

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Навчально-науковий інститут «Українська інженерно-педагогічна академія»
Кафедра (автоматизації, метрології та енергоефективних технологій)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

магістра

на тему

«Застосування регресійного аналізу для визначення параметрів градувальних характеристик засобів вимірювань»
(тема кваліфікаційної роботи)

Виконав: студент 2 курсу, групи ЗІВс24мг
спеціальності: 175 Інформаційно-вимірю-
(шифр і назва напрямку підготовки, спеціальності)

вальні технології

_____/Сергій ЦАЛЮК
(підпис) (ім'я та прізвище)

Керівник _____/Наталія АНТОНЕНКО
(підпис) (ім'я та прізвище)

Рецензент _____/Антон СКОРКІН
(підпис) (ім'я та прізвище)

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри _____/Геннадій КАНЮК
(підпис) (ім'я та прізвище)

Нормоконтроль _____/Євген КЛЮЧКА
(підпис) (ім'я та прізвище)

Секретар ЕК _____/Євген КЛЮЧКА
(підпис) (ім'я та прізвище)

Харків – 2025 рік

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. В.Н. КАРАЗІНА

Навчально-науковий інститут «Українська інженерно-педагогічна академія»
Кафедра автоматизації, метрології та енергоефективних технологій
Спеціальність 175 Інформаційно-вимірювальні технології
Освітньо-професійна програма «Якість, стандартизація та сертифікація»

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри

(підпис)

д.т.н., проф. Геннадій КАНЮК
« ____ » _____ 2025 р.

ЗАВДАННЯ
на кваліфікаційну роботу (дипломну роботу/дипломний проєкт)
другого (магістерського) рівня вищої освіти

здобувачу вищої освіти _____ Сергію ЦАЛЮКУ
(ім'я, прізвище)

1. Тема «Застосування регресійного аналізу для визначення параметрів градуювальних характеристик засобів вимірювань»
затверджена наказом по університету № 4801-5/3665 від 06.10.2025 р.
2. Термін здачі закінченої роботи «10» грудня 2025 р.
3. Вихідні дані до роботи/проєкту: Закони України, Постанови Верховної Ради, Постанови Кабінету Міністрів, теоретичні та практичні розробки вітчизняних та зарубіжних авторів за темою роботи, періодичні видання, статистичні дані, галузева нормативна документація, технологічна документація.
4. Зміст роботи/проєкту (перелік питань, що їх належить розробити): Вступ. Особливості методу індивідуального градуювання засобів вимірювальної техніки. Оцінювання показників точності методик та результатів вимірювань. Побудова лінійних градуйованих характеристик методом найменших квадратів. Висновки
5. Перелік графічного матеріалу (презентаційний матеріал): Презентація, виконана в програмі Microsoft PowerPoint
6. Консультант:

Розділ	Консультант	Підпис, дата		Оцінка (бали)
		Завдання видав	Завдання прийняв	
1-3	К.т.н., доц. Наталія АНТОНЕНКО			

7. Дата видачі завдання «06» жовтня 2025 р.

Керівник роботи

(підпис) Наталія АНТОНЕНКО
(ім'я, прізвище)

Завдання прийняв до виконання

(підпис) Сергій ЦАЛЮК
(ім'я, прізвище)

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН-ГРАФІК
виконання кваліфікаційної роботи
(дипломної роботи/дипломного проєкту)

№ з/п	Назва етапів роботи та питань, які мають бути розроблені відповідно до завдання	Термін виконання	Позначки керівника про виконання завдань
1	Аналітичний огляд публікацій за темою роботи	06.10.2025 – 15.10.2025	вик.
2	Особливості методу індивідуального градування засобів вимірювальної техніки.	16.10.2025 – 05.11.2025	вик.
3	Оцінювання показників точності методик та результатів вимірювань.	06.11.2025 – 16.11.2025	вик.
4	Побудова лінійних градуйованих характеристик методом найменших квадратів	16.11.2025 – 25.11.2025	вик.
5	Формулювання висновків по роботі. Оформлення пояснювальної записки та презентації	до 10.12.2025	вик.

Здобувач вищої освіти

(підпис) Сергій ЦАЛЮК
(ім'я, прізвище)

Нормоконтроль

(підпис) Євген КЛЮЧКА
(ім'я, прізвище)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка дипломної роботи складає: 75 сторінок, 9 рисунків, 19 таблиць, 37 переліків посилань.

Ключові слова: ГРАДУЮВАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА, ЗАЗВБ ВИМІРЮВАННЯ, КОМПЕНСАЦІЯ ЗВСТЕМАТИЧНОЇ ПОХИБКИ, МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ.

Об'єктом дослідження є процедура градуювання засобів вимірювання, що забезпечує зменшення його систематичної погрішності.

Цель магістерської дисертації – провести експериментальну обробку результатів нерівнодисперсних вимірювань, отриманих набором із п'яти цифрових мультиметрів, з метою побудови дослідження їх градуювальних характеристик.

У процесі роботи проведено огляд методів побудови градуювальних характеристик засобів вимірювання на основі регресійного аналізу, проведено оцінку точності методики виконання вимірювань з урахуванням впливових факторів. Було також проведено оцінку відтворюваності результатів, виміряних різними екземплярами засобів вимірювання одного типу, і побудовані їх градуювальні характеристики за експериментальними даними.

В результаті роботи була підтверджена доцільність градуювання засобів вимірювання з метою зменшення систематичної похибки.

ABSTRACT

An explaining message consists of: 75 pages, 9 pictures, 19 tables, 37 lists of references.

Keywords: GRADUATED CHARACTERISTICS, MEASURING INSTRUMENT, COMPENSATION OF SYSTEMATIC ERROR, LEAST SQUARES METHOD.

The object of the study is the calibration procedure of measuring instruments, which ensures the reduction of its systematic error.

The purpose of the master's thesis is to conduct experimental processing of the results of non-uniform measurements obtained by a set of five digital multimeters in order to construct a study of their calibrated characteristics.

In the process of the work, a review of methods for constructing calibrated characteristics of measuring instruments based on regression analysis was conducted, the accuracy of the measurement methodology was assessed taking into account influential factors. The reproducibility of the results measured by different instances of measuring instruments of the same type was also assessed, and their calibrated characteristics were constructed based on experimental data.

As a result of the work, the feasibility of calibrating measuring instruments in order to reduce the systematic error was confirmed.

Degree of implementation: the results of the work are used in organizing the calibration process of digital multimeters, carried out in the calibration laboratory of JSC NPF "Mikran".

ЗМІСТ

ВСТУП	8
РОЗДІЛ 1 ОСОБЛИВОСТІ МЕТОДУ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ГРАДУЮВАННЯ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ.....	9
1.1 Способи підвищення точності вимірів	9
1.2 Градуїзовані характеристики засобів вимірювальної техніки.....	12
1.2.1 Завдання побудови градуювальних характеристик засобів вимірювальної техніки	13
1.2.2 Порядок побудови градуювальної характеристики	14
1.2.3 Методи побудови градуювальної характеристики	16
1.2.4 Регресійний аналіз. Метод найменших квадратів.....	19
1.3 Об'єднання результатів вимірів.....	21
1.3.1 Найкраща оцінка множини вимірювань	21
1.3.2 Середнє (зважене) значень	23
Висновки по розділу	27
РОЗДІЛ 2 ОЦІНЮВАННЯ ПОКАЗНИКІВ ТОЧНОСТІ МЕТОДИК ТА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ.....	28
2.1 Оцінювання точності методики (виконання) вимірів	28
2.2 Внутрішньолабораторні фактори.....	35
2.3 Методика оцінки відтворюваності.....	37
2.4 Внутрішньолабораторне дослідження щодо оцінки проміжної прецизійності.....	38
Висновки по розділу	51

РОЗДІЛ 3 ПОБУДОВА ЛІНІЙНИХ ГРАДУЙОВАНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ	52
3.1 Введення виправлення в результат вимірювання	59
3.2 Розрахунок СКВ результату вимірювання та СКВ поправки	61
3.3 Оцінка відтворюваності результатів вимірів різними екземплярами засобів вимірів	64
Висновки по розділу	68
ВИСНОВКИ	69
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	71

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ І ПОЗНАЧЕНЬ

ГХ – градувальна характеристика

ЗВ – засіб виміру;

КТ – контрольна точка;

МВВ – методика виконання вимірювань;

МНК – метод найменших квадратів;

МП – метрологічні показники;

НД – нормативний документ;

НП – невизначеність;

РВ – результат вимірювань

СКВ - середнє квадратичне відхилення;

ВСТУП

Підвищення вимог до якості продукції та ефективності виробництва, внаслідок розвитку науки і техніки, потягнуло за собою конструктивні зміни вимог до вимірювань. Один із основних аспектів цих вимог – надання достатньо достовірної оцінки погрішності вимірювань.

Недолік відомостей, наведених про точність вимірювань, або малодостовірні її оцінки повністю або в більшій мірі охоплюють інформацію про якість продукції, властивості та характеристики об'єктів, про ефективність технологічних процесів і т.п., отриману за результатами вимірювань.

Недостовірна оцінка погрішності результатів вимірювань тягне за собою технічні несправності, а іноді викликає фінансові втрати. Прагнення звести похибку до мінімуму – один із характерних напрямків розвитку практичної метрології. Ця спрямованість грає найбільшу роль там, де необхідна точність вимірів наближається до точності, яка може забезпечити еталони.

Ціль роботи є підходом до обробки експериментальних даних, отриманих для засобів вимірювання (ЗВ) одного типу, що дозволяє побудувати їх градуовальну характеристику з мінімізованою складовою системи погрішності.

У першому розділі розглянуті способи підвищення точності вимірювань, а саме метод побудови градуировочной характеристики.

У другому розділі проведена оцінка точності методики виконання вимірювань, шляхом розрахунку проміжткової прецизійності.

Третій розділ містить експериментальні дослідження внесення поправки в покази п'яти екземплярів мультиметрів. Результати експериментальних досліджень були оброблені методом регресійного аналізу для визначення параметрів градуовальних характеристик.

РОЗДІЛ 1 ОСОБЛИВОСТІ МЕТОДУ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ГРАДУЮВАННЯ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

1.1 Способи підвищення точності вимірів

Підвищення точності вимірювань є одним із основних шляхів до підвищення якості продукції та ефективності виробництва. Проблему підвищення точності вимірів вирішують наступним алгоритмом.

На першому етапі досліджують вимірювальне завдання і цілі, для яких застосовують результати вимірювань (РВ), а також всю сукупність умов, що впливають на точність вимірів. Цей аналіз проводять для методики виконання вимірювань, точність якої визнана недостовірною через можливі істотні несприятливі наслідки, зумовлені похибкою вимірювань.

Спосіб підвищення точності вимірювань визначають лише після виявлення домінуючих складових похибки та оцінювання окремих складових похибки вимірювань. У цьому враховуються як методичні, а й інструментальні, і суб'єктивні складові похибки вимірів, і ще, систематичний і випадковий характер всіх складових похибки вимірів [1].

Основними методами підвищення точності результатів вимірів є такі методи:

- а) заміна менш точного засобу вимірювання на більш точне (придбання або розробка спеціальних ЗВ);
- б) обмеження умов застосування ЗВ;
- в) індивідуальне градуювання ЗВ;
- г) виконання багаторазових спостережень з подальшим усередненням їх результатів;
- д) автоматизація вимірювальних процедур;
- е) вдосконалення старих чи розробка нових методик вимірів.

Метод заміни менш точного ЗВ більш точний, дає більш значний результат при домінуючих інструментальних складових похибки вимірювань.

Цей метод доступний не завжди. Можливості вибору точніших ЗВ часто обмежені. Як правило, такі обмеження пов'язані з умовами, в яких експлуатуються ЗВ. Крім того, враховують те, що підвищення точності вимірювань передбачає підвищення вартості даних ЗВ.

Метод обмеження умов застосування ЗВ має значення, коли домінують додаткові похибки ЗВ, які зумовлені значними відхиленнями дійсних значень зовнішніх факторів, що впливають від нормальних значень. Для великої кількості ЗВ виявлено істотні складові похибки при досить великих відхиленнях дійсних значень від нормальних значень вібрацій, що впливають, температури навколишнього середовища, параметрів живлення або інших впливових величин, що виявляються в умовах випробувань.

В аналогічних випадках вживають належних заходів щодо зниження впливу на похибку вимірювань суттєвих зовнішніх впливових величин (установка стабілізаторів напруги мережі живлення, спеціальних екранів з метою захисту від впливу електромагнітних полів, кондиціонерів у приміщенні, амортизаторів з метою зниження вібраційних впливів та ін.)

Метод індивідуального градуювання ЗВ є ефективним, якщо домінують систематичні складові похибки ЗВ. Наприклад, систематична складова похибки для термометрів опору і термопар при вузькому діапазоні температур, що вимірюються, переважає і залишається практично постійною протягом тривалого періоду (кілька місяців). Ця похибка може бути суттєво знижена шляхом введення поправок до РВ, отриманих при індивідуальному градуюванні.

Метод виконання багаторазових спостережень з подальшим усереднення їх результатів ефективний при домінуванні випадкової складової похибки вимірювань.

Встановлено, що випадкова складова похибки РВ середнього значення менша від випадкової складової похибки РВ поточних значень. З метою підвищення точності вимірювань поточних значень необхідно, щоб усереднення не призводило до суттєвого згладжування інформації про зміну вимірюваної величини. Використання даного методу можливе у разі, якщо протягом проміжку часу усереднення не відбувається відчутної зміни поточних значень вимірюваної величини і в той же час протягом цього періоду значно змінюється похибка вимірювань поточних значень.

Метод автоматизації вимірювальних процедур крім зниження трудомісткості вимірювань сприяє виключенню суб'єктивних складових похибок, що з'являються при обчисленні проміжних та кінцевих результатів вимірювань, приготуванні проб для аналізів, обробці діаграм та інших операціях, що виконуються людиною.

При домінуванні методичних складових похибки вимірювань, то метод удосконалення методик виконання вимірювань (МВВ) чи розробки нових МВВ є єдино ефективним.

Якщо переважає методична складова похибки вимірювань середніх або інтегральних значень, обумовлена відхиленнями дійсних значень від номінальних значень невимірюваних величин або обмеженим числом «точок» вимірювань, що входять у функцію у вигляді констант, відповідне вдосконалення МВВ дає значний результат підвищення точності. МВВ може бути вдосконалений перетворенням алгоритму обробки РВ [2].

1.2 Градуировані характеристики засобів вимірювальної техніки

Під градуировальною характеристикою (ГХ) засобу вимірювань (вимірювального перетворювача або приладу) розуміється функціональна залежність між вхідний (X) і вихідний (Y) величинами, побудована на основі результатів вимірювань вхідних та відповідних вихідних величин у m точках діапазону (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, m$.

$$Y=f(X). \quad (1.1)$$

Градуирована характеристика може бути відображена у вигляді:

- формули;
- таблиці;
- графіка (побудованим без згладжування або зі згладжуванням).

Розрізняються індивідуальні ГХ, побудовані на конкретних примірниках ЗВ, та типові ГХ, побудовані для групи однотипних ЗВ.

Похибка ГХ $Y=f(X)$ у точці X визначається як різниця між значенням ГХ у точці X та істинним значенням величини Y у точці X .

$$\Delta(X)= f(X)-Y \quad (1.2)$$

Можуть оцінюватися такі характеристики похибок:

- $\Delta(X)$ – межі (сумарної) похибки ГХ у точці X ;
- Δ – межі похибки ГХ по всьому діапазону зміни X ;
- $S(X)$ і $\theta(X)$ – середньоквадратичне відхилення (СКВ) випадкової та межі систематичної складових похибки ГХ у точці X ;
- $\varepsilon(X)$ і $\theta(X)$ – межі випадкової та систематичної складових похибки ГХ у точці X .

При заданні довірчих меж випадкової похибки $\varepsilon(X)$, а також меж $\Delta(X)$ і $\theta(X)$, якщо вони отримані статистичними методами, необхідно вказувати довірчу ймовірність P . Зазвичай при масових вимірах (якщо не обговорюється протилежне) рекомендується приймати $P = 0,95$. При вимірах найвищої точності рекомендується використовувати $P = 0,99$ [3].

1.2.1 Завдання побудови градуювальних характеристик засобів вимірювальної техніки

У зв'язку з підвищенням вимог до точності вимірювань зростає кількість засобів вимірювань, котрим виконується індивідуальне градуювання. У діяльності метрологічних лабораторій мета передачі розмірів одиниць величин від еталонів робочим ЗВ є найбільш затребуваною та важливою. При передачі розмірів одиниць найбільшого поширення набуває метод градуювання, при якому не тільки здійснюють контроль на відповідність похибок засобу вимірювання встановленим нормам, а встановлюють значення повірюваних заходів, вводять поправки у показання приладів або будують ГХ ЗВ. Даний спосіб надає найменшу втрату точності під час передачі розмірів одиниць, і в багатьох випадках єдино можливий.

Мета побудови ГХ ЗВ – важливий окремий випадок загального завдання прикладної метрології – побудови функціональних залежностей за експериментальними даними.

Часто питання оцінювання похибок побудованих залежностей опускаються і аналізуються лише методи оцінювання випадкових похибок, тоді як оцінювання систематичних похибок відсутнє.

Однією з основних умов підвищення точності є дотримання нормальних умов випробувань. Однак часом доводиться проводити

вимірювання в невикробничих умовах, які різною мірою можуть відрізнятися від нормальних умов.

З метою розгляду впливу умов випробувань на показання ЗВ буде взято досить поширене джерело додаткової похибки – температура. Необхідно створити умови за допомогою камери тепла, холоду та вологості для оцінки впливу похибки від температури [4].

1.2.2 Порядок побудови градувальної характеристики

При побудові ГХ у випадку рекомендується дотримуватися наступної послідовності операцій:

- отримання вихідних експериментальних даних (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, m$.
- вибір способу подання та функціонального вигляду ГХ;
- вибір методу побудови ГХ;
- оцінювання параметрів ГХ та побудова шуканої ГХ;
- оцінювання похибок ГХ;
- перевірка адекватності побудованої ГХ експериментальним даним.

Вихідні дані для побудови індивідуальних ГХ (X_i, Y_i) , $i = 1, \dots, m$, можуть бути отримані в ході прямих або непрямих вимірів.

У ході виконання вимірювань вхідних та вихідних величин мають місце випадки непланованого або запланованого експерименту. У разі непланованого експерименту значення вхідних величин x_i визначаються умовами експерименту та не можуть бути обрані дослідником. З метою отримання результатів експерименту, в даному випадку, послідовно вимірюють кожну вхідну величину X_i і відповідну їй вихідну величину Y_i , $i = 1, \dots, m$. У разі планованого експерименту дослідник сам вибирає значення вхідних величин X_i , $i = 1, \dots, m$, при яких буде виконуватися експеримент, і кількість спостережень n_i у кожній калібрувальній точці.

Далі, послідовно відтворюють вибрані значення вхідних величин X_i , $i = 1, \dots$, і вимірюють відповідні їм вихідні величини Y_i (виконують спостережень n_i).

