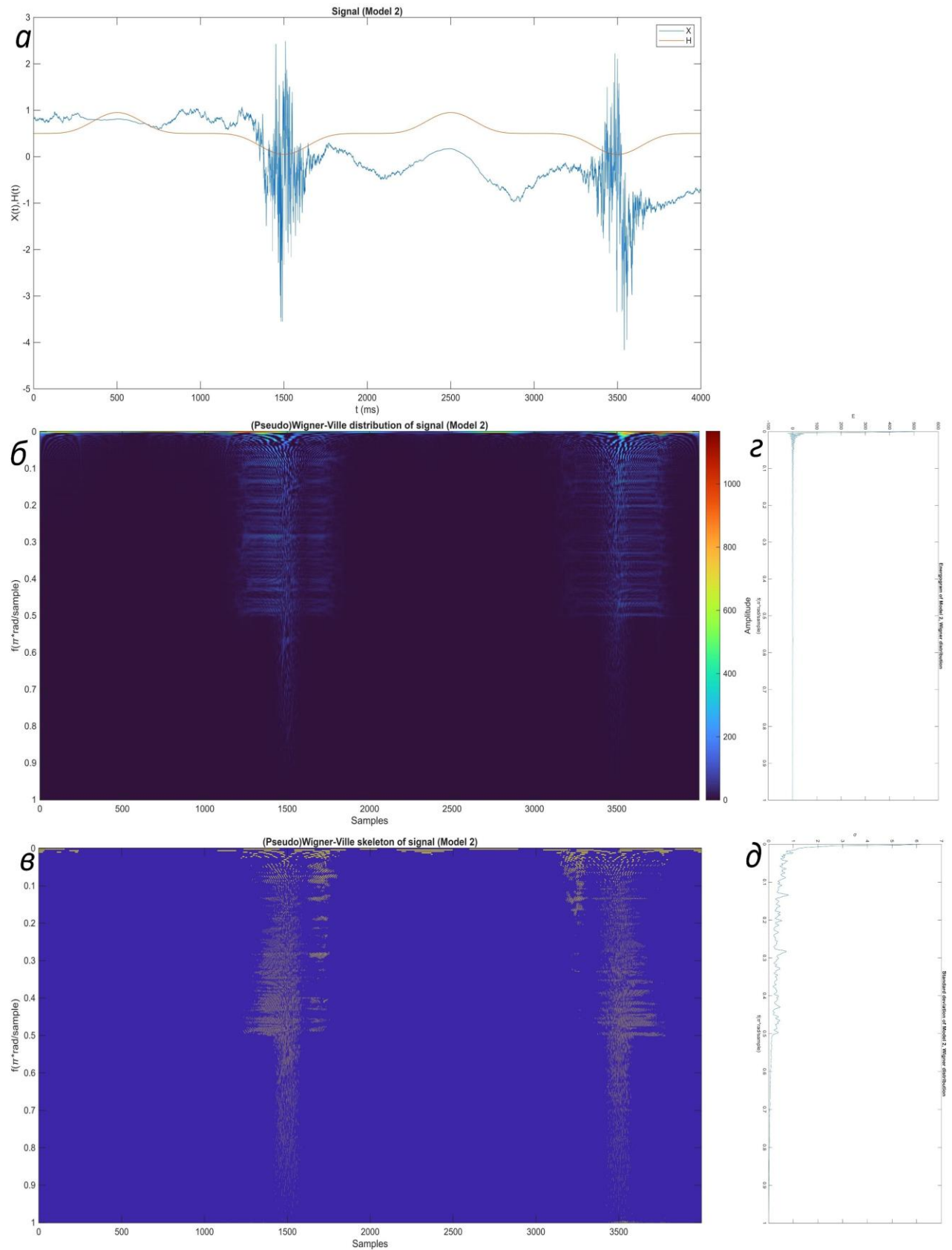


Рисунок 2.3. Графік (а), ФСГ ПВ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичні відхилення (д) моделі 2

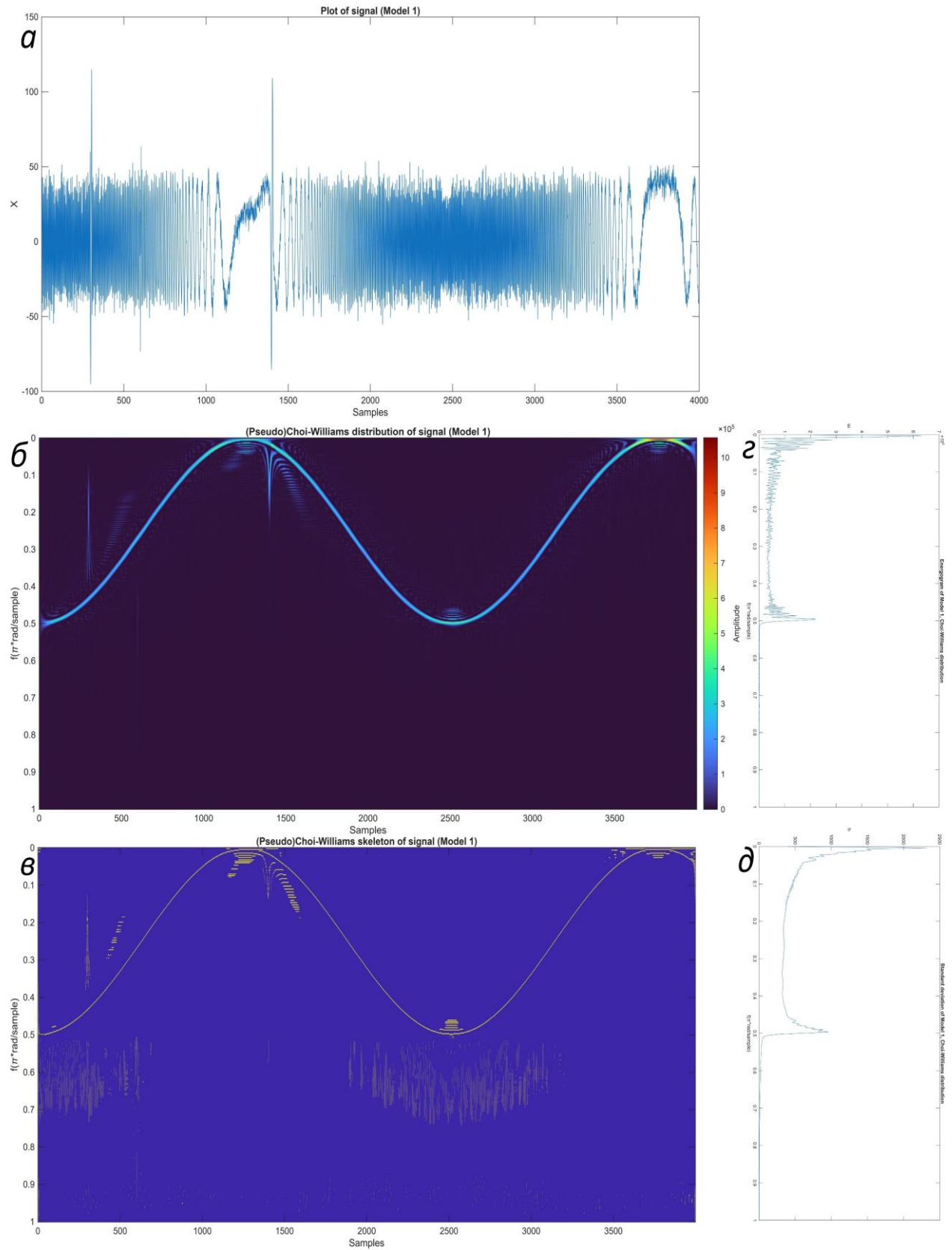


Рисунок 2.4. Графік (а), ФСГ ПЧВ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичні відхилення (д) моделі 1

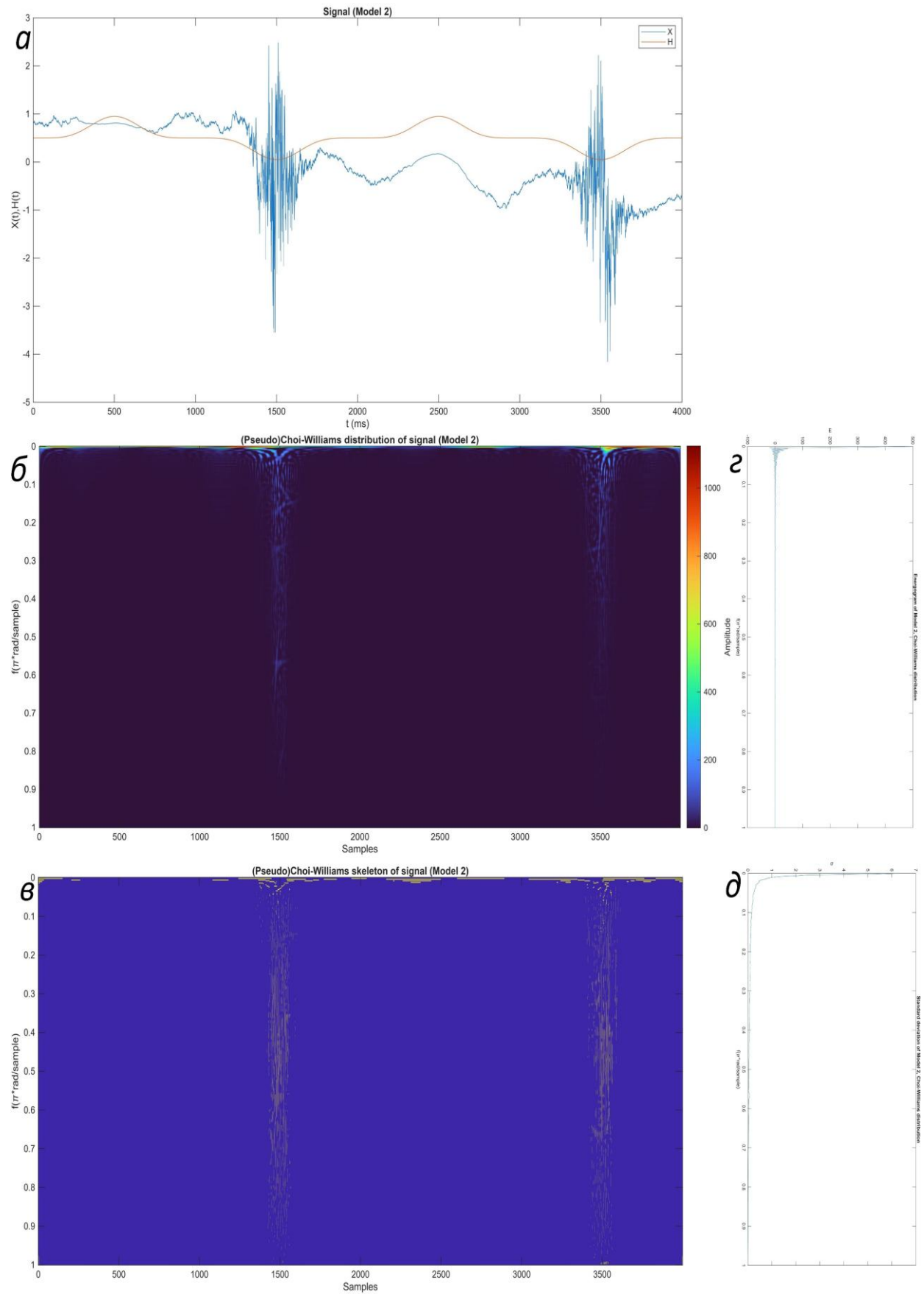


Рисунок 2.5. Графік (а), ФСТ ПЧВ (б), енергограми (в), скелетони (г), та середньоквадратичні відхилення (д) моделі 2

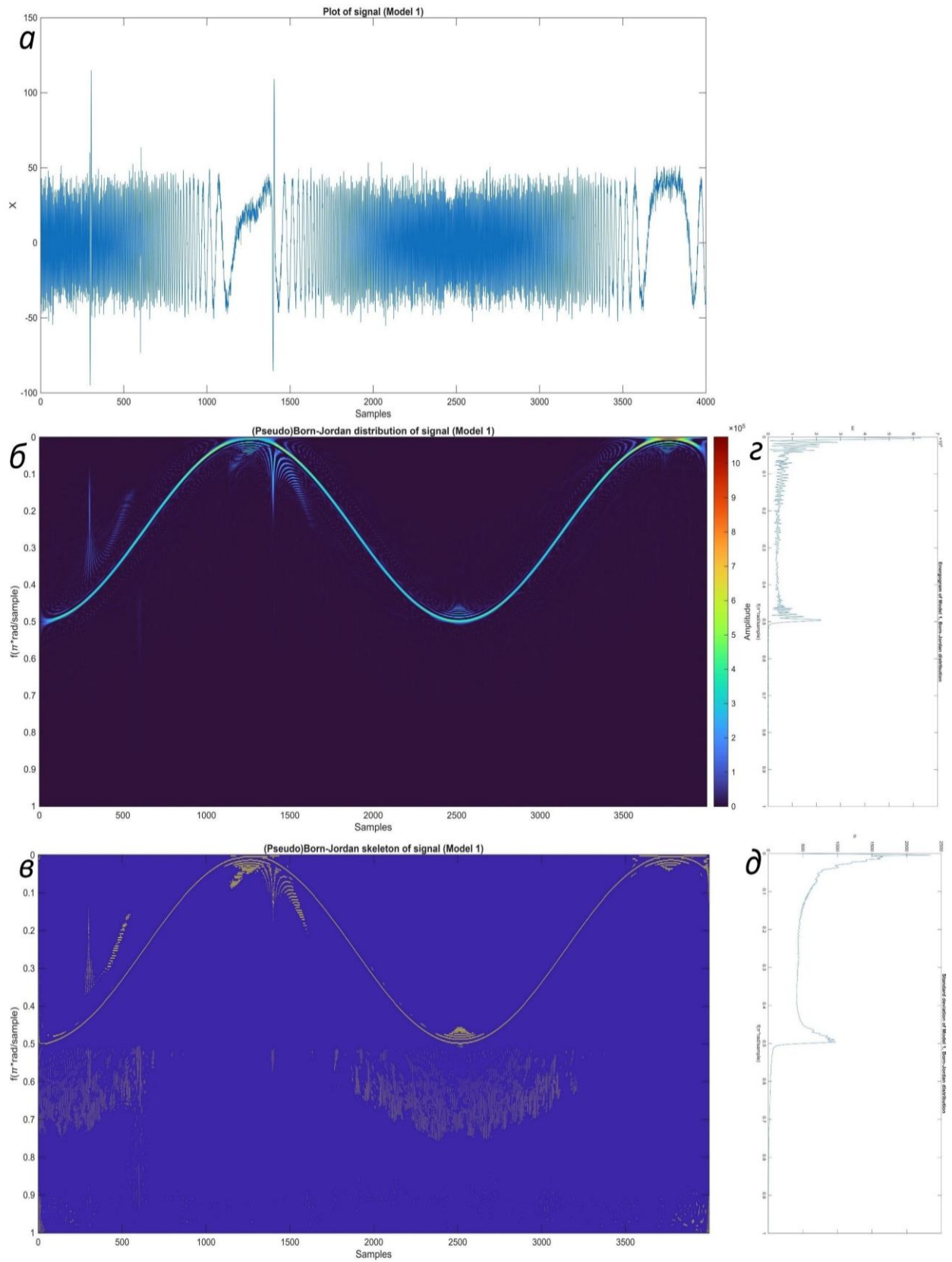


Рисунок 2.6. Графік (а), ФСГ ПБЖ (б), енергограми (в), скелетони (г), та середньоквадратичні відхилення (д) моделі 1

На відміну від рис. 2.2, на рис. 2.4 інтерференційні члени менш виражені і присутні між компонентами з однаковою частотою або однаковим часом. Подібне типове для ПЧВ. Розподіл енергії, отриманий з ФСТ ПЧВ, такий же, як і для ПВ, що теж очікувано, бо обидва зберігають маргінальний розподіл енергії за частотою (співвідношення 1.9). Середньоквадратичне відхилення же має більш виражені піки, ніж у ПВ, через придушення інтерференції.

