


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Бахмутський навчально-науковий професійно-педагогічний інститут
Кафедра електромеханічних та комп'ютерних систем

До захисту допущено

Завідувач кафедри


(підпис)

Інна НЕФЬОДОВА
(ім'я, прізвище)

« 07 » _____ грудня 2024 року

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА (ПРОЄКТ)

рівень вищої освіти _____ другий (магістерський) _____

спеціальність _____ 015.39 Професійна освіта (Цифрові технології) _____


освітньо-професійна програма Професійна освіта. Комп'ютерні технології в управлінні та навчанні _____

тема «Професійна підготовка фахівців у галузі цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій мовою Python» _____

Виконав(ла)

здобувач(ка) групи БД-К23мг
(шифр групи)

Олександр КРИЧФАЛУШІЙ
(ім'я, прізвище)


(підпис)

Керівник роботи

к.ф.-м.н., доц. Інна НЕФЬОДОВА
(науковий ступінь, вчене звання, ім'я, прізвище)


(підпис)

Рецензент роботи


д.ф.-м.н., проф. Олеся НЕЧУЙВІТЕР
(науковий ступінь, вчене звання, ім'я, прізвище)


(підпис)

Консультант

к.пед.н., доц. Юлія БОБРИКОВА
(науковий ступінь, вчене звання, ім'я, прізвище)


(підпис)

Засвідчую, що у цій роботі немає цитат та вилучень з праць інших авторів без відповідних посилань
здобувач (ка) _____ 
(підпис)

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Факультет/ІНІ Бахмутський навчально-науковий професійно-педагогічний інститут

Кафедра Електромеханічних та комп'ютерних систем

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 015.39 Професійна освіта (Цифрові технології)

Освітньо-професійна програма Професійна освіта. Комп'ютерні технології в управлінні та навчанні

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри


(підпис)

Інна НЕФЬОДОВА
(ім'я, прізвище)

« 08 » жовтня 2024 року

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ (ПРОЄКТ)

Кричфалушій Олександр Романович
(прізвище, ім'я, по батькові здобувача)

1. Тема роботи Професійна підготовка фахівців у галузі цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій мовою Python

керівник роботи Нефьодова Інна Віталіївна, к. ф.-м. н., доцент
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «08» жовтня 2024 року № 5101-5/3263

2. Строк подання здобувачем роботи «02» грудня 2024 р.


3. Перелік питань, які потрібно розробити: Актуальність професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій мовою Python. Характеристика об'єктів галузі: стан і стратегії розвитку. Вимоги до кадрового забезпечення об'єкту галузі. Методика професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій з розробки цифрових освітніх ресурсів для освітнього модуля «Основи програмування мовою Python»

4. План роботи

№ з/п	Назви етапів роботи
1	Огляд літературних джерел, нових розробок, опублікованих даних та іншої інформації, пов'язаної з темою роботи
2	Дослідження теоретичних підходів до актуальності професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій мовою Python
3	Характеристика об'єктів галузі: стан і стратегії розвитку
4	Розробка методики професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій мовою Python
5	Розробка вимог до кадрового забезпечення об'єкту галузі
6	Оформлення першого варіанту тексту, подання його на ознайомлення науковому керівнику
7	Усунення недоліків, написання остаточного варіанту тексту, оформлення дипломної роботи
8	Подання роботи на кафедру, перевірка на плагіат та зовнішнє рецензування роботи
9	Захист дипломної роботи у ЕК

5. Дата видачі завдання «08» жовтня 2024 р.

Здобувач(ка)




(підпис)

Олександр КРИЧФАЛУШІЙ

(ім'я, прізвище)

Керівник роботи



(підпис)

Інна НЕФЬОДОВА

(ім'я, прізвище)

РЕФЕРАТ

Об'єкт дослідження: процес підготовки фахівців у галузі цифрових технологій, орієнтований на створення навчальних матеріалів, присвячених програмуванню методів апроксимації функцій із використанням мови Python.

Предмет дослідження: розробка та впровадження методики професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій, яка спрямована на формування вмінь і навичок створення навчальних ресурсів із програмування методів апроксимації функцій мовою Python, з акцентом на вдосконалення їх педагогічної майстерності для ефективного викладання у закладах вищої освіти.

Мета дослідження – теоретично обґрунтувати та частково перевірити методику професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій мовою Python.

В результаті виконання дослідження розроблено програмне забезпечення мовою Python, що реалізує методи апроксимації функцій однієї змінної.

За основними результатами дослідження виконана публікація тез доповіді на VIII Міжнародній науково-практичній конференції здобувачів вищої освіти та молодих учених «Студенти та молодь – для майбутнього країни» (м. Харків, 14-15 листопада 2024 р.).

Обсяг дипломної роботи становить: пояснювальна записка, презентація доповіді. Пояснювальна записка складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, додатків. Загальний обсяг роботи 70 сторінок, з яких 56 сторінок основного тексту. Список використаних джерел становить 28 найменування, 5 таблиць, 11 рисунків.

ЦИФРОВІ ТЕХНОЛОГІЇ, НАВЧАЛЬНІ РЕСУРСИ, АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЙ, ПРОГРАМУВАННЯ PYTHON, ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ.

ABSTRACT

Research subject: the process of training specialists in the field of digital technologies, focused on the creation of training materials dedicated to programming methods of function approximation using the Python language.

Subject of research: development and implementation of a methodology for professional training of specialists in the field of digital technologies, aimed at forming skills and abilities to create educational resources for programming methods of function approximation using the Python language, with an emphasis on improving their pedagogical skills for effective teaching in higher education institutions.

The purpose of the research is to theoretically substantiate and partially test the methodology for professional training of specialists in the field of digital technologies for the development of educational resources for programming methods of function approximation using the Python language.

As a result of the research, software was developed in Python that implements methods of approximation of single-variable functions.

Based on the main results of the research, the abstract of the report was published at the VIII International Scientific and Practical Conference of Higher Education Seekers and Young Scientists “Students and Youth – for the Future of the Country” (Kharkiv, November 14-15, 2024).

The thesis consists of an explanatory note and a presentation of the report. The explanatory note consists of an introduction, four chapters, conclusions, a list of references, and appendices. The total volume of the thesis is 70 pages, of which 56 pages are the main text. The list of references consists of 28 items, 5 tables, and 11 figures.

**DIGITAL TECHNOLOGIES, EDUCATIONAL RESOURCES,
FUNCTION APPROXIMATION, PYTHON PROGRAMMING, SOFTWARE.**

ЗМІСТ

Вступ.....	7
Розділ 1 Актуальність професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій мовою Python.....	11
Розділ 2 Характеристика об'єктів галузі: стан і стратегії розвитку.....	17
2.1 Характеристика та аналіз нормативно-методичної документації з дисципліни «математичне моделювання систем і процесів».....	17
2.2 Основні типи задач, які вирішуються методами апроксимації	18
2.3 Особливості програмування методів апроксимації мовою Python ...	20
2.4 Програмування апроксимації функцій однієї змінної мовою Python	24
Розділ 3 Вимоги до кадрового забезпечення об'єкту галузі	38
Розділ 4 Методика професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій з розробки цифрових освітніх ресурсів для освітнього модуля «Основи програмування мовою Python».....	41
Висновки.....	54
Список використаних джерел.....	56
Додаток А	59
Додаток Б	69

ВСТУП

Актуальність теми дослідження. Соціально-економічний розвиток сучасного суспільства ставить перед системою професійної підготовки інженерів-педагогів нові вимоги: вони повинні бути висококваліфікованими, освіченими, обізнаними та мати розвинене критичне та аналітичне мислення. В умовах швидких змін у технологіях і методах навчання, професіоналізм майбутніх інженерів-педагогів набуває особливого значення. Формування цього професіоналізму є не лише важливим аспектом їх особистісного розвитку, а й необхідною умовою для підвищення ефективності та якості професійної освіти в цілому [13]. Це створює умови для підготовки фахівців, які здатні адекватно реагувати на виклики сучасного світу, забезпечуючи високий рівень підготовки в умовах глобалізації та цифровізації.

Наукові дослідження та численні публікації з цих питань у теорії та практиці професійної освіти свідчать про складність і багатогранність цієї проблеми. У педагогічній та психолого-педагогічній літературі зібрано великий масив досліджень, які охоплюють різні аспекти підвищення рівня професіоналізму майбутніх фахівців. Ці роботи висвітлюють не лише теоретичні, але й практичні підходи до розвитку професійних якостей студентів, що є ключовими для їх успішної кар'єри в умовах сучасних вимог до освіти та професійної діяльності [12].

У дослідженні професіоналізму діяльності ми опираємося на педагогічні теорії професійного навчання, розроблені такими вченими, як Н. Астаф'єва, С. Батишев, А. Беляєва, І. Богачек, Б. Гершунський, В. Кричевський, Н. Соколова та іншими; на теорію та методологію професійного розвитку особистості, представлену роботами Р. Бабанського, А. Беляєвої, Н. Гейжена, Є. Головахи, В. Давидова, І. Жданова, В. Загвязинського, О. Конопкіна, Е. Мілеряна, А. Рудкевича, Є. Рибалка, П. С. Хейфіца та інших вчених; а також на систему формування педагогічної майстерності, що була розроблена Ю. Азаровим, В. Аниськіним, Ю.

Бабанським, М. Губановою, Е. Зеєром, В. Ворошиловою, З. Єсарєвою, І. Зимовою, І. Зязюном, В. Івановим, Н. Касаткіною, Н. Кузьміною, Ю. Кулюткіним, А. Макаренком, А. Марковою, Б. Невзоровим, В. Рябцевим, Г. Скоцком та іншими дослідниками.

У сучасній теорії та практиці професійної освіти недостатньо розроблені питання формування професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій для створення навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій за допомогою мови Python.

З огляду на об'єктивні вимоги підготовки таких спеціалістів та відсутність наукового обґрунтування в контексті інтегративного та системного підходів до розв'язання цієї проблеми, була сформульована тема дослідження: «Професійна підготовка фахівців у галузі цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій мовою Python».

Мета дослідження – теоретично обґрунтувати та частково перевірити методику професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій мовою Python.

Завдання дослідження:

1. Оцінити актуальність питання професійної підготовки майбутніх фахівців у сфері цифрових технологій, зосереджуючись на створенні навчальних матеріалів, що охоплюють програмування методів апроксимації функцій із застосуванням мови Python.

2. Проаналізувати особливості програмування методів апроксимації мовою Python.

3. Розробити програмне забезпечення мовою Python, що реалізує методи апроксимації функцій однієї змінної.

4. Розробити наукове підґрунтя та методику підготовки фахівців у галузі цифрових технологій, спрямовану на формування навичок розробки

освітніх ресурсів, які висвітлюють програмування методів апроксимації функцій із використанням Python.

Об'єкт дослідження: процес підготовки фахівців у галузі цифрових технологій, орієнтований на створення навчальних матеріалів, присвячених програмуванню методів апроксимації функцій із використанням мови Python.

Предмет дослідження: розробка та впровадження методики професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій, яка спрямована на формування вмінь і навичок створення навчальних ресурсів із програмування методів апроксимації функцій мовою Python, з акцентом на вдосконалення їх педагогічної майстерності для ефективного викладання у закладах вищої освіти.

Методи дослідження:

– Теоретичні: аналіз, синтез, систематизація, порівняння, узагальнення – для вивчення та структурування теоретичних підходів і практичного досвіду формування професійних компетентностей фахівців у сфері цифрових технологій.

– Емпіричні: вивчення та узагальнення педагогічної практики, педагогічне спостереження, анкетування, тестування, проведення педагогічного експерименту – для оцінки рівня сформованості професійних компетентностей і визначення ефективності запропонованої методики підготовки спеціалістів у галузі цифрових технологій.

Наукова новизна одержаних результатів дослідження: полягає у постановці та вирішенні проблеми підготовки фахівців у галузі цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій мовою Python, що стала предметом спеціального наукового дослідження, під час якого:

– обґрунтовано мету професійної підготовки у вигляді формування професіоналізму у педагогів професійного навчання як його професійно-особистісної характеристики та феномена безперервної професійної підготовки.

– розроблено модель цілісного керованого процесу формування професіоналізму у освітян професійного навчання.

– реалізовано процес формування професіоналізму через єдність галузевої, психолого-педагогічної підготовки та підготовки за робітничою професією, що визначає систему наступних технологій (виробничих, педагогічних).

– виділено особливості формування професіоналізму, що визначаються послідовністю досягнення цілей на кожному етапі професійної підготовки.