Відповідно до постановки завдання побудови ГХ розглядатиметься випадок однофакторного експерименту.

Вибір способу представлення ГХ (графічний, табличний чи аналітичний) обумовлюється:

- необхідною точністю побудови градувальної характеристики;
- можливістю апроксимації ГХ функцією простого аналітичного виду;
- методом застосування побудованої ГХ.

Алгоритм побудови ГХ залежить від способу її подання. При відображенні градувальної характеристики у вигляді таблиці являють отримані результати вимірювань у вигляді таблиці (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, m$. При побудові ГХ як графіка (без згладжування) наносять отримані точки (x_i, y_i) на графік і з'єднують точки відрізками прямої. У разі аналітичного подання ГХ вибір її функціонального вигляду виконують на основі:

- відомостей про необхідний або можливий функціональний вид ГХ;
- фізичних співвідношень, що описують властивості ЗВ або явища, що лежать в основі їхньої дії;
- результатів попередніх досліджень подібних до ЗВ;
- результатів попереднього аналізу отриманих експериментальних даних;
- вимог до точності побудови ГХ.

Функціональний вид ГХ слід вибрати якомога простіше, з невеликим числом параметрів. Найбільш зручними є ГХ, які параметри входять лінійно. При необхідності можливе розбиття діапазону на окремі інтервали та побудова ГХ різних видів на інтервалах [5].

1.2.3 Методи побудови градуовальної характеристики

При аналітичному поданні ГХ найбільш важливими для практики є три групи функціональних залежностей:

- лінійні;
- нелінійні ГХ виду $U(Y)=a+bV(X)$;
- наведені до лінійних шляхом заміни змінних:

$$Y'=a+bX', \quad X'=V(X), \quad Y'=U(Y) \quad (1.3)$$

- нелінійні ГХ, які є лінійними комбінаціями відомих функцій:

$$Y=\sum a_j g_j(X), \quad (1.4)$$

де g_j – відомі функції;
 a_j – зумовлені коефіцієнти.

Лінійні ГХ у конкретних випадках можуть бути подані у вигляді:

- $Y=a+bX$ – лінійна ГХ загального виду;
- $Y=a+b(X-\bar{X})$ – лінійна ГХ, приведена до середньої точки $\bar{X}$;
- $Y=bX$ – лінійна ГХ, яка проходить через початок координат.

Методи побудови ГХ проводиться на основі наступних апріорних даних:

- про функціональний вид ГХ;
- про вид розподілу випадкових похибок вимірювань величин X_i, Y_i , зокрема, гаусівський або відмінний від нього;
- про характеристики похибок вимірювань X_i, Y_i , зокрема, характеристики можуть бути задані апріорі або оцінені за

експериментальними даними; постійні або змінні за діапазоном значень X_i, Y_i , причому ваги можуть бути задані апіорі або оцінені;

- про значення вхідних величин X_i , зокрема:

- а) X_i відомі точно (або похибки X_i зневажливо малі в порівнянні з похибками Y_i);

- б) X_i відомі з похибками, але є додаткова інформація про їх дисперсії.

Якщо ГХ має лінійний або поліноміальний вигляд та значення X_i відомі точно, то для побудови ГХ використовують:

- у разі гауссівських розподілів похибок вимірювань Y_i – метод найменших квадратів (МНК);

- у разі відмінних від гауссівських розподілів похибок вимірювань Y_i – робасні методи (усічений МНК або М-оцінки Хубера).

Основні методи побудови лінійних ГХ наведені в табл. 1.1 [6].

Таблиця 1.1

Методи побудови лінійних ГХ

№ метода	Апріорна інформація			Методи побудування ГХ
	розподілу похибок	дисперсії похибок	значення аргументів X_i	
1	Гаусовські	Постійні	Точні	МНК
2		Відомі ваги		МНК з вагами
3		Постійні	Плановані	МНК з врахуванням наведених похибок
4	Близькі до гаусовських			Точні
5		Відомі ваги	Усічений МНК з вагами	
6			М-оцінки Хубера	
7	Гаусовські	Відомі σ_x^2 або σ_y^2	Містять похибки	Модифікований МНК
8		Відомі $\lambda=\sigma_x^2/\sigma_y^2$		Метод ортогональної регресії
9	Довільні	Постійні	Відомий порядок X_i	Дрібно-лінійні оцінки
10			Рівномірні за діапазоном	Оцінка Хаузнера-Бреннана
11			Розбиті на 2 чи 3 групи	Оцінки Вальда чи Бартлетта

1.2.4 Регресійний аналіз. Метод найменших квадратів

Експериментальне дослідження залежності величини та поведінки досліджуваних систем і сполук, представляє собою надзвичайно важливу проблему в сфері точних вимірювань. Ця задача дозволяє вирішити багато таких проблем, як:

- стиснення (об'єднання результатів), коли підібрана функція використовується для опису (апроксимації) великого масиву експериментальних даних;
- побудова калібрових залежностей, відповідно до яких можна прогнозувати значення умов, які гарантують конкретний результат;
- задача оптимізації – наближення функції експериментальних даних з метою пошуку точок мінімуму (максимуму) .

Одним із часто використовуваних алгоритмів регресійного аналізу є метод найменших квадратів (МНК). Суть методу полягає в мінімізації розриву між фактичним значенням вимірюваної величини та відновленим значенням цієї ж величини. Різності між фактичними значеннями величинами і відновленим називаються регресійними остатками (нев'язками, помилками). Одним із важливих критеріїв оцінки якості отриманої залежності є сума квадратів залишків. Цей метод використовують для побудови лінійної залежності при гаусовських розподілах погрішностей вимірюваної вихідної величини та точно відомих значень вхідної величини X_i . При цьому лінійну градувальну характеристику представляють у вигляді

$$Y = a_0 + b \cdot (X - \bar{X}), \quad (1.5)$$

де $\bar{X}$ – середнє (зважене) значення X_i .

Відносно виконання вимірювань вихідних величин Y можна виділити три основні випадки:

- рівноточні однократні вимірювання;
- рівноточні багатократні вимірювання;
- нерівномірні вимірювання з відомими або оцінюваними весами.

У разі нерівномірних вимірювань при вирахуванні коефіцієнтів та оцінці погрішностей ГХ використовують ваги w_i окремих результатів вимірювань y_i , які визначають, виходячи із оцінки дисперсій випадкових погрішностей вихідної величини з урахуванням їх систематичних погрішностей.

Якщо при нерівномірних вимірах:

- систематичні погрішності результатів вимірювань y_i постійні або зневажливо малі;
- відома залежність дисперсії випадкових погрішностей y_i від значень вхідної величини X_i

$$S_i^2 = S^2 \cdot h(X_i), \quad (1.6)$$

де $h(X)$ – відома функція, то ваги результатів y_i приймають рівними

$$w_i = 1/h(X_i). \quad (1.7)$$

Якщо систематичні похибки результатів вимірювань y_i постійні (зневажливо малі) і виконуються багаторазові спостереження в точці X_i , то для середнього значення $\bar{y}_i = \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} / n_i$ приймають вагу $w_i = n_i / S_i^2$, де $S_i^2 = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{n_i - 1}$ - оцінка дисперсії спостережень у точці X_i .

Якщо при нерівноточних багаторазових вимірах у точках X_i вихідні складові систематичних похибок y_{iq} змінюються нерегулярним чином, в заданих межах $\pm\theta_{iq}$ та отримані оцінки y_{iq} в точках $\bar{y}_i$ приймають ваги

$$w_i = (\frac{s_i^2}{n_i} + \sum_{q=1}^k \theta_{iq}^2/3)^{-1}. \quad (1.8)$$

У разі нерівноточних вимірювань оцінки коефіцієнтів обчислюють за формулами:

$$a_0 = \bar{Y} = \sum_i^m w_i \bar{y}_i / \sum_i^m w_i, \quad (1.9)$$

$$b = \sum_i^m w_i \bar{y}_i (X_i - \bar{X})^2 / \sum_i^m w_i (X_i - \bar{X})^2, \quad (1.10)$$

де $\bar{X} = \sum_i^m w_i X_i / \sum_i^m w_i$, w_i - ваги результатів $\bar{y}_i$ [7,8,9].

1.3 Об'єднання результатів вимірів

1.3.1 Найкраща оцінка множини вимірювань

Часто розмір величини вимірюється кілька разів, можливо, у кількох окремих лабораторіях і виникає питання, як ці виміри можуть бути об'єднані, щоб дати єдину найкращу оцінку. Припустимо, наприклад, що два фахівці A і B вимірюють величину x однаково ретельно і отримують наступні результати:

$$\text{Фахівець } A: x = x_A \pm \sigma_A, \quad (1.11)$$

$$\text{Фахівець } B: x = x_B \pm \sigma_B, \quad (1.12)$$

Кожен результат буде сам собою результатом кількох вимірів. Оскільки йдеться про градувальні характеристики, вимірювання повинні проводитися в кількох калібрувальних точках, які повинні проводитися з деяким повтором. Так як ці повтори не сильно відрізняються між собою і не спричиняють велику похибку, то допустимо проведення цих вимірювань менше 15. Якщо дуже велика випадкова складова, тоді є сенс проводити велику кількість повторних вимірювань в одній точці. У більшості цифрових приладів випадкова складова мала і не виявляється. Тому в подальших вимірах, коли ми розглядатимемо результат виміру однієї калібрувальної точки, то вважаємо, що вона середнє арифметичне трьох повторних вимірів.

Питання полягає в тому, як найкраще поєднувати два виміри, виконані різними фахівцями x_A і x_B , для того, щоб знайти найкращу оцінку x . Якщо різниця $|x_A - x_B|$ між двома вимірами значно більша, ніж їх дисперсії (невизначеності) σ_A і σ_B , ми повинні переконатися в правильності проведених вимірювань. Тобто має місце якась фундаментальна помилка. У цій ситуації робимо висновок, що ці два виміри є несумісними між собою і ми повинні уважно перевіряти ще раз обидва виміри так, щоб побачити що в одному або обох вимірах не були допущені систематичні похибки.

Припустимо, що ці два виміри (1.11) і (1.12) є сумісними, тобто різниця $|x_A - x_B|$, трохи більше ніж дисперсії σ_A і σ_B . Тоді ми можемо поставити питання, яка оцінка є кращою оцінкою x_{best} для справжнього значення X , заснованого на двох вимірах. Перше припущення – це використовувати середнє арифметичне двох вимірів $(x_A + x_B)/2$. Оскільки дві невизначеності σ_A і σ_B не рівні, це припущення є неправильним. Середнє арифметичне $(x_A + x_B)/2$ робить вимірювання рівноцінними, тоді як більш точному показанню має бути надано більшої ваги.

У цій кваліфікаційній магістерській роботі необхідно використовувати не просто середнє арифметичне значення, а середнє (зважене) значення результатів вимірювань, оскільки дисперсія у кожного екземпляра ЗВ буде різною. Можливо, деякі екземпляри мають рівні дисперсії, для цього є фундаментальна причина – або вони були виготовлені з однаковою ретельністю, або випущені з однієї партії. Але якщо хоч один прилад є відмінним, вважаємо що виміри є нерівно дисперсними та робимо обробку вимірів за середнім зваженим значень. У такий спосіб можна виявляти систематичну похибку ЗВ [10].

1.3.2 Середнє (зважене) значень

Припустимо, що обидва виміри розподіляються за нормальним законом і позначають невідоме справжнє значення x на X . Тому ймовірність отримання фахівцем A його конкретного значення x_A дорівнює

$$Prob_X(x_A) \propto \frac{1}{\sigma_A} e^{-(x_A - X)^2 / 2\sigma_A^2}, \quad (1.13)$$

і для отримання фахівцем B його значення, що спостерігає він x_B

$$Prob_X(x_B) \propto \frac{1}{\sigma_B} e^{-(x_B - X)^2 / 2\sigma_B^2}, \quad (1.14)$$

Нижній індекс X явно показує, що це ймовірність залежить від невідомого фактичного значення.

Ймовірність того, що фахівець A знайде значення x_A , а студент B значення x_B є добутком двох ймовірностей у формулах (1.13) та (1.14). У такому випадку, це рівняння включатиме експоненційну функцію, показник

якої є сумою двох показників у формулах (1.13) і (1.14). Перетворимо на формулу (1.15):

$$\chi^2 = \left(\frac{x_A - X}{\sigma_A}\right)^2 + \left(\frac{x_B - X}{\sigma_B}\right)^2. \quad (1.16)$$

Ця величина є сумою квадратів відхилень від X за двома вимірами, кожна з яких ділиться на відповідну їм невизначеність.

Принцип максимальної правдоподібності стверджує, що отримана найкраща оцінка для невідомого істинного значення X є тим значенням, для якого найімовірнішими є фактичні спостереження x_A , x_B . Тобто найкраща оцінка для X це значення, для якого ймовірність за формулою (1.15) є максимальною або, що еквівалентно, показником χ^2 є мінімальним. (Оскільки максимізація ймовірності тягне за собою мінімізацію «суми квадратів» 2), цей метод оцінки X іноді називають «методом найменших квадратів»). Таким чином, щоб знайти найкращу оцінку, необхідно продиференціювати формулу (1.16) X і прирівняти похідну до нуля

$$2x_A - X\sigma_A + x_B - X\sigma_B = 0. \quad (1.17)$$

Вирішення цього рівняння для X є найкращою оцінкою. Це можна помітити за формулою (1.18)

$$\begin{aligned} & \text{(найкраща оцінка для } X) = \\ & = \left(\frac{x_A}{\sigma_A^2} + \frac{x_B}{\sigma_B^2}\right) / \left(\frac{1}{\sigma_A^2} + \frac{1}{\sigma_B^2}\right) \end{aligned} \quad (1.18)$$

Дане рівняння можна перетворити, якщо визначити ваги

$$w_A = \frac{1}{\sigma_A^2} \text{ and } w_B = \frac{1}{\sigma_B^2} \quad (1.19)$$

Далі можна переписати формулу (1.18) як середньозважене значення (x_{wav})

$$\begin{aligned} &(\text{найкраща оцінка для } X) = \\ &= x_{wav} = \frac{w_A x_A + w_B x_B}{w_A + w_B} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Якщо два вихідні виміри мають однакові невизначеності ($\sigma_A = \sigma_B$ і, отже, $w_A = w_B$), то обчислення зводиться до визначення простого середнього арифметичного $(x_A + x_B)/2$. У випадку, коли $w_A \neq w_B$, зважене середнє за формулою (1.20) не збігається зі звичайним середнім арифметичним; це схоже на формулу для центру тяжкості двох тіл, де w_A та w_B – фактичні ваги двох тіл, а x_A та x_B – їх положення. У формулі (20), «ваги» є зворотні квадрати невизначеностей у вихідних вимірах, як у формулі (19). Якщо вимір фахівця A більш точний, ніж B то $\sigma_A < \sigma_B$ і отже $w_A > w_B$, тому найкраща оцінка x_{best} буде ближче до x_A , ніж до x_B .

Вище описаний аналіз можна застосувати великої для кількості вимірів. Припустимо, що маємо N окремих вимірів величини x ,

$$x_1 \pm \sigma_1, x_2 \pm \sigma_2, \dots, x_N \pm \sigma_N, \quad (1.21)$$

з відповідними невизначеностями $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$. Робимо висновок, що найкраща оцінка, заснована на цих вимірах, є середньозваженою

$$x_{wav} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}, \quad (1.22)$$

якщо суми перевищують усі N вимірів, $i = 1, \dots, N$, а вага w_i кожного виміру є оберненим квадратом відповідної невизначеності,

$$w_i = 1/\sigma_i^2, \quad (1.23)$$

для $i = 1, 2, \dots, N$.

Оскільки вага $w_i = 1/\sigma_i^2$ пов'язана з кожним виміром, включає квадрат відповідної невизначеності σ_i , будь-який вимір, який є набагато менш точним, ніж інші, робить набагато більший внесок у остаточну відповідь, формула (1.22). Наприклад, якщо один вимір у чотири рази менший від точного, ніж інші, його вага у 16 у разів менша за інші ваги, і для багатьох цілей цей вимір можна просто проігнорувати.

Оскільки середньозважене значення x_{wav} , це функція вихідних вимірних значень $x_1, x_2, \dots, x_N$, невизначеність у x_{wav} може бути розрахована з використанням поширення помилки. Легко перевірити, що невизначеність у x_{wav} це

$$\sigma_{wav} = \frac{1}{\sqrt{\sum w_i}}. \quad (1.24)$$

Цей результат можливо переписати як

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{w_i}}. \quad (1.25)$$

З переписаного рівняння (1.25) можна сказати, що невизначеність у кожному вимірі є зворотним квадратним коренем його ваги. Повертаючись до рівняння (1.24), ми можемо переписати його аналогічно, щоб сказати, що невизначеність у головній відповіді x_{wav} є зворотним квадратним коренем із суми всієї індивідуальної ваги, іншими словами, загальна вага остаточної відповіді є сумою індивідуальної ваги w_i [11].

Висновки по розділу

У першому розділі магістерської кваліфікаційної роботи проведено аналіз технічних публікацій і нормативної документації, які показали, що підвищення точності вимірювань є одним із основних шляхів до підвищення якості продукції та ефективності виробництва та що ці питання широко обговорюються науковцями. Обґрунтовано актуальність дослідження. Проведено аналіз методів та засобів використовуваних для виконання вимірювань, точність якої визнана недостовірною через можливі істотні несприятливі наслідки, зумовлені похибкою вимірювань. Показано, що метод градувальних характеристик надає найменшу втрату точності під час передачі розмірів одиниць, і в багатьох випадках єдино можливим. Розглянуто умови застосовності метода. Проаналізовано та розглянуто особливості використання методів регресійного аналізу для точної обробки експериментальних даних.

РОЗДІЛ 2 ОЦІНЮВАННЯ ПОКАЗНИКІВ ТОЧНОСТІ МЕТОДИК ТА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ

2.1 Оцінювання точності методики (виконання) вимірів

З метою опису точності методики вимірювань використовують два терміни: «прецизійність» та «правильність». Термін "прецизійність" характеризує рівень близькості РВ один до одного. Термін "правильність", у свою чергу, визначає ступінь близькості середнього арифметичного значення множини РВ до прийнятого опорного або істинного значення (рисунок 1).

