

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Факультет математики і інформатики
Кафедра вищої математики та інформатики

Кваліфікаційна робота магістра

на тему *«Організація позанавчальної роботи з математики на основі
цифрових освітніх технологій»*

Виконала: здобувач ЗВО
групи МСз 61, 2 курсу
спеціальності 014.04 «Середня освіта
(Математика)»,
освітньо-професійна програма
«Математика та інформатика»
Фабер Лілія Леонідівна

Науковий керівник: кандидат фізико-
математичних наук, доцент
Аршава Олена Олександрівна

Харків
2024 рік

АНОТАЦІЯ

Фабер Л.Л. «Організація позанавчальної роботи з математики на основі цифрових освітніх технологій»

Кваліфікаційна робота магістра: 70 с., 11 рис., 24 літ. джерела.

У роботі вивчаються сучасні тенденції в організації позанавчальної роботи з математики. Проведено аналіз впливу позанавчальної роботи та її ролі в реалізації компетентнісного підходу в контексті Нової української школи. Окрема увага приділяється таким формам позанавчальної роботи, як математичний гурток, математичний онлайн-конкурс та наукова конференція ліцеїстів.

У роботі представлено рекомендації щодо організації математичного гуртка та методичні розробки гурткових занять; сценарій проведення математичного онлайн-конкурсу; сценарій проведення наукової конференції в закладі загальної середньої освіти, запропонована тематика дискусійних панелей та доповідей здобувачів.

Розробка всіх методичних матеріалів виконана з застосуванням цифрових технологій (платформ, застосунків, сервісів).

Ключові слова: нова Українська школа, компетентнісний підхід, позанавчальна робота, математичний гурток, математичний конкурс, наукова конференція ліцеїстів, цифрові освітні технології.

ABSRTACT

Faber Liliia « Organization of extracurricular work in mathematics based on digital educational technologies»

The master's thesis: 70 pages, 11 figures, 24 references.

The work examines current trends in the organization of extracurricular work in mathematics. The influence of extracurricular work and its role in the implementation of the competency-based approach in the context of the new Ukrainian school is analyzed. Special attention is paid to such forms of extracurricular work as a math club, an online mathematical contest and a scientific conference for lyceum students.

The work presents recommendations for organizing a math club and methodological developments for club classes; a scenario for conducting an online mathematical contest; a scenario for conducting a scientific conference in a general secondary education institution, suggested topics for discussion panels and school student reports.

All methodical materials were developed using digital technologies (platforms, applications, services).

Keywords: new Ukrainian school, competency-based approach, extracurricular work, math club, mathematical contest, scientific conference for lyceum students, digital educational technologies.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1. РОЛЬ ПОЗАНАВЧАЛЬНОЇ РОБОТИ В ФОРМУВАННІ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ НОВОЇ УКРАЇНСЬКОЇ ШКОЛИ	8
1.1. Компетентнісний портрет сучасного учня	8
1.2. Позанавчальна робота з математики: мета, зміст, форми та методи організації	12
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1	16
РОЗДІЛ 2. МОДЕЛІ ПОЗАНАВЧАЛЬНОЇ РОБОТИ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ З ЗАСТОСУВАННЯМ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ	17
2.1. Гурток «Математика цікава та красива»	17
2.2. Математичний онлайн-конкурс «Smart-пі»	56
2.3. Наукова конференція «Математика: шлях від Піфагора до штучного інтелекту»	61
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2	66
ВИСНОВКИ	67
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	68

ВСТУП

Актуальність дослідження. Позанавчальна робота – традиційна форма освітньо-виховної діяльності в закладах середньої освіти, завдяки якій відбувається формування та розвиток індивідуальної освітньої траєкторії учнів. Організація такої роботи в математичній складовій середньої освіти дозволяє розширити світогляд здобувачів, підвищити пізнавальний інтерес до математики, поглибити зміст навчальної програми, побудувати індивідуальний освітній трек із урахуванням здібностей та інтересів учнів, підтримати творчу активність та ініціативи з боку здобувачів і вчителів, а також підготувати учнів до вирішення практичних прикладних завдань. Саме такий підхід до змісту та методів реалізації освітнього процесу запропонований у контексті реформування середньої освіти [11].

Важливим аспектом, що додає позитивних результатів від реалізації різних форм позанавчальної роботи з математики в ліцеях, є реальний вплив такої роботи на формування ключових компетентостей учнів Нової української школи [11, с. 11-12]. Отже, синергетичний ефект різних методів та форм математичної освіти дозволяє створити сучасний освітній простір на засадах дитиноцентризму та педагогіки партнерства.

Враховуючи той факт, що сучасне освітнє середовище неможливо уявити без застосування інформаційно-комп'ютерних технологій, впровадження цифрового вектору в побудові моделей деяких форм позанавчальної роботи з математики, безумовно, забезпечить представленому навчальному матеріалу актуальність та затребуваність серед представників педагогічної спільноти.

Об'єкт дослідження – це різні форми позанавчальної роботи з математики в закладах загальної середньої освіти.

Предмет дослідження – вплив деяких форм позанавчальної роботи з математики на формування ключових компетентостей учнів Нової української школи.

Мета дослідження – провести аналіз сучасних тенденцій до організації позанавчальної роботи з математики та запропонувати моделі позанавчальної роботи в закладах загальної середньої освіти з застосуванням цифрових технологій.

Завдання дослідження: вивчити специфіку компетентнісного підходу, запропонованого в контексті Нової української школи; скласти компетентнісний портрет сучасного учня; проаналізувати сучасні підходи до організації позанавчальної роботи з математики, сформулювати мету, зміст, форми та методи такої освітньо-виховної діяльності; розробити рекомендації щодо організації математичного гуртка; розробити план та умови проведення математичного онлайн-конкурсу «Smart-пі», навести формат і критерії оцінювання робіт учнів; розробити сценарій проведення наукової конференції «Математика: шлях від Піфагора до штучного інтелекту», запропонувати тематику дискусійних панелей та доповідей учнів.

Гіпотеза дослідження: позанавчальна робота з математики є ефективною формою освітнього процесу, що сприяє формуванню ключових компетентностей учнів Нової української школи.

Методи дослідження: конкретизація та систематизація, аналіз і синтез, узагальнення, формалізація, вербально-комутативний метод.

Наукова новизна та теоретичне значення: одержаних результатів полягає в тому, що:

- ✓ компетентнісний портрет сучасного учня розглядається як результат проведення позанавчальної роботи з математики в системі середньої освіти;
- ✓ запропоновано моделі позанавчальної роботи в контексті Нової української школи;
- ✓ формат організації позанавчальної роботи з математики представлено з врахуванням цифрової трансформації освітнього простору.

Практичне значення: результати, що отримано під час дослідження, можуть бути використані в подальшому вивченні компетентнісного підходу в середній освіті; представлені в роботі методичні розробки та навчальні

матеріали можна застосовувати в освітньо-виховній діяльності, використовуючи різноманітні сучасні цифрові інструменти.

Апробація результатів дослідження. Теоретичні результати дослідження, що представлено в кваліфікаційній роботі, доповідалися на Всеукраїнській конференції з проблем вищої освіти і науки «Актуальні проблеми освітньо-виховного процесу та шляхи їх вирішення в умовах сучасних викликів» (15 листопада 2024 р., Харків, Україна) [23] .

Методичні розробки навчального матеріалу, представленого в кваліфікаційній роботі, пройшли апробацію на базі шкільного сервісу для іноземних студентів Міністерства освіти Великого Герцогства Люксембург (LE GOUVERNEMENT DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG Ministère de la Fonction publique, Service Scolarisation Des Enfants Étrangers).

РОЗДІЛ 1

РОЛЬ ПОЗАНАВЧАЛЬНОЇ РОБОТИ В ФОРМУВАННІ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ НОВОЇ УКРАЇНСЬКОЇ ШКОЛИ

1.1. Компетентнісний портрет сучасного учня

Роль закладу середньої освіти сьогодні полягає в тому, щоб підготувати дітей до життя, навчити їх критично мислити, аналізувати, обробляти великі обсяги інформації з усіх джерел, відбирати потрібну інформацію та встановлювати причинно-наслідкові зв'язки. Стара освітня парадигма, згідно з якою заклад освіти існує для того, щоб накопичувати знання та інформацію, більше не діє. Навчити здобувачів навчатися протягом всього життя, вміти віднайти необхідну інформацію та застосовувати її на практиці – саме так можна коротко сформулювати вимоги до сучасної освіти.

Компетентнісно орієнтоване навчання має на меті використання знань для розвитку компетенцій, навичок і вмінь, які дають можливість здобувачам бути успішними, конкурентоспроможними та цінними на ринку праці. Важливо, щоб вчителі навчилися впроваджувати цей тип навчання. Підручники з проблемними ситуаціями та практичними завданнями для аналізу й оцінювання знань можуть допомогти в цьому. Однак, найважливішою запорукою успіху є готовність вчителів до впровадження компетентнісного навчання [15].

До ключових компетентностей Нової української школи (НУШ) [11, с. 11-12] відносяться:

✓ спілкування державною мовою (грамотність). Це здатність висловлювати та інтерпретувати поняття, думки, почуття, факти та думки в усній та письмовій формі (через слухання, говоріння, читання, письмо та використання мультимедійних засобів). Здатність мовно реагувати на всі соціальні та культурні явища в закладі освіти, на роботі, вдома чи на дозвіллі. Усвідомлення ролі ефективної комунікації;

✓ спілкування іноземними мовами (мовна компетентність). Здатність розуміти те, що говориться іноземною мовою (через слухання,

говоріння, читання та письмо), а також висловлювати та інтерпретувати концепції, думки, почуття, факти та думки в широкому діапазоні соціальних та культурних контекстів. Навички посередництва та міжкультурної комунікації;

✓ математична компетентність. Культура логічного та алгоритмічного мислення. Здатність застосовувати математичні (чисельні та геометричні) методи для вирішення проблем у різних галузях. Здатність використовувати елементи математичного моделювання для розв'язання прикладних задач ;

✓ основні компетентності в природничих науках і технологіях. Здатність розуміти природу й сучасні технології з наукової точки зору та застосовувати їх у практичній діяльності. Здатність застосовувати науковий метод для спостереження, аналізу, формулювання гіпотез, збору даних, проведення експериментів та аналізу результатів;

✓ інформаційно-цифрова компетентність включає в себе використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) для створення, пошуку, обробки та обміну інформацією під час професійної діяльності та в приватному житті. Така компетентність формується завдяки опануванню знань із основ програмування, управління базами даних, інформаційної та медіаграмотності тощо. Важливе місце під час використання інформації займає розуміння інформаційної етики та академічної доброчесності.;

✓ уміння вчитися впродовж життя (особиста навчальна компетентність). Здатність шукати та здобувати нові знання та набувати нові навички; здатність організувати навчальні процеси (індивідуальні та колективні), зокрема ефективно управління ресурсами та інформаційними потоками; здатність формулювати навчальні цілі та способи їх досягнення; здатність формувати власну освітню та професійну траєкторію; здатність оцінювати власні результати навчання та опановувати нові знання;

✓ ініціативність і підприємливість (підприємницька компетентність). Здатність бути генератором нових ідей у суспільстві, уміти втілювати їх в життя, виступати ініціатором покращення власного соціального статусу та добробуту. Оволодіти основами фінансової грамотності та оптимально використовувати власні фінансові ресурси. Вміти приймати відповідні рішення під час працевлаштування;

✓ соціальна та громадянська компетентності. Здатність ефективно та конструктивно брати участі в громадському житті, вдома та в професійному колективі. Здатність працювати в команді та отримувати певні результати, запобігати та вирішувати конфлікти й досягати консенсусу. Поважати закони, дотримуватися прав людини та підтримувати соціокультурного розмаїття;

✓ обізнаність та самовираження у сфері культури. Здатність розуміти мистецькі твори, розвивати власні художні смаки та виражати думки, почуття, свій досвід через мистецтво;

✓ екологічна грамотність і здорове життя. Здатність розумно і раціонально використовувати природні ресурси в рамках сталого розвитку суспільства, усвідомлення ролі довкілля в житті та здоров'ї людини. Здатність і готовність до збереження життя й здоров'я людини та підтримка здорового способу життя.

Усі ці компетентності однаково важливі та взаємопов'язані. Учні розвивають кожну з цих компетентностей на певному етапі здобуття освіти. Спільними для всіх є такі компетентності [10]:

- розуміння прочитаного;
- вміння розуміти прочитане;
- вміння висловлювати думки усно та письмово;
- критичне мислення;
- вміння логічно обґрунтовувати свою позицію;
- ініціативність та креативність;
- розв'язання проблем, оцінка ризиків та прийняття рішень;
- вміння конструктивно керувати емоціями;

- вміння застосовувати емоційний інтелект;
- вміння працювати в команді.

Кожен учень є унікальною особистістю та має неповторні таланти, здібності та можливості. Місія Нової української школи – допомогти кожному з них відкрити та розвинути свої унікальні таланти, здібності та можливості через партнерство вчителів, учнів та батьків.

Компетентнісний портрет сучасного здобувача середньої освіти відображає ті характеристики, знання, уміння та навички, які необхідні для успішної інтеграції в сучасне суспільство й подальшого розвитку особистості. В контексті Нової української школи та сучасних освітніх тенденцій така система умінь та навичок включає кілька ключових компетентностей (рис. 1).



Рис. 1. Компетентнісний портрет сучасного учня

Підсумовуючи вищесказане, можна зробити висновок, що компетентнісний підхід в Новій українській школі спрямований на створення середовища, в якому кожен здобувач може реалізувати свій потенціал і підготуватися до життя в сучасному суспільстві. Він відображає глобальні тенденції в освіті, де акцент робиться не тільки на знаннях, але й на їх

застосуванні та розвитку особистісних якостей. Компетентнісний портрет сучасного учня має включати не лише академічні знання, але й широкий спектр життєвих навичок, які дозволяють успішно функціонувати у складному та швидкозмінному світі.

1.2. Позанавчальна робота з математики: мета, зміст, форми та методи організації

Позанавчальна робота з математики – це така форма організації освітнього процесу, що передбачає проведення різних форм занять у позаурочний час, у яких здобувачі беруть участь на добровільних засадах, виходячи з власних уподобань, інтересів та здібностей.

Позанавчальна робота є важливою складовою освітнього процесу. Вона сприяє поглибленню знань учнів, формуванню стійкого інтересу до предмету а також розвитку інтелектуального потенціалу. Така діяльність, зазвичай, виходить за межі стандартних уроків і включає в себе різноманіття методів організації та форм, що урізноманітнюють процес навчання та залучають здобувачів до активної участі в математичних дослідженнях [4, 6, 13, 14].

Основна мета позанавчальної роботи (рис. 2) полягає в розвитку пізнавальної діяльності учнів, розширенні їх світогляду, формуванні знань, необхідних для комфортного перебування в сучасному суспільстві, побудові індивідуальної освітньої траєкторії та сприянні правильному вибору майбутньої професії здобувачами.

Зміст позанавчальної роботи з математики визначається рівнем підготовки здобувачів та їх індивідуальними особливостями, профілізацією закладу освіти (класу), емоціональними аспектами, наявністю сучасного інформаційного та цифрового обладнання, сучасними тенденціями розвитку освітнього середовища.