Слабкий НШС пік також виявляється скоріше за інтерференційною складовою з ЧМ-сигналом, ніж безпосередньо на ФСТ.

На рис. 2.5 раніше згадані області шуму вже не оточені інтерференційними членами, і це видно і на розподілі середньоквадратичного відхилення.

2.3 Результати борн-жордан-аналізу модельних сигналів

Розглянемо результати аналізу модельних сигналів із використанням перетворення Борна-Жордана.

На відміну від рис. 2.2, на рис. 2.6 інтерференційні члени менш виражені і присутні між компонентами з однаковою частотою або однаковим часом. Розподіл енергії, отриманий з ФСТ ПБЖ, такий же, як і для ПВ, що теж очікувано, бо обидва зберігають маргінальний розподіл енергії за частотою (співвідношення 1.9). Середньоквадратичне відхилення же має більш виражені піки, ніж у ПВ, через придушення інтерференції. Картина аналогічна тій, яка була на рис. 2.4, оскільки ядра ПБЖ і ПЧВ загалом схожі між собою, будучи парними функціями від добутку часу і частоти.

Слабкий НШС пік також виявляється скоріше за інтерференційною складовою з ЧМ-сигналом, ніж безпосередньо на ФСТ.

На рис. 2.7 раніше згадані області шуму вже не оточені інтерференційними членами, і це видно і на розподілі середньоквадратичного відхилення. Картина аналогічна тій, яка була на рисунку 2.5.

Висновки по розділу 2

Загалом перетворення класу Коена добре фіксують надширокосмугові сигнали, вкраплені у першій моделі. У другій моделі за зміною локального

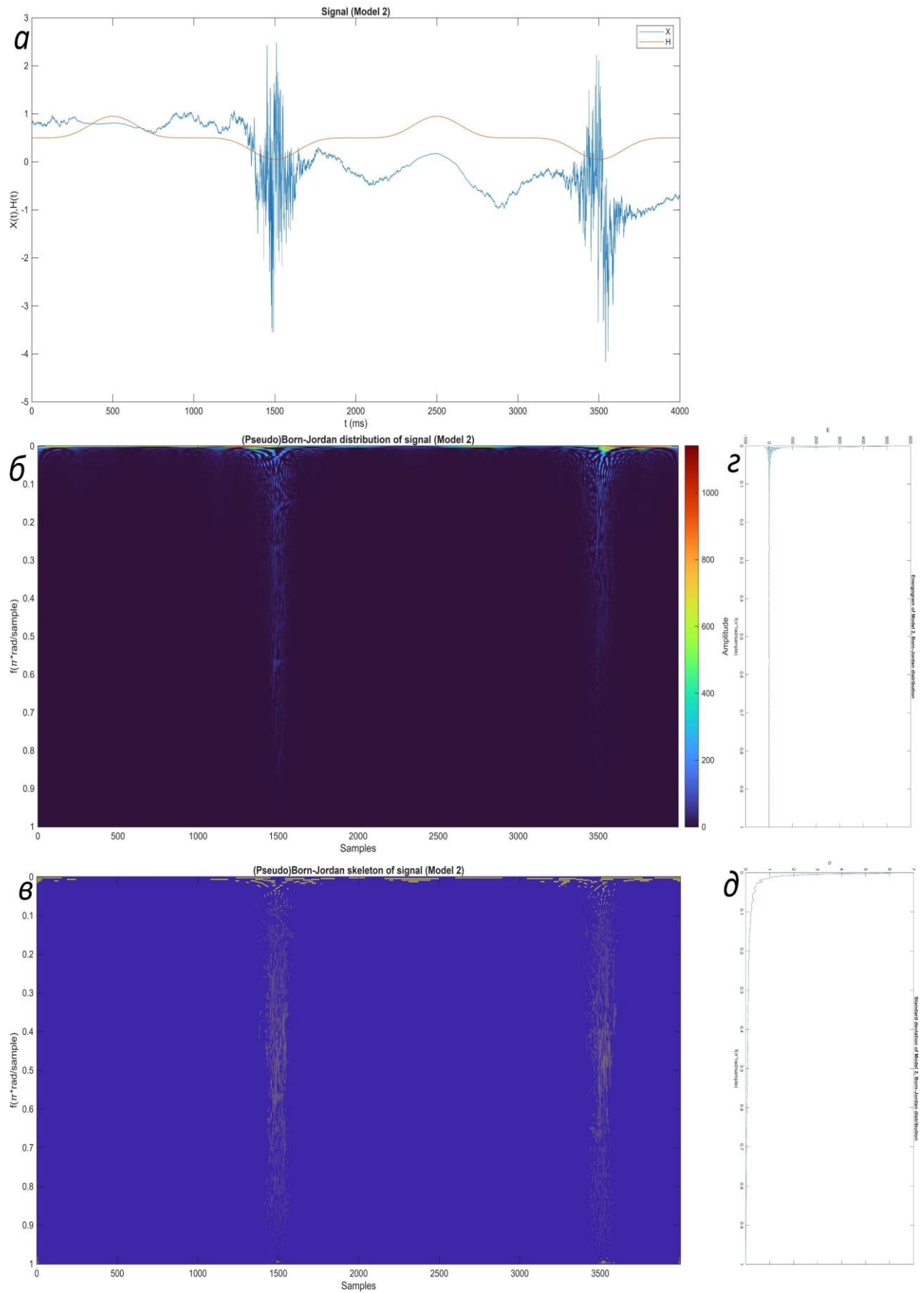


Рисунок 2.7. Графік (а), ФСГ ПБЖ (б), енергограми (в), скелетони (г), та середньоквадратичні відхилення (д) моделі 2.

діапазону частот сигналу можна прослідкувати зміну показника Херста нижче 0,5.

Енергограми (розподіл енергії за частотою) однакові для всіх трьох перетворень. Натомість розподіл середньоквадратичного відхилення для перетворень Чої-Вільямса та Борна-Жордана в частині діапазонів суттєво відрізняється від розподілу цієї величини для перетворення Вігнера, що пов'язано з придушенням інтерференційних членів.

РОЗДІЛ 3. АНАЛІЗ РЕАЛЬНИХ МАГНІТОМЕТРИЧНИХ СИГНАЛІВ

Магнітометричні сигнали, які аналізуються у даній роботі, мають такі характеристики: добові дані, що записувалися з частотою 2 Гц, децимовані у 15 разів, тобто фактично зафіксовані варіації магнітного поля можуть бути з частотою до $1/15 \approx 0,067$ Гц = 67 мГц. Також перед аналізом з них віднімалось їх середнє значення, оскільки нас цікавлять саме варіації магнітного поля.

3.1 Потужна геокоосмічна буря 27-28 вересня 2017 р.

На рисунку 3.1 наведені Кр-індекси у період 26-28 вересня 2017 року. Сама магнітна буря почалася, судячи з даних, приблизно о 06:00 27 вересня, і тривала до кінця 28 вересня. Упроміжок з 16:00 27 вересня до 12:00 28 вересня Кр-індекс був особливо високим з піковим значенням $K_p = 6,7$. До і після цього інтервалу протягом 12 годин Кр був у межах від 3,5 до 4,8, що відповідає початковій та кінцевій фазах бури.

На рисунку 3.2 наведені результати вимірювання D- та H-компонент геомагнітного поля у цей же період, які були проаналізовані у цій роботі.

3.2 Результати вігнер-аналізу магнітометричних сигналів

3.2.1 Переддень магнітної бури (26 вересня)

Розглянемо результати аналізу магнітометричних сигналів із використанням перетворення Вігнера.

На рис. 3.4 на ФСГ ПВ присутні дві окремі області: шуму високої інтенсивності, який тривав з 4:00 до 12:00, чий діапазон частот спочатку зсувався вгору, а з 6:00 – вниз зі зменшенням амплітуди, що збігається з відповідними змінами Кр-індексу, і пара НШС (один о 16:30, другий з більшою амплітудою о 18:00) сигналів разом із інтерференційними членами.

На енергограмі присутнє плато в інтервалі до 20 мГц, тобто на цих частотах сигнал має спектр, подібний до спектру білого шуму, за яким знаходиться ділянка експоненційного спаду, яка простягається до 55 мГц. На розподілі середньоквадратичного відхилення це плато звужене з боку низьких частот на 10

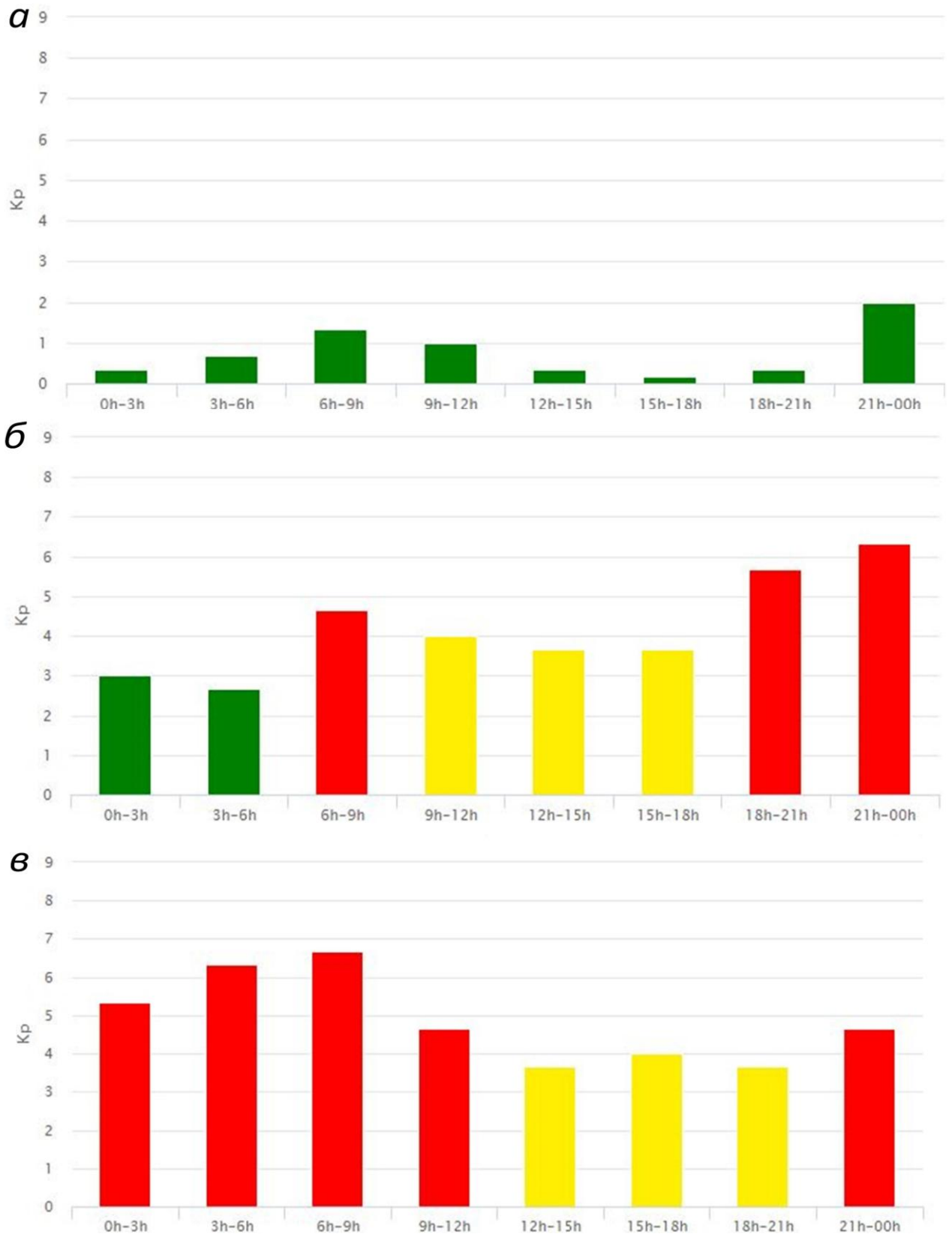


Рисунок 3.1. Кр-індекс станом на (а) 26.09.2017, (б) 27.09.2017, (в) 28.09.2017. Дані наведені з [20].

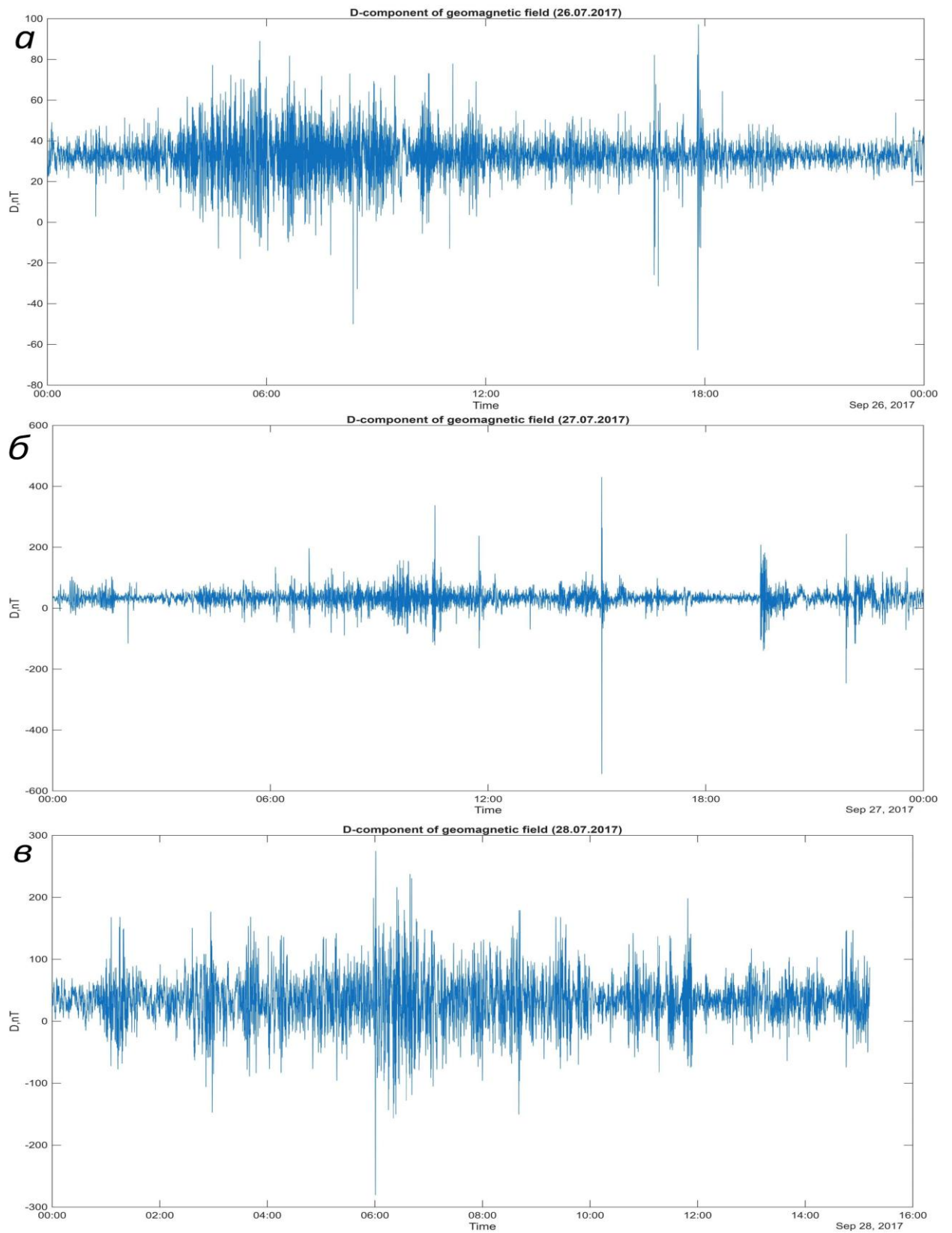


Рисунок 3.2. D-компонента геомагнітного поля станом на (а) 26.09.2017, (б) 27.09.2017, (в) 28.09.2017.

