

О космосе, о квантах света, о температуре излучения и о рождении истины из ошибок и заблуждений

Содержание

- 1. Стивен Хокинг, космос и температура пространства-времени**
- 2. Философия, математика и физика**
- 3. Физика и логика**
 - 3.1 Л. Эйлер, П. С. Лаплас и вековое ускорение Луны.**
 - 3.2 Дж. Митчелл, П. С. Лаплас, вторая космическая скорость и черные дыры.**
 - 3.3 Вывел ли А. Пуанкаре формулу $E = mc^2$ за пять лет до А. Эйнштейна?**
 - 3.4 Überlichtgeschwindigkeitswechselwirkungübertragung в работе Эйнштейна 1906 г.**
 - 3.5 Красное смещение в гравитационном поле.**
 - 3.6 Отклонение луча света гравитационным полем Солнца, А. Эддингтон и мировая слава Эйнштейна.**
 - 3.7 П. А. М. Дирак и античастицы.**
 - 3.8 Унитарность в квантовой теории и релятивистское уравнение Дирака для электрона.**
 - 3.9 Г. А. Гамов и теория альфа-распада атомных ядер.**
 - 3.10 Дж. Гамов и генетический код.**
- 4. Самая большая ошибка Эйнштейна и современная космология**
- 5. Возраст расширяющейся Вселенной, Гамов и реликтовое излучение**
- 6. Температура излучения, квантовая структура многофотонных состояний и информационный парадокс**
 - 6.1. За что ругал попов М. В. Ломоносов и почему мы топим зимой.**
 - 6.2. Крамольная диссертация князя Б. Б. Голицына и чем удивил математиков Григорий Перельман.**
 - 6.3. Термодинамика и испарение черных дыр.**
 - 6.4. Квантовая структура многофотонных состояний.**
 - 6.5. Интерференция независимых пучков фотонов.**
 - 6.6. Является ли излучение Хокинга черным излучением?**
 - 6.7. Информационный парадокс.**
 - 6.8. Испарение черных дыр, ПЭТ и перепутанные квантовые состояния.**

О космосе, о квантах света, о температуре излучения и о рождении истины из ошибок и заблуждений

*... истина все же скорее возникает из заблуждения,
чем из неясности...*

Ф. Бэкон «Новый органон»

*Физика процветает на кризисах... К сожалению, в
последнее время нам стало недоставать кризисов.*

С. Вайнберг «Проблема космологической постоянной»

Errare humanum est – человеку свойственно ошибаться – говорил Луций Анней Сенека 2000 лет назад. Ученые – тоже люди и они часто ошибаются. И случается, что ошибки (или то, что считается ошибками) приносят не меньше пользы, чем то, что считается правильным. Мы рассмотрим несколько примеров: «ошибку» А. Эйнштейна, глубоко сожалевшего о том, что он ввел в 1917 г. в свои уравнения тяготения космологическую постоянную; «ошибки» Дж. Гамова в его работе 1953 г., благодаря которым он вычислил температуру реликтового излучения, получив значение в 7 К, близкое к наблюдаемому 2,7 К; «ошибку» князя Б. Б. Голицына, который первым в 1892 г. ввел температуру черного излучения; ошибку С. Хокинга в его знаменитой работе 1974 г., в которой он открыл «испарение» черных дыр; рассмотрим и другие поучительные примеры.

1. Стивен Хокинг, космос и температура пространства-времени

- *Вот почитай стихи на кубиках.*
- *Меня это теперь не интересует.*
- *А что же тебя интересует?*
- *Космос.*

К. Чуковский «От двух до пяти»

Мы живем в замечательное время, когда не только дошкольники и школьники младших классов интересуются строением космоса. Книгами С. Хокинга об устройстве Вселенной зачитываются и первоклассники, и студенты, и люди вполне зрелого возраста. Читая увлекательную сказку [1], дети узнают много интересного о Вселенной, а заодно и о том, «что нужно знать о черных дырах»: «*Что такое черная дыра? Как образуется черная дыра? Как увидеть черную дыру? Падение в черную дыру. Как выбраться из черной дыры?*». Читателям постарше предлагается чтение посложнее, они взволнованно читают об энергии вакуума и космологической постоянной, о гравитационных числах и о теории струн, о супергравитации в 10 или 11 измерениях, о мнимом времени, и совсем теряют дар речи, увидев на 71 странице книги [2] формулу для энтропии черной дыры и пытаясь понять, что имеет в виду С. Хокинг, написав: «*замораживание действительного или мнимого времени (как обоих сразу, так и по одному) означает, что пространство-время имеет температуру, как это было открыто мною для черных дыр*». Книга [2] в оригинале вышла в 2001 г., а 21 июля 2004 г. на 17 Международной конференции по общей теории относительности и теории тяготения в Дублине С. Хокинг объявил ошибочной прославившую его работу 1974 г. об испарении черных дыр, как раз ту, в которой он установил, что *пространство-время имеет температуру*. Парадоксальность утверждения С. Хокинга о *температуре пространства-времени* давно обращала на себя внимание и получила название *информационного парадокса*. Информационный парадокс связан с принципиальными вопросами квантовой механики, а именно со структурой квантовых состояний, в которых могут находиться световые кванты. Мы обсудим информационный парадокс в одном из последующих разделов, а также рассмотрим

другие вопросы, связанные со свойствами световых квантов. (Под световыми квантами мы будем понимать не только кванты света с частотами, соответствующими видимому свету, а вообще любые кванты электромагнитного излучения с произвольными частотами.) Но, прежде, чем перейти к световым квантам, мы уделим немного времени связи философии с другими науками.

2. Философия, математика и физика

Когда слушающий не понимает говорящего, а говорящий не знает, что он имеет в виду, — это философия.

Ф.-М. А. де Вольтер

Математику можно определить как предмет, занимаясь которым мы никогда не знаем, о чем мы говорим, и не знаем, истинно ли то, о чем мы говорим.

Б. Рассел

В основе всего современного мировоззрения лежит иллюзия, что так называемые законы природы являются объяснениями природных явлений.

Л. Витгенштейн

Перед нами три авторитетных мнения трех выдающихся людей о трех разных науках. Мнения нелестные, но частично справедливые. В 1932 г. на вопрос, согласен ли Эйнштейн с мнением Р. К. Толмена: «Философия есть систематическая путаница терминов, специально придуманных для этой цели», Эйнштейн ответил: «Философия подобна матери, которая родила и поставила на ноги все остальные науки. Поэтому не следует презирать ее в наготе и бедности; будем надеяться, что ее дон-кихотский идеал хотя бы отчасти сохранится в потомстве, дабы оно не впало в мещанское самодовольство» [3]. Благородный человек, Эйнштейн по-рыцарски защитил философию.

Сам Эйнштейн так охарактеризовал свою философскую эволюцию: «Я начал со скептического эмпиризма, более или менее подобного эмпиризму Маха. Но проблема тяготения обратила меня в верующего рационалиста, то есть в человека, который ищет единственный надежный источник истины в математической простоте» [3]. Математическую простоту физики отождествляют с математической красотой и содержательностью. «Изучая эту чудесную теорию, нельзя не почувствовать, что ее математическим формулам присуща самостоятельная жизнь и собственное сознание, что они умнее нас, умнее даже их создателя, что они дают нам больше, чем в них было заложено вначале», – писал в конце XIX века Генрих Герц о теории Максвелла [4]. Но со временем математические теории становились все более и более абстрактными и все больше отдалялись от физики. (Эту тенденцию в математике Б. Рассел ощущал уже 1901 г., когда сформулировал свое язвительное «определение» математики.) Математиков и физиков интересовали совершенно разные философские проблемы. «... если математики обсуждали взаимосвязь языка и мышления, то физиков волновали отношения языка и реальности... Философия математики и философия физики почти полностью утратили точки соприкосновения. И математик Брауэр и физик Паули яростно критиковали то, что они считали неадекватностями в современной им науке, но при этом у них не было ни единой совпадающей идеи» [5]. Обсудив возникшее отчуждение между физиками и математиками, в конце своей статьи [5] Ю. И. Манин все же приходит к следующему выводу: «Итак, вот чему учит история наших двух ремесел: мы не можем жить друг без друга... Ценнее всего именно взаимодействие с чудовищно отличной системой ценностей».

Что же касается обвинения Л. Витгенштейна в адрес физиков (и других представителей естественных наук) в том, что «законы природы» не объясняют «природный явлений», то стоит привести слова С. Вайнберга, сказанные именно по этому

поводу: «Подобные предупреждения мало меня трогают... То, что мы, ученые, не знаем, как объяснить в приемлемой для философов форме, что же мы на самом деле делаем, занимаясь поисками научных объяснений, не означает, что то, что мы делаем, совершенно бесполезно. Конечно, мы можем пользоваться помощью философов-профессионалов, чтобы понять, что мы делаем, но с ней или без нее мы будем делать одно и то же» [6].

Стоит привести пример, показывающий, с какой точностью дают предсказания несовершенные физические теории (несовершенные, никто из физиков не спорит, и в математическом плане, и в отношении глубины понимания физической сущности явлений). Так, теоретики предсказали, что магнитный момент электрона μ равен [7,8]

$$\mu = \frac{e\hbar}{2mc} \left[1 + \frac{\alpha}{2\pi} - 0,328478965 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 + 1,181241456 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3 - 1,9144(35) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^4 + (?) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^5 + 0,00000000004396(42) \right],$$

где e – заряд электрона, \hbar – постоянная Планка, m – масса электрона, c – скорость света, и α – постоянная тонкой структуры, равная

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137,035999085(82)}.$$

(Цифры в скобках – это расчетные и экспериментальные погрешности в последних приведенных до скобок цифрах.) Расчет магнитного момента электрона – это триумф теории и вычислительной математики. Единица в фигурных скобках – это замечательное следствие теории электрона Дирака (1928), второе слагаемое в скобках – знаменитый результат Швингера (1948), требующий привлечения сложнейшей теории, одной-двух страниц расчетов на бумаге и представляемый одной диаграммой Фейнмана с одной замкнутой петлей. Третье слагаемое соответствует 7 диаграммам и рассчитывалось семь лет. Четвертое слагаемое соответствует 62 диаграммам Фейнмана, на его расчет ушло тридцать лет тяжелой работы с использованием компьютерных вычислений с символами. Пятое слагаемое потребовало расчета 891 диаграммы Фейнмана и применения современных сложнейших компьютерных вычислений. Следующее слагаемое начали рассчитывать более семи лет назад, рассчитываются 21752 сложнейшие диаграммы Фейнмана! Сколько поколений физиков будут его считать, неизвестно!

В 1985 г. Х. Г. Демельт (Нобелевская премия по физике за 1989 г. [9]) с сотрудниками непрерывно в течение 10 месяцев удерживали в электромагнитной ловушке один-единственный электрон! Ловушка была специально построена для измерения магнитного момента электрона, было найдено, что число в квадратных скобках в выше приведенной формуле $[]_{\text{exp}} = 1,001\ 159\ 652\ 188(4)$. Это наблюдаемое значение с точностью до 10 знаков после запятой совпало с теоретическими расчетами, выполненными Т. Киношитой в 1988 году [7].

Недавние экспериментальные измерения магнитного момента электрона [10] показали, что $[]_{\text{exp}} = 1,001\ 159\ 652\ 180\ 73(28)$. Точность этих измерений соответствует тому, как если бы расстояние до Луны было измерено с ошибкой в одну десятую миллиметра! Теоретические вычисления приводят к результату, прекрасно согласующемуся с экспериментом, $[]_{\text{theor}} = 1,001\ 159\ 652\ 180\ 67(81)$. Конечно же, физикам есть чем гордиться! Но, если физиков спросить, откуда они взяли численное значение постоянной тонкой структуры, приведенное выше, они объяснят, что, поскольку число в квадратных скобках определяется исключительно постоянной тонкой структуры, то они «подогнали» величину этой постоянной именно так, чтобы получить наилучшее согласие теории с экспериментом. В настоящее время это самый лучший способ определять значение постоянной тонкой структуры! Разумеется, это значение согласуется со значениями постоянной тонкой структуры, полученными другими методами. Нужно сказать, что в формуле, полученной Киношитой в 1988 г. [7] (в пятом слагаемом),

обнаружилась ошибка, которая была исправлена в 2007 г. [8]. Только после исправления ошибки теория стала согласовываться с экспериментом.

В книге [11], обсуждая рассмотренный нами замечательный случай «*умопомрачительного согласия*» рассчитанных значений величины g с наблюдаемыми, А. Абрагам пишет, что, к сожалению, бывают и такие «согласия» теории с экспериментом, которые напоминают следующий анекдот о «метком» стрелке Билли. Во время гражданской войны между северянами и южанами в США один офицер обнаружил амбар, на котором были нарисованы мишени в виде кругов и в самом центре каждого из кругов был след от пули. Офицеру очень захотелось завербовать меткого стрелка в свой отряд, но ему сказали, что вряд ли Билли ему подойдет, и объяснили, что «*Билли сперва стреляет, а потом только круги рисует*».

Удвоенную величину g физики называют $g = 2$. Долгое время считалось строго доказанным П. А. М. Дираком, что $g = 2$, и, так как $g - 2$ мало, эксперименты по измерению g называют $g - 2$ экспериментами. В 1915 г. величина g была измерена А. Эйнштейном и В. де Гаазом. Они заранее были уверены, что $g = 1$, и, в согласии со своими ожиданиями, ошиблись в два раза, получив, что $g = 1,02(10)$. В 1915 г. еще никто не догадывался, что у электрона есть спин и магнитный момент, и Эйнштейн и де Гааз ошибочно полагали, что измеряют отношение магнитного момента электрона, движущегося по круговой орбите, к моменту импульса электрона, то есть Эйнштейн и де Гааз думали, что исследуют эффект классической электродинамики, а не квантовый эффект, как было на самом деле. «*Первый эксперимент дал для g значение 1,02, то есть в замечательном согласии с теорией. Второй эксперимент дал 1,48, но они отбросили этот результат как аномальный! Полагали ли они, что классическая электродинамика слишком прекрасна, чтобы оказаться ошибочной? Рассказал все это де Гааз в 1923 году. Эйнштейн никогда не сказал об этом ни слова*» [11].

Эксперимент с де Гаазом был не первым и не последним случаем, когда Эйнштейн ошибся в два раза. В своей диссертации на соискание степени доктора философии «Новое определение размера молекул» (1905), определяя силу, действующую на шар, движущийся в жидкости, Эйнштейн завысил силу в два раза. В 1911 г. он исправил эту ошибку в вычислениях. Принципиальную ошибку Эйнштейн допустил в 1911 г. в расчете отклонения луча света в поле Солнца, получив в два раза меньший результат, чем нужно. Исправить эту ошибку Эйнштейн смог только в 1915 г., но для этого пришлось создать общую теорию относительности (эту ошибку Эйнштейна мы обсудим подробнее в следующем разделе). В 1925 г., когда Дж. Ю. Уленбеком и С. А. Гаудсмитом была высказана гипотеза о существовании у электрона собственного вращательного момента – спина – Эйнштейн помог Уленбеку и Гаудсмитам рассчитать тонкую структуру спектральных линий атома водорода и опять ошибся в два раза! Но в этот раз в два раза ошибались все: Нильс Бор, Вернер Гейзенберг, Вольфганг Паули и другие, великие и не великие... Пока в 1926 г. еще никому неизвестный 23-летний аспирант Л. Х. Томас не понял в чем дело: оказалось, что в теории относительности движущееся с ускорением тело испытывает дополнительную прецессию, получившую название томасовской прецессии и ответственную за недостающую двойку. Недавно появились солидные публикации [12,13], в которых утверждается, что в работе Томаса содержится серьезная ошибка, хотя и не влияющая на упомянутую злополучную двойку. Однако, справедливость формулы Томаса для томасовской прецессии с большой точностью проверена в $g - 2$ экспериментах, о которых мы говорили выше. Кроме того, вывод Томаса очень прост и безупречен с точки зрения теории, поэтому критику Томаса нельзя признать правомерной [14].

И еще один пример, демонстрирующий замечательные возможности наблюдательной радиоастрономии (возможности более чем 30-летней давности, с тех пор эти возможности многократно увеличились). В 1916 г., рассчитывая энергетические потери небесного тела на излучение гравитационных волн при орбитальном движении,

Эйнштейн ошибся, завывсив излучение на этот раз не в 2, а в $3\frac{1}{3}$ раза. Эту ошибку

Эйнштейн исправил в 1918 г. в работе «О гравитационных волнах», а в 1993 г. Р. А. Халс и Дж. Х. Тэйлор (мл.), подтвердившие на опыте эту исправленную формулу Эйнштейна, получили Нобелевскую премию по физике «за открытие нового типа пульсаров, в результате чего возникли новые возможности изучать гравитацию» [15]. Работая на большом радиотелескопе в Аресибо (Пуэрто-Рико), Тэйлор и Халс в 1974 г. открыли пульсар (быстро вращающуюся нейтронную звезду), который испускал радиосигналы через промежутки времени величиной 0,059 с, равные периоду вращения пульсара. Но пульсар, впоследствии получивший название PSR 1913 + 16, вел себя очень странным образом: период вращения пульсара, обычно величина чрезвычайно стабильная, у этого пульсара «маниакально-депрессивным» образом то увеличивался, то уменьшался. Эти изменения периода происходили циклически, довольно сложная картина изменений повторялась примерно через каждые 7 часов 45 минут. Тейлор и Халс поняли, что они открыли двойной пульсар, что период пульсара на самом деле не изменяется, но он представляет собой нейтронную звезду, вращающуюся, вместе с другой, невидимой нейтронной звездой, вокруг их общего центра масс. Наблюдаемые изменения периода в таком случае объясняются обычным эффектом Доплера (пульсар то удаляется от Земли, то приближается к ней). Характеристики двойного пульсара были измерены с удивительной точностью (поскольку некоторые из этих характеристик изменяются со временем, они даны на 7 июля 1984 года):

масса пульсара $m_1 = 1,4411 m_{\text{Солнца}}$,
масса невидимой компоненты $m_2 = 1,3874 m_{\text{Солнца}}$,
период пульсара $\tau = 0,059029997929613$ с,
период орбитального движения $T = 27906,980895$ с,
скорость возрастания периода пульсара $\Delta\tau = 0,272246$ нс/год,
скорость уменьшения периода орбитального движения $\Delta T = 76,0(3)$ мкс/год.

Стабильность периода двойного пульсара PSR 1913 + 16 оказалась удивительной: пульсар изменяет свой период на 0,5 % за миллион лет! Скорость уменьшения периода орбитального движения пульсара, рассчитанная с помощью формулы, полученной Эйнштейном в 1918 г. в упомянутой выше работе и определяющей интенсивность излучения гравитационных волн, равна $\Delta T = 75,8$ мкс/год, что хорошо согласуется с наблюдаемым значением.

3. Физика и логика

*Все кошки знают французский язык.
Некоторые цыплята – кошки.
Следовательно, некоторые цыплята
знают французский язык.
Л. Кэррол «История с узелками»*

Логика – замечательная наука. Она позволяет правильно выводить следствия как из правильных так и неправильных посылок. Часто следствия бывают правильными, и, вопреки логике, делается вывод, что и посылки – правильные. Рассмотрим, например, рассуждение

*Все кошки – пушистые.
Некоторые цыплята – кошки.
Следовательно, некоторые цыплята – пушистые.*

Убедившись на опыте в том, что некоторые цыплята, действительно, пушистые, многие исследователи (не обязательно физики!) скажут, что принятая ими гипотеза – «*некоторые цыплята – кошки*» – подтверждена экспериментом. Взаимоотношения ученых с логикой иногда бывают такими непоследовательными, а их «объяснения» явлений настолько наивными, что в конце XX в., в 1999 г. физиками был сформулирован Новый Принцип Познания: «*Объяснение должно быть максимально простым, но при этом правильным!*» [16]. Но как узнать, что объяснение правильное? Правильное, потому что соответствует опыту? Но соответствие может быть случайным, или опыт мог проводить кто-нибудь из великих, например, Эйнштейн с де Гаазом, и все результаты опыта исказить, и соответствие опыту не свидетельствует о правильности, а несоответствие о неправильности объяснения. Рассмотрим несколько примеров известных объяснений, когда *правильное* и *неправильное* тесно перепутывались друг с другом.

