

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна
Факультет радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем
Кафедра фізики НВЧ

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедру
_____ Сергій ПОГАРСЬКИЙ
підпис ініціали, прізвище
“ _____ ” _____ 20__ року

Кваліфікаційна робота магістра

на тему:

КОМІРКА ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ДІЕЛЕКТРИЧНИХ ПРОНИКНОСТЕЙ РЕЧОВИН У МІЛІМЕТРОВОМУ ДІАПАЗОНІ ХВИЛЬ

Виконав: студент II курсу магістратури, групи РР-64
спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали,
освітньо-професійна програма «Радіофізика і електроніка»

Владислав ВАСИЛЬЄВ

Керівник

професор, доктор ф.-м. наук

Юрій ПРОКОПЕНКО

2024 рік

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота: 56 сторінок, 14 рисунків, 56 джерел.

Об'єкт дослідження — власні коливання радіально-тришарового циліндричного діелектричного резонатора.

Мета роботи — ознайомлення з коміркою у вигляді радіально-тришарового діелектричного резонатора вимірювача діелектричної проникності матеріалів та освоєння його схеми; вивчення методики визначення діелектричної проникності речовин, як з великими, так і з малими втратами, що займають малі об'єми, в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

Розглянуто існуючі методи вимірювання діелектричних проникностей речовин. Проаналізовано можливість використання радіально-тришарового циліндричного діелектричного резонатора з провідними плоскими поверхнями як комірки вимірювача діелектричної проникності матеріалів. Вивчено структурну схему вимірювача діелектричної проникності матеріалів з використанням як вимірювальної комірки діелектричного резонатора з коливаннями "шепочучої галереї". Вивчено властивості радіально-тришарового циліндричного діелектричного резонатора з торцевими провідними стінками. Освоєно метод отримання дисперсійного рівняння власних коливань резонатора, що складається з анізотропних середовищ. Вивчено власні коливання резонатора. Наведено залежності власних частот і добротностей резонатора від товщини середнього шару, який заповнено різними речовинами, у восьмиміліметровому діапазоні довжин хвиль. Вивчено методику визначення діелектричної проникності матеріалів за допомогою тришарового циліндричного діелектричного резонатора з торцевими ідеально-провідними стінками.

Ключові слова: ТРИШАРОВИЙ ЦИЛІНДРИЧНИЙ ДІЕЛЕКТРИЧНИЙ РЕЗОНАТОР, ДІЕЛЕКТРИЧНА ПРОНИКНІСТЬ, КОЛИВАННЯ "ШЕПОЧУЧОЇ ГАЛЕРЕЇ".

CELL FOR DETERMINING THE PERMITTIVITIES OF SUBSTANCES IN THE MILLIMETER WAVE RANGE

Vasiliev Vladislav Volodimirovich

ABSTRACT

Qualification work: 56 pages, 14 figures, 56 sources.

The object of research is the eigenoscillations of a radially-three-layered cylindrical dielectric resonator.

The aim of the diploma work is to familiarize with the cell in the form of a radially-three-layered dielectric resonator for the material permittivity tester and to master its scheme; to study the method for determining the permittivity of substances both with large and small losses, and occupying small volumes, in the millimeter range of wavelengths.

The existing methods for measuring the permittivities of substances are considered. The possibility of using a radially-three-layered cylindrical dielectric resonator with conducting flat surfaces as the cell for the permittivity tester of materials is analyzed. The structural scheme of the material permittivity tester using a dielectric resonator with "whispering gallery" oscillations as the measuring cell has been studied. The properties of a radially three-layered cylindrical dielectric resonator with conductive end walls have been studied. The method for obtaining the dispersion equation for eigenoscillations of the resonator that consists of anisotropic mediums has been mastered. Eigenoscillations of the resonator have been studied. The dependences of the eigenfrequencies and quality factors of the resonator on the thickness of the middle layer filled with various substances are presented in the eight-millimeter wavelength range. The method for determining the permittivity of materials using a radially three-layered cylindrical dielectric resonator with end perfectly conducting walls has been studied.

Key words: THREE-LAYERED CYLINDRICAL DIELECTRIC RESONATOR,
PERMITTIVITY, WHISPERING GALLERY MODES

ЗМІСТ

	Стор
Вступ	5
1 Методи визначення діелектричних проникностей речовин	8
1.1 Метод Друде	8
1.2 Використання коаксіальних ліній.....	12
1.3 Метод повного заповнення перерізу хвилеводу	17
1.4 Хвилевідний метод варіації товщини зразка	20
1.5 Метод вимірювання діелектричної проникності речовини в міліметровому та субміліметровому діапазонах	21
1.6 Резонансний ВВЧ-діелектрометр для поглинаючих речовин	23
1.7 Резонансні методи	24
1.8 Використання резонаторів з коливаннями «шепочучої галереї»	26
2 Радіально тришаровий циліндричний діелектричний резонатор	28
2.1 Радіально тришаровий циліндричний діелектричний резонатор	28
2.2 Власні коливання радіально тришарового циліндричного діелектричного резонатора	29
2.2.1 Рівняння Максвелла в циліндричній системі координат	29
2.2.2 Компоненти поля власних коливань резонатора	30
2.2.3 Граничні умови	33
2.3 Перетворення отриманих рівнянь.....	38
3 Визначення діелектричних проникностей речовин.....	45
3.1 Алгоритм визначення діелектричних проникностей речовин з використанням тришарового циліндричного діелектричного резонатора	45
3.2 Вимірювання часових параметрів резонаторів	46
3.3 Чисельні методи розв'язку дисперсійного рівняння	48
3.4 Результати чисельних досліджень	49
Висновки.....	51
Перелік посилань	52