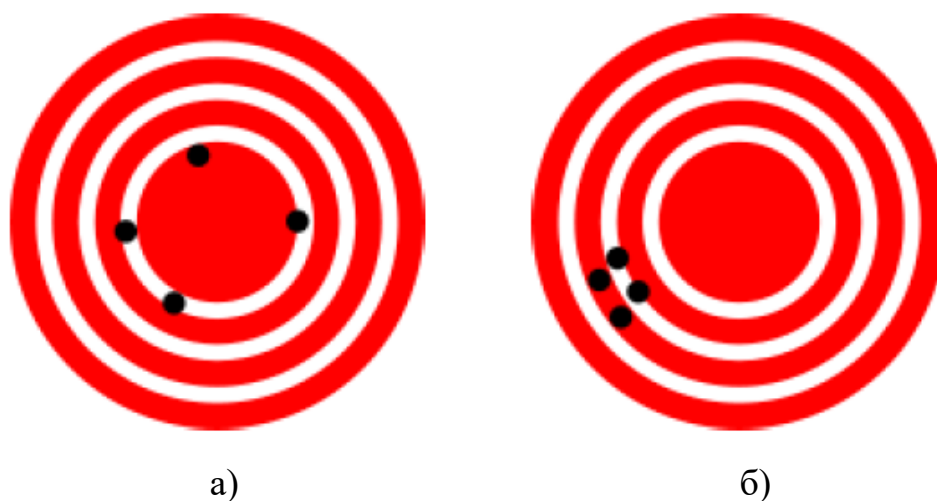


Рис. 2.1 – Порівняння термінів «правильність» та «прецизійність»:

- а) низька точність, висока правильність, низька прецизійність;
- б) низька точність, висока прецизійність, низька правильність

Потреба у розгляді «прецизійності» виникає через те, що вимірювання, виконані за орієнтовно ідентичних обставин і на орієнтовно ідентичних матеріалах, не дають ідентичних результатів. Це неминучими випадковими похибками, властивими кожному вимірювальному процесу, а

чинники, які впливають на результати вимірів, що неспроможні піддаватися абсолютному контролю. При практичній інтерпретації РВ ця мінливість повинна передбачатися. Наприклад, неможливо визначити фактичну відмінність між отриманим РВ та якоюсь точною величиною, якщо вона знаходиться в області неминучих випадкових похибок вимірювального процесу.

Подібним способом, порівняння результатів випробувань 2-х партій матеріалу, що значно відрізняються, не виявить будь-якої значущої відмінності в якості, якщо невідповідність між результатами знаходиться у вищесказаній області.

На мінливість РВ, виконаних по одній ММВ, крім відмінностей серед орієнтовно ідентичних зразків, можуть впливати численні фактори, такі як:

- а) використовуване ЗВ;
- б) оператор;
- в) калібрування засобу вимірювань;
- г) інтервал часу між вимірами;
- д) параметри довкілля (температура, вологість, забруднення повітря тощо).

Відмінності між РВ, виконаних за допомогою різного обладнання та/або різними операторами, як правило, будуть більшими, ніж між РВ, виконаних одним оператором протягом короткочасного проміжку з використанням того ж обладнання.

Прецизійність є єдиним терміном для вираження мінливості вимірів, що повторюються. З метою представлення мінливості ММВ розрізняють:

- прецизійність в умовах повторюваності;
- прецизійність в умовах відтворюваності.

Ці умови визнані необхідними і, у численних практичних випадках, корисними розуміння мінливості ММВ. В умовах повторюваності фактори

а)-д), наведені вище, залишаються постійними, і вони не впливають на мінливість, у той час як в умовах відтворюваності всі ці фактори мінливі та впливають на мінливість РВ. У такому разі відтворюваність і повторюваність припускають 2 крайні випадки прецизійності, де перший характеризує максимальну, а другий – мінімальну мінливість результатів. Інші проміжні умови серед цих двох екстремальних умов прецизійності можливі, якщо один або кілька факторів а) - д) змінюватимуться та застосовуватимуться за певних умов. Прецизійність, найчастіше, виражають у термінах стандартних відхилень.

Правильність ММВ має сенс, якщо можна прямо чи опосередковано уявити справжнє значення вимірюваної величини. Хоча для деяких ММВ справжнє значення не може бути відомо точно, є шанс мати встановлене опорне значення вимірюваної величини, наприклад, коли:

- прийняте опорне значення може бути встановлене шляхом посилання на іншу МВВ;
- є у розпорядженні відповідні еталони;
- шляхом приготування відомого зразка.

При цьому правильність тієї чи іншої ММВ може бути вивчена за допомогою порівняння прийнятого опорного значення з рівнем результатів, одержаних даним способом. Правильність, найчастіше, виражають у термінах систематичної похибки (зміщення).

Загальний термін «точність» застосовують щодо двох термінів – «правильність» та «прецизійність». Раніше термін «точність» застосовувався, поширюючись лише на одну складову – «правильність», проте було доведено, що «точність» виражає сумарне відхилення РВ від еталонного (опорного) значення, спричинене як випадковими, так і систематичними складовими похибки.

На рис. 2.2 представлено взаємозв'язок між поняттями прецизійності, правильності, точності та невизначеності.

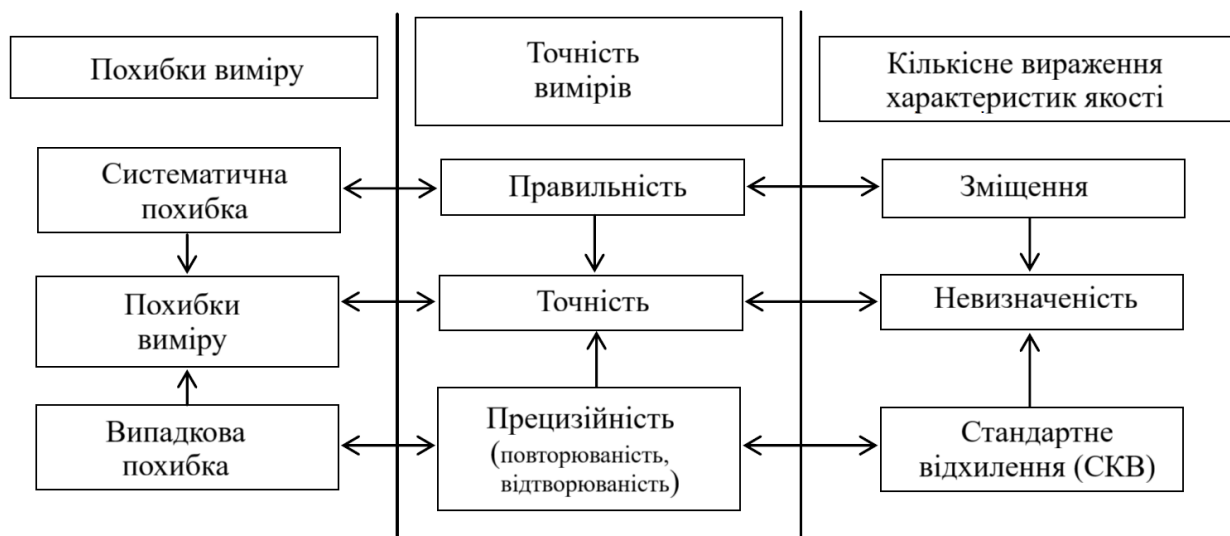


Рис. 2.2 Взаємозв'язок між поняттями прецизійності, правильності, точності та невизначеності

Далі, у роботі особлива увага приділяється проміжним показникам прецизійності ММВ. Показники називають проміжними, оскільки їх чисельні значення перебувають між двома екстремальними показниками прецизійності – значеннями стандартних відхилень відтворюваності і повторюваності.

Робота сучасної лабораторії потребує обчислення проміжних показників прецизійності, оскільки виробничі підприємства часто мають позмінний режим роботи, де вимірювання можуть проводитися різними операторами на різному устаткуванні. В даному випадку оператори та обладнання – це фактори, які сприяють мінливості РВ, та їх необхідно обов'язково враховувати в оцінці прецизійності ММВ.

Чинники, що впливають на прецизійність методики вимірювань:

- оператор (зняття показань може здійснюватися одним або декількома операторами);
- калібрування (обладнання між групами вимірювань може бути перекалібровано);
- час (короткий або тривалий інтервал часу між вимірами);
- обладнання (використання одного і того ж чи різного обладнання);
- температура (умови проведення випробувань можуть бути як однаковими, так і різними протягом знімання показань).

Для того, щоб врахувати всі зміни умов виконання вимірювань (калібрування, час, оператор тощо) в межах однієї лабораторії, доцільно ввести такі проміжні умови прецизійності з кількістю факторів M , що змінюються.

Різні проміжні умови прецизійності є причиною різних значень стандартних відхилень прецизійності (проміжних стандартних відхилень), що позначаються $S_{I()}$, де в дужках наведені певні умови. Наприклад, $SI_{(OT)}$ передбачає стандартне відхилення проміжної прецизійності при виконанні вимірювань різними операторами (O) і в різні проміжки часу (T).

Проміжні умови прецизійності враховуються, коли змінюється більше чинника. У разі повторюваності уявляємо, що це чинники є постійними.

Результати, отримані в проміжних умовах прецизійності, зазвичай більше, ніж у випадку стандартного відхилення РВ, отриманого в умовах повторюваності. Безумовно, це стандартне відхилення має виходити межі стандартного відхилення відтворюваності.

Дана методика виконання вимірювань застосовується лише до методів вимірювань безперервних величин, що представляють як РВ єдине значення. Це єдине значення може бути результатом розрахунку, який заснований на ряді вимірювань однієї і тієї ж величини.

Сенс обчислення проміжних показників прецизійності полягає в тому, щоб на їх основі оцінити здатність ММВ до повторення РВ точно заданих умовах.

Статистичні методи, що ґрунтуються на об'єднанні інформації за «подібними» умовами виконання вимірювань для отримання надійної та більш точної інформації за проміжними показниками прецизійності. Це об'єднання справедливе за умови, що оголошене «подібним» насправді є таким. Однак досить складно дотримуватись цієї передумови при оцінці проміжних показників прецизійності на основі міжлабораторного дослідження. При цьому, буває важко визначити, чи є «подібними» для різних лабораторій фактори «оператор» або «час», так щоб інформація, що групується від лабораторії, мала сенс. Таким чином, використання результатів міжлабораторного експерименту з метою оцінки проміжних показників прецизійності потребує підвищеної уваги. Внутрішньолaboratorні експерименти також спираються на цю передумову, проте зазвичай вона досить реалістичною, т.к. контроль і знання безпосереднього впливу чинника у разі переважно перебувають у межах досяжності аналітика.

Для підтвердження та оцінювання проміжних показників прецизійності в межах однієї лабораторії існує безліч методів, наприклад метод контрольних карт. У цій роботі буде використовуватися альтернативний метод, так як він включає групу вимірювань з n повторними результатами.

Для того, щоб вимірювання виконувались за однією і тією самою процедурою, метод вимірювань має бути стандартизований. Усі вимірювання, що становлять внутрішньолaboratorний або міжлабораторний експеримент, повинні виконуватись відповідно до такого стандарту [12].

Проміжні умови прецизійності враховуються, коли змінюється більше чинника. У разі повторюваності уявляємо, що це чинники є постійними.

Результати, отримані в проміжних умовах прецизійності, зазвичай більше, ніж у випадку стандартного відхилення РВ, отриманого в умовах повторюваності. Безумовно, це стандартне відхилення має виходити межі стандартного відхилення відтворюваності.

Дана методика виконання вимірювань застосовується лише до методів вимірювань безперервних величин, що представляють як РВ єдине значення. Це єдине значення може бути результатом розрахунку, який заснований на ряді вимірювань однієї і тієї ж величини.

Сенс обчислення проміжних показників прецизійності полягає в тому, щоб на їх основі оцінити здатність МВІ до повторення РІ точно заданих умовах.

Статистичні методи, що ґрунтуються на об'єднанні інформації за «подібними» умовами виконання вимірювань для отримання надійної та більш точної інформації за проміжними показниками прецизійності. Це об'єднання справедливе за умови, що оголошене «подібним» насправді є таким. Однак досить складно дотримуватись цієї передумови при оцінці проміжних показників прецизійності на основі міжлабораторного дослідження. При цьому, буває важко визначити, чи є «подібними» для різних лабораторій фактори «оператор» або «час», так щоб інформація, що групується від лабораторії, мала сенс. Таким чином, використання результатів міжлабораторного експерименту з метою оцінки проміжних показників прецизійності потребує підвищеної уваги. Внутрішньолaboratorні експерименти також спираються на цю передумову, проте зазвичай вона досить реалістичною, т.к. контроль і знання безпосереднього впливу чинника у разі переважно перебувають у межах досяжності аналітика.

Для підтвердження та оцінювання проміжних показників прецизійності в межах однієї лабораторії існує безліч методів, наприклад метод контрольних карт. У цій роботі буде використовуватися альтернативний метод, так як він включає групу вимірювань з n повторними результатами.

Для того, щоб вимірювання виконувались за однією і тією самою процедурою, метод вимірювань має бути стандартизований. Усі вимірювання, що становлять внутрішньолабораторний або міжлабораторний експеримент, повинні виконуватись відповідно до такого стандарту [12].

2.2 Внутрішньолабораторні фактори

Факторами, що впливають на мінливість одержуваних результатів можуть бути: калібрування обладнання, оператор, інтервал часу між вимірюваннями, параметри навколишнього середовища тощо. У разі повторюваності спостереження показань проводяться за незмінності всіх внутрілабораторних чинників. У разі відтворюваності дані чинники навпаки мінливі. За певних обставин буває корисно розглянути проміжні умови прецизійності, за яких спостереження проводяться в одній і тій самій лабораторії, але при цьому кілька факторів, таких як «оператор», «умови навколишнього середовища» або обладнання можуть змінюватися. Внаслідок встановлення прецизійності ММВ важливо точно визначити відповідні умови випробувань, тобто чи мають бути три вищезгадані фактори постійними чи ні. У табл. 2.1 наведено можливі фактори та їх стани

Таблиця 2.1

Фактори та їх стани

Фактор	Умови виконання вимірювань в межах лабораторії	
	Стан 1 (однакові)	Стан 2 (різні)
Час	Вимірювання, що виконуються в один і той же час	Вимірювання, що виконуються в різний час
Калібрування	Відсутність калібрування між вимірюваннями	Калібрування виконується між вимірюваннями
Оператор	Один і той же оператор	Різне оператори
Обладнання	Одне й теж обладнання	Різне обладнання
Параметри довкілля	Однакові умови довкілля лабораторії	Різні умови

Під фразою «вимірювання, що виконуються в той самий час» передбачають вимірювання, які проводять за максимально короткий період часу для того, щоб звести до мінімуму зміни в умовах виконання вимірювань, таких як умови довкілля, сталість яких не можна завжди гарантувати. Під фразою «вимірювання, що виконуються в різний час» передбачають вимірювання, що виконуються протягом тривалих проміжків часу, які можуть бути піддані впливу змін навколишнього середовища.

Термін «калібрування» не означає в даному контексті будь-якого калібрування, яке є обов'язковою частиною процедури отримання РВ при реалізації даної методики вимірювань. Він відноситься до процесу калібрування, що виконується в лабораторії періодично через певні проміжки часу між виконанням груп вимірювань.

У деяких процесах термін «оператор» може означати насправді групу операторів, які виконують певну частину процесу. У цьому випадку група розглядається як один оператор, і будь-яка зміна у розподілі обов'язків усередині групи або у складі має розглядатися як фактор зміни оператора.

Термін «обладнання» означає комплекси обладнання, і будь-яка зміна в будь-якому суттєвому складовому компоненті комплексу має розглядатися як фактор "різне обладнання".

Термін «параметри навколишнього середовища» є сукупністю таких умов, як температура і вологість, що визначається в конкретному замкнутому просторі (лабораторії) [12].

2.3 Методика оцінки відтворюваності

Нижче описана методика поширюється на вимірювання безперервних (у сенсі прийнятих значень у діапазоні, що вимірюється) величин, що дають як РВ єдине значення. При цьому єдине значення може бути результатом розрахунку, який заснований на ряді вимірювань однієї і тієї ж величини.

Альтернативний метод включає t груп вимірювань, кожна з яких передбачає n повторних РВ. Наприклад, в одній лабораторії проводять експеримент над t матеріалами, згодом змінюючи фактори проміжної прецизійності та t матеріалів піддають випробуванням повторно, при цьому процедуру повторюють доти, поки не буде в наявності n результатів вимірювань по кожному з t матеріалів. Кожна група з n результатів вимірювань повинна бути отримана на одному ідентичному зразку або пробі (або на комплекті орієнтовно ідентичних зразків або проб у разі випробувань з руйнуванням зразків), проте не потрібно, щоб матеріали були однаковими. Слід врахувати, щоб усі t матеріалів знаходилися в таких межах рівнів випробувань (значень досліджуваного параметра), в межах якої можна використовувати одне значення стандартного відхилення

проміжної прецизійності при змінних факторах M . Рекомендовано, щоб значення $t(n-1)$ було щонайменше 15.

Для ідентифікації потенційних викидів необхідно побудувати графік $y_{jk} - \bar{y}_j$ у функції номера матеріалу j , де y_{jk} передбачає k -й РІ, а $\bar{y}_j$ – середнє значення n результатів по j -му матеріалу. Найбільш формальна перевірка викидів полягає у використанні критерію Граббса як для кожної групи окремо, так і для всіх результатів n вимірювань у сукупності [12].

Оцінювання стандартного відхилення проміжної прецизійності при M факторах, що змінюються $SI_{()}$ в такому випадку знаходиться за формулою:

$$SI_{()} = \sqrt{\frac{1}{t(n-1)} \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^n (y_{jk} - \bar{y}_j)^2} \quad (2.1)$$

2.4 Внутрішньолабораторне дослідження щодо оцінки проміжної прецизійності

Дослідження щодо оцінки стандартного відхилення проміжної прецизійності проходило у випробувальній лабораторії Національного наукового центру «Інститут метрології». Було відібрано п'ять зразків цифрових мультиметрів МУ – 64 фірми Mastech. Необхідно було виконати вісім груп вимірювань постійної напруги для дев'яти калібрувальних точок, що знаходяться у двох межах вимірювання – 2 В та 20 В. Кількість вимірювань кожної калібрувальної точки дорівнює трьом. Чинниками проміжної прецизійності є «температура» і «вологість» у сукупності, оскільки вплив на зразок відбувається одночасно. Умови випробувань відтворюються з використанням камери тепла, холоду та вологи ARS 1100 (далі – камера).

Аналіз може бути корисним для дослідження проміжної прецизійності з різницею за фактором «температура» та «вологість» шляхом виконання послідовних вимірювань на тому самому зразку послідовно з витримкою заданої температури та вологості в камері для дослідження впливу факторів між вимірами.

Схему експерименту наведено на рис. 2.3. Метрологічні характеристики засобів вимірювань, а також характеристики випробувального обладнання, наведено у табл. 2.2. [13, 14, 15].