3.1. Л. Эйлер, П. С. Лаплас и вековое ускорение Луны. В 1693 г. Э. Галлей обнаружил несогласование современных ему наблюдений Луны и данных по затмениям, описанным К. Птолемеом во II в. и арабами в IX в. Галлей предположил, что это несогласование объясняется незначительным возрастанием угловой скорости движения Луны вокруг Земли, *вековым ускорением* Луны, равным $10''/\text{век}^2$. В 1772 г. Л. Эйлер безуспешно пытался объяснить это вековое ускорение и решил, что нашел прямое доказательство существованию эфира, тормозящего движение Луны (вспомним, что спутник, тормозясь в атмосфере, ускоряет свое движение). Эйлер считал, что нанес решительный удар нелюбимой им ньютоновской корпускулярной теории света, и не искал других возможностей объяснить вековое ускорение Луны. Триумфом науки конца XVIII в. было объяснение векового ускорения Луны Лапласом, показавшего в 1776 г., что ускорение среднего движения Луны – следствие уменьшения эксцентриситета земной орбиты. Изменение же эксцентриситета, как показал Лагранж в 1774 г., вызывается косвенным влиянием планет и является долгопериодическим с периодом в 24 000 лет. Вычисленная Лапласом величина ускорения $10,18''/\text{век}^2$ хорошо согласовывалась с наблюдаемым ускорением $10''/\text{век}^2$.

В 1853 г. Дж. К. Адамс нашел ошибку в вычислениях Лапласа. Лаплас решал задачу приближенно, решая задачу более точно, Адамс получил ускорение $5,72''/\text{век}^2$. В 1860 г. Ш. Э. Делоне подтвердил результаты Адамса, однако *правильные* результаты Адамса и Делоне долго не были приняты в астрономической науке, как *противоречащие опыту*. Зато *неправильные* вычисления великого Лапласа *опыту соответствовали* и *поэтому* считались *правильными!* В 1865 г. Делоне предположил, что расхождение между расчетами и опытом объясняется приливным трением, замедляющим вращение Земли и приводящим к кажущемуся ускорению Луны. Так и принято считать в настоящее время. (Более подробно о вековом ускорении Луны см. [17], §16.2 и §34)

3.2. Дж. Митчелл, П. С. Лаплас, вторая космическая скорость и черные дыры. В 1783 г. Джон Митчелл и в 1796 г. Пьер Симон Лаплас вычислили минимальную скорость, которую нужно придать материальному телу для того, чтобы оно смогло покинуть звезду или планету [18]. Для этого они положили равной нулю сумму кинетической и потенциальной энергий тела

$$\frac{mV^2}{2} - \frac{GmM}{R} = 0, \quad (1)$$

где m – масса тела, M – масса звезды (планеты), V – искомая (вторая космическая) скорость, G – ньютоновская постоянная. Согласно (1),

$$V = \sqrt{\frac{2GM}{R}}. \quad (2)$$

Все правильно. Но Митчелл и Лаплас *ошибочно* положили в формулах (1) и (2) $V = c$, (c – скорость света). Откуда они могли знать, что пройдет немногим более ста лет и появятся специальная и общая теории относительности Эйнштейна, согласно которым, вместо

формулы (1), определяющей вторую космическую скорость, нужно будет писать намного более громоздкую формулу

$$mc^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right) / \sqrt{\left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right) - \frac{V^2}{c^2}} / \left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right) - mc^2 = 0. \quad (3)$$

Формула (3) дает для второй космической скорости сравнительно простое выражение

$$V = \sqrt{\frac{2GM}{R} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right)}, \quad (4)$$

из которого видно, насколько мала релятивистская поправка к формуле Митчелла и Лапласа (2) для обычных звезд и планет, поскольку обычно *гравитационный радиус* небесного тела

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} \ll R. \quad (5)$$

Если мы учтем, что в гравитационном поле скорость света уменьшается за счет замедления времени и сокращения масштабов и определяется формулой

$$c(R) = c \left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right), \quad (6)$$

то формула для второй космической скорости приобретет вид

$$V = c(R) \sqrt{\frac{2GM}{c^2 R}} = c(R) \sqrt{\frac{r_g}{R}}. \quad (7)$$

На основании формулы (7) мы можем сделать вывод о том, что если $R = r_g$ (то есть, если мы имеем *черную дыру*), вторая космическая скорость равна скорости света, как и нашли Митчелл и Лаплас. Правда, при $R = r_g$ за счет *полной остановки времени* скорость света $c(R)$ обращается в нуль. Поскольку никакое материальное тело нельзя разогнать до скорости света (даже равной нулю!), никакое тело не может покинуть черную дыру.

3.3. Вывел ли А. Пуанкаре формулу $E = mc^2$ за пять лет до А. Эйнштейна? В 2005 г. в «Успехах математических наук» появилась, как всегда, интересная и содержательная статья В. И. Арнольда «Недооцененный Пуанкаре» [19]. В этой статье В. И. Арнольд пишет: «*Вероятно, самое знаменитое из забытых открытий Пуанкаре – это его изобретение (за 10 лет до Эйнштейна) принципа относительности... Математическая часть «специальной теории относительности» тоже была опубликована Пуанкаре до Эйнштейна (включая и знаменитую формулу $E = mc^2$)*». В этих словах содержится некоторое преувеличение. Принцип относительности не нужно было открывать или изобретать ни Пуанкаре, ни Эйнштейну: он был открыт и сформулирован Галилео Галилеем в 1632 г. в его «Диалоге о двух главнейших системах мира – птолемеевой и коперниковой». Вклад Анри Пуанкаре в теорию относительности, возможно, и недооценен, но Пуанкаре по праву считается одним из создателей теории относительности. Работа Пуанкаре «К динамике электрона», напечатанная в 1906 г., вдвое больше по объему, чем первая работа Эйнштейна 1905 г. Эта работа содержала в себе почти всю математику и физические выводы специальной теории относительности (кроме формулы $E = mc^2$). К сожалению, работа Пуанкаре была опубликована в мало читаемом физиками математическом журнале *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* (статья Пуанкаре поступила в редакцию журнала 23 июля 1905 г.) и была мало кем замечена. К тому же всеобщий интерес к теории относительности возник уже после неожиданной смерти Пуанкаре в 1912 г. Что же касается найденного Пуанкаре в 1900 г. соотношения $E = mc^2$, то оно было получено с помощью ошибочных рассуждений и не может считаться выводом этой фундаментальной формулы. Эйнштейна многие упрекали в том, что он никогда не ссылаясь на Пуанкаре. Это не совсем так. В работе 1906 г., посвященной наглядному выводу формулы $E = mc^2$,

«Закон сохранения движения центра тяжести и инерция энергии» Эйнштейн ссылается именно на эту работу Пуанкаре, содержащую неправильный с современной точки зрения вывод. Пуанкаре рассмотрел связь между импульсом и энергией плоской электромагнитной волны, найденную Дж. К. Максвеллом в 1864 г., $p=E/c$, затем переписал эту формулу так: $p=E/c=(E/c^2)c=mV$. Отсюда Пуанкаре получил соотношение $E = mc^2$, но, как оказалось впоследствии, считать, что $p = mV$ нет никаких оснований. Эта формула может служить определением массы в дорелятивистской физике, но никак не в релятивистской. Более того, импульс светового кванта и его скорость не пропорциональны, а обратно пропорциональны друг другу, и это очень важно для понимания того, что происходит, когда фотон движется в материальной среде. Открыв кванты света (получившие в 1926 г. название фотонов), Эйнштейн поразил современников своим «невежеством». Ведь, все хорошо знали, что свет – это волны, и никаких квантов (корпускул) света быть не может. Представление о световых корпускулах И. Ньютона было отброшено, как противоречащее опыту, после того как Ж. Фуко в 1850 г. установил, что скорость света в воде равна $\frac{3}{4}$ скорости света в воздухе. При объяснении наблюдаемого преломления света в воде волновая теория Х. Гюйгенса и корпускулярная теория И. Ньютона приводили к прямо противоположным выводам:

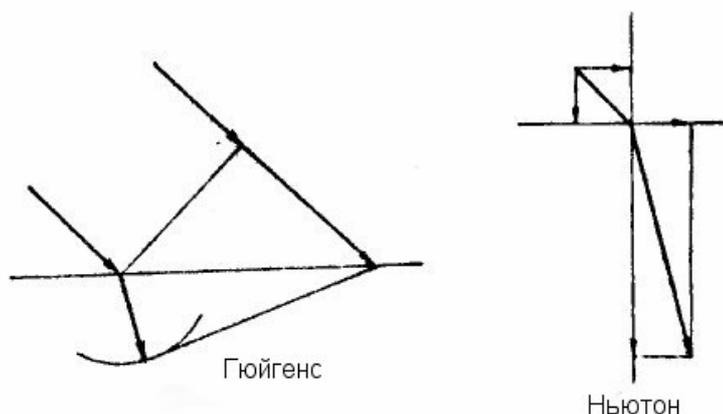


Рис. 1. Рисунок, свидетельствующий о «невежестве» Эйнштейна.

скорость распространения световых волн, согласно Гюйгенсу, должна быть больше в воздухе, чем в воде, тогда как скорость световых корпускул, согласно Ньютону, должна быть, наоборот, больше в воде. Ньютон считал, что при встрече с поверхностью воды корпускулы притягиваются к воде и увеличивают нормальную составляющую своей скорости, что и приводит к преломлению света. Однако сила, действующая на корпускулу, должна увеличивать ее импульс, чем и объясняется преломление света, наблюдаемое на опыте, импульс же фотона, то есть истинной корпускулы света,

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} \quad (8)$$

при заданной частоте обратно пропорционален его скорости. Этот результат справедлив и для среды, если c – скорость света в среде. Таким образом, корпускулы Ньютона ведут себя в среде, как истинные корпускулы света, фотоны Эйнштейна. Так что прав был Макс Планк, когда, в 1912 г., отмечая выдающиеся достижения Эйнштейна в физике, писал, что «гипотезу световых квантов не следует слишком сильно ставить ему в упрёк».

3.4. Überlichtgeschwindigkeitswechselwirkungübertragung в работе Эйнштейна 1906 г. В работе 1906 г. «Закон сохранения движения центра тяжести и инерция энергии» Эйнштейн предложил новый, простой и наглядный вывод формулы $E = mc^2$, который пересказан во многих учебниках, например в «Фейнмановских лекциях по физике» [20]. До работы В. Н. Стрельцова 1968 г. [21] никто не замечал логическую погрешность в этом

выводе (правда, мало кто заметил и работу В. Н. Стрельцова!). Эйнштейн рассмотрел «совершенно произвольный покоящийся твердый полый цилиндр K » (см. Рис. 2). Из точки A в точку B

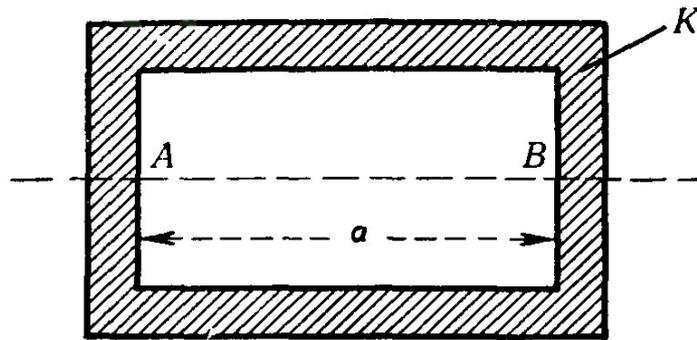


Рис. 2. Рисунок из статьи Эйнштейна 1906 г.

посылается «определенное количество S лучистой энергии». Из-за отдачи цилиндр приходит в движение и останавливается, когда излучение поглощается в точке B . Эйнштейн исходил из того, «что центр тяжести всей системы при этом должен находиться в состоянии покоя». Для того, чтобы центр тяжести не переместился, приходится считать, что перенос из точки A в точку B некоторой энергии E сопровождается переносом некоторой массы $m = E/c^2$. Математические выкладки, приводящие к этому результату, элементарны, и расчеты Эйнштейна правильны. Чем же плох предложенный им вывод? Тем, что недавно в своей фундаментальной работе 1905 г. «К электродинамике движущихся тел» Эйнштейн пришел к выводу: «Скорости, превышающие скорость света, существовать не могут». В работе же 1906 г. Эйнштейн предполагает, что *весь его цилиндр K мгновенно ощущает отдачу и приходит в движение*, то есть Эйнштейн молчаливо предположил, что существует **перенос взаимодействия со сверхсветовой скоростью**, или, если это написать по-немецки, что существует, **Überlichtgeschwindigkeitswechselwirkungübertragung**.

3.5. Красное смещение в гравитационном поле. Эйнштейн однажды сформулировал принцип: «Объяснение должно быть простым, насколько это возможно, но не проще!» Особенно часто этот принцип нарушался при «объяснении» красного смещения в гравитационном поле. В серьезных книгах и статьях очень серьезные авторы писали и пишут, что фотон, поднимаясь вверх, «краснеет», так как уменьшается его энергия, а, следовательно, и частота. Но это не так, фотон не «краснеет», а более «красным» испускается. Дело в том, что в квантовой теории частота ν , связанная с энергией фотона (электрона, или другой какой-либо частицы) формулой $E = h\nu$, связывается с *полной* энергией частицы, с энергией, которая *не изменяется*, когда частица поднимается вверх. Эффект же заключается в *замедлении времени* в гравитационном поле, определяемом формулой, установленной Эйнштейном еще в 1907 г.,

$$T' = T \left(1 + \frac{\varphi}{c^2} \right). \quad (9)$$

Если физический объект находится в гравитационном поле какого-либо небесного тела, то скорость протекания всех физических процессов в этом объекте замедляется и в случае, когда небесное тело сферическое, определяется более точной формулой, чем формула (9),

$$T' = T \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}}. \quad (10)$$

В этой формуле T – это время, которое проходит на бесконечности, где гравитационного поля нет, T' – это время, которое проходит в точке r . За последние 50 лет точность измерения времени возросла примерно в миллион раз. Этот прогресс связан с атомными часами. Точность и стабильность цезиевых атомных часов порядка 10^{-13} . Иногда требуется даже большая точность. Тогда используется водородный мазер со стабильностью 10^{-15} на интервале нескольких часов. В наши дни время и частота измеряются настолько точно, что считается целесообразным любые другие фундаментальные измерения, там, где это возможно, сводить к измерениям времени и частоты.

Путаница с «красным» смещением прочно вошла в умы, в учебную и специальную литературу. Часто правильное объяснение и неправильное «объяснение» помещались на соседних страницах. Так, в статье [22] после правильного объяснения можно прочитать: «Тот же результат можно получить на базе квантовых представлений, принимая, что квант имеет не только инертную, но и тяжелую массу $m = \frac{h\nu}{c^2}$. Тогда при движении в поле

тяготения квант совершает работу $m(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{h\nu}{c^2}(\varphi_1 - \varphi_2)$, что может произойти только

за счет изменения частоты. Отсюда $h\Delta\nu = \frac{h\nu}{c^2}(\varphi_1 - \varphi_2) \dots$ » Таким образом, с помощью

неправильных рассуждений получена *правильная* формула. Подробное разъяснение проблем с красным смещением содержится в статье [15], в конце которой ее авторы справедливо пишут: «Поскольку гравитационный красный сдвиг является одним из краевых камней общей теории относительности, как с теоретической, так и с экспериментальной точки зрения, очень важно, чтобы его объясняли максимально просто, но при этом правильно». С вопросом о красном смещении связана другая проблема – правильная интерпретация формулы $E = mc^2$ – разъяснению которой посвящены статьи Л. Б. Окуня [23,24].

Долгие годы специальная и общая теории относительности Эйнштейна, вполне обоснованно признававшиеся вершинами человеческой мысли, считались далекими от повседневной жизни. Но в наше время миллионы людей, в основном, водителей автомобилей, ежедневно (конечно, обычно не задумываясь об этом) используют обе теории Эйнштейна, определяя свое местоположение на земном шаре с точностью до нескольких метров с помощью спутниковых GPS-навигаторов. При этом учитываются эффекты «красного смещения», то есть замедления времени за счет специальной и общей теорий относительности, причем вклад общей теории относительности в эти эффекты оказывается в два раза большим, чем специальной. Это легко увидеть, приравняв центробежную силу и силу ньютоновского притяжения, действующие на спутник, движущийся по круговой орбите: $\frac{mV^2}{R} = \frac{GmM}{R^2}$ откуда $-\frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2} = \frac{1}{2} \frac{\varphi}{c^2}$, а замедление времени определяется формулой,

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2} + \frac{\varphi}{c^2}. \quad (11)$$

Без учета «красного смещения» (11) ошибки GPS-навигационных приборов равнялись бы нескольким километрам!

3.6. Отклонение луча света гравитационным полем Солнца, А. Эддингтон и мировая слава Эйнштейна. В 1911 г. в статье «О влиянии силы тяжести на распространение света» Эйнштейн рассчитал влияние гравитационного поля Солнца на луч света. Согласно расчетам Эйнштейна, «луч света, проходящий мимо Солнца, испытает отклонение, равное $4 \cdot 10^{-8} = 0,83$ дуговой секунды». Эйнштейн, не подозревая об этом, воспроизвел результат, полученный И. Г. Зольднером еще в 1801 г. с помощью

ньютоновской теории. Отклонение, рассчитанное Эйнштейном, в два раза меньше, чем дает общая теория относительности (которой в 1911 г. еще не было) и чем наблюдаемое опыте. В чем же ошибся Эйнштейн?

Исходя из формулы (9), описывающей замедление времени в гравитационном поле (всегда подразумевается, что потенциал φ в формуле (9) выбран так, что на бесконечном удалении от небесных тел $\varphi(\infty)=0$), Эйнштейн пришел к заключению, что скорость света в гравитационном поле зависит от координат и равна

$$c(\vec{r}) = c(1 + \varphi(\vec{r})), \quad (12)$$

что противоречит формуле (6)

$$c(R) = c\left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right) = c\left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right), \quad (13)$$

которая правильна и получается из общей теории относительности. Формула (13) учитывает не только замедление времени, но и сокращение масштабов в гравитационном поле. В 1915 г. Эйнштейн исправил ошибку и получил правильное выражение для отклонения луча света в гравитационном поле Солнца.