ВСТУП

Вивчення діелектричних властивостей речовини, тобто дослідження поведінки її комплексної діелектричної проникності в залежності від частоти, температури, тиску, напруженості електричного поля та інших факторів, має важливе наукове і технічне значення. Ці дослідження дозволяють з'ясувати деякі закономірності будови молекул, дають можливість визначати якісні характеристики речовин, що досліджуються в хімії, біології, медицині [1-3], проводити контроль якості рідин і газів на виробництві, розробляти прилади для контролю різних технологічних процесів у хімічній і фармацевтичній промисловості [4], враховувати електрофізичні параметри матеріалів при проектуванні різних мікрохвильових пристроїв, таких як високостабільні генератори [5-11], фільтри [12-16], резонатори [17-19], лінії передачі тощо [20, 21].

При дослідженні діелектричних характеристик матеріалів виникає ряд труднощів, пов'язаних з частотним діапазоном дослідження, фізичними властивостями матеріалів, виготовленням вимірюваних зразків, їх кількістю. Для дослідження газів, діелектрична проникність яких мізерно відрізняється від одиниці, а втрати дуже малі, є необхідним створення дуже точних методів, що забезпечують вимірювання проникності з точністю порядку $10^{-4}\%$ [2, 22]. Дослідження речовин з великими втратами ($\text{tg}\delta > 1$) також викликає певні труднощі, що пов'язані з поглинанням поля. Разом з тим, дослідження діелектричних втрат є ефективним методом для вивчення кристалічної решітки в кристалах (як з іонною провідністю, так і з полярними молекулами). Вивчення втрат, таким чином, є однією з фундаментальних проблем фізики діелектриків і дуже важливе для розуміння структури твердих тіл. Звідси випливає задача розробки надійних методів вимірювання втрат і вивчення залежності $\text{tg}\delta$ в широкому частотному і температурному діапазонах.

Вибір методу вимірювань визначається багатьма обставинами, серед яких основне значення мають частотний діапазон, властивості досліджуваного матеріалу і необхідність впливу на зразок якими-небудь зовнішніми факторами (температура, випромінювання, магнітне або електричне поле та ін.). Кількість матеріалу, його механічні властивості, що визначають можливість його обробки, значною мірою впливають на вибір методу. Мають значення також величини діелектричної проникності та втрат, оскільки методи, що придатні для дослідження зразків з невеликою величиною проникності, виявляються непридатними для зразків з високими значеннями ϵ і $\text{tg}\delta$. Важливе значення у разі вимірювань мають простота методики, вид розрахункових формул і точність отримуваних

результатів.

В даний час розроблена велика кількість як резонаторних, так і не резонаторних методів вимірювання діелектричної проникності матеріалів. Резонаторні методи відрізняються більш високою чутливістю, дозволяють проводити дослідження в широкому діапазоні частот, температур. Більшість методів, які знаходять широке застосування в сантиметровому діапазоні, важко застосувати у довгохвильовій області міліметрового діапазону через надзвичайне зменшення розмірів відповідних вимірювальних елементів (що необхідно для виконання умов квазістаціонарності). Оскільки точність виготовлення зразків, настоюваних елементів та ін. надзвичайно зростає і вже не може бути досягнута у разі використання сучасних засобів обробки матеріалів, точність вимірювань в цих діапазонах падає [23]. Існуючі оптичні методи, які також потребують високої точності виготовлення зразків, не дозволяють достатньо точно і просто проводити дослідження. У зв'язку з цим дуже великий інтерес представляють резонатори з коливаннями «шепочучої галереї». Циліндричні діелектричні резонатори, що збуджуються на нижчих типах коливань, виготовляються з діелектриків з великими значеннями діелектричних проникностей ($\varepsilon_d \geq 100$) [24]. В 1967 году Власов [25] і Вейт [26] показали, що в круглих діелектричних стрижнях з малими значеннями $\varepsilon_d \sim 2 \div 10$ можуть виникати слабозагасаючі азимутальні коливання. Ці коливання формуються всередині діелектрика хвилями, що характеризуються великими значеннями азимутальних індексів і які падають на бічну поверхню ЦДР під кутами повного внутрішнього відбиття. Наявність області з експоненціальним законом згасання поля поза діелектриком обумовлює високі значення радіаційної добротності. Слабке випромінювання енергії коливань "шепочучої галереї" з резонатора пояснюється повним внутрішнім відбиттям їх від циліндричної або сферичної поверхні. Азимутальні коливання типу «шепочучої галереї» виникають у разі виконання умови $k'r_0 < m < \sqrt{\varepsilon_d} k'r_0$ [25]. Тут $k' = \omega'/c$, c — швидкість світла, ω' — дійсна частина комплексної частоти $\omega = \omega' - i\omega''$, де $\omega'' \geq 0$, r_0 — радіус кривизни ЦДР, m — азимутальний індекс.

Спектральні та енергетичні характеристики резонаторів і розподіл полів їх власних коливань є основними при проектуванні радіоелектронних пристроїв.