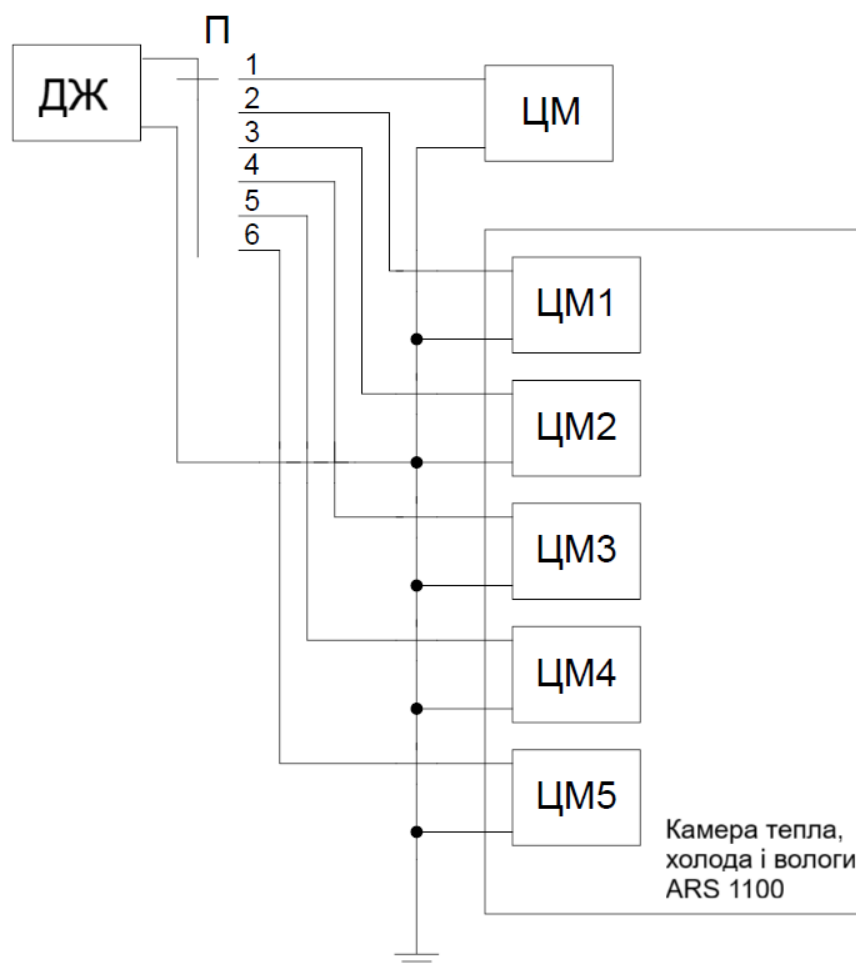


Рис. 2.3 Схема експерименту

На рис. 2.3 прийнято позначення: ДЖ – джерело живлення Matrix MPS – 3003LK-2; ЦМ – мультиметр цифровий APPA-305; ЦМ1, ЦМ2, ЦМ3, ЦМ4, ЦМ5 – мультиметри цифрові Mastech MY-64; П – перемикач

Таблиця 2.3

Технічні характеристики засобів вимірювань та випробувального обладнання

Засоби вимірювань та випробувальне обладнання	Метрологічні характеристики засобів вимірювань, характеристики випробувального обладнання
Джерело живлення Matrix MPS – 3003LK-2	Діапазон відтворень напруги постійного струму U_B^* (0,1–30) В, діапазон відтворень сили постійного струму I_B (0,01–3) А,
Мультиметр цифровий APPA–305	U_B (0,0001-4) В, (0,001–40) В, межі абсолютної похибки, що допускається $\pm (0,06 \% U_B + 2 \text{ смр}^{**})$
Мультиметр цифровий Mastech MY-64	Діапазони вимірювань напруги постійного струму U_B (0,001- 2) В, (0,0 (0,5% U_B + 1 смр). Діапазон робочих температур від 0 °С до 40 °С, відносна вологість не більше 80 %
Камера тепла, холоду та вологи ARS-1100	Діапазон відтворюваних температур від мінус 75 °С до +180 °С, відносна вологість від 10 % до 98 %,
*Виміряне значення	
**Значення одиниці молодшого розряду	

Робочі мультиметри були поміщені в камеру для дослідження впливу заданих умов випробувань на показання засобів вимірювань та їх похибки. На камері були встановлені значення температури/вологості, відповідно до табл. 2.4.

Таблиця 2.4

Встановлені температури/вологості на камері

Значення температури, t , °C	Значення відносної вологості, %
10	60
	80
20	50
	70
30	40
	60
40	20
	60

На вхід еталонного та робочих мультиметрів були подані вихідні напруги з ДЖ, при цьому були встановлені відповідні їм межі вимірювання, у відповідності до табл. 2.5.

Таблиця 2.5

Вихідні напруги ДЖ та відповідні їм межі вимірювань еталонного та
робочих мультиметрів

Вихідна напруга ДЖ, В	Границя вимірювань постійної напруги ЦМ, В	Границя вимірювань постійної напруги ЦМ1 -ЦМ5, В
0,6	4	2
1,0		
1,6		
1,98		
2,0	40	20
6,0		
10,0		
16,0		
19,8		

Результати вимірювань постійної напруги наведено у табл. 2.6 – 2.9.

Таблиця 2.6

Результати вимірювання напруги при значеннях температури навколишнього середовища 10 °С

$\varphi, \%$	x, B	y_1, B	y_2, B	y_3, B	y_4, B	y_5, B	$\varphi, \%$	x, B	y_1, B	y_2, B	y_3, B	y_4, B	y_5, B
60	0,6	0,601	0,597	0,601	0,602	0,598	80	0,6	0,602	0,599	0,602	0,602	0,599
		0,602	0,600	0,602	0,602	0,599			0,604	0,605	0,614	0,617	0,614
		0,599	0,598	0,600	0,600	0,597			0,602	0,600	0,602	0,602	0,599
	1	1,002	0,998	1,003	1,001	0,996		1	1,002	0,997	1,002	1,002	0,997
		1,003	0,998	1,003	1,003	0,998			1,002	0,998	1,002	1,003	0,997
		0,994	0,998	1,002	1,003	0,998			1,002	0,998	1,002	1,002	0,996
	1,6	1,601	1,594	1,601	1,602	1,594		1,6	1,604	1,597	1,605	1,605	1,596
		1,603	1,597	1,604	1,605	1,597			1,603	1,596	1,603	1,603	1,595
		1,603	1,597	1,603	1,604	1,596			1,603	1,596	1,603	1,603	1,595
	1,98	1,984	1,976	1,984	1,985	1,975		1,98	1,984	1,975	1,984	1,984	1,975
		1,984	1,976	1,985	1,986	1,976			1,984	1,975	1,984	1,984	1,974
		1,985	1,976	1,985	1,986	1,976			1,984	1,975	1,984	1,984	1,974
	2	2,00	1,98	2,00	2,00	1,99		2	2,00	1,99	2,01	2,00	1,99
		2,00	1,99	2,00	2,00	1,99			2,00	2,00	2,01	2,01	2,00
		1,99	1,99	2,00	2,00	1,99			2,00	1,99	2,00	2,00	1,99
	6	6,01	5,98	6,01	6,02	5,98		6	6,01	5,98	6,02	6,02	5,98
		6,00	5,98	6,01	6,01	5,98			6,00	5,98	6,00	6,02	5,99
		6,01	5,99	6,02	6,02	5,99			6,01	5,98	6,01	6,02	5,98
	10	10,02	9,97	10,01	10,02	9,98		10	10,02	9,97	10,02	10,03	9,97
		10,01	9,97	10,02	10,03	9,97			10,01	9,97	10,02	10,02	9,96
		10,02	9,97	10,02	10,03	9,97			10,02	9,97	10,02	10,03	9,97
	16	16,03	15,93	16,03	16,03	15,95		16	16,02	15,94	16,02	16,03	15,94
		16,02	15,95	16,02	16,04	15,96			16,02	15,95	16,02	16,04	15,95
		16,02	15,95	16,03	16,04	15,96			16,02	15,94	16,02	16,03	15,94
	19,8	19,82	19,73	19,83	19,85	19,72		19,8	19,83	19,74	19,83	19,85	19,74
		19,82	19,73	19,83	19,85	19,74			19,83	19,73	19,83	19,84	19,73
		19,83	19,74	19,83	19,85	19,75			19,83	19,73	19,84	19,84	19,73

Таблиця 2.7

Результати вимірювання напруги при значеннях температури навколишнього середовища 20 °С

φ , %	x , В	y_1 , В	y_2 , В	y_3 , В	y_4 , В	y_5 , В	φ , %	x , В	y_1 , В	y_2 , В	y_3 , В	y_4 , В	y_5 , В
50	0,6	0,601	0,599	0,601	0,602	0,599	70	0,6	0,600	0,599	0,600	0,601	0,598
		0,600	0,598	0,600	0,601	0,599			0,600	0,599	0,601	0,602	0,599
		0,601	0,599	0,601	0,602	0,599			0,600	0,599	0,600	0,601	0,598
	1	1,001	0,997	1,000	1,002	0,998		1	1,001	0,999	1,001	1,004	0,999
		1,001	0,998	1,001	1,003	0,999			1,000	0,998	1,000	1,003	0,998
		1,001	0,998	1,002	1,003	0,999			1,001	0,999	1,001	1,004	0,999
	1,6	1,601	1,596	1,601	1,604	1,597		1,6	1,601	1,597	1,601	1,605	1,597
		1,601	1,596	1,601	1,604	0,597			1,601	1,598	1,601	1,605	1,597
		1,601	1,596	1,600	1,603	1,597			1,601	1,597	1,600	1,605	1,597
	1,98	1,980	1,975	1,980	1,984	1,976		1,98	1,980	1,976	1,981	1,986	1,976
		1,981	1,974	1,980	1,983	1,975			1,981	1,976	1,980	1,985	1,976
		1,981	1,975	1,980	1,984	1,976			1,980	1,975	1,980	1,985	1,975
	2	2,00	2,00	2,01	2,02	2,00		2	1,99	1,99	2,00	2,00	1,99
		2,00	1,99	2,00	2,01	1,99			1,99	1,99	2,00	2,00	1,99
		2,00	1,99	2,00	2,00	1,99			1,99	1,99	2,00	2,00	1,99
	6	6,00	5,971	6,00	6,02	5,99		6	6,01	5,98	6,00	6,02	5,99
		6,00	5,98	6,00	6,01	5,98			6,00	5,98	6,00	6,02	5,99
		6,01	5,98	6,00	6,02	5,99			6,00	5,98	6,00	6,02	5,98
	10	10,01	9,97	9,99	10,02	9,97		10	10,01	9,98	10,00	10,03	9,98
		10,01	9,97	9,99	10,02	9,97			10,01	9,97	9,99	10,02	9,97
		10,01	9,97	10,00	10,03	9,98			10,01	9,97	9,99	10,03	9,97
	16	16,01	15,94	15,99	16,03	15,96		16	16,00	15,94	15,98	16,03	15,95
		16,01	15,94	15,98	16,03	15,96			16,00	15,95	15,99	16,04	15,95
		16,00	15,94	15,98	16,03	15,96			16,00	15,95	15,99	16,04	15,96
	19,8	19,81	19,72	19,78	19,83	19,75		19,8	19,79	19,73	19,77	19,84	19,73
		19,80	19,72	19,77	19,83	19,74			19,81	19,84	19,78	19,84	19,74
		19,81	19,73	19,78	19,83	19,74			19,80	19,72	19,77	19,84	19,73

Таблиця 2.8

Результати вимірювання напруги при значеннях температури навколишнього середовища 30 °С

$\varphi, \%$	x, B	y_1, B	y_2, B	y_3, B	y_4, B	y_5, B	$\varphi, \%$	x, B	y_1, B	y_2, B	y_3, B	y_4, B	y_5, B
40	0,6	0,600	0,599	0,600	0,602	0,600	60	0,6	0,599	0,598	0,600	0,601	0,599
		0,599	0,599	0,599	0,601	0,599			0,599	0,599	0,600	0,602	0,599
		0,600	0,599	0,599	0,602	0,600			0,599	0,599	0,599	0,601	0,599
	1	0,999	0,997	0,998	1,001	0,997		1	0,999	0,998	0,998	1,002	0,998
		1,000	0,999	1,000	1,004	1,000			0,999	0,998	0,999	1,002	0,998
		0,999	0,998	0,999	1,003	0,999			0,998	0,997	0,999	1,002	0,998
	1,6	1,599	1,597	1,599	1,604	1,598		1,6	1,597	1,596	1,598	1,603	1,597
		1,599	1,597	1,598	1,605	1,599			1,598	1,597	1,598	1,604	1,597
		1,599	1,597	1,599	1,605	1,599			1,598	1,596	1,598	1,604	1,597
	1,98	1,977	1,975	1,977	1,984	1,976		1,98	1,977	1,975	1,977	1,984	1,976
		1,978	1,976	1,979	1,986	1,978			1,977	1,975	1,977	1,984	1,975
		1,978	1,976	1,978	1,985	1,977			1,977	1,975	1,978	1,985	1,976
	2	2,00	2,00	2,00	2,01	2,00		2	2,00	1,99	2,00	2,00	1,99
		1,99	1,99	2,00	2,00	1,99			1,99	1,99	2,00	2,00	1,99
		2,00	1,99	2,00	2,00	1,99			2,00	2,00	2,00	2,01	2,00
	6	6,00	5,98	5,99	6,01	5,99		6	6,00	5,99	5,99	6,02	5,99
		6,00	5,99	5,99	6,02	5,99			6,00	5,99	5,99	6,02	5,99
		6,00	5,99	5,99	6,02	5,99			6,00	5,98	5,99	6,01	5,98

Продовження табл. 2.8

$\varphi, \%$	$x, \text{В}$	$y_1, \text{В}$	$y_2, \text{В}$	$y_3, \text{В}$	$y_4, \text{В}$	$y_5, \text{В}$	$\varphi, \%$	$x, \text{В}$	$y_1, \text{В}$	$y_2, \text{В}$	$y_3, \text{В}$	$y_4, \text{В}$	$y_5, \text{В}$
40	10	10,00	9,98	9,98	10,03	9,99	60	10	10,00	9,97	9,98	10,02	9,98
		10,00	9,98	9,98	9,97	9,99			10,00	9,97	9,98	10,02	9,98
		10,00	9,98	9,98	10,03	9,99			10,00	9,97	9,97	10,02	9,98
	16	16,00	15,96	15,96	16,04	15,97		16	16,00	15,96	15,96	16,04	15,97
		15,99	15,95	15,95	16,04	15,97			15,99	15,95	15,95	16,03	15,96
		16,00	15,96	15,96	16,05	15,98			16,00	15,96	15,96	16,04	15,97
	19,8	19,79	19,74	19,75	19,85	19,76		19,8	19,79	19,74	19,75	19,84	19,75
		19,79	19,75	19,74	19,85	19,77			19,80	19,75	19,75	19,84	19,75
		19,79	19,75	19,74	19,85	19,76			19,79	19,74	19,74	19,84	19,75

Таблиця 2.9

Результати вимірювання напруги при значеннях температури навколишнього середовища 40 °С

φ , %	x, В	y_1 , В	y_2 , В	y_3 , В	y_4 , В	y_5 , В	φ , %	x, В	y_1 , В	y_2 , В	y_3 , В	y_4 , В	y_5 , В
20	0,6	0,599	0,599	0,600	0,603	0,601	60	0,6	0,599	0,598	0,598	0,601	0,599
		0,598	0,600	0,599	0,602	0,600			0,598	0,598	0,599	0,601	0,599
		0,608	0,600	0,599	0,603	0,600			0,598	0,598	0,599	0,601	0,599
	1	0,997	1,000	0,988	0,998	0,998		1	0,997	0,997	0,997	1,001	0,998
		0,997	1,000	0,998	0,998	1,000			0,997	0,997	0,998	1,002	0,999
		0,997	1,000	0,998	0,998	1,001			0,997	0,997	0,998	1,002	0,999
	1,6	1,596	1,601	1,598	1,607	1,601		1,6	1,596	1,595	1,597	1,603	1,598
		1,596	1,601	1,598	1,602	1,601			1,595	1,595	1,596	1,603	1,598
		1,596	1,601	1,598	1,602	1,601			1,595	1,595	1,595	1,603	1,597
	1,98	1,975	1,981	1,977	1,984	1,982		1,98	1,973	1,974	1,975	1,984	1,978
		1,974	1,980	1,971	1,983	1,981			1,974	1,973	1,975	1,984	1,977
		1,974	1,981	1,977	1,989	1,981			1,973	1,974	1,975	1,984	1,977
	2	1,99	2,00	1,99	2,01	1,99		2	1,99	1,99	1,99	2,00	1,99
		1,99	2,00	1,99	2,01	1,99			1,99	2,00	1,99	2,00	2,00
		2,00	2,00	2,00	2,01	2,00			1,99	1,99	1,99	2,00	1,99
	6	6,00	6,00	5,98	6,03	6,00		6	5,99	5,98	5,98	6,01	5,99
		6,00	6,00	5,98	6,03	6,03			5,99	5,98	5,97	6,01	5,99
		6,00	6,00	5,98	6,03	6,00			5,99	5,98	5,98	6,01	5,99
	10	9,99	10,00	9,97	10,05	10,01		10	9,98	9,97	9,96	10,02	9,99
		9,99	10,00	9,96	10,04	10,00			9,98	9,97	9,97	10,02	9,99
		9,99	10,00	9,96	9,99	10,00			9,98	9,97	9,95	10,02	9,98
	16	15,99	16,00	15,94	16,01	16,00		16	15,97	15,95	15,93	16,04	15,98
		15,98	16,00	15,94	16,00	16,00			15,97	15,95	15,92	16,03	15,97
		15,97	15,99	15,93	16,06	15,99			15,97	15,95	15,93	16,04	15,98
	19,8	19,77	19,79	19,72	19,88	19,80		19,8	19,76	19,73	19,70	19,84	19,76
		19,77	19,79	19,72	19,78	19,79			19,76	19,74	19,71	19,85	19,77
		19,77	19,80	19,72	19,82	19,80			19,76	19,73	19,70	19,84	19,76

Для використання альтернативного методу були взяті $t = 1 \dots j = 8$ груп вимірювань, що включають $n = 1 \dots k = 9$ результатів вимірювань, результати наведено у табл. 2.10.

Таблиця 2.10

Результати вимірювань значень калібрувальних точок ЦМ1, при змінному факторі впливу

j	$T, ^\circ\text{C}$	$\varphi, \%$	$k=0,6 \text{ В}$	$k=1,0 \text{ В}$	$k=1,6 \text{ В}$	$k=1,98 \text{ В}$	$k=2,0 \text{ В}$	$k=6,0 \text{ В}$	$k=10,0 \text{ В}$	$k=16,0 \text{ В}$	$k=19,8 \text{ В}$
1	10	60	0,6008	0,9993	1,6025	1,9841	1,996	6,007	10,018	16,024	19,826
2	10	80	0,6023	1,0023	1,6035	1,9836	2,000	6,006	10,015	16,023	19,826
3	20	50	0,6006	1,0007	1,6009	1,9805	1,999	6,004	10,006	16,006	19,805
4	20	70	0,6002	1,0005	1,6008	1,9802	1,994	6,001	10,007	16,003	19,801
5	30	40	0,5995	0,9994	1,5988	1,9774	1,995	5,998	10,001	15,997	19,788
6	30	60	0,5989	0,9987	1,5975	1,9767	1,994	5,997	10,001	15,993	19,793
7	40	20	0,6016	0,9972	1,5958	1,9742	1,995	5,997	9,991	15,980	19,772
8	40	60	0,5981	0,9968	1,5953	1,9730	1,991	5,988	9,983	15,972	19,759
$\bar{y}_j$			0,6002	0,9994	1,5994	1,9787	1,995	6,000	10,003	16,000	19,796

Рекомендоване значення $t(n - 1) > 15$. При $t = 8$, а $n = 9$ умова виконується. Для виявлення потенційних викидів було побудовано графік залежності $y_{\Pi} = y_{jk} - \bar{y}_j$ по j (рис. 2.4).