МЕТАЛОЗАНАВЧАЛЬНОЇ роботи

Основна ціль



розвиток і інтересу учнів до предмету, а також формування математичної культури, логічного мислення та творчих здібностей.

Додаткові цілі



поглиблення знань

Розвиток навичок розв'язування нетипових задач

допомога здобувачам у засвоєнні складних математичних понять



формування навичок

Заохочення здобувачів до створення власних математичних досліджень, проектів та експериментів

підготовка до змагань



Вміння самостійно знаходити та опрацювати додаткову інформацію, використовувати різні джерела знань

Розвиток творчості



Рис. 2. Мета позанавчальної роботи

За формами організації позанавчальна робота з математики (рис. 3) поділяється на систематичні форми (математичні гуртки та клуби, інтернет-журнали, математичні газета й стенди, математичний театр) та форми епізодичної роботи (олімпіада з математики, гостьові семінари та лекції, написання рефератів та творів, тематичні виставки, математичні екскурсії, математичні конкурси, квести та ігри, наукові конференції та математичні проекти й дослідницькі роботи).

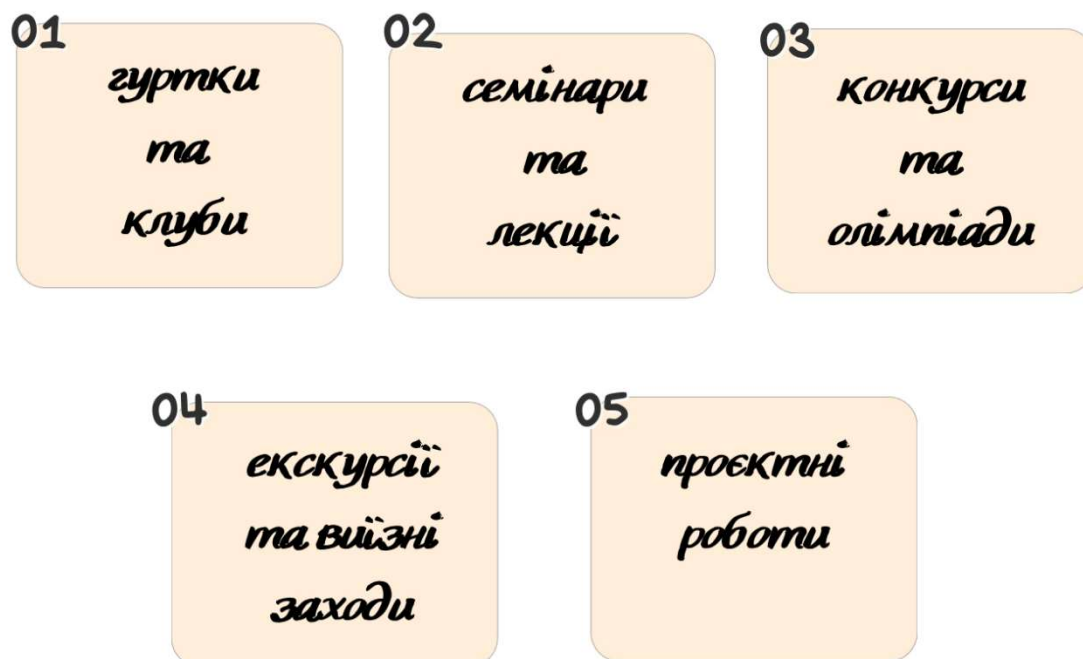


Рис. 3. Форми організації позанавчальної роботи

01: Зустрічі на регулярній основі з учнями, які зацікавлені в поглибленому вивченні математики, де вони мають змогу спільно розв'язувати задачі, обговорювати цікаві питання, дискутувати.

02: Проводяться спільно з запрошеними викладачами закладів вищої освіти, науковцями чи іншими фахівцями.

03: Організація в ліцеї, районі, області та країні змагання та конкурсів з математики.

04: Відвідування університетів, наукових установ, музеїв із математичною тематикою та участь у інших заходах (дні математики, фестивалі, дні науки).

05: Заохочення здобувачів до виконання довготривалих проєктів, що потребують досліджень та аналізу результатів.

Під час організації позанавчальної роботи з математики використовують наступні методи (рис. 4): індивідуальний підхід до здобувача, групова робота, метод проєктів, дослідницький метод та ігрові методи.



Рис. 4. Методи організації позанавчальної роботи

01: Робота зі здобувачами на регулярній основі, допомога в підготовці до виконання наукових робіт.

02: Створення груп здобувачів для роботи певної спрямованості над різними задачами та проектами, які сприяють розвитку командних навичок.

03: Залучення здобувачів до виконання проєктів, де вони можуть продемонструвати на практиці свої математичні знання, провести дослідження та презентувати власні результати.

04: Залучення здобувачів до власних досліджень.

05: Використання різноманітних ігор, вікторин, квестів та інших активних форм навчання.

У контексті реалізації реформи Нової української школи позанавчальна робота відіграє важливу роль у формуванні ключових компетентностей учнів. Проаналізуємо вплив деяких форм позанавчальної роботи з математики під час цього процесу.

Отже, організація та діяльність математичного гуртка в ліцеї сприяє розвитку математичної, інформаційно-цифрової та особистої навчальної компетентностей. Проведення математичних конкурсів, окрім математичної компетентності, розвиває соціальну й громадянську компетентність та обізнаність в сфері мистецтва. Організація та проведення наукових конференцій, присвячених видатним подіям та датам у математичній галузі, допомагає сформувати як математичну компетентність і навички роботи в цифровому середовищі, так і мовну компетентність – здатність висловлювати власну думку та брати участь у дискусіях. Математичні екскурсії та інші виїзні заходи сприяють розвитку інтелекту та формують STEM-компетентності в природничих науках, технологіях, математиці та підприємницької діяльності. Одна з сучасних форм позанавчальної роботи – інтернет-журнал – відіграє роль платформи, на якій відбувається «побудова» гуманітарного базису (умінь та навичок) здобувачів середньої освіти. Саме участь у такому форматі дозволяє учням підвищити грамотність та здійснити розвиток мовної складової, самовиразитися за допомогою мистецьких здібностей.

Робота з організації позанавчальної роботи в сучасному освітньому закладі неможливо уявити без застосувань інформаційних та електронних технологій. Методика системи e-Learning виявилася не лише актуальною, зручною, а й затребуваною з боку викладачів та учнів. Використання цифрових освітніх платформ, сервісів та технологій вимагає від педагогів сучасної трансформації та оволодіння низкою інформаційно-комп'ютерних умінь та навичок [1]. У розділі II кваліфікаційної роботи розглянемо моделі організації позанавчальної роботи за допомогою освітніх платформ.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

1. Складено компетентнісний портрет сучасного учня.
2. Проведено аналіз сучасних тенденцій до організації позанавчальної роботи з математики; сформульовано мету, зміст, форми та методи її організації.

РОЗДІЛ 2

МОДЕЛІ ПОЗАНАВЧАЛЬНОЇ РОБОТИ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ З ЗАСТОСУВАННЯМ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ

2.1. Гурток «Математика цікава та красива»

Математичний гурток (творче об'єднання, клуб, секція) – це основна форма реалізації змісту позанавчальної роботи здобувачів не лише на основі вивчення основного предмету, а й сукупності інтегрованих курсів чи адаптованих програм. Сутність гуртка – спільність учнів та учнівської молоді, яка насамперед є добровільною, організована на базі спільних інтересів, спрямована на певний вид навчальної та практичної діяльності. Гурток являє собою середовище, в якому створено умови духовного, фізичного та інтелектуального розвитку здобувачів, реалізації їх творчого потенціалу та здібностей. Під час його функціонування організовується не тільки освітній процес, а й певна атмосфера спілкування між учасниками гуртка, що сприяє їх соціальній адаптації до умов реального життя.

Навчальна мета математичного гуртка полягає в сприянні інтелектуального розвитку особистості учнів, вмінню проводити аналіз та спостереження, становленню їх індивідуальності, набуття досвіду практичної діяльності. Саме вона спрямована на активізацію фантазії й уяви.

Виховна мета математичного гуртка передбачає спрямування на виховання загальнолюдських цінностей, власне перетворення та вплив на навколишній світ, створення нових образів та ідей.

Основними *задачами* гурткової роботи є: вирішення проблеми зайнятості учнів у площині вільного від основних занять часу; поглиблення знань у рамках освітньої програми та розвиток міжпредметних зв'язків; сприяння здійсненню діяльності здобувачів у напрямку вектора саморозвитку та самоорганізації; формування світогляду та цілісної картини світу; набуття досвіду колективної роботи.

Принципи, за якими здійснюється організація математичного гуртка, полягають у вільному виборі здобувачів видів та методів їх діяльності; врахуванні індивідуальної освітньої траєкторії кожного учня; поєднанні всіх складових освітнього процесу – навчання й виховання; реалізації синтезу теорії та практики.

Математичний гурток, як одна з форм організації позанавчальної роботи в закладах середньої освіти, має наступні *функції*:

- освітня (опанування здобувачами нових знань);
- виховна (формування культурної обізнаності);
- компенсаційна (доповнення до основних навчальних програм);
- креативна (формування та розвиток індивідуальної освітньої траєкторії);
- профорієнтаційна (розвиток власних інтересів та сприяння вибору майбутньої професії);
- контролююча (оцінювання рівня та ефективності гурткової діяльності, здійснення рефлексії).

Для організації сучасного математичного гуртка можна використовувати наступне *обладнання*:

- ✓ відео та аудіо матеріали;
- ✓ дидактичні та наочні матеріали (моделі, плакати, посібники, схеми);
- ✓ посібники, документи, журнали;
- ✓ планшети, ноутбуки, інтерактивні дошки та інші цифрові інструменти.


Обладнання обов'язково має відповідати вимогам часу.


Зазвичай, створення та компетенція гуртків здійснюється на початку навчального року, у період з 1 до 15 вересня. Розклад роботи гуртка має бути затверджений директором закладу середньої освіти, розміщений на видному місці у фойє ліцею та на основній сторінці вебсайту освітнього закладу. У вихідні та святкові дні гурток може працювати за окремим планом, який, у свою чергу, також має бути затверджений директором школи.


Гурткові заняття мають різну *тривалість*, в залежності від віку і визначаються навчальними планами та програмами, враховуючи психофізіологічний розвиток і допустиме навантаження. Наприклад,

Вік	Тривалість
<i>6 – 8 років</i>	<i>30 хвилин</i>
<i>9 – 10 років</i>	<i>35 хвилин</i>
<i>Старший вік</i>	<i>45 хвилин</i>

Групи, гуртки та інші творчі об'єднання можна класифікувати за трьома рівнями:

 початковий рівень (творчі об'єднання, діяльність яких спрямована на загальний розвиток вихованців, учнів, виявлення їхніх здібностей та обдарувань, прищеплення інтересу до творчої діяльності);

 основний рівень (творчі об'єднання, які розвивають інтереси вихованців, учнів, дають їм знання, практичні вміння та навички, задовольняють потреби в професійній орієнтації);

 вищий рівень (творчі об'єднання за інтересами для здібних і обдарованих вихованців)

Керівник гуртка забезпечує його роботу, комплектує склад гуртка, обирає форми, засоби та методи роботи. Також він працює в тісному контакті з батьками, керівниками інших творчих об'єднань, вчителями, аби забезпечити участь здобувачів у масових заходах школи, району та міста. Якщо серед учасників гуртка є здобувачі з обмеженими можливостями, то керівник має створити спеціальні умови, що підтримують таких учнів і сприяють розвитку здібностей, формують професійний інтерес. *Функції керівника математичного гуртка представлено на рис. 5.*

ФУНКЦІЇ КЕРІВНИКА Гуртка

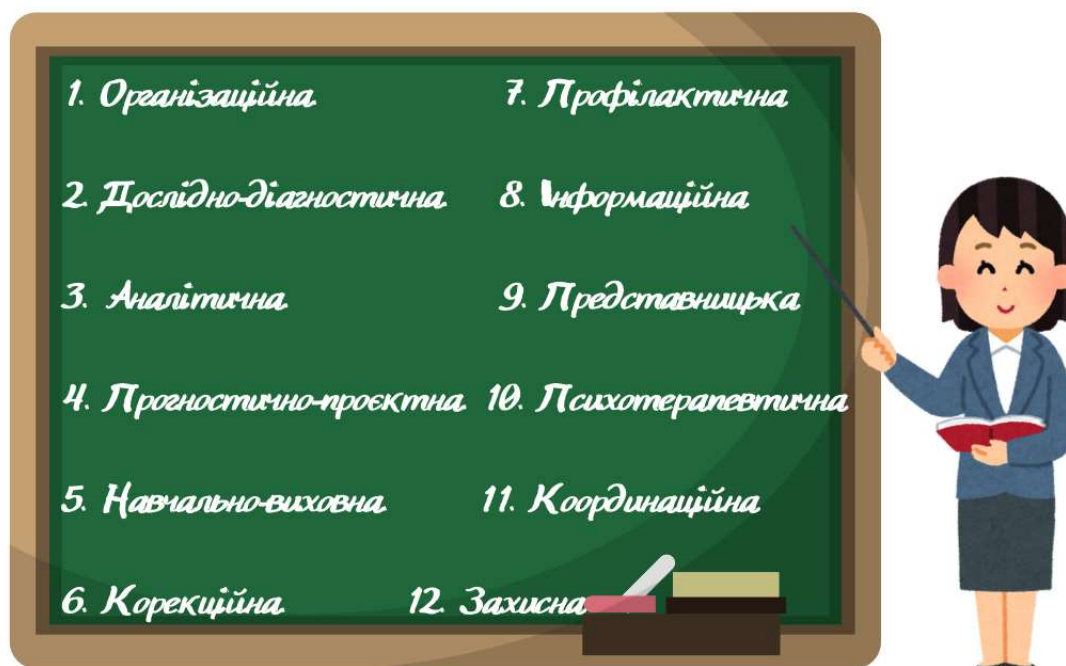


Рис. 5. Функції керівника гуртка

1. Організація життєдіяльності учасників колективу, індивідуальної роботи з вихованцями.
2. Проведення моніторингових досліджень щодо розвитку особистості учасників гуртка під час освітнього процесу.
3. Організація та планування роботи з врахуванням індивідуальних особливостей здобувачів і мікроклімату в колективі.
4. Аналіз сучасного стану колективу гуртка, визначення основних пріоритетів діяльності, складання планів щодо оптимізації роботи та проєктувальної місії.
5. Реалізація двох компонент освітнього процесу – навчання та виховання здобувачів: здобуття знань і формування цінностей.
6. М'яка корекція негативних рис і якостей здобувачів, подолання асоціальних проявів у поведінці учнів.
7. Попередження виникнення та поширення серед вихованців негативних соціальних явищ (тютюнопаління, алкоголізм, наркоманія, правопорушення, негативна підліткова субкультура тощо).

8. Проведення інформаційно-освітньої роботи в колективі.

9. Представлення інтересів учасників гуртка в органах державно-громадського управління закладами середньої освіти.

10. Створення позитивного емоційно-комунікативного простору для здобувачів, попередження міжособистісних конфліктів.

11. Організація та налагодження системи зовнішніх зв'язків математичного гуртка, що забезпечують його ефективну діяльність. Координація діяльності співпраці з батьками, партнерами.

12. Захист прав та інтересів вихованців.