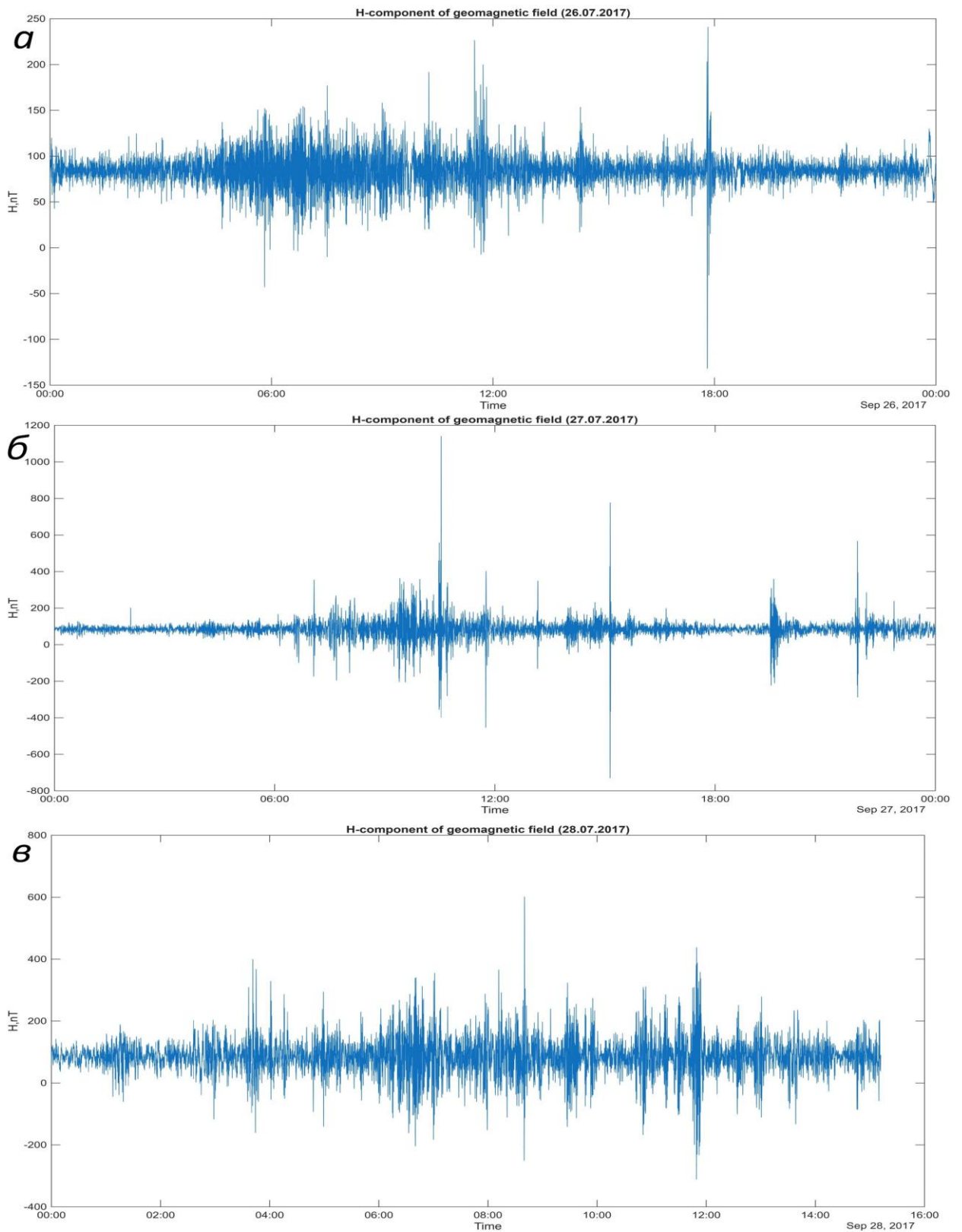


Рисунок 3.3. Н-компонента геомагнітного поля станом на (а) 26.09.2017, (б) 27.09.2017, (в) 28.09.2017.

мГц, але також переходить в експоненційний спад на 20 мГц, який прискорюється з 40 мГц. На ФСГ на частотах вищих за цю практично відсутні компоненти сигналу.

Схожа картина спостерігається і на рис. 3.5, але є відмінності: на ФСГ компонент сигналу, який був у діапазоні частот до 10 мГц і тривав з 4:00 до 7:00, відсутній, і присутній лише один НШС сигнал о 18:00.

На енергограмі, на відміну від D-компоненти, присутній провал на частоті 5 мГц. В усьому іншому вигляд такий самий.

На розподілі відхилення також є цей провал. Перехід плато у експоненційний спад тут більш плавний порівнянно з D-компонентою.

3.2.2 Перший день магнітної бурі (27 вересня)

Розглянемо результати аналізу магнітометричних сигналів із використанням перетворення Вігнера.

На рис. 3.6 маємо шум, чий діапазон частот зростає з нуля о 6:00 до 50 мГц о 10:00, а потім спадає до нуля до 12:00, який припав на початок магнітної бурі (Кр-індекс мав тоді значення 4,5), НШС пік о 15:00, сплеск о 19:30, що приблизно збігається з початком основної фази бурі, після якого інтенсивність фоновому шуму зросла.

На енергограмі плато, як на рис. 3.4-3.5, нема. Натомість маємо дві ділянки експоненційного спаду, розділені зломом вгору на частоті 18 мГц. На розподілі відхилення маємо опуклий горб з максимумом на 20 мГц.

Щодо H-компоненти (рис. 3.7), структура його ФСГ подібна до D-компоненти, за винятком НШС піку о 10:30 та слабших низькочастотних складових, але розподіл енергії має зовсім інший вигляд.

Енергограма H-компоненти має плато з 5 до 35 мГц, який з боку високих частот обмежене показниковим спадом до 55 мГц, а з боку низьких – провалом. Середньоквадратичне відхилення має більш пласку вершину і нижчий край з боку низьких частот.

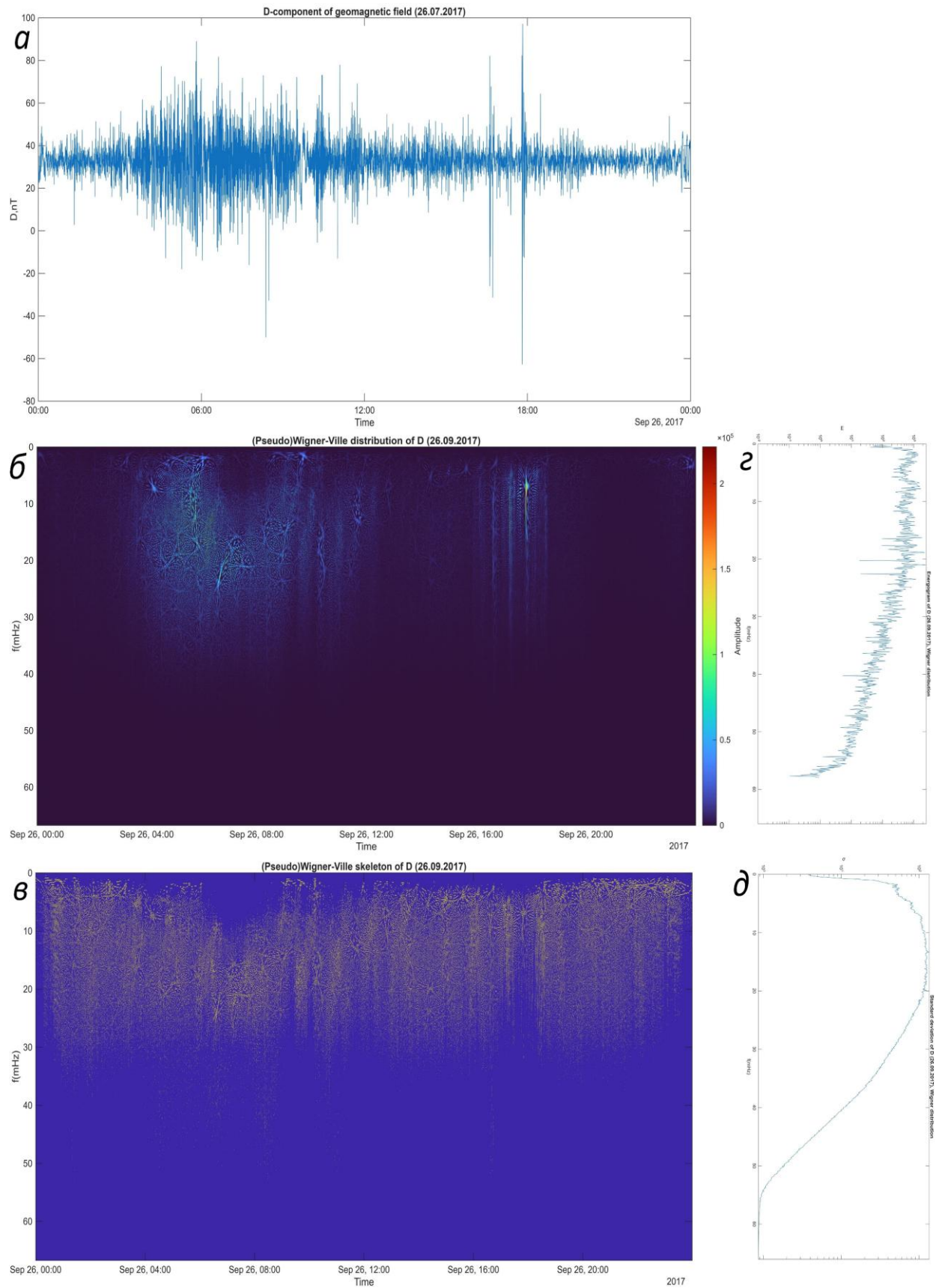


Рисунок 3.4. Графік (а), ФСГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) Н-компоненти.

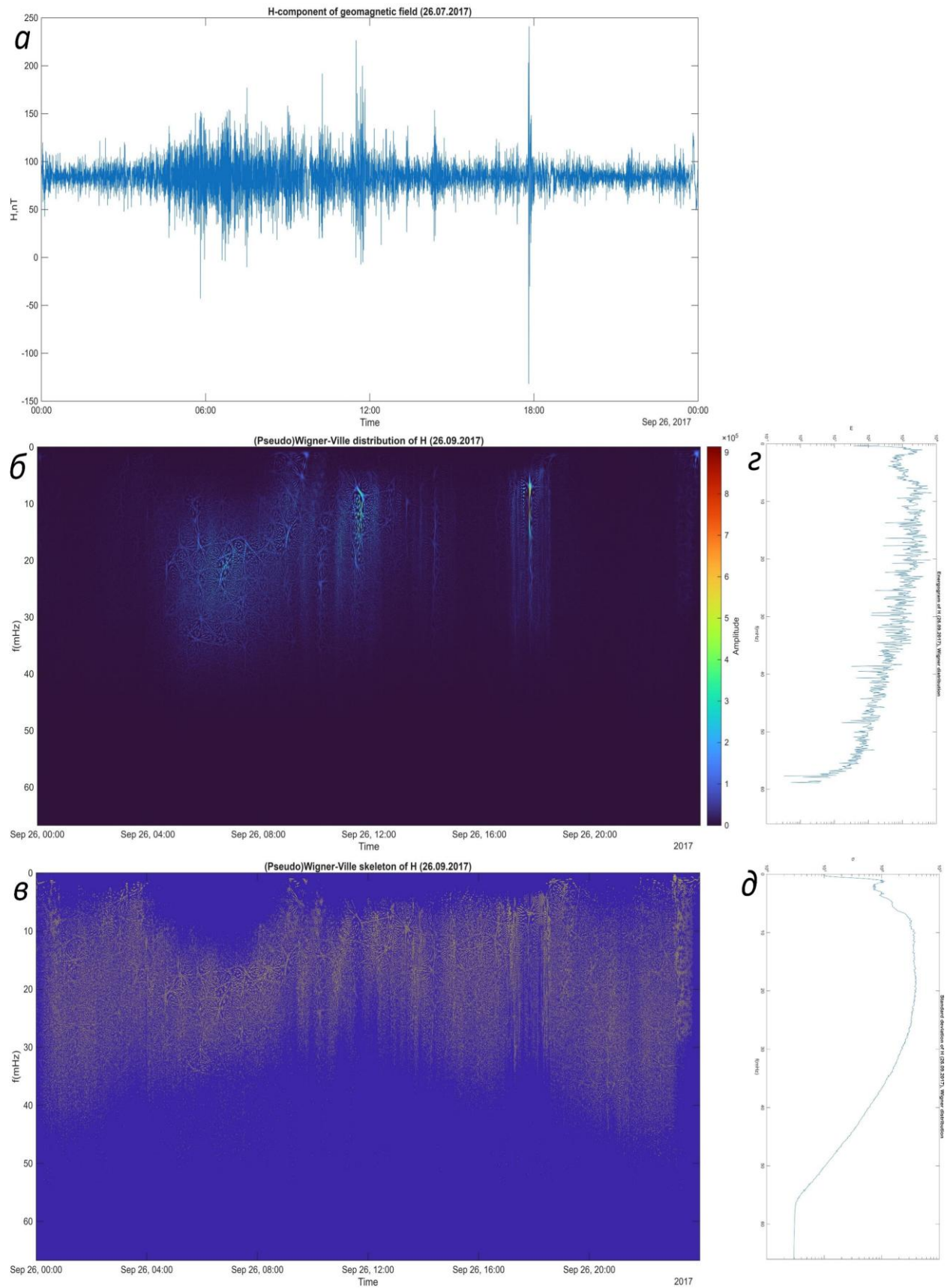


Рисунок 3.5. Графік (а), ФСГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) Н-компоненти.