29 мая 1919 г. во время полного солнечного затмения две английские экспедиции (одна в Бразилии, другая на острове Принсипи у берегов Африки) подтвердили предсказанное Эйнштейном отклонение (на 1,75") луча света, идущего от звезды, гравитационным полем Солнца. К Эйнштейну пришла мировая слава. Вот свидетельство современника [25]: *«Это было что-то небывалое. Общее изумление пронеслось волной по всему миру... Никакое имя не повторялось в это время так часто, как имя этого человека. Все исчезло перед универсальной темой, овладевшей человечеством... Дамы позабыли о своих домашних заботах и беседовали о координатных системах, о принципе одновременности и отрицательно заряженных электронах... относительность сделалась господствующим и всеразрешающим словом... Уже одна мысль: среди нас есть живой Коперник, – заключала в себе что-то возвышающее».*

В наше время точность, с которой подтверждается предсказание Эйнштейна, – 0,02%, но в 1919 г. погрешности измерений были сравнимы с величиной измеряемого эффекта, однако организатор экспедиции в Африку, тогда уже довольно известный, а в будущем знаменитый астрофизик Артур Эддингтон, который обрабатывал результаты наблюдений обеих экспедиций, настолько был очарован красотой и покорен математическим совершенством теории Эйнштейна, что проигнорировал те наблюдения, которые не подтверждали теорию (вспомним «меткого стрелка» Билли, который сначала стрелял, а потом «рисовал круги» вокруг пуль, застрявших в стене амбара). Группе Эддингтона помешала облачность, и она получила только два снимка, пригодных для анализа, которые позволяли определить, что, в среднем, отклонение луча равно 1,62". Из Бразилии экспедиция привезла 8 фотографий, которые давали, в среднем, отклонение 1,98", и 18 фотографий, полученных другим способом, которые приводили к отклонению 0,86" (почти как по теории Ньютона). Эддингтон сумел «усреднить» все это так, что получил согласие с теорией Эйнштейна, 1,75" [26]. Нужно отметить, что англичанину Эддингтону понадобилось немало мужества, чтобы объявить правильными предсказания теории немецкого ученого Эйнштейна, а неправильными предсказания теории национального кумира англичан великого Ньютона. Но это обстоятельство, после ужасной кровопролитной войны, тогда только увеличило интерес к теории Эйнштейна и усилило всеобщий восторг и ликование, охватившие весь мир.

Рассчитывая отклонение луча света в гравитационном поле Солнца в 1911 и в 1915 гг. Эйнштейн учитывал влияние гравитационного поля, как существование вокруг Солнца некоторой прозрачной среды с диэлектрической проницаемостью, зависящей от координат. Оказалось, что гравитационное поле проявляет себя как анизотропная оптическая среда и скорость света вдоль гравитационного поля отличается от скорости света в направлении, поперечном гравитационному полю.

3.7. П. А. М. Дирак и античастицы. *«Поль Адриен Морис Дирак, был, без сомнения, одним из величайших физиков нашего или любого другого столетия. В три решающих года, 1925, 1926 и 1927, в трех работах, он заложил основы: в первой – квантовой физики, во второй – квантовой теории поля и в третьей, содержащей знаменитое уравнение для электрона, – теории элементарных частиц. Ни один человек, за исключением Эйнштейна, не оказал такого решающего влияния, за столь непродолжительное время, на развитие физики в нашем столетии».* В приведенных словах Абдуса Салама нет преувеличения. Очень скромный в жизни человек, П. А. М. Дирак был великим физиком [27]. Одним из его замечательных открытий было предсказание существования античастиц.

Уравнение для электрона, открытое Дираком, обладало большим недостатком: оно имело решения с отрицательными энергиями. Эти решения не поддавались никакой разумной интерпретации. Все нормальные электроны с положительными энергиями должны были со временем переходить в состояния с отрицательными энергиями. В 1930 г., в статье «Теория электронов и протонов» Дирак предложил считать, что все состояния с отрицательными энергиями заняты, и, в силу принципа Паули, электроны с положительными энергиями не могут перейти в состояния, энергия которых отрицательна. Но некоторые состояния могут быть незаняты и эти «дырки» будут восприниматься как положительные заряды, которые Дирак отождествил с протонами (больше было не с чем). Однако в статье 1931 г. «Квантованные сингулярности в электромагнитном поле» Дирак пишет: *«Дырка, если бы нашлась хоть одна, была бы частицей нового сорта, неизвестной экспериментальной физике, имеющей такую же массу, что и электрон, и противоположный заряд. Можно назвать такую частицу антиэлектроном».* В этих словах Дирака содержится предсказание существования позитрона, открытого К. Д. Андерсоном в космических лучах в 1932 г. В. Гейзенберг писал об открытии позитрона, открытии антиматерии: *«На мой взгляд, это открытие антиматерии есть, пожалуй, важнейший сдвиг из всех важных сдвигов в физике нашего столетия. Исключительное значение этого открытия объясняется тем, что оно изменило все наше представление о материи».* Но эти слова Гейзенберг произнес в 1973 г., а в начале 40-ых теория дырок, представление о вакууме, сплошь заполненном ненаблюдаемыми электронами, у многих вызывали насмешки. Так, например, Нильс Бор предложил новый способ Ловли Живого Слона [28]: *«Нужно в том месте, куда слон приходит на водопой, поставить плакат с изложением теории дырок Дирака. Когда слон прочтет плакат, он будет настолько ошеломлен, что совершенно остолбенеет и будет несколько минут стоять неподвижно. За это время охотники смогут опутать его ноги толстыми веревками».* В 1933 г. Дирак участвовал в 1-ой Всесоюзной конференции по атомному ядру, проходившей в Ленинградском Физико-техническом институте. После доклада Дирака «Теория позитрона» с критическими замечаниями выступил В. А. Фок, который, в частности, сказал: *«В основе теории позитронов лежит предположение о существовании неопределенного и бесконечного числа электронов с отрицательной кинетической энергией, причем ни бесконечно-большой заряд, ни бесконечно-большая масса этих электронов ничем себя не проявляют ... Я должен признаться, что мною овладевает необычайное смущение, когда я пытаюсь осмыслить это основное положение теории, и я думаю, что я не одинок в этом чувстве. Предположение о существовании бесконечных заряда и массы, притом ведущих себя так, как если бы их не было вовсе, ... заставляют себя спросить, что собственно разумеется в данном случае под словом «существование»'. Очевидно, этому термину приписывается здесь смысл, отличный от общеупотребительного».*

Справедливо критикуемая и высмеиваемая теория Дирака предсказала не только существование позитронов, но и такие совершенно новые явления, как аннигиляция позитронов и рождение электронно-позитронных пар. Сегодня позитроны – это такая же

проза жизни, как, например, рентгеновские лучи. Позитроны помогают исследовать свойства вещества, находить точное расположение опухолей мозга, проводить медицинское томографирование биологических тканей.

3.8. Унитарность в квантовой теории и релятивистское уравнение Дирака для электрона. Дирак открыл свое уравнение на основании следующих соображений. Он исходил из того, что поведение волновой функции квантово-механической системы $\Psi(t)$ должно описываться с помощью некоторого обратимого унитарного оператора $U(t)$,

$$\Psi(t) = U(t)\Psi(0) . \quad (14)$$

Дифференцируя (14) по времени, получим

$$\frac{d}{dt}\Psi(t) = \frac{d}{dt}U(t)\Psi(0) = \left(\frac{d}{dt}U(t)\right) U(t)^{-1}U(t)\Psi(0) = \left(\frac{d}{dt}U(t)\right) U(t)^{-1}\Psi(t), \quad (15)$$

откуда получаем, что любая волновая функция удовлетворяет уравнению типа уравнения Шрёдингера

$$i\frac{d}{dt}\Psi(t) = H(t)\Psi(t), \quad (16)$$

где

$$H(t) = i\left(\frac{d}{dt}U(t)\right) U(t)^{-1} \quad (17)$$

эрмитов оператор, играющий роль оператора энергии – гамильтониана (эрмитовость оператора $H(t)$ следует из унитарности оператора $U(t)$). Дирак нашел соответствующий гамильтониан и получил свое знаменитое релятивистское уравнение. Он считал, что сформулированные выше соображения являются обоснованием того, спин электрона равен $\frac{\hbar}{2}$, а магнитный момент электрона равен магнетону Бора $\frac{e\hbar}{2mc}$, что вытекало из его уравнения. Однако соображения Дирака оказались *неверными*.

В декабре 1957 г. по просьбе Института истории естествознания и техники АН СССР Дирак написал небольшое предисловие к первому русскому переводу своих двух статей по релятивистской теории электрона (по случаю тридцатилетия этих статей). Дирак писал:

«Развитие релятивистской теории электрона можно рассматривать сейчас примером того, как неверные доводы приводят иногда к ценному результату.

Эти доводы основывались на общем требовании квантовой механики, чтобы преобразование, связывающее волновую функцию, отнесенную к определенному времени, с волновой функцией, отнесенной к более позднему моменту времени, было унитарным. Лишь при унитарных преобразованиях можно быть уверенным, что интерпретация теории никогда не приведет к отрицательным значениям вероятностей. Поэтому было сделано допущение, что в корректной теории электрона должно существовать унитарное преобразование, связывающее волновую функцию, описывающую электрон в определенный момент времени, с волновой функцией, описывающей его в более поздний момент времени. Было найдено, что такой закон преобразования, объединенный с принципом относительности, приводит к электрону с полуцелым спином $\frac{\hbar}{2}$, а также магнитному моменту электрона, согласующемуся с экспериментом. Эти выводы были весьма удовлетворительны.

Однако недостатки этой аргументации стали проявляться при дальнейшем развитии теории. Для того, чтобы дать интерпретацию состояниям с отрицательной энергией, которые вытекают из этой теории, приходится рассматривать пары электронов-позитронов, которые образуются и аннигилируют. Следовательно, мы имеем уже не теорию одной частицы, а теорию многих частиц, в которой число частиц непрерывно меняется. Необходимо, чтобы полная волновая функция, описывающая

многие частицы, изменялась в зависимости от времени, согласно закону унитарного преобразования. Однако из этого ни в коем случае не следует, что волновая функция отдельного электрона должна изменяться согласно этому закону, и поэтому электрон вовсе не должен обладать полуцелым спином...»

3.9. Г. А. Гамов и теория альфа-распада атомных ядер. В 1961 г. в речи, посвященной 250-летию гениального русского ученого М. В. Ломоносова, П. Л. Капица подробно остановился на том, почему так получилось, что вклад Ломоносова в мировую науку оказался равным нулю [29]. Ломоносов сделал в науке необычайно много, но обо всем этом узнали только через 200 лет, благодаря изысканиям физико-химика Б. Н. Меншуткина. Причиной такого прискорбного факта было отсутствие у Ломоносова общения с другими учеными, особенно зарубежными, а открытия, как подчеркивал Капица, распространяются, в основном, путем общения и личных контактов.

Хороший пример правоты П. Л. Капицы – это история открытия Г. А. Гамовым теории альфа-распада атомных ядер. Свое открытие Гамов сделал в 1928 г. в Геттингене и получил очень важную в ядерной физике и астрофизике формулу. Гамов сам подробно описал подробности того, как он получил свою формулу и как его открытие завоевывало мир [30]. «Для того, чтобы вывести эту формулу, я должен был вычислить интеграл

выражения $\int \sqrt{1 - \frac{a}{r}} dr$, а я не знал, как это сделать. Поэтому я пошел к моему другу

Н. Кочину, русскому математику, который также проводил это лето в Геттингене. Он не поверил мне, когда я сказал ему, что не совладал с этим интегралом, добавив, что он поставил бы «неудовлетворительно» любому студенту, который не смог бы справиться с такой элементарной задачей. Когда я написал статью для публикации, в конце ее я выразил свою благодарность Кочину за оказанную им помощь в части математики. Позже, когда статья вышла в свет, он написал мне, что его коллеги подняли его на смех, когда они узнали, какую неоценимую математическую помощь он мне оказал... Мне предстояло возвратиться в Ленинград. Но на обратном пути я хотел остановиться на один день в Копенгагене, и если возможно, встретиться с почти мифическим Нильсом Бором, которым я сильно восхищался». Гамов сел на свой мотоцикл, поехал в Копенгаген и рассказал свою работу Бору. Бору Гамов понравился и работа тоже, и он сказал, что теперь нужно поехать в Англию и рассказать работу Э. Резерфорду. Бор предупредил Гамова, что «старик не любит новшества» и, тем более, математических сложностей. Поэтому нужно нарисовать теоретические кривые, следующие из полученной формулы, и на них отложить точки «иллюстрирующие собой самые последние эксперименты Резерфорда по искусственному превращению легких ядер, бомбардируемых альфа-частицами различных радиоактивных элементов...» Кривые были нарисованы, Гамов сел на свой мотоцикл и отправился в Кембридж к Резерфорду. Резерфорду работа и Гамов понравились, как и Бору. «Наша хитрость сработала, и я был принят в кавендишскую семью», – писал Гамов.

Мы видим, как успешно Гамов справился со «стратегическими» задачами распространения своей идеи. Далеко не так успешно он справился с математическими проблемами, которые он решал в своей знаменитой статье [31], хотя и полученная им окончательная формула и важная идея о том, что альфа-распад объясняется квантовомеханическим туннелированием, *правильны*.

В своей статье вначале Гамов решает задачу о прохождении частицы сквозь прямоугольный потенциальный барьер (см. Рис. 3), причем делает при этом серьезную ошибку. Он ищет решения с левой и с правой стороны барьера в виде вещественных функций $\Psi_I = A \cos(kq + \alpha)$ и $\Psi_{III} = C \cos(kq + \beta)$, правильно вычисляет, как C^2 выражается через A^2 , затем выбрасывает из этого правильного выражения два важных члена и приходит к заключению, что C^2 экспоненциально больше A^2 , что совершенно неверно. (Стрелочка на Рис. 3 пока что только нарисована, и решения справа и слева совершенно симметричны, потоки частиц и справа и слева равны нулю, так как

рассматриваемые волновые функции Ψ_I и Ψ_{III} вещественны.) Отношение C^2/A^2 – осциллирующая функция угла α и периодически (с периодом π) изменяется от экспоненциально большой величины до экспоненциально малой. Далее, с помощью полученной им *неправильной* функции

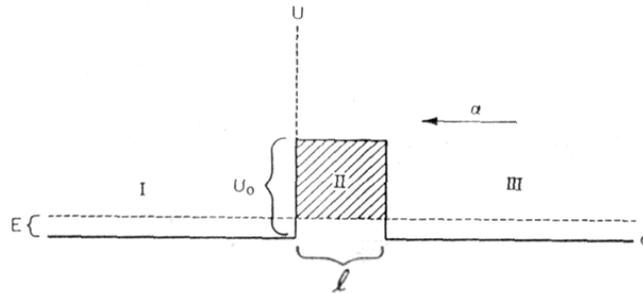


Рис. 3. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер.

Ψ_{III} , Гамов делает *правильное* утверждение о коэффициенте прохождения сквозь барьер, считая, что, в основном, он определяется экспоненциальным множителем, о котором шла речь выше,

$$e^{-\frac{2\pi\sqrt{m}}{h}\sqrt{U_0-E}l} \quad (17)$$

После этого Гамов переходит к решению задачи об альфа-частице, которая находится между двумя прямоугольными потенциальными барьерами и туннелирует сквозь оба барьера.

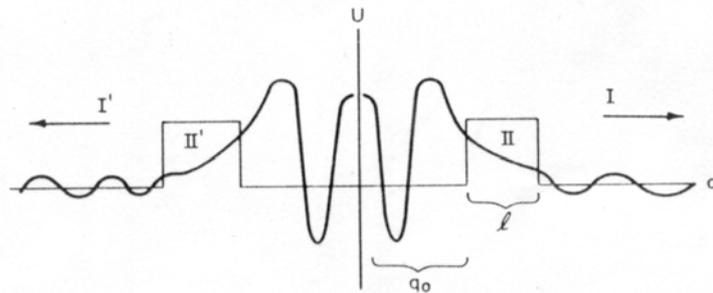


Рис. 4. Прохождение частицы сквозь два барьера.

Здесь он делает неожиданное, важное (а, главное, *правильное*) наблюдение, что при таких граничных условиях (вылетание частицы из пространства между двумя барьерами) энергия частицы не может быть вещественной, а наличие мнимой части у энергии означает затухание волновой функции со временем. А дальше он просто угадывает, что коэффициент прохождения альфа-частицы через реальный (точнее, более-менее близкий к

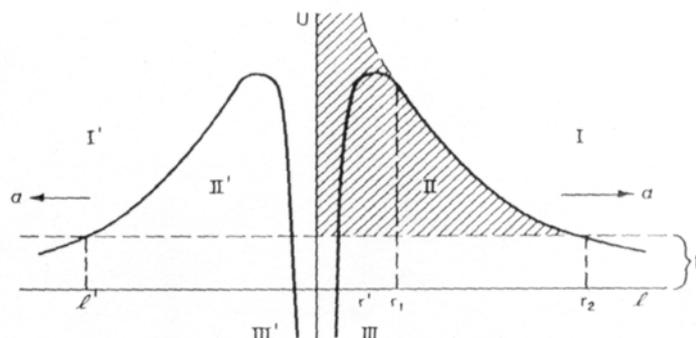


Рис. 5. Вылет альфа-частицы из ядра.

реальному) потенциальный барьер пропорционален величине, аналогичной (17),

$$e^{-\frac{2\pi\sqrt{m}}{h} \int_{R_1}^{R_2} \sqrt{U-E} dr} \quad (18)$$

и приходит к своему злополучному интегралу, который вычисляется с помощью элементарной подстановки $r = x^2$ и сводится к вычислению площади четверти круга единичного радиуса,

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1}{r}-1} dr = \int_0^1 \sqrt{1-r} \frac{dr}{\sqrt{r}} = 2 \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{2}. \quad (18)$$

Очень скоро Гамов научился вычислять интеграл (18) не в пределах от нуля до единицы, а как неопределенный, начиная с некоторого r_1 , что дало ему возможность по характеристикам альфа-распада ядер определять радиусы этих ядер. В книге [32], вышедшей в 1930 г., Гамов излагает свою теорию уже на гораздо более высоком теоретическом уровне, что же касается работы [31] 1928 г., то, несмотря на все свои недостатки (с точки зрения математического совершенства), она представляет собой бесценный вклад в физическую науку.

Здесь уместно процитировать П. Л. Капицу [33]: *«Кто сказал, что физики должны быть хорошими математиками? Почему у нас такая плохая физика? Потому что у нас отбирают физиков с математическим уклоном. Все великие физики были плохими математиками»*. Это, конечно, преувеличение, но, к сожалению, не всегда оправданная математизация теоретической физики в настоящее время привела к тому, что людьми, которые, в отличие от Гамова, умеют хорошо считать, публикуется огромное количество работ, о которых никто не может с уверенностью сказать, правильные они, или ошибочные. Такие работы характеризуются словами «Not Even Wrong» (даже не ошибочные) [34], восходящими к В. Паули, сказавшему об одной работе: *«Das ist nicht nur nicht richtig, es ist nicht einmal falsch! (Not only is it not right, it's not even wrong!) – Она не только не правильная, она даже не ошибочная!»*

3.10. Дж. Гамов и генетический код. После того, как в 1953 г. Дж. Уотсон и Ф. Крик открыли двухспиральную структуру дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК), сам собой возник вопрос, а как же устроен *Генетический Код*, а именно, как ДНК, состоящая из последовательностей 4 нуклеотидов, кодирует последовательности из 20 аминокислот, из которых состоят белки? Используемые ДНК нуклеотиды – это аденин (А), гуанин (G), цитозин (С) и тимин (Т). Какие комбинации из 4 нуклеотидов (4 букв) кодируют 20 аминокислот (20 слов)?

В июле 1953 г. Уотсон и Крик получили письмо от Гамова. Гамов писал [35]:

«Дорогие доктора Уотсон & Крик,

я – физик, не биолог, и мой интерес к биологии может быть оправдан разве что опубликованной мной недавно книгой «Мистер Томпкинс изучает явления жизни» (Camb. Univ. Press. 1953). Но я очень впечатлен вашей статьей в Nature от 30 мая и думаю, что после вашей статьи Биология стала частью «точных» наук... Я бы хотел задать вам несколько вопросов. Если ваша точка зрения правильна и ваша статья, в основном, ее отражает, каждый организм характеризуется длинным числом, записанным в четверичной (?) системе счисления цифрами 1, 2, 3, 4, соответствующими четырем разным основаниям (или несколькими такими числами для одной хромосомы). Не представляется ли тогда более логичным предположить, что различные свойства (отдельные гены?) каждого организма не «локализованы» в определенной части хромосомы (как считается в классической генетике), а, скорее, определяются различными математическими характеристиками всего числа (чем-то это похоже на коэффициенты в рядах

Фурье). Так, например, животное будет котом, если Аденин всегда следует за Цитозином в цепочке ДНК, а сельдь характеризуется тем, что Гуанин всегда появляется парами в цепочке... Открывается увлекательная возможность исследований, основанных на комбинаторике и теории чисел! ...»