Дослідження електрофізичних параметрів речовин припускає їх взаємодію з електромагнітними полями, що зосереджені поблизу бокової поверхні ЦДР. Відмінність резонансних методів полягає лише у типах застосовуваних резонаторів, формах зразків і способах їх установки. У зв'язку з цим, дана методика дослідження була розроблена для різних типів резонаторів. Електродинамічний аналіз тришарового діелектричного

резонатора з однорідними ізотропними шарами, який було поміщено в однорідне ізотропне середовище, було проведено в роботі [27]. Однак для дослідження речовин в НВЧ-діапазоні доцільно застосовувати резонатори, що було виготовлено з діелектриків з великими значеннями діелектричної проникності, оскільки вони мають маленькі розміри, відрізняються високою добротністю. Такі властивості мають різні анізотропні кристали, такі як лейкосапфір, рубін, рутил.

Об'єктом досліджень є власні коливання радіально тришарового циліндричного діелектричного резонатора.

Предметом досліджень є радіально тришаровий циліндричний діелектричний резонатор, виготовлений з анізотропних речовин, а також можливість його використання в пристроях для визначення діелектричних проникностей речовин.

Метод дослідження ґрунтується на розв'язку системи рівнянь Максвела беручи до уваги матеріальні рівняння і граничні умови на межах розподілу середовищ в циліндричній системі координат. Для визначення електрофізичних параметрів матеріалу, з якого було виготовлено резонатор, застосовувались комплексні підходи, які включали теоретичні розрахунки і чисельне моделювання. Досліджувана речовина розміщувалась в середньому шарі резонатора, її електрофізичні параметри визначались із розв'язку системи рівнянь, яка була складена на основі дисперсійного рівняння власних коливань резонатора, беручи до уваги його експериментально виміряні спектральні і енергетичні характеристики за умови відомих діелектричних властивостей інших шарів. Чисельні розрахунки проводяться з використанням чисельних методів розв'язання комплексних трансцендентних рівнянь.

Метою дипломної роботи є:

- 1) ознайомлення з коміркою у вигляді радіально тришарового діелектричного резонатора вимірювача діелектричної проникності матеріалів;
- 2) освоєння схеми вимірювача діелектричної проникності матеріалів;
- 3) вивчення методики визначення діелектричних проникностей речовин як з великими, так і з малими втратами, що займають малі об'єми, в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

Досліджуваний резонатор представляє інтерес для вимірювання параметрів різних матеріалів. Використання такого резонатора у якості вимірювальної комірки дозволить визначати електрофізичні параметри речовин як з великими, так і з малими втратами, що займають малі об'єми.

1 МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ДІЕЛЕКТРИЧНИХ ПРОНИКНОСТЕЙ РЕЧОВИН

В теперішній час для вимірювання діелектричних проникностей речовин розроблено достатньо велику кількість методів, як резонаторних, так і не резонаторних. Однак в більшості випадків методами, які більше підходять, є резонаторні методи, що викликані їх високою чутливістю. Більш висока чутливість резонаторних методів вимірювання діелектричних проникностей пов'язана з тим, що в резонансній системі амплітуда електромагнітних полів більше, чим в не резонансній системі. В загальному випадку використання резонансних систем для вимірювання діелектричних проникностей речовин засновано на тому, що досліджуваний зразок включається як складова частина в резонансну систему. Потім або за зміною характеристик резонатора, або за виміряними характеристиками на підставі розрахунку визначається діелектрична проникність. В залежності від резонансних систем, які використовуються, змінюються як вимоги до зразків досліджуваних матеріалів, так і вимоги до способів введення їх до резонансної структури. Далі розглянуто різні методи, особливу увагу було приділено найбільш часто використовуваним резонансним системам для дослідження діелектриків.

1.1 Метод Друде

Одним з простих в теоретичному відношенні методів є метод Друде, який використовується для вимірювання діелектричної проникності і коефіцієнта абсорбції рідких речовин [28].

В цьому методі двопровідна лінія цілком розміщується в досліджуваній рідині, причому довжина лінії вибирається такою, щоб відбита від кінця системи хвиля не впливала на вимірювальні прилади. Визначення діелектричної проникності проводиться за формулою, що справедлива у випадку малих втрат,

$$\varepsilon' = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2, \quad (1.1)$$

де λ_0 і λ – довжина хвиль у рідині і вільному просторі відповідно.

Коефіцієнт абсорбції k визначається зі співвідношення:

$$\frac{U_1}{U_2} = e^{\kappa(Z_2 - Z_1)}, \quad (1.2)$$

де U_1 і U_2 – напруги на лінії, які вимірюються в точках z_1 і z_2 , що знаходяться в рідині.

Друде за допомогою цього методу вимірював електричні характеристики деяких рідин і дійшов висновку, що для отримання надійних результатів необхідно використовувати кювету великих розмірів, яку заповнено досліджуваною рідиною.

Багато авторів застосовували для дослідження рідин перший метод Друде, вносячи ті чи інші принципові або конструктивні удосконалення.

Можна відмітити переваги методу – він є абсолютним і дозволяє проводити вимірювання в порівняно широкому діапазоні частот, а також вивчати температурні залежності діелектричної проникності і коефіцієнта абсорбції. До числа недоліків методу, що роблять його непридатним для систематичних лабораторних досліджень, слід віднести: а) велику кількість рідини, необхідної для вимірювань, б) значні похибки вимірювань, що обумовлені індикатором, який знаходиться в рідині і, викликаючи збурення поля, спотворює результати вимірювань, особливо у короткохвильовій ділянці діапазону і в) хімічну взаємодію дротів системи з досліджуваною рідиною.