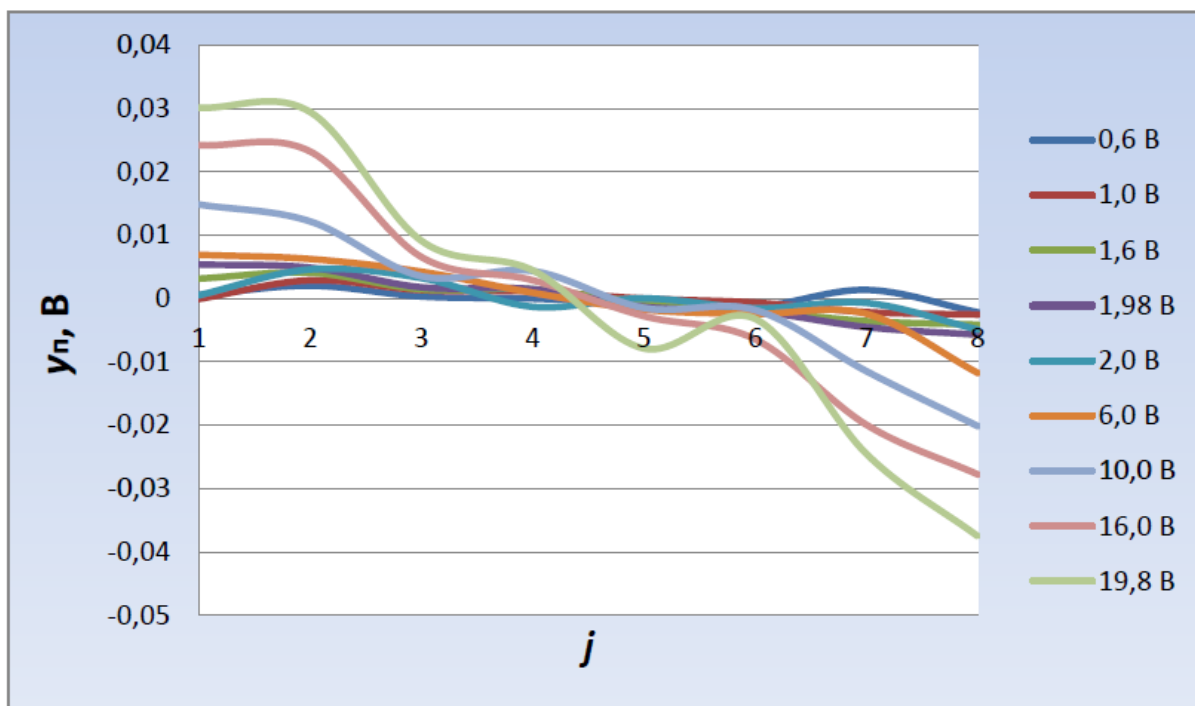


Рис. 2.4 Ідентифікація потенційних викидів у результатах вимірювань ЦМ1

З розгляду кривих показаних на рис. 2.4 витікає, що потенційні викиди відсутні. Зрозуміло, що зі збільшенням значення калібрувальної точки збільшується похибка. Найбільші відхилення напруги від середнього значення спостерігаються при найменшому ($10\text{ }^{\circ}\text{C}$, $j = 1$) і найбільшому ($40\text{ }^{\circ}\text{C}$, $j = 8$) значення температури.

Експериментальні дослідження показали, що з нормальних умов, тобто. при температурі навколишнього повітря в діапазоні $(23 \pm 5)\text{ }^{\circ}\text{C}$ та відносній вологості повітря $(65 \pm 15)\%$, похибки всіх екземплярів

мультиметрів одного типу МУ-64 не перевищували допустимі значення. Викиди в результатах вимірювань усіх п'яти екземплярів ЗВ не виявлено.

Були обчислені оцінки стандартного відхилення проміжної прецизійності [16] за формулою (2.1) при двох факторах, що змінюються: температурі і вологості – для всіх п'яти екземплярів.

$$SI_{(ЦМ1)} = 0,011;$$

$$SI_{(ЦМ2)} = 0,010;$$

$$SI_{(ЦМ3)} = 0,022;$$

$$SI_{(ЦМ4)} = 0,004;$$

$$SI_{(ЦМ5)} = 0,010.$$

Зрозуміло, що найбільшу додаткову похибку має ЦМ3, а найменшу ЦМ4.

Висновки по розділу

У другому розділі магістерської кваліфікаційної роботи розглянуто фактори впливу на мінливість РВ, виконаних по одній ММВ.

Проведено внутрішньолабораторне дослідження з оцінки проміжної прецизійності при двох факторах, що одночасно змінюються: температурі і вологості. Було виявлено, що екземпляри одного типу мають різну сприйнятливості до зміни умов навколишнього середовища (до 5 разів). Найбільші відхилення показань мультиметрів від середнього вимірюваного значення напруги було виявлено на нижній та верхній межах температурного діапазону від 10 до 40 °С.

РОЗДІЛ 3 ПОБУДОВА ЛІНІЙНИХ ГРАДУЙОВАНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

Розглянемо експериментальні дані, отримані щодо цифрового мультиметра (див. табл. 2.6 – 2.9). Вимірювання виконували з багаторазовими спостереженнями $n_i=3$. Кількість точок на межі виміру 2 В постійної напруги $i = 1 \dots m$, де $m = 4$ і $m = 5$ на межі вимірів 20 В. Отримані результати вимірювань були обчислені за формулою

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} y_i}{n_i} \quad (3.1)$$

Оцінка дисперсії похибки S_i^2 у точці y_i знаходиться за формулою

$$S_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} (y_i - \bar{y}_i)^2}{n_i - 1} \quad (3.2)$$

Оскільки, вхідна величина X цьому експерименті є контрольованою змінною (на вході встановлювалося заздалегідь задане значення X_i), то побудови ГХ можна застосовувати МНК, [17].

Для побудови лінійної ГХ загального виду $Y = a + bX$, необхідно обчислити оцінки a та b за МНК. Ваги, що визначаються за експериментальними даними, приймаються рівними $\omega_i = n_i/S_i^2$.

Середнє (зважене) значення $\bar{X}$ вхідних величин X_i знаходиться за формулою

$$\bar{X} = \frac{\sum \omega_i X_i}{\sum \omega_i} \quad (3.3)$$

Середнє (зважене) значення $\bar{y}$ результатів вимірів $\bar{y}_i$, знаходиться за формулою

$$\bar{y} = \frac{\sum \omega_i \bar{y}_i}{\sum \omega_i} \quad (3.4)$$

Оцінки коефіцієнтів a і b розраховуються за формулами (3.5) - (3.6).

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \bar{y}_i (X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n \omega_i (X_i - \bar{X})^2}, \quad (3.5)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{X}. \quad (3.6)$$

Результати обчислень коефіцієнтів регресії для досліджуваних екземплярів мультиметрів Mastech MY-64 (ЦМ1-ЦМ5) наведено в Додатку табл. 3.1 – табл. 3.5 (у проміжних обчисленнях утримуються зайві цифри).

Таблиця 3.1

Результати проміжних обчислень та оцінок коефіцієнтів a та b за методом найменших квадратів для ЦМ1

$t, ^\circ\text{C}$	$X_N, \text{В}$	i	$X_i, \text{В}$	n_i	$\bar{y}_i, \text{В}$	$S_i^2 \cdot 10^{-7}, \text{В}^2$	$\omega_i, \text{В}^{-2}$	$\omega_i X_i, \text{В}^{-1}$	$\omega_i \bar{y}_i, \text{В}^{-1}$	$\omega_i (X_i - \bar{X}), \text{В}^{-1}$	$\omega_i (X_i - \bar{X})^2$	$\omega_i \bar{y}_i (X_i - \bar{X})$	
10	2	1	0,6	3	0,602	15,43	0,1944	0,1166	0,1171	-0,2409	0,2984	-0,1451	
		2	1		1,002	0,23	12,8571	12,8571	12,8863	-10,7880	9,0519	-10,8125	
		3	1,6		1,603	0,43	6,9231	11,0769	11,1009	-1,6551	0,3957	-2,6539	
		4	1,98		1,984	0,03	90,0000	178,2000	178,5270	12,6839	1,7876	25,1603	
		Суммы					109,9746	202,2507	202,6313		11,5336	11,5489	
	$\bar{X} = 1,8391 \text{ В}$				$\bar{y} = 1,8425 \text{ В}$				$b = 1,0013$				$a = 0,0010$
	20	1	2	3	2,00	88,2333	0,0340	0,0680	0,0680	-0,4478	5,8973	-0,8956	
		2	6		6,01	70,0000	0,0429	0,2571	0,2574	-0,3930	3,6038	-2,3603	
		3	10		10,02	40,0000	0,0750	0,7500	0,7511	-0,3877	2,0046	-3,8833	
		4	16		16,02	13,3333	0,2250	3,6000	3,6053	0,1868	0,1550	2,9927	
5		19,8	19,83		13,3333	0,2250	4,4550	4,4608	1,0418	4,8234	20,6537		
Суммы					0,6019	9,1301	9,1426		16,4842	16,5072			
$\bar{X} = 15,1699 \text{ В}$				$\bar{y} = 15,1907 \text{ В}$				$b = 1,0014$				$a = -0,0004$	
20	2	1	0,6	3	0,600	0,03	90,0000	54,0000	54,0210	-11,4142	1,4476	-6,8512	
		2	1		1,001	0,10	30,0000	30,0000	30,0150	8,1953	2,2387	8,1994	
		3	1,6		1,601	1,23	2,4324	3,8919	3,8939	2,1239	1,8546	3,4001	
		4	1,98		1,980	3,43	0,8738	1,7301	1,7303	1,0950	1,3722	2,1684	
		Суммы					123,3062	89,6220	89,6602		6,9132	6,9166	
	$\bar{X} = 0,7268 \text{ В}$				$\bar{y} = 0,7271 \text{ В}$				$b = 1,0005$				$a = -0,0001$
	20	1	2	3	1,99	6,53	0,4592	0,9184	0,9156	-1,8385	7,3613	-3,6661	
		2	6		6,00	143,33	0,0209	0,1256	0,1256	-0,0001	0,0000	-0,0005	
		3	10		10,01	25,83	0,1161	1,1613	1,1621	0,4641	1,8544	4,6440	
		4	16		16,00	23,33	0,1286	2,0571	2,0575	1,2852	12,8471	20,5668	
5		19,8	19,80		463,33	0,0065	0,1282	0,1282	0,0893	1,2324	1,7687		
Суммы					0,7313	4,3906	4,3891		23,2952	23,3129			
$\bar{X} = 6,0039 \text{ В}$				$\bar{y} = 6,0018 \text{ В}$				$b = 1,0008$				$a = -0,0067$	
30	2	1	0,6	3	0,599	1,73	1,7308	1,0385	1,0375	-1,6993	1,6684	-1,0187	
		2	1		0,999	6,53	0,4592	0,4592	0,4589	-0,2672	0,1554	-0,2670	
		3	1,6		1,599	0,03	90,0000	144,0000	143,8890	1,6376	0,0298	2,6182	
		4	1,98		1,977	3,63	0,8257	1,6349	1,6327	0,3288	0,1309	0,6502	
		Суммы					93,0156	147,1325	147,0182		1,9845	1,9827	
	$\bar{X} = 1,5818 \text{ В}$				$\bar{y} = 1,5806 \text{ В}$				$b = 0,9991$				$a = 0,0002$
	20	1	2	3	2,00	235,20	0,0128	0,0255	0,0255	-0,1074	0,9036	-0,2142	
		2	6		6,00	10,00	0,3000	1,8000	1,7994	-1,3250	5,8519	-7,9472	
		3	10		10,00	93,33	0,0321	0,3214	0,3215	-0,0134	0,0056	-0,1339	
		4	16		16,00	70,00	0,0429	0,6857	0,6856	0,2393	1,3360	3,8279	
5		19,8	19,79		23,33	0,1286	2,5457	2,5442	1,2064	11,3205	23,8734		
Суммы					0,5163	5,3784	5,3761		19,4176	19,4059			
$\bar{X} = 10,4166 \text{ В}$				$\bar{y} = 10,4123 \text{ В}$				$b = 0,9994$				$a = 0,0019$	
40	2	1	0,6	3	0,602	317,50	0,0094	0,0057	0,0057	-0,0070	0,0052	-0,0042	
		2	1		0,997	0,13	22,5000	22,5000	22,4378	-7,7667	2,6810	-7,7452	
		3	1,6		1,596	0,13	22,5000	36,0000	35,9063	5,7333	1,4609	9,1494	
		4	1,98		1,974	0,93	3,2143	6,3643	6,3457	2,0405	1,2953	4,0284	
		Суммы					48,2237	64,8700	64,6954		5,4424	5,4283	
	$\bar{X} = 1,3452 \text{ В}$				$\bar{y} = 1,3416 \text{ В}$				$b = 0,9974$				$a = -0,0001$
	20	1	2	3	1,99	83,33	0,0360	0,0720	0,0718	-0,3382	3,1763	-0,6745	
		2	6		6,00	43,33	0,0692	0,4154	0,4152	-0,3734	2,0136	-2,2392	
		3	10		9,99	3,33	0,9000	9,0000	8,9922	-1,2538	1,7466	-12,5267	
		4	16		15,98	187,50	0,0160	0,2560	0,2557	0,0737	0,3396	1,1780	
5		19,8	19,77		13,33	0,2250	4,4550	4,4486	1,8916	15,9022	37,3993		
Суммы					1,2462	14,1984	14,1835		23,1782	23,1369			
$\bar{X} = 11,3931 \text{ В}$				$\bar{y} = 11,3811 \text{ В}$				$b = 0,9982$				$a = 0,0084$	

Таблиця 3.2

Результати проміжних обчислень та оцінок коефіцієнтів a та b за методом найменших квадратів для ЦМ2

t_i , °C	X_{i0} , В	i	X_i , В	n i	y_i , В	$S_i^2 \cdot 10^{-3}$, В ²	ω_i , В ⁻²	$\omega_i \cdot X_i$, В ⁻¹	$\omega_i \cdot y_i$, В ⁻¹	$\omega_i (X_i - \bar{X})$, В ⁻¹	$\omega_i (X_i - \bar{X})^2$	$\omega_i \cdot y_i - (X_i - \bar{X})$	
10	2	1	0,6	3	0,601	128,10	0,0234	0,0141	0,0141	-0,0269	0,0308	-0,0162	
		2	1		0,998	2,23	1,3433	1,3433	1,3403	-1,0041	0,7506	-1,0019	
		3	1,6		1,596	1,60	1,8750	3,0000	2,9931	-0,2766	0,0408	-0,4416	
		4	1,98		1,975	0,53	5,6250	11,1375	11,1092	1,3076	0,3040	2,5825	
		Сумма					8,8667	15,4948	15,4566		1,1263	1,1229	
		$\bar{X} = 1,7475$ В $\bar{y} = 1,7432$ В $b = 0,9970$ $a = 0,0009$											
	20	1	2	3	1,99	553,23	0,0054	0,0108	0,0108	-0,0483	0,4304	-0,0964	
		2	6		5,98	53,33	0,0562	0,3375	0,3363	-0,2761	1,3556	-1,6511	
		3	10		9,97	123,33	0,0243	0,2432	0,2425	-0,0221	0,0201	-0,2205	
		4	16		15,94	83,33	0,0360	0,5760	0,5740	0,1833	0,9330	2,9222	
5		19,8	19,73		163,33	0,0184	0,3637	0,3624	0,1633	1,4519	3,2220		
Сумма					0,1404	1,5313	1,5260		4,1910	4,1762			
$\bar{X} = 10,9092$ В $\bar{y} = 10,8720$ В $b = 0,9965$ $a = 0,0013$													
20	2	1	0,6	3	0,599	1,03	2,9032	1,7419	1,7392	-1,2388	0,5286	-0,7421	
		2	1		0,999	0,10	30,0000	30,0000	29,9550	-0,8008	0,0214	-0,7996	
		3	1,6		1,597	1,23	2,4324	3,8919	3,8850	1,3945	0,7995	2,2273	
		4	1,98		1,976	4,43	0,6767	1,3398	1,3368	0,6451	0,6150	1,2744	
		Сумма					36,0123	36,9737	36,9161		1,9644	1,9600	
		$\bar{X} = 1,0267$ В $\bar{y} = 1,0251$ В $b = 0,9977$ $a = 0,0007$											
	20	1	2	3	1,99	6,53	0,4592	0,9184	0,9156	-1,3616	4,0374	-2,7151	
		2	6		5,98	10,00	0,3000	1,8000	1,7937	0,3104	0,3212	1,8561	
		3	10		9,97	125,83	0,0238	0,2384	0,2377	0,1200	0,6043	1,1970	
		4	16		15,95	40,00	0,0750	1,2000	1,1960	0,8276	9,1325	13,1971	
5		19,8	19,73		430,00	0,0070	0,1381	0,1376	0,1035	1,5354	2,0419		
Сумма					0,8650	4,2949	4,2807		15,6308	15,5770			
$\bar{X} = 4,9652$ В $\bar{y} = 4,9488$ В $b = 0,9966$ $a = 0,0006$													
30	2	1	0,6	3	0,599	1,23	2,4324	1,4595	1,4569	-2,3741	2,3171	-1,4220	
		2	1		0,998	14,53	0,2064	0,2064	0,2060	-0,1189	0,0685	-0,1187	
		3	1,6		1,597	0,03	90,0000	144,0000	143,7090	2,1594	0,0518	3,4481	
		4	1,98		1,975	3,63	0,8257	1,6349	1,6311	0,3336	0,1348	0,6590	
		Сумма					93,4645	147,3007	147,0031		2,5722	2,5663	
		$\bar{X} = 1,5760$ В $\bar{y} = 1,5728$ В $b = 0,9977$ $a = 0,0004$											
	20	1	2	3	1,99	128,53	0,0233	0,0467	0,0465	-0,1840	1,4512	-0,3666	
		2	6		5,99	43,33	0,0692	0,4154	0,4144	-0,2690	1,0451	-1,6102	
		3	10		9,98	10,00	0,3000	3,0000	2,9934	0,0344	0,0039	0,3434	
		4	16		15,96	70,00	0,0429	0,6857	0,6839	0,2621	1,6024	4,1817	
5		19,8	19,75		190,00	0,0158	0,3126	0,3118	0,1565	1,5521	3,0910		
Сумма					0,4512	4,4604	4,4500		5,6548	5,6393			
$\bar{X} = 9,8853$ В $\bar{y} = 9,8621$ В $b = 0,9973$ $a = 0,0040$													
40	2	1	0,6	3	0,600	7,50	0,4000	0,2400	0,2398	-0,3138	0,2463	-0,1882	
		2	1		1,000	0,13	22,5000	22,5000	22,5053	-8,6540	3,3285	-8,6560	
		3	1,6		1,601	0,13	22,5000	36,0000	36,0188	4,8460	1,0437	7,7576	
		4	1,98		1,981	0,43	6,9231	13,7077	13,7116	4,1218	2,4541	8,1636	
		Сумма					52,3231	72,4477	72,4755		7,0725	7,0770	
		$\bar{X} = 1,3846$ В $\bar{y} = 1,3852$ В $b = 1,0006$ $a = -0,0003$											
	20	1	2	3	2,00	83,33	0,0360	0,0720	0,0720	-0,2495	1,7287	-0,4993	
		2	6		6,00	10,00	0,3000	1,8000	1,7997	-0,8789	2,5747	-5,2724	
		3	10		10,00	3,33	0,9000	9,0000	9,0012	0,9634	1,0312	9,6351	
		4	16		16,00	437,50	0,0069	0,1097	0,1097	0,0485	0,3428	0,7756	
5		19,8	19,79		280,00	0,0107	0,2121	0,2120	0,1165	1,2661	2,3049		
Сумма					1,2536	11,1939	11,1947		6,9435	6,9440			
$\bar{X} = 8,9296$ В $\bar{y} = 8,9302$ В $b = 1,0001$ $a = 0,0000$													