Кожний керівник гуртка повинен володіти державною мовою, мати правову культуру через знання основних законів та актів країни, дотримуватися педагогічної етики, враховувати в своїй діяльності вікові особливості дітей.

Як було зазначено вище, діяльність математичного гуртка в закладах середньої освіти є частиною освітнього процесу. Гурток – це один з найефективніших шляхів розвитку творчої особистості, тому організація його роботи потребує особливої уваги з боку адміністрації закладу, а результативність його роботи залежить від чіткого планування, організації та координації.

Перейдемо до організації роботи математичного гуртка та представимо свій погляд вирішення цього питання. Почнемо зі списку завдань, що має виконати керівник гуртка задля його організації.

Чек-лист керівника математичного гуртка

1. Підготовка інформації про гурток (анотація, відео-презентація, програма та розклад занять), відомості про керівника (портфоліо вчителя математики).

2. Відбір учасників (проведення співбесіди, анкетування, вхідне тестування для визначення рівня стартових знань і вмінь).

3. Розробка тематичного плану роботи математичного гуртка.

4. Методична розробка навчального матеріалу для проведення занять (графічні та мультимедійні лекційні матеріали, вправи для домашнього завдання, список літературних джерел, інтерактивні вправи, що розміщені на онлайн-платформах).

5. Складання переліку проєктів та тем практичних завдань, а також розробка методичних вказівок для здобувачів щодо створення презентацій.

6. Розробка критеріїв оцінювання роботи учасників гуртка.

7. Запровадження технічної підтримки взаємодії керівника та учасників гуртка (створення чату, форуму, сторінки в соціальній мережі).

Розробка тематичного плану роботи математичного гуртка займає важливе місце в організації освітнього процесу, відображає зміст навчального матеріалу, його методи та форми. В роботі [9] запропоновано широкий спектр програм з математики для проведення позанавчальної роботи в закладах середньої освіти. Представимо власну розробку тематичного плану.

Тематичний план роботи математичного гуртка

«Математика цікава та красива»

Заняття 1. Давньогрецька математика: краса форм та багатство змісту.

Заняття 2. Стародавні математичні задачі.

Заняття 3. Система координат Рене Декарта на площині.

Заняття 4. Знайомство з теорією множин.

Заняття 5. Цікаві математичні криві.

Заняття 6. Магічні квадрати.

Заняття 7. Цифри та системи числення.

Заняття 8. Проєкт «Пропорції на кухні: готуємо український борщ разом»

Заняття 1

Тема: Давньогрецька математика: краса форм та багатство змісту.

Вчитель-розробник: Фабер Лілія Леонідівна

Час: 30 хв

Мета:

навчальна: познайомитися з теоретичним блоком, пов'язаним з особою Діофанта-вченого;

виховна: виховати наполегливість, уважність при розв'язуванні математичних задач зокрема і під час виконання будь-якої роботи взагалі.

Очікувані результати: засвоєння навчального матеріалу; сформовані вміння аналізувати нову інформацію, логічне і абстрактне мислення; викликаний інтерес до вивчення даної теми.

Обладнання та наочність: комп'ютер, планшет, презентація.

Освітні платформи: Google Classroom.

Хід заняття

I. Організаційний момент (1 хв)

Привітання, перевірка готовності до заняття.

II. Викладання нового матеріалу (10 хв)

Доповідь вчителя: Давньогрецькі математики зробили значний вклад у розвиток рівнянь, а саме вони пішли дуже оригінальним шляхом порівняно з математиками інших країн на той час. Вони використали метод геометричних побудов для розв'язання рівнянь. Цей метод дуже довго зберігався і зберігається до нашого часу в математиці. Наприклад, до цього методу звертаються, коли використовують метод розв'язання рівнянь за допомогою координатного променя та відрізків, тобто певних величин, які позначають на координатному промені. Поставимо перед собою задачу розв'язати наступне рівняння:

$$x + 8 = 11.$$

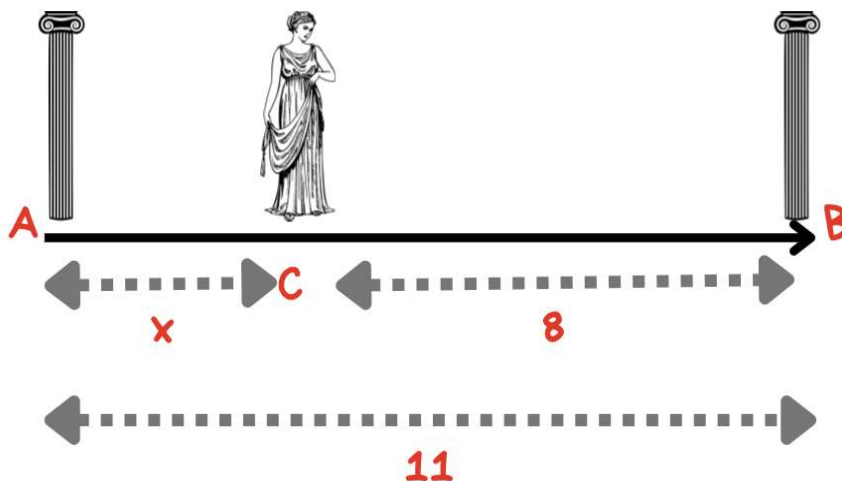


Рис. 6. Приклад виконання операції додавання/віднімання

Ми беремо x , додаємо 8 та отримаємо 11 (рис. 6). Скільки треба відрізків відповідно відкласти з точки C , щоб потрапити до точки A . Звичайно, що 3 відрізки. Таким чином, вони здійснювали різні побудови не тільки з відрізками, а й з іншими фігурами для виконання арифметичних дій додавання, віднімання, множення та ділення (рис. 7).

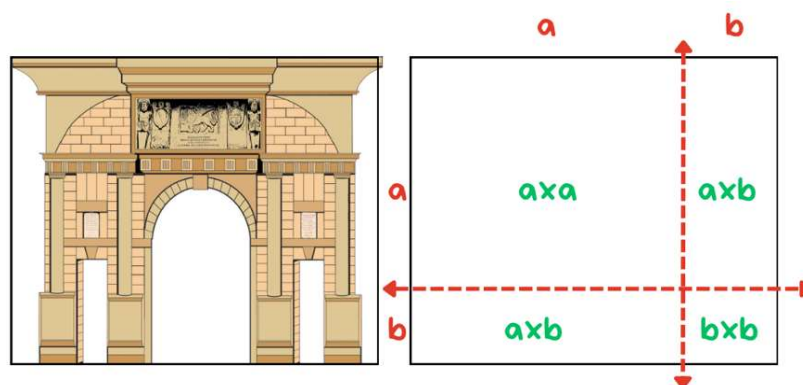


Рис. 7. Приклад виконання операції множення

Дуже цікаво, що цей метод геометричних побудов пройшов через всю історію математики, і дійшов до наших днів. Зараз він є окремою математичною наукою, яка називається геометрична алгебра. Геометрична алгебра – метод в математиці, в якому математичні поняття визначаються через геометричні об'єкти. Він поєднує алгебру та геометрію.

Цей метод, крім того, був основою строгої математики аж до 18 ст, до тих часів, доки була введена математична символіка. І в ці часи взагалі

математика мала такий аналог, як геометрія. Коли говорили: «Geometr», то мали на увазі математика.

А який же період в розвитку рівнянь був найбільш продуктивний у Давній Греції? Це так званий Александрійський період (з 3 століття до нашої ери). Александрійський період пов'язаний із заснуванням міста Александрія, що отримало назву на честь Олександра Македонського, який почав його будувати. Місце знаходиться у сучасному Єгипті. Спочатку воно належало Греції, потім – Давньому Риму. Александрійська школа математики – це така сукупність співтовариства математиків, які діяли в одному напрямку, мали одні цілі. Саме вони дали поштовх розвитку грецькій математиці, бо на той час вони увібрали в себе все найкраще з грецької, вавилонської та єгипетської математики й створили цей метод геометричних побудов. Найбільш визначний внесок у розвиток математичних знань у той період зробив Діофант Александрійський (рис. 8).

Діофант і до наших часів вважається однією з самих великих загадкових постатей в історії математики. Ми й зараз не можемо точно вказати роки його життя (приблизно пів тисячоліття), надати список його учнів, послідовників, що продовжували діяльність у цій області математики. Діофант у книзі про багатокутні числа згадує математика, який проживав у середині другого століття до н.е. Також коментарі Теона Александрійського до математичного твору Птолемея «Альмагест» містять цитату з твору Діофанта. Теон жив у середині четвертого ст. до н.е. Цим визначається верхня грань цього проміжку. Отже, 500 років! Роботи Діофанта мали дуже велике значення, особливо робота «Арифметика» (рис. 9).

Ця робота Діофанта ще не містить теорію рівнянь, але являє собою вже систематизований збірник завдань, що приводять до розв'язку рівнянь не лише найпростіших, але й більш складних, наприклад, з квадратними, кубічними й більш високими степенями. Діофант Александрійський цим заклав основу для нової сучасної науки, яка має назву Діофантовий аналіз. Його задачею є дослідження рівнянь високих степенів.



Рис. 8. Діофант Александрійський

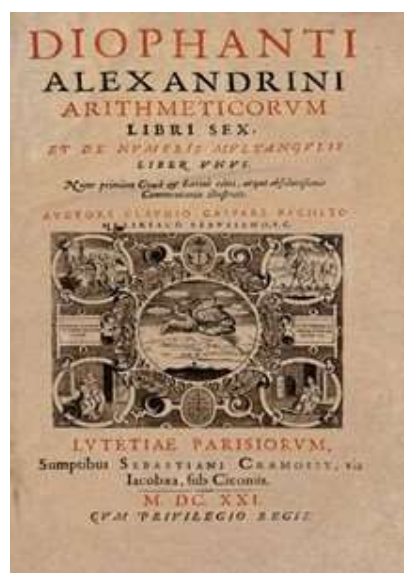


Рис. 9. Латинський переклад Арифметики (1621)

III. Самостійна робота для закріплення знань (15 хв).

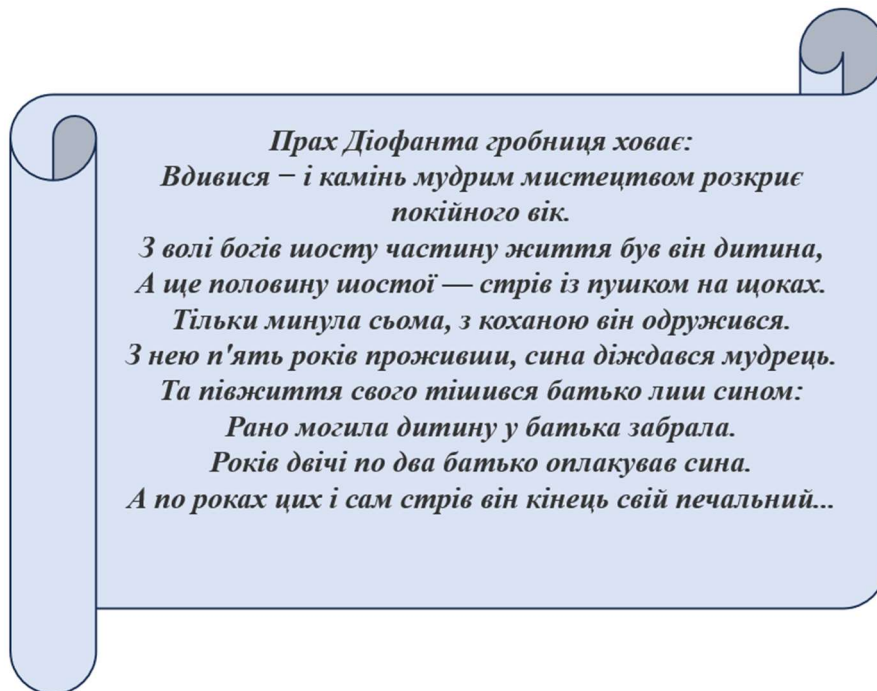
Завдання: скласти рівняння та визначити терміни здійснення подій у житті Діофанта.

Вчитель: Багато фактів з життя Діофанта нам не відомі, але на його надгробку викарбовано вірш-загадку. За допомогою нього ми можемо скласти рівняння.

Версія 1 [7]:

Подорожній! Поховано тут Діофанта.
 І числа розкажуть тобі,
 Який дивний шлях він життєвий пройшов.
 Шосту частину його становило дитинство.
 Минула частина дванадцята –
 І пухом покрилось його підборіддя.
 Сьому – в бездітному шлюбі прожив Діофант.
 Минуло п'ять літ. Ощасливлений був він
 Народженням первістка – сина,
 Якому судилася лише половина життя його батька.
 У глибокій журбі старець закінчив шлях на землі,
 Ще проживши років чотири з часу, коли сина не стало.
 Скажи, віку якого досягни славетний помер Діофант?

Версія 2 [8]:



Розв'язання:

Припустимо, що Діофант прожив x років. Складаємо рівняння:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x.$$

Помножаємо рівняння на 84, щоб позбутися дробів:

$$14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 = 84x;$$

Приводимо подібні доданки:

$$14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 = 84x.$$

$$-9x + 756 = 0.$$

Розв'язуючи лінійне рівняння відносно x , отримаємо:

$$-9x = -756;$$

$$x = 84.$$

Отже, розв'язавши рівняння, ми встановили, що Діофант одружився, коли йому було 33 роки, пізнав щастя стати батьком у 38 років, втратив сина на 80-му році життя й помер у 84 роки.

IV. Рефлексія (3 хв).

Сьогодні я дізнався ...

Було цікаво ...

Мене здивувало ...

V. Домашнє завдання (1 хв).

1. Підготувати реферати за заданими темами.

Темати рефератів:

- 1.1 Нумерації та історії їх виникнення.
 - 1.2 Прості числа та решето Ератосфена;
 - 1.3 Золотий переріз та його застосування.
 - 1.4 Фалес Мілетський і теорема Фалеса.
 - 1.5 Школа Піфагора.
 - 1.6 Архімед у легендах і дійсності.
 - 1.7 Омар Хайям - математик і поет.
2. Ознайомитися з інформацією за [посиланням](#).

Заняття 2

Тема: Стародавні математичні задачі.

Вчитель-розробник: Фабер Лілія Леонідівна

Час: 30 хв

Мета:

навчальна: познайомитися зі стародавніми математичними задачами;

виховна: виховати наполегливість, уважність при розв'язуванні математичних задач.

Очікувані результати: засвоєння наданого матеріалу; сформовані вміння складати рівняння.

Обладнання та наочність: комп'ютер, планшет, презентація.

Освітні платформи: Google Classroom.

Хід заняття

I. Організаційний момент (1 хв)

Привітання, перевірка готовності до заняття.

II. Викладання нового матеріалу (10 хв)

Доповідь вчителя: Вивчаючи стародавніх математиків, ми звертали увагу на їх досягнення та біографію. Багато інформації, нажаль, не зберігалося до наших днів, наприклад, точні дати народження видатних людей. Ми з вами можемо зазирнути в ті часи, використовуючи підручники та літературні джерела, що були видані в той час. Саме тому я пропоную розглянути одну з задач, яка була в стародавньому підручнику, та спробувати разом її вирішити.