Практична значущість дослідження полягає у розробці та реалізації розробці навчальних ресурсів з програмування методів апроксимації функцій мовою Python у закладах вищої освіти.

Теоретичне та практичне значення результатів дослідження полягає у створенні методики підготовки фахівців у сфері цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів із програмування методів апроксимації функцій мовою Python. Визначено стратегії впровадження цих ресурсів, а також обґрунтовано зміст, форми й методи організації навчального процесу для ефективного формування професійних компетентностей майбутніх спеціалістів у галузі цифрових технологій.

Апробація результатів дослідження: за основними результатами дослідження виконана публікація тез доповіді на VIII Міжнародній науково-практичній конференції здобувачів вищої освіти та молодих учених «Студенти та молодь – для майбутнього країни» (м. Харків, 14-15 листопада 2024 р.).

Структура роботи. Робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків.

РОЗДІЛ 1

АКТУАЛЬНІСТЬ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ У ГАЛУЗІ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДО РОЗРОБКИ НАВЧАЛЬНИХ РЕСУРСІВ З ПРОГРАМУВАННЯ МЕТОДІВ АПРОКСИМАЦІЇ ФУНКЦІЙ МОВОЮ PYTHON

Інженерно-педагогічна освіта є особливою та в багатьох аспектах унікальною галуззю професійної освіти. Як педагогічний феномен, ця освіта охоплює підготовку викладачів технічних та спеціальних дисциплін, майстрів виробничого навчання для професійно-технічних навчальних закладів, навчальних підрозділів на підприємствах, а також для старших класів загальноосвітніх шкіл з політехнічним профілем [12].

Вона є важливою складовою освітнього процесу, яка забезпечує підготовку фахівців, здатних передавати знання й навички, необхідні для ефективної роботи у технічній сфері та розвитку виробничих процесів.

Науковий пошук вирішення проблеми формування професіоналізму у майбутніх фахівців у галузі цифрових технологій спрямований на подолання протиріч між: зростаючою потребою суспільства у висококваліфікованих спеціалістах і недостатнім рівнем професійної підготовки існуючих кадрів; вимогами до висококласних фахівців у галузі цифрових технологій та відсутністю розроблених методик для формування їхнього професіоналізму в освітніх закладах; необхідністю спрямованого розвитку професіоналізму майбутніх фахівців у умовах реального сектору та існуючими обмеженнями в організації професійного становлення в інженерно-педагогічних закладах вищої освіти; необхідністю створення умов для розвитку професіоналізму та збереження традиційних підходів до підготовки кадрів у вищій освіті [10,11].

Суспільна потреба в організації професійної підготовки педагогічних кадрів для навчання робітників новим спеціальностям виникла внаслідок якісних змін у виробничій сфері. Це, у свою чергу, призвело до зростання вимог до професійних характеристик фахівців у галузі цифрових технологій

та, відповідно, до високої якості їхнього професійного навчання, що значною мірою залежить від професіоналізму педагогічних кадрів, які відповідають за цей процес. Тому стає необхідним розробити нові підходи до вирішення проблеми формування професіоналізму у майбутніх педагогах, зокрема фахівцях у галузі цифрових технологій, щодо розробки навчальних ресурсів з програмування чисельних методів для розв'язання задач диференціального та інтегрального числення за допомогою мови Python у закладах вищої освіти.

У педагогічній науці та практиці існує широкий спектр підходів до розуміння таких понять, як «Професійна підготовка» та «Професіоналізм». Різні автори надають цим термінам різний зміст залежно від контексту. Соціологи та економісти часто пов'язують їх з такими поняттями, як «Професійно-кваліфікаційна характеристика», «Рівень кваліфікації» та «Компетентність». Водночас педагоги і психологи акцентують увагу на більш специфічних аспектах, зокрема виділяючи «Професіоналізм діяльності», «Професіоналізм особистості», «Педагогічний професіоналізм» і «Професійна компетентність». Кожен з цих підходів підкреслює важливість різних складових, що формують високий рівень професіоналізму у фахівців різних галузей, включаючи педагогіку та інші професії [7, 9].

Формування професіоналізму у майбутнього педагога відбувається через виконання все більшої кількості функцій, що стають невід'ємною частиною його професійної діяльності. У межах однієї професії інтегруються різноманітні знання та функції, що охоплюють широкий спектр компетенцій. Крім того, цей процес супроводжується розширенням видів діяльності, що дозволяє педагогу не лише поглиблювати свої професійні знання, а й освоювати нові методи і підходи, що відповідають вимогам сучасного освітнього середовища.

Дослідження сутнісних та ціннісних характеристик професійної освіти, які представлені в працях таких авторів, як Ю. Бабанський, А. Беляєва, Є. Бондаревська, Л. Виготський, Б. Гершунський, М. Горчакова-Сибірська, О. Леонт'єв, Б. Ломов, Ю. Петров, С. Маркова, Л. Рубенштейн, І.

Якиманська та інших, а також питання філософії освіти (В. Андрущенко, І. Зязюн, В. Кремень, В. Лутай) та системного підходу до організації освітнього процесу (В. Кузьмін, Є. Юдін та ін.), є важливими для формування сучасного освітнього середовища. Важливу роль у вивченні психології освіти відіграють роботи Г. Балла, Л. Виготського, О. Леонтьєва, Ю. Самаріна, В. Семиченка, Н. Тализіної та інших.

Також значну увагу приділяють педагогіці професійної освіти, зокрема роботам В. Безрукової, Р. Гуревича, О. Дубасенюк, О. Дубинчука, Н. Кузьміної, Л. Лук'янової, В. Мадзігона, Н. Ничкало, Л. Оршанського, Л. Сидорчук, В. Тименка, А. Цини, а також питанням структурування знань у змісті освіти (Б. Гершунський, В. Гінецинський, В. Ледньов, О. Щербак та ін.), інтеграції технологій в освітній процес (О. Білик, М. Корець, Д. Корчевський, М. Піддячий та ін.), а також застосування цифрових та інформаційних технологій у навчанні (О. Авраменко, В. Биков, Т. Бодненко, Т. Вакалюк, І. Войтович, А. Гедзик, Ю. Горошко, А. Гуржій, М. Жалдак, Л. Карташова, В. Лапінський, Л. Макаренко, Н. Морзе, Ю. Рамський, С. Семеріков, О. Спірін, Г. Ткачук, Ю. Триус, В. Франчук, С. Яшанов та ін.).

Проблемам рівневої підготовки майбутніх інженерів-програмістів присвячені дослідження Т. Бодненка, Р. Горбатюка, З. Сейдаметової, А. Стрюка та інших науковців. Науково-методологічні аспекти освітньої сфери детально розглянуті в роботах О. Антонюка, В. Бакуменка, О. Батанова, В. Гриценко, Ю. Журавльової, А. Кобця, В. Коврегін, В. Кременя, В. Лугового, В. Мороза, В. Огаренка та інших.

Теоретичну основу для вирішення проблеми професійної підготовки майбутніх інженерів-педагогів складають наукові праці С. Батишева, О. Белової, Н. Брюханової, І. Васильєва, Є. Зеєра, О. Коваленко, В. Косирева, Н. Кузьміної, М. Лазарева, Н. Ничкало, Г. Терещука, Д. Тхоржевського Л. Тархан та інших. Питання педагогічного покликання та його розвитку висвітлені в роботах Л. Ахмедянової, В. Єлманової, З. Жуковського, Н. Кузьміної та інших, а також успішності діяльності педагога (З. Єсарєва,

Н. Кухарєва, Г. Лаврентьєва, Н. Лаврентьєва, А. Маркова, Г. Скок та ін.). Основні положення педагогіки вищої школи та дидактики знайшли відображення в роботах С. Архангельського, Ю. Бабанського, В. Беспалько, Н. Кузьміної, Н. Нікандрова, В. Сластеніна, Т. Шалавіної, А. Щербакова та інших.

Як показує дослідження, формування та розвиток професіоналізму фахівців у галузі цифрових технологій охоплює кілька ключових аспектів: особистісний, соціальний, функціональний та технологічний. Кожен із цих аспектів є важливою складовою професійного зростання [8].

В особистісному аспекті професійне зростання фахівця передбачає:

- розвиток якостей особистості, що є необхідними для успішної діяльності в галузі цифрових технологій, таких як самоорганізація, відповідальність, стійкість до стресу та вміння працювати в команді;

- у функціональному аспекті йдеться про підвищення рівня продуктивності діяльності фахівця через вдосконалення його професійних навичок та здатність виконувати завдання з високою ефективністю;

- технологічний аспект зосереджений на освоєнні новітніх спеціалізованих технологій, оновленні знань, вмінь і навичок у галузі, а також здатності застосовувати ці технології для вирішення складних завдань;

- соціальний аспект вимагає від фахівця розвитку комунікативних навичок, здатності ефективно взаємодіяти з колегами, клієнтами та іншими зацікавленими сторонами, а також підготовки до роботи в умовах постійних змін у соціальному середовищі [3,6].

Отже, професіоналізм фахівця в галузі цифрових технологій формується через комплексний підхід, що охоплює розвиток особистісних, функціональних, технологічних і соціальних аспектів його діяльності.

З огляду на це, формування професіоналізму у майбутнього інженера-педагога має розглядатися як багатоступеневий процес, що включає низку взаємопов'язаних змін, які відбуваються одночасно в особистісному, функціональному, технологічному та соціальному компонентах професійної

діяльності.

Особливе значення в цьому процесі має розробка навчальних ресурсів, зокрема, з програмування методів апроксимації функцій мовою Python. Цей елемент навчального процесу не лише надає практичні навички, але й включає в себе актуальні знання, що стосуються інноваційної діяльності в професійно-педагогічному процесі [14-16]. Таким чином, інтеграція таких інструментів у навчання дозволяє майбутньому інженеру-педагогу розвивати необхідні компетенції для ефективної професійної діяльності в умовах постійних змін технологічних та соціальних реалій.

Формування професіоналізму у майбутніх інженерів-педагогів у закладах вищої освіти повинно базуватися на принципі цілісного підходу до розвитку особистості, а також на безперервному вдосконаленні особистісно важливих якостей протягом усього процесу професійної підготовки.

Основним показником підготовки майбутніх інженерів-педагогів є їх професіоналізм. Це не лише високий рівень теоретичних знань, але й здатність ефективно застосовувати ці знання на практиці, а також постійно здобувати нові. До ключових аспектів професіоналізму відносяться: уміння формулювати завдання та шукати оптимальні шляхи їх розв'язання, володіння техніками колективної діяльності та співпраці, орієнтація на особистісне самовираження і саморозвиток [15]. Важливою складовою є також здатність вибирати найефективніші методи досягнення значних результатів при мінімальних витратах, а також правильно обробляти та використовувати інформацію з усних, письмових і електронних джерел. Це комплекс якостей, який визначає високий рівень професіоналізму в навчальному процесі та в подальшій професійній діяльності.

Отже, професійне зростання майбутніх інженерів-педагогів відбувається в кількох ключових аспектах. У особистісному аспекті це процес розвитку тих рис і якостей, які є необхідними для успішної діяльності інженера-педагога. У функціональному аспекті зростання полягає в підвищенні ефективності та продуктивності його професійної діяльності.

Технологічний аспект передбачає освоєння новітніх спеціалізованих технологій, а також оновлення та вдосконалення знань, навичок і вмінь з відповідної дисципліни чи спеціальності [6]. Соціальний аспект передбачає оволодіння навичками комунікації та інтеграції в соціальну сферу, а також здатність ефективно здійснювати колективну діяльність.

Ці чинники підкреслюють важливість підготовки фахівців у галузі цифрових технологій до розробки навчальних ресурсів з програмування чисельних методів, зокрема апроксимації функцій мовою Python, що є необхідним для вдосконалення професійної компетентності майбутніх інженерів-педагогів.

РОЗДІЛ 2

ХАРАКТЕРИСТИКА ОБ'ЄКТІВ ГАЛУЗІ: СТАН І СТРАТЕГІЇ РОЗВИТКУ

2.1 Характеристика та аналіз нормативно-методичної документації з дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів»

Основне спрямування дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів» полягає в розвитку теоретичних і практичних навичок побудови, аналізу та використання математичних моделей для дослідження складних систем і процесів. Ця дисципліна орієнтована на вивчення методів абстрагування реальних об'єктів і явищ, формалізації їхньої структури та поведінки, а також на застосування сучасних математичних методів і обчислювальних інструментів для вирішення практичних задач у різних галузях науки й техніки. Вона охоплює створення моделей, які дозволяють прогнозувати, оптимізувати та управляти процесами, забезпечуючи розуміння їхньої сутності та взаємодії складових елементів у різних умовах.