Таблиця 3.3

Результати проміжних обчислень та оцінок коефіцієнтів a та b за методом найменших квадратів для ЦМЗ

$t, ^\circ\text{C}$	$X_{\text{н}}, \text{В}$	i	$X_i, \text{В}$	n_i	$y_i, \text{В}$	$S_i^2 \cdot 10^{-7}, \text{В}^2$	$\omega_i, \text{В}^{-2}$	$\omega_i \cdot X_i, \text{В}^{-1}$	$\omega_i \cdot y_i, \text{В}^{-1}$	$\omega_i \cdot (X_i - \bar{X}), \text{В}^{-1}$	$\omega_i \cdot (X_i - \bar{X})^2$	$\omega_i \cdot y_i \cdot (X_i - \bar{X})$	
10	2	1	0,6	3	0,606	492,10	0,0061	0,0037	0,0037	-0,0043	0,0030	-0,0026	
		2	1		1,002	0,23	12,8571	12,8571	12,8863	-3,9324	1,2028	-3,9413	
		3	1,6		1,604	6,10	0,4918	0,7869	0,7888	0,1447	0,0426	0,2320	
		4	1,98		1,984	0,53	5,6250	11,1375	11,1598	3,7921	2,5564	7,5233	
		Сумма					18,9800	24,7852	24,8385		3,8047	3,8114	
		$\bar{X} = 1,3059 \text{ В}$					$\bar{y} = 1,3087 \text{ В}$		$b = 1,0017$		$a = 0,0005$		
	20	1	2	3	2,01	289,90	0,0103	0,0207	0,0208	-0,1244	1,4944	-0,2497	
		2	6		6,01	1003,33	0,0030	0,0179	0,0180	-0,0240	0,1922	-0,1441	
		3	10		10,02	123,33	0,0243	0,2432	0,2437	-0,0977	0,3925	-0,9789	
		4	16		16,02	30,00	0,1000	1,6000	1,6024	0,1983	0,3932	3,1774	
5		19,8	19,83		363,33	0,0083	0,1635	0,1637	0,0477	0,2761	0,9469		
Сумма					0,1459	2,0454	2,0486		2,7484	2,7516			
$\bar{X} = 14,0171 \text{ В}$					$\bar{y} = 14,0391 \text{ В}$		$b = 1,0012$		$a = 0,0058$				
20	2	1	0,6	3	0,600	0,70	4,2857	2,5714	2,5731	-2,4891	1,4456	-1,4944	
		2	1		1,001	0,93	3,2143	3,2143	3,2164	-0,5811	0,1051	-0,5815	
		3	1,6		1,601	0,90	3,3333	5,3333	5,3350	1,3974	0,5858	2,2365	
		4	1,98		1,981	1,43	2,0930	4,1442	4,1454	1,6728	1,3369	3,3130	
		Сумма					12,9264	15,2632	15,2699		3,4734	3,4736	
		$\bar{X} = 1,1808 \text{ В}$					$\bar{y} = 1,1813 \text{ В}$		$b = 1,0001$		$a = 0,0004$		
	20	1	2	3	2,00	53,20	0,0564	0,1128	0,1129	-0,3227	1,8467	-0,6462	
		2	6		6,00	10,00	0,3000	1,8000	1,7997	-0,5168	0,8902	-3,1001	
		3	10		9,99	50,83	0,0590	0,5902	0,5898	0,1344	0,3061	1,3432	
		4	16		15,99	40,00	0,0750	1,2000	1,1990	0,6208	5,1387	9,9242	
5		19,8	19,77		430,00	0,0070	0,1381	0,1380	0,0843	1,0177	1,6662		
Сумма					0,4974	3,8411	3,8393		9,1993	9,1873			
$\bar{X} = 7,7226 \text{ В}$					$\bar{y} = 7,7190 \text{ В}$		$b = 0,9987$		$a = 0,0065$				
30	2	1	0,6	3	0,599	0,90	3,3333	2,0000	1,9977	-1,9414	1,1307	-1,1635	
		2	1		0,999	14,53	0,2064	0,2064	0,2062	-0,0377	0,0069	-0,0376	
		3	1,6		1,599	0,70	4,2857	6,8571	6,8511	1,7896	0,7473	2,8609	
		4	1,98		1,978	12,63	0,2375	0,4702	0,4697	0,1894	0,1511	0,3746	
		Сумма					8,0629	9,5337	9,5247		2,0360	2,0344	
		$\bar{X} = 1,1824 \text{ В}$					$\bar{y} = 1,1813 \text{ В}$		$b = 0,9992$		$a = -0,0002$		
	20	1	2	3	2,00	48,53	0,0618	0,1236	0,1235	-0,3187	1,6433	-0,6370	
		2	6		5,99	10,00	0,3000	1,8000	1,7964	-0,3468	0,4009	-2,0767	
		3	10		9,98	43,33	0,0692	0,6923	0,6909	0,1969	0,5599	1,9649	
		4	16		15,96	70,00	0,0429	0,6857	0,6839	0,3790	3,3521	6,0481	
5		19,8	19,74		423,33	0,0071	0,1403	0,1399	0,0896	1,1329	1,7691		
Сумма					0,4810	3,4420	3,4346		7,0892	7,0684			
$\bar{X} = 7,1560 \text{ В}$					$\bar{y} = 7,1408 \text{ В}$		$b = 0,9971$		$a = 0,0058$				
40	2	1	0,6	3	0,599	0,83	3,6000	2,1600	2,1574	-3,1047	2,6775	-1,8605	
		2	1		0,995	346,80	0,0087	0,0087	0,0086	-0,0040	0,0018	-0,0040	
		3	1,6		1,598	0,13	22,5000	36,0000	35,9513	3,0958	0,4259	4,9465	
		4	1,98		1,975	120,10	0,0250	0,0495	0,0493	0,0129	0,0067	0,0255	
		Сумма					26,1336	38,2181	38,1665		3,1120	3,1075	
		$\bar{X} = 1,4624 \text{ В}$					$\bar{y} = 1,4604 \text{ В}$		$b = 0,9986$		$a = 0,0001$		
	20	1	2	3	1,99	83,33	0,0360	0,0720	0,0718	-0,2155	1,2895	-0,4298	
		2	6		5,98	10,00	0,3000	1,8000	1,7937	-0,5955	1,1819	-3,5602	
		3	10		9,96	70,00	0,0429	0,4286	0,4270	0,0864	0,1740	0,8604	
		4	16		15,94	145,83	0,0206	0,3291	0,3279	0,1649	1,3216	2,6279	
5		19,8	19,72		63,33	0,0474	0,9379	0,9340	0,5597	6,6125	11,0357		
Сумма					0,4468	3,5676	3,5544		10,5795	10,5340			
$\bar{X} = 7,9849 \text{ В}$					$\bar{y} = 7,9553 \text{ В}$		$b = 0,9957$		$a = 0,0047$				

Таблиця 3.4

Результати проміжних обчислень та оцінок коефіцієнтів a та b за методом найменших квадратів для ЦМ4

$t, ^\circ\text{C}$	$X_{\text{до}}$ В	i	X_i В	n i	$y_i, \text{В}$	$S_i^2 \cdot 10^{-7},$ В^2	$\omega_i, \text{В}^{-2}$	$\omega_i \cdot X_i, \text{В}^{-1}$	$\omega_i \cdot y_i, \text{В}^{-1}$	$\omega_i \cdot (X_i - \bar{X}), \text{В}^{-1}$	$\omega_i \cdot (X_i - \bar{X})^2$	$\omega_i \cdot y_i \cdot (X_i - \bar{X})$		
10	2	1	0,6	3	0,607	765,10	0,0039	0,0024	0,0024	-0,0026	0,0017	-0,0016		
		2	1		1,002	0,23	12,8571	12,8571	12,8884	-3,2754	0,8344	-3,2834		
		3	1,6		1,604	6,10	0,4918	0,7869	0,7888	0,1698	0,0586	0,2723		
		4	1,98		1,984	0,70	4,2857	8,4857	8,5020	3,1082	2,2542	6,1660		
		Сумма				17,6386	22,1321	22,1816		3,1489	3,1534			
	$\bar{X} = 1,2548 \text{ В}$				$\bar{y} = 1,2576 \text{ В}$				$b = 1,0014$				$a = 0,0010$	
	20	1	2	3	2,00	553,23	0,0054	0,0108	0,0109	-0,0244	0,1098	-0,0489		
		2	6		6,02	3,33	0,9000	5,4000	5,4159	-0,4507	0,2257	-2,7121		
		3	10		10,03	223,33	0,0134	0,1343	0,1347	0,0470	0,1645	0,4713		
		4	16		16,03	83,33	0,0360	0,5760	0,5772	0,3420	3,2485	5,4834		
5		19,8	19,84		463,33	0,0065	0,1282	0,1285	0,0861	1,1452	1,7086			
Сумма				0,9613	6,2494	6,2672		4,8937	4,9024					
$\bar{X} = 6,5008 \text{ В}$				$\bar{y} = 6,5193 \text{ В}$				$b = 1,0018$				$a = 0,0070$		
20	2	1	0,6	3	0,601	0,70	4,2857	2,5714	2,5774	-2,3232	1,2594	-1,3972		
		2	1		1,004	0,10	30,0000	30,0000	30,1050	-4,2625	0,6056	-4,2774		
		3	1,6		1,605	0,23	12,8571	20,5714	20,6314	5,8875	2,6960	9,4475		
		4	1,98		1,985	3,60	0,8333	1,6500	1,6545	0,6983	0,5851	1,3863		
		Сумма				47,9762	54,7929	54,9684		5,1461	5,1592			
	$\bar{X} = 1,1421 \text{ В}$				$\bar{y} = 1,1457 \text{ В}$				$b = 1,0025$				$a = 0,0008$	
	20	1	2	3	2,00	6,53	0,4592	0,9184	0,9202	-1,1060	2,6640	-2,2165		
		2	6		6,02	10,00	0,3000	1,8000	1,8057	0,4774	0,7597	2,8735		
		3	10		10,03	142,50	0,0211	0,2105	0,2111	0,1177	0,6582	1,1801		
		4	16		16,04	223,33	0,0134	0,2149	0,2154	0,1557	1,8048	2,4971		
5		19,8	19,84		130,00	0,0231	0,4569	0,4578	0,3552	5,4668	7,0465			
Сумма				0,8167	3,6007	3,6103		11,3535	11,3808					
$\bar{X} = 4,4086 \text{ В}$				$\bar{y} = 4,4203 \text{ В}$				$b = 1,0024$				$a = 0,0010$		
30	2	1	0,6	3	0,602	4,23	0,7087	0,4252	0,4264	-0,4398	0,2730	-0,2646		
		2	1		1,003	29,20	0,1027	0,1027	0,1030	-0,0227	0,0050	-0,0227		
		3	1,6		1,604	4,03	0,7438	1,1901	1,1934	0,2822	0,1070	0,4527		
		4	1,98		1,985	12,63	0,2375	0,4702	0,4713	0,1803	0,1369	0,3579		
		Сумма				1,7927	2,1882	2,1941		0,5219	0,5233			
	$\bar{X} = 1,2206 \text{ В}$				$\bar{y} = 1,2239 \text{ В}$				$b = 1,0025$				$a = 0,0002$	
	20	1	2	3	2,00	128,53	0,0233	0,0467	0,0467	-0,2742	3,2206	-0,5489		
		2	6		6,02	43,33	0,0692	0,4154	0,4165	-0,5363	4,1546	-3,2266		
		3	10		10,01	10643,33	0,0003	0,0028	0,0028	-0,0011	0,0040	-0,0106		
		4	16		16,04	203,33	0,0148	0,2361	0,2367	0,0332	0,0749	0,5334		
5		19,8	19,85		23,33	0,1286	2,5457	2,5519	0,7783	4,7112	15,4477			
Сумма				0,2362	3,2467	3,2547		12,1653	12,1950					
$\bar{X} = 13,7467 \text{ В}$				$\bar{y} = 13,7807 \text{ В}$				$b = 1,0024$				$a = 0,0004$		
40	2	1	0,6	3	0,603	2,50	1,2000	0,7200	0,7231	-0,4580	0,1748	-0,2760		
		2	1		0,998	0,13	22,5000	22,5000	22,4603	0,4119	0,0075	0,4112		
		3	1,6		1,604	104,63	0,0287	0,0459	0,0460	0,0177	0,0110	0,0284		
		4	1,98		1,985	105,43	0,0285	0,0563	0,0565	0,0284	0,0284	0,0564		
		Сумма				23,7571	23,3222	23,2858		0,2217	0,2200			
	$\bar{X} = 0,9817 \text{ В}$				$\bar{y} = 0,9802 \text{ В}$				$b = 0,9923$				$a = 0,0060$	
	20	1	2	3	2,01	83,33	0,0360	0,0720	0,0724	-0,1292	0,4635	-0,2598		
		2	6		6,03	10,00	0,3000	1,8000	1,8087	0,1236	0,0509	0,7451		
		3	10		10,03	12403,33	0,0002	0,0024	0,0024	0,0011	0,0047	0,0107		
		4	16		16,03	10687,50	0,0003	0,0045	0,0045	0,0029	0,0304	0,0468		
5		19,8	19,83		26763,33	0,0001	0,0022	0,0022	0,0016	0,0226	0,0316			
Сумма				0,3366	1,8811	1,8903		0,5722	0,5744					
$\bar{X} = 5,5880 \text{ В}$				$\bar{y} = 5,6152 \text{ В}$				$b = 1,0040$				$a = 0,0050$		

Таблиця 3.5

Результати проміжних обчислень та оцінок коефіцієнтів a та b за методом найменших квадратів для ЦМ5

t_i , °C	X_{i0} , В	i	X_i , В	n i	y_i , В	$S_i^2 \cdot 10^{-7}$, В ²	ω_i , В ⁻²	$\omega_i \cdot X_i$, В ⁻¹	$\omega_i \cdot y_i$, В ⁻¹	$\omega_i \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})$, В ⁻¹	$\omega_i \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	$\omega_i \cdot y_i \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})$		
10	2	1	0,6	3	0,604	765,10	0,0039	0,0024	0,0024	-0,0041	0,0042	-0,0025		
		2	1		0,997	3,23	0,9278	0,9278	0,9250	-0,5916	0,3772	-0,5898		
		3	1,6		1,595	0,43	6,9231	11,0769	11,0455	-0,2603	0,0098	-0,4154		
		4	1,98		1,974	1,20	2,5000	4,9500	4,9357	0,8560	0,2931	1,6900		
		Сумма					10,3548	16,9571	16,9086		0,6843	0,6824		
	$\bar{X} = 1,6376$ В				$\bar{y} = 1,6329$ В				$b = 0,9972$				$a = -0,0001$	
	20	1	2	3	1,99	553,23	0,0054	0,0108	0,0108	-0,0647	0,7727	-0,1291		
		2	6		5,98	370,00	0,0081	0,0486	0,0485	-0,0644	0,5108	-0,3849		
		3	10		9,97	223,33	0,0134	0,1343	0,1339	-0,0529	0,2082	-0,5271		
		4	16		15,94	83,33	0,0360	0,5760	0,5740	0,0743	0,1532	1,1843		
5		19,8	19,73		163,33	0,0184	0,3637	0,3624	0,1077	0,6314	2,1248			
Сумма					0,0813	1,1335	1,1296		2,2763	2,2680				
$\bar{X} = 13,9368$ В				$\bar{y} = 13,8889$ В				$b = 0,9964$				$a = 0,0027$		
20	2	1	0,6	3	0,598	0,70	4,2857	2,5714	2,5646	-2,3115	1,2467	-1,3832		
		2	1		0,999	0,10	30,0000	30,0000	29,9550	-4,1802	0,5825	-4,1739		
		3	1,6		1,597	0,23	12,8571	20,5714	20,5307	5,9228	2,7284	9,4577		
		4	1,98		1,976	4,43	0,6767	1,3398	1,3368	0,5689	0,4782	1,1238		
		Сумма					47,8195	54,4827	54,3871		5,0357	5,0244		
	$\bar{X} = 1,1393$ В				$\bar{y} = 1,1373$ В				$b = 0,9978$				$a = 0,0006$	
	20	1	2	3	1,99	6,53	0,4592	0,9184	0,9156	-1,7962	7,0266	-3,5818		
		2	6		5,99	93,33	0,0321	0,1929	0,1924	0,0028	0,0002	0,0170		
		3	10		9,97	50,83	0,0590	0,5902	0,5886	0,2413	0,9864	2,4064		
		4	16		15,95	23,33	0,1286	2,0571	2,0513	1,2971	13,0849	20,6936		
5		19,8	19,73		163,33	0,0184	0,3637	0,3624	0,2551	3,5427	5,0335			
Сумма					0,6973	4,1222	4,1104		24,6408	24,5686				
$\bar{X} = 5,9118$ В				$\bar{y} = 5,8948$ В				$b = 0,9971$				$a = 0,0003$		
30	2	1	0,6	3	0,600	4,23	0,7087	0,4252	0,4249	-0,4427	0,2766	-0,2655		
		2	1		0,999	29,20	0,1027	0,1027	0,1026	-0,0231	0,0052	-0,0231		
		3	1,6		1,598	4,03	0,7438	1,1901	1,1889	0,2791	0,1047	0,4461		
		4	1,98		1,977	12,13	0,2473	0,4896	0,4888	0,1867	0,1410	0,3692		
		Сумма					1,8025	2,2076	2,2053		0,5276	0,5267		
	$\bar{X} = 1,2248$ В				$\bar{y} = 1,2235$ В				$b = 0,9985$				$a = 0,0006$	
	20	1	2	3	1,99	128,53	0,0233	0,0467	0,0465	-0,1847	1,4624	-0,3680		
		2	6		5,99	143,33	0,0209	0,1256	0,1254	-0,0820	0,3209	-0,4909		
		3	10		9,99	43,33	0,0692	0,6923	0,6916	0,0059	0,0005	0,0585		
		4	16		15,97	203,33	0,0148	0,2361	0,2357	0,0898	0,5462	1,4340		
5		19,8	19,76		173,33	0,0173	0,3427	0,3421	0,1711	1,6910	3,3811			
Сумма					0,1456	1,4433	1,4412		4,0210	4,0146				
$\bar{X} = 9,9155$ В				$\bar{y} = 9,9008$ В				$b = 0,9984$				$a = 0,0010$		
40	2	1	0,6	3	0,600	0,83	3,6000	2,1600	2,1610	-3,2987	3,0226	-1,9801		
		2	1		1,000	20,63	0,1454	0,1454	0,1454	-0,0751	0,0388	-0,0750		
		3	1,6		1,601	0,13	22,5000	36,0000	36,0188	1,8833	0,1576	3,0148		
		4	1,98		1,981	0,93	3,2143	6,3643	6,3682	1,4905	0,6911	2,9530		
		Сумма					29,4597	44,6697	44,6933		3,9101	3,9126		
	$\bar{X} = 1,5163$ В				$\bar{y} = 1,5171$ В				$b = 1,0007$				$a = -0,0002$	
	20	1	2	3	1,99	83,33	0,0360	0,0720	0,0718	-0,2781	2,1486	-0,5548		
		2	6		6,01	2543,33	0,0012	0,0071	0,0071	-0,0044	0,0164	-0,0264		
		3	10		10,00	70,00	0,0429	0,4286	0,4287	0,0118	0,0032	0,1177		
		4	16		16,00	145,83	0,0206	0,3291	0,3291	0,1291	0,8099	2,0650		
5		19,8	19,79		213,33	0,0141	0,2784	0,2783	0,1417	1,4273	2,8042			
Сумма					0,1147	1,1152	1,1150		4,4054	4,4057				
$\bar{X} = 9,7255$ В				$\bar{y} = 9,7239$ В				$b = 1,0001$				$a = -0,0022$		

3.1 Введення виправлення в результат вимірювання

Після того, як були обчислені оцінки коефіцієнтів b і a , було записано рівняння лінійних ГХ виду $Y=a+bX$, для кожного цифрового мультиметра, що відповідають певній межі вимірювання при заданих температурах навколишнього середовища. З цих рівнянь, було обчислено значення поправок і внесено до табл. 3.6.