Задача:



**Дехто невідомий, якийсь купець,
мав Цейлонський та Індійський чай.**

**Перший був за ціною — 5 монет за один фунт,
а другий - 8 монет.**

**Він хотів створити суміш,
аби продавати за 6 монет за один фунт.**

**Скільки частин одного та іншого чаю
він має взяти для створення такої суміші ?**



Хочу нагадати, що фунт – це старовинна міра маси, що приблизно дорівнює 450 грам. У цій задачі є багато невідомих, а саме: кількість у частинах Цейлонського та Індійського чаю та кількість суміші.

Пропоную наочно представити ту інформацію, що нам відома. Після цього спільно будемо шукати методи рішення даної задачі.



Цейлонський - 5



Індійський - 8



Суміш - 6



Розв'язання.

Позначимо через x – частини Цейлонського чаю, а через y – Індійського, не дивлячись на те, що мова йде про фунти, а кількість їх не називається для жодного з сортів. Тоді суміш складає $x + y$.

Для обчислення вартості потрібно ціну помножити на кількість частин.

Отже,

$5x$ – вартість Цейлонського чаю,

$8y$ – вартість Індійського чаю,

$6(x + y)$ – вартість суміші.

За умовою задачі можна скласти наступне рівняння:

$$5x + 8y = 6(x + y).$$

Розкриваємо дужки в правій частині рівняння та переносимо доданки з іксом до правої частини, а з ігреком – до лівої частини рівняння. Після цього приводимо подібні доданки:

$$8y - 6y = 6x - 5x;$$

$$2y = x;$$

$$x = 2y.$$

Поділимо на обидві частини рівності на ігрек:

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{1}.$$

Отримаємо пропорцію, в якій кількість частин Цейлонського чаю має бути пропорційна 2, а Індійського – 1. Тобто треба взяти сорти чаю у відношенні 2:1.

Отже, нам не треба знаходити окремо наші невідомі. Ми навчилися знаходити пропорцію.

III. Самостійна робота для закріплення знань (15 хв).

Завдання: розв'язати три задачі.

- 01 Чоловік лишив у спадок дружині,
доцці та двом синам
48 000 золотих карбованців.
Дружині заповів восьму частину
всієї суми,
а кожному з синів у 2 рази більше ніж дочці.
Скільки отримав кожен спадкоємець?



- 02 Трое хочуть купити будинок за 24 000\$.
Перший дасть половину суми,
другий - одну третину,
а третій решту.
Скільки дасть кожен?



- 03 У пастуха, який вів 70 биків, запитали :
"Яку частину биків своєї численної
череди ти ведеш?"
Він відповів : "«Я веду дві третини від
третини худоби»"
Скільки биків було у всій череді ?



IV. Рефлексія (3 хв).

Сьогодні я дізнався ...

Було цікаво ...

Мене здивувало ...

V. Домашнє завдання (1 хв).

1. Виконати інтерактивне завдання на платформі [LearningApps.org](https://www.learningapps.org/).
2. Ознайомитися з інформацією за [посиланням](#) та переглянути [відео](#).

Заняття 3

Тема: Система координат Рене Декарта на площині.

Вчитель-розробник: Фабер Лілія Леонідівна

Час: 30 хв

Мета:

навчальна: ознайомити учнів із декартовою системою координат;
розвинути навички знаходження координат на площині.

виховна: виховати наполегливість, уважність при розв'язуванні

математичних задач.

Очікувані результати: засвоєння наданого матеріалу; закріплені знання та вміння за допомогою вправ на платформі Geogebra.

Обладнання та наочність: комп'ютер, планшет, презентація.

Освітні платформи: Google Classroom.

Хід заняття

I. Організаційний момент (1 хв)

Привітання, перевірка готовності до заняття.

II. Викладання нового матеріалу (10 хв)

Доповідь вчителя: Ідея системи координат зародилася в давні часи, оскільки виникла потреба визначати положення зірок (світил) у небі та пунктів визначених на поверхні землі для складання географічних та зоряних карт, а також календаря. Грецький вчений Гіппах, який жив більш ніж 100 років до н.е, запропонував нанести паралелі та меридіани на карту земної кулі, таким чином ввести відомі нам географічні координати: довготу та широту, позначивши їх числами.

Рене Декарт (1596-1650) – французький математик та філософ, який поставив мету описати за допомогою математичних законів закони природи.

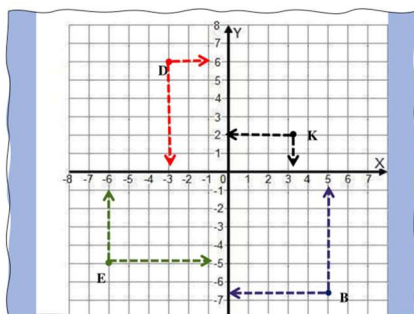


Біографія

Народився Рене Декарт 31 березня 1596 в французькому місті Лае в сім'ї з дворянським корінням. Рене Декарт після смерті матері виховувався бабусею. Навчався в коледжі Ла Флеш, де отримував релігійну освіту. У 1618 році почав вивчати юридичні питання, також займаючись математикою. У 1617 році вступив до голландської армії. Разом із німецькою армією виступав в битві за Прагу.

У 1629 році переїхав до Нідерландів. Ніщо людське не було чужим для нього – єдиний його любовний роман тривав всього лише три роки. Коханою Декарта була якась голландська жінка, яка в 1635 році народила йому дівчинку. Декарт обожнював дитину й був сильно вражений раптовою смертю дочки у п'ятирічному віці. Він завжди казав про цю втрату як про найбільше нещастя у своєму житті.

У математиці Декарт запровадив Декартову систему координат, дав поняття змінної величини й функції, ввів багато алгебраїчних позначень. У фізиці він сформулював закон збереження кількості руху, запровадив поняття імпульсу сили. Декарт – автор методу радикального сумніву в філософії, механіцизму в фізиці, передтеча рефлексології.

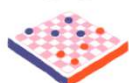


Декартова система координат (або прямокутна система координат, англ. Cartesian coordinate system) – система координат, що дозволяє однозначно визначити кожен точку на площині за допомогою пари числових координат, які задають знакові відстані до точки відносно двох визначених перпендикулярно спрямованих прямих, що задано в однакових одиницях довжини. Кожна така пряма, від якої відкладається відстань, називається *віссю координат* (англ. coordinate axis) або просто віссю системи, а точка, де вони перетинаються, називається *початком координат*, що має впорядковану пару координат $(0,0)$. Координати також можна визначати як положення ортогональних проєкцій точки на ці дві осі, що задаються як знакові відстані від початку координат.

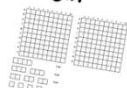
Приклади використання системи координат:

Декартова система координат використовується в:

01 Шахи



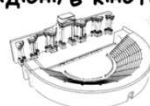
02 Морський бій



03 Шахмати



04 Місця на стадіоні/в кінотеатрі



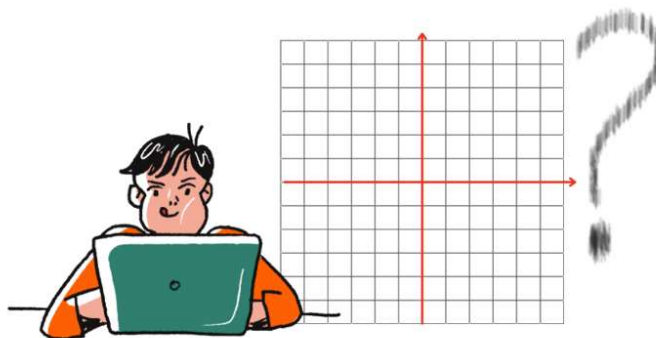
III. Вправа для закріплення знань (15 хв).

1. За допомогою додатку Geogebra створити рисунок до задачі та розв'язати її.

Задача

Дано координати трьох вершин прямокутника $ABCD$: $A(-2;-2)$, $B(-2;3)$ і $D(7;-2)$.

1. Знайдіть координату точки C .
2. Знайдіть координати точки перетину діагоналей прямокутника.
3. Обчисліть площу і периметр прямокутника, вважаючи, що довжина одиничного відрізка координатних осей дорівнює 1 см.



Перевірити за посиланням : <https://www.geogebra.org/m/jduv6bug>

2. Проаналізувати задачу, створену за допомогою GeoGebra <https://www.geogebra.org/m/esszdz8h>

За допомогою рисунку визначити висоту кульки за умови, що:

2.1 Відстань (d) = 12 ; кут нахилу = 30,6 .

2.2 $d = 16,5$; кут нахилу = 21,07.

IV. Рефлексія (3 хв).

Сьогодні на занятті ми займалися ...

Важливість цієї теми по шкалі від 1 до 5 ...

Мені стало складно/просто під час ...

V. Домашнє завдання (1 хв).

За допомогою додатку GeoGebra побудувати прямокутний трикутник, вершини якого мають координати: $A(0; 0)$, $B(0; 3)$, $C(5; 0)$.

Прикріпити слайдер висоти, що показуватиме яким чином, в залежності від положення сторони AB , змінюватиметься гіпотенуза BC .

Заняття 4

Тема: Знайомство з теорією множин.

Вчитель-розробник: Фабер Лілія Леонідівна

Час: 30 хв

Мета:

навчальна: ознайомити учнів із поняттям «множина»; розвинути навички виконання операцій над множинами;

виховна: виховати наполегливість, уважність при розв'язуванні математичних задач;

Очікувані результати: засвоєння навчального матеріалу; закріплені знання та вміння за допомогою вправ у середовищі LearningApps.

Обладнання та наочність: комп'ютер, планшет, презентація.

Освітні платформи: Google Classroom.

Хід заняття

I. Організаційний момент (1 хв).

Привітання, перевірка готовності до заняття.

II. Викладання нового матеріалу (10 хв).

Слово вчителя: «Математика – спосіб називати різні речі одним іменем», – колись так сказав Пуассон, зазначаючи ще й що ця наука поєднує в собі точність математичних доказів із невизначеністю випадку. Давайте подумаємо, коли в реальному житті ми називаємо різні речі одним іменем?

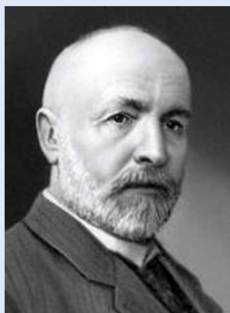
Наприклад, коли ми кажемо лікарю: «У мене болить місце укусу комахи. Яким чином можна зменшити біль?». У такому разі доктору доведеться задавати багато питань аби виявити вид комахи та призначити вірне лікування. Або ж коли ми кажемо: «Я загадав якесь число». Тоді потрібно нескінченно перераховувати всі числа, щоб дізнатися саме те що загадали. Ще один приклад: «Я навчився добре грати в спортивну гру».

В кожному з цих прикладів ми узагальнюємо одним словом різні речі. Множинами в математиці називаються різні набори понять, предметів, що

збираються разом за певною ознакою. Кожен елемент такого набору має назву – елемент множини.

Перед тим, як переходити до основних понять теорії множини, давайте познайомимся з математиками, діяльність яких була пов'язана з теорією множин [2, 5].

Георг Кантор
(1895-1918)
Німецький математик,
фундатор теорії множин



Множина – це багато чогось, на що можна дивитися як на щось ціле

Навчався в Дармштадті, Федеральній вищій технічній школі в Цюриху, університеті в Геттінгені й захистив дисертацію в університеті Берліна. Його вчителями були Карл Вєєрштраєс, Ернст Едуард Куммер і Леопольд Кронекер. Став членом Геттінгенської академії наук. У 1879-1913 рр. обіймав посаду професора кафедри математики в університеті в Галле. У 1890 році брав участь у заснуванні Німецького математичного товариства, а в 1891 році став його першим президентом. Кантор вважається засновником теорії множин, який зробив великий внесок у розвиток сучасної математики. Протягом довгого часу Кантор намагався спростувати континуум-гіпотезу: будь-яка нескінченна підмножина континууму (множини, рівнопотужної множині дійсних чисел) є або зліченною, або континуальною. Попри значні зусилля, це йому не вдалося (пізніше було встановлено, що в рамках прийнятої системи аксіом, це зробити неможливо).

Леонард Ейлер
(1707-1783)
Швейцарський математик
та фізик



Здійснив важливі відкриття в таких різних галузях математики, як математичний аналіз та теорія графів. Він також ввів велику частину сучасної математичної термінології й позначень, зокрема в математичному аналізі, наприклад, поняття математичної функції. Ейлер відомий також завдяки своїм роботам в механіці, динаміці рідини, оптиці та астрономії, інших прикладних науках.

Ейлер вважається найвидатнішим математиком 18-го століття, а, можливо, навіть усіх часів. Він також є одним з найбільш плідних – збірка всіх його творів зайняла б 60—80 томів.

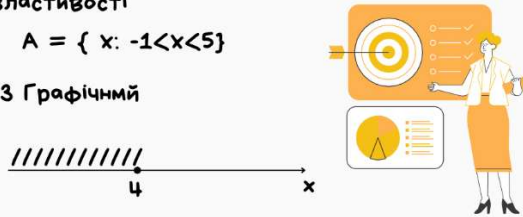
У теорії множин часто використовують діаграми Ейлера, або кола Ейлера (англ. Euler diagram) – діаграма, яка зображує множини та відношення між ними.

Існує декілька способів задання множин:

01 Перелік елементів
 $A = \{ a, б, в, г \}$
 $B = \{ ранок, день, вечір, ніч \}$

02 За допомогою характеристичної властивості
 $A = \{ x: -1 < x < 5 \}$

03 Графічний



04 Кола Ейлера



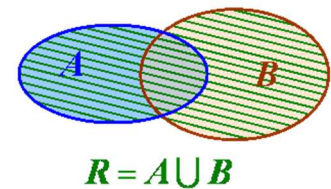
$A \subset B \Leftrightarrow$ якщо $x \in A$, то $x \in B$

Визначимо операції над множинами:

Об'єднання множин

Об'єднанням множин A і B називається множина $A \cup B$, що складається з усіх тих елементів, які належать хоча б однієї з множин A або B .

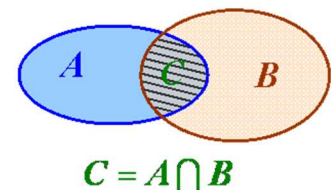
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ або } x \in B\}.$$



Перетинання множин

Перетинанням множин A і B називається множина $A \cap B$, що складається з усіх тих елементів, які належать і множині A , й множині B .

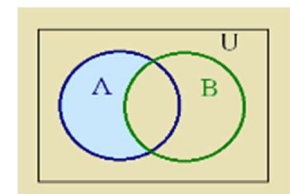
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ і } x \in B\}.$$



Різниця множин

Різницею множин A й B називається множина $A - B$ (або $A \setminus B$), що складається з усіх елементів множини A , які не належать B .