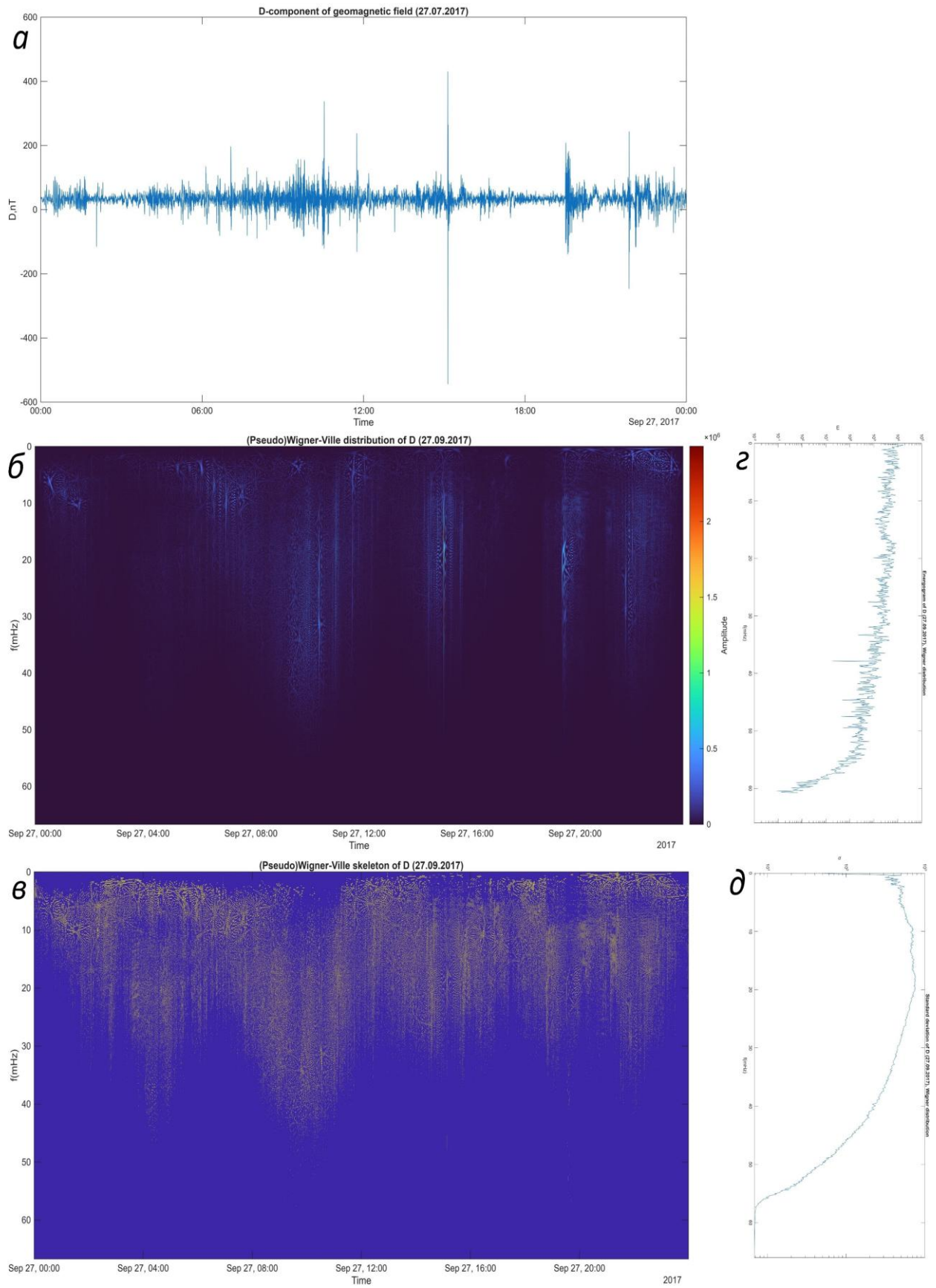


Рисунок 3.6. Графік (а), ФСТ ПВ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичні відхилення (д) D-компоненти

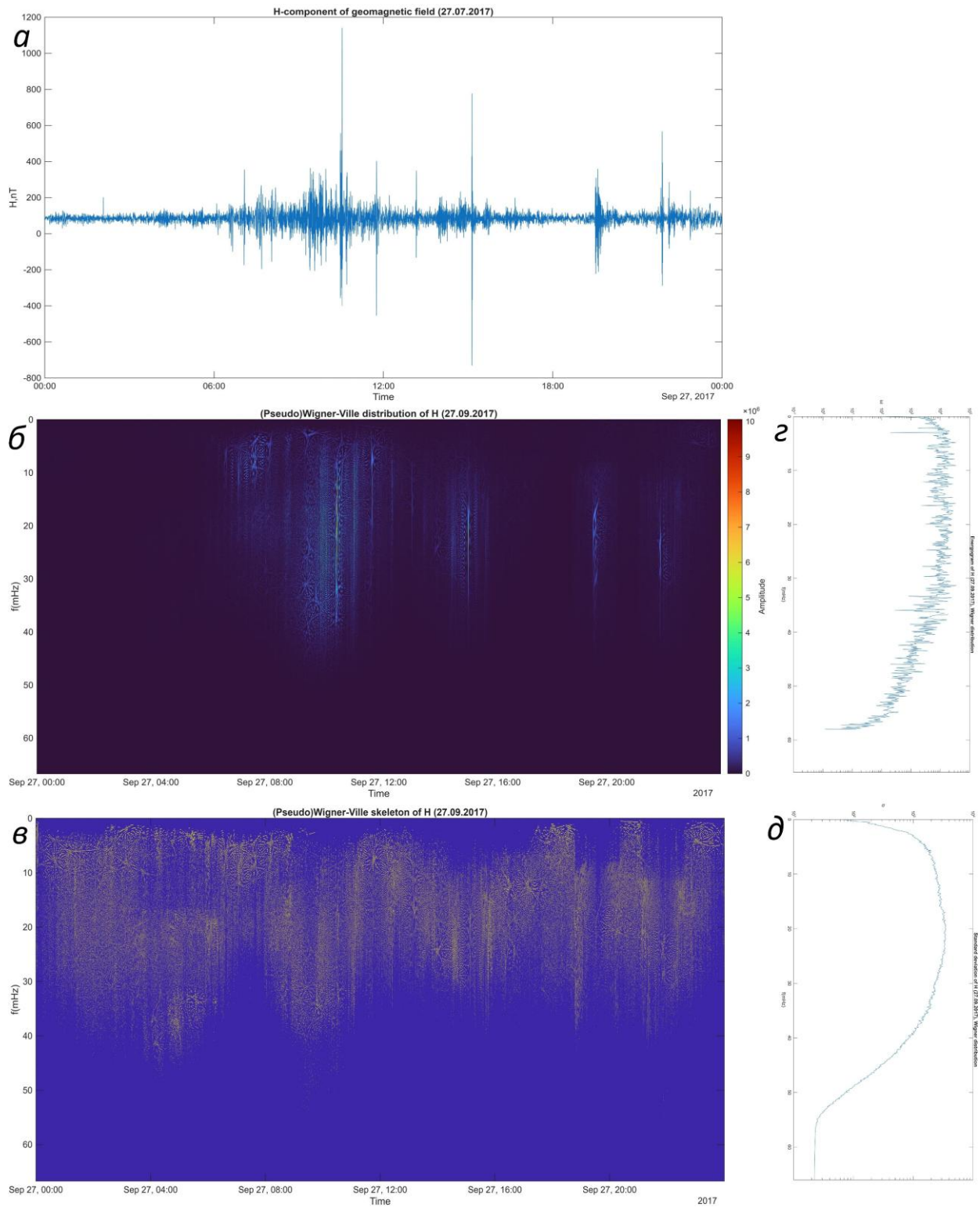


Рисунок 3.7. Графік (а), ФСТГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) Н-компоненти

3.2.3 Другий день магнітної бурі (28 вересня)

Розглянемо результати аналізу магнітометричних сигналів із використанням перетворення Вігнера.

У D-компоненті (рис. 3.8) на ФСГ присутні такі структури: область інтенсивного шуму, що тривав з 3:00 до 10:00, в діапазоні від 0 до 45 мГц, чия амплітуда була особливо високою в інтервалі з 6:00 до 8:00 та діапазоні до 50 мГц.

На енергограмі (рис. 3.8, г) маємо плато на частотах до 35 мГц (спектр обмеженого білого шуму). Далі енергія плавно спадає в проміжку до 60 мГц.

Середньоквадратичне відхилення (рис. 3.8, д) має три ділянки: від 5 до 20 мГц – практично стала, від 20 мГц – експоненційний спад, який плавно прискорюється з 40 мГц, що приблизно збігається з краєм плато на енергограмі.

У ФСГ Н-компоненти (рис. 3.9) виділяються три окремі смуги: 0-10, 15-30 та 30-40 мГц, які починаються з 3:00. Варто відмітити, що смуга на 15-30 мГц виникла через інтерференцію між двома сусідніми.

Енергограма Н-компоненти має два максимуми на 5 та 30 мГц, що відповідає першій та третій смузі. Середньоквадратичне відхилення має ще один максимум на 20 мГц, який пов'язаний з інтерференційним членом.

3.3 Результати чої-вільямс-аналізу магнітометричних сигналів

3.2.1 Переддень магнітної бурі (26 вересня)

Розглянемо результати аналізу магнітометричних сигналів із використанням перетворення Чої-Вільямса.

На рис. 3.10 на ФСГ D-компоненти раніше згадана на рис. 3.4 область в інтервалі з 4:00 до 12:00 через придушену інтерференцію виявляється складнішою структурою: є смуга обмеженого шуму, що з 4:00 до 10:00 був у діапазоні від 15 до 30 мГц, який на початку та кінці мав низькочастотні компоненти, а потім зменшив інтенсивність і почав зміщуватися до низьких

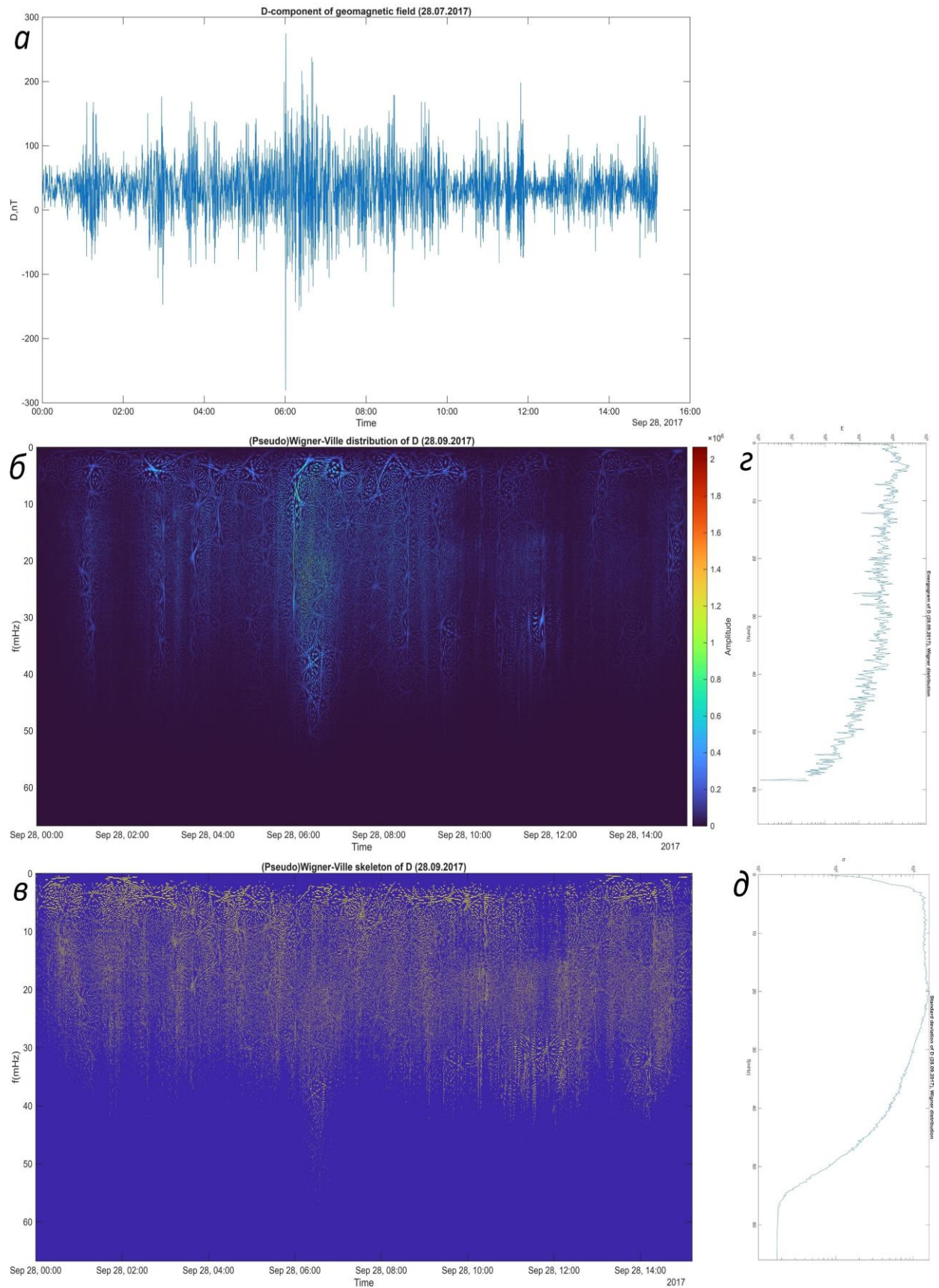


Рисунок 3.8. Графік (а), ФСТ (б), скелетони (в), енергограми (г), та середньоквадратичні відхилення (д) Н-компоненти.

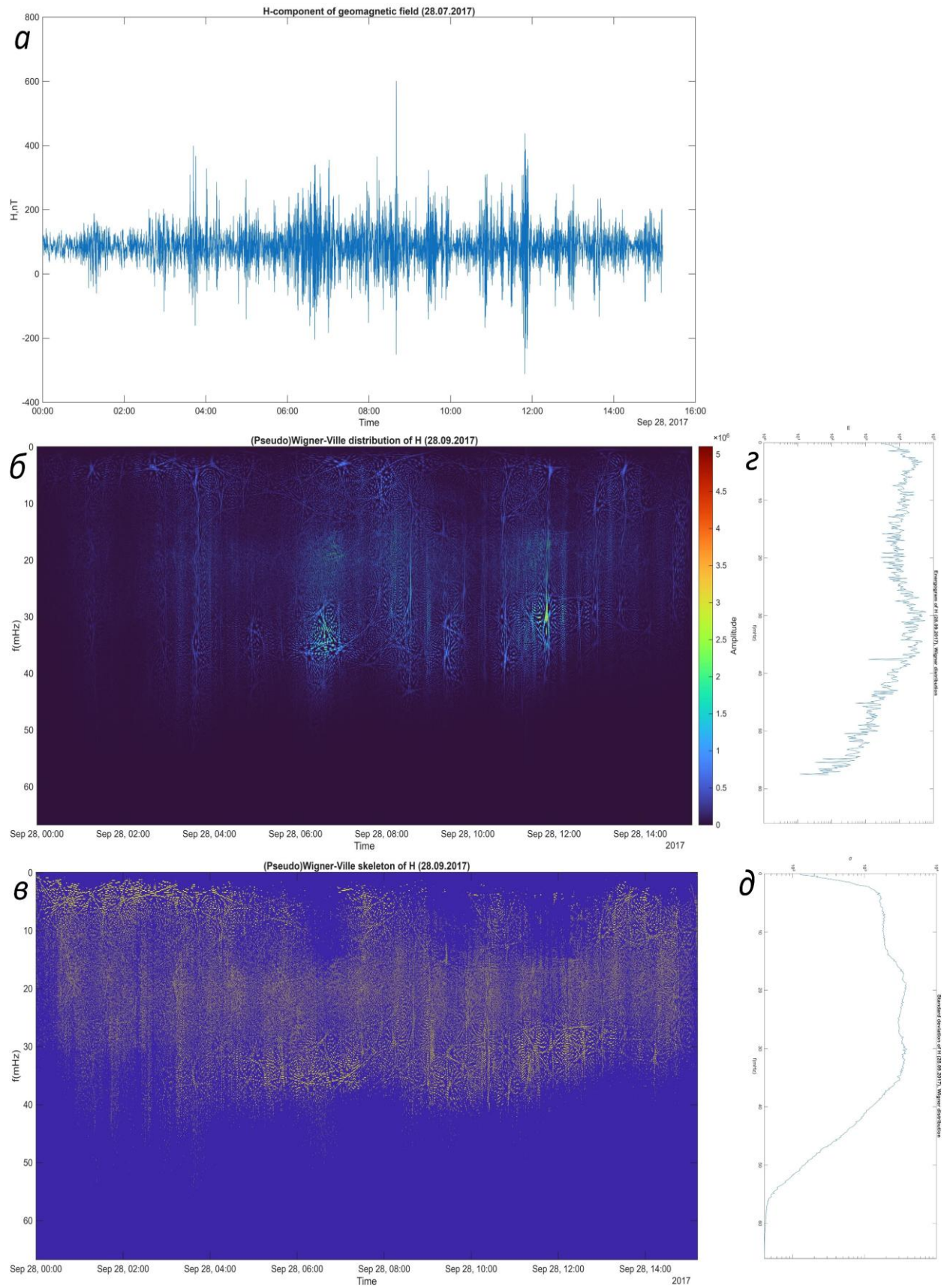


Рисунок 3.9. Графік (а), ФСГ (б), скелетон (в), енергограми (г), та середньоквадратичні відхилення (д) Н-компоненти.