Проведено аналіз нормативно-методичної документації з дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів»:

- робоча програма дисципліни [20];
- навчально-методичні посібники [16], [17];
- конспект лекцій [22]
- методичні вказівки до виконання лабораторних робіт [18];
- методичні вказівки для проведення практичних занять [19];
- завдання для самостійної роботи студентів та аудиторного контролю;
- питання та практичні завдання до іспиту;
- перелік базової та допоміжної літератури з дисципліни, що є в бібліотеці інституту; перелік відповідних інформаційних ресурсів.

Для здобувачів освіти денної форми навчання для вивчення дисципліни

надано 6 кредитів (180 годин), з яких 38 годин лекційних занять, 24 години практичних занять, 28 годин лабораторних занять, 90 години самостійної роботи.

Курс складається із п'яти змістовних модулів.

1. Загальні поняття математичного моделювання.
2. Методи наближення функцій однієї та двох змінних, методи розв'язання систем.
3. Наближене обчислення інтегралів. Методи розв'язання диференціальних рівнянь та їх систем.
4. Методи розв'язання оптимізаційних задач.
5. Основи імітаційного моделювання.

Методи апроксимації функцій розглядаються у другому модулі. За цією тематикою розроблено методичне забезпечення лекційних та практичних занять з прикладами реалізації в системі Mathcad. Як альтернативний варіант реалізації запропоновано програмування методів апроксимації функцій однієї змінною мовою Python.

2.2 Основні типи задач, які вирішуються методами апроксимації

Апроксимація (наближення) функцій є важливим допоміжним апаратом при розв'язанні деяких задач чисельного аналізу: чисельного інтегрування і диференціювання, розв'язання диференціальних рівнянь, розв'язання систем нелінійних рівнянь, задач оптимізації та інше. Задача наближення функцій виникає й при розв'язанні інших практичних і теоретичних задач. [10]

Апроксимацією функції називають наближене представлення складної (яка має громіздке математичне представлення) або заданої у вигляді таблиці функції $f(x)$ більш простою функцією $g(x)$, яка має мінімальні відхилення від вихідної функції у заданій області аргументу x . Функцію $g(x)$ називають апроксимувальною. [10]

Методи апроксимації застосовуються для розв'язання широкого спектра задач, коли потрібно знайти наближене рішення складних математичних або прикладних проблем. Наведемо основні типи задач, які вирішуються методами апроксимації.

1. Функціональне наближення: заміна складної функції (аналітично незаданою, складною для обчислень або експериментально отриманою) простішою, яка близько повторює її поведінку.

Приклади:

Інтерполяція (пошук функції, яка точно проходить через задані точки).

Сплайн-апроксимація (розбиття області на частини та використання простих функцій, наприклад, поліномів, на кожній ділянці).

Апроксимація вільної форми (наприклад, поліномами, експоненційними функціями, тригонометричними рядами).

2. Обробка даних та згладжування: згладжування або усунення шуму в даних, коли є помилки вимірювань або випадкові коливання.

Приклади:

Метод найменших квадратів для пошуку оптимальної кривої.

Регресійний аналіз для прогнозування залежностей між змінними.

3. Розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь: пошук наближеного розв'язку рівнянь, які неможливо вирішити точно.

Приклади:

Методи кінцевих елементів (в інженерії та фізиці).

Чисельна апроксимація рядів або інтегралів.

4. Оптимізація: наближення оптимального значення функції за обмежень чи великого обсягу розрахунків.

Приклади:

Апроксимація для знаходження глобального мінімуму/максимуму.

Нелінійна оптимізація.

5. Аналіз сигналів: обробка дискретних сигналів для їх стиску, реконструкції або аналізу.

Приклади:

Апроксимація сигналів за допомогою перетворення Фур'є.

Метод хвильового аналізу.

6. Моделювання та симуляція: створення спрощених моделей для складних процесів.

Приклади:

Апроксимація фізичних систем.

Спрощення розрахунків у фінансових або економічних моделях.

7. Компресія даних: пошук компактного представлення інформації без значної втрати якості.

Приклад: Компресія графічних даних (JPEG, PNG) шляхом апроксимації спектральних компонентів.

8. Комп'ютерна графіка: опис складних форм і поверхонь простими елементами.

Приклад: Апроксимація кривих і поверхонь у CAD/CAM-системах.

Основна мета апроксимації – заміна складного об'єкта (функції, рівняння, даних) його наближеним представленням, яке є простішим для аналізу, розрахунків або практичного використання.

2.3 Особливості програмування методів апроксимації мовою Python

Програмування методів апроксимації мовою Python має свої особливості, які залежать від завдання, інструментів та бібліотек. Розглянемо основні аспекти.

1. Бібліотеки для апроксимації. Python має широкий спектр бібліотек, які спрощують реалізацію методів апроксимації:

NumPy: для роботи з масивами та основних математичних операцій.

SciPy: містить функції для апроксимації, інтерполяції та оптимізації.

Matplotlib та Seaborn: для візуалізації результатів апроксимації.

`SymPy`: для символічних обчислень, що дозволяє виконувати аналітичні перетворення.

`Scikit-learn`: пропонує інструменти для регресії, які можна використовувати для апроксимації.

`TensorFlow` або `PyTorch`: підходять для апроксимації складних функцій за допомогою нейронних мереж.

2. Вибір методу апроксимації. Метод залежить від типу даних та цілей.

Поліноміальна апроксимація: використовується для апроксимації функцій за допомогою поліномів. У Python можна використовувати `numpy.polyfit` або `numpy.polynomial`.

Сплайн-апроксимація: дозволяє створювати гладкі криві між точками (наприклад, за допомогою `scipy.interpolate`).

МНК (метод найменших квадратів): застосовується для знаходження найкращої функції, яка мінімізує помилку. Можна реалізувати вручну або використовувати `numpy.linalg.lstsq`.

Нейронні мережі: підходять для складних нелінійних залежностей.

3. Особливості реалізації та програмування

Обробка даних: перевіряйте наявність шуму в даних і, за необхідності, виконуйте попередню обробку (фільтрацію).

Оцінка точності: використовуйте метрики (MSE, RMSE, R^2) для оцінки якості апроксимації; для складних моделей обов'язково розділяйте дані на навчальні та тестові.

Оптимізація параметрів: використовуйте методи автоматичної оптимізації, наприклад `scipy.optimize.curve_fit`.

Масштабованість: використовуйте ефективні алгоритми для роботи з великими масивами даних (наприклад, бібліотека Dask).

4. Практичні рекомендації

Вибір моделі: починайте з простих моделей, поступово переходячи до більш складних.

Візуалізація: завжди візуалізуйте результати, щоб зрозуміти, наскільки

добре модель описує дані.

Перехід до реальних задач: після успішної апроксимації синтетичних даних можна перейти до більш складних практичних задач.

5. Приклади програм, що використовують засоби мови Python

Простий приклад апроксимації поліномом (код програми наведено на рис. 2.1). Результат виконання програми наведено на рис. 2.2.

```
File Edit Format Run Options Window Help
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Вхідні дані
x = np.array([0, 1, 2, 3, 4, 5])
y = np.array([1, 2.2, 2.8, 3.6, 4.5, 6.1])

# Поліноміальна апроксимація
degree = 2 # Степінь полінома
coefficients = np.polyfit(x, y, degree)

# Побудова апроксимуючої функції
poly = np.poly1d(coefficients)

# Побудова графіка
x_new = np.linspace(min(x), max(x), 100)
y_new = poly(x_new)

plt.scatter(x, y, color='red', label='Дані')
plt.plot(x_new, y_new, label=f'Поліном ступеня {degree}')
plt.legend()
plt.show()
```

Ln: 22 Col: 10

Рис. 2.1 Код програми апроксимації даних поліномом другого степеня

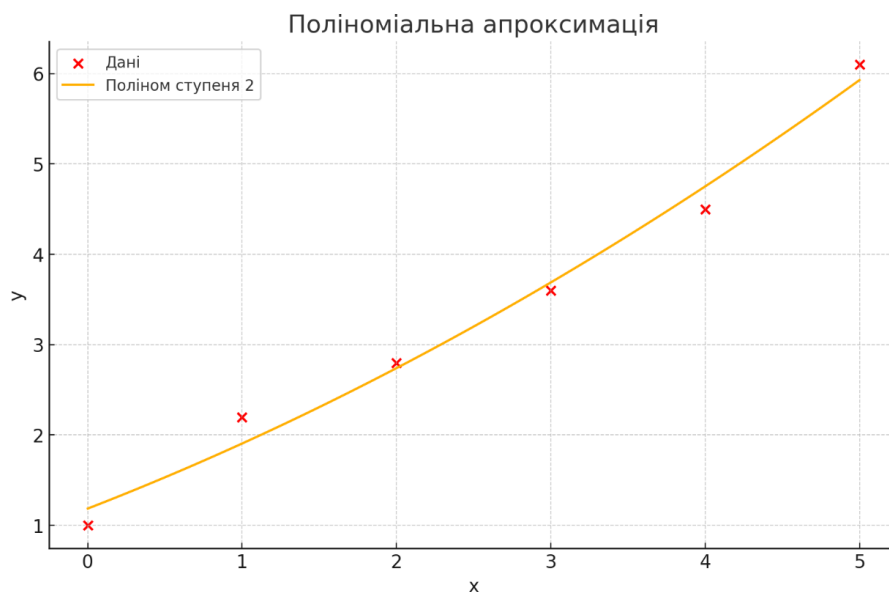


Рис. 2.2 Результат апроксимації даних поліномом другого степеня

Приклад сплайн-апроксимації (код програми наведено на рис. 2.3).
Результат виконання програми наведено на рис. 2.4.

```
File Edit Format Run Options Window Help
from scipy.interpolate import UnivariateSpline

# Вхідні дані
x = np.array([0, 1, 2, 3, 4, 5])
y = np.array([1, 2.2, 2.8, 3.6, 4.5, 6.1])

# Апроксимація сплайном
spline = UnivariateSpline(x, y, s=1)

# Побудова графіка
x_new = np.linspace(min(x), max(x), 100)
y_new = spline(x_new)

plt.scatter(x, y, color='red', label='Дані')
plt.plot(x_new, y_new, label='Сплайн')
plt.legend()
plt.show()
|
Ln: 18 Col: 0
```

Рис. 2.3 Код програми апроксимації даних лінійним сплайном

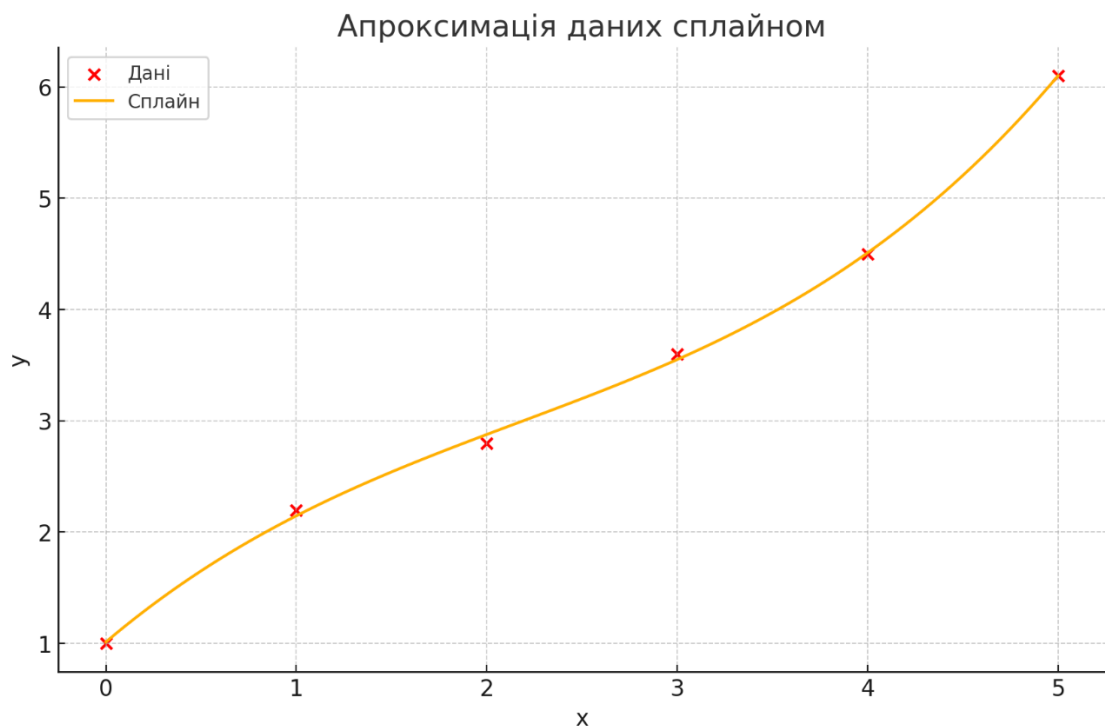


Рис. 2.4 Результат апроксимації даних поліномом другого степеня

2.4 Програмування апроксимації функцій однієї змінної мовою Python

В ході виконання магістерської роботи розглянуто наступні методи апроксимації функцій однієї змінної: інтерполяція функції многочленом Лагранжа; інтерполяція функції многочленом Ньютона; інтерполяція функції сплайнами; метод найменших квадратів для лінійної регресії.