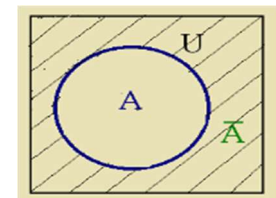
$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ і } x \notin B\}.$$



Доповнення множини

Доповненням множини A називається множина \bar{A} , що складається з усіх елементів універсальної множини, які не належать A .

$$\bar{A} = U - A = \{x \mid x \in U \text{ і } x \notin A\}.$$

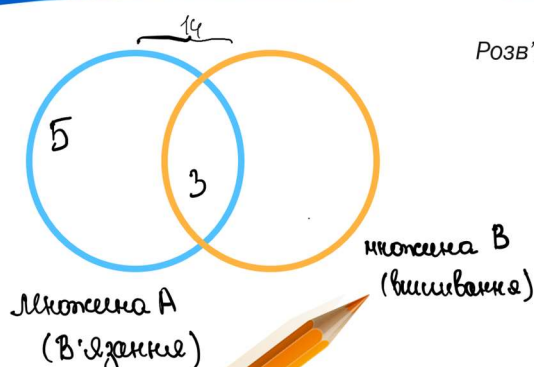


III. Вправа для закріплення знань (15 хв)

За допомогою діаграми Ейлера розв'язати задачі.

Задача 1. У класі навчається 14 дівчат. П'ять із них відвідують гурток в'язання, а три – і гурток в'язання, і гурток вишивання. Визначити кількість дівчат, які відвідують лише гурток вишивання.

Завдання 1



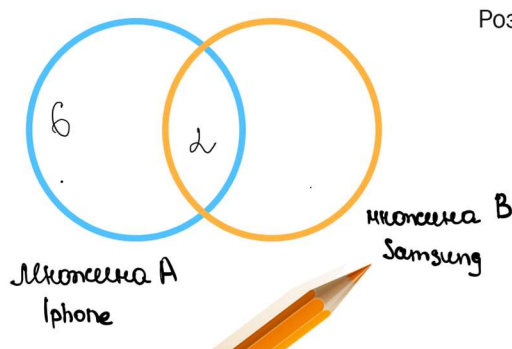
У класі навчається 14 дівчат. П'ять із них відвідують гурток в'язання, а три – і гурток в'язання, і гурток вишивання. Визначити кількість дівчат, які відвідують лише гурток вишивання.

Розв'язання:

1. $5-3=2$ (д) в'язання
2. $14-2=12$ (д) вишивання
3. $12-3=9$ (д) вишивання.

Задача 2. Усі мої друзі мають які-небудь смартфони. Шестеро з них мають iPhone, п'ятеро - Samsung. І тільки у двох із них є і iPhone, і Samsung. Скільки у мене друзів?

Завдання 2



Всі мої друзі мають які-небудь смартфони. Шестеро із них мають iPhone, п'ятеро - Samsung. І тільки у двох із них є і iPhone, і Samsung. Скільки у мене друзів?

Розв'язання:

1. $6+5=11$ лише 1 смартфон
2. $11-2=9$ друзів всього

Виконайте самостійно 3 завдання на платформі LearningApps:

<https://learningapps.org/watch?v=pnsvcfrbk24>

<https://learningapps.org/watch?v=pwuf40fan24>

<https://learningapps.org/watch?v=pk2ia8pqn24>

IV. Рефлексія (3 хв).

Сьогодні на занятті ми займалися ...

Важливість цієї теми по шкалі від 1 до 5 ...

Мені стало складно/просто під час ...

V. Домашнє завдання (1 хв).

1. Розв'язати задачі:

Задача 3. Нехай $A = \{2, 5, 6, 7, 9\}$ і $B = \{1, 5, 7, 8\}$. Визначити: об'єднання множин A і B ($A \cup B$); різницю множин A і B ($A \setminus B$); різницю множин B і A ($B \setminus A$).

Задача 4. Під час опитування учнів з'ясувалось, що 60% з них регулярно читають журнал «Квантор», 50% читають журнал «Сучасність» і 50% читають журнал «Всесвіт». Із цих учнів 30% читає і «Квантор», і «Сучасність»; 20% читає і «Всесвіт», і «Сучасність»; 40% читає і «Всесвіт», і «Квантор». А 10% учнів читає всі три журнали. Визначити:

а) який відсоток учнів читає хоча б один журнал?

б) який відсоток учнів не читає жодного з зазначених журналів?

2. Ознайомитися з інформацією за [посиланням](#) та переглянути [відео](#).

Заняття 5

Тема: Цікаві математичні криві

Вчитель-розробник: Фабер Лілія Леонідівна

Час: 30 хв

Мета:

навчальна: ознайомити здобувачів із основними поняттями математичних кривих таких, як троянди та спіралі, і продемонструвати їх значення за допомогою полярних рівнянь; розвинути просторове мислення та навички учнів, створюючи та аналізуючи криві за допомогою цифрових математичних інструментів, таких як Geogebra;

виховна: розвивати інтерес до математики як дисципліни, яка може бути застосована в реальному житті, особливо в дизайні, науці та техніці, а також терпіння та акуратність у виконанні математичних завдань.

Очікувані результати: засвоєння навчального матеріалу; закріплені знання та вміння за допомогою практичного завдання у середовищі GeoGebra.

Обладнання та наочність: комп'ютер, планшет, презентація.

Освітні платформи: Google Classroom.

Хід заняття

I. Організаційний момент (1 хв).

Привітання, перевірка готовності до заняття.

II. Викладання нового матеріалу (10 хв).

Учитель: Добрий день! Сьогодні ми продовжуємо вивчення математичних кривих і дізнаємось щось нове та захоплююче. На попередніх уроках ми вже ознайомилися з основними поняттями кривих. Ці криві не тільки цікаві з математичної точки зору, але також мають багато застосувань у природі та техніці.

Перш ніж говорити про конкретні криві, давайте подумаємо про те, що таке математична крива взагалі.

Обговорення:

«Як ви думаєте, що називають кривою?»

«Які криві ви знаєте?»

«Де можна побачити криві в реальному житті?»

Означення:

Математична крива – це геометричне місце точок площини або простору, координати яких задовольняють деяке рівняння. До кривих відносяться пряма лінія, коло, парабола, а також спіраль і троянда.

Троянда – це особливий тип вигину, що має форму пелюстки.

Спіраль – це крива, яка росте або стискається навколо точки.

**Троянди
Гвідо**



У 18 столітті італійський геометр Гвідо Гранді (1671-1742) створив криві лінії з правильними накресленнями. Вони були схожі на квітку. Сімейство цих кривих було названо сімейством троянд Гвідо Гранді. Ці залежності були підказані самою природою, адже в більшості випадків контур листа або квітки є кривою, симетричною щодо осі.



Криві, полярні рівняння яких записуються в вигляді: $r = a \sin k\theta$, називають трояндами Гвідо Гранді.

Мета нашого заняття не лише в знайомстві з цими кривими, а й в побудові кривих за допомогою геометричного середовища Geogebra. Роблячи це, ми можемо краще зрозуміти, як математичні теорії застосовуються на практиці. Ми побачимо, як троянди та спіралі виглядають на графіку і які властивості вони мають.

Учитель: Далі перейдемо до вивчення одного з цікавих видів кривих – троянд. Троянда – це особлива крива, яка описується полярними рівняннями, наприклад, $r = a \sin k\theta$, $r = a \cos k\theta$, де r – полярний радіус ($r \geq 0$), θ – полярний кут ($0 \leq \theta < 2\pi$). Параметр a визначає розмір троянди, а значення k впливає на кількість пелюсток. Наприклад, для $k = 3$ ми отримаємо троянду з трьома пелюстками, а для $k = 4$ – восьми пелюсткову троянду. Якщо k є дробовим, то крива буде мати більше пелюсток. Це пов'язано з тим, що дробове k призводить до того, що пелюстки переплітаються, створюючи цікаві й складніші форми.

Троянди мають широке застосування. Їх часто використовують у дизайні, графічному мистецтві та моделюванні. Наприклад, в дизайні вони можуть бути частиною логотипів або декоративних елементів, у графічному мистецтві – естетичні форми, що додають композиції краси й симетрії.

Давайте тепер розглянемо ще один цікавий тип кривих – спіралі. Спіраль – це крива, яка розширюється від центра. Сьогодні ми ознайомимося з двома основними типами спіралей: архімедовою та логарифмічною.

Почнемо з архімедової спіралі. Вона задається рівнянням $r = a + b\theta$, де a і b – константи. Ця спіраль характеризується постійною швидкістю зміни радіусу від центра. Це означає, що відстань між витками спіралі залишається постійною, і спіраль розширюється рівномірно.

Наступна спіраль, яку ми розглянемо, – логарифмічна спіраль. Її рівняння має вигляд $r = a \cdot e^{b\theta}$, де a і b – також константи. Логарифмічна спіраль відрізняється тим, що її радіус змінюється експоненційно зі зміною

кута. Це призводить до того, що відстань між витками збільшується або зменшується в залежності від напрямку спіралі.

Що стосується властивостей спіралей, то архімедова спіраль має постійну швидкість зміни радіусу, тоді як у логарифмічній спіралі радіус змінюється експоненційно. Це робить логарифмічну спіраль ідеальною для моделювання природних форм, таких як раковини або галактики, де швидкість розширення змінюється в залежності від відстані від центра.

Спіралі мають багато практичних застосувань. Архімедові спіралі використовують в архітектурі для створення гармонійних конструкцій, тоді як логарифмічні спіралі часто зустрічаються в природі та техніці. Наприклад, їх можна знайти в раковинах моллюсків або в спіральних галактиках. Також вони використовуються в робототехніці для планування руху робота.

Для кращого зрозуміння того, як ці криві виглядають на практиці, давайте перейдемо до практичного завдання. У програмі Geogebra ми зможемо побудувати різні троянди, експериментуючи з параметрами a і k , і побачити, як змінюється їх форма. Крім того, спробуємо побудувати спіралі в програмі Geogebra. Це дозволить нам краще зрозуміти, як різні типи спіралей виглядають і яким чином їх можна застосовувати.

III. Вправа для закріплення знань (15 хв).

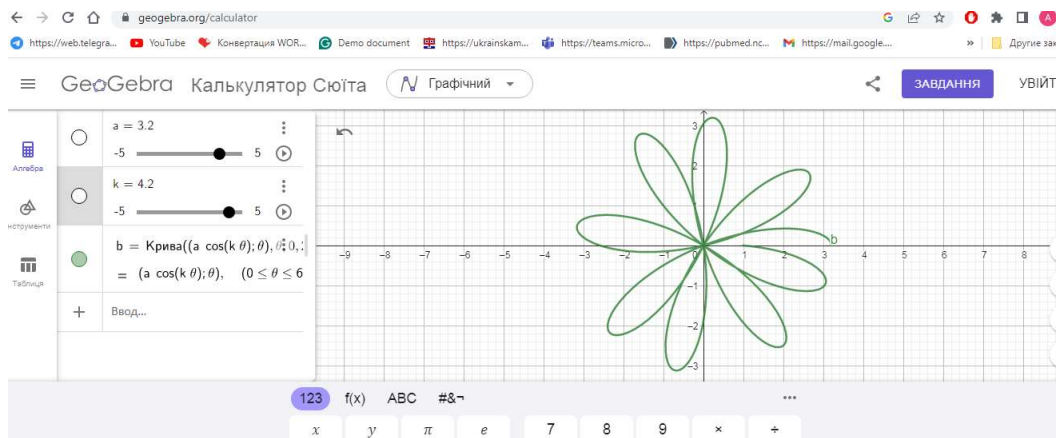
Побудова Троянди. Для початку давайте побудуємо криву відому, як троянда, використовуючи наступний алгоритм:

1. Відкрийте Geogebra. Запустіть програму Geogebra на вашому комп'ютері або відкрийте веб-версію через браузер.

2. Перейдіть у режим побудови графіків. Перейдіть до режиму 'Графіки' – це той режим, де ви маєте можливість вводити рівняння кривої та бачити графіки.

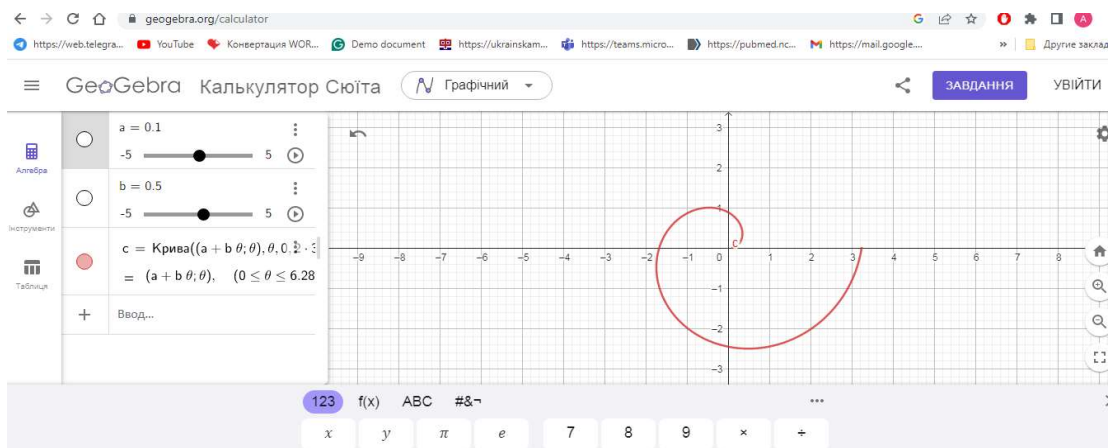
3. Введіть рівняння троянди: $r = a \sin k\theta$, $r = a \cos k\theta$. Параметри a і k можна змінювати. Ви побачити, що a визначає розмір кривої, а k вплине на кількість пелюсток. Для парних значень k буде $2k$ пелюстки, а для непарних значень – k пелюсток.

4. Досліджуйте форму кривої. Змініть значення параметрів a і k , і подивіться, як змінюється форма кривої. Використовуйте ползунки або введіть значення безпосередньо у формулу для більш детального аналізу.

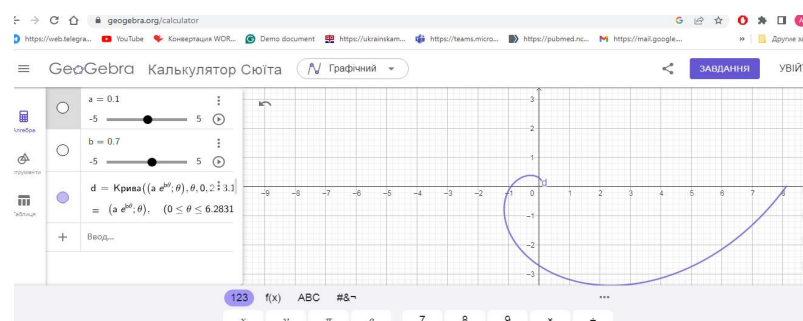


Побудова Спіралі. Тепер переходимо до побудови спіралей. Ми розглянемо два типи спіралей: архімедову та логарифмічну.

1. Введіть рівняння архімедової спіралі $r = a + b\theta$. Значення a і b визначають початковий радіус і швидкість розширення спіралі відповідно.



2. Введіть рівняння для логарифмічної спіралі $r = a \cdot e^{b\theta}$. У цьому рівнянні a – це початковий радіус, а b визначає, як швидко спіраль розширюється.



3. Налаштуйте параметри й спостерігайте. Змініть значення a та b для кожного типу спіралі й подивіться, як це вплине на форму спіралі. Ви можете використовувати ползунки, щоб легше побачити різні варіанти.

Таким чином, використовуючи Geogebra, ви зможете візуально дослідити різні математичні криві та краще зрозуміти, як зміна параметрів впливає на їх форму. Це чудова можливість побачити математику в дії!