Таблиця 3.6

Середні значення поправок

$t, ^\circ\text{C}$	X_N, B	x, B	$\bar{q}_1, \text{B}$	$\bar{q}_2, \text{B}$	$\bar{q}_3, \text{B}$	$\bar{q}_4, \text{B}$	$\bar{q}_5, \text{B}$
10	2	0,6	0,0010	0,0008	0,0004	0,0009	0,0005
		1	0,0031	0,0001	0,0003	0,0007	0,0007
		1,6	0,0006	0,0011	0,0009	0,0009	0,0007
		1,98	0,0003	0,0003	0,0005	0,0005	0,0007
	20	2	0,0020	0,0111	0,0020	0,0020	0,0022
		6	0,0022	0,0021	0,0049	0,0043	0,0019
		10	0,0048	0,0014	0,0066	0,0069	0,0028
		16	0,0007	0,0084	0,0042	0,0049	0,0044
		19,8	0,0053	0,0047	0,0023	0,0007	0,0122
	20	2	0,6	0,0003	0,0003	0,0003	0,0004
1			0,0001	0,0002	0,0006	0,0003	0,0006
1,6			0,0001	0,0001	0,0006	0,0003	0,0002
1,98			0,0003	0,0002	0,0001	0,0002	0,0002
20		2	0,0048	0,0054	0,0031	0,0065	0,0054
		6	0,0021	0,0016	0,0005	0,0022	0,0029
		10	0,0013	0,0012	0,0012	0,0013	0,0015
		16	0,0031	0,0005	0,0022	0,0020	0,0031
		19,8	0,0018	0,0031	0,0031	0,0007	0,0045
		30	2	0,6	0,0015	0,0005	0,0001
1	0,0016			0,0002	0,0004	0,0003	0,0002
1,6	0,0029			0,0002	0,0002	0,0002	0,0004
1,98	0,0036			0,0003	0,0002	0,0002	0,0003
20	2		0,0056	0,0056	0,0043	0,0022	0,0076
	6		0,0015	0,0033	0,0009	0,0030	0,0032
	10		0,0019	0,0007	0,0034	0,0007	0,0022
	16		0,0070	0,0020	0,0043	0,0023	0,0036
	19,8		0,0087	0,0061	0,0055	0,0019	0,0055
	40		2	0,6	0,0004	0,0002	0,0004
1		0,0003		0,0003	0,0005	0,0006	0,0007
1,6		0,0004		0,0000	0,0004	0,0002	0,0003
1,98		0,0005		0,0003	0,0002	0,0001	0,0004
20		2	0,0033	0,0030	0,0020	0,0022	0,0058
		6	0,0007	0,0015	0,0042	0,0009	0,0016
		10	0,0006	0,0020	0,0067	0,0024	0,0026
		16	0,0018	0,0025	0,0039	0,0023	0,0030
		19,8	0,0092	0,0030	0,0011	0,0031	0,0057

3.2 Розрахунок СКВ результату вимірювання та СКВ поправки

Середньоквадратичне відхилення результатів одиничних вимірів у ряду вимірів – характеристика S розсіювання результатів вимірів у ряду рівноточних вимірювань однієї і тієї ж фізичної величини, що обчислюється за формулою

$$S(y_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}, \quad (3.7)$$

де y_i – результат i -го одиничного виміру;

$\bar{y}$ – середнє арифметичне значення n одиничних результатів вимірів величини.

СКО S - є оцінкою стандартного відхилення сигма-параметра розподілу результатів вимірювань та одночасно оцінкою стандартного відхилення розподілу випадкової похибки цих результатів.

СКО не виправлених результатів вимірювань $S(y_i)$ та СКО поправок $S(q_i)$ наведено у табл. 3.7 і табл. 3.8, відповідно.

Таблиця 3.7

Середньоквадратичне відхилення невідправлених результатів вимірювань

$t, ^\circ\text{C}$	X_N, B	x, B	$S(y_1), \text{B}$	$S(y_2), \text{B}$	$S(y_3), \text{B}$	$S(y_4), \text{B}$	$S(y_5), \text{B}$
10	2	0,6	0,0012	0,0012	0,0006	0,0010	0,0006
		1	0,0049	0,0002	0,0004	0,0010	0,0010
		1,6	0,0010	0,0016	0,0012	0,0014	0,0012
		1,98	0,0005	0,0004	0,0008	0,0008	0,0008
	20	2	0,0024	0,0087	0,0030	0,0030	0,0030
		6	0,0023	0,0026	0,0050	0,0045	0,0026
		10	0,0042	0,0015	0,0072	0,0072	0,0044
		16	0,0010	0,0136	0,0046	0,0078	0,0067
		19,8	0,0049	0,0049	0,0031	0,0010	0,0131
20	2	0,6	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0003
		1	0,0002	0,0004	0,0009	0,0004	0,0006
		1,6	0,0002	0,0002	0,0006	0,0004	0,0002
		1,98	0,0004	0,0003	0,0001	0,0003	0,0003
	20	2	0,0031	0,0041	0,0041	0,0070	0,0067
		6	0,0026	0,0023	0,0006	0,0032	0,0032
		10	0,0012	0,0012	0,0017	0,0017	0,0017
		16	0,0045	0,0006	0,0026	0,0026	0,0032
		19,8	0,0021	0,0031	0,0040	0,0010	0,0049
30	2	0,6	0,0004	0,0008	0,0002	0,0002	0,0002
		1	0,0003	0,0003	0,0006	0,0003	0,0003
		1,6	0,0003	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003
		1,98	0,0001	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
	20	2	0,0024	0,0025	0,0029	0,0025	0,0025
		6	0,0021	0,0031	0,0010	0,0031	0,0031
		10	0,0010	0,0010	0,0046	0,0010	0,0010
		16	0,0029	0,0029	0,0050	0,0029	0,0058
		19,8	0,0079	0,0079	0,0075	0,0025	0,0025
40	2	0,6	0,0005	0,0003	0,0006	0,0003	0,0003
		1	0,0004	0,0004	0,0006	0,0009	0,0009
		1,6	0,0003	0,0001	0,0006	0,0003	0,0003
		1,98	0,0004	0,0005	0,0003	0,0001	0,0005
	20	2	0,0020	0,0040	0,0020	0,0020	0,0048
		6	0,0010	0,0021	0,0038	0,0010	0,0021
		10	0,0006	0,0032	0,0078	0,0035	0,0026
		16	0,0026	0,0032	0,0026	0,0026	0,0026
		19,8	0,0040	0,0036	0,0012	0,0036	0,0036

Таблиця 3.8

Середньоквадратичне відхилення значень поправок

$t, ^\circ\text{C}$	$X_N, \text{В}$	$x, \text{В}$	$S(q_1), \text{В}$	$S(q_2), \text{В}$	$S(q_3), \text{В}$	$S(q_4), \text{В}$	$S(q_5), \text{В}$
10	2	0,6	0,0002	0,0007	0,0005	0,0001	0,0002
		1	0,0042	0,0001	0,0002	0,0006	0,0007
		1,6	0,0009	0,0009	0,0011	0,0008	0,0009
		1,98	0,0003	0,0002	0,0004	0,0004	0,0001
	20	2	0,0024	0,0088	0,0026	0,0027	0,0029
		6	0,0007	0,0007	0,0037	0,0045	0,0024
		10	0,0042	0,0007	0,0014	0,0023	0,0039
		16	0,0006	0,0117	0,0022	0,0064	0,0046
		19,8	0,0038	0,0017	0,0022	0,0005	0,0131
20	2	0,6	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
		1	0,0001	0,0002	0,0008	0,0002	0,0003
		1,6	0,0001	0,0001	0,0003	0,0003	0,0001
		1,98	0,0004	0,0002	0,0001	0,0003	0,0002
	20	2	0,0031	0,0041	0,0021	0,0043	0,0022
		6	0,0008	0,0015	0,0001	0,0029	0,0007
		10	0,0011	0,0008	0,0017	0,0017	0,0001
		16	0,0024	0,0002	0,0006	0,0009	0,0014
		19,8	0,0021	0,0022	0,0020	0,0005	0,0010
30	2	0,6	0,0004	0,0006	0,0001	0,0001	0,0001
		1	0,0003	0,0002	0,0006	0,0001	0,0003
		1,6	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0,0003
		1,98	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0003
30	20	2	0,0027	0,0063	0,0014	0,0015	0,0049
		6	0,0017	0,0031	0,0006	0,0030	0,0025
		10	0,0010	0,0006	0,0019	0,0005	0,0010
		16	0,0029	0,0018	0,0032	0,0007	0,0050
		19,8	0,0069	0,0027	0,0040	0,0017	0,0025
40	2	0,6	0,0002	0,0002	0,0003	0,0001	0,0001
		1	0,0002	0,0002	0,0002	0,0005	0,0002
		1,6	0,0003	0,0000	0,0003	0,0002	0,0001
		1,98	0,0004	0,0004	0,0001	0,0000	0,0001
	20	2	0,0020	0,0022	0,0012	0,0020	0,0048
		6	0,0006	0,0011	0,0034	0,0008	0,0007
		10	0,0004	0,0026	0,0078	0,0021	0,0012
		16	0,0023	0,0032	0,0027	0,0005	0,0025
		19,8	0,0040	0,0036	0,0005	0,0036	0,0036

3.3 Оцінка відтворюваності результатів вимірів різними екземплярами засобів вимірів

Для виконання цього аналізу було взято п'ять екземплярів мультиметрів Mastech MY-64.

Аналіз проводився при порівнянні не виправлених та виправлених результатів вимірювання постійної напруги при вихідній напрузі джерела живлення $x = 6$ В.

$$\Delta 1 = y_{\text{випр}} - x, \quad (3.8)$$

$$\Delta 2 = y - x, \quad (3.9)$$

де x - вихідна напруга ДЖ, В;

y - не виправлений РВ, В;

$y_{\text{випр}}$ - виправлений РВ, Ст.

Графіки порівняння похибок для ЦМ1-ЦМ5 представлені на рис. 3.1 – рис. 3.5. Значення результатів вимірювань були взяті за модулем для зручності подання.

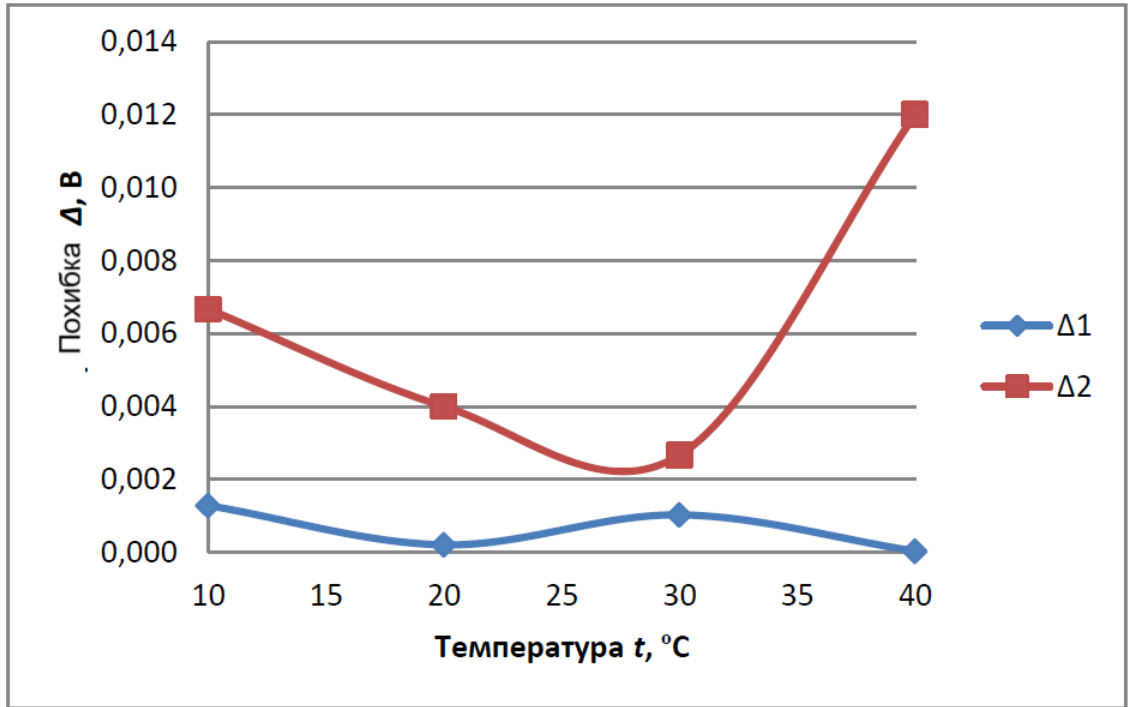


Рис. 3.1 Графік порівняння похибок виправлених та не виправлених результатів вимірювання з вихідною напругою ДЖ для ЦМ1

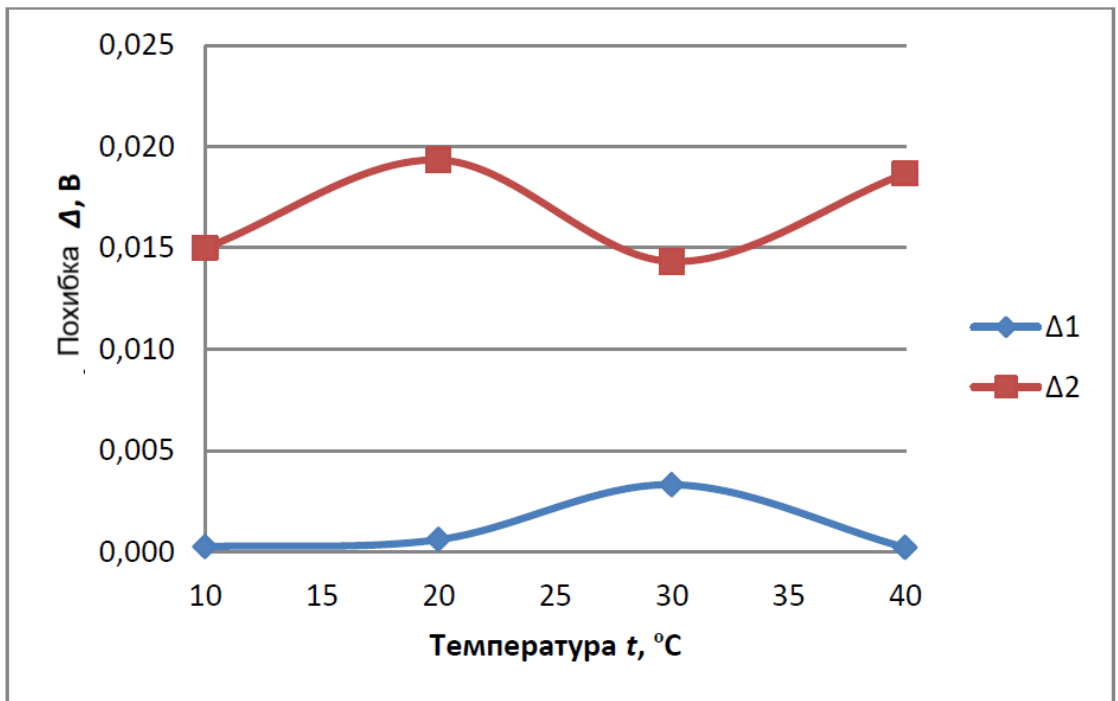


Рис. 3.2 Графік порівняння похибок виправлених та не виправлених результатів вимірювання з вихідною напругою ДЖ для ЦМ2