Для кожного з методів розглянуто теоретичні аспекти, наведені приклади розв'язання задач та розроблено програми на мові Python.

2.4.1 Інтерполяція функції многочленом Лагранжа.

Для викладення теорії використано теоретичний матеріал з конспекту лекцій [12].

Нехай функція $y = f(x)$ задана таблицею значень $y_i = f(x_i)$, $i = \overline{0, n}$. Треба побудувати многочлен $L_n(x)$ степеня не вище n , який приймає в вузлах інтерполяції ті ж значення, що і $f(x)$, тобто многочлен, для якого виконуються рівності $L_n(x_i) = y_i$, $i = \overline{0, n}$.

Розв'язком цієї задачі є інтерполяційний поліном Лагранжа:

$$L_n(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)\dots(x_0-x_n)}y_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\dots(x_1-x_n)}y_1 + \dots + \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1)\dots(x_n-x_{n-1})}y_n.$$

Інтерполяційна формула в цьому випадку має вигляд:

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^n \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\dots(x-x_n)}{(x_k-x_0)(x_k-x_1)\dots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\dots(x_k-x_n)}y_k$$

і називається інтерполяційною формулою Лагранжа.

В точках $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ значення многочлена $L_n(x)$ і функції $f(x)$ збігаються. При інших значеннях x різниця $R_n(x) = f(x) - L_n(x)$ в

загальному випадку відмінна від нуля і є істинною похибкою методу. $R_n(x)$ називається залишковим членом інтерполяції.

Якщо функція $f(x)$ в проміжку $[a,b]$ має неперервні похідні до $(n+1)$ -го порядку, то залишковий член можна подати в вигляді

$$R_n(x) = f^{(n+1)}(\xi) \frac{\Pi(x)}{(n+1)!},$$

де $\Pi(x) = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_n)$, ξ – залежить від x і лежить усередині відрізка $[a,b]$.

Позначивши через $M_{n+1} = \max_{[a,b]} |f^{(n+1)}(x)|$, одержимо таку оцінку для абсолютної похибки інтерполяційної формули Лагранжа:

$$|R_n(x)| = |f(x) - L_n(x)| \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} |\Pi(x)|.$$

Приклад 1. Функція задана таблицею. Побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа і знайти значення цієї функції у точці $x = -3$. Реалізувати розв'язання мовою програмування Python.

x_i	2	5	-6	7	4	3	8	9	1	-2
$f(x_i)$	-1	77	-297	249	33	9	389	573	-3	-21

Розв'язання. Для реалізації розв'язання задачі мовою програмування Python скористаємось бібліотеками: NumPy і Matplotlib (модулем pyplot). Для скорочення запису у кодї використовуємо їх синоніми np і plt. [11]

Код програми представлений на рисунку 2.5.

Збережемо вихідні дані в масивах. Обчислення за інтерполяційною формулою Лагранжа реалізовані у функції lagrang_in(x,y,q). Параметрами функції є масиви табличних значень x і y та q – абсциса шуканої точки (в прикладі вона дорівнює -3). [11]

Результат виконання коду:

g = -51.000000000000256

Графік представлений на рис. 2.6

```

File Edit Format Run Options Window Help
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
def lagrang_in(x,y,q):
    g=0
    for j in range(len(y)):
        d1=1; d2=1
        for i in range(len(x)):
            if i==j:
                d1=d1*1; d2=d2*1
            else:
                d1=d1*(q-x[i])
                d2=d2*(x[j]-x[i])
        g=g+y[j]*d1/d2
    return g
x=np.array([2,5,-6,7,4,3,8,9,1,-2], dtype=float)
y=np.array([-1,77,-297,249,33,9,389,573,-3,-21], dtype=float)
xnew=np.linspace(np.min(x),np.max(x),100)
ynew=[lagrang_in(x,y,i) for i in xnew]
print('g=', lagrang_in(x,y,-3))
plt.plot(x, y, 'o', color='k', label='table')
plt.plot(xnew, ynew, color='k', label='Lagrang')
plt.grid()
plt.legend()
plt.show()
Ln: 25 Col: 4

```

Рис. 2.5 Код програми, що реалізує інтерполяцію функції многочленом Лагранжа з прикладу 1

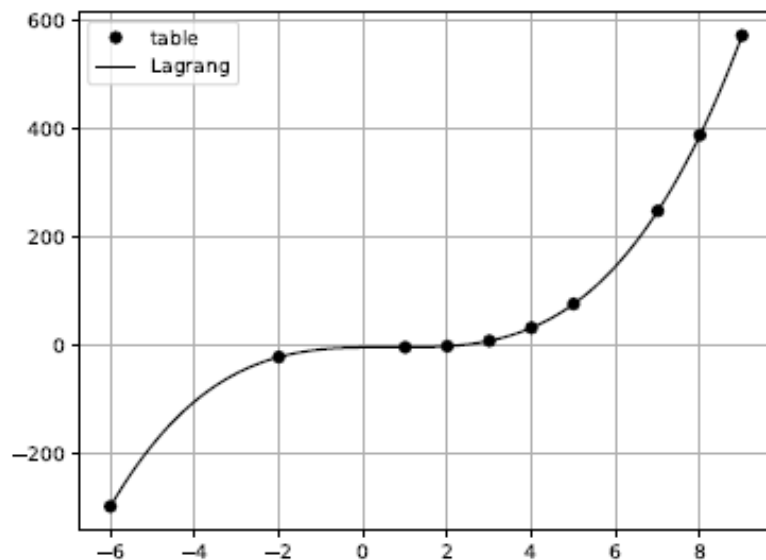


Рис. 2.6 Графічне представлення табличних значень та інтерполюючої функції з прикладу 1

2.4.2. Інтерполяційна формула Ньютона.

Для викладення теорії використано теоретичний матеріал з навчального посібника [11].

Інтерполяційна формула Ньютона дозволяє виразити інтерполяційний многочлен $L_n(x)$ через значення $f(x)$ в одному з вузлів і через поділені різниці функції $f(x)$, побудовані за вузлами x_0, x_1, \dots, x_n . Вона є різницевим аналогом формули Тейлора. [11]

Нехай у вузлах $x_k \in [a, b]$, $k = 0, 1, \dots, n$ відомі значення функції $f(x)$.

Припустимо, що серед точок x_k немає однакових. Поділеними різницями першого порядку називають відношення

$$f(x_i, x_j) = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_j - x_i}, \quad i, j = 0, 1, \dots, n, \quad i \neq j$$

Розглянемо поділені різниці, які складені за сусідніми вузлами. За цими поділеними різницями першого порядку можна побудувати поділені різниці другого порядку:

$$f(x_0, x_1, x_2) = \frac{f(x_1, x_2) - f(x_0, x_1)}{x_2 - x_0},$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = \frac{f(x_2, x_3) - f(x_1, x_2)}{x_3 - x_1}, \dots,$$

$$f(x_{n-2}, x_{n-1}, x_n) = \frac{f(x_{n-1}, x_n) - f(x_{n-2}, x_{n-1})}{x_n - x_{n-2}}.$$

Аналогічно визначаються поділені різниці більш високого порядку. Наприклад, якщо відомі різниці $(k - 1)$ -порядку, то поділена різниця k -го порядку визначається як

$$f(x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+k-1}, x_{j+k}) = \frac{f(x_{j+1}, x_{j+2}, \dots, x_{j+k}) - f(x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+k-1})}{x_{j+k} - x_j}.$$

Інтерполяційним многочленом Ньютона називають многочлен

$$P_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)f(x_0, x_1) + (x - x_0)(x - x_1)f(x_0, x_1, x_2) + \dots$$

$$\dots + (x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{n-1})f(x_0, x_1, \dots, x_n).$$

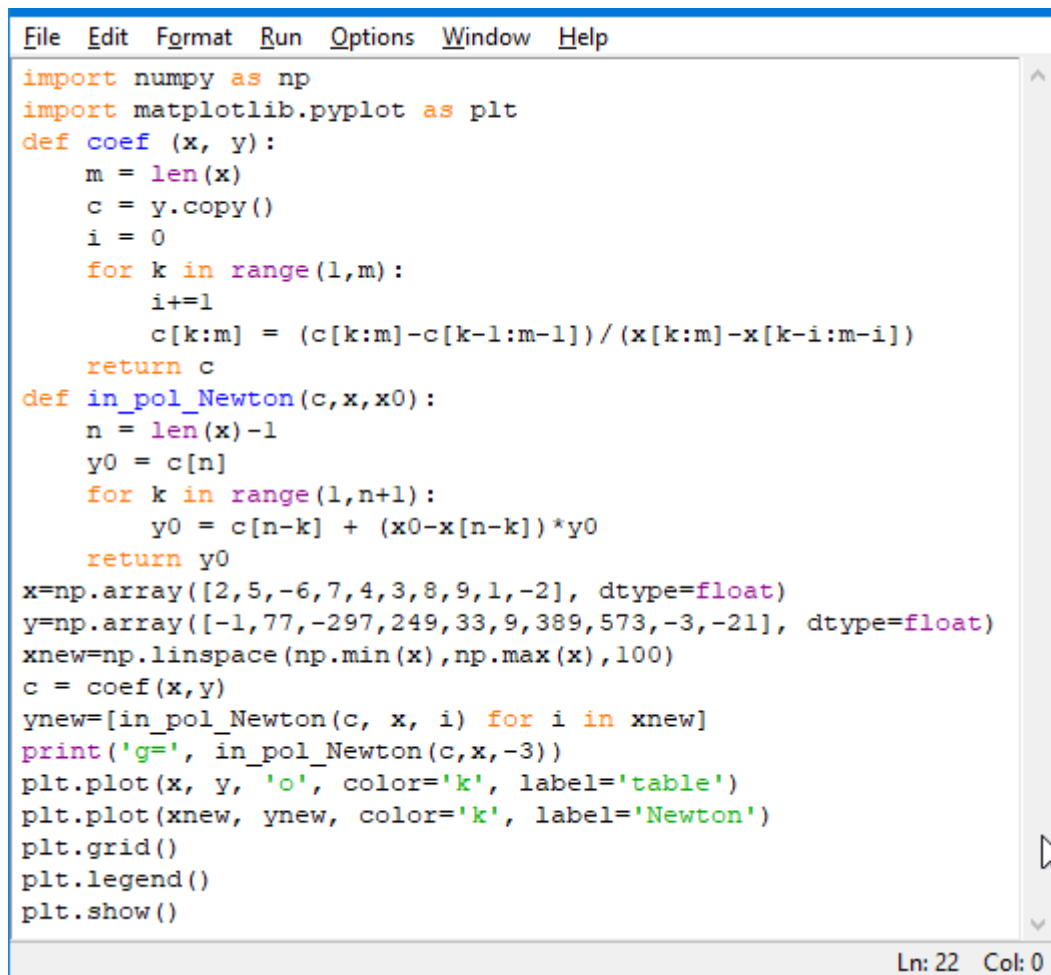
Інтерполяційну формулу Ньютона зручніше застосовувати у тому

випадку, коли інтерполюється одна й та ж функція $f(x)$, але кількість вузлів інтерполяції поступово збільшується. Якщо вузли інтерполяції фіксовані та інтерполюється не одна, а декілька функцій, то зручніше користуватися формулою Лагранжа. [11]

Приклад 2. Функція задана таблицею (дивиться приклад 1). Побудувати інтерполяційний многочлен Ньютона і знайти значення цієї функції у точці $x=-3$. Реалізувати розв'язання мовою програмування Python.

Розв'язання.

Код програми представлений на рисунку 2.7.