Діапазон частот у разі вимірювань за методом Друде обмежено зі сторони довгих хвиль розмірами кювети, в якій повинно спостерігатися декілька вузлів і пучностей стоячої хвилі, зі сторони ж коротких хвиль обмеження пов'язані з виникненням вищих типів коливань. Останнє обмеження приводить до нерівності

$$\lambda_x > d\sqrt{\varepsilon'}, \quad (1.3)$$

де d – відстань між дротами лінії і ε' – дійсна частина діелектричної проникності досліджуваного середовища [29].

Для зменшення збурювального впливу індикатора були розроблені установки, в яких індикатор розміщується нерухомо в повітряній частині системи, відмічаючи резонансні положення закорочуючого мостика, що переміщується вздовж частини системи, яка занурена в досліджувану рідину (рис. 1.1).

Але оскільки в цих методах вимірюється довжина хвилі електромагнітних коливань, які проникають в середовище, то вже у разі порівняно невеликих значеннях провідності, порядку 10^{-4} ом⁻¹см⁻¹, вимірювання стають складними через швидке зменшення амплітуди коливань по мірі заглиблення в речовину, а також за рахунок розпливання резонансних максимумів і зменшення показів вимірювального приладу індикатора.

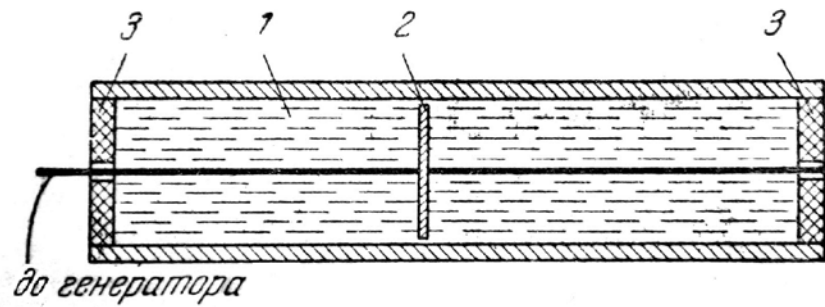


Рисунок 1.1 – Кювета для вимірювання діелектричної проникності рідин.

1 – досліджувана рідина, 2 – рухома закорочуюча пластина, 3 – скло

В цьому плані значну перевагу дали методи, що базуються на використанні відбиття електромагнітних хвиль від досліджуваного середовища та вимірювання стоячої хвилі, що встановлюється над поверхнею досліджуваної рідини. В одному з методів [30] двопровідна лінія занурюється в досліджувану рідину (рис. 1.2), причому довжина системи, що знаходиться в рідині, вибирається такою, щоб хвиля, що відбита від кінця лінії, не доходила до поверхні рідини. У разі збудження генератором верхньої частини повітряної системи над поверхнею рідини встановлюються стоячі хвилі, розподіл амплитуди яких залежать від діелектричної проникності і провідності рідини. Визначаючи

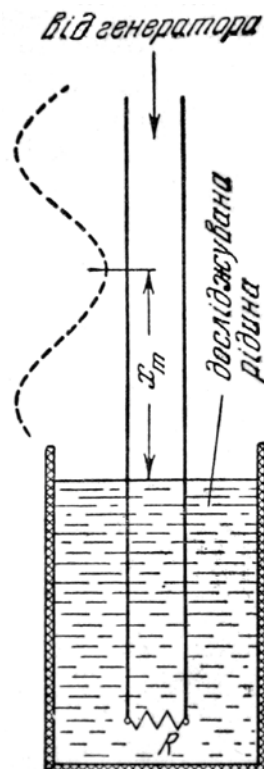


Рисунок 1.2 – Установка для вимірювання проникності рідин методом

В. В. Татаринова

коефіцієнт біжучої хвилі (КБХ) $K_{\sigma} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$ і положення найближчого вузла напруги стоячої хвилі, який у випадку абсолютної відбиваючої поверхні розташований на відстані $\lambda_0/2$ від поверхні, а у випадку діелектрика виявляється дещо ближче, можна визначити ε' і ε'' досліджуваної рідини.

Вимірювання зміщення вузла стоячої хвилі Δx відносно ідеально відбиваючої поверхні проводиться шляхом вимірювання положення вузла у випадку відбиття від металічної поверхні, яка розміщена в площині поверхні рідини, і у випадку відбиття від поверхні досліджуваної рідини. Різниця двох координат дає величину зміщення вузла Δx .

Діаграма (рис. 1.3), що побудована у відповідності з цими формулами, де по вісям відкладені величини, які вимірюються (КБХ і тангенс фазового кута зміщення вузла), дає уявлення про можливості методу. З діаграми видно, що точність вимірювання зменшується при великих значеннях ε' і ε'' ($\varepsilon' > 100$ і $\varepsilon'' > 200$), оскільки відповідні криві збігаються, наближаючись до однієї точки. У разі малих ε'' криві стають менш зручними для розрахунку. Крім того, потрібен великий шар рідини, щоб хвиля, яка проникає в діелектрик, повністю поглинулася.