Вскоре Гамов познакомился с Уотсоном и Криком лично. Уотсон сохранил теплые воспоминания о Гамове, он посвятил Гамову значительную часть своей книги «Гены, девушки и Гамов» [35] и привел в книге факсимиле 22 писем Гамова.

Гамов был первым, кто в 1954 г. поставил вопрос о математической структуре генетического кода и попытался на него ответить. В 1954 г. Гамов уже по праву считался одним из крупнейших физиков мира. Но в этом году он впервые опубликовал две статьи, относящиеся к генетике. Одна его статья занимала полстраницы журнала Nature [36] и называлась «Возможная связь между дезоксирибонуклеиновой кислотой и белковыми структурами». Вторая [37] занимала 13 страниц и называлась немного иначе «Возможная математическая связь между дезоксирибонуклеиновой кислотой и белком». Вторую статью Гамов, как член Национальной академии наук США, хотел напечатать в трудах этой академии в соавторстве со своим многолетним спутником, вымышленным персонажем своих научно-популярных книг мистером Томпкинсом. Но шутка Гамова не была поддержана, и ему объяснили, что, как член академии, он может печатать и представлять только статьи по физике, а не по биологии. После этого разъяснения Гамов напечатал свою статью (но уже без соавтора, так как решил, что его статья более, чем шутка) в трудах Датской королевской академии наук, членом которой он был избран в 1951 г. В работе [37] Гамов ввел представление о *триплетном коде* и предложил конкретную реализацию этого кода и механизма синтеза белков. К сожалению и механизм синтеза белков, и первая, и последующие, предложенные Гамовым, реализации генетического кода оказались *неправильными*, отличающимися от механизма синтеза и кода, которые использует Природа. Важность работы Гамова, как отмечал позднее Ф. Крик, была в том, что он поставил задачу о *раскрытии* генетического кода как абстрактную *математическую* задачу, не отягощенную различными химическими деталями.

Из *четырёх* букв А, G, С и Т можно составить $4^3 = 64$ *трехбуквенных* слова (кодона). Если кодировать этими словами 20 аминокислот, то многим словам-синонимам будут соответствовать одинаковые аминокислоты. Самый простой код, который рассмотрел Гамов, был такой, когда смысл слов не зависит от порядка букв, то есть все слова, состоящие из одинаковых букв – синонимы. Легко подсчитать, что таких слов как раз 20: 1) 4 слова, когда все буквы одинаковые; 2) 4 слова, когда все буквы разные: нет какой-то из 4 букв; 3) $4 \times 3 = 12$ слов, когда две буквы одинаковые (4 возможности), а третья (3 возможности) от них отличается (см. Рис. 6.).

AAA	GGG	CCC	TTT
GCT	ACT	AGT	AGC
AAG	GGA	CCA	TTA
AAC	GGC	CCG	TTG
AAT	GGT	CCT	TTC

Рис. 6. Самый простой вариант генетического кода, отвергнутый Природой.

«Природа хитра, – писал Гамов [38], – но все же число существующих аминокислот равно числу троек, которые могут быть составлены из *четырёх* разных элементов.

Возможно, когда-нибудь в будущем мы поймем, почему это так».

Конечно, такой код слишком прост, странно было бы, если бы он был правильным. Природа выбрала другую возможность (см. Рис. 7. [39]): есть 61 слово-кодон, среди которых много синонимов, и которые кодируют 20 аминокислот, и есть 3 слова-кодона, называемые кодонами-терминаторами, которые сообщают, что многобуквенный текст, записанный в ДНК, закончился и пора прекратить синтезировать белок. Но сама ДНК синтезом белка не занимается, ее основное назначение – хранить информацию и

	U	C	A	G	
U	UUU Phe UUC UUA Leu UUG	UCU UCC Ser UCA UCG	UAU Tyr UAC UAA* stop UAG* stop	UGU Cys UGC UGA* stop UGG Trp	U C A G
C	CUU CUC Leu CUA CUG	CCU CCC Pro CCA CCG	CAU His CAC CAA Gln CAG	CGU CGC Arg CGA CGG	U C A G
A	AUU AUC Ile AUA AUG† Met	ACU ACC Thr ACA ACG	AAU Asn AAC AAA Lys AAG	AGU Ser AGC AGA Arg AGG	U C A G
G	GUU GUC Val GUA GUG	GCU GCC Ala GCA GCG	GAU Asp GAC GAA Glu GAG	GGU GGC Gly GAA GGG	U C A G

Рис. 7. Вариант генетического кода, выбранный Природой.

участвовать в образовании РНК (рибонуклеиновой кислоты), причем сначала образуется информационная, матричная РНК, мРНК, а потом уже транспортная РНК, тРНК, которая уже непосредственно участвует в синтезе белка. Но в молекулах тРНК вместо тимина (Т) используется уранил (U), поэтому 3 кодона-терминатора – это UAA, UAG и UGA. Используемый природой генетический код обладает различными симметриями. На Рис. 7 видно, например, что половина кодонов, 32 кодона, – 8 групп по 4 кодона – нечувствительны к последней букве слов. Решение задачи о генетическом коде, которое предпочла Природа, оказалось не таким «элегантным», как предлагал Гамов, но, как писал сам Гамов [40], у него «*есть одно неоспоримое преимущество: быть правильным, независимо от того, элегантно оно, или неэлегантно.*»

4. Самая большая ошибка Эйнштейна и современная космология

He *thought* I *thought* he *thought* I slept.
C. Patmore¹ “The Kiss”

Самой большой *ошибкой* Эйнштейна было то, что он считал своей самой большой *ошибкой* то, что вообще никакой *ошибкой* не было, а, напротив, было важнейшим вкладом в релятивистскую космологию. Речь идет о *космологической постоянной*.

¹ Ковентри Патмор (1823-1896) – английский религиозный поэт. В цитируемом стихотворении речь идет о девушке, которую упрекают в том, что она позволила юноше себя поцеловать. Девушка оправдывается: «He thought me asleep; at least, I knew /He thought I thought he thought I slept». В переводе С. Я. Маршака это звучит так: «Он думал, что уснула я /И все во сне стерплю, /Иль думал, что я думала, /Что думал он: я сплю!»

8 февраля 1917 года Эйнштейн на заседании Прусской академии наук доложил свою новую работу «Вопросы космологии и общая теория относительности». Эйнштейн уже много раз был революционером в науке, но в этот раз оказался не на высоте. Он полагал, что Вселенная обязана быть *однородной, изотропной, и статической*. Новое заключалось в том, что Эйнштейн считал, что объем Вселенной конечен, то есть Вселенная *пространственно-замкнута*. Эйнштейн искал такое решение своих уравнений гравитации 1915 г., которое бы описывало Вселенную, равномерно заполненную веществом, как трехмерную сферу радиуса R в четырехмерном пространстве. Но таких решений у уравнений Эйнштейна не было. Тогда Эйнштейн искусственным образом изменил свою теорию таким образом, чтобы она имела нужные ему решения. Для этого он ввел в свои уравнения новое слагаемое и новую константу Λ , названную вскоре *космологической постоянной*, через которую и выражался «радиус мира» R с помощью формулы $R^2 = c^2/\Lambda$. Вселенная Эйнштейна была мало привлекательной по своим физическим свойствам, но оказалось, что уравнения Эйнштейна имеют намного более интересные решения, которые вскоре были найдены В. де Ситтером, А. А. Фридманом и Ж. Леметром.

Особенно огорчило Эйнштейна решение, найденное де Ситтером. Оно разрушало всю философию Эйнштейна. В 1917 г. де Ситтер опубликовал работу, в которой было получено статическое решение уравнений Эйнштейна с отличной от нуля космологической постоянной и равной нулю плотностью вещества. Вселенная де Ситтера – это мир, лишенный материи и представляющий собой метрически однородное пространство ненулевой кривизны. Вселенная де Ситтера представляет собой «коническое сечение» пятимерного псевдоевклидова пространства и, в этом смысле, удивительно проста. Решение де Ситтера наносило удар по основной идее Эйнштейна: *распределение материи определяет геометрию пространства-времени*. Материи не было вовсе, а геометрия оказывалась вполне определенной.

А. А. Фридман, был первым, кто в 1922 г. нашел решения уравнений гравитации Эйнштейна 1917 г., описывающие нестационарную (расширяющуюся или сжимающуюся) Вселенную, равномерно заполненную веществом, а в 1927 г. Ж. Леметр, независимо от Фридмана, с работами которого он не был знаком, также нашел нестационарные решения уравнений Эйнштейна. Леметр впервые высказал предположение об очень высокой температуре материи на самых первых этапах расширения и о сохранении каких-то следов этой ранней эпохи в нынешней Вселенной. Леметр хорошо понимал важность введения космологической постоянной в уравнения Эйнштейна и считал, что космологический член в уравнениях Эйнштейна следует сохранить. Эйнштейн же был категорически против сохранения космологического члена. В 1949 г. Эйнштейн писал.:

«Что же касается приводимых Леметром аргументов в пользу так называемого «космологического члена» в уравнениях гравитации, то я должен заметить, что при нынешнем уровне наших знаний эти аргументы не кажутся мне достаточно убедительными.

Введение такого члена означает далеко идущий отказ от логической простоты теории, отказ, который, на мой взгляд, был бы неизбежным лишь в том случае, если бы не было причин сомневаться в существенно статической природе пространства. После открытия Хабблом «расширения» звездной системы и после того, как Фридман показал, что из уравнений без космологического члена вытекает возможность существования средней (положительной) плотности материи в расширяющейся Вселенной, мне кажется, что с теоретической точки зрения введение такого члена в настоящее время необоснованно».

Первоначальные уравнения общей теории относительности, окончательно сформулированные Эйнштейном в ноябре 1915 г., выглядели следующим образом:

$$G_{\mu\nu} = -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right). \quad (19)$$

Однако, в своей космологической работе 1917 г. Эйнштейн был вынужден видоизменить эти уравнения, добавив в них слагаемое, содержащее космологическую постоянную Λ :

$$G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right). \quad (20)$$

В 1920 г. молодой польский физик Леопольд Инфельд впервые встретился с Эйнштейном в Берлине. Инфельд спросил у Эйнштейна, что означает тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ в выше приведенных уравнениях. Эйнштейн сказал:

«На этот вопрос трудно ответить. Я говорю в своих лекциях, что теория относительности опирается на две колонны. Одна из них – мощная и прекрасная, будто выточенная из мрамора. Это – тензор кривизны. Вторая – шаткая, словно соломенная. Это – тензор энергии-импульса. Мы должны оставить эту проблему будущему».

Эйнштейн оказался прав. С левой частью уравнений Эйнштейна (геометрией) все предельно ясно, как тогда, так и сейчас, с правой же (с плотностью энергии-импульса материи) много неясного до сих пор.

$$\begin{array}{c} \text{космологическая} \\ \text{постоянная} \\ G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) \\ \text{геометрия (гравитация)} \qquad \qquad \qquad \text{материя (вещество)} \end{array}$$

Рис. 8. Геометрическая и материальные части уравнений Эйнштейна.

Более того, в последние годы эта неясность стала еще больше. Согласно данным об анизотропии реликтового излучения, полученным с помощью космического аппарата WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), запущенного в 2001 г., только 4,6 % (по массе) материи во Вселенной представляют собой обычное привычное нам барионное вещество, остальные 22,9 % – это *темная материя* и 72,5 % – *темная энергия*. При этом, если *темная материя* предположительно связывается с существованием новых, еще неоткрытых, чрезвычайно слабо взаимодействующих с обычной материей частиц, то предполагается, что *темная энергия* – это квантово-механическая энергия вакуума, которая проявляется в виде космологического члена в уравнениях Эйнштейна. Эйнштейн был неправ, относя космологический член к «геометрии». Его нужно было перенести слева направо и считать материей, как это и принято сейчас делать. Тогда основная идея Эйнштейна – *материя определяет геометрию* – не нарушается.

$$\begin{array}{c} \text{космологическая} \\ \text{постоянная} \\ G_{\mu\nu} = -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T - \frac{1}{\kappa} \Lambda g_{\mu\nu} \right) \\ \text{геометрия (гравитация)} \qquad \qquad \qquad \text{материя (вещество)} \end{array}$$

Рис. 9. Космологический член как *темная энергия*.

И еще одно важнейшее недавнее открытие – наша Вселенная расширяется с ускорением – было сделано в 1998 г. при наблюдениях за сверхновыми типа Ia, светимости которых в максимуме их блеска лежат в довольно узких пределах. Это свойство Вселенной – расширяться с ускорением – было отмечено как один из возможных сценариев развития Вселенной еще в работах Фридмана, и оно является следствием уравнений Эйнштейна только в том случае, когда космологическая постоянная не равна нулю. Посмотрим на формулу, полученную в работах Фридмана (для случая, когда материя, заполняющая Вселенную движется с нерелятивистскими скоростями),

$$\frac{dR(t)}{dt} = c \sqrt{\frac{A - kR + \frac{\Lambda}{3c^2} R^3}{R}} \quad (21)$$

В формуле Фридмана (20) $R(t)$ – изменяющийся со временем «радиус» Вселенной, кривизна которой может быть как положительной, $k = 1$, так и отрицательной, $k = -1$, A – некоторая постоянная величина. Фридман не рассмотрел случай кривизны, равной нулю, $k=0$, однако формула Фридмана справедлива и в этом случае. Будет ли кривизна положительной, отрицательной, или равной нулю, определяется тем, больше, меньше или равна плотность вещества во Вселенной некоторой критической плотности, которая, вообще говоря, зависит от возраста Вселенной и в настоящее время равна $0,93(4) \times 10^{-29} \text{ г/см}^3$. Тонкий анализ анизотропии реликтового излучения, тщательно промеренной аппаратом WMAP, привел к заключению, что плотность вещества во Вселенной с удивительной точностью равна критической плотности, то есть кривизна Вселенной равна нулю, $k=0$, что означает, что наша Вселенная – плоская (в случае расширяющейся плоской Вселенной $R(t)$ представляет собой некоторый «масштабный фактор», характеризующий изменение расстояний во Вселенной: координаты Галактик фиксированы, но расстояния между ними изменяются, в зависимости от того, как изменяется $R(t)$). Для случая $k=0$ формула Фридмана приводит к следующим сценариям развития Вселенной.

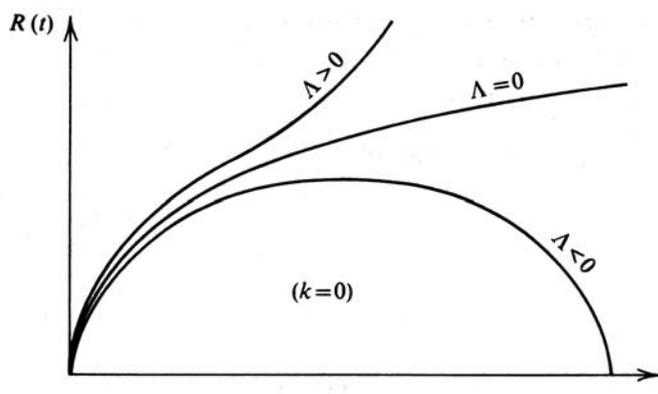


Рис. 10. Эволюция Вселенной нулевой кривизны, согласно уравнениям Эйнштейна.

Таким образом, только при положительной космологической постоянной теория Эйнштейна описывает наблюдаемое на опыте расширение Вселенной с ускорением (верхняя кривая на Рис. 10), фактически предсказанное Эйнштейном.

В 1932 г., обращаясь к студентам Калифорнийского университета в Лос-Анжелесе, Эйнштейн произнес слова, которые, учитывая недавний прогресс в изучении Вселенной, применимы к современной науке еще больше, чем тогда, когда они были сказаны Эйнштейном. Говоря о стимулах научного поиска, Эйнштейн сказал, что *«усилия ученых основываются на уверенности в том, что действительность должна обладать весьма гармоничной структурой. В настоящее время у нас больше оснований для столь прекрасной уверенности, чем когда бы то ни было»*.

5. Возраст расширяющейся Вселенной, Гамов и реликтовое излучение

- Мне три года, а папе столько, сколько и не сосчитать.
- А сколько же твоему папе лет?
- Наверное, уже шесть.

Вот так и мы, взрослые, испытываем затруднения, когда пытаемся «сосчитать», сколько же лет нашей Вселенной. Сейчас считается, что Вселенной 13,76(11) млрд. лет, а в 1953 г., когда Дж. Гамов вычислял температуру реликтового излучения, возраст Вселенной определялся всего как 3,5 млрд. лет. За каких-то 50 лет Вселенная повзрослела больше, чем на 10 млрд. лет! В возрасте 7,2 млрд. лет Вселенная изменила характер своего расширения и, став взрослой, начала расширяться с ускорением.

Трехлетний мальчик, который когда-то думал, что его папе столько лет, что и не сосчитать, тоже, как и Вселенная, стал взрослым. А в 1941 г., когда три года было его папе (пишущему сейчас эти строки), расконвоированный на топольемки геодзист Дудинской мерзлотной станции (округ Таймыр), заключенный астроном Н. А. Козырев был арестован «за проведение враждебной контрреволюционной агитации среди заключенных». Верховный суд РСФСР приговорил Н. А. Козырева к расстрелу. Н. А. Козырев обвинялся в том, что [41]:

- 1) был сторонником теории расширяющейся Вселенной;
- 2) считал Есенина хорошим поэтом, а Дунаевского плохим композитором;
- 3) во время одной драки в бараке заявил, что бытие не всегда определяет сознание;
- 4) был не согласен с Энгельсом (которого не читал!), заявившим, что «Ньютон – индуктивный осел».

От расстрела Козырева спасло только то, что он отбывал наказание так далеко на Севере, что расстрелять его там было некому. Пока искали оленей, чтобы отправить расстрельную команду расстрелять Козырева, Верховный суд СССР отменил решение Верховного суда РСФСР и оставил в силе решение Таймырского окружного суда (10 лет лагерей дополнительно к тем 10, которые у Козырева уже были). Пострадал Н. А. Козырев из-за того, что не только хорошо знал работы Эйнштейна, Фридмана, Леметра, но и «проводил враждебную контрреволюционную агитацию», рассказывая о расширяющейся Вселенной другим заключенным. В 1946 г. Н. А. Козырев был освобожден «условно-досрочно», в 1958 г. был полностью реабилитирован.

Георгий Антонович Гамов приложил серьезные усилия, чтобы сохранить свою интеллектуальную свободу. Чтобы не быть арестованным или расстрелянным, как его ближайшие друзья, «за террористическую активность в теоретической физике», в 1933 г. Гамов стал «невозвращенцем», «запретной фигурой» в Советском Союзе, но в конце концов, его все-таки «простили» [42], а в 1990 г. Гамову даже вернули звание члена-корреспондента АН СССР, которое у него отобрали в 1938 г.

Живя в США, в отличие от Козырева, Гамов мог спокойно не читать Энгельса, любить или не любить Дунаевского или Есенина, размышлять над проблемами генетического кода, развивать теорию расширяющейся Вселенной и даже быть частым гостем самого Эйнштейна. В 1953 г. Гамов в «Трудах Датской Королевской академии наук» опубликовал работу [43], в которой с присущим ему блеском вычислил температуру реликтового излучения, найдя ее равной, примерно, 7 К. В статье [44], в которой эта работа Гамова подробно проанализирована, она справедливо охарактеризована следующим образом: «В работе Гамова нет ошибки. Это на редкость удачное произведение теоретического искусства... Это правильная работа...» Хотя это верно, но в работе Гамова рассмотрена другая Вселенная, не та в которой мы живем. Статья [44] вышла в 1994 г., с тех пор представления о Вселенной были существенно пересмотрены, а точность определения постоянной Хаббла, средней плотности вещества и других характеристик Вселенной значительно возросла. Интересно выяснить, как видоизменяются выводы из рассуждений Гамова в свете новых данных и представлений.