A screenshot of a Python IDE window with a menu bar (File, Edit, Format, Run, Options, Window, Help) and a code editor. The code defines two functions: 'coef(x, y)' which calculates the coefficients of the Newton polynomial, and 'in_pol_Newton(c, x, x0)' which evaluates the polynomial at a specific point. The main code block initializes arrays for x and y, generates a range of x values (xnew), and plots both the original data points and the Newton polynomial approximation. The status bar at the bottom right shows 'Ln: 22 Col: 0'.

```
File Edit Format Run Options Window Help
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
def coef (x, y):
    m = len(x)
    c = y.copy()
    i = 0
    for k in range(1,m):
        i+=1
        c[k:m] = (c[k:m]-c[k-1:m-1]) / (x[k:m]-x[k-i:m-i])
    return c
def in_pol_Newton(c,x,x0):
    n = len(x)-1
    y0 = c[n]
    for k in range(1,n+1):
        y0 = c[n-k] + (x0-x[n-k])*y0
    return y0
x=np.array([2,5,-6,7,4,3,8,9,1,-2], dtype=float)
y=np.array([-1,77,-297,249,33,9,389,573,-3,-21], dtype=float)
xnew=np.linspace(np.min(x),np.max(x),100)
c = coef(x,y)
ynew=[in_pol_Newton(c, x, i) for i in xnew]
print('g=', in_pol_Newton(c,x,-3))
plt.plot(x, y, 'o', color='k', label='table')
plt.plot(xnew, ynew, color='k', label='Newton')
plt.grid()
plt.legend()
plt.show()
Ln: 22 Col: 0
```

Рис. 2.7 Код програми, що реалізує інтерполяцію функції многочленом Ньютона з прикладу 2

Інтерполяція методом Ньютона реалізована двома функціями: coef(x, y)

і `in_pol_Newton(c, x, x0)`. Функція `coef(x, y)`, вхідними параметрами якої є масиви табличних даних, обчислює подільні різниці, тобто визначає коефіцієнти многочлена Ньютона. Функція `in_pol_Newton(c, x, x0)` буде інтерполяційний многочлен Ньютона і обчислює значення функції у заданій точці. Її вхідними параметрами є масиви коефіцієнтів c і вузлів x та задана абсциса x_0 . [11]. Графік представлений на рис. 2.8.

Результат виконання програми

$$g = -51.0$$

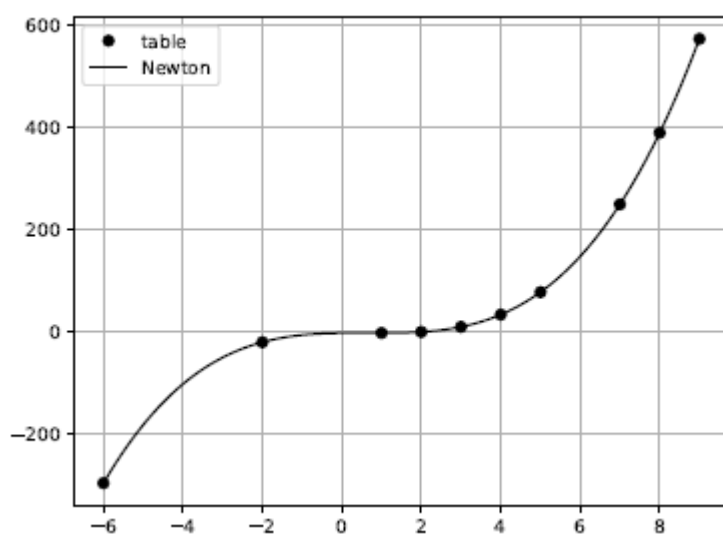


Рис. 2.8 Інтерполяція функції за методом Ньютона

2.4.3 Інтерполяція сплайнами.

Для викладення теорії використано теоретичний матеріал з навчального посібника [11] та конспекту лекцій [12].

Припустимо, що функція $y = f(x)$ задана на відрізку $[a, b]$ таблично на сітці $\Delta: a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$; її значення у вузлах x_i ($i = \overline{0, n}$) відповідно дорівнюють y_0, y_1, \dots, y_n , тобто $y_i = f(x_i)$ ($i = \overline{0, n}$).

Інтерполяційним сплайном першого порядку на сітці Δ називається неперервна на $[a, b]$ функція $S_1(f, x)$, яка є лінійною на кожному відрізку $[x_i, x_{i+1}]$ ($i = \overline{0, n-1}$) і задовольняє умови $S_1(f, x_i) = y_i$ ($i = \overline{0, n}$):

Кубічним інтерполяційним сплайном на сітці $\Delta: a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ називається функція $S_3(f, x)$, неперервна на $[a, b]$ разом із своєю першою та другою похідною, яка є кубічним поліномом на кожному з відрізків $[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n]$ і задовольняє умови

$$S_3(f, x_i) = y_i, \quad i = \overline{0, n}.$$

На кожному з відрізків $[x_{k-1}, x_k]$ будемо шукати функцію $s(x) = s_k(x)$ у вигляді многочлена третього степеня

$$s_k(x) = a_k + b_k(x - x_k) + \frac{c_k}{2}(x - x_k)^2 + \frac{d_k}{6}(x - x_k)^3, \quad (2.4)$$

$$x_{k-1} \leq x \leq x_k, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

де a_k, b_k, c_k, d_k – коефіцієнти, які потрібно знайти. Коефіцієнти сплайна записані у такому вигляді тому, що

$$a_k = s_k(x_k), \quad b_k = s'_k(x_k), \quad c_k = s''_k(x_k), \quad d_k = s'''_k(x_k).$$

З умов інтерполювання, неперервності сплайна та його першої і другої похідних отримуємо $4n-2$ рівняння для $4n$ невідомих. Два, ще необхідних рівняння, отримуємо при запису граничних умов для $s(x)$. Часто використовуються граничні умови $s''(a) = s''(b) = 0$. З цих умов можна отримати два рівняння $c_0 = c_n = 0$.

Коефіцієнти a_k знаходяться з умов інтерполювання

$$a_k = f(x_k), \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Введемо позначення: $h_k = x_k - x_{k-1}$. З повної системи рівнянь для визначення коефіцієнтів кубічного сплайну після алгебраїчних перетворень можна отримати систему рівнянь для визначення коефіцієнтів c_k

$$h_k c_{k-1} + 2(h_k + h_{k+1})c_k + h_{k+1}c_{k+1} =$$

$$= 6 \left(\frac{f(x_{k+1}) - f(x_k)}{h_{k+1}} - \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{h_k} \right),$$

$$k = 1, 2, \dots, n-1, \quad c_0 = c_n = 0.$$

За знайденими коефіцієнтами c_k коефіцієнти b_k і d_k визначаються за

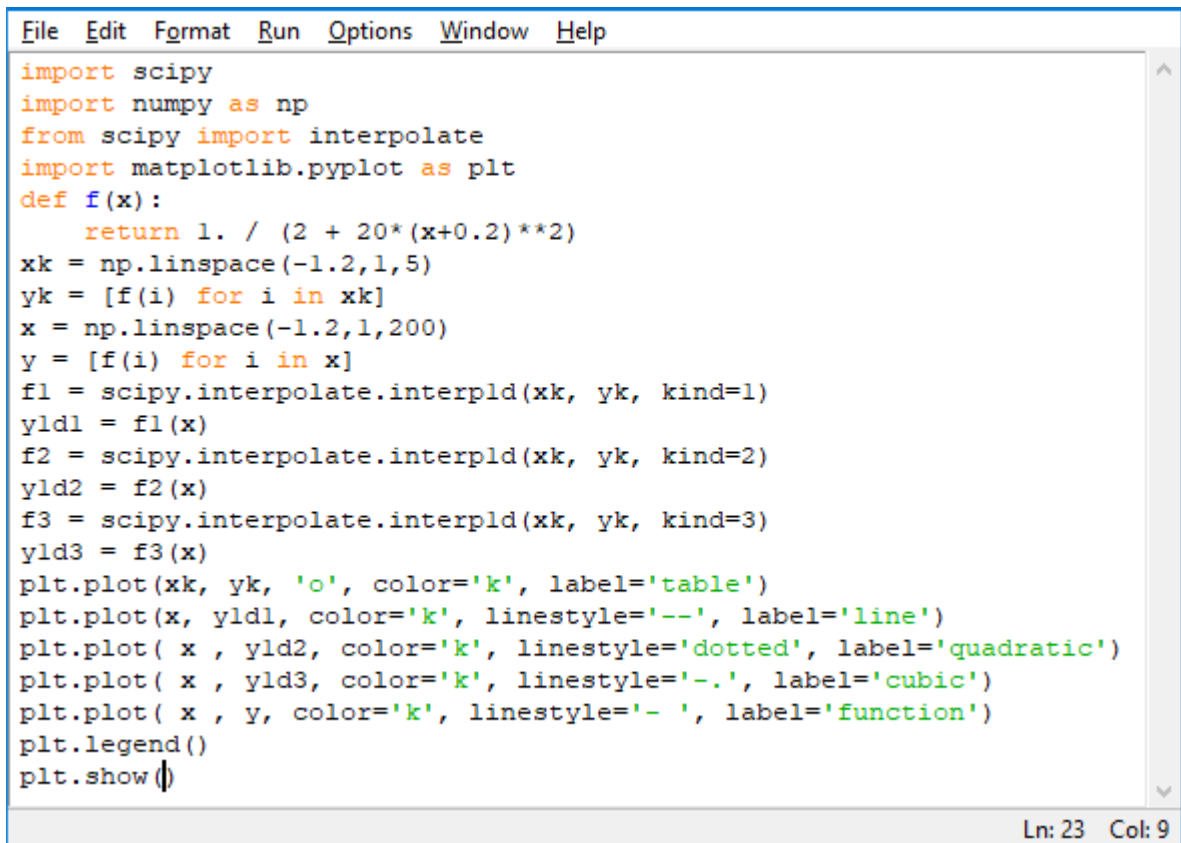
допомогою формул

$$d_k = \frac{c_k - c_{k-1}}{h_k}, \quad b_k = \frac{h_k}{2}c_k - \frac{h_k^2}{6}d_k + \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{h_k},$$
$$k = 1, 2, \dots, n.$$

Приклад 3. Виконайте інтерполяцію лінійним, квадратичним і кубічним сплайнами даних у 5 вузлах для функції $f(x) = (2+2(x+0.2)^2)^{-1}$ на інтервалі

[-1.2, 1]. Реалізувати інтерполювання мовою програмування Python.

Розв'язання. Код програми представлений на рисунку 2.9.



```
File Edit Format Run Options Window Help
import scipy
import numpy as np
from scipy import interpolate
import matplotlib.pyplot as plt
def f(x):
    return 1. / (2 + 20*(x+0.2)**2)
xk = np.linspace(-1.2,1,5)
yk = [f(i) for i in xk]
x = np.linspace(-1.2,1,200)
y = [f(i) for i in x]
f1 = scipy.interpolate.interpld(xk, yk, kind=1)
yld1 = f1(x)
f2 = scipy.interpolate.interpld(xk, yk, kind=2)
yld2 = f2(x)
f3 = scipy.interpolate.interpld(xk, yk, kind=3)
yld3 = f3(x)
plt.plot(xk, yk, 'o', color='k', label='table')
plt.plot(x, yld1, color='k', linestyle='--', label='line')
plt.plot(x, yld2, color='k', linestyle='dotted', label='quadratic')
plt.plot(x, yld3, color='k', linestyle='-.', label='cubic')
plt.plot(x, y, color='k', linestyle='-', label='function')
plt.legend()
plt.show()
```

Ln: 23 Col: 9

Рис. 2.9 Код програми, що реалізує інтерполяцію функції сплайнами з прикладу 3

Для реалізації сплайн-інтерполяції ми скористались пакетом `interpolate` бібліотеки `SciPy`. Так як бібліотека `SciPy` створена для роботи з масивами бібліотеки `NumPy`, останню теж необхідно підключити в програмі.

Клас `interp1d` в `scipy.interpolate` – це зручний метод для створення інтерполяційної сплайн-функції для фіксованих точок даних. За допомогою функції `interp1d` ми створили три функції `f1`, `f2` і `f3`. Ці функції для заданих масивів даних повертають функцію, виклик якої використовує інтерполяцію для пошуку нових значень точок при різних сплайнах: лінійному, квадратичному і кубічному. [11]

Масив вхідних даних з 5 вузлів побудований за допомогою функції `linspace` модуля `NumPy`.

Результат виконання програми представлений на рисунку 2.10.