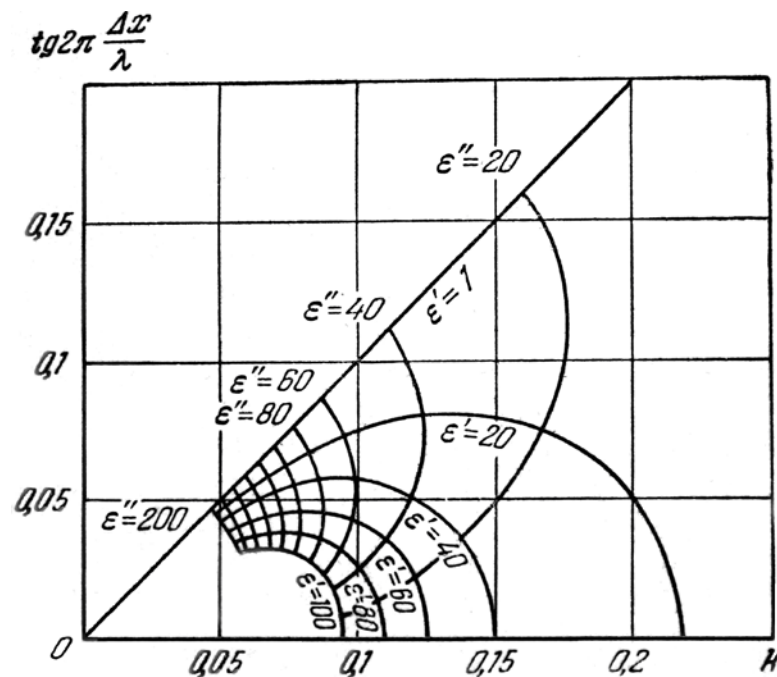


Рисунок 1.3 – Діаграма значень ε' і ε''

Найбільш вигідні умови вимірювання отримуються в області значень ε' і ε'' порядку 10–30, при яких точність методу складає по порядку величини 4–5%. У разі дещо меншої точності вимірювання ще можливо виконувати до значень ε' і ε'' порядку 100, що

відповідає порівняно великим провідностям – близько $10^{-2} \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$.

Описаний метод дає гарні результати у випадку достатньо великих розмірів судини і, відповідно, потребує великої кількості досліджуваної рідини. Крім того, не завжди можливе занурення системи дротів у рідину, оскільки це може привести до забруднення останньої, особливо у випадках навіть малої хімічної взаємодії між металом і досліджуваним середовищем.

Подальший розвиток ідеї використання для вимірювань зміщення вузла і коефіцієнта біжучої, або стоячої (КСХ), хвилі привело до створення методу, в якому можуть бути використані досліджувані речовини, що займають малі об'єми [30, 31]. В основу методу покладено принцип вимірювання комплексного навантаження, що увімкнено на кінці двопровідної лінії. В якості навантаження використовується вимірювальний конденсатор, що заповнено досліджуваною рідиною, або зразок твердого діелектрика, що затиснутий між двома металічними обкладинками. Методика вимірювань у цьому випадку значно спрощується, однак залишаються недоліки, що пов'язані з невиконанням умови квазістаціонарності у поперечному перерізі двопровідної лінії.

Основна складність вимірювальної методики у разі використання двопровідної лінії пов'язана з наявністю паразитних параметрів провідників, які з'єднують лінію з вимірювальним конденсатором. Використання великої кількості досліджуваної речовини хоча і дає деяке наближення до ідеальних умов, однак не дозволяє проводити дослідження твердих тіл. Аналіз вимірювальних установок з двопровідними лініями показує, що вони можуть бути достатньо надійно використані у діапазоні метрових хвиль. У випадку укорочення довжини хвилі виникають труднощі з підключенням вимірювального конденсатора, а також зростають втрати на випромінювання, що не дає можливості проводити дослідження речовин з малими втратами.

1.2 Використання коаксіальних ліній

Методи вимірювання діелектричних властивостей твердих і рідких матеріалів, які базуються на використанні коаксіальних ліній, відрізняються великою широкосмуговістю, порівняно простотою теорією і нескладністю експерименту. Малі об'єми речовини ($0,1\text{--}1 \text{ см}^{-3}$), що необхідні для вимірювань, а також можливість термостатування зразків роблять ці методи доступними та зручними для лабораторних досліджень різних речовин, як твердих, так і рідких.

Діапазон довжин хвиль, в якому можна працювати у разі використання коаксіальних ліній, залежить зі сторони довгих хвиль від довжини самої лінії (точніше від

довжини її ходової частини), а зі сторони коротких хвиль визначається умовою розповсюдження в лінії основного типу коливаль, яка може бути записана у вигляді:

$$\lambda_k > \pi(b + a), \quad (1.4)$$

де b і a – радіуси провідників коаксіальної лінії.

У випадку коаксіальної лінії, що повністю заповнена досліджуваною речовиною з проникністю ε , умова (1.4) переходить в $\lambda_k > \pi\sqrt{\varepsilon}(b + a)$, що і приводить до збільшення λ_k в $\sqrt{\varepsilon}$ разів.

В основі більшості методів, які використовують коаксіальні лінії, покладено вимірювання імпедансу досліджуваного зразка, увімкненого на кінці вимірювальної лінії. Вимірювання імпедансу виконується шляхом вивчення розподілу напруженості електричного поля стоячої хвилі вздовж вимірювальної частини лінії. Величинами, що реєструються, являються зазвичай положення першого вузла стоячої хвилі і величина КСХ. Обидві ці величини вимірюються за допомогою спеціального зонда, зануреного в лінію через вузьку щілину, яка проходить вздовж всієї ходової частини вимірювальної лінії.

Відмінність методів, які базуються на використанні коаксіальних ліній, пов'язано з різними способами підключення зразка досліджуваного діелектрика.