Что делает Гамов в своей статье [43]? Прежде всего, он считает, что в первые мгновения существования Вселенной, она, в основном, была заполнена электромагнитным излучением. Согласно упрощенной теории Фридмана, эта плотность изменяется со временем t следующим образом (t – время в секундах),

$$\rho_{rad.}(\tau) = \frac{4,5 \cdot 10^5}{\tau^2} \text{ г/см}^3, \quad (22)$$

(у Гамова небольшая неточность, 4,4, вместо 4,5). Известно, что в настоящее время во Вселенной преобладает вещество, плотность которого Гамов полагал равной 10^{-30} г/см³. Считая, что Вселенная вышла на стадию свободного расширения, такую что $R(\tau) \sim \tau$, что $\rho_{mat.} \sim 1/R^3$ (это следует из теории Фридмана) и, что возраст Вселенной равен 3,5 млрд. лет $\sim 10^{17}$ сек, Гамов получает для изменения плотности материи со временем в настоящее время следующую формулу

$$\rho_{mat. late}(\tau) = 10^{-30} \left(\frac{10^{17}}{\tau} \right)^3 = \frac{10^{21}}{\tau^3} \text{ г/см}^3. \quad (23)$$

Далее он ищет точку пересечения кривой (22) и кривой (23) (см. Рис. 11) и находит, что эти кривые пересекаются в момент, когда возраст Вселенной был 70 млн. лет. Учитывая, что $\rho_{rad.} \sim 1/R^4$ (это тоже следует из теории Фридмана) и что $R(\tau) \sim \tau$, Гамов находит формулу, согласно которой плотность радиации изменяется в настоящее время,

$$\rho_{rad. late}(\tau) = \frac{2,5 \cdot 10^{36}}{\tau^4} \text{ г/см}^3. \quad (24)$$

Эта формула дает для настоящего времени (не забудем, что у Гамова оно равно 3,5 млрд. лет!) плотность $2 \cdot 10^{-32}$ г/см³, что соответствует температуре излучения 7 °К.

Одна из ошибок Гамова – это то, что считал, что наша Вселенная находится в стадии *свободного расширения*, на самом же деле наша Вселенная находится в стадии *ускоренного расширения*. Конечно, Гамов не мог предвидеть будущих открытий в космологии и придерживался взглядов на Вселенную, принятых к его время. Вторая его ошибка – это слишком заниженный возраст Вселенной (3,5 вместо 13,8 млрд. лет). К этой ошибке, а также к заниженной плотности вещества во Вселенной расчеты Гамова не очень чувствительны [44].

Плотность массы реликтового излучения определяется как интегральная плотность энергии реликтового излучения, деленная на скорость света в квадрате, а спектральная плотность энергии реликтового излучения, как надежно выяснено, выражается формулой, установленной Планком в 1900 г. для описания излучения черного тела. Из формулы Планка для энергии излучения черного тела следует закон *Стефана-Больцмана*, экспериментально установленный Й. Стефаном в 1879 г. и выведенный теоретически Л. Больцманом в 1884 г.: *полное излучение абсолютно черного тела пропорционально четвертой степени абсолютной температуры этого тела*. Этот закон по праву считался в свое время *«жемчужиной теоретической физики»*. Интегральная плотность массы реликтового излучения также пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры излучения и определяется формулой

$$\rho_{rad.} = \frac{\pi^2 (kT)^4}{15 \hbar^3 c^5} = 8,4168 \cdot 10^{-36} \cdot T^4 \text{ г/см}^3. \quad (25)$$

Для той температуры реликтового излучения, какой она равна в настоящее время, а именно 2,725 °К, найдем из (25) $\rho_{rad} = 4,641 \cdot 10^{-34}$ г/см³. Таким образом, плотность излучения, найденная Гамовым, получилась завышенной в 43 раза (завышение

температуры при этом гораздо меньше $\sqrt[4]{43} \approx 2,6$). Посмотрим, что получится с расчетами Гамова при использовании современных данных о Вселенной.

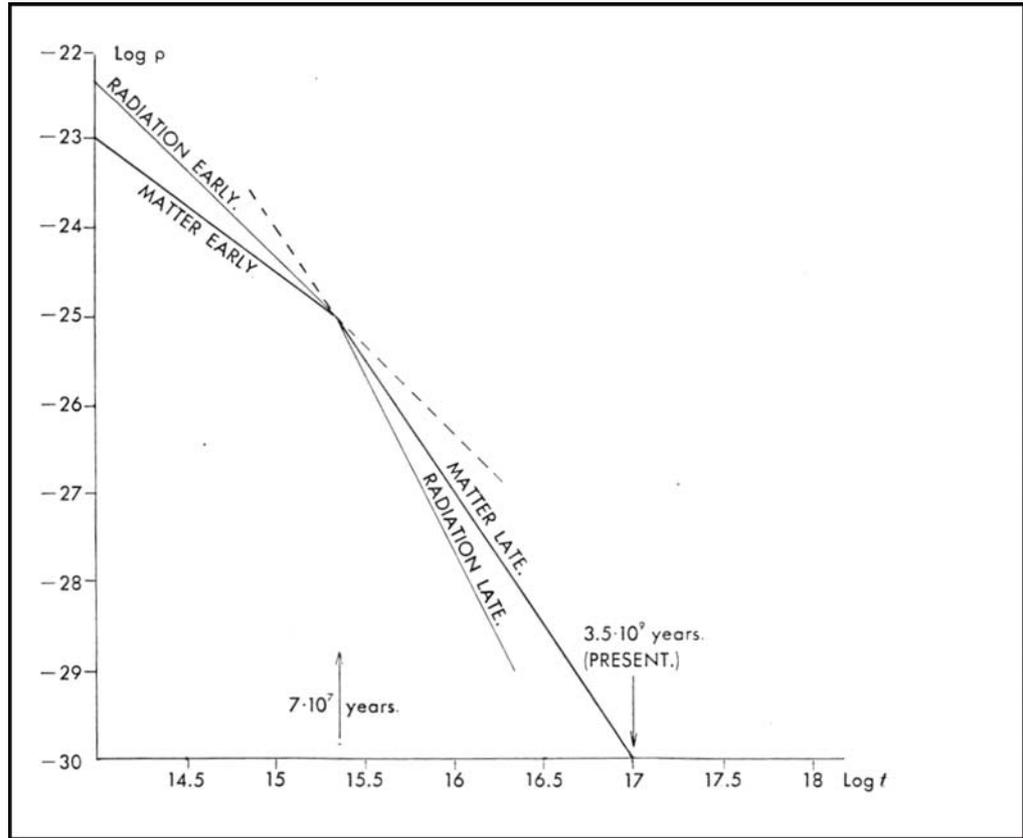


Рис. 11. Рисунок из статьи Гамова [43].

Согласно самым последним данным [45], в настоящий момент полная плотность вещества во Вселенной с большой точностью равна критической плотности, что означает, что Вселенная пространственно плоская. Сама же критическая плотность равна $\rho_c = 0,93(4) \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3$. При этом 0,0458(16) вещества представляют собой обычное барионное вещество, остальные 0,229(15) – это *темная материя* и 0,725(16) – *темная энергия*. Или, в г/см^3 , $\rho_{\text{bar. matt.}} = 0,043(4) \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3$, $\rho_{\text{dark matt.}} = 0,22(2) \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3$, $\rho_{\text{dark matt.}} + \rho_{\text{bar. matt.}} = 0,26(3) \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3$. (Отметим, что $(\rho_{\text{dark matt.}} + \rho_{\text{bar. matt.}}) / \rho_{\text{bar. matt.}} = 6 \pm 0,6$.) Постоянная во времени плотность *темной энергии* $\rho_{\text{dark energy}} = 0,67(4) \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3$, а изменение во времени остальной материи определяется, согласно теории Фридмана, простой формулой

$$\rho_{\text{dark matt.}}(t) + \rho_{\text{bar. matt.}}(t) = \frac{\rho_{\text{dark energy}}}{\text{sh}^2(0,0915 \cdot t)} = \frac{0,67 \cdot 10^{-29}}{\text{sh}^2(0,0915 \cdot t)} \text{ г/см}^3, \quad (26)$$

время t в формуле (26) измеряется в млрд. лет. С помощью формулы (26) найдем, что суммарная плотность $\rho_{\text{dark matt.}}(t) + \rho_{\text{bar. matt.}}(t)$ в настоящий момент ($t = 13,8$ млрд. лет) равна $0,25 \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3$, как это и должно быть (теория у нас самосогласованная!).

Если в формуле Гамова (22) выразить время в млрд. лет, то она примет вид

$$\rho_{\text{rad.}}(t) = \frac{45 \cdot 10^{-29}}{t^2} \text{ г/см}^3, \quad (27)$$

и для настоящего момента мы найдем $\rho_{rad}(13,8) = 0,24 \cdot 10^{-29}$ г/см³. В пределах погрешности, с которой определена величина $\rho_{dark\ matt.}(13,8) + \rho_{bar.\ matt.}(13,8)$, эта величина совпадает с $\rho_{rad.}(13,8)$ (см. Рис. 12),

$$\rho_{rad.}(13,8) \approx \rho_{dark\ matt.}(13,8) + \rho_{bar.\ matt.}(13,8) \quad (28)$$

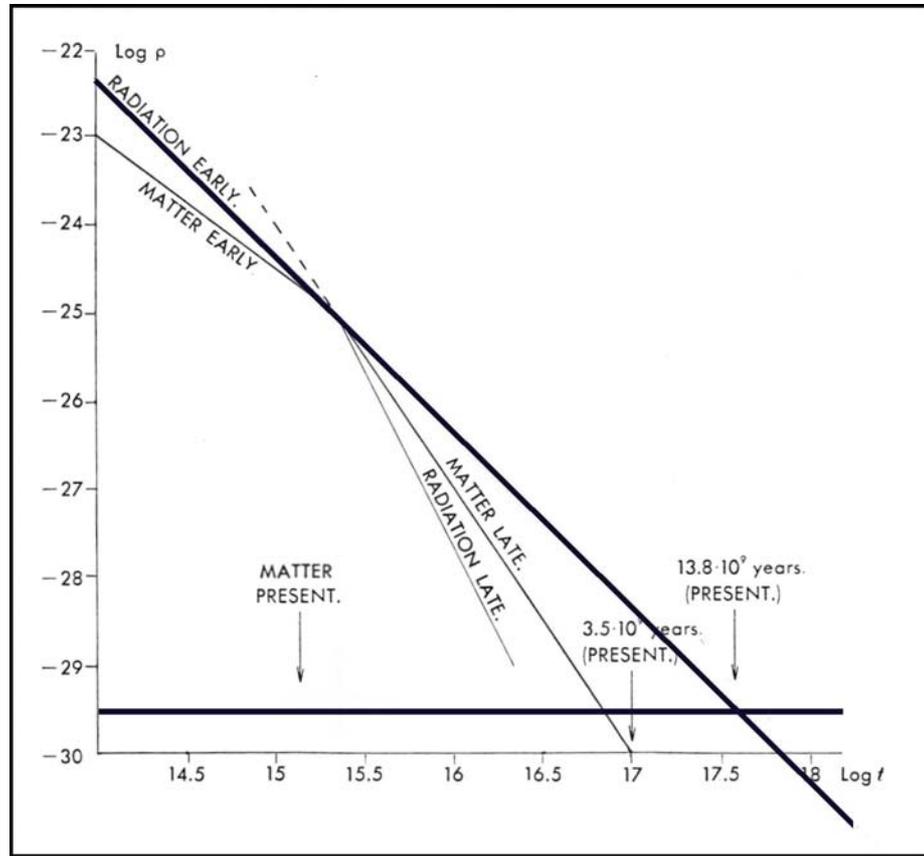


Рис. 12. Дополненный рисунок из статьи Гамова [43].

Если рассуждать, как Гамов, то **точку пересечения чего с чем мы должны теперь искать?** Гамов искал точку пересечения кривой, описывающей плотность излучения и кривой, описывающей плотность материи и эта точка пересечения определяла переходный момент во Вселенной от стадии преобладания излучения в стадию преобладания материи. То, что этот момент времени оказался как раз сегодняшним моментом, это, конечно, чистая случайность и связана только с тем, что формула Гамова (27) неприменима к «взрослой» Вселенной, а только к Вселенной в ее начальной стадии развития, стадии «детства». Теория Фридмана дает для плотности излучения во Вселенной формулу, немного отличающуюся от формулы (26) для материи,

$$\rho_{rad.}(t) = \frac{\rho_{dark\ energy}}{\text{sh}^2(0,122 \cdot t)} = \frac{0,67 \cdot 10^{-29}}{\text{sh}^2(0,122 \cdot t)} \text{ г/см}^3. \quad (29)$$

В стадии «детства» (примерно, до 2 млрд. лет) можно считать, что $\text{sh}(0,122 \cdot t) \approx 0,122 \cdot t$. В этом случае формулы (29) и (27) совпадают. Так, для 2 млрд. лет формула Гамова (27) дает $\rho_{rad.}(2) = 11,25 \cdot 10^{-29}$ г/см³, а более точная формула (29) $\rho_{rad.}(2) = 11,03 \cdot 10^{-29}$ г/см³, разница между этими плотностями незначительная, но для настоящего времени формула Гамова дает $\rho_{rad}(13,8) = 0,24 \cdot 10^{-29}$ г/см³, а формула (29) дает $\rho_{rad.}(13,8) = 0,10 \cdot 10^{-29}$ г/см³, различие в 2,4 раза.

Теперь мы должны выяснить **в какой момент времени сравниваются плотность излучения и плотность материи во Вселенной: $\rho_{rad.}(t) = \rho_{dark\ matt.}(t) + \rho_{bar.\ matt.}(t)$. Такого**

момента времени нет, так как, согласно формулам (26) и (29), всегда $\rho_{rad.}(t) > \rho_{dark\ matt.}(t) + \rho_{bar.\ matt.}(t)$, так как всегда $\text{sh}(0,122 \cdot t) > \text{sh}(0,0915 \cdot t)$.

В 1953 г. еще не знали о существовании темной материи, и, по-видимому, мы должны искать, как искал Гамов, момент, когда $\rho_{rad.}(t) = \rho_{bar.\ matt.}(t)$. Это естественно, так как электромагнитное излучение и темная материя никакого влияния друг на друга не оказывают. Тогда, предположив, что отношение плотности барионной материи и плотности темной материи, равное 1/5, не изменяются во времени, мы найдем **условие равенства плотности излучения и плотности барионной материи**,

$$\frac{1}{\text{sh}^2(0,122 \cdot t)} = \frac{1/6}{\text{sh}^2(0,0915 \cdot t)}, \quad (30)$$

или $\text{sh}(0,122 \cdot t) = 2,45 \cdot \text{sh}(0,0915 \cdot t)$. **Такой момент времени существует и находится в далеком будущем, когда возраст Вселенной будет равен 28,8 млрд. лет.** Из пересечения двух кривых, которое произойдет через 15 млрд. лет мы, к сожалению, ничего полезного извлечь не можем.

Однако, кроме *реликтовых фотонов*, есть еще и *реликтовые нейтрино*, которые также заполняют Вселенную и существование которых мы также должны учесть. Формула (29) описывает Вселенную Фридмана, заполненную не только световыми квантами, но и любыми безмассовыми частицами, например фотонами и нейтрино,

$$\rho_{photons+neutrinos}(t) = \frac{\rho_{dark\ energy}}{\text{sh}^2(0,122 \cdot t)} = \frac{0,67 \cdot 10^{-29}}{\text{sh}^2(0,122 \cdot t)} \text{ г/см}^3. \quad (32)$$

Конечно, сейчас нейтрино уже не считаются безмассовыми, но в период «детства» нашей Вселенной, температура в ней была достаточно высока, чтобы массой нейтрино можно было пренебречь. Вселенная, заполненная «горячими» фотонами и нейтрино, рассматривалась С. Вайнбергом в его книге [46], впервые вышедшей еще в 1977 г. Вайнберг учитывал только два вида нейтрино, и в новом издании (в оригинале 1993 г.) этот раздел остался прежним, но его легко подправить. Фотоны составляют в настоящее время (по плотности) [47]

$$1 / \left(1 + \frac{21}{22} \sqrt[3]{\frac{4}{11}} \right) = 0,59477008... \quad (33)$$

часть релятивистского фотонно-нейтринного газа, хотя в первые мгновения жизни Вселенной нейтрино (по плотности) было в $21/8 = 2,625$ раза больше, чем фотонов. Однако, к исходу первых трех минут жизни Вселенной температура нейтрино, вышедших из теплового равновесия с фотонами, за счет аннигиляции электронов и позитронов, упала в $(11/4)^{1/3} = 1,401$ раз, а их плотность уменьшилась в $(11/4)^{4/3} = 3,853$ раза [46]. Электроны и позитроны аннигилировали последними, после того как аннигилировали все остальные частицы и античастицы, возникшие при Большом взрыве. Учитывая (33), мы напишем, вместо (31), **следующее условие равенства плотности излучения фотонов и плотности барионной материи**,

$$\frac{0,595}{\text{sh}^2(0,122 \cdot t)} = \frac{1/6}{\text{sh}^2(0,0915 \cdot t)}, \quad (34)$$

или $\text{sh}(0,122 \cdot t) = 1,889 \cdot \text{sh}(0,0915 \cdot t)$. **Равенство (34) выполняется в момент, когда возраст Вселенной будет равным 20,3 млрд. лет.**

Мы снова получили бесполезное пересечение кривых. Однако, есть еще одна возможность, которую можно попытаться использовать для спасения теории Гамова. В 1956 г. в своей нобелевской статье [48] Ли и Янг высказали предположение о существовании «зеркального мира», которое в 1966 г. было существенно развито в работе И. Ю. Кобзарева, Л. Б. Окуня и И. Я. Померанчука «О возможности экспериментального обнаружения зеркальных частиц» [49, 50]. Предполагается, что, кроме обычной материи, параллельно существует другая, «зеркальная» материя, которая взаимодействует с нашей

материей только гравитационным образом. Зеркальная материя рассматривается как составная часть темной материи и космологические построения с зеркальной материей довольно популярны в настоящее время [51]. Предполагается, что в ранней Вселенной существовала симметрия между обычной материей и зеркальной материей. Таким образом, естественно предположить, что когда Вселенная, в основном, состояла из «горячих» фотонов и нейтрино, было столько же «горячих» *зеркальных* фотонов и нейтрино. Отметим, что в теории Фридмана совершенно неважно, чем определяется геометрия ранней Вселенной, фотонами, нейтрино, глюонами или другими безмассовыми частицами или их «зеркальными» двойниками. Поэтому количество фотонов в ранней Вселенной мы должны уменьшить в два раза и, вместо формулы (34) написать следующую формулу

$$\frac{0,595/2}{\text{sh}^2(0,122 \cdot t)} = \frac{1/6}{\text{sh}^2(0,0915 \cdot t)} \quad (35)$$

или $\text{sh}(0,122 \cdot t) = 1,336 \cdot \text{sh}(0,0915 \cdot t)$. **Равенство (35) выполняется в момент, когда возраст Вселенной равнялся 1,3 млрд. лет.**

Учитывая следующие из теории Фридмана условия, что $\rho_{\text{photons}}(t) \sim 1/R^4$ и $\rho_{\text{bar. matt.}}(t) \sim 1/R^3$, которыми пользовался Гамов, приходим к простой формуле

$$\rho_{\text{photons}}(t) = \sqrt[3]{\frac{\rho_{\text{bar. matt.}}(t)}{\rho_{\text{bar. matt.}}(t_0)}} \rho_{\text{bar. matt.}}(t) \quad (36)$$

($t_0 = 1,3$ млрд. лет – точка пересечения кривых) и получим для плотности фотонов в настоящий момент значение $0,0075 \cdot 10^{-29}$ г/см³, что соответствует температуре реликтового излучения $9,7^\circ\text{К}$. Сравним этот результат с плотностью фотонов, которая получается непосредственно из теории Фридмана с учетом трех видов нейтрино и зеркальной материи без учета теории Гамова,

$$\rho_{\text{photons}}(t) = \frac{(0,595/2)\rho_{\text{dark energy}}}{\text{sh}^2(0,122 \cdot t)} = \frac{0,20 \cdot 10^{-29}}{\text{sh}^2(0,122 \cdot t)} \text{ г/см}^3. \quad (37)$$

Для настоящего момента времени получаем плотность фотонов в 10 раз большую, чем с использованием подхода Гамова, $\rho_{\text{photons}}(13,8) = 0,075 \cdot 10^{-29}$ г/см³ и температуру реликтового излучения $17,2^\circ\text{К}$. Таким образом, мы приходим к выводу: **учет трех видов нейтрино и зеркальной материи позволяет придать смысл теории Гамова, но, к сожалению, лишает теорию Гамова ее основного достоинства – присущей ей простоты.**

Учитывать в данном случае нейтрино, по-видимому, необходимо, что же касается зеркальной материи, которая позволила нам спасти теорию Гамова, то все же это является слабым аргументом в пользу ее существования (мы уже говорили о том, что из того, что *некоторые цыплята – пушистые*, необязательно следует, что *некоторые цыплята – кошки*). Мы не можем ответить на простой вопрос, обманываем ли мы себя, или нет, думая, что нам удалось спасти теорию Гамова. Но вспомним, как А. И. Ахиезер разъяснял своим ученикам и сотрудникам разницу между теоретической физикой и математикой [52]: «*А где обман? – Если нет обмана, то это уже не теорфизика, а математика*». Так что можно уверенно сказать, что исследуя применимость теории Гамова к ускоренно расширяющейся Вселенной, мы занимаемся настоящей теоретической физикой.