частот, досягнувши нуля о 16:00, перед появою НШС піків, що відповідає спаду Кр-індексу в цьому ж інтервалі.

Щодо енергограми ФСГ ПЧВ, то вона така сама, як і для ФСГ ПВ обох компонент. Розподіл середньоквадратичного відхилення натомість має явні відмінності: плато вужче (від 10 до 20 мГц). З боку низьких частот – піки на 3 та 8 мГц, з боку високих – приблизно експоненційний спад, який закінчується на 50 мГц.

В ФСГ Н-компоненти (рис. 3.11) ця смуга шуму також присутня. Але початковго низькочастотного сплеску нема.

Середньоквадратичне відхилення Н-компоненти має чітко виражений провал на 5 мГц, обмежений з обох сторін піками на 2 та 7 мГц відповідно. Плато, як на рис. 3.5 (д), нема. Натомість маємо ділянку спаду на всьому діапазоні частот.

3.2.2 Перший день магнітної бурі (27 вересня)

Розглянемо результати аналізу магнітометричних сигналів із використанням перетворення Чої-Вільямса.

На рис. 3.12 раніше згаданий шум, чий діапазон частот зростає з нуля о 6:00 до 50 мГц о 10:00, а потім спадає до нуля до 12:00, має дві частини: з 6:00 до 9:00 та в діапазоні до 15 мГц – група з послідовних збурень, один із яких є короткочасним НШС піком, а два сусідніх мають більшу тривалість (порядку 15 хв кожен). Друга частина частково перекривається з першою у часі (з 8:00 до 12:00), і була у діапазоні частот від 15 до 45 мГц.

У Н-компоненті (рис. 3.13) ця ж ділянка має таку ж структуру, за винятком більшої амплітуди.

У проміжку між піком о 15:00 та збуренням о 19:30 обидві компоненти мали незначну амплітуду коливань, що характерно для низьких значень Кр-індексу.

Розподіл середньоквадратичного відхилення (рис. 3.12, д) D-компоненти має максимум на 18 мГц, групу піків на частотах до 10 мГц та експоненційний

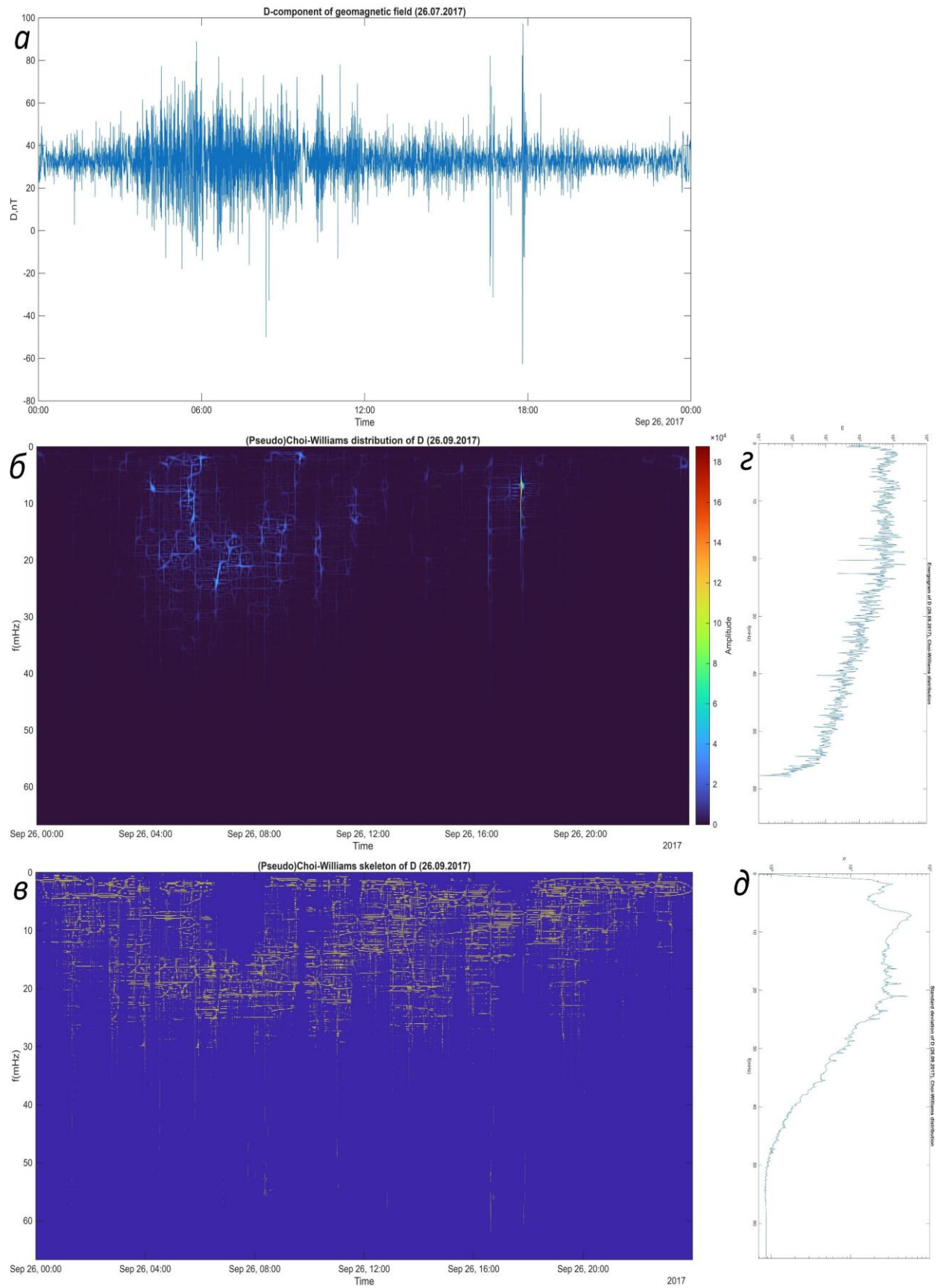


Рисунок 3.10. Графік (а), ФСТ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) D-компоненти.

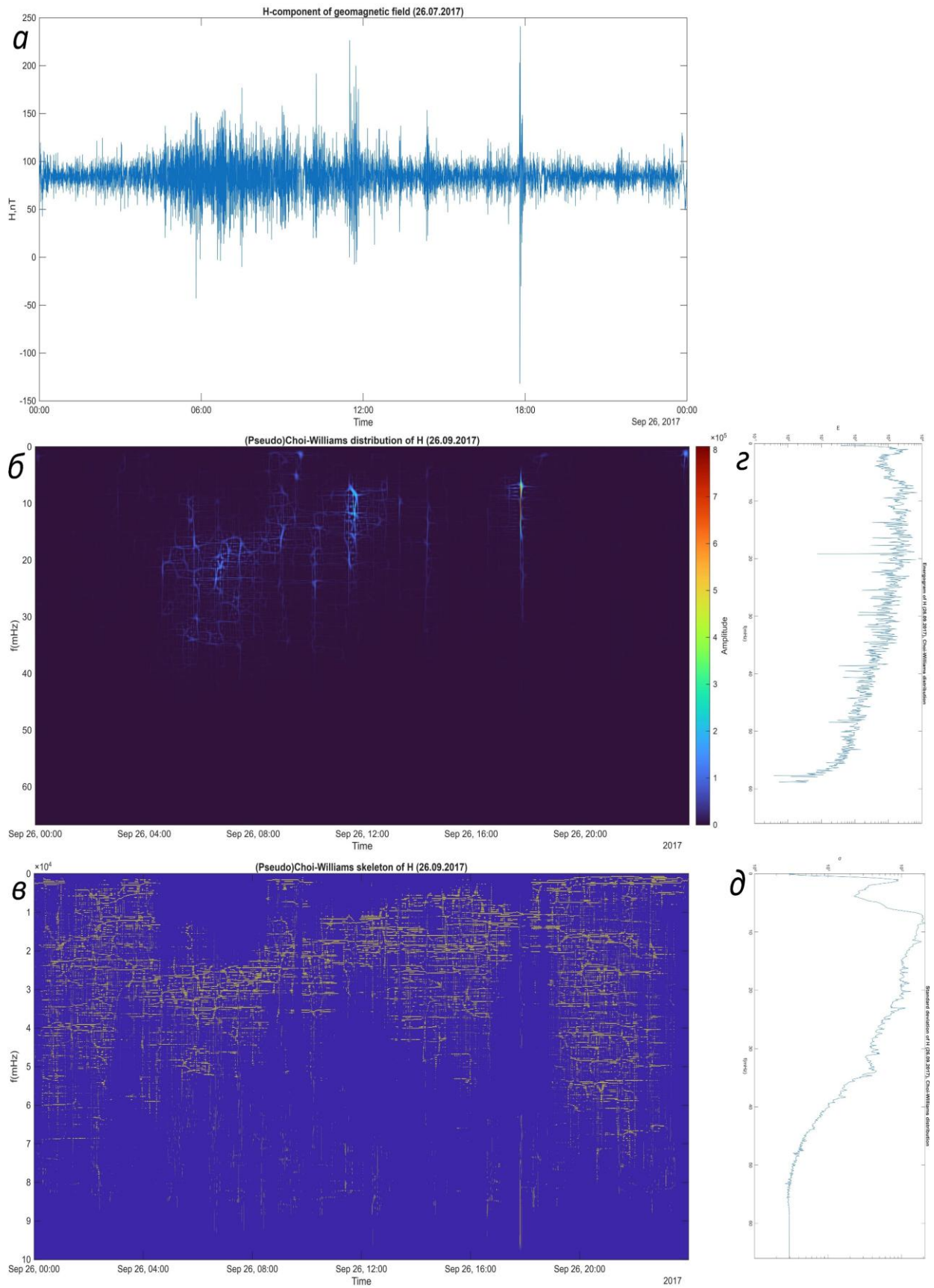


Рисунок 3.11. Графік (а), ФСГ (б), скелетони (в), енергограми (г), та середньоквадратичні відхилення (д) Н-компоненти.

спад від 20 мГц. Ще одна деталь: околиця головного максимуму є гладкою у порівнянні з рештою графіку.

Для Н-компоненти (рис. 3.13 ,д) цей же розподіл має практично такий же вигляд, як і для випадку перетворення Вігнера, за винятком більш виражених піків по всьому діапазону.

3.2.3 Другий день магнітної бурі (28 вересня)

Розглянемо результати аналізу магнітометричних сигналів із використанням перетворення Чої-Вільямса.

У D-компоненті (рис. 3.14) в інтервалі з 3:00 до 10:00 маємо серію збурень з частотами до 40 мГц. Особливо інтенсивне припало на проміжок з 6:00 до 7:00. Після 10:30 було ще одне тривалістю в 1 годину. У діапазоні до 10 мГц був шум, який тривав весь час вимірювань.

На енергограмі (рис. 3.14, г) маємо плато на частотах до 35 мГц (спектр обмеженого білого шуму). Далі енергія плавно спадає в проміжку до 60 мГц.

Середньоквадратичне відхилення (рис. 3.14, д) має максимум на 5 мГц, далі – ділянка спаду зі зломом вниз на 40 мГц, що відповідає верхній межі частоти збурень, які є в D-компоненті.

У ФСТ ПЧВ Н-компоненти (рис. 3.15) виділяються лише дві окремі смуги шуму: 0-10 та 30-40 мГц, які починаються з 3:00 і тривали до кінця періоду вимірювань.

Енергограма та середньоквадратичне відхилення Н-компоненти має два максимуми на 5 та 30 мГц, які відповідають цим двом смугам.

3.4 Результати борн-жордан-аналізу магнітометричних сигналів

3.2.1 Переддень магнітної бурі (26 вересня)

Розглянемо результати аналізу магнітометричних сигналів із використанням перетворення Борна-Жордана.

ФСТ ПБЖ обох компонент мають загалом той же вигляд, що і їхні ФСТ ПЧВ. Те ж можемо сказати про енергограму та розподіл середньоквадратичного відхилення.

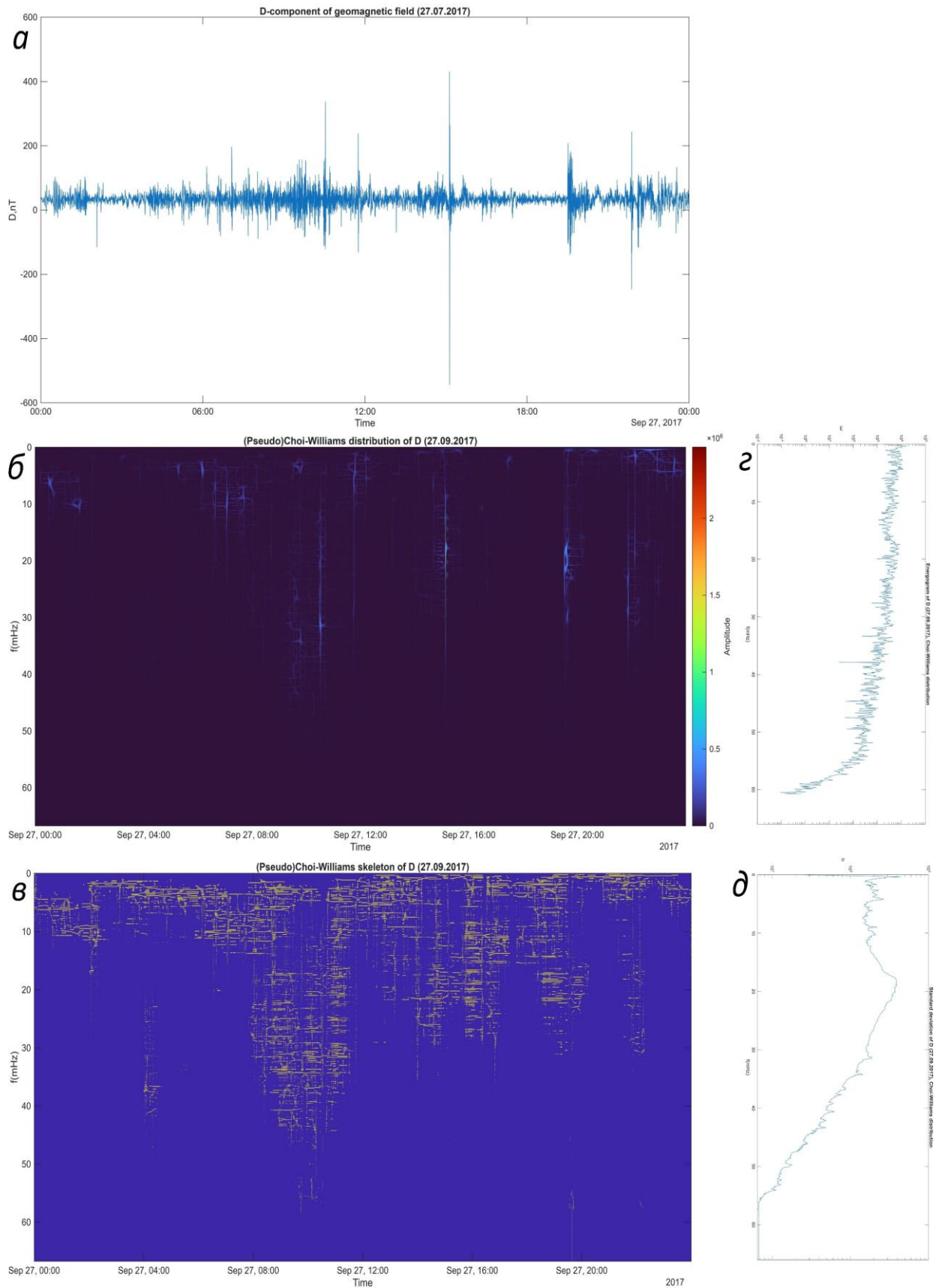


Рисунок 3.12. Графік (а), ФСТГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) D-компоненти.