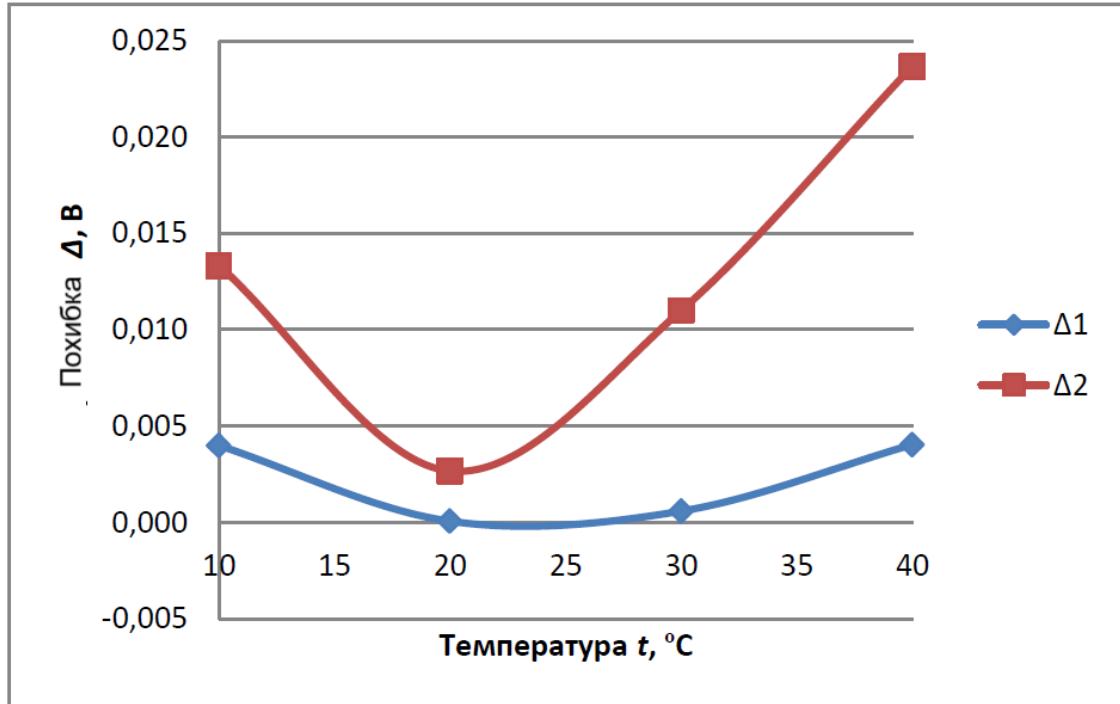


Рис. 3.3 Графік порівняння похибок виправлених та не виправлених результатів вимірювання з вихідною напругою ДЖ для ЦМЗ

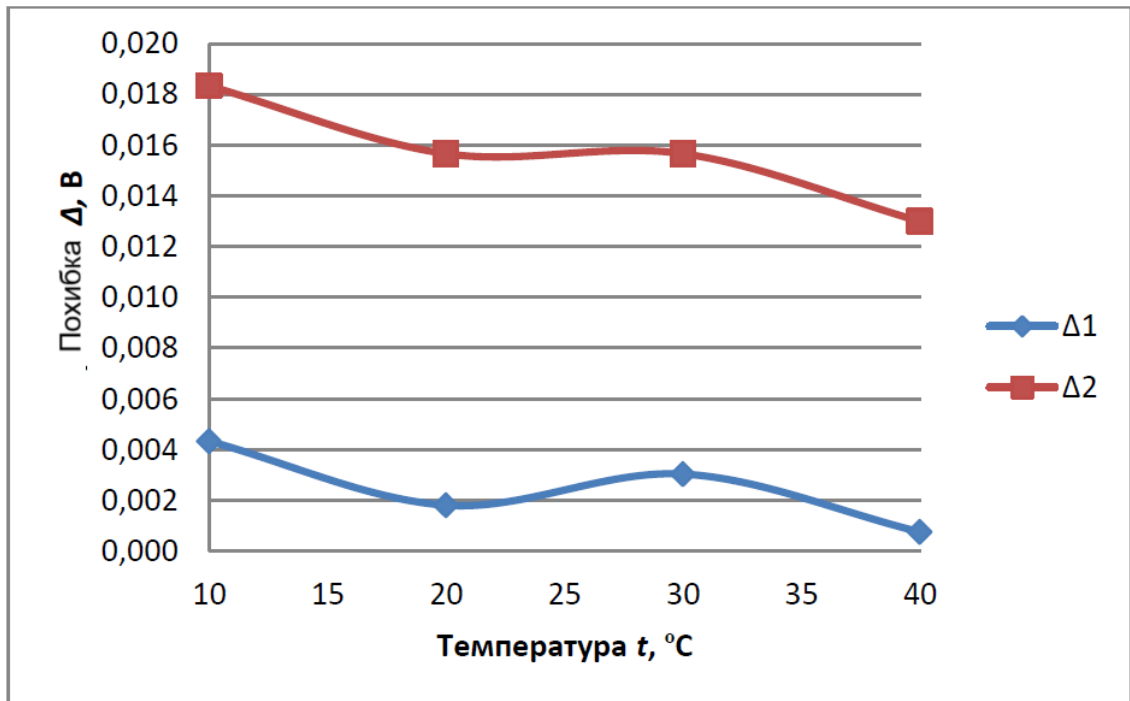


Рис. 3.4 Графік порівняння похибок виправлених та не виправлених результатів вимірювання з вихідною напругою ДЖ для ЦМ4

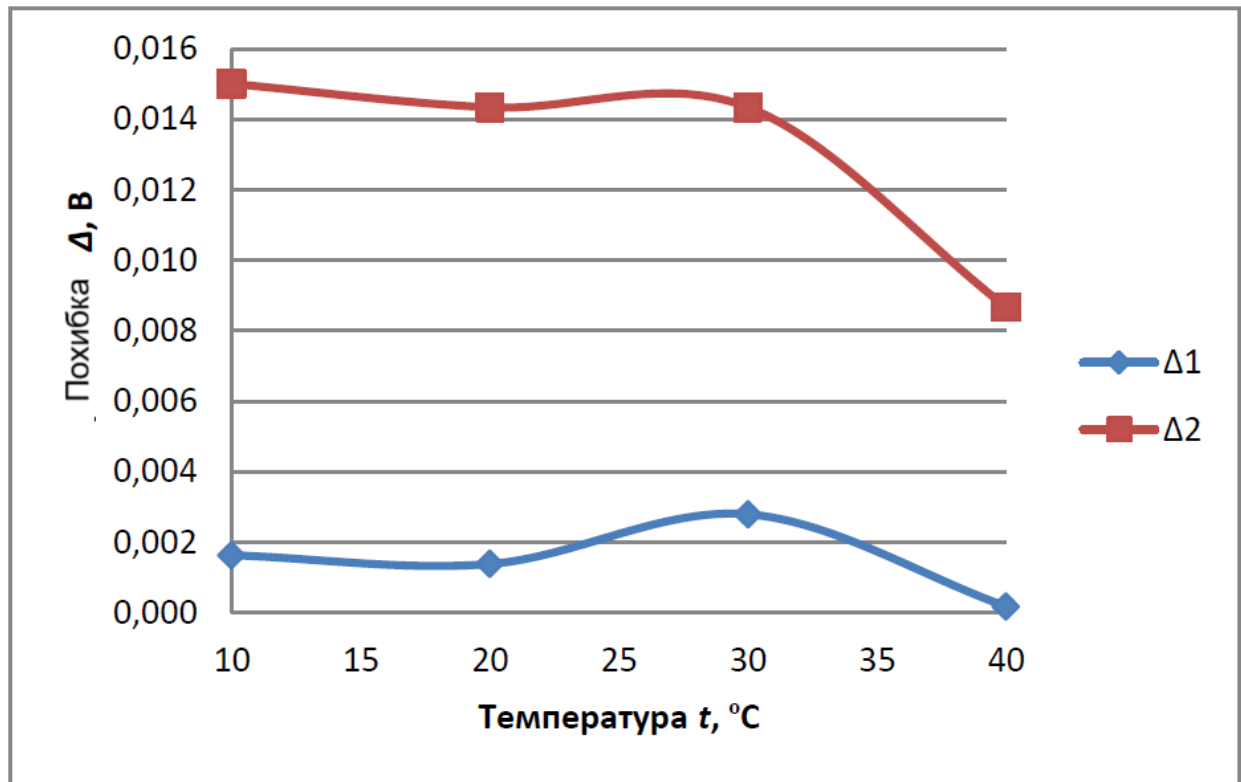


Рис. 3.5 Графік порівняння похибок виправлених та не виправлених результатів вимірювання з вихідною напругою ДЖ для ЦМ5

Розташування кривих показує близькість РВ до вихідного значення. З рис. 3.2 і рис. 3.4 видно, що похибка не виправлених результатів екземплярів ЦМ2 і ЦМ4 є достатньо високою і коливається від 0,013 до 0,020 на всьому діапазоні температур. Зразки ЦМ1 та ЦМ3 виявилися менш стабільними до змін навколишнього середовища та мають стрибок зростання похибки вимірювань напруги при сприйнятті температури навколишнього середовища – 40 °C. Слід зробити висновок, що похибка не виправлених результатів екземплярів ЗВ одного типу при введенні виправлення наближається до нуля.

Висновки по розділу

У третьому розділі магістерської кваліфікаційної роботи наведено результати експериментальних досліджень п'яти зразків цифрового мультиметра з багаторазовими спостереженнями та результати обробки отриманих експериментальних даних з використанням метода найменших квадратів. Побудовано градувальні характеристики. Проведено оцінку відтворюваності результатів вимірів різними екземплярами засобів вимірів, яка показала, що похибка невиправлених результатів екземплярів ЗВ одного типу при введенні виправлення наближається до нуля.

Проведено аналіз процедури введення поправки для п'яти екземплярів ЗВ одного типу з використанням параметрів градувальної прямої, розрахованих за експериментальними даними за допомогою методу найменших квадратів. Експерименти показали, що результати вимірювань досліджуваних екземплярів ЗВ доцільно вводити поправку підвищення їх точності.

ВИСНОВКИ

Магістерську кваліфікаційну роботу було присвячено застосуванню регресійного аналізу для визначення параметрів градуювальних характеристик засобів вимірювань.

У ході роботи було обґрунтовано актуальність досліджень за темою магістерської кваліфікаційної роботи.

Проведено аналіз методів та засобів використовуваних для виконання вимірювань, точність якої визнана недостовірною через можливі істотні несприятливі наслідки, зумовлені похибкою вимірювань. Показано, що метод градуювальних характеристик надає найменшу втрату точності під час передачі розмірів одиниць, і в багатьох випадках єдино можливим. Розглянуто умови застосовності метода. Проаналізовано та розглянуто особливості використання методів регресійного аналізу для точної обробки експериментальних даних.

Також вивчено та застосовано на практиці один із способів зменшення систематичної похибки – метод індивідуального градуювання ЗВ, та реалізовано його етапи у програмному пакеті Microsoft Excel.

Проведено експериментальні дослідження внесення поправки до показань п'яти екземплярів цифрового вольтметра Mastech MY-64. Результати експериментальних досліджень були опрацьовані методом найменших квадратів для визначення параметрів градуювальних характеристик.

Проведено внутрішньолaboratorне дослідження з оцінки проміжної прецизійності при двох факторах, що одночасно змінюються: температурі і вологості. Було виявлено, що екземпляри одного типу мають різну сприйнятливості до зміни умов навколишнього середовища (до 5 разів). Найбільші відхилення показань мультиметрів від середнього вимірюваного

значення напруги було виявлено на нижній та верхній межах температурного діапазону від 10 до 40 °C.

Проведено аналіз процедури введення поправки для п'яти екземплярів ЗВ одного типу з використанням параметрів градуювальної прямої, розрахованих за експериментальними даними за допомогою методу найменших квадратів. Експерименти показали, що результати вимірювань досліджуваних екземплярів ЗВ доцільно вводити поправку підвищення їх точності.

Результати роботи можуть використовуватися при організації процесу калібрування цифрових мультиметрів, проведеного в калібрувальній лабораторії АО НПФ «Мікран».

Область застосування: стандартизація і метрологія, вимірювальна техніка, електроніка, управління якістю.

Проведені роботи показали, що градуювання ЗВ підвищує точність вимірювань, що дозволяє використовувати менш точні ЗВ, тим самим, скорочуючи витрати на більш дороге обладнання, та підтвердили доцільність градуювання засобів вимірювання з метою зменшення систематичної похибки.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Склярів В. В., Ковальчук В. І. Методи підвищення точності вимірювань у промисловості: навчальний посібник. — Харків: ННЦ «Інститут метрології», 2015. — 112 с.
2. ДСТУ 3769:2019. Метрологія. Забезпечення ефективності вимірювань при управлінні технологічними процесами. Загальні положення. — Київ: ДП «УкрНДНЦ», 2019. — [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://online.budstandart.com> (Дата звернення 02.11.2025)
3. ДСТУ EN ISO 10012:2005. Системи управління вимірюваннями. Вимоги до процесів вимірювання та вимірювального обладнання. — Київ: Держспоживстандарт України, 2006. — 28 с.
4. Ковальчук В. І., Савчук В. П. Побудова градуїровочних характеристик для методик аналізу об'єктів навколишнього середовища / В. І. Ковальчук, В. П. Савчук // Метрологія та прилади. — 2016. — № 2. — С. 58–63.
5. ДСТУ 7687:2015. Метрологія. Алгоритми побудови градуїровочних характеристик засобів вимірювання складу речовин і матеріалів та оцінювання їх похибок (невизначеностей). — Київ: ДП «УкрНДНЦ», 2015. — 18 с.
6. Склярів В. В., Грищенко О. М. Методика виконання вимірювань із застосуванням стандартних зразків складу речовин: рекомендації. — Харків: ННЦ «Інститут метрології», 2017. — 32 с.
7. Грищенко О. М. Лінійний регресійний аналіз у метрології: навчальний посібник. — Харків: ННЦ «Інститут метрології», 2018. — 148 с.
8. Wang W. Calibration: Interpretation of Definition and Expression of Measurement Uncertainty // Metrology Science and Technology. — 2023. — Vol. 67(2). — P. 58–61. — DOI: 10.12338/j.issn.2096-9015.2022.0225
9. ISO 14253-2:2011. Geometrical Product Specifications (GPS) — Inspection by measurement of workpieces and measuring equipment — Part 2:

Guidance for the estimation of uncertainty in GPS measurement, in calibration of measuring equipment and in product verification. — Geneva: ISO, 2011. — 36 p.

10. Satter A., Iqbal G. M., Buchwalter J. L. Practical Enhanced Reservoir Engineering: Assisted with Simulation Software. — Tulsa: PennWell Books, 2008. — 400 p.

11. OpenStax. Correlation and Linear Regression Analysis // Principles of Data Science. — OpenStax, 2024. — [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://openstax.org> (Дата звернення 05.11.2025)

12. McClenaghan E. Linear Regression: A Beginner's Guide to Analysis // Technology Networks. — 2025. — [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://technologynetworks.com> (Дата звернення 03.11.2025)

13. Draper N.R., Smith H. Applied Regression Analysis. 3rd Ed. / NY:Wiley & Sons. 1998. 706 pp.

14. Kleinbaum D.G., Kuppel L.L. and Muller K.E. Applied Regression Analysis and other multivariable Methods, PWS-Kent, Boston, MA, 1998. XVIII, 718 pp.

15 John R. Taylor. An Introduction to Error Analysis the study of uncertainties in physical measurements (2nd Ed.)

16. ДСТУ ISO 5725-1:2005 Точність (правильність і прецизійність) методів і результатів вимірювань. Частина 1. Загальні принципи та визначення. — Київ: Держспоживстандарт України, 2006. — 28 с.

17. Гнусов Ю. В., Тулупов В. В., Пересічанський В. М. Метрологія та вимірювання: навчальний посібник. — Харків: Харківський національний університет внутрішніх справ, 2019. — 125 с. Електронний ресурс. Режим доступу : <https://dspace.univd.edu.ua/server/api/core/bitstreams/4a5e8102-5b17-462d-9758-a1d23c4545db/content> (Дата звернення 02.11.2025)

18. Захаров І. П., Павленко Ю. Ф. Забезпечення єдності вимірювань. Частина 1: навчальний посібник. — Харків: ТОВ «Оберіг», 2023. — 172 с. —

19. Єгоров А. Б. Основи теорії надійності, контролю та діагностування засобів вимірювальної техніки: навчальний посібник. — Харків: ХНУРЕ, 2012. — 174 с.
20. Захаров І. П., Сергієнко М. П. Метрологічна ідентифікація динамічних характеристик засобів вимірювальної техніки: навчальний посібник. — Харків: ХНУРЕ, 2012. — 209 с.
21. Нікітенко О. М. Maple: розв’язання інженерних та наукових задач: навчальний посібник. — Харків: ХНУРЕ, 2012. — 209 с.
22. Чуєнко О.І. Методика оцінювання метрологічної надійності засобів вимірювальної техніки // Вісник Вінницького національного технічного університету. — 2017. — № 1. — С. 108–113.
23. Кравченко О.В., Кравченко В.В. Алгоритм оцінювання індивідуальної метрологічної надійності засобів вимірювальної техніки // Вимірювальна техніка та метрологія. — 2017. — № 4(74). — С. 121–126.
24. Гордієнко В.І., Ковальчук В.В. Методологія оцінки невизначеності вимірювань як складова метрологічної надійності // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія: Технічні науки. — 2022. — № 37. — С. 45–52.
25. JCGM 100:2008 Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM). — Joint Committee for Guides in Metrology, 2008. — 120 p. <https://www.bipm.org/en/publications/guides/gum>
26. BIPM, OIML, IEC, ISO. International Vocabulary of Metrology — Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM). — 3rd edition. — JCGM 200:2012. — 108 p.
27. ДСТУ ISO 13528:2020 — «Статистичні методи. Використання при перевірці професійного рівня за допомогою міжлабораторних порівнянь»

28. Chen, W., Wang, Y., & Zhang, L. Reliability evaluation of measurement systems using uncertainty and failure analysis // Measurement. — 2020. — Vol. 159. — Article 107789. [DOI:10.1016/j.measurement.2020.107789](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.107789)
29. Kacker, R. N., & Sommer, K. D. Metrological reliability: Definition and evaluation // Metrologia. — 2007. — Vol. 44, No. 5. — P. 513–520. [DOI: 10.1088/0026-1394/44/5/006](https://doi.org/10.1088/0026-1394/44/5/006)
30. ДСТУ 3410-96 Метрологія. Основні терміни та визначення.
31. ДСТУ EN ISO/IEC 17025:2019 Загальні вимоги до компетентності випробувальних та калібрувальних лабораторій.
32. Наказ Мінекономрозвитку України № 193 від 02.03.2016 Про затвердження Порядку здійснення державного метрологічного нагляду.
33. ISO/TR 22971:2005 Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results — Practical guidance for the use of ISO 5725 parts 1 and 2
34. ДСТУ ISO 13528:2020: Статистичні методи. Використання при перевірці професійного рівня за допомогою міжлабораторних порівнянь
35. Закон України «Про акредитацію органів з оцінки відповідності» № 2407-III від 17 травня 2001 року.
36. ДСТУ EN ISO/IEC 17065:2015: Оцінка відповідності. Вимоги до органів, що сертифікують продукцію, процеси та послуги.
37. WELMEC Guide 7.2 — Software guide for measuring instruments
38. Гнусов Ю. В., Тулупов В. В., Пересічанський В. М. Метрологія та вимірювання: навчальний посібник / Харківський національний університет внутрішніх справ. — Харків, 2019. — 125.
39. Метрологія [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальні технології» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: Н.М. Защепкіна. — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. — 397 с. Режим доступу:

<https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/5b295807-a231-48c4-b969-db7d792c6bf4/content> (Дата звернення 05.11.2025)

36. ISO 13528:2015: Statistical methods for use in proficiency testing by interlaboratory comparison
37. OIML D 31:2008 — General requirements for software-controlled measuring instruments.