Наше обобщение теории Гамова с учетом зеркальной материи обладает большим недостатком: оно очень чувствительно к тому, насколько близко к пяти отношение плотностей темной и барионной материй. Попробуем использовать еще одну возможность. В плоской Вселенной Фридмана, заполненной безмассовыми частицами, расстояния между Галактиками изменяются, согласно формуле

$$R \sim \text{sh}^{1/2}(0,122 \cdot t), \quad (38)$$

начало отсчета времени выбрано так, что $R(0) = 0$. В плоской Вселенной Фрийдмана, заполненной нерелятивистскими массивными частицами (в той, которой мы сейчас живем), расстояния между Галактиками изменяются, согласно формуле

$$R \sim \text{sh}^{2/3}(0,0915 \cdot (t - t')), \quad (39)$$

t' – некоторая константа, которую нам предстоит выбрать. И формула (35), и формула (36) описывают вселенные, которые в какой-то момент переходят от расширения с замедлением к расширению с ускорением. Нетрудно подсчитать, что для того, чтобы эти два момента времени совпадали, нужно положить $t' = 0,028$, то есть $t' = 28$ миллионам лет. Что это изменяет в наших предыдущих построениях? Изменяется формула (34), которая теперь приобретает вид

$$\frac{0,595}{\text{sh}^2(0,122 \cdot t)} = \frac{1/6}{\text{sh}^2(0,0915 \cdot (t - 0,028))}. \quad (40)$$

Мы имеем две точки пересечения (зеркальную материю мы теперь не рассматриваем!): **0,1 и 20,2 млрд. лет!** Вторая точка пересечения для нас интереса не представляет (в это время правая часть формулы (40) к реальной Вселенной совершенно неприменима), а использование первой точки пересечения дает для плотности фотонов в настоящий момент значение $1,04 \cdot 10^{-32}$ г/см³, что соответствует температуре реликтового излучения 5,9 °К. Нужно сказать, что мы не так уж сильно усложнили теорию Гамова: пользоваться формулами Фрийдмана и учитывать нейтрино мы обязаны, а наш выбор константы t' вполне естественен.

6. Температура излучения, квантовая структура многофотонных состояний и информационный парадокс

– Думаете ли Вы, что когда-нибудь наступит время, когда люди поймут все, что еще не понято в физике?
– Надеюсь, что нет. Тогда я бы остался без работы.
Из интервью со С. Хокингом, ноябрь 2010 г.

6.1. За что ругал попов М. В. Ломоносов и почему мы топим зимой. М. В. Ломоносов, всегда занимавший активную гражданскую позицию, был очень обеспокоен высокой смертностью младенцев в России. В 1761 г. в рассуждении «О сохранении и размножении российского народа» [53] Ломоносов писал: *«Попы, не токмо деревенские, но и городские, крестят младенцев зимою в воде самой холодной, иногда и со льдом, указывая на предписание в требнике, чтобы вода была натуральная без примешения, и вменяют теплоту за примешанную материю, а не думают того, что летом сами же крестят теплою водою, по их мнению смешанною. Итак, сами себе прекословят, а особливо по своему недомыслию не знают, что и в самой холодной воде еще теплоты очень много... Однако невеждам-попам физику толковать нет нужды, довольно принудить властью, чтобы всегда крестили водою, летней в рассуждении теплоты равною, затем что холодная исшедшему недавно из теплой матерней утробы младенцу конечно вредна, а особливо который много претерпел в рождении. Таких упрямых попов, кои хотят насильно крестить холодною водою, почитаю я палачами, затем что желают после родин и крестин вскоре и похорон для своей корысти...»*

Мы видим, что Ломоносов понимал, что «теплота» – это не «примешанная материя». Он считал, что теплота – это движение частичек, из которых состоит вещество, а температура – это мера интенсивности этого движения. Он правильно понимал, что количество «теплоты» можно добавить или убавить, нагревая или охлаждая вещество. Но Ломоносов ошибался, считая, что можно сказать, что в воде находится столько-то и столько-то «теплоты», он не знал, что воду можно нагреть не только нагреванием, а и интенсивным механическим перемешиванием, что существует количественное

соотношение между механической работой и теплотой, которое через 80 лет, в 1841-1842 гг., будет установлено Р. Ю. Майером.

Но не только М. В. Ломоносов понимал, что младенцев нужно держать в тепле, а для этого зимой нужно топить. Это понимают и в XXI веке. Но М. В. Ломоносов был бы немало удивлен, узнав, до чего дойдет пытливая человеческая мысль в понимании того, что происходит при отоплении помещения. В январе 2011 г. была опубликована статья [54], в которой подробно обсуждается вопрос о том, что происходит с теплом, когда мы топим зимой. Этот вопрос был поднят еще в 1938 г. известным астрофизиком и метеорологом Р. Эмденом [55], который пришел к парадоксальному заключению, что все тепло, которое поступает в замкнутое помещение, чтобы поднять температуру воздуха в этом помещении, уходит наружу. Следуя Р. Эмдену, будем считать воздух идеальным газом, уравнение состояния которого имеет вид

$$PV = MRT \quad , \quad (41)$$

где P – давление газа, V – объем газа, M – масса газа, R – газовая постоянная, зависящая от природы газа, T – температура газа. Давление воздуха в помещении равно атмосферному и не изменяется, объем воздуха также не изменяется. Следовательно, согласно (41), произведение массы оставшегося воздуха на газовую постоянную и на температуру, которое и определяет количество энергии в помещении, не изменяется и определяется только показаниями барометра. А. Зоммерфельд, приведя в своей книге [56] статью Р. Эмдена целиком, уточнил результат Р. Эмдена и показал, что учет того, что воздух не идеальный газ, приводит к тому, что *при отоплении из отапливаемого помещения уходит даже больше тепла, чем поступает.*

В своей статье Р. Эмден затронул вопрос, который через пять лет более подробно обсудил Э. Шрёдингер в своих лекциях в Тринити-колледж в Дублине в 1943 г. [57]. *«Почему же все-таки мы топим?» – пишет Р. Эмден, – По той же самой причине, по которой жизнь на Земле была бы невозможна без солнечного излучения. При этом дело заключается не в падающей энергии. Последняя будет снова излучена вплоть до пренебрежимо малой доли, подобно тому как человек не меняет своего веса, несмотря на принятие пищи. Условия нашего существования требуют известной температуры, и чтобы ее поддерживать, используется не увеличение энергии, а понижение энтропии». «Отрицательная энтропия вот то, чем организм питается, – продолжает Э. Шрёдингер. – Или, чтобы выразить это менее парадоксально, существенно в метаболизме то, что организму удастся освободить себя от всей той энтропии, которую он вынужден производить, пока он жив».*

Важнейшее в термодинамике, а потом и в статистической физике, понятие энтропии было введено Р. Ю. Э. Клаузиусом в 1867 г. Согласно Клаузиусу, при обратимых процессах изменение энтропии ΔS тела, абсолютная температура которого равна T , определяется количеством тепла ΔQ , подведенного к телу (или отведенного от него):

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} \quad . \quad (42)$$

Оказалось, что изменение энтропии ΔS является полным дифференциалом, а это означает, что количество энтропии в любом теле (в мяче, в яблоке, в котенке) – вполне определенная измеримая величина (в отличие от количества тепла, говорить о котором бессмысленно). Введение энтропии позволило дать новую формулировку *второго начала термодинамики: энтропия замкнутой системы либо остается постоянной, либо растет.*

Энтропия тесно связана с информацией [58], из-за чего проблемы с энтропией и температурой, которые возникли в теории черных дыр и которые мы вскоре рассмотрим, получили название «информационного парадокса».

6.2. Крамольная диссертация князя Б. Б. Голицына и чем удивил математиков Григорий Перельман. В 1892 г. 20-летний князь Б. Б. Голицын ввел понятие температуры теплового излучения черного тела (то есть такого тела, которое поглощает все излучение, которое на него падает). Голицын показал, что тепловое излучение ведет себя странным образом – как газ: при адиабатическом сжатии или расширении (то есть при таком, когда тепло не поглощается и не отдается) температура излучения T , как и температура газа, изменяется, согласно формуле,

$$T \sqrt[3]{V} = const. \quad (43)$$

Работа Голицына была опубликована в солидных немецком и английском журналах. В 1893 г. Голицын попытался защитить магистерскую диссертацию по материалам этой и других своих работ, но не был понят и был изгнан из сообщества ученых физиков, как шарлатан и лжеученый, за введение «нелепого» представления о температуре излучения. Главным противником Голицына был Г. А. Столетов, поддержанный зарубежными классиками – Больцманом, Гельмгольцем, лордом Кельвином. Столетов рассуждал так: уже почти 30 лет хорошо известно, что свет и тепловое излучение – это электромагнитные волны, как это было установлено Максвеллом. В то же время, согласно кинетической теории газов, развитой тем же Максвеллом, Больцманом, Клаузиусом, температура связана со средним значением энергии молекул (или атомов) газа. Существенно, что энергия молекул может быть любой, а вероятность W того, что ее энергия равна E , определяется формулой, двадцать с лишним лет назад найденной Больцманом,

$$W = C e^{-E/kT}, \quad (44)$$

где C – константа, $k = 1,380658(12) \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана. Таким образом, температура связана со случайностью, неупорядоченностью, а что неупорядоченного в электромагнитных волнах? Электромагнитные волны описываются уравнениями Максвелла, никакой случайности с ними не свяжешь. Следовательно, температура электромагнитного поля – это абсурд. И Столетов был совершенно прав.

Но и Голицын был прав. Дело в том, что тепловое излучение, представляет собой не классическое электромагнитное излучение, а квантовое электромагнитное излучение и уравнениями Максвелла не описывается. Квантовая природа теплового излучения была установлена Планком в 1900 г. Планк рассматривал электромагнитное поле как совокупность гармонических осцилляторов и пришел к выводу, что энергия колебаний гармонического осциллятора должна принимать дискретные значения

$$E = n h \nu, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (45)$$

где E – энергия колебаний, ν – частота колебаний, $h = 6,6260755(40) \cdot 10^{-34}$ Дж · с – новая фундаментальная постоянная (приведено современное значение постоянной Планка). То, что тепловое излучение состоит из квантов с энергией $E = h \nu$, было установлено Эйнштейном в 1905 г., и вначале вызывало такое же отторжение, как представление о температуре излучения, введенное Голицыным. К квантам Эйнштейна вполне применима формула Больцмана (44). Всего этого Г. А. Столетов в 1893 г. знать, конечно не мог.

В 1893 г. к тем же результатам, что и Голицын, пришел Вильгельм Вин. Работы Вина 1893 и 1896 гг. были важным вкладом в проблему теплового излучения и в 1911 г. удостоены Нобелевской премии. Основываясь на работах Вина, Планк открыл кванты энергии, а Эйнштейн – кванты света. Вин был более осторожен, чем Голицын, и температуру излучения не вводил, а говорил только о температуре тела, испускающего излучение.

Г. А. Столетов сильно пострадал из-за истории с Голицыным. Когда в 1893 г. Столетов был выдвинут в Академию Наук, президент Академии великий князь Константин Романов, хорошо знавший Голицына, вычеркнул фамилию Столетова и вписал фамилию Голицына. За Голицына проголосовали математики, и Голицын как

член Академии получил возможность заниматься наукой и вскоре тоже стал классиком русской науки. Но к исследованию теплового излучения он уже не возвращался. Он стал выдающимся геофизиком и сейсмологом. (Подробнее о Голицыне см. [59].)

Формула Голицына (43) в виде $TR = const$, где R – линейный размер расширяющейся области, заполненной черным излучением, оказалась важной в теории расширяющейся Вселенной Фридмана, который был учеником Голицына. Эту формулу широко использовал ученик Фридмана Гамов при рассмотрении реликтового излучения.

Сейчас мы спокойно используем понятия «температура излучения», «энтропия излучения», но до сих пор введение понятий «температура» и «энтропия» иногда вызывают (и, может быть, вполне оправданные) недоумение и протест. Так произошло совсем недавно, когда 11 ноября 2002 г. на сайте arXiv.org Григорий Перельман поместил свою статью «Формула для энтропии потоков Риччи и ее геометрические применения» [60]. В этой статье Г. Перельман исследовал систему дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt} g_{ik} = -2R_{ik}, \quad (46)$$

где g_{ik} и R_{ik} – хорошо знакомые физикам объекты, метрический тензор и свернутый тензор кривизны (тензор Риччи), i и k пробегает значения 1,2,3, ... n . Уравнения (46) определяют так называемые потоки Риччи. Зачем все это нужно математикам, нам совершенно не важно, важно то, что эти уравнения относятся к чистой геометрии, и, когда Г. Перельман связывает с этими уравнениями энтропию и температуру, мы оказываемся в положении Г. А. Столетова и вынуждены недоумевать, а причем тут они, эти важные физические понятия. Так же удивляются и недоумевают математики, которые написали уже много сотен страниц комментариев к этой и двум другим статьям Г. Перельмана. Конечно, Г. Перельман удивил математиков не только энтропией и температурой, а еще больше тем, что с их помощью он доказал гипотезу Пуанкаре, высказанную более 100 лет назад, которую никто не смог доказать, несмотря на огромные затраченные усилия: *всякое компактное гладкое односвязное **трехмерное** многообразие может быть непрерывным образом деформировано в **трехмерную** сферу.* (Слово **трехмерный** может быть заменено на слово ***n*-мерный**, но для всех размерностей отличных от **трех**, гипотеза Пуанкаре уже была доказана до работ Перельмана.)

8 июня 2010 г. несколько сот математиков, приехавших из самых разных стран мира, собрались в Париже на церемонию вручения «премии тысячелетия» в миллион долларов Г. Перельману. Перельману должны были вручить статуэтку с надписью ««Премией тысячелетия» награждается Григорий Перельман за доказательство гипотезы Пуанкаре». Но Перельман на церемонию не приехал и от премии (и других наград) отказался [61].

В своей статье [60] Г. Перельман написал: *«Связь статистической физики и (псевдо)-римановой геометрии проявляет себя в термодинамике черных дыр, развитой Хокингом и другими. К сожалению, этот предмет находится за пределами моего понимания в настоящее время».*

6.3. Термодинамика и испарение черных дыр. Согласно общей теории относительности Эйнштейна, время вокруг сферически симметричной массы M определяется формулой (10),

$$T' = T \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}}. \quad (47)$$

Радиус $r_g = \frac{2GM}{c^2}$ называется гравитационным. Масса M с окружающим ее гравитационным полем представляет собой *черную дыру*, если эта масса скрыта под гравитационным радиусом. На поверхности сферы, радиус которой равен r_g , время

перестает течь. Эта поверхность называется *горизонтом событий*. До появления в 1974 г. работы С. Хокинга «Взрываются ли черные дыры?» [62], считалось, что черные дыры поглощают все, что на них падает, и что вырваться из черной дыры ничто не может. Однако Хокинг показал, что черная дыра испускает черное излучение с температурой

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi GMk}. \quad (48)$$

Годом ранее, в 1973 г., Дж. Д. Бекенштейн предположил, что черная дыра обладает энтропией, пропорциональной площади поверхности ее горизонта [63], Хокингу удалось найти неизвестный ранее коэффициент пропорциональности и получить следующую формулу для энтропии черной дыры,

$$S = k \frac{4\pi GM^2}{\hbar c}. \quad (49)$$

Теперь, если воспользоваться формулой Клаузиуса (42), мы найдем из (48) и (49), что

$$\Delta Q = T\Delta S = \Delta M \cdot c^2, \quad (50)$$

то есть мы видим, что черная дыра излучает тепло, теряя массу. Отметим, что, согласно (48), при этом температура черной дыры увеличивается, и ее излучение становится все более и более интенсивным.

6.4. Квантовая структура многофотонных состояний. Сейчас мы на время отвлечемся от черных дыр и поговорим о квантах света – фотонах, в частности о том, что представляет собой, с точки зрения представления о фотонах, классическое электромагнитное поле.

Вспомним, что А. Эйнштейн не только открыл световые кванты, но и сделал чрезвычайно много для становления и утверждения представления о квантах света. И все же до конца жизни его не покидало чувство неудовлетворенности, когда он задумывался над квантовыми свойствами электромагнитного поля. Незадолго до смерти он писал своему другу М. Бессо: «*После пятидесяти лет раздумий я так и не приблизился к ответу на вопрос: что же такое кванты света? Сегодня каждый прохожимец считает, что ему это известно, но они заблуждаются*». С тех пор, как Эйнштейн написал эти слова, прошло уже более пятидесяти лет, и в науках о квантах света, квантовой электродинамике и квантовой оптике, произошел существенный прогресс.

Фотоны – это кванты электромагнитного поля, то есть электромагнитное поле состоит из фотонов. Фотоны – это частицы, обладающие энергией и импульсом. Масса фотонов равна нулю, так как масса, по определению, равна $\sqrt{(E^2 - p^2 c^2)}/c^2$, а энергия фотонов связана с их импульсом соотношением $E = pc$. Кроме того, у фотонов есть еще одно важнейшее свойство – поляризация, но о нем мы сейчас говорить не будем, немного упростив реальную картину. Но что означают слова «состоит»? Что такое классическая электромагнитная волна с точки зрения квантовой теории? Классическое электромагнитное поле создается движущимися зарядами (классическими токами) и описывается законами классической электродинамики. Для дальнейшего принципиально важно, что классические токи порождают так называемые когерентные состояния. Допустим, что в вакууме, в котором не было фотонов, возникли на некоторое время и затем исчезли классические токи. При этом вакуум заполнится фотонами, которые мы и будем воспринимать как классическое поле. Строго говоря, классическое электромагнитное поле не существует. Это наши несовершенные приборы воспринимают некоторое квантовое фотонное состояние как классическое электромагнитное поле. Квантово-механический вектор состояния, соответствующий классическому электромагнитному полю, характеризуется специфическими статистическими свойствами порожденного ансамбля фотонов. Важную роль при описании этих свойств играет распределение Пуассона. Распределение Пуассона возникает в ситуациях, когда случайные события удовлетворяют следующим условиям общего характера (известный

пример распределения Пуассона – это статистическое распределение гибели прусских офицеров от удара копытом лошади с 1875 по 1894 годы [64]):

1. Статистическая независимость событий (испустит, или нет, классический ток фотон, никак не связано с испусканием классическим током другого фотона; ударит, или нет, лошадь копытом прусского офицера, не связано с тем, ударит, или нет, другая лошадь другого прусского офицера).