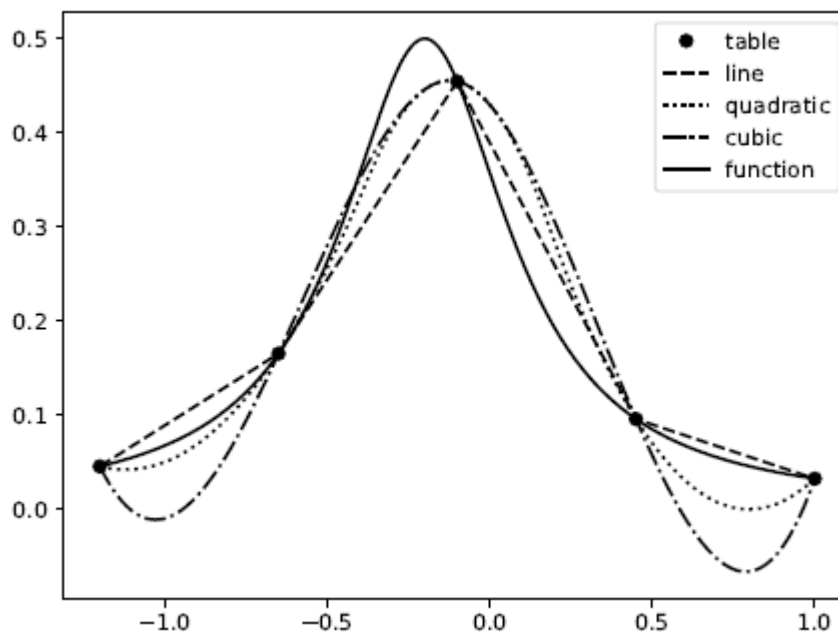


Рис. 2.10 Інтерполяція функції сплайнами

2.4.4 Метод найменших квадратів

Для викладення теорії використано теоретичний матеріал з навчального посібника [11] та конспекту лекцій [12].

Існує два головних підходи до апроксимації даних. При одному з них вимагають, щоб апроксимуюча крива (можливо кусково-гладка) проходила через всі точки, які задані таблицею. Це можна зробити з допомогою методів інтерполяції, які були розглянуті раніше. При іншому підході дані

апроксимують простою функцією, яка використовується при всіх табличних значеннях, але не обов'язково, щоб вона проходила через всі точки. Такий підхід зветься припасуванням кривої, яку прагнуть провести так, щоб її відхилення від табличних даних було мінімальним. Як правило, користуються методом найменших квадратів (МНК), тобто зводять до мінімуму суму квадратів різниць між значенням функції, яка визначена обраною кривою, та таблицею.

Припустимо, що з деяких міркувань ми вибрали вид емпіричної формули:

$$y = f(x, a_0, a_1, \dots, a_m). \quad (2.5)$$

Параметри a_0, a_1, \dots, a_m підлягають визначенню, причому ці параметри повинні бути підібрані таким чином, щоб емпірична функція (2.5) найкраще наближала експериментальну залежність.

Назвемо відхиленням e_i різницю між значенням функції (2.5) у точці x_i і експериментальним значенням у цій же точці y_i :

$$e_i = f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_m) - y_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.6)$$

Згідно з методом найменших квадратів найкращими значеннями параметрів $a_j, j = \overline{0, m}$, вважаються ті, для яких сума квадратів відхилень у всіх експериментальних точках буде мінімальною, тобто

$$\Phi(a_0, a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n [f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_m) - y_i]^2 \rightarrow \min_{a_j, j=0, m} \quad (2.7)$$

Умову (2.7) називають умовою найкращого середньоквадратичного наближення.

Щоб знайти значення параметрів a_0, a_1, \dots, a_m , скористаємося необхідними умовами мінімуму функції багатьох змінних. Вони полягають у рівності нулю частинних похідних першого порядку по параметрах a_0, a_1, \dots, a_m і дають систему $(m+1)$ рівнянь з $(m+1)$ невідомою, яка називається нормальною системою:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \end{cases} \quad (2.9)$$

а у разі наближення експериментальної залежності квадратичною функцією ($m = 2$)

$$y = P_2(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

нормальною системою є система

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i. \end{cases}$$

Приклад 4. Методом найменших квадратів побудувати функцію, апроксимуючу залежність, що задана таблицею

0	1	2	3	4	5
2,1	2,9	4,15	4,98	5,5	6

Реалізувати розв'язання мовою програмування Python.

Розв'язання. Для лінійного многочлена після розв'язання системи (2.9) отримуємо формули для знаходження коефіцієнтів:

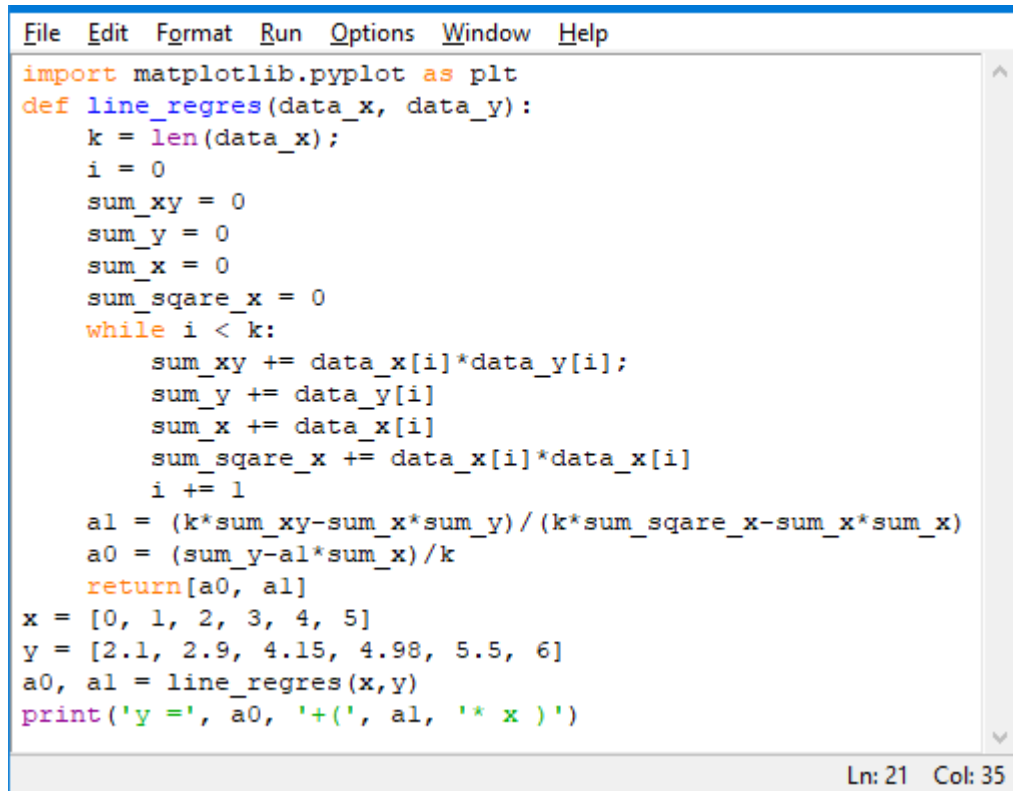
$$a_1 = \frac{(n+1) \sum_{k=0}^n x_k y_k - \sum_{k=0}^n x_k \sum_{k=0}^n y_k}{(n+1) \sum_{k=0}^n x_k^2 - \left(\sum_{k=0}^n x_k \right)^2},$$

$$a_0 = \frac{1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^n y_k - a_1 \sum_{k=0}^n x_k \right).$$

Код програми, яка обчислює ці коефіцієнти, представлено на рис. 2.11.

Результат виконання коду

$$y = 2.262380952380953 + (0.8037142857142856 * x)$$



```
File Edit Format Run Options Window Help
import matplotlib.pyplot as plt
def line_regres(data_x, data_y):
    k = len(data_x);
    i = 0
    sum_xy = 0
    sum_y = 0
    sum_x = 0
    sum_sqare_x = 0
    while i < k:
        sum_xy += data_x[i]*data_y[i];
        sum_y += data_y[i]
        sum_x += data_x[i]
        sum_sqare_x += data_x[i]*data_x[i]
        i += 1
    a1 = (k*sum_xy-sum_x*sum_y)/(k*sum_sqare_x-sum_x*sum_x)
    a0 = (sum_y-a1*sum_x)/k
    return[a0, a1]
x = [0, 1, 2, 3, 4, 5]
y = [2.1, 2.9, 4.15, 4.98, 5.5, 6]
a0, a1 = line_regres(x,y)
print('y =', a0, '+(', a1, '* x )')
```

Ln: 21 Col: 35

Рис. 2.11 Код програми, що знаходить лінійну апроксимуючу функцію

РОЗДІЛ 3

ВИМОГИ ДО КАДРОВОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ОБ'ЄКТУ ГАЛУЗІ

Фахівці, які володіють мовою Python і методами апроксимації, повинні мати як теоретичні знання, так і практичний досвід у таких аспектах.

1. Базові вимоги до знань Python

Мова програмування Python: володіння синтаксисом та основами програмування (цикли, умовні конструкції, функції, модулі).

Досвід роботи з бібліотеками для наукових обчислень, таких як: NumPy (для роботи з багатовимірними масивами і математичними операціями); SciPy (для інтеграції, оптимізації, інтерполяції тощо); SymPy (для символічних обчислень, включно з аналізом апроксимації).

Робота з бібліотеками для візуалізації даних: Matplotlib або Seaborn (для графічного аналізу апроксимаційних результатів).

Робота з середовищем: Розуміння використання інтерактивних середовищ, таких як Jupyter Notebook, або інтегрованих середовищ розробки (PyCharm, VS Code).

2. Теоретичні знання з методів апроксимації

Математичний апарат: основи лінійної алгебри (матриці, вектори, власні значення/вектори).

Теорія функцій і чисельний аналіз: поліноміальна апроксимація (наприклад, інтерполяція Лагранжа, методи найменших квадратів); спрямована апроксимація (наприклад, сплайни, методи Радон-Нікодима).

Розуміння помилок апроксимації, умов чисельних методів і способів їх мінімізації.

Статистичні методи: розуміння регресійного аналізу (лінійна, поліноміальна, нелінійна регресія); розрахунок кореляційних та регресійних коефіцієнтів.

3. Практичні навички

Реалізація алгоритмів апроксимації: написання власних функцій для

апроксимації або інтерполяції даних; використання готових інструментів (наприклад, `scipy.optimize.curve_fit`, `scipy.interpolate`).

Обробка даних: робота з великими наборами даних; попередня обробка даних (нормалізація, фільтрація шуму, заповнення пропусків).

Аналіз результатів: побудова графіків апроксимаційної кривої; оцінка точності апроксимації за допомогою метрик (наприклад, середньоквадратичне відхилення, середня абсолютна похибка).

4. Додаткові бажані компетенції

Оптимізація: використання методів чисельної оптимізації для налаштування апроксимаційних моделей; розуміння алгоритмів градієнтного спуску, генетичних алгоритмів тощо.

Машинне навчання: основи використання моделей машинного навчання для апроксимації (наприклад, нейронних мереж для нелінійної апроксимації).

Практичний досвід: реальні проекти, пов'язані з обробкою та апроксимацією даних.

5. Софт-навички

Аналітичне мислення та увага до деталей.

Вміння працювати з технічною документацією.

Здатність ефективно комунікувати результати роботи (графіки, пояснення).

Фахівці, які володіють Python і методами апроксимації, можуть знайти роботу в багатьох галузях, де важливими є аналіз, моделювання та оптимізація даних. Вони затребувані у науково-дослідницьких інститутах, де займаються моделюванням фізичних, хімічних або біологічних процесів. У промисловості їхні навички корисні для розробки та оптимізації технологічних процесів, наприклад, в енергетиці, машинобудуванні чи фармацевтиці.

В ІТ-секторі такі фахівці працюють над створенням аналітичних систем, розробкою алгоритмів для машинного навчання та аналізу великих

обсягів даних. У фінансовому секторі вони використовують свої знання для моделювання ризиків, прогнозування ринкових трендів і розробки інвестиційних стратегій. Також їхні навички потрібні в галузі геоінформаційних систем для аналізу просторових даних, в екології — для моделювання кліматичних змін або екосистем.

У медицині та біотехнологіях такі спеціалісти розробляють математичні моделі для аналізу геномів, прогнозування епідемій чи персоналізованої медицини. Крім того, їх залучають до освітніх проєктів, пов'язаних із викладанням програмування чи чисельних методів, а також у стартапи, які розробляють інноваційні рішення на основі даних.

Ці навички потрібні у багатьох сферах, оскільки вони дозволяють вирішувати реальні проблеми на основі даних. Ринок постійно розширюється, і попит на таких спеціалістів лише зростає.