Самостійно:

Побудуйте квітки за формулами використовуючи для кожної з них відповідний колір:

$$\text{червона квітка: } r = 2 \sin 2\theta;$$

$$\text{блакитна квітка : } r = a + b\theta;$$

$$\text{жовта квітка: } r = 4 \sin 5\theta.$$

IV. Рефлексія (3 хв).

Сьогодні на занятті ми займалися ...

Важливість цієї теми по шкалі від 1 до 5 ...

Мені стало складно/просто під час ...

V. Домашнє завдання (1 хв).

1. Ознайомитися з різними видами кривих за [посиланням](#) [17].

2. У середовищі GeoGebra побудувати лінії: $r = 5 \sin 3\theta$; $r = 2 \cdot e^{3\theta}$.

Заняття 6

Тема: Магічні квадрати

Вчитель-розробник: Фабер Лілія Леонідівна

Час: 30 хв

Мета:

навчальна: ознайомити здобувачів із поняттям «магічного квадрата», його властивостями та видами; ознайомити учнів із історією виникнення та автором магічних квадратів, з місцем їх заснування; навчити розв'язувати задачі заповнення таких квадратів;

виховна: виховувати позитивне ставлення учнів до навчально-пізнавальної діяльності.

Очікувані результати: засвоєння навчального матеріалу.

Обладнання та наочність: комп'ютер, планшет, презентація.

Освітні платформи: Google Classroom.

Хід заняття

I. Організаційний момент (1 хв).

Привітання, перевірка готовності до заняття.

II. Викладання нового матеріалу (10 хв).

Учитель: Протягом усієї історії числа настільки перепліталися з людською культурою, що їм часто надавали містичного чи надприродного значення. Наприклад, число 13 часто уникають через те, що воно асоціюється з невдачею, а 666 сумно відоме як «число звіра», яке, як вважається, приносить нещастя. І навпаки, певні числа, наприклад, ідеальні, вважаються сприятливими.

Археологічні знахідки в Китаї та Індії виявили стародавні амулети квадратної форми, датовані XIX століттям до н.е. Амулети були розділені на дев'ять менших частин, кожна з яких містила цифру від 1 до 9. Прикметно, що сума цифр у кожному рядку, стовпчику та діагоналі квадратів завжди дорівнювала 15.

Зараз я запрошую вас у подорож у світ магічних чисел, зокрема в концепцію магічних квадратів. Якщо ця мандрівка розпалить вашу цікавість, у вас буде нескінченна кількість можливостей повернутися до цієї захопливої теми.

Визначення:

Із короткого історичного опису перших знахідок магічних квадратів ми можемо зробити висновок, що магічний квадрат – це квадратна матриця чисел, де сума чисел в кожному рядку, стовпчику та діагоналі однакова.

Іншими словами, додавання всіх чисел в кожному рядку, стовпчику та діагоналі дає однакову суму, яка називається магічною константою. Наведемо

приклад магічного квадрата 3 на 3, також званого магічним квадратом порядку 3, з магічною константою 15:

2	7	6	→	15
9	5	1	→	15
4	3	8	→	15
↙	15	↓	15	↓
15	↓	15	↓	15

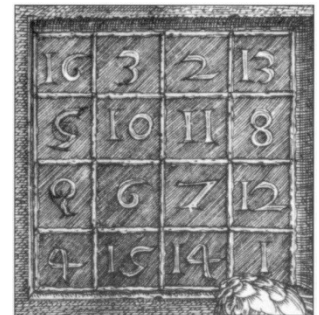
Історична довідка:

Альбрехт Дюрер, відомий німецький художник, включив у свою гравюру «Меланхолія I» магічний квадрат. Як ми вже визначили, магічний квадрат – це квадратна матриця чисел, де сума чисел в кожному рядку, стовпчику та діагоналі однакова. У випадку Дюрера ця сума дорівнює 34.

Крім традиційних магічних властивостей, квадрат Дюрера має додаткові особливості:

- ✚ сума чисел у будь-якому з чотирьох квадрантів дорівнює 34;
- ✚ сума чотирьох центральних чисел також дорівнює 34;
- ✚ будь-які дві симетрично розташовані числа щодо центру квадрата додаються до 17.

Властивості гравюри роблять квадрат Дюрера [19] особливим і викликають інтерес математиків та любителів головоломок. Наприклад, деякі дослідники припускають, що магічний квадрат містить приховані посилання на ініціали Дюрера (A.D.) та рік створення (1514), що додає гравюрі елемент таємничості та художнього символізму.



Де зустрічаються магічні квадрати:

Прикладом того, як магічні квадрати не втратили своєї містичної чи божественної сутності, є факт, що Антоніо Гауді включив у фасад Сагради Фамілії магічний квадрат порядку 4 з магічною константою 33. У цьому випадку він є псевдомагічним, оскільки замість перших 16 чисел, два з них відсутні (12 і 16), а два повторюються у послідовних клітинках.



Фото [20]



Фото [21]

Магічні квадрати також зустрічаються у книзі Генрі Корнеліус Агріппа. В ній автор розповідав про спеціальні квадрати з числами, які називалися магічними квадратами.

Агріппа вірив, що магічні квадрати мали особливі сили. Він навіть дав їм імена та символи з тасмної мови, яка називалася Кабала. Кожен магічний квадрат був пов'язаний з планетою, металом і деякими особливими числами. Один із магічних квадратів у книзі Агріппи був квадрат 9 на 9. Але магічний квадрат містить помилку: два з наведених в ньому чисел були неправильним.

Tabula Luce in abaco.

17	78	19	70	21	62	13	45	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	32	52	64	24	56
57	17	49	9	41	73	53	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	43	45

Tabula Luce in notis Hebraicis.

17	עז	כש	ע	כב	יב	סה	ה
6	ה	עש	ל	עב	כב	סג	ט
16	ז	ש	ס	ל	עב	כב	נה
11	ס	ה	ס	מב	לב	סד	נד
12	יז	כס	יז	מב	עב	ג	סה
26	ט	ה	יז	ג	מב	עב	ס
36	ס	כ	י	כ	ב	כב	ה
47	ה	יז	ס	יב	ג	סד	ע
57	ע	כש	כ	ס	יב	ג	סה

Найсучаснішим

прикладом того, де можна зустріти магічний квадрат є Харківська майстерня прикрас «Орінго» [22]. Надихнувшись історією магічного квадрата, вони створили підвісу в вигляді магічного квадрата.



III. Вправа для закріплення знань (15 хв).

Сьогодні ми дізналися багато нового про «магічні квадрати». Для закріплення знань я пропоную вам розв'язати декілька задач, які стосуються заповнення магічних квадратів.

1. Для заповнення першого квадрату необхідно знайти відсутнє число у сумі трьох доданків, яка дорівнює 60.

25	●	5
●	20	●
35	●	●

2. Для заповнення другого квадрату необхідно знайти відсутнє число у сумі трьох доданків, яка дорівнює 126.

●	●	34
10	●	74
●	●	18

3. Для заповнення третього квадрату необхідно знайти відсутнє число у сумі трьох доданків, яка дорівнює 180.

●	●	●
80	60	40
●	●	90

IV. Рефлексія (3 хв).

Сьогодні на занятті ми займалися ...

Важливість цієї теми по шкалі від 1 до 5 ...

Мені стало складно/просто під час ...

V. Домашнє завдання (1 хв).

Створити магічний квадрат 4 на 4 з довільними числами.

Заняття 6

Тема: Цифри та системи числення

Вчитель-розробник: Фабер Лілія Леонідівна

Час: 30 хв

Мета:

навчальна: навчити учнів розрізняти різні системи числення та правильно використовувати римські на арабські цифри; вивчити основні

принципи позиційних і непозиційних систем числення; закріпити навички перетворення чисел між ними;

виховна: виховувати інтерес до математики, розуміння важливості свідомого і міцного володіння системою математичних знань, навичок і умінь.

Очікувані результати: засвоєння навчального матеріалу.

Обладнання та наочність: комп'ютер, планшет, презентація.

Освітні платформи: Google Classroom.

Хід заняття

I. Організаційний момент (1 хв).

Привітання, перевірка готовності до заняття.

II. Викладання нового матеріалу (10 хв).

Учитель: Цифра – це знак, що позначає кількість одиниць. Саме поняття «цифра» виникло ще в давніх цивілізаціях Єгипту та Вавилону, хоча спершу з'явилися літери, а лише згодом – цифри, як окремі знаки. Сучасні десяткові (арабські) цифри мають незрозуміле походження, але вважається, що вони потрапили до Європи завдяки арабам у XIII столітті, які самі перейняли їх з Індії. Відомо, що перський математик Аль-Хорезмі вже в 825 році використовував ці цифри у своїй праці «Про лічбу з цифрами хінді». До речі, термін «алгоритм» походить саме від його імені.

У Європі вперше згадка про арабські цифри з'являється у Вігіліанському кодексі 976 року, проте їх широке застосування почалося з праці італійського математика Леонардо Пізанського (Фібоначчі) під назвою «Liber abaci», опублікованої у 1202 році. До кінця XV століття ця система цифр набула поширення по всій Європі [3, 18].



Існує гіпотеза, що написання сучасних цифр пов'язане з кількістю кутів, які відповідають числовому значенню кожної цифри. Цифри, якими ми користуємося сьогодні, значно змінилися порівняно з тими, що використовувалися індійськими математиками, оскільки їх форма еволюціонувала з часом.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
XII ст.	1	୨୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯	୦
Біля 1294 р.	1	2	3	୪	୫	6	୮	8	9	0
Біля 1360 р.	1	୨	୩	୪	୫	6	୮	8	୯	0
Біля 1442 р.	1	2	3	୪	୫	6	୮	8	୯	0
Біля 1480 р.	1	2	3	୪	୫	6	୮	8	୯	0

У деяких неєвропейських країнах досі використовують цифри, що відрізняються від арабських.

Європа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Арабські країни та Єгипет	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	
Перські країни (Іран)	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	
Китай та Японія	零	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
Індія (письмо Деванагарі) (хінді)	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९	
Таїланд	๐	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙	
Непал	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९	
Тібет	༠	༡	༢	༣	༤	༥	༦	༧	༨	༩	
Лаос	໐	໑	໒	໓	໔	໕	໖	໗	໘	໙	
Цифри тамільської мови		௦	௧	௨	௩	௪	௫	௬	௭	௮	௯

Системи числення:


Система числення – це набір правил для запису та найменування чисел. Найпоширенішою є десяткова система, де використовуються десять цифр (від 0 до 9).

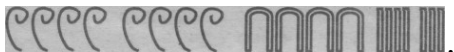
Основа системи числення – це кількість символів, які можна використовувати для запису будь-якого числа. У десятковій системі запис числа залежить від позиції кожної цифри: праворуч – одиниці, далі – десятки тощо. Отже, одна й та сама цифра може мати різну «вагу» залежно від свого положення. Наприклад, у числі 32 цифра 2 означає 2 одиниці, а у числі 23 – два десятки.


Розрізняють два основні типи систем числення – позиційні та непозиційні. Непозиційною є, наприклад, римська система, де певні числа мають свої окремі символи, а решта записується за допомогою їх комбінацій.

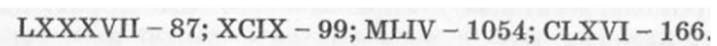
Протягом історії використовувалися різні системи числення. Наприклад, дванадцяткова система була поширена через підрахунок на фалангах пальців. Її сліди збереглися у таких поняттях, як «дюжина» (12 одиниць) та «фут» (12 дюймів). Вавилоняни використовували шістдесяткову систему, яка збереглася у вимірах часу (1 година = 60 хвилин) та кутів (1 градус = 60 хвилин).

Інші народи також мали свої системи числення: африканські племена використовували п'ятіркову систему, а ацтеки та майя – двадцяткову.

Пропоную вам далі розглянути детальніше приклади систем числення, які збереглися до сьогодні у історії. Почнемо з Єгипетської нумерації. Числа записували справа наліво групами, де в кожній могло бути не більше чотирьох однакових знаків. Наприклад, число 3247 виглядало так: 

Кожен знак мав однакове значення незалежно від його позиції. У десятковій непозиційній системі для запису числа потрібно до дев'яти розрядних знаків, тому число 847 виглядало так: 

Слов'янське алфавітне позначення виникло в X ст. і застосовувалося без істотних змін до XVII ст. включно. Над літерами, що позначали числа, ставили титло, а для багатоцифрових чисел знаки писали підряд: тисячі, сотні, десятки, одиниці. Тисячу позначали окремим символом — перекресленою рисою перед буквою. Наприклад, число 2873 записували так: 

Зі стародавніх нумерацій збереглася лише римська, яку використовують для позначення століть або чисел на циферблатах. Вона є десятковою, але має елементи п'ятіркової системи та не має символа для нуля. Числа записують, комбінуючи символи із додаванням та відніманням. Наприклад, 1985 записується як MCMLXXXV. Декілька прикладів запису чисел римською нумерацією: 

Ви, мабуть, звернули увагу на те, що числа в римській системі складаються із символів за зменшенням, але є винятки, як IV (4), IX (9), XL (40) та інші, де менше число передує більшому і віднімається.

III. Вправа для закріплення знань (15 хв).

Для закріплення отриманих знань пропоную вам розглянути алфавіт римської системи числення та розв'язати декілька прикладів:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000
VI	XI	LX	CX	DC	MC	VI
6	11	60	110	600	1100	6
IV	IX	XL	XC	CD	CM	IV
4	9	40	90	400	900	4

Завдання: перетворіть римські числа у десяткові. Перша група – події з історії України: CMLXXXVIII, MDCLI, MDCCCXIV, MDCCCLXXVIII, MCMXLV, MCMXCI.

Додаткові римські числа: MDCXLII, MDCLXXIII, MDCCCXXXIV, MCMXLVI, MCMLI, MCMXCV.

Спробуємо розв'язати зворотне завдання: перетворіть числа з десяткової системи у римську – 348, 1275, 1999, 2023, 58, 945.

IV. Рефлексія (3 хв).

Сьогодні ми дізналися, що існують різні системи числення, і найбільшу увагу приділили непозиційним системам, таким як римська. Ми навчилися перетворювати римські числа в десяткові, а також розібралися з правилами їх запису та значенням окремих символів.

Пропоную вам зараз написати в чат повідомлення в якому в поставите смайлик (емої), який би відповідав розумінню сьогоднішнього матеріалу, і коротко пояснити свій вибір.

V. Домашнє завдання (1 хв)

За допомогою римської системи числення записати свій день, місяць та рік народження.

Заняття 8

Тема: Пропорції на кухні: готуємо український борщ разом

Вчитель-розробник: Фабер Лілія Леонідівна

Час: 30 хв

Мета:

навчальна: ознайомити з поняттям пропорції та його практичним застосуванням на прикладі приготування українського борщу; навчити розв'язувати практичні задачі через застосування пропозицій у повсякденних ситуаціях, таких як приготування страв;

виховна: виховувати інтерес до математики, формувати як предметні, так і ключові компетентності, серед яких – громадянська свідомість, критичне мислення, вміння аргументовано відстоювати власну думку.

Очікувані результати: засвоєння навчального матеріалу.

Обладнання та наочність: комп'ютер, планшет, презентація.

Освітні платформи: Google Classroom.

Хід заняття

I. Організаційний момент (1 хв).

Привітання, перевірка готовності до заняття.