2. Вероятность того, что событие произойдет за промежуток времени Δt , пропорциональна Δt .

3. Вероятность того, что за бесконечно малый промежуток времени произойдет два события, равна нулю.

Распределение Пуассона, следующее из 1, 2, 3, означает следующее: вероятность W_n того, что за время T произойдет n событий,

$$W_n = \frac{(\bar{n})^n e^{-\bar{n}}}{n!}, \quad (51)$$

здесь \bar{n} – среднее число событий за время T , именно \bar{n} характеризует конкретное распределение Пуассона. Важность распределения (51) в рассматриваемом круге вопросов осознавалась еще в 30-е годы XX века, в пору становления квантовой электродинамики.

Примем, что вероятность того, что классический ток породят n фотонов, описывается распределением Пуассона (51) (на интуитивном уровне это понимали еще в 30-е годы, строго это было доказано в начале 60-х годов). Речь идет о фотонах с определенными энергией и импульсом, то есть о фотонах с определенными частотой $\omega = E/\hbar$ и волновым вектором $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$. (Вероятности испускания фотонов, конечно же, зависят от частоты и направления излучения фотонов и определяются Фурье-разложением излучающего тока.) Введем теперь следующие обозначения: $|0\rangle$ обозначает вакуумное состояние, в котором фотонов нет, $|1\rangle$ – состояние с одним фотоном, $|2\rangle$ – состояние с двумя фотонами, $|n\rangle$ – n -фотонное состояние. Эти состояния ортогональны друг другу, и будем считать, что они нормированы на единицу. Любая сумма этих состояний допустима в квантовой теории

$$|\psi\rangle = A_0|0\rangle + A_1|1\rangle + A_2|2\rangle + \dots + A_n|n\rangle + \dots, \quad (52)$$

где A_0, A_1, A_2, A_n – произвольные комплексные числа (только суммы вполне определенного вида представляют собой когерентные состояния, соответствующие излучению классического тока и имитирующие классическое электромагнитное поле). Поскольку любая сумма базисных состояний допустима в квантовой теории, то квантовая теория намного богаче, чем классическая. В действительности, она еще богаче, поскольку существуют также состояния, не описываемые векторами состояния $|\psi\rangle$, а только их усредненными квадратичными комбинациями – матрицами плотности. Тепловое излучение, сыгравшее такую важную роль в возникновении квантовой теории, не описывается вектором состояния, а только матрицей плотности. Тепловое излучение и когерентные состояния, которые мы сейчас рассмотрим – это примеры так называемого «классического» света (здесь слово «классический» не означает, что речь идет о классической физике, ведь, мы знаем, что тепловое излучение имеет существенно квантовую природу).

Несколько слов о суммировании в формуле (52). В каком смысле нужно понимать это суммирование? Допустим, мы хотим определить суммирование на множестве котов (или кошек²), летучих мышей и шляп (*CATS*, *BATS* и *HATS*). Рассмотрим два столбца

$$|\Psi\rangle_1 = \begin{bmatrix} CATS \\ BATS \\ HATS \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad |\Psi\rangle_2 = \begin{bmatrix} CATS \\ BATS \\ HATS \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix}. \quad (53)$$

Мы легко можем сложить эти два столбца (коты, летучие мыши и шляпы складываются «покомпонентно»),

$$|\Psi\rangle_1 + |\Psi\rangle_2 = \begin{bmatrix} CATS \\ BATS \\ HATS \end{bmatrix}_1 + \begin{bmatrix} CATS \\ BATS \\ HATS \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} 5+7 \\ 6+4 \\ 3+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \\ 12 \end{bmatrix}. \quad (54)$$

Мы можем представить (53) и (54) в виде

$$|\Psi\rangle_1 = 5|CATS\rangle + 6|BATS\rangle + 3|HATS\rangle \quad \text{и} \quad |\Psi\rangle_2 = 7|CATS\rangle + 4|BATS\rangle + 9|HATS\rangle, \quad (55)$$

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_1 + |\Psi\rangle_2 &= (5+7)|CATS\rangle + (6+4)|BATS\rangle + (3+9)|HATS\rangle \\ &= 12|CATS\rangle + 10|BATS\rangle + 12|HATS\rangle. \end{aligned} \quad (56)$$

Буквально также «складываются» векторы состояния в формуле (52), к которой мы и возвращаемся. Поскольку наши базисные состояния ортонормированы, $\langle m|n\rangle = \delta_{mn}$, то квадраты модулей амплитуд A_n представляют собой вероятности n -фотонных состояний, которые, в случае излучения классического тока, определяются распределением Пуассона (51). Таким образом,

$$|A_n|^2 = W_n = \frac{(\bar{n})^n e^{-\bar{n}}}{n!}. \quad (56)$$

Введем такое комплексное число α , квадрат модуля которого равен среднему числу фотонов, $|\alpha|^2 = \bar{n}$. Теперь мы можем записать вектор состояния (51) следующим образом

$$|\psi\rangle \equiv |\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \left(|0\rangle + \frac{\alpha}{\sqrt{1!}} |1\rangle + \frac{\alpha^2}{\sqrt{2!}} |2\rangle + \dots + \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle + \dots \right), \quad (57)$$

Это и есть квантово-механический вектор когерентного состояния. Однако, необходимо сделать следующее уточнение. Пока что у нас никак не согласованы относительные фазы базисных векторов состояний $|1\rangle, |2\rangle, \dots, |n\rangle$. Согласовать их можно, введя операторы рождения и уничтожения a^+ и a , действующие на базисные векторы следующим образом:

$$\begin{aligned} a^+ |n\rangle &= \sqrt{n+1} |n+1\rangle, \\ a |n\rangle &= \sqrt{n} |n-1\rangle. \end{aligned} \quad (58)$$

Операторы рождения и уничтожения удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям:

$$aa^+ - a^+a = 1. \quad (59)$$

² Не будем обижать кошек и складывать только котов. Почти все говорят о «шрёдингеровских котах», в то время, как в статье Э. Шрёдингера [65] совершенно ясно сказано: «Eine Katze (кошка!) wird in eine Stahlkammer gesperrt...»

Нетрудно проверить, что вектор когерентного состояния $|\alpha\rangle$ обладает следующим замечательным свойством: он представляет собой собственный вектор оператора уничтожения a ,

$$a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle. \quad (60)$$

Когерентные состояния обладают еще одним важнейшим свойством. Пусть когерентное состояние $|\alpha\rangle$ создается одним источником, а когерентное состояние $|\beta\rangle$ – другим. Можно убедиться в том, что результирующее когерентное состояние, получающееся в результате перемножения состояний $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$ (перемножение нужно производить по правилу: $|m\rangle \times |n\rangle = |m+n\rangle$),

$$|\alpha\rangle \times |\beta\rangle = |\alpha + \beta\rangle. \quad (61)$$

Таким образом, комплексные числа α и β , определяющие когерентные состояния, складываются, подобно тому, как складываются классические электромагнитные поля, которые создаются независимыми источниками. Оказывается, что именно числа α и β (точнее, их вещественные части) и представляют собой классические электромагнитные поля (в реальной теории, конечно, нужно учитывать поляризации фотонов).

6.5. Интерференция независимых пучков фотонов. То, что пучки света, испускаемого независимыми источниками, не могут интерферировать друг с другом, первыми поняли в начале XIX века Юнг и Френель. Юнг пропускал солнечный свет через небольшое отверстие в экране и затем направлял расходящийся пучок света на второй экран, в котором были сделаны два других небольших отверстия. Получавшиеся в результате пучки уже интерферировали друг с другом, и Юнг наблюдал на экране светлые и темные полосы. Френель направлял луч света на два зеркала, наклоненные друг к другу под небольшим углом, и получавшиеся два пучка также интерферировали друг с другом. Излучение света отдельным атомом в независимых источниках продолжается примерно стомиллионную долю секунды, и относительные фазы излучаемых волн (если считать, что атомы излучают электромагнитные волны) никак не связаны друг с другом и хаотически изменяются от одного акта излучения к другому. На самом деле все еще сложнее, поскольку атомы излучают не электромагнитные волны, а фотоны, а, согласно Дираку [66]: *«Каждый фотон интерферирует лишь с самим собой. Интерференция между двумя различными фотонами не происходит никогда»*. (Мы специально сослались на старое издание книги Дирака, чтобы было виден примерный возраст этого фундаментального утверждения о фотонах.) Для того, чтобы пояснить возникающие при квантовомеханическом объяснении интерференции трудности, рассмотрим следующим мысленный эксперимент [67]. (На самом деле никаких трудностей нет, затруднения чисто психологические, связанные с трудностью восприятия квантовой картины мира. Вспомним Эйнштейна, вклад которого в квантовую физику неизмеримо велик, и который так и не смог принять до конца квантовую теорию.)

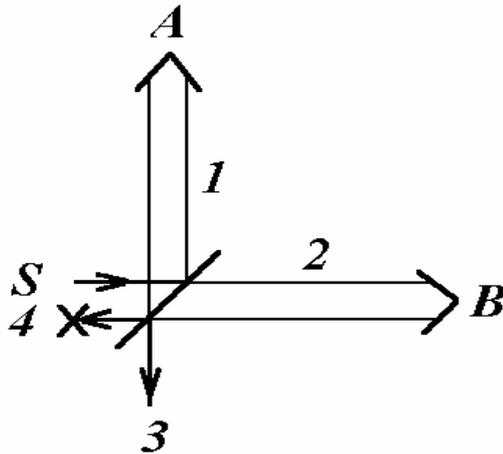


Рис. 13. Мысленный интерференционный эксперимент.

Пусть монохроматический пучок света S (классическая электромагнитная волна) падает на полупрозрачное зеркало, половина расщепленного пучка отправляется по пути 1 к зеркалам A , а вторая половина пучка по пути 2 к зеркалам B . Затем эти пучки встречаются, а расстояние между зеркалами A и B подобраны так, что получающийся в результате интерференции луч отправляется в направлении 3, а лучи, которые могли бы пойти в направлении 4, гасят друг друга. Все предельно просто. Рассмотрим теперь случай, когда пучок света S состоит из отдельных фотонов, и интерференция, как показывает опыт, тем не менее происходит. Фотон не расщепляется полупрозрачным зеркалом, об этом говорит то, что свет не изменяет своего цвета (частоту). (Существуют устройства, которые расщепляют фотон на два фотона, с такими «запутанными» парами фотонов, как мы знаем, в последние годы проведено много важных экспериментов.) Это означает, что фотон отправляется к одному из зеркал, а, вернувшись к полупрозрачному зеркалу, фотон «знает», что ему запрещено лететь в направлении 4, и улетает в направлении 3. Фотон «знает», где расположены зеркала, у которых он не побывал, потому что полупрозрачное зеркало «расщепляет» волновую функцию фотона. Именно волновая функция фотона, подчиняющаяся уравнениям Максвелла, интерферирует «сама с собой» и «отправляет» фотон в направлении 3.

Но, как оказалось, пучки света от независимых источников тоже могут интерферировать. В 1967 г. Пфлигор и Мандель осуществили следующий эксперимент [68].

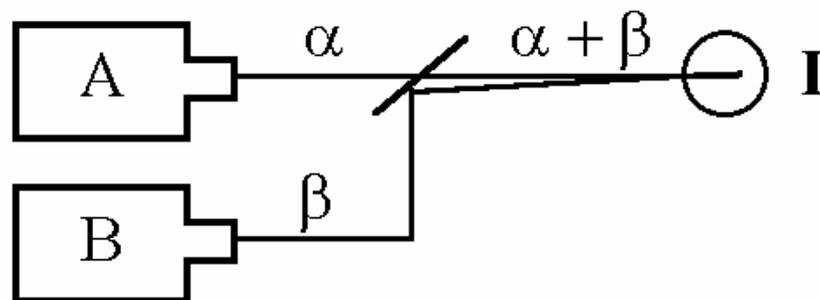


Рис. 14. Интерференция света от независимых источников.

Пучки от двух лазеров A и B объединялись вместе и направлялись в некоторое устройство I , в котором наблюдалась интерференция. Наблюдалась четкие максимумы и минимумы, как и должно быть, поскольку излучение лазеров, с хорошей степенью точности, можно считать классическим электромагнитным излучением. Затем пучки

лазеров ослаблялись до такой степени, что в устройство I фотоны «попадали поодиночке», и детекторы «ловили фотоны, вылетающие либо из одного лазера, либо из другого». «Фотон излучался и регистрировался детектором раньше, чем каким-либо лазером успевал излучиться следующий фотон». (За 20 микросекунд регистрировалось около 10 фотонов.) Тем не менее, интерференционная картина не пропадала, и положение максимумов и минимумов оставалось прежним. В действительности, слова, взятые в кавычки, неправильно отражают то, что наблюдалось в этом опыте. Лазер А с хорошей точностью создавал когерентное состояние $|\alpha\rangle$, лазер В – когерентное состояние $|\beta\rangle$. Когерентные состояния перемножались, а амплитуды полей α и β складывались. Когда лазерные пучки сильно ослаблялись, числа α и β становились много меньшими единицы, и когерентные состояния превращались практически в суперпозиции вакуумного и однофотонного состояний,

$$|\alpha\rangle = |0\rangle + \alpha|1\rangle, |\beta\rangle = |0\rangle + \beta|1\rangle, |\alpha\rangle \times |\beta\rangle = (|0\rangle + \alpha|1\rangle) \times (|0\rangle + \beta|1\rangle) = |0\rangle + (\alpha + \beta)|1\rangle. \quad (62)$$

В интерференционном устройстве все время присутствовало когерентное состояние $|\alpha + \beta\rangle$, но амплитуда $\alpha + \beta$ была столь мала, что детектор срабатывал очень редко, что вовсе не означало, что «фотон излучался и регистрировался детектором раньше, чем каким-либо лазером успевал излучиться следующий фотон». Проследить в данном эксперименте, каким лазером был изучен регистрируемый фотон, невозможно, так как любая попытка сделать это уничтожила бы наблюдаемую интерференционную картину.

6.6. Является ли излучение Хокинга черным излучением? В работе [62] Хокинг установил, что при сферическом коллапсе материи в черную дыру возникает тепловое излучение фотонов, интенсивность которого, в зависимости от температуры и частоты, определяется формулой, найденной Планком в 1900 г. для описания излучения черного тела. Основываясь на этом, Хокинг решил, что открытое им излучение также представляет собой излучение черного тела. Однако излучение черного тела описывается матрицей плотности, которая не имеет диагональных элементов и не может быть факторизована, в то время как излучению Хокинга соответствует вполне определенный квантово-механический вектор состояния, а соответствующая матрица плотности факторизуется. То есть излучение Хокинга обладает другими квантово-корреляционными характеристиками, чем черное излучение, а то, что спектр хокинговского излучения планковский, является необходимым, но недостаточным условием того, чтобы излучение было черным.

Хокинг показал, что квантово-механический вектор состояния $|\psi\rangle$ открытого им излучения фотонов определяется соотношением

$$(a + \beta a^+) |\psi\rangle = 0, \quad (51)$$

где a^+ и a – соответствующие операторы рождения и уничтожения фотонов с частотой ω (спин фотонов не учитывается), а

$$\beta = e^{-\frac{\hbar\omega}{2kT}} \quad (52)$$

– величина, вычисленная Хокингом, которая отвечает за планковский спектр

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}, \quad (53)$$

где \bar{n} – среднее количество фотонов с частотой ω в состоянии $|\psi\rangle$, T – хокинговская температура, определяемая формулой (48).

Чтобы выяснить, насколько хокинговское излучение отличается от черного излучения, рассмотрим подробнее полученное Хокингом уравнение, которое определяет квантово-механический вектор состояния $|\psi\rangle$ и убедимся в том, что

$$(a + \beta a^+) e^{\frac{\beta (a^+)^2}{2}} |0\rangle = 0, \quad (54)$$

то есть

$$|\psi\rangle = e^{\frac{\beta (a^+)^2}{2}} |0\rangle, \quad (55)$$

что, очевидно, означает, что $|\psi\rangle$ содержит в себе только фотонные состояния с числами заполнения 0, 2, 4, 6 ... , в отличие от черного излучения, в котором присутствуют фотонные состояния с числами заполнения 0, 1, 2, 3 Рассмотренное нами квантово-механическое состояние $|\psi\rangle$ хорошо известно в квантовой оптике и называется *сжатым вакуумом*. То, что $|\psi\rangle$ есть решение уравнения Хокинга, вытекает из соотношения

$$e^{\frac{\beta (a^+)^2}{2}} a e^{-\frac{\beta (a^+)^2}{2}} = a - \beta a^+, \quad (56)$$

которое легко проверяется.

Как мы видим, *существует излучение с планковским спектром, которое не является тепловым черным излучением.*

6.7. Информационный парадокс. 21 июля 2004 г. на 17 Международной конференции по общей теории относительности и теории тяготения в Дублине Стивен Хокинг признал себя побежденным в споре, который он и Кип Торн заключили с Джоном Прескиллом в 1997 г. Речь шла о парадоксе, связанном с потерей информации в черной дыре. В 2005 г. Хокинг опубликовал статью [69], в которой он так разъясняет суть парадокса: *«Проблема потери информации не возникает в классической теории. Классическая черная дыра будет жить вечно, и информация будет сохраняться в ней, только не будет доступна. Однако, ситуация изменилась, когда я открыл, что квантовые эффекты приводят к тому, что черная дыра испускает излучение с постоянной интенсивностью. По крайней мере, в том приближении, которое я использовал, излучение черной дыры полностью тепловое и не несет никакой информации. Что будет со всей той информацией, которая заключена внутри черной дыры, когда она полностью испарится и навсегда исчезнет? Единственная возможность, которую можно себе представить, это считать, что излучение не полностью тепловое, но в нем имеются некоторые тонкие корреляции. Никто не нашел механизма для таких корреляций, но большинство физиков верит, что они должны быть. Если информация теряется в черных дырах, чистое квантовое состояние становится смешанным и квантовая гравитация не унитарна»*. Возникает несколько вопросов. Во-первых, является ли то излучение, которое открыл Хокинг, тепловым? Мы видели, что излучение Хокинга описывается формулой Планка, но это необходимое, но недостаточное условие того, чтобы излучение было тепловым (черным). Второй вопрос, о какой потере информации идет речь? Ведь решается задача о сферическом коллапсе материи в идеализированную математическую черную дыру, не содержащую никакой информации. И пусть себе испаряется и исчезает навечно: никакой информации не было и нет, все в порядке. Конечно, в реальной физической задаче возникли бы проблемы: материя, которая коллапсирует, может состоять из барионов и лептонов, а это уже информация, которая не должна исчезнуть, но в математической теории черных дыр такие вопросы полностью игнорируются. Единственный вопрос, который требует разрешения: как может *чистое* состояние – фотонов нет – перейти в *смешанное*

состояние – возникли *фотоны* в состоянии теплового (черного) излучения (если их состояние теплое).