РОЗДІЛ 4

МЕТОДИКА ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ У ГАЛУЗІ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ З РОЗРОБКИ ЦИФРОВИХ ОСВІТНІХ РЕСУРСІВ ДЛЯ ОСВІТНЬОГО МОДУЛЯ «ОСНОВИ ПРОГРАМУВАННЯ МОВОЮ PYTHON»

ДИДАКТИЧНИЙ ПРОЕКТ КОНСУЛЬТАТИВНОГО ЗАНЯТТЯ З ТЕМИ «АПРОКСИМАЦІЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ» ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ» ДЛЯ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ СПЕЦІАЛЬНОСТІ 015 ПРОФЕСІЙНА ОСВІТА (ЦИФРОВІ ТЕХНОЛОГІЇ)

4.1 Вихідні дані:

навчальний заклад: Бахмутський навчально-науковий професійно-педагогічний інститут Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна;

галузь знань: 01 Освіта / Педагогіка;

спеціальність: 015 Професійна освіта (Цифрові технології);

рівень вищої освіти: перший (бакалаврський);

дисципліна: «Математичне моделювання систем і процесів»;

тема: «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів»;

Отже, дисципліна містить такі характеристики як:

кількість кредитів – 6;

загальна кількість годин для вивчення дисципліни – для денної форми навчання 180 навчальних годин, з яких: 90 годин самостійної роботи та 90 годин аудиторних занять (38 годин лекційних занять, 24 години практичних занять та 28 годин лабораторних занять).

Форми контролю: іспит.

Великий обсяг навчального матеріалу, складність навчальних цілей та значна частка часу, відведеного на самостійну роботу студентів, вимагають особливої уваги до організації консультативних занять. Такі заняття є важливими для більш глибокого розуміння основних тем дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів» та сприяють кращому засвоєнню матеріалу, що дозволяє студентам уточнити складні моменти та сформувати практичні навички для подальшого використання знань у професійній діяльності.

4.2 Проектування цілей консультативного заняття

Визначення навчальних цілей є ключовим етапом у плануванні заняття, оскільки від цього залежить вибір методів, форм, засобів навчання та способів контролю. Навчальні цілі виконують роль основи, що формує всю структуру заняття, оскільки вони визначають, яких результатів повинні досягти студенти, та як ці результати впливають на вибір навчальних методів і організацію навчального процесу. Правильно сформульовані цілі дозволяють ефективно спрямовувати навчальний процес і забезпечують досягнення бажаних результатів у підготовці майбутніх фахівців.

Проектування цілей консультативного заняття представлено в табл. 4.1 [3].

Було визначено цілі консультативного заняття з теми «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів» у рамках дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів», що проводиться для здобувачів вищої освіти за спеціальністю 015 Професійна освіта (Цифрові технології).

Цілі консультативного заняття

Цілі консультативного заняття	Цілі формування різних рівнів засвоєння навчального матеріалу	Умови досягнення	Результат у вигляді дій здобувачів вищої освіти
1	2	3	4
1	З переліку визначень впізнавати основні поняття теми «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів», такі як: Апроксимація, Апроксимація функцій, Метод, уміти називати основні властивості моделей.	Базові знання з дисципліни «Апроксимація експериментальних залежностей методом Базові знання з дисципліни «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів» включають такі основні концепції: Апроксимація функцій, Метод найменших квадратів, Рівняння найменших квадратів, Форма лінійної апроксимації, Поліноміальна апроксимація, Оцінка якості апроксимації, Рішення системи рівнянь.	Правильно впізнані 3 переліку визначень основні поняття теми «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів», такі як: Апроксимація, Апроксимація функцій, Метод, уміти називати основні властивості моделей.
2	Уміти складати математичну модель фізичного процесу.	Виконання дій першого рівня: правильно названі з переліку основні поняття теми «Апроксимація експериментальних залежностей методом Базові знання з дисципліни «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів» включають такі основні концепції: Апроксимація функцій, Метод найменших квадратів, Рівняння найменших квадратів, Форма лінійної апроксимації, Поліноміальна апроксимація, Оцінка якості апроксимації, Рішення системи рівнянь.	Правильно складено математичну модель фізичного процесу.
3	Уміти самостійно оцінювати переваги та недоліки математичного моделювання.	Виконання дій першого і другого рівнів: Правильно складено математичну модель фізичного процесу.	Правильно самостійно оцінено переваги та недоліки математичного моделювання.

4.4 Визначення найбільш складних для розуміння та засвоєння питань

На цьому етапі ми зосередимося на виявленні найбільш складних аспектів для розуміння та засвоєння, що виникають під час вивчення даної теми [3].

Таблиця 4.2

Обрання питань для консультування та формулювання відповідей
на можливі питання

Теми (або тема) дисципліни	Зміст програми за кожною темою	Найбільш складні питання за темою	Відповіді на питання
1	2	3	4
«Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів».	1. Метод найменших квадратів. 2. Апроксимація функцій однієї змінної поліномом. 3. Апроксимація функцій однієї змінної узагальненим поліномом. 4. Апроксимація функцій однієї змінної елементарними функціями, відмінними від поліному. 5. Апроксимація функцій багатьох змінних методом найменших квадратів.	1.Що називається емпіричною функцією або емпіричною формулою?	1. Емпірична функція або емпірична формула — це математична модель, яка будується на основі спостережуваних або експериментальних даних, а не виводиться теоретичним шляхом. Вона використовується для апроксимації або опису певних закономірностей у даних, які не обов'язково можна виразити через стандартні математичні функції або рівняння.
		2.Що являє собою метод найменших квадратів?	2. Метод найменших квадратів (МНК) — це статистичний метод, який використовується для знаходження найкращого апроксимуючого рівняння (лінійного або нелінійного) для набору даних. Суть методу полягає в мінімізації суми квадратів відхилень (залишків) між спостережуваними

			значеннями та значеннями, що даються апроксимуючою моделлю.
		3. Яку назву у статистиці має метод що передбачає побудову математичної моделі для оцінки залежності однієї змінної від іншої?	3. Метод, що передбачає побудову математичної моделі для оцінки залежності однієї змінної від іншої, у статистиці називається регресійний аналіз.
		4.Що передбачає метод імітаційного моделювання?	4. Метод імітаційного моделювання передбачає створення математичної моделі реального або уявного процесу чи системи з метою аналізу її поведінки та прогнозування результатів у різних умовах. Імітаційне моделювання дозволяє вивчати складні системи, в яких важко або неможливо застосувати аналітичні методи через високу складність або невизначеність.

На цьому етапі ми виявили найбільш складні аспекти теми «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів» дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів», які можуть викликати труднощі в розумінні та засвоєнні матеріалу здобувачами вищої освіти спеціальності 015 Професійна освіта (Цифрові технології).

4.5. Вибір дидактичних методів активізації.

На наступному етапі ми виберемо ефективні методи для активізації навчальної діяльності здобувачів вищої освіти під час консультації. Це дозволить залучити студентів до більш глибокого осмислення матеріалу, сприятиме розвитку їх критичного мислення та навичок самостійного

вирішення завдань. Для цього планується використання різноманітних інтерактивних підходів, таких як дискусії, практичні завдання, аналіз реальних кейсів та інші методи, що активізують навчальний процес і допоможуть краще засвоїти теми дисципліни [1].

Таблиця 4.3

Методи активізації навчальної діяльності здобувачів вищої освіти на
консультації

Дидактичні методи	Реалізація методів при проведенні консультаційного заняття
1	2
Методи підвищення наочності	Використання інтерактивної дошки та мультимедійного проектора для демонстрації слайдів з теми «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів».
Мотиваційні методи	Для реалізації мотивації використаємо: тип: внутрішня мотивація; вид: вступна мотивація; метод: мотивуючий вступ; прийом: віднесення до особистості. «На сьогоднішньому занятті ми проведемо консультацію за темою «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів». Для Вас, як майбутніх фахівців комп'ютерної галузі, ця тема є дуже важливою, оскільки для успішної професійної діяльності вам необхідно здобути навичок розробки цифрових технологій, створення моделювання систем і технологій та також створення, впровадження та підтримка професійно-орієнтованих комп'ютерних технологій у професійної діяльності. Від того, наскільки ви добре знатимете ці питання, будуть залежати і ваша фахова репутація, і затребуваність як висококваліфікованого фахівця. Нині необхідно розв'язувати конкретні задачі застосування сучасних цифрових технологій під час проектування та створення інформаційних ресурсів у інформаційному просторі мережі Інтернет. Тому, пропоную вам уважно й активно працювати на консультації та з'ясувати всі незрозумілі питання».
Проблемні методи	Використання проблемного питання. Проблемне питання: 1. Назвіть етапи побудови емпіричної формули. 2. Базуючись на чому обирають вид емпіричної формули? 3. Згідно з якою умовою обираються значення параметрів емпіричної формули методом найменших квадратів? Як ви вважаєте, чи допомогли ці методи зробити навчання більш доступним, чи, навпаки, ускладнили процес засвоєння нового матеріалу?
Комунікативні методи	Основною особливістю комунікативного методу є його комунікативна складова, що охоплює кілька ключових аспектів, які забезпечують ефективне сприйняття матеріалу:

	<p>Зацікавлюючий вступ – початок виступу має бути таким, щоб привернути увагу слухачів, пробуджуючи їх цікавість і налаштовуючи на подальше сприйняття теми.</p> <p>Чітка дикція – важливо, щоб слова були вимовлені чітко і зрозуміло, щоб слухачі могли легко сприймати інформацію без необхідності додаткових зусиль для розуміння.</p> <p>Контроль емоцій – уміння зберігати спокій та володіти собою допомагає виступаючому зберігати ясність думок, а слухачам зосередитись на змісті доповіді, а не на емоціях доповідача.</p> <p>Зоровий контакт – створює враження впевненості в своїх словах та зацікавленості до слухачів, що сприяє кращій взаємодії та дозволяє будувати більш відкриту і довірливу атмосферу.</p> <p>Сила голосу – врахування кількості слухачів, рівня шуму, а також важливості і контексту доповіді дозволяє коректно регулювати голос для кращого донесення інформації і підтримання уваги.</p> <p>Логічне розкриття теми – структуроване викладення матеріалу дозволяє слухачам краще зрозуміти основні ідеї, а також запам'ятати найважливіші аспекти доповіді.</p> <p>Переконлива мова – використовувана мова має бути не лише зрозумілою, але й переконливою, щоб слухачі могли сприймати і осмислювати матеріал серйозно та з належною увагою.</p> <p>Завдяки цим складовим комунікативний метод забезпечує більш ефективну передачу знань, стимулюючи активне навчання і покращуючи взаємодію між викладачем та студентами.</p>
--	--

Отже, ми визначили та обрали найбільш ефективні методи активізації навчальної діяльності під час консультації. Ці методи спрямовані на залучення студентів до активної участі в процесі навчання, стимулюючи їх до глибшого осмислення матеріалу, розвитку критичного мислення та самостійної роботи. Використання таких методів допоможе створити сприятливі умови для кращого засвоєння теми та підвищення мотивації студентів до навчання.

4.6 Вибір способів організації консультативного заняття

Необхідно вибрати відповідні способи організації консультативного заняття, враховуючи інформацію, подану в таблиці 4.4. Цей вибір передбачає аналіз різних варіантів організації, що дозволить максимально ефективно реалізувати навчальні цілі та забезпечити оптимальні умови для засвоєння матеріалу [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

Варіанти організації консультативного заняття

№ варіанта	Етапи організації заняття	Характеристика варіанта
1	2	3
1	<ul style="list-style-type: none"> - Вступне слово викладача – коротке представлення теми, пояснення її значущості та актуальності. - Відповіді на запитання здобувачів вищої освіти та обговорення їх – активне взаємодія з аудиторією, спрямоване на з'ясування непорозумінь і поглиблення розуміння теми. - Заключне слово викладача – підбиття підсумків, наголошення на головних моментах і підготовка до самостійної роботи. 	<p>Основним недоліком цього підходу є відсутність чіткої організації запитів, що надходять від студентів. Питання можуть бути сформульовані без дотримання логічної послідовності, що призводить до хаосу під час обговорення. Це ускладнює процес відповіді на запитання і може негативно вплинути на ефективність консультації, знижуючи якість сприйняття інформації.</p>
2	<ul style="list-style-type: none"> - Збір запитань в письмовій формі до лекції, їх систематизація – надає можливість кожному здобувачу висловити свої питання без боязні публічних виступів. - Відповіді на запитання, що надійшли – детальне пояснення запитів студентів та надання корисних роз'яснень. - Відповіді на додаткові питання – розгляд додаткових запитів, що можуть виникати в процесі навчання. - Обмін думками – сприяє розвитку критичного мислення, дозволяє студентам висловлювати свої ідеї й обговорювати їх з іншими. - Висновки – підсумковий етап, на якому акцентуються ключові моменти теми. 	<p>На відміну від цього методу, інші підходи дозволяють викладачу групувати питання і відповідати на них у певній послідовності. Така організація роботи дає змогу студентам легше засвоювати матеріал, оскільки вона забезпечує логічну послідовність у поясненнях, зменшуючи можливість виникнення плутанини.</p>
3	<ul style="list-style-type: none"> - Видача завдань на самостійне вивчення матеріалу теми – завдання допомагають студентам систематизувати знання та підготуватись до наступних етапів навчання. - Підготовка запитань лектору – стимулює активну участь студентів у навчальному процесі. - Обговорення відповідей – забезпечує поглиблене засвоєння матеріалу. 	<p>Такий формат консультування спрямований на детальне роз'яснення складних аспектів навчального матеріалу. Це важливий інструмент для надання додаткової інформації та допомоги студентам у вирішенні проблем, які можуть виникнути під час вивчення складних тем. Наукові семінари, як один із методів консультування, надають можливість глибше зрозуміти матеріал і розвивати критичне мислення, що є важливим для фахівців у сучасному світі.</p>

4	<ul style="list-style-type: none"> - Повідомлення теми – чітке визначення мети заняття і надання загального контексту. - Консультування кількома фахівцями з актуальних питань науки і нової техніки – дає можливість здобувачам отримати різні точки зору та поглибити розуміння теми через практичний досвід фахівців. 	<p>Заняття такого типу, особливо для спеціальних дисциплін, дозволяють не лише розглядати різні підходи до вирішення питань, але й створюють умови для активного обміну думками між студентами та науковцями. Це сприяє розвитку інтелектуального потенціалу студентів, стимулюючи їх до більш глибокого осмислення наукових проблем та активної участі в наукових дискусіях.</p>
---	--	---

Згідно з даними таблиці, ми вибираємо перший варіант організації консультативного заняття, який передбачає, що викладач надає детальні пояснення з тих питань, які викликали труднощі у здобувачів вищої освіти. Цей підхід дозволяє сфокусуватися на найбільш складних аспектах навчального матеріалу та забезпечити студентам необхідні роз'яснення для кращого розуміння теми.