II. Викладання нового матеріалу (10 хв).

Учитель: Пропорція – це вираз, який визначає рівність двох відношень. Вона відображає взаємозв'язок між частинами цілого та їх співвідношення одне до одного. Наприклад, пропорцію можна записати таким чином:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d},$$

a, b, c, d – довільні числа ($b \neq 0, d \neq 0$).

Записане рівняння показує рівність між собою співвідношень. Наприклад, якщо $a = 2, b = 3, c = 4, d = 6$, таке співвідношення матиме наступний вигляд:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}.$$

Сформулюємо основну властивість пропорції: добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку середніх її членів. Отже, якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $a \cdot d = b \cdot c$.

III. Вправа для закріплення знань (15 хв).

Учитель: Давайте спробуємо розв'язати такий приклад. Припустимо, що нам необхідно визначити відношення a до b , якщо $\frac{16}{b} = \frac{9}{a}$. Нам відомо, що можна переставити середні або крайні члени пропорції місцями, отримавши при цьому нову пропорцію, а саме: $\frac{16}{b} = \frac{9}{a}$, то $\frac{a}{b} = \frac{9}{16}$.


Запам'ятаємо: для визначення невідомого крайнього члена пропорції необхідно добуток середніх членів пропорції поділити на відомий крайній член пропорції.


Далі, для продовження знайомства з пропорцією виконаємо завдання, що поєднує пропорцію з кулінарією. Яка страва є символом української кухні? Звісно, це борщ.

Уявімо, що для приготування борщу знадобляться овочі в такій пропорції: картопля, буряк, капуста, морква, цибуля – 4:3:3:1:1. Допоможіть кухарю підготувати інгредієнти для 12 літрів води за умовою, що на 2 літри використовується 240 г капусти. Розрахуйте кількість кожного овочу в кілограмах, округливши результат до десятих.

Варіант розв'язку: Визначаємо кількість капусти, що припадає на одну частину $240/3 = 80$ (г).


Отже, для каstrулі на 2 літри потрібно:

 картоплі: $4 \cdot 80 = 320$ (г),


 капусти і буряка: по 240 (г),

 цибулі та моркви: по 80 (г).

Для 12-літрової каstrулі визначаємо пропорцію $12/2 = 6$, тоді:

 картоплі: $320 \cdot 6 = 1920$ (г) = 1,92 (кг),

 буряка та капусти: $240 \cdot 6 = 1440$ (г) = 1,44 (кг),

 цибулі та моркви: $80 \cdot 6 = 480$ (г) = 0,48 (кг).

Чудова робота! Хочу поділитися цікавою інформацією, що у 2022 році український борщ був визнаний культурною спадщиною, яка потребує негайного захисту, і включений до списку ЮНЕСКО.

Питання та тести для обговорення:

Протягом заняття ви ознайомились з поняттям пропорції та її основною властивістю. А зараз перевіримо, наскільки добре ви засвоїли нові знання (усна перевірка).

1. Що називають відношенням двох чисел? *(Це частка двох чисел або звичайний дріб, який відображає їх співвідношення).*

2. У чому полягає основна властивість пропорції? *(Відношення залишається незмінним, якщо обидва числа помножити або поділити на одне й те саме ненульове число).*

3. Що показує пропорція? *(Вона показує, наскільки одне число більше за інше або яку частину одного числа становить інше).*

4. Яким чином обчислити відношення двох величин, виражених в однакових одиницях? *(Необхідно знайти відношення їх числових значень, результатом буде число без найменування, наприклад: 5 км до 15 км дорівнює $5:15 = 1/3$).*

IV. Рефлексія (3 хв).

Пропоную трохи перепочити, але спершу обговорімо наші враження та отримані знання від заняття. Я буду надавати вам початок речень, які ви маєте завершити: «Я зрозумів, мене зацікавило, я вважаю, що ці знання стануть у нагоді, ми дізналися...».

Перше питання: Чи є тема «Пропорції» важливою у повсякденному житті?

Друге питання: Для яких професій знання про пропорційні залежності є необхідними? Чи дотримуються пропорцій ваші мами під час приготування їжі? (Можливі відповіді: кухарі, робітники на будівництві, швачки, медичні працівники, фактично люди всіх професій).

Сподіваюсь ви дізналися багато нового з теми «Пропорції» та зможете застосувати отримані знання у повсякденному житті!

V. Домашнє завдання (1 хв)

Скласти п'ять пропорцій, використовуючи такі числа, літери:

$$1,2; m; 2; 4; 5 \frac{2}{5}$$

та визначити m з пропорцій.

2.2. Математичний онлайн-конкурс «Smart-пі»

Математичний конкурс – один із видів позанавчальної роботи в закладах середньої освіти в форматі ігри або змагання, що проводиться за участю кількох учнів або класів.

Представимо сценарій проведення математичного онлайн-конкурсу «Smart-пі» (рис.10).

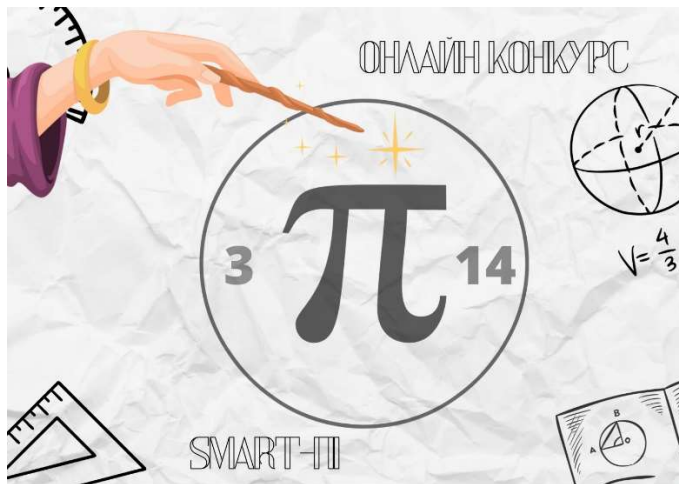


Рис. 10. Постер математичного онлайн-конкурсу «Smart-пі»

Мета заходу: поглибити знання здобувачів про математичне число Пі, розвивати логічне мислення, математичну інтуїцію та навички вирішення задач; створити умови для формування зацікавленості до математики та стимулювати активну участь у освітньому процесі через змагальну форму навчання.

Навчальні цілі онлайн-конкурсу:

1. ознайомити здобувачів із властивостями числа Пі та його застосуванням у різних галузях науки;

2. сформувати навички практичного використання числа π під час розв'язання задач на обчислення площі круга та довжини кола;

3. розвивати вміння аналізувати математичні задачі та використовувати творчі підходи для їх вирішення.

Виховні цілі:

1. сформувати відповідальність за результат своєї роботи та вміння працювати в команді;

2. виховувати інтерес до математичних досліджень та використання математичних знань у реальному житті;

3. сприяти розвитку взаємоповаги та підтримки у процесі співпраці під час виконання конкурсних завдань.

I. Організаційна частина

Сьогодні ми проведемо не просто урок, а математичний конкурс, присвячений числу π . Математичний конкурс – це змагання, де ви зможете продемонструвати свої знання, кмітливість і вміння розв'язувати задачі, пов'язані з цією унікальною математичною константою.

II. Теоретична частина

Сьогодні ми детально розглянемо одне з найважливіших математичних чисел – число π . Ця константа відіграє величезну роль не тільки в математиці, але й у багатьох інших науках. Починаємо з основ. Хто з вас може сказати, що таке число π ?

Відповідь учня (правильна) – це відношення довжини кола до його діаметра.

Число π дійсно дорівнює відношенню довжини кола до його діаметра. Його значення – ірраціональне, що означає, що його десятковий розклад не закінчується і не має періодичної структури. Тому ми зазвичай використовуємо лише наближене значення. π приблизно дорівнює 3.14159.

Число π має цікаву історію. Перші згадки про нього з'явилися ще в давні часи. Давні єгиптяни та вавилоняни вже мали наближені значення для

відношення довжини кола до його діаметра, однак, вони ще не розглядали число як конкретну константу.

Архімед зробив величезний внесок у розвиток розуміння числа π . Саме його методи стали одним із перших серйозних кроків у наближених обчисленнях цього числа. Леонард Ейлер у XVIII столітті ввів символ π для позначення константи, що виникає у виразах для довжини кола та площі круга. І з того часу цей символ широко використовується у всьому світі.

Чи знаєте ви, що з розвитком комп'ютерних технологій в XX столітті стало можливим обчислювати значення числа π з дуже великою точністю? Розвиток науки дозволив використовувати його в складних наукових дослідженнях, інженерних обчисленнях, і навіть космічних місіях.

Отже, число π має багатовікову історію й безліч застосувань у різних науках, від фізики до інженерії. І все почалося зі спроб стародавніх математиків зрозуміти коло.

На цьому завершуємо нашу теоретичну частину. Тепер ми спробуємо застосувати знання про π на практиці!

III. Конкурсне завдання «Яку піцу вигідніше купувати?»

Перший етап нашого конкурсу називається «Яку піцу вигідніше купувати?». У завданні вам потрібно буде використати свої математичні знання, щоб знайти відповідь, хто ж виграє в боротьбі між двома меншими піцями та однією великою. Оцінюватимемо не лише правильність розв'язку, а й швидкість виконання. Переможе той, хто перший надасть правильний розв'язок.

Отже, у вас є дві піци. Перша піца – діаметром 30 см і коштує 100 грн, а друга – діаметром 20 см і коштує 50 грн. Із першого погляду здається, що вигідніше купити дві менші піци, адже їх загальна площа повинна бути більшою. Але чи це дійсно так? Ваше завдання – визначити, яку піцу вигідніше купити, використовуючи формулу площі круга: $S = \pi \cdot R^2$.

Необхідно наголосити на тому, що усі учні виконують завдання індивідуально.

Починайте обчислення. Використовуйте свої знання про площу круга та число π , щоб знайти правильну відповідь. Переможе той, хто надасть рішення першим і пояснить, чому його варіант найкращий.

Учасники обчислюють площі двох піц (однієї великої і двох менших) та визначають, яка з них вигідніша. Під час конкурсу необхідно спостерігати за процесом і підтримувати дух змагання подібними фразами: «Хто з вас перший знайде відповідь? Пам'ятайте, швидкість важлива, але правильність обчислень – ключ до перемоги».

Конкурс завершується реплікою: «Час вийшов! Хто з вас має правильну відповідь? Покажіть свої обчислення.». Перші три учасники, які правильно обчислили площу піц і пояснили, що вигідніше купувати одну велику піцу діаметром 30 см, оголошуються переможцями конкурсу.

Отже, велика піца має площу приблизно 706.86 см^2 , а дві менші разом – 628.32 см^2 . Тож, правильна відповідь: вигідніше купувати одну велику піцу!

Вітаємо наших переможців цього етапу! Ви показали, як важливо використовувати математику в повсякденному житті. Нумо перейдемо до наступного завдання.

IV. Вікторина «Застосування числа Π в різних галузях»

Наступний етап нашого конкурсу – застосування числа Π в різних галузях. Ви побачите, як число Π використовується не тільки в математиці, а й у багатьох інших сферах. Ваше завдання – вгадати, в яких галузях науки, техніки чи повсякденного життя використовується число Π , і пояснити, як саме. Кожна правильна відповідь дозволяє додати в скарбничку команди один бал!

Необхідно поділити учасників на команди (відповідно до списку учнів). У кожній команді 3-4 учасники.

Отже, у нас є команди. Готові до змагань? Ви повинні якомога швидше називати галузі, де використовується число Π , і пояснювати, як саме воно застосовується!

Я буду називати сферу або загадковий опис ситуації, а ваше завдання – вказати, яким чином використовується число π . Відповідає та команда, яка першою підніме руку (на камері). Якщо відповідь правильна — отримуєте бал!

Запитання:

1. Ця галузь використовує π для обчислення периметра й площі круглих об'єктів. Яка це галузь?

Відповідь: геометрія. У геометрії π використовується для обчислення площі круга та довжини кола.

2. У цій науці π допомагає обчислювати довжину хвилі та інші характеристики хвильових явищ. Що це за наука?

Відповідь: фізика. У фізиці π використовується в формулах для характеристик хвиль, таких як звукові хвилі або електромагнітні коливання.

3. Ця індустрія застосовує число π для проектування круглих баків або трубопроводів. Про яку індустрію йдеться?

Відповідь: інженерія. У будівництві та інженерії π використовується при проектуванні трубопроводів або резервуарів, що мають круглі форми.

4. Ця галузь включає алгоритми обчислень, які використовують π для створення графіки та симуляцій. Що це за галузь?

Відповідь: комп'ютерні науки. π застосовується в програмуванні для графічних обчислень, симуляцій фізичних процесів та обробки сигналів.

5. При випічці круглих пирогів або піц використовується π . Яка це сфера?

Відповідь: кулінарія. π застосовується в розрахунках площі круга для випічки круглих виробів таких, як піца та пироги.

Молодці. Тепер підрахуємо бали та оголосимо переможців!

Команда, яка набрала найбільше балів, оголошується переможцем конкурсу.

Вітаю команду-переможця! Ви показали чудові знання про застосування числа π у різних сферах.

V. Завершення онлайн-конкурсу.

Підведення підсумків, оголошення переможців і нагородження переможців (символічні подарунки, білети в кіно).

Завдання для проведення математичного конкурсу розміщено на платформі LearningApps: <https://learningapps.org/watch?v=pxod5m87224>

Під час підготовки сценарію математичного конкурсу використовувалися джерела [16, 24].

2.3. Наукова конференція «Математика: шлях від Піфагора до штучного інтелекту»

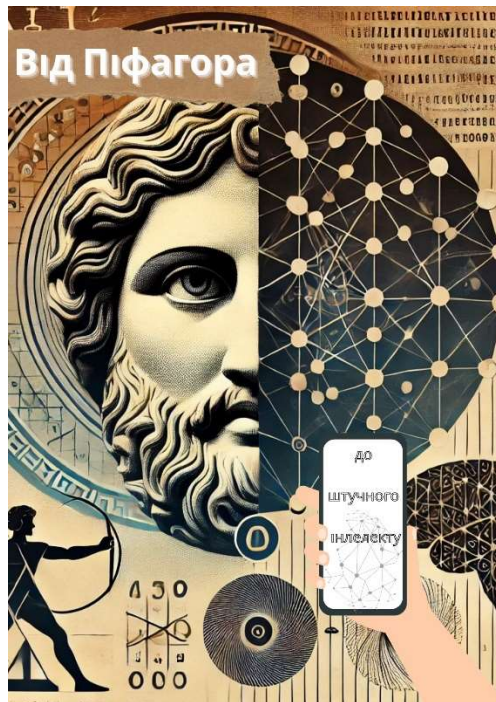


Рис. 11. Постер наукової конференції «Математика: шлях від Піфагора до штучного інтелекту»

Наукова конференція «Математика: шлях від Піфагора до штучного інтелекту» – це інтерактивний освітній захід, що надає здобувачам можливість досліджувати різні аспекти математики, зокрема її історію, вплив на суспільство, сучасні відкриття та зв'язок із новітніми технологіями, такими як, штучний інтелект.

Конференція спрямована на розвиток критичного мислення, дослідницьких навичок та творчого підходу до вирішення математичних задач [12]. Постер конференції представлено на рис. 11.