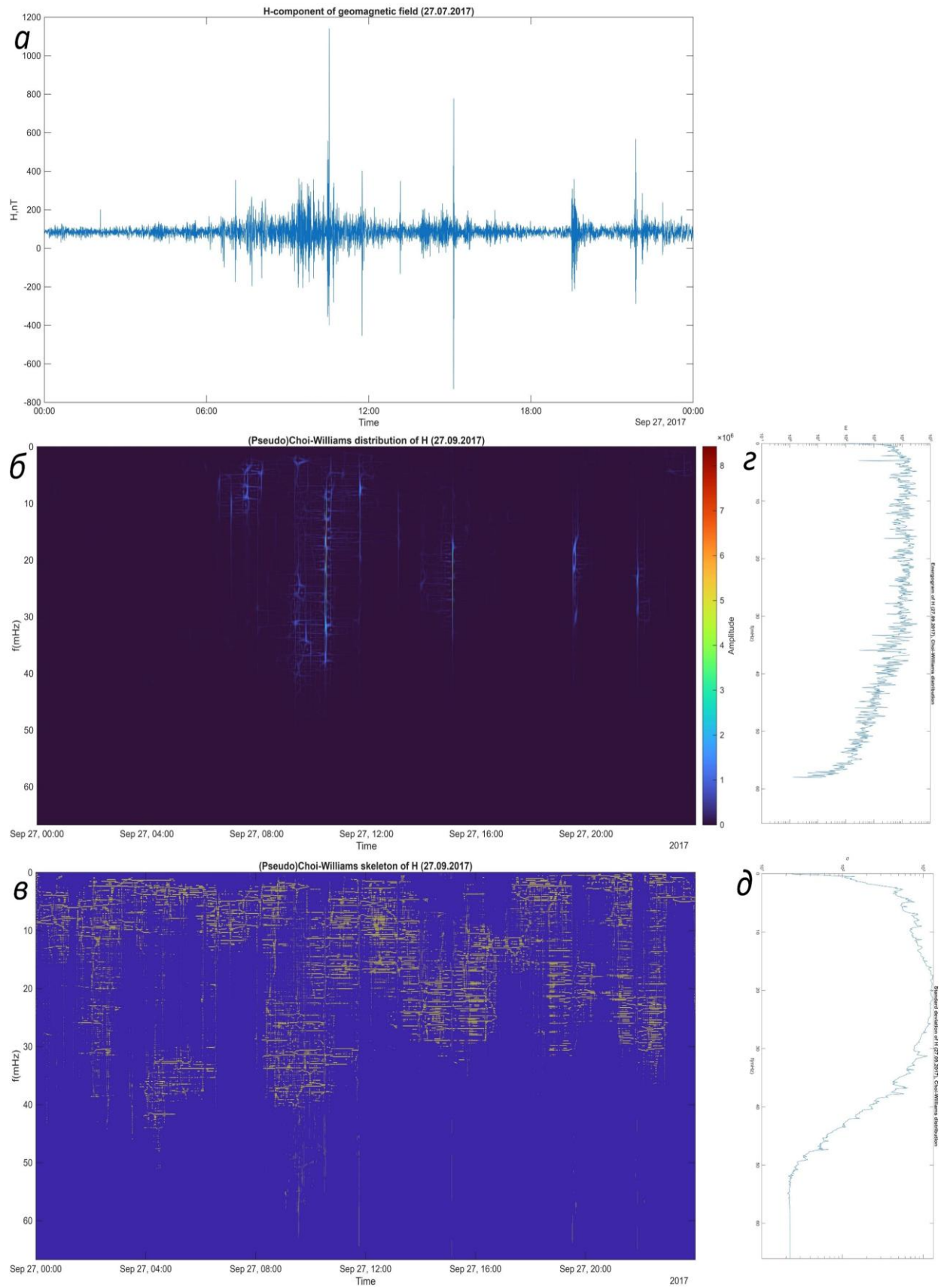


Рисунок 3.13. Графік (а), ФСТГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) Н-компоненти.

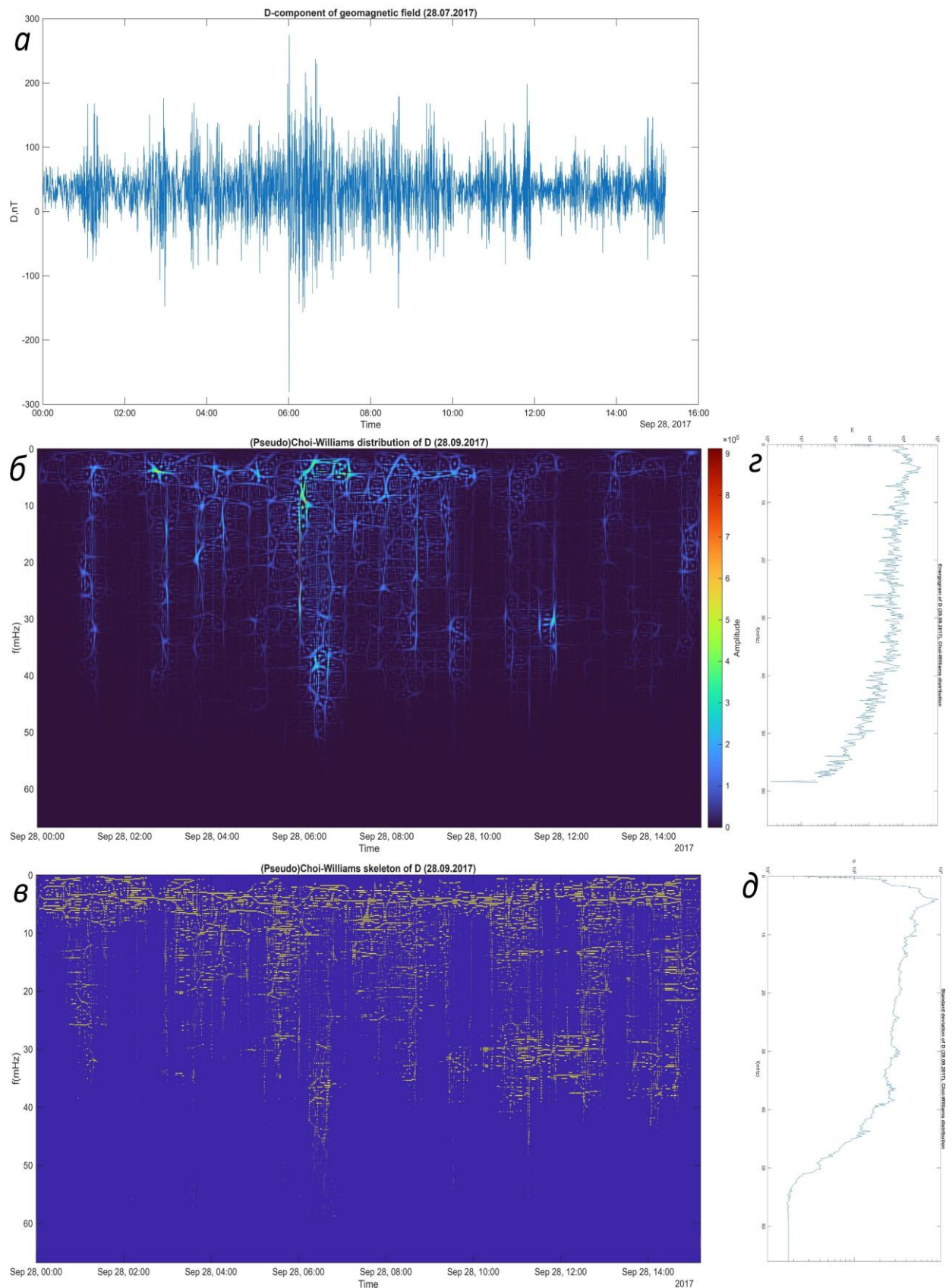


Рисунок 3.14. Графік (а), ФСТГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) D-компоненти.

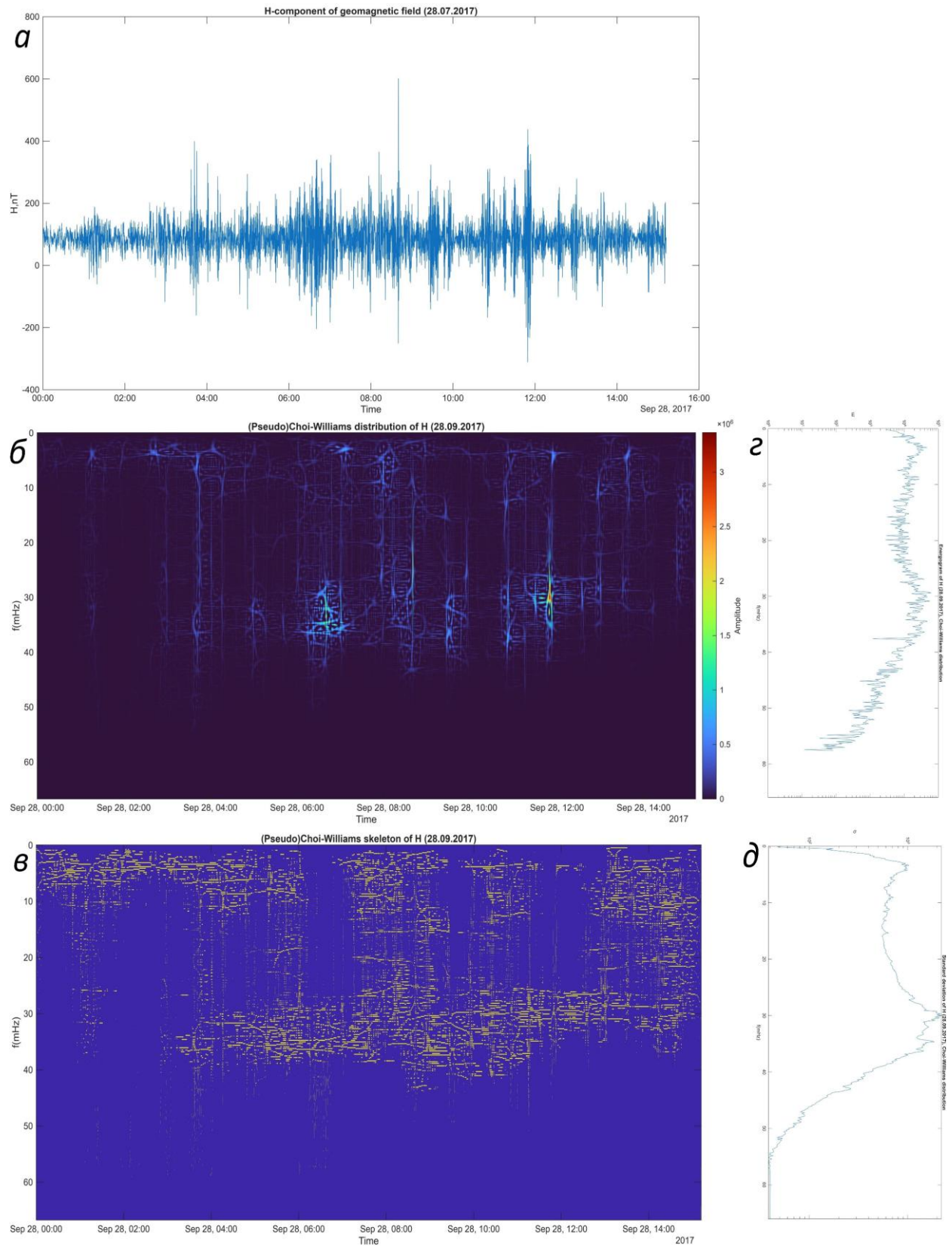


Рисунок 3.15. Графік (а), ФСГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) Н-компоненти.

На рис. 3.16 на ФСГ D-компоненти раніше згадана на рис. 3.4 область в інтервалі з 4:00 до 12:00 через придушену інтерференцію виявляється складнішою структурою: є смуга обмеженого шуму, що з 4:00 до 10:00 був у діапазоні від 15 до 30 мГц, який на початку та кінці мав низькочастотні компоненти, а потім зменшив інтенсивність і почав зміщуватися до низьких частот, досягнувши нуля о 16:00, перед появою НШС піків, що відповідає спаду Кр-індексу в цьому ж інтервалі.

Розподіл середньоквадратичного відхилення натомість має явні відмінності: плато вужче (від 10 до 20 мГц). З боку низьких частот – піки на 3 та 8 мГц, з боку високих – приблизно експоненційний спад, який закінчується на 50 мГц. Сам графік є менш гладким, ніж графік середньоквадратичного відхилення, отриманий з використанням ПЧВ, що пов'язано з різницею у придушенні інтерференційних членів цими двома перетвореннями.

В ФСГ Н-компоненти (рис. 3.17) ця смуга шуму також присутня. Але початковго низькочастотного сплеску нема.

Середньоквадратичне відхилення Н-компоненти має чітко виражений провал на 5 мГц, обмежений з обох сторін піками на 2 та 7 мГц відповідно. Плато, як на рис. 3.5 (д), нема. Натомість маємо ділянку спаду на всьому діапазоні частот.

3.2.2 Перший день магнітної бурі (27 вересня)

Розглянемо результати аналізу магнітометричних сигналів із використанням перетворення Борна-Жордана.

На рис. 3.18 раніше згаданий шум, чий діапазон частот зростає з нуля о 6:00 до 50 мГц о 10:00, а потім спадає до нуля до 12:00, має дві частини: з 6:00 до 9:00 та в діапазоні до 15 мГц – група з послідовних збурень, один із яких є короткочасним НШС піком, а два сусідніх мають більшу тривалість (порядку 15 хв кожен). Друга частина частково перекривається з першою у часі (з 8:00 до 12:00), і була у діапазоні частот від 15 до 45 мГц.