Речь в пари, заключенном Хокингом, Торном и Прескиллом в 1997 г. шла именно об этом (http://www.theory.caltech.edu/people/preskill/info_bet.html):

«Поскольку Стивен Хокинг и Кип Торн твердо убеждены в том, что информация, проглоченная черной дырой, навсегда скрыта от внешней вселенной и никогда не сможет быть обнаружена даже тогда, когда черная дыра испарится и полностью исчезнет,

И поскольку Джон Прескилл твердо убежден в том, что механизм для обнаружения информации при испарении черной дыры должен быть найден в корректной теории квантовой гравитации,

Постольку Прескилл предлагает, а Хокинг/Торн принимают следующее пари:

Если изначально чистое квантовое состояние претерпевает гравитационный коллапс, приводящий к образованию черной дыры, конечное состояние после испарения черной дыры всегда будет чистым квантовым состоянием.

Проигравший(ие) вручают победителям(ю) энциклопедию на выбор победителей(я), из которой информация при желании может быть извлечена.

*Стивен В. Хокинг, Кип С. Торн, Джон П. Прескилл
Пасадена, Калифорния, 6 февраля 1997 г.»*

Джон П. Прескилл выиграл пари. Стивен В. Хокинг вручил Джону П. Прескиллу огромный том 8-го издания *Всеобщей Энциклопедии Бейсбола* объемом в 2 688 страниц.

6.8. Испарение черных дыр, ПЭТ и перепутанные квантовые состояния. В своей книге [70], благодаря которой С. Хокинг стал мультимиллионером, что позволило ему, при его тяжелой болезни, продолжать активную творческую жизнь, Хокинг рассказывает об истории своего открытия испарения черных дыр. В 1973 г. он был в Москве и разговаривал о черных дырах с Я. Б. Зельдовичем и А. А. Старобинским, которые убедили Хокинга в том, что вращающаяся черная дыра может испускать электромагнитные волны и другие частицы. Но Хокингу не понравилось то, как Я. Б. Зельдович и А. А. Старобинский делали математические расчеты. Он решил проверить их вычисления другим способом. Хокинг рассказывает в своей книге [70]: *«Я ожидал получить лишь то излучение, которое Зельдович и Старобинский предсказали, рассматривая вращающиеся черные дыры. Но, выполнив вычисления, я, к своему удивлению и досаде, обнаружил, что даже невращающиеся черные дыры, по-видимому, должны с постоянной интенсивностью рождать и излучать частицы. Сначала я решил, что, вероятно, одно из использованных мной приближений неправильно. Я боялся, что если об этом узнает Бекенштейн, то он этим воспользуется для дальнейшего обоснования своих соображений об энтропии черных дыр, которые мне по-прежнему не нравились. Однако чем больше я размышлял, тем больше убеждался в том, что мои приближения на самом деле правильны. Но меня окончательно убедило в существовании излучения то, что спектр испускаемых частиц должен быть в точности таким же, как спектр излучения горячего тела... С тех пор многие самыми разными способами повторили мои расчеты и тоже подтвердили, что черная дыра должна испускать частицы и излучение, как если бы она была горячим телом, температура которого зависит только от массы черной дыры – чем больше масса, тем ниже температура.»* Результат Хокинга был полной неожиданностью, так как в то время считалось, что черная дыра может только поглощать все, что в нее падает, а все, что в нее падает, уже никак вырваться из нее не может. В фильме «Краткая история времени» Хокинг рассказывает: *«Я все еще был не уверен в своем открытии, поэтому рассказал о нем лишь немногим коллегам. Но информация вскоре распространилась. Мне позвонил Роджер Пенроуз. Это было в день моего рождения. Он был очень взволнован и говорил так долго, что праздничный обед совсем остыл. Было очень жалко. Потому*

что на обед был гусь, которого я очень люблю». Но через некоторое время Хокингу удалось убедить в своей правоте не только себя, но и других: «Вывод о том, что черные дыры могут испускать излучение, был первым предсказанием, которое существенным образом основывалось на обеих великих теориях нашего века – общей теории относительности и квантовой механике. Вначале этот вывод встретил сильное противодействие, так как шел вразрез с распространенным представлением: «Как черная дыра может что бы то ни было излучать?» Когда я впервые объявил о своих результатах на конференции в Резерфордской лаборатории под Оксфордом, все к ним отнеслись недоверчиво. В конце доклада председатель секции Джон Тейлор из Королевского колледжа в Лондоне заявил, что все это чепуха. Он даже написал статью, чтобы доказать, что я не прав. Но в конце концов большинство, в том числе и Джон Тейлор, пришли к выводу, что черные дыры должны излучать как горячее тело, если только верны все остальные представления общей теории относительности и квантовой механики».

Мы видим, что Хокингу было не так легко отстаивать свое открытие. В частности, Хокингу помогло придуманное им наглядное пояснение того, как происходит испарение черной дыры (см. Рис. 15). Хокинг привлек себе на помощь виртуальные пары частиц-античастиц, возникающие в вакууме вблизи горизонта событий черной дыры. Он пишет [70]: «Как же черная дыра может испускать частицы, если мы знаем, что ничто не выходит из нее за горизонт событий? Дело в том, говорит нам квантовая механика, что частицы выходят не из самой черной дыры, а из «пустого» пространства, находящегося перед горизонтом событий! ... если имеется черная дыра, виртуальная частица с отрицательной энергией может упасть в эту черную дыру и превратиться в реальную частицу или античастицу. В этом случае она уже не обязана аннигилировать со своим партнером, а покинутый партнер может либо упасть в ту же черную дыру, либо, если его энергия положительна, выйти из области вблизи черной дыры как реальная частица или как античастица».

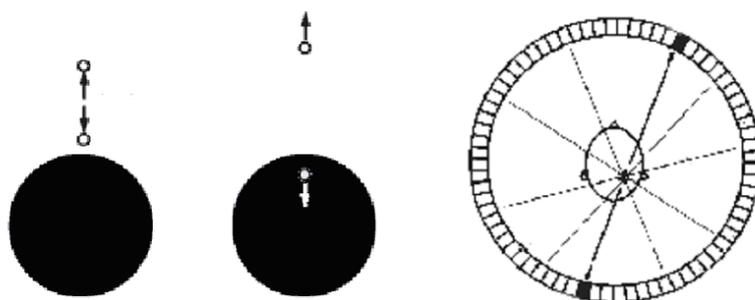


Рис. 15. Испарение черных дыр и позитронно-эмиссионная томография (ПЭТ): в обоих случаях испускаются пары перепутанных частиц.

Пару виртуальных частиц разрывают очень сильные приливные силы вблизи горизонта событий. И здесь, как принято считать, скрывается ключ к загадке: пара частиц находится в *чистом перепутанном* состоянии, но одна из частиц скрылась внутри черной дыры, мы ее не увидим и поэтому вторая частица как бы находится в *смешанном* состоянии, описываемом *матрицей плотности*.

Существуют реальные устройства, в которых повседневно образуются подобные пары фотонов в *чистом перепутанном* состоянии. Это ПЭТ-сканеры, то есть позитронно-электронные томографы, которые широко применяются в медицине в диагностических и исследовательских целях. Человек (или животное) проглатывает препарат, содержащий позитрон-излучающие изотопы, обычно, это углерод-11, азот-13, кислород-15 или фтор-18. Этот препарат подбирают так, чтобы он скопился в нужном месте, в сердце, или в мозгу, например. И затем, с помощью ПЭТ-сканера видят

объемное изображение того, что происходит в исследуемом органе с течением времени (4D-изображение).

При ПЭТ-сканировании не используется то, что пары фотонов, образующиеся при аннигиляции, находятся в *чистом перепутанном* состоянии и с ними можно проводить эксперименты по наблюдению ЭПР-корреляций (ЭПР \equiv Эйнштейн-Подольский-Розен). Однако физики надеются на то, что использование ЭПР-корреляций может улучшить качество ПЭТ-сканирования [71]. Зависимость матричного элемента процесса аннигиляции $e^- + e^+ \rightarrow \gamma_1 + \gamma_2$ от векторов поляризации фотонов \vec{e}_1 и \vec{e}_2 имеет простой вид

$$M = \text{const} \times ([\vec{e}_1 \vec{e}_2] \cdot (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)). \quad (57)$$

Каждый из фотонов пары *неполяризован*, то есть не имеет волновой функции, но волновая функция двух фотонов *существует* и очень проста,

$$\Psi_{ik} = \text{const} \times \varepsilon_{ikl} (k_1 - k_2)_l (e^{ik_1 x_1} e^{ik_2 x_2} + e^{ik_1 x_2} e^{ik_2 x_1}), \quad (58)$$

ε_{ikl} – единичный полностью антисимметричный тензор, $\varepsilon_{123} = 1$. Поскольку векторное произведение $[\vec{e}_1 \vec{e}_2]$ обращается в нуль, если векторы поляризации фотонов параллельны, то между поляризациями фотонов существует ЭПР-корреляция: как только мы зафиксируем поляризацию одного из фотонов, которая может быть любой, так как фотон *неполяризован*, мгновенно второй *неполяризованный* фотон *приобретает поляризацию*, перпендикулярную поляризации первого фотона.

Сегодня, через 37 лет после публикации ставшей классикой теоретической физики работы Хокинга [62], возникает вопрос, а правильна ли его работа? Основной результат Хокинга «*черные дыры испускают черное излучение*» по-видимому правилен, хотя этот результат и не следует из вычислений Хокинга, которые, по-видимому, тоже правильны. В связи с оценкой Хокингом своего понимания процесса испарения черных дыр, как ошибочного, возникает много вопросов, стимулирующих дальнейшее развитие увлекательной науки о черных дырах и наших представлений о космосе.

Литература

1. Хокинг Л., Хокинг С., Гальфар К. Джордж и тайны Вселенной. – Москва: Розовый жираф, 2008. – 336 с.
2. Хокинг С. Мир в ореховой скорлупке. – Санкт-Петербург: Амфора, 2007. – 220 с.
3. Дюкас Э., Хофман Б. Альберт Эйнштейн как человек // Вопросы философии. – №1. – 1991. – С. 61-100.
4. Григорьян А. Т., Вяльцев А. Н. Генрих Герц. – Москва: Наука, 1968. – 310 с.
5. Манин Ю. И. Связи между математикой и физикой. – В книге: Манин Ю. И. Математика как метафора. – Москва: МЦМНО, 2008. – С. 196-208.
6. Вайнберг С. На пути к окончательной теории. – Москва: Едиториал УРСС, 2004. – 256 с.
7. Kinoshita T. Fine-Structure Constant Derived from Quantum Electrodynamics // Metrologia. – 1988. – Vol. 25. – P. 233-237.
8. Aoyama T., Hayakawa M., Kinoshita T., Nio M. Revised value of the eighth-order electron g-2 // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol. 99. – P. 110406-10409.
9. Демельт Х. Г. Эксперименты с покоящейся изолированной субатомной частицей // УФН. – 1990. – Т. 160, Вып. 12. – С. 129-139.
10. Hanneke D., Fogwell S., Gabrielse G. New Measurement of the Electron Magnetic Moment and the Fine Structure Constant // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 100. – P. 120801-120804.
11. Абрагам А. Время вспять, или физик, физик, где ты был. – Москва: Наука, 1991. – 392 с.
12. Малыкин Г. Б. Прецессия Томаса: корректные и некорректные решения // УФН. – 2006. – Т. 176, №8. – С. 865-882.
13. Ритус В. И. О различии подходов Вигнера и Мёллера к описанию прецессии Томаса // УФН. – 2007. – Т. 177, №1. – С. 105-112.
14. Занимонский Е. Е., Степановский Ю. П. Магнитный момент электрона и томасовская прецессия // Вісник ХНУ, № 899, серія фізична «Ядра, частинки, поля», Вип 2 /46/ (2010) 23-28.
15. Тэйлор Дж. Х. (мл.) Двойные пульсары и релятивистская гравитация // УФН. – 1994. – Том 164, № 7. – С. 757-764.

16. Окунь Л. Б., Селиванов К. Г., Телегди В. Л. Гравитация, фотоны, часы // УФН. – 1999. – Т. 169, № 9. – С. 1141-1147.
17. Бакай А.С., Степановский Ю.П. Адиабатические инварианты. – Киев: Наукова думка, 1981. – 284 с.
18. Никольсон И. Тяготение, черные дыры и Вселенная. – Москва: Мир, 1983. – 240 с.
19. Арнольд В. И. Недооцененный Пуанкаре // УМН. – 2006. – Том 61, вып. 1 (367). – С. 3-24.
20. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, вып. 6. – Москва: Мир, 1966. – 344 с.
21. Стрельцов В. Н. К одному элементарному выводу соотношения $E = mc^2$. – Дубна: ОИЯИ, препринт Р2-3672, 1968. – 3 с.
22. Гинзбург В. Л. Экспериментальная проверка общей теории относительности. – В кн.: Эйнштейн и современная физика. – Москва: Гостехтеориздат, 1956. – С. 93-139.
23. Окунь Л. Б. Понятие массы (масса, энергия относительность) // УФН. – 1989. – Т. 158, вып. 3. – С. 511-530.
24. Окунь Л. Б. О письме Р.И. Храпко «Что есть масса?» // УФН. – 2000. – Т. 170, № 12. – С. 1366-1371.
25. Мошковский А. Альберт Эйнштейн. – Москва: Работник просвещения, 1922. – 210 с.
26. Earman J., Glymour C. Relativity and Eclipses: The British Eclipse Expeditions of 1919 and Their Predecessors // Historical Studies in the Physical Sciences. – 1980. – Vol. 11. – P. 49-85.
27. Степановский Ю. П. П. А. М. Дирак (1902-1984) // Электромагнитные явления. – 2003. – Том 3, № 2 (10). – С.151-189.
28. Сапожников М. Г. Антимир – реальность? – Москва: Знание, 1983. – 176 с.
29. Капица П. Л. Эксперимент, теория, практика: Статьи и выступления. – Москва: Наука, 1987. – 496 с.
30. Физики о себе. – Ленинград: Наука, 1990. – 485 с.
31. Gamow G. Zur Quantentheorie des Atomkernes // Zeitschrift für Physik. – 1928. – Band 51, Hefte 3-4. – S. 204-212.
32. Гамов Г. А. Атомное ядро и радиоактивность. – Москва-Ленинград: ГИЗ, 1930. – 80 с.
33. Капица П. Л. Все простое – правда... (Афоризмы и изречения П. Л. Капицы, его любимые притчи, поучительные истории, анекдоты). – Москва: Издательство МФТИ, 1994. – 152 с.
34. Woit P. Not Even Wrong: the Failure of String Theory and the Search for Unity in Physical Law. – Cambridge MA: Basic Books, 2007. – 320 p.
35. Watson J. D. Genes, Girls and Gamow. – London: Oxford University Press, 2001. – 302 p.
36. Gamow G. Possible Relation between Deoxyribonucleic Acid and Protein Structures // Nature. – 1954. – Vol. 173. – P. 318.
37. Gamow G. Possible Mathematical Relation between Deoxyribonucleic Acid and Protein // Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab Biologiske Meddelelser. – 1954. – Bind 22, nr. 3. – S. 3 1-13.
38. Гамов Г. Комбинаторные принципы в генетике. – В кн.: Прикладная комбинаторная математика. – Москва: Мир, 1968. – С. 288-308.
39. Watson J. D., Baker T. A., Bell S. P., Gann A., Levine M., Losick R. Molecular Biology of the Gene. – San Francisco: Benjamin Cummings, 2004. – 753 p.
40. Gamow G. My Worldline: the Informal Autobiography. – New York: The Viking Press, 1969. – 193 p.
41. Козырев Н. А. Избранные труды. – Ленинград: Издательство Ленинградского университета, 1991. – 448 с.
42. Френкель В. Я., Чернин А. Д. Возвращается Г. А. Гамов // Природа. – 1989. – № 9. – С. 82-102.
43. Gamow G. Expanding Universe and the Origin of Galaxies // Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab Matematisk-fysiske Meddelelser. – 1953. – Bind 27, nr. 10. – S. 1-15.
44. Чернин А. Д. Как Гамов вычислил температуру реликтового излучения, или немного об искусстве теоретической физики // УФН. – 1994. – Т. 164, № 8. – С. 889-896.
45. Komatsu E., Smith K. M. et al. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation // Astrophys. J. Suppl. – 2011. – Vol. 192. – P. 18-75.
46. Вайнберг С. Первые три минуты. – Москва: ЭКСМО, 2011. – 208 с.
47. Bartelmann M. The Dark Universe // Rev. Mod. Phys. – 2010. – Vol. 82. – P. 331-382.
48. Lee T. D., Yang C. N. Question of Parity Conservation in Weak Interactions // Phys. Rev. – 1956. – Vol. 104. – 254-258.
49. Кобзарев И. Ю., Окунь Л. Б., Померанчук И. Я. О возможности экспериментального обнаружения зеркальных частиц // Ядерная физика. – 1966. – Т. 3. – С. 1154-1162.
50. Окунь Л. Б. Зеркальные частицы и зеркальная материя: 50 лет гипотез и поисков // УФН. – 2007. – Т. 177, № 4. – С. 397-406.
51. Ciarcelli P. Cosmology with Mirror Dark Matter // International Journal of Modern Physics D. – 2010. – Vol. 19. – P. 2151-2230.
52. Танышина А. В. Институт теоретической физики имени А. И. Ахиезера (исторический очерк). – Харьков: Квант, 2006. – 113 с.
53. Ломоносов М. В. О сохранении и размножении российского народа. – В кн.: Полное собрание сочинений и писем, том 6. – Москва: Изд-во АН СССР, 1952. – С. 381—403.

54. *Kreuzer H. J., Payne S. H.* Thermodynamics of heating a room // *American Journal of Physics.* – 2011. – Vol. 79. – P. 74-78.
55. *Emden R.* Why do we have winter heating? // *Nature.* – 1938. – Vol. 141. – P. 908-909.
56. *Зоммерфельд А.* Термодинамика и статистическая физика. – Москва: ИЛ, 1955. – 480 с.
57. *Шрёдингер Э.* Что такое жизнь с точки зрения физики? – Москва: ИЛ, 1947. – 146 с.
58. *Волькенштейн М. В.* Энтропия и информация. – Москва: Наука, 1986. – 192 с.
59. *Голицын Б. Б.* Избранные труды, том 1. – Москва: Изд-во АН СССР, 1960. – 242 с.
60. *Perelman G.* The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications // *arXiv:math/0211159v1.* – 2002. – 39 p.
61. *Гессен М.* Совершенная строгость. Григорий Перельман: гений и задача тысячелетия. – Москва: Астрель, 2011. – 272 с.
62. *Hawking S.* Black hole explosions? // *Nature.* – 1974. – Vol. 248. – P. 230-231.
63. *Bekenstein J. D.* Black Holes and Entropy // *Phys. Rev.* – 1973. – V. D7, N8. – P. 2333-2346.
64. *Юл Дж. Э., Кендал М. Дж.* Теория статистики. – М.: Госстатиздат, 1960. – 780 с.
65. *Schrödinger E.* Die gegenwertige Situation in der Quantemechanik // *Naturwissenschaften.* – 1935. – В. 22. – S. 807-812.
66. *Фриш О.* Возьмем фотон и ... // *УФН.* – 1966. – Том 90, вып. 2. – С. 379-386.
67. *Pfleeger R. F., Mandel L.* Interference of Independent Photon Beams // *Phys. Rev.* – 1967. – V. 159, N5. – P. 1084-1088.
68. *Дирак П. А. М.* Основы квантовой механики. – М.-Л.: Главная редакция технико-теоретической литературы, 1937. – 320 с.
69. *Hawking S.* Information Loss in Black Holes // *Phys. Rev.* – 2005. – V. D72. – P. 084013-084017.
70. *Хокинг С.* От большого взрыва до черных дыр: Краткая история времени. – Москва: Мир, 1990. – 168 с.
71. *Gauthier I. and Hawton M.* Photon correlations in positron annihilation // *Phys. Rev.* – 2010. – V. A81, N6. – P. 062121-062126.