Тематика дискусійних панелей та доповідей

Панель 1: Математика в повсякденному житті (5-6 класи)

Молодші учасники конференції зосередяться на простих, але захоплюючих аспектах математики, що зустрічаються в повсякденному житті. Тематика панелі підкреслить, яким чином математика допомагає розуміти навколишній світ і вирішувати практичні завдання.

Теми доповідей:

1. Геометрія навколо нас: Як знайти математику у природі?

Вивчення симетрії в природі: листя, квіти, сніжинки.

Просторові фігури в архітектурі та навколишніх об'єктах.

2. Числа в нашому повсякденному житті: від годинника до календаря

Як математика допомагає нам орієнтуватися в часі та датах.

Математичні ігри та головоломки, що покращують наші навички.

3. Загадки та головоломки: як математика допомагає вирішувати проблеми?

Логічні задачі та їх розв'язання за допомогою математики.

Числові ряди та їх застосування у головоломках.

4. Математика на кухні: як числа допомагають у приготуванні їжі?

Вимірювання та співвідношення інгредієнтів.

Математичні задачі при приготуванні страв: пропорції та об'єми.

Панель 2: Математика та наука (7-9 класи)

Учні середніх класів зосередяться на взаємозв'язку математики з природничими та технічними науками. Тематика цієї панелі підкреслює, яким чином математика відіграє ключову роль у розв'язанні наукових задач та дослідженні світу.

Теми доповідей:

1. Числові ряди та їх застосування в музиці та природі

Фібоначчі та золоте співвідношення: математика в мистецтві та природі.

Гармонія в музиці та математичні закономірності.

Як математика допомагає в астрономії: від вимірювання планет до передбачення затемнень

2. Роль математики у розрахунках орбіт та космічних подій.

Історичні досягнення математиків у вивченні космосу.

Площа й об'єм: як ці математичні поняття змінюють будівництво та архітектуру

3. Як архітектори використовують математичні розрахунки у створенні будівель.

Практичне застосування геометрії у сучасній архітектурі.

Панель 3: Математика та технології майбутнього (10-11 класи)

Здобувачі старшої школи візьмуть участь у дискусії про більш складні математичні концепції та їх використання у сучасних технологіях, таких як, штучний інтелект, криптографія та математичне моделювання. Ця панель підкреслює важливість математики для інновацій і розвитку технологій майбутнього.

Теми доповідей:

1. Штучний інтелект: математичні основи та алгоритми

Роль математики у створенні та навчанні штучного інтелекту.

Машинне навчання та алгоритми: як математика дозволяє комп'ютерам «вчитися».

2. Криптографія: як математика захищає наші дані в цифровому світі

Математичні основи шифрування та безпеки інформації.

Як криптографічні алгоритми захищають фінансові операції.

3. Математичне моделювання: від прогнозування погоди до економічних моделей

Як математика допомагає створювати прогнози в економіці, метеорології та інших сферах.

Моделі складних систем: від біологічних процесів до глобальних економічних криз.

Сценарій наукової конференції

«Математика: шлях від Піфагора до штучного інтелекту»

Цілі конференції: поглибити знання здобувачів про математику та її застосування в сучасних технологіях; сприяти розвитку дослідницьких навичок учнів через обговорення наукових тем; заохотити учнів до критичного мислення та самостійного вивчення математичних дисциплін; створити платформу для обміну ідеями та новими знаннями серед здобувачів різних вікових категорій.

Завдання конференції: організувати доповіді ліцеїстів із актуальних математичних тем; провести дискусійні панелі, де здобувачі зможуть обговорити практичні застосування математики; надати учням можливість виступити з власними дослідженнями та проєктами; розвивати навички публічних виступів та ведення наукової дискусії.

Вимоги до учнів:

Підготувати презентацію за допомогою таких інструментів, як PowerPoint або Google Slides.

Створити інфографіку для візуалізації основних ідей та даних доповіді. Для цього можна використовувати програму Canva або інші інструменти для графічного дизайну.

Час виступу: до 7 хвилин.

Ведучий: Доброго дня, шановні учасники та гості нашої конференції! Ми раді вітати Вас на науковій конференції «Математика: шлях від Піфагора до штучного інтелекту», де наші талановиті ліцеїсти представлять свої дослідження та візьмуть участь у обговоренні важливі питання сучасної математики і її ролі в технологіях майбутнього.

Ця конференція має на меті не лише поділитися знаннями, але й показати, яким чином математика стала ключем до розуміння багатьох сучасних наукових досягнень. Ми починаємо роботу з нашої першої панелі, де наймолодші учасники, учні 5-6 класів, покажуть, як математика допомагає у повсякденному житті.

Панель 1: Математика в повсякденному житті (5-6 класи)

Ведучий: Зараз до слова запрошується перший доповідач із темою «Геометрія навколо нас: як знайти математику у природі?» (учень виступає).

Ведучий: Дякуємо за цікаву доповідь! Тепер переходимо до наступної теми – «Числа у нашому повсякденному житті: від годинника до календаря». (учень виступає).

(Після кожної доповіді ведучий підсумовує виступи, підкреслює основні моменти та запрошує наступного учня.)

Ведучий: А зараз ми починаємо роботу другої панелі, яка буде цікавою для учнів 7-9 класів. Вона стосуватиметься математичних підходів, які використовуються у науці. Це вже більш складні теми, але не менш захопливі.

Панель 2: Математика та наука (7-9 класи)

Ведучий: До вашої уваги перша доповідь цієї панелі: «Числові ряди та їх застосування в музиці та природі». (учень виступає).

Ведучий: Наступна доповідь розкриє питання, яким чином математика допомагає в астрономії. Зустрічайте нашого доповідача з темою «Як математика допомагає в астрономії: від вимірювання планет до передбачення затемнень». (учень виступає).

Ведучий: Дякуємо всім учасникам цієї панелі! Тепер ми переходимо до фінальної частини нашої конференції – панелі для здобувачів 10-11 класів, яка присвячена найсучаснішим технологіям і їх зв'язку з математикою.

Панель 3: Математика та технології майбутнього (10-11 класи)

Ведучий: Найстарші учні готові представити свої дослідження з тематики математичних технологій. Перший доповідач розповість про «Штучний інтелект: математичні основи та алгоритми». (учень виступає).

(Кожен виступ супроводжується короткими коментарями ведучого, який підсумовує сказане і підтримує увагу аудиторії.)

Заключне слово.

Ведучий: Ми дякуємо всім учасникам за їхні цікаві та інформативні доповіді. Конференція показала, що математика – це не просто набір формул, а універсальна мова науки, яка допомагає розуміти й змінювати світ.

На цьому ми завершуємо нашу конференцію «Математика: шлях від Піфагора до штучного інтелекту». Бажаємо вам нових наукових звершень і натхнення для подальших досліджень!

Презентація наукової конференції ліцеїстів виконана з застосуванням онлайн-інструменту для графічного дизайну Canva:

https://www.canva.com/design/DAGUGpSLFNQ/_8VZlCTQbaTWxY4Xncxq5w/edit?utm_content=DAGUGpSLFNQ&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

1. Розроблено рекомендації щодо організації роботи математичного гуртка: сформульовано навчальна та виховна мета; принципи, за якими здійснюється організація математичного гуртка, та його функції; представлено чек-лист керівника математичного гуртка та здійснено методичні розробки занять із застосуванням цифрових освітніх сервісів.

2. Розроблено сценарій проведення математичного онлайн-конкурсу «Smart-пі», наведено його формат і критерії оцінювання робіт здобувачів.

3. Розроблено сценарій проведення наукової конференції ліцеїстів «Математика: шлях від Піфагора до штучного інтелекту», запропоновано тематика дискусійних панелей та доповідей учнів. Презентація конференції виконана з застосуванням інструменту графічного дизайну Canva.

ВИСНОВКИ

Проведений аналіз сучасних тенденцій, змісту, форм та методів до організації позанавчальної роботи з математики дозволяє зробити наступні висновки:

1. Показано, що позанавчальна робота є важливим аспектом освітнього процесу, який сприяє розвитку здобувачів, формуванню їх інтересів та навичок. За допомогою різних форм та методів освіти, дана діяльність значно підвищує та поглиблює знання учнів, сприяє формуванню творчих здібностей та допомагає у виборі майбутньої професії та освітнього вектору. Все це має виконуватися за умови, що вчителі демонструють ініціативність, активно використовують освітні можливості, сприяючи академічному та особистісному зростанню здобувачів.

2. Математичний гурток, організований за допомогою цифрових технологій, має певні переваги на відміну від традиційного гуртка, а саме: інформаційна доступність і зручність, візуалізація навчального контенту завдяки застосування мультимедійних інструментів, підвищення рівня інформаційно-цифрової компетентності здобувачів і педагога.

3. Такі форми позанавчальної роботи, як математичні конкурси та вікторини, що організовано в інтерактивному форматі сприяють розвитку логічного мислення, кмітливості в нестандартних ситуаціях, пізнавальної активності, світогляду та інтелекту.

4. Проведення наукових конференцій здобувачів у закладах середньої освіти сприяють виявленню та підтримці обдарованих учнів, які мають схильність до проєктної й дослідницької роботи. Впровадження такої форми позанавчальної роботи дозволяє залучати до її організації стейкхолдерів і науко-педагогічних працівників закладів вищої освіти, що дозволяє здобувачам правильно обрати майбутню професію та побудувати власну освітню траєкторію.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аршава О.О. Інформаційно-цифрова компетентність педагога як фактор побудови сучасного освітнього середовища. *Вища освіта за новими стандартами: виклики у контексті діджиталізації та інтеграції в міжнародний освітній простір* : матеріали III Міжнародної науково-методичної конф., (м. Харків, 04 квіт. 2024 р.). Харків : Факт, 2024. С. 9-11. URL: https://www.researchgate.net/publication/379956349_Informacijno-cifrova_kompetentnist_pedagoga_ak_faktor_pobudovi_sucasnogo_osvitnogo_sere_dovisa (дата звернення: 12.07.2024).
2. Аршава О.О., Михайловська О.В., Пронька А.С. Теорія множин: сучасний погляд айтівця на класичну математику // *Advanced technologies for the implementation of new ideas. Proceedings of the X International Scientific and Practical Conference. Brussels, Belgium. 2024. Pp. 257-263.* [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://isg-konf.com/wp-content/uploads/2024/01/ADVANCED-TECHNOLOGIES-FOR-THE-IMPLEMENTATION-OF-NEW-IDEAS.pdf#page=258> (дата звернення: 25.08.2024).
3. Білак Ю. Ю., Данько-Товтин Л. Я. Системи числення: методичні рекомендації з базової теми дисципліни «Інформатика». Ужгород: ДВНЗ «УжНУ», 2015. 24 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/6136> (дата звернення: 12.09.2024).
4. Бондарук В. І. Розвиток математичних здібностей учнів засобами позакласної роботи / В. І. Бондарук // *Педагогічний пошук*. 2014. № 3. С. 75–77. Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/pedp_2014_3_20 (дата звернення: 30.10.2024).
5. Видатні особистості. Леонард Ейлер. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://novopetrivske-osoba.edukit.mk.ua/vidatni_matematiki/leonard_ejler/ (дата звернення: 25.08.2024).
6. Годованюк Т. Позакласна робота з математики / Т. Годованюк // *Математика в школі*. 2011. № 5. С. 24-29. Режим доступу:

<https://journals.bdpu.in.ua/index.php/ped/article/view/231/207> (дата звернення: 30.10.2024).

7. Діофантові рівняння. Розв'язування рівнянь в цілих числах. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://naurok.com.ua/diofantovi-rivnyannya-rozv-yazuvannya-rivnyan-v-cilih-chislah-341430.html> (дата звернення: 01.08.2024).

8. Епітафія Діофанта. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://formula.co.ua/blog/epitafiya-diofanta/> (дата звернення: 01.08.2024).

9. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч. 1. Допрофільна підготовка: Факультативи та курси за вибором / Упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єргіна. Х.: Вид-во «Ранок», 2011. 320 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://www.slideshare.net/slideshow/ss-54464962/54464962>

10. Нова українська школа : ключові компетентності : веб сайт. URL: <https://uied.org.ua/2020/03/323/> (дата звернення: 03.07.2024).

11. Нова українська школа : концептуальні засади реформування середньої школи : веб сайт. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf> (дата звернення: 03.07.2024).

12. Островерхова Н. Аналіз уроку: концепції, методики, технології. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://osvita.ua/school/method/technol/721/> (дата звернення: 21.10.2024).

13. Панішева О. В. Тиждень математики в школі. Х.: Вид. група «Основа», 2007. 144 с.

14. Тиждень математики в школі / Т.Л. Корнієнко, В.І. Фіготіна. Х.: Веста: Видавництво «Ранок», 2008. 176 с. (Бібліотека творчого вчителя).

15. Що таке компетентнісний підхід у навчанні – відповідає Державна служба якості освіти : веб сайт. URL: <https://nus.org.ua/questions/zo-take->

[kompetentnisnyj-pidhid-u-navchanni-vidpovidaye-derzhavna-sluzhba-yakosti-osvity/](#)

(дата звернення: 01.11.2024).

16. Що таке число Пі: історія та цікаві факти. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://mathema.me/blog/chislo-pi/> (дата звернення: 03.10.2024).

17. Curves & Surfaces. [Електронний ресурс]. Режим доступу: [Wolfram|Alpha Examples: Curves & Surfaces \(wolframalpha.com\)](#) (дата звернення: 01.09.2024).

18. Ifrah G. The universal history of numbers. New York: John Wiley & Sons, 2000. 656 p. [Електронний ресурс]. Режим доступу:

<https://archive.org/details/GeorgesIfrahTheUniversalHistoryOfNumbers>

(дата звернення: 12.09.2024).

19. [https://uk.m.wikipedia.org/wiki/Меланхолія_\(гравюра_Дюрера\)](https://uk.m.wikipedia.org/wiki/Меланхолія_(гравюра_Дюрера))

20. <https://www.archdaily.com/438992/ad-classics-la-sagrada-familia-antoni-gaudi>

21. <https://feelfreetours.wordpress.com/2016/01/14/did-you-know-sabias-que/>

22. <https://www.instagram.com/p/CuUItstrev1/?igsh=MTZqcWxlOHphY2Fz>

23. Фабер Л.Л. Позанавчальна робота з математики: проблеми, стан та досвід організації // *Актуальні проблеми освітньо-виховного процесу та шляхи їх вирішення в умовах сучасних викликів*: Збірник наукових праць за матеріалами Всеукраїнської конференції з проблем вищої освіти і науки (15 листопада 2024 р.). Харків, ХНАДУ, 2024. С. 207-214. [Електронний ресурс].

Режим доступу: https://fmab.khadi.kharkov.ua/fileadmin/FUB/Обліку_оподаткування_та_міжнародних_економічних_відносин/ЗБІРНИК_НАУКОВИХ_ПРАЦЬ_за_матеріалами_Всеукраїнської_конференції_з_проблем_вищої_освіти_і_науки_15.11.2024.pdf (дата звернення: 21.11.2024).

24. Цікаві факти про число Пі. [Електронний ресурс]. Режим доступу: https://znayshov.com/News/Details/tsikavi_fakty_pro_chyslo_pi (дата звернення: 03.10.2024).