Метод [32], який описаний нижче, дає можливість проводити вимірювання рідких та твердих діелектриків у широкому діапазоні дециметрових і метрових хвиль (приблизно від 40 см до 5 м) у випадку вкрай малої кількості досліджуваної речовини (порядку 1 см^3). Крім того, перевагою методу є можливість накладення на зразок постійного зміщуючого поля, що буває необхідним при дослідженні, наприклад, реверсивних характеристик сегнетоелектриків. Простота проведення експерименту, особливо у випадку вимірювання дійсної частини проникності, а також можливість термостатування зразка роблять метод достатньо зручним для лабораторних досліджень.

Досліджуваний зразок діелектрика встановлюється на кінці стандартної коаксіальної вимірювальної лінії, яка є її кінцевим навантаженням (рис. 1.4). У випадку дослідження рідин останні заливаються в центральну частину плоского дискового конденсатора, який зображено на рис. 1.5. Однорідність електричного поля у виділеній центральній частині залежить від співвідношення між $2R_0$ і D і може бути отримана дуже високою у разі малого значення $2R_0$ у порівнянні з D . Використовуючи цю обставину,

ємність C_0 центральної частини вимірювального конденсатора, яка обмежена скляним кільцем радіусу R_0 , можна визначити за формулою плоского конденсатора:

$$C_0 = \frac{R_0^2}{3,6d}, \quad (1.5)$$

причому ця ємність і буде являти собою активною ємністю вимірювального конденсатора.

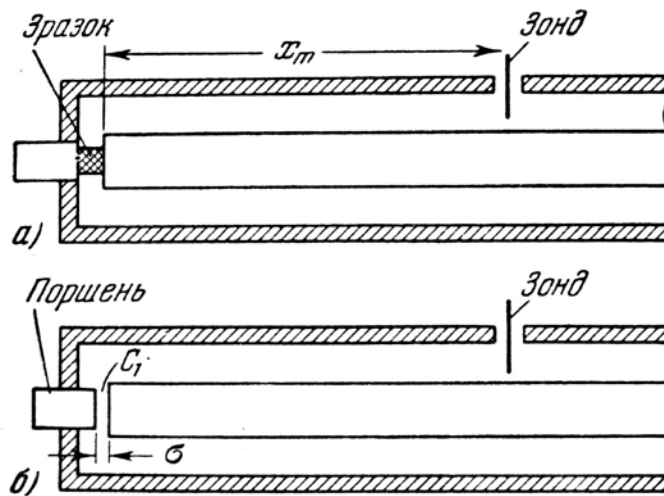


Рисунок 1.4 – Метод заміщення

- а) розташування зразка (лінія навантажена ємністю $C_{II} + C_0 \varepsilon'$), б) заміщення зразка еквівалентною ємністю $C_1 = C_{II} + C_0 \varepsilon'$

Паразитна ємність C_{II} включає в себе всю ємність вимірювального конденсатора, за винятком активної ємності C_0 . У разі заповнення такого конденсатора досліджуваним діелектриком однорідність електричного поля не порушується (у випадку достатньо малих втрат) і, отже, не змінюються величини C_0 і C_{II} , що дозволяє записати ємність порожнього конденсатора у вигляді $C_{II} + C_0$, а ємність заповненого – як $(\varepsilon' - j\varepsilon'')C_0 + C_{II}$.

Імпеданс Z такого конденсатора може бути записаний звичайним чином у вигляді:

$$Z_H = \frac{1}{\omega[C_0 \varepsilon'' + j(C_{II} + C_0 \varepsilon')]}, \quad (1.6)$$

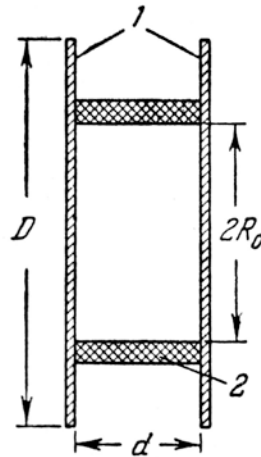


Рисунок 1.5 – Конструкція вимірювального конденсатора

1 – металеві обкладки, 2 – скляне кільце

а також, у відповідності з теорією довгих ліній, виражений через параметри, що вимірюються на лінії, K_C , x_m , пов'язані з Z співвідношенням

$$Z_H = Z_0 \frac{1 - jK_C \operatorname{tg} \beta x_m}{K_C - j \operatorname{tg} \beta x_m}, \quad (1.7)$$

де Z_0 – хвильовий опір лінії, K_C – коефіцієнт стоячої хвилі, x_m – відстань від навантаження до першого вузла стоячої хвилі і $\beta = 2\pi/\lambda$.

Порівнюючи обидва вирази для Z і розділяючи уявну і дійсну частини, отримаємо рівняння для визначення ε' і ε'' :

$$\varepsilon' = \frac{(K_C^2 - 1) \operatorname{tg} \beta x_m}{Z_0 C_0 \omega (1 + K_C^2 \operatorname{tg}^2 \beta x_m)} - \frac{C_{II}}{C_0}, \quad (1.8)$$

$$\varepsilon'' = \frac{K_C (1 + \operatorname{tg}^2 \beta x_m)}{Z_0 C_0 \omega (1 + K_C^2 \operatorname{tg}^2 \beta x_m)}. \quad (1.9)$$

Для речовин з невеликим значенням кута втрат ($\delta \leq 15^\circ$) і з невеликим значенням ε' ($\varepsilon' \leq 30 - 40$) формули (1.8, 1.9) дещо спрощуються:

$$\varepsilon' = \frac{1}{Z_0 C_0 \omega \operatorname{tg} \beta x_m} - \frac{C_{II}}{C_0}, \quad (1.10)$$

$$\varepsilon'' = \frac{1}{Z_0 C_0 \omega K_C \sin^2 \beta x_m}. \quad (1.11)$$

Вирази (1.8–1.11) можуть бути застосовані для визначення діелектричних характеристик досліджуваної речовини у разі використання звичайної методики роботи на вимірювальній лінії.