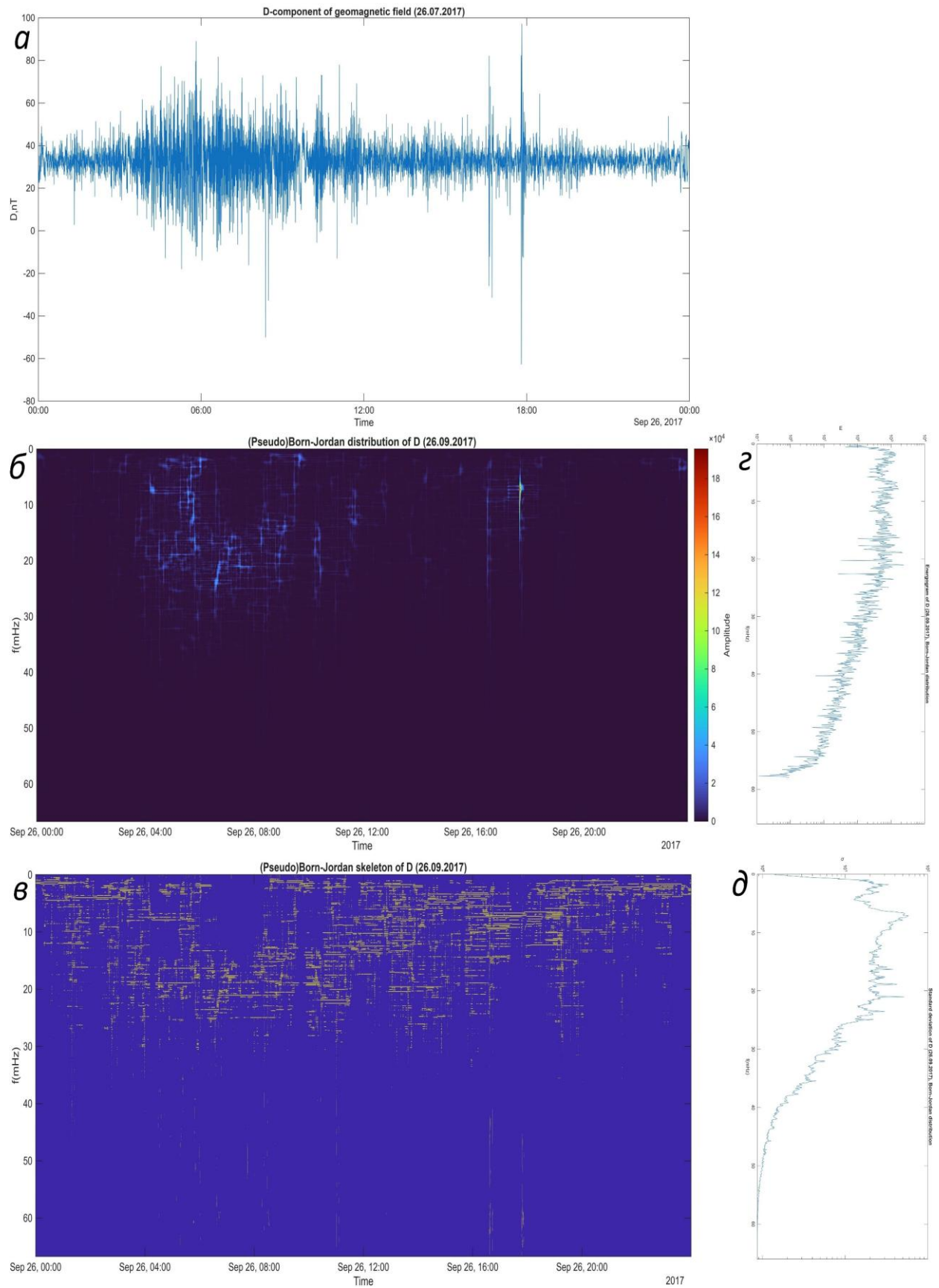


Рисунок 3.16. Графік (а), ФСТ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) D-компоненти.

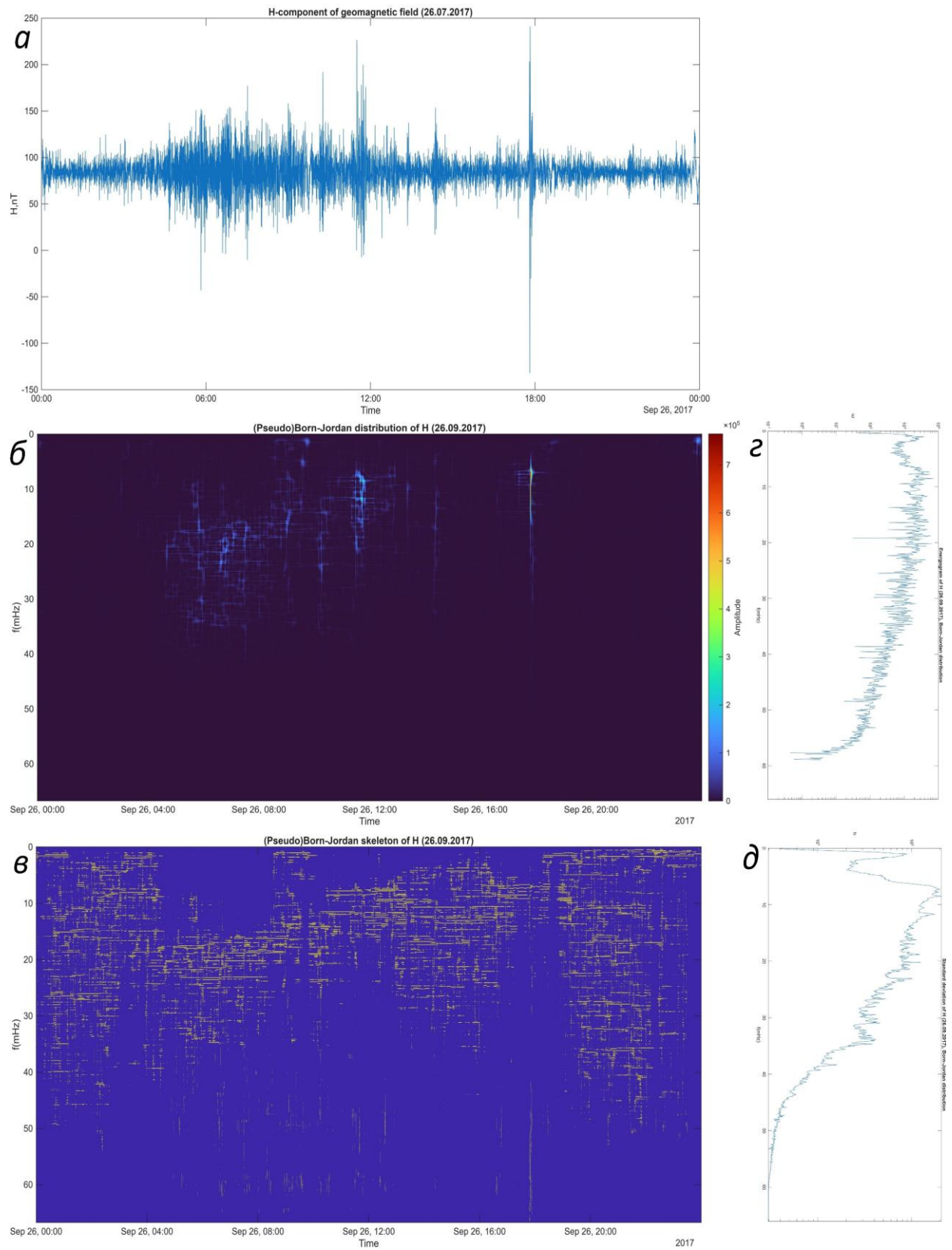


Рисунок 3.17. Графік (а), ФСГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) Н-компоненти.

У Н-компоненті (рис. 3.18) ця ж ділянка має таку ж структуру, за винятком більшої амплітуди.

У проміжку між піком о 15:00 та збуренням о 19:30 обидві компоненти мали незначну амплітуду коливань, що характерно для низьких значень Кр-індексу.

Розподіл середньоквадратичного відхилення (рис. 3.18, д) D-компоненти має максимум на 18 мГц, групу піків на частотах до 10 мГц та експоненційний спад від 20 мГц.

Для Н-компоненти (рис. 3.19 ,д) цей же розподіл має практично такий же вигляд, як і для випадку перетворення Вігнера, за винятком більш виражених піків по всьому діапазону.

3.2.3 Другий день магнітної бурі (28 вересня)

Розглянемо результати аналізу магнітометричних сигналів із використанням перетворення Борна-Жордана.

У D-компоненті (рис. 3.20) в інтервалі з 3:00 до 10:00 маємо серію збурень у діапазоні частот до 40 мГц. Особливо інтенсивне припало на проміжок з 6:00 до 7:00, що відповідає максимуму Кр-індексу. Після 10:30 було ще одне тривалістю в 1 годину. У діапазоні до 10 мГц був шум змінної інтенсивності, який тривав весь час вимірювань. Те саме ми бачили і при використанні ПЧВ.

На енергограмі (рис. 3.20, г) маємо плато на частотах до 35 мГц (спектр обмеженого білого шуму). Далі енергія плавно спадає в проміжку до 60 мГц.

Середньоквадратичне відхилення (рис. 3.20, д) має максимум на 5 мГц, далі – ділянка спаду зі зламом вниз на 40 мГц, що відповідає верхній межі частоти збурень, які є в D-компоненті.

У ФСТ ПБЖ Н-компоненти (рис. 3.21) виділяються лише дві окремі смуги: 0-10 та 30-40 мГц, які починаються з 3:00.

Енергограма Н-компоненти має два максимуми на 5 та 30 мГц, як і середньоквадратичне відхилення, які відповідають цим двом смугам.

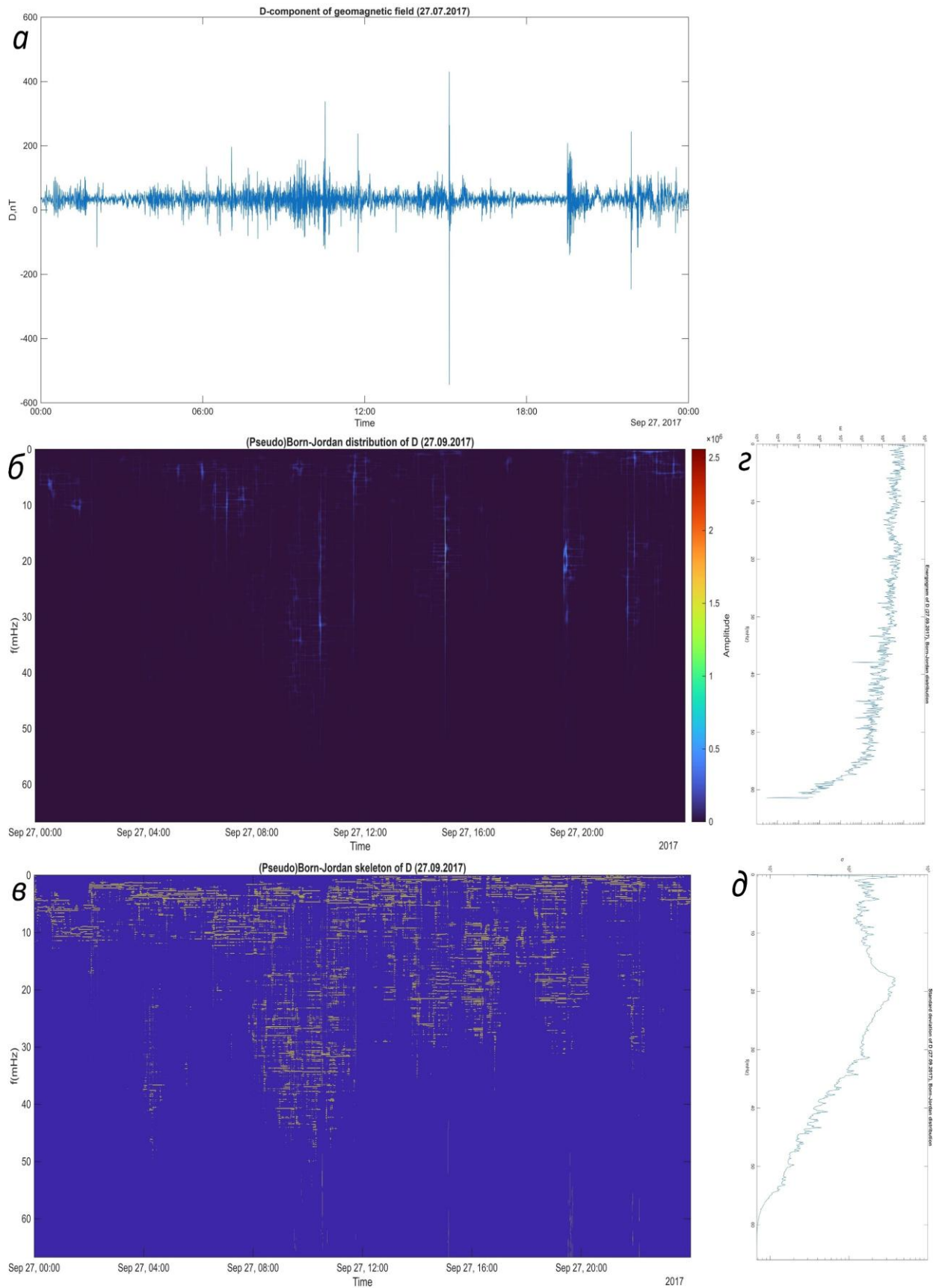


Рисунок 3.18. Графік (а), ФСГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) D-компоненти.

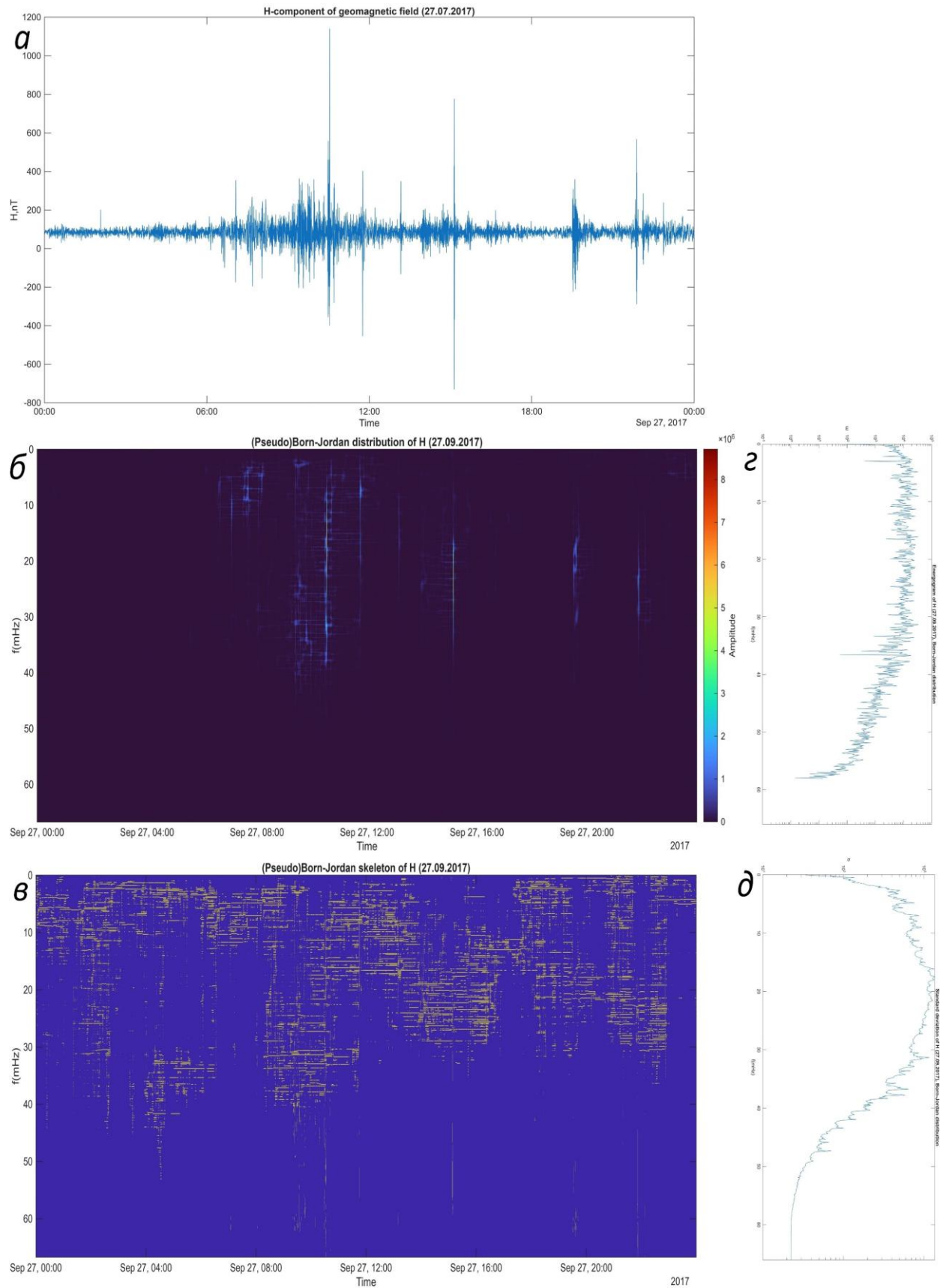


Рисунок 3.19. Графік (а), ФСГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) Н-компоненти.