4.7 Розробка сценарію проведення консультативного заняття

На наступному етапі ми надаємо розроблений сценарій проведення консультативного заняття, що відповідає обраному варіанту організації, згідно з даними таблиці 4.5. Цей сценарій включає в себе структуру заняття, план пояснення складних аспектів навчального матеріалу та методи активізації діяльності здобувачів, що допомагають ефективно засвоїти важливі теми [3].

Таблиця 4.5

Сценарій консультативного заняття

Етапи проведення консультативного заняття	Дії викладача	Дії здобувачів вищої освіти
1	2	3
Організаційний момент	Викладач розпочинає заняття привітанням, перевіряє присутність здобувачів вищої освіти за списком, визначаючи їх	Під час цього етапу викладач також налаштовує студентів на продуктивну навчальну діяльність, створюючи позитивну

	готовність до консультації.	атмосферу для активного сприйняття матеріалу.
Повідомлення теми і мети консультації	Викладач презентує тему заняття «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів» та чітко формулює мету: «Розвиток здатності застосовувати математичні методи моделювання для ефективної організації навчального процесу, зокрема в контексті інтерактивної взаємодії між людиною і комп'ютером».	Здобувачі вищої освіти записують тему та цілі заняття, обговорюють важливість і актуальність теми для їхньої подальшої професійної діяльності, налаштовуються на активне засвоєння матеріалу.
Мотивація мети	Викладач підкреслює важливість вивчення теми: «Сьогодні ми проведемо консультацію за темою «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів». Ця тема є надзвичайно актуальною для вас, як майбутніх фахівців, оскільки набуття навичок роботи з математичними моделями, ефективне поєднання мультимедійних елементів, а також здатність створювати і підтримувати професійно орієнтовані комп'ютерні технології – це важливі складові вашої майбутньої кар'єри. Ваші знання в цих сферах безпосередньо впливатимуть на вашу професійну репутацію і попит на ваші послуги як кваліфікованого спеціаліста. Враховуючи актуальність застосування сучасних інформаційних технологій у проектуванні та створенні інформаційних ресурсів для інтернет-простору, важливо мати глибокі знання. Тому закликаю вас активно долучитися до консультації і не залишати без відповіді жодних питань».	Здобувачі вищої освіти усвідомлюють важливість та актуальність консультації за цією темою, що сприяє формуванню їхнього інтересу до матеріалу. Вони виражають бажання активно працювати, задавати питання та брати участь у обговореннях, що свідчить про їхню готовність до глибшого розуміння предмета і застосування отриманих знань у професійній діяльності.
Актуалізація базових знань	Викладач проводить фронтальне усне опитування з метою перевірки базових знань: 1. Назвіть етапи побудови емпіричної формули. 2. Базуючись на чому обирають вид емпіричної формули?	Здобувачі вищої освіти беруть участь у опитуванні та відповідають на поставлені питання Передбачувані відповіді: 1. Етапи побудови емпіричної формули включають:

	3. Згідно з якою умовою обираються значення параметрів емпіричної формули методом найменших квадратів?	Збір та аналіз експериментальних даних. Вибір виду функції. Апроксимація даних.
		Підбір параметрів. Перевірка адекватності моделі. Удосконалення моделі. Інтерпретація результатів. 2. Вибір виду емпіричної формули базується на кількох основних чинниках: Тип залежності між змінними: Оцінка того, яка форма залежності найбільше підходить для аналізу даних. Теоретичні припущення: Існуючі теорії або наукові уявлення, що підказують, яку форму повинна мати функція. Наприклад, в фізиці, хімії чи біології можуть бути відомі типи функцій, які описують поведінку систем. Попередній досвід і знання. Аналіз графічного вигляду даних. Метод апроксимації. Зручність. Кількість та якість даних. Загалом, вибір виду емпіричної формули залежить від поєднання теоретичних припущень, аналізу даних і вибору найбільш підходящих методів для апроксимації та моделювання. 3. Значення параметрів емпіричної формули обираються методом найменших квадратів згідно з умовою мінімізації сумарної квадратичної похибки між експериментальними даними та значеннями, які передбачає модель. Тобто, метою є мінімізація різниці між реальними спостереженнями та апроксимованими значеннями функції.
Формування ООД	Викладач проводить консультацію згідно з наведеним нижче планом за допомогою методів: розповідь та пояснення. План 1. Метод найменших квадратів. 2. Апроксимація функцій однієї	Зосереджуються на поясненнях викладача, активно слухають та роблять конспекти.

	<p>змінної поліномом.</p> <p>3. Апроксимація функцій однієї змінної узагальненим поліномом.</p> <p>4. Апроксимація функцій однієї змінної елементарними функціями, відмінними від поліному.</p> <p>5. Апроксимація функцій багатьох змінних методом найменших квадратів.</p>	
<p>Визначення проблемних моментів під час вивчення питань теми та формування ВД</p>	<p>Викладач запитує здобувачів вищої освіти про незрозумілі питання, які виникли у них під час самостійного вивчення теми, та відповідає на поставлені запитання:</p> <p>1. Методи апроксимації функцій – методи наближеної заміни заданої складної функціональної залежності більш простою функцією (алгебраїчним поліномом, тригонометричним поліномом і іншими функціями), яку можна побудувати за допомогою методу найменших квадратів.</p> <p>2. Однією з важливих задач в інженерній практиці є задача відшукування закономірностей в явищах природи і процесах. Засобом для цього є накопичення експериментальних даних і за їх допомогою одержання деяких відомостей про закони, яким підпорядковуються ці явища або процеси.</p>	<p>Здобувачі вищої освіти запитують:</p> <p>1. Що розуміють під Методи апроксимації функцій?</p> <p>2. Що є однією з важливих задач в інженерній практиці?</p> <p>Роздивляються слайди та плакат. Занотовують найважливіші положення. Беруть участь у бесіді за темою, надають відповіді на питання, доповнюють та уточнюють відповіді товаришів.</p>
<p>Підведення підсумків</p>	<p>Викладач підводить підсумки проведення консультації: «Сьогодні ми розглянули незрозумілі вам питання теми для самостійного вивчення. Зараз перевіримо як ви засвоїли незрозумілий вам матеріал. Скажіть, що ж таке «Апроксимація»?»</p> <p>Після завершення обговорення відповідей викладач підсумовує основні моменти заняття, наголошуючи на ключових аспектах теми. Наприкінці, подякувавши студентам за</p>	<p>Здобувачі вищої освіти слухають, відповідають:</p> <p>Апроксимація (approximation) взагалі – це наближений опис однією функцією (апроксимуючою) заданого вигляду іншої функції (апроксимованої), яка задається у будь-якому вигляді (при апроксимації даних вона задається у вигляді масивів даних).</p> <p>Здобувачі вищої освіти прощаються.</p>

	активну участь, викладач прощається: «Заняття завершено, дякую за вашу увагу та активність. Бажаю успіхів у подальшому навчанні, до зустрічі!»	
--	--	--

Таким чином, на цьому етапі ми завершили розробку сценарію консультативного заняття, враховуючи обраний метод організації. Це дозволяє забезпечити структуровану та ефективну взаємодію з здобувачами вищої освіти, сприяючи глибшому засвоєнню матеріалу та досягненню навчальних цілей.

На завершальному етапі роботи надається контурний конспект з теми «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів» в межах дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів» для здобувачів вищої освіти за спеціальністю 015 Професійна освіта (Цифрові технології).

Контурний конспект є збіркою ключових моментів та основних понять, що формують структуру вивчення теми. Він складається з взаємопов'язаних опорних сигналів, які систематизують основну інформацію з теми. За форматом конспект поділяється на два типи: повний і контурний (опорний).

Повний конспект містить усі необхідні деталі й нові відомості, в той час як контурний фокусується на основних положеннях, зосереджуючи увагу на ключових моментах, часто у вигляді таблиць, графіків, аббревіатур та акцентів.

Контурний конспект допомагає здобувачам освіти ефективно засвоїти важливі етапи процесу апроксимації експериментальних залежностей методом найменших квадратів, підвищуючи їх здатність до критичного аналізу та застосування методів математичного моделювання в професійній діяльності. Інформація, представлена в конспекті, сприяє глибшому розумінню теми та допомагає організувати подальше навчання. Детальний контурний конспект заняття з цієї теми представлено у Додатку А.

ВИСНОВКИ

На основі узагальненого матеріалу зроблено такі висновки:

1. Реалізовано мету й завдання дослідження, що дало змогу виявити й розкрити стан досліджуваної наукової проблеми.

2. У процесі роботи уточнено й систематизовано базові поняття, які визначають сутність та структуру професійної підготовки фахівців у галузі цифрових технологій до створення навчальних ресурсів із програмування методів апроксимації функцій мовою Python. Виокремлено пріоритетні напрями вдосконалення професійних компетентностей.

3. Доведено актуальність підготовки фахівців цифрових технологій до розробки відповідних навчальних ресурсів, що є важливим аспектом сучасної професійної педагогіки.

4. Проведено аналіз актуальності проблеми й обґрунтовано важливість розвитку професійних компетенцій, необхідних для роботи в освітньому середовищі на основі програмування мовою Python.

5. Представлено характеристику системи професійної підготовки фахівців, яка охоплює організаційні, методичні та змістовні аспекти роботи, спрямованої на формування вмінь розробляти навчальні ресурси з акцентом на методи апроксимації функцій.

6. Надана характеристика та аналіз нормативно-методичної документації з дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів». Як альтернативний варіант реалізації практичних завдань запропоновано програмування методів апроксимації функцій однієї змінною мовою Python.

7. Розглянуто основні типи задач, які вирішуються методами апроксимації, та особливості програмування методів апроксимації мовою Python.

8. Розроблено програмне забезпечення мовою Python, що реалізує методи апроксимації функцій однієї змінної.

9. Розглянуто питання перспективного розвитку кар'єри для фахівця,

який володіє мовою програмування Python і методами апроксимації.

10. Розроблено дидактичний проєкт консультативного заняття з теми «Апроксимація експериментальних залежностей методом найменших квадратів» дисципліни «Математичне моделювання систем і процесів».

Сформульовано основні цілі консультативного заняття, які визначають його мету та напрямок. Обрано відповідні методи активізації навчальної діяльності здобувачів вищої освіти під час консультації, що сприятимуть залученню студентів до активної участі. Здійснено вибір оптимальних способів організації консультативного заняття, що дозволяє ефективно представити матеріал. Розроблено детальний сценарій проведення консультації відповідно до вибраного формату її організації.

За основними результатами дослідження виконана публікація тез доповіді на VIII Міжнародній науково-практичній конференції здобувачів вищої освіти та молодих учених «Студенти та молодь – для майбутнього країни» (м. Харків, 14-15 листопада 2024 р.). Текст тез доповіді наведено у додатку Б.