На рис. 1.6 приведено блок-схему установки, що застосовується в діапазоні дециметрових і метрових хвиль. Використання такої установки дозволяє вимірювати дійсну частину проникності з точністю до 2–3% і уявну з точністю до 10–15%, причому точність вимірювання останньої залежить від ретельності узгодження коаксіального переходу з вимірювальною лінією. Подібна установка призначена для вимірювання проникності рідини, яку взято в дуже малому об'ємі – порядку $0,1 \text{ см}^3$.

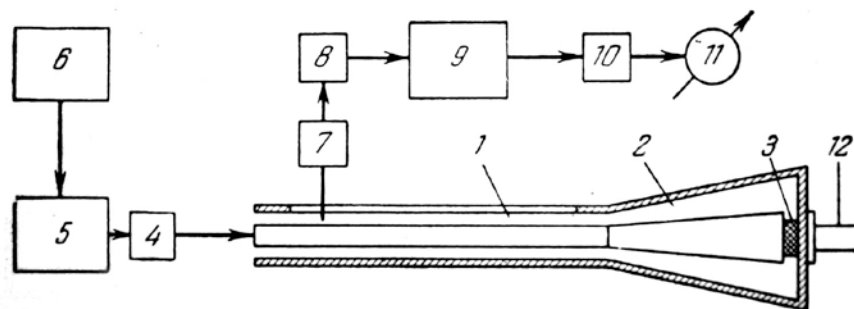


Рисунок 1.6 – Блок-схема установки для вимірювання діелектричної проникності
 1 – вимірювальна лінія, 2 – коаксіальний перехід, 3 – досліджуваний зразок,
 4 – атенюатор, 5 – генератор високої частоти, 6 – модулюючий генератор низької частоти, 7 – резонатор зонда, що налаштовується в діапазоні 40–50 см, 8 – кристалічний детектор, 9 – вузькосмуговий підсилювач низької частоти, 10 – детектор, 11 – прилад постійного струму, 12 – механізм переміщення поршня

В цій установці для вимірювання дійсної частини проникності ε' застосовується метод заміщення, у разі якого конденсатор з діелектриком замінюється еквівалентною ємністю $C_1 = C_{II} + C_0 \varepsilon'$, заздалегідь каліброваної на низькій частоті. Такий конденсатор не може бути безпосередньо підключено до звичайної вимірювальної лінії через малий

поперечний переріз центрального провідника. У зв'язку з цим використовується коаксіальний перехід, що забезпечує узгодження вимірювального конденсатора з вимірювальною лінією. За допомогою поршня створюється еталонна ємність C_1 .

1.3 Метод повного заповнення перерізу хвилеводу

В цьому методі зразок досліджуваного діелектрика товщиною d розташовується у хвилеводі впритул до короткозамикаючої пластини і без зазорів прилягає до всіх стінок хвилеводу (рис. 1.7). Другий кінець хвилеводу через розв'язуючий атенюатор (10—15 дБ) підключається до генератора. Довжина хвилі λ_0 генератора (або розміри хвилеводу) вибирається таким чином, щоб у хвилеводі розповсюджувались хвилі основного типу коливань. У випадку відсутності зразка (рис. 1.7 а) у хвилеводі встановлюється стояча хвиля з вузлами, які розміщені на відстані $\frac{1}{2}\lambda_B$ один від одного і від короткозамикаючої пластини, де λ_B довжина хвилі у хвилеводі, що пов'язана з граничною довжиною хвилі λ_r і λ_0 співвідношенням:

$$\lambda_B = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_r}\right)^2}}. \quad (1.12)$$

Напруженість електричного поля у вузлах стоячої хвилі досягає нуля, оскільки амплітуда відбитої хвилі дорівнює амплітуді падаючої.

У разі внесення зразка картина дещо змінюється (рис. 1.7 б). Напруженість поля у вузлах тепер не досягає нуля, так як амплітуда відбитої хвилі за рахунок поглинання у зразку стає менше амплітуди падаючої. Крім того, всі мінімуми стоячої хвилі зміщуються в сторону зразка, оскільки довжина хвилі в зразку менше довжини хвилі в порожньому хвилеводі. Вказані зміни картини стоячої хвилі залежать від властивостей досліджуваного зразка діелектрика і можуть бути пов'язані з його електричними характеристиками певним співвідношенням, що отримується в результаті розв'язання відповідної електродинамічної задачі [33]. Розв'язання цієї задачі, яка враховує умови на межах розділу, приводить до комплексного трансцендентного рівняння, яке пов'язує характеристики діелектричного зразка з вимірюваними величинами – КБХ K_e (або КСХ K_c) і положенням вузла стоячої хвилі відносно поверхні зразка. Це рівняння має вигляд:

$$\frac{\operatorname{th} \gamma_1 d}{\gamma_1 d} = -j \frac{\lambda_B}{2\pi d} \cdot \frac{K_\sigma - j \operatorname{tg} \theta}{1 - j K_\sigma \operatorname{tg} \theta}, \quad (1.13)$$

де K_σ – коефіцієнт біжучої хвилі, d – товщина досліджуваного зразка, x_m – відстань від поверхні зразка до першого вузла стоячої хвилі, $\theta = \frac{2\pi}{\lambda_B} x_m$ – фазовий кут, що відповідає відстані x_m , γ_1 – стала розповсюдження в зразку.