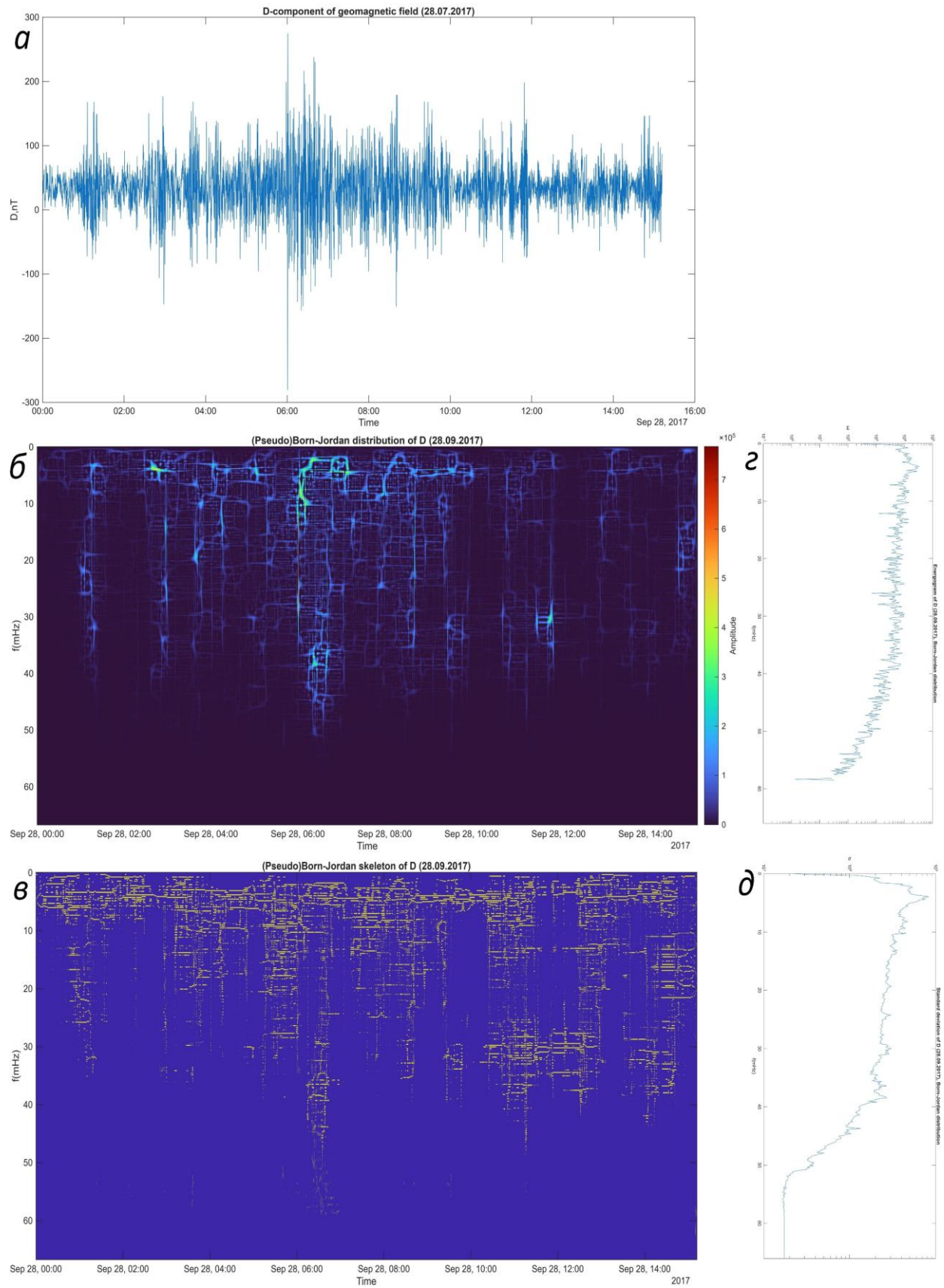


Рисунок 3.20. Графік (а), ФСГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) D-компоненти.

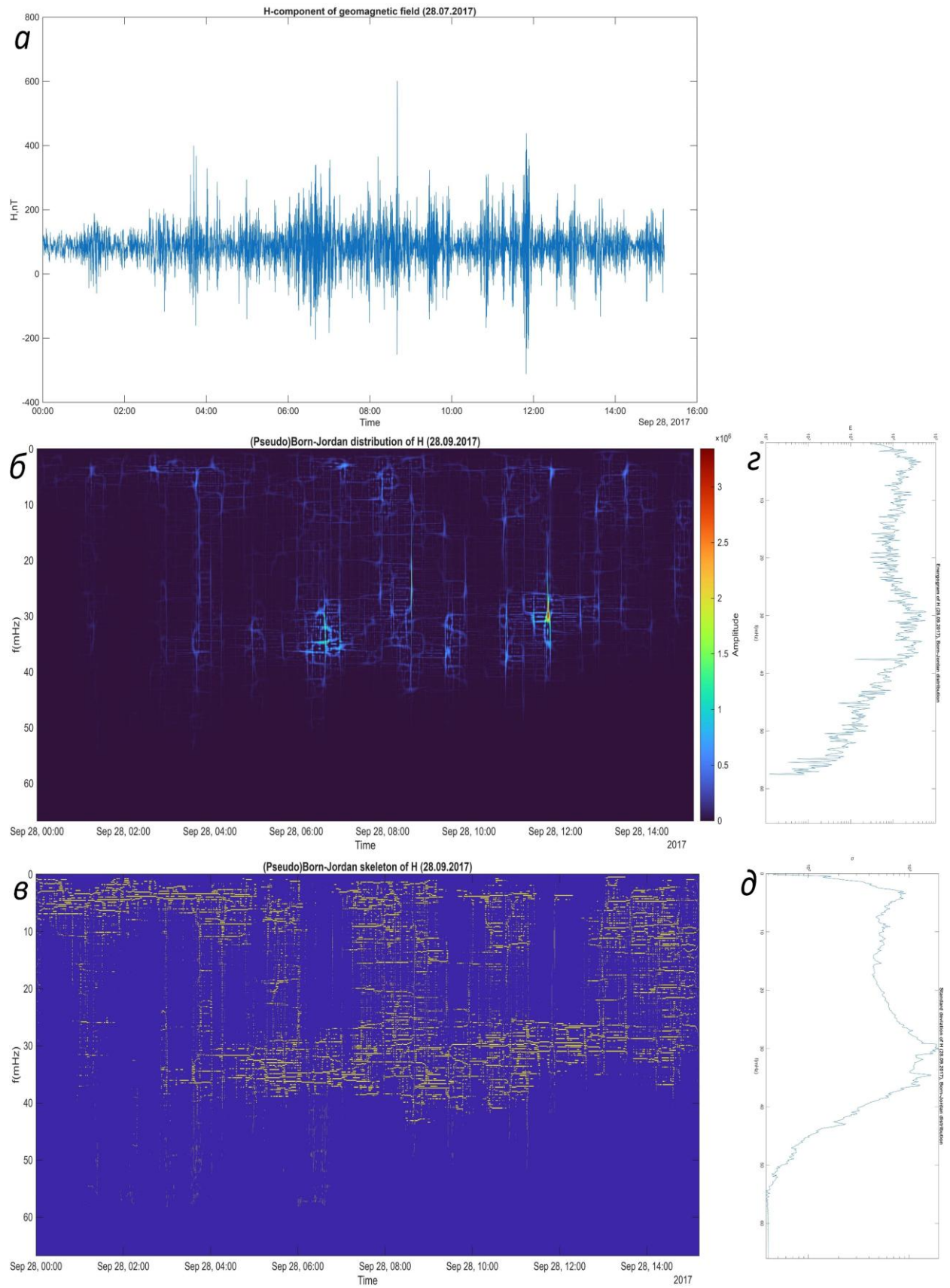


Рисунок 3.21. Графік (а), ФСГ (б), скелетон (в), енергограма (г), та середньоквадратичне відхилення (д) D-компоненти.

3.5 Обговорення результатів

Отримані в цій роботі результати мають такий вигляд.

26 вересня (переддень бурі): У D-компоненті спостерігається шумоподібний сигнал у діапазоні до 30 мГц, який тривав з 4:00 до 7:00. Потім він перейшов у інший сигнал, який був у діапазоні частот від 15 до 30 мГц, причому діапазон поступово зміщувався у бік низьких частот, досягнувши нульової частоти о 16:00. У інтервалі з 16:00 до 18:00 присутні два надширокосмугові сигнали: один з малою амплітудою і охоплює частоти від 10 до 25 мГц, після нього – інший з більшою амплітудою, який охоплює частоти з 5 до 20 мГц.

У Н-компоненті спостерігається шумоподібний сигнал у діапазоні від 15 до 40 мГц, який тривав з 4:00 до 7:00. Як і D-компоненті, після теж перейшов у шумоподібний сигнал у діапазоні від 15 до 25 мГц, який з часом зміщувався у низькі частоти, але тут він згас вже о 13:00. На відміну від D-компоненти, тут присутній лише один надширокосмуговий сигнал з великою амплітудою, який охоплює частоти з 5 до 20 мГц.

27 вересня (перший день бурі) : У D-компоненті спостерігається шумоподібний сигнал у діапазоні до 15 мГц, який тривав з 6:00 до 9:00, який відповідає початку магнітної бурі, судячи по Кр-індексу. Одразу після нього спострігається шум, де присутні частоти до 50 мГц, який тривав до 12:00. О 15:00 маємо надширокосмуговий пік з амплітудою 500 нТ, що пролягав у діапазоні частот від 10 до 40 мГц. Початок основної фази бурі був о 19:30 і він позначився сигналом, який містив компоненти з частотами 18 та 30 мГц.

У Н-компоненті в цілому картина така ж, але амплітуда наведених сигналів була явно більшою. До того ж о 10:30 у Н-компоненті був надширокосмуговий пік амплітудою в 750 нТ, якого у D-компоненті нема.

28 вересня (другий день бурі) : У обох компонентах на всьому інтервалі присутній шумоподібний сигнал у діапазоні до 10 мГц, поверх якого накладалися інші.

У D-компоненті спостерігається шум у діапазоні до 50 мГц, який був особливо інтенсивним у інтервалі від 3:00 до 10:00, чому відповідає основна фаза бурі. Своєї максимальної інтенсивності досяг у інтервалі з 6:00 до 9:00, чому відповідає максимальний Кр-індекс за весь період вимірювань.

У H-компоненті спостерігається шумоподібний сигнал у діапазоні частот від 30 до 40 мГц, який тривав з 4:00 до 14:00. Натомість інтенсивність шуму в інтервалі від 10 до 30 мГц була набагато меншою, на відміну від D-компоненти.

Висновки по розділу 3

По-перше, є кореляція між Кр-індексом та локальним діапазоном частот, зафіксованим в тому самому проміжку часу перетвореннями класу Коена. Це потребує подальших досліджень.

По-друге, ПЧВ та ПБЖ краще підходять для аналізу магнітометричних сигналів, ніж ПВ, оскільки тут інтерференційні члени часто накладаються на власні компоненти, що дуже ускладнює інтерпретацію результату аналізу.

По-третє, ФСГ перетворень класу Коена для обох компонент геомагнітного поля мають схожі структури. Відмінності полягають у наявності у деяких місцях надширокосмугових піків та розподілі інтенсивності між часо-частотними областями.

ВИСНОВКИ

Нелінійні перетворення класу Коена – тип інтегральних перетворень, які вже встигли зарекомендувати себе в багатьох наукових галузях, переважно у аналізі та обробці сигналів. Завдяки наявності ядра перетворення їх можна адаптувати до різних типів сигналів залежно від тих характеристик, які треба визначити. У порівнянні з віконним перетворенням Фур'є та вейвлет-перетворенням вони добре виділяють надширокосмугові сигнали у своїй “функції спектральної густини”.

Зокрема, у цій роботі розглянули їх використання для аналізу магнітометричних даних, отриманих під час геомагнітної бурі. Для їх аналізу використані перетворення Вігнера, Чої-Вільямса та Борна-Жордана. Визначені їх характеристики: ФСТ, скелетон, розподіл енергії та середньоквадратичного відхилення за частотою.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Cohen L. Time-Frequency Analysis. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1995. 535 p.
2. Cohen L. Generalized Phase-Space Distribution Functions. *Journal of Mathematical Physics*. 1966. Vol. 7. No. 5. P. 781-786.
3. Gröchenig K. Foundations of Time-Frequency Analysis. – Boston: Birkhäuser. 2001. 360 p.
4. Flandrin P., ed. Time-Frequency/Time-Scale Analysis. San Diego: Academic Press. 1999. 386 p.
5. Choi H.-I., Williams W.J. Improved time-frequency representation of multicomponent signals using exponential kernels. *IEEE Transactions on acoustics, speech and signal processing*. 1989. Vol. 37. No. 6. P. 862-871.
6. Zhao Y., Atlas L. E., Marks R. J. The use of cone-shape kernels for generalized time-frequency representations of nonstationary signals. *IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing*. 1990. Vol. 38, No. 7, P. 1084–1091.
7. Zhang B., Sato S. A time-frequency distribution of Cohen's class with a compound kernel and its application to speech signal processing. *IEEE transactions on signal processing*. 1994. Vol. 42, No. 1. P. 54-64.
8. Darowicki K., Felisiak W. Application of Cohen's class time-frequency distributions in the Belousov-Zhabotinsky reaction analysis. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2004. Vol. 14, No. 10, P. 3679–3688.
9. Hlawatsch F., Thulasinath G. M., Rüdiger L. U., William J. Smoothed pseudo-Wigner distribution, Choi-Williams distribution, and cone-kernel representation: Ambiguity-domain analysis and experimental comparison. *Signal Processing*. 1995. Vol. 43. P. 149-168.
10. Gabarda S., Cristóbal G. Detection of events in seismic time series by time–frequency methods. *IET Signal Processing*. 2010. Vol. 4, No. 4. P. 413–420.
11. Kavallieratou E., Fakotakis N., Kokkinakis G. Skew angle estimation in document processing using Cohen's class distributions. *Pattern Recognition Letters*. 1999. Vol. 20. P. 1305-1311.

- 12.Smutny J., Pazdera L. Analysis of Dynamic Parameters of Rail Fastening by Born-Jordan Transformation. *Applied Mechanics and Materials*. 2016. Vol. 837. P. 89-93.
- 13.Kamide Y., Chian A. (eds.). Handbook of the Solar-Terrestrial Environment: Berlin ; Heidelberg : Springer-Verlag. 2007. 539 p.
- 14.Jean L. R., Hiroaki T., Dongmei Y. (auth.), Mande M., Monika K. (eds.). Geomagnetic Observations and Models. IAGA Special Sopron Book Series №5 : Springer Science+Business Media B.V. 2011. 360 p.
- 15.Гармаш К. П., Леус С. Г., Пазюра С. А., Похилько С. Н., Чорногор Л. Ф. Статистичні характеристики флуктуацій електромагнітного поля Землі. *Радіофізика и радіоастрономія*. 2003. Т. 8, № 2. С. 163-180.
- 16.Gonzalez W. D.; Joselyn J. A.; Kamide Y [et al.]. What is a geomagnetic storm? *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*. 1994. Vol. 99. No. A4. P. 5771-5792.
- 17.Shinbori, A., Otsuka, Y., Sori, T., Tsugawa, T., Nishioka, M. Temporal and spatial variations of total electron content enhancements during a geomagnetic storm on 27 and 28 September 2017. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2020. Vol. 125. No. 7.
- 18.Menvielle M., Papitashvili N., Hakkinen L., Sucksdorff C.. Computer production of K indices: review and comparison of methods. *Geophys. J. Int.*. 1995. Vol. 123. No. 3. P. 866-886.
- 19.Muniandy S. V., Lim S. C. Modeling of locally self-similar processes using multifractional Brownian motion of Riemann-Liouville type. *Physical Review E*. 2001. Vol. 63. No. 4.
- 20.SpaceWeatherLive: Real-time auroral and solar activity. URL: <https://www.spaceweatherlive.com/en.html>.