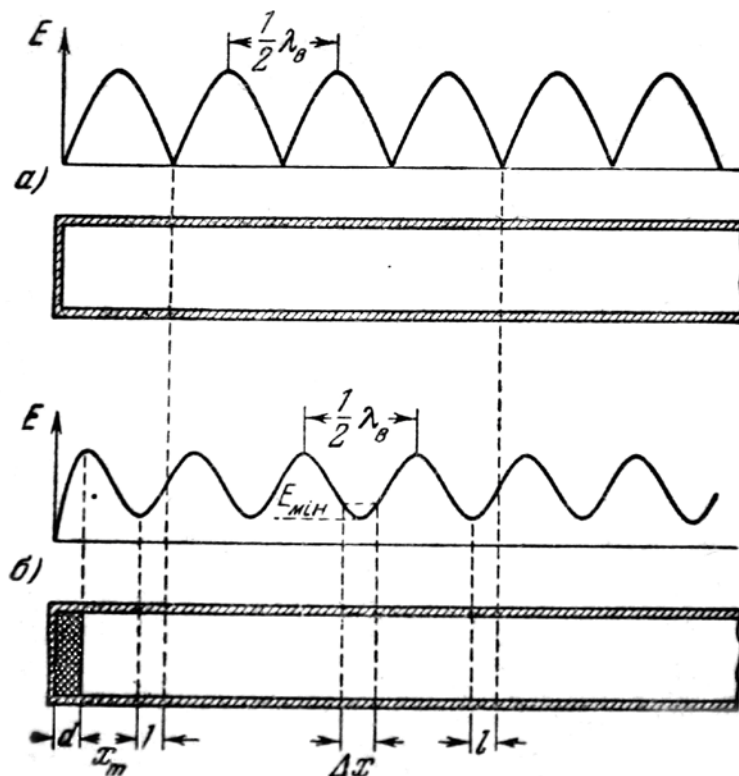


Рисунок 1.7 – Епюри стоячої хвилі у хвилеводі

а) без зразка, б) зі зразком

Права частина рівняння (1.13) містить величини K_σ , λ_B і x_m , що визначаються за допомогою хвилевідної вимірювальної лінії, яку встановлено між генератором і секцією зразка та яка має такий же поперечний переріз, що і секція, яка містить зразок.

Стала розповсюдження γ_1 , що пов'язана з ε' і ε'' , обчислюється за формулою, відомою з теорії хвилеводів:

$$\gamma_1 = \frac{2\pi}{\lambda_B} \sqrt{\varepsilon' - j\varepsilon'' - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_T}\right)^2}. \quad (1.14)$$

Обчислення сталої розповсюдження нашоветься, однак, на принципові труднощі, які пов'язані, по-перше, з неможливістю аналітичного розв'язання рівняння (трансцендентного) і, по-друге, з неоднозначністю, обумовленою періодичністю функцій, що до нього входять. Неоднозначність обчислень усувається, якщо хоча б орієнтовно відоме значення проникності досліджуваного матеріалу або зроблено декілька вимірювань зі зразками різної товщини.

Існує декілька різних способів розв'язання трансцендентного рівняння, застосування яких полегшує обчислення і усуває неоднозначність результатів, що отримуються. Це – графічний спосіб розв'язання, спосіб послідовних наближень, метод двох товщин, метод короткого замикання і холостого ходу, розв'язання трансцендентного рівняння у випадку малих втрат. Кожен з них має свої переваги і недоліки, що обумовлені властивостями досліджуваних діелектриків, значеннями величин $\text{tg}\delta$, ε' і ε'' , зручністю і точністю розрахунків.

Даний хвилевідний метод зручний у разі дослідження твердих діелектриків, пінистих матеріалів в залежності від їх густини, магнітодіелектриків (феритів), і різного роду штучних структур, утворених вкрапленням у відповідну діелектричну основу металічних частинок [34 – 36].

Метод, що полягає у дослідженні діелектричної проникності суміші двох матеріалів, один з яких використовується в якості основи (розчинника), часто застосовується для вимірювання речовин, які мають або високе значення проникності, або дуже великі втрати (напівпровідники). Хвилевідний метод застосовний також для дослідження діелектричної проникності тканин тварин [37, 38], які, після поміщення у вимірювальну секцію хвилеводу, покриваються тонкою слюдяною пластинкою. Дослідження гліцерину, формаміду, масел, розчинів [39] та інших рідин проводиться тим же способом, що і вимірювання твердих зразків.

Великою перевагою описаного хвилевідного методу є можливість порівняно легкого термостатування досліджуваних зразків і, отже, можливість вимірювання в широкому інтервалі температур.

Точність хвилевідного методу залежить від похибок вимірюваних величин, що входять у розрахункові формули. Похибки порядку 0,5–1% для дійсної частини проникності і 3–5% для $\text{tg}\delta$ являються легко досяжними величинами. Блок-схема

установки для вимірювання проникності хвилевідним методом зображена на рис. 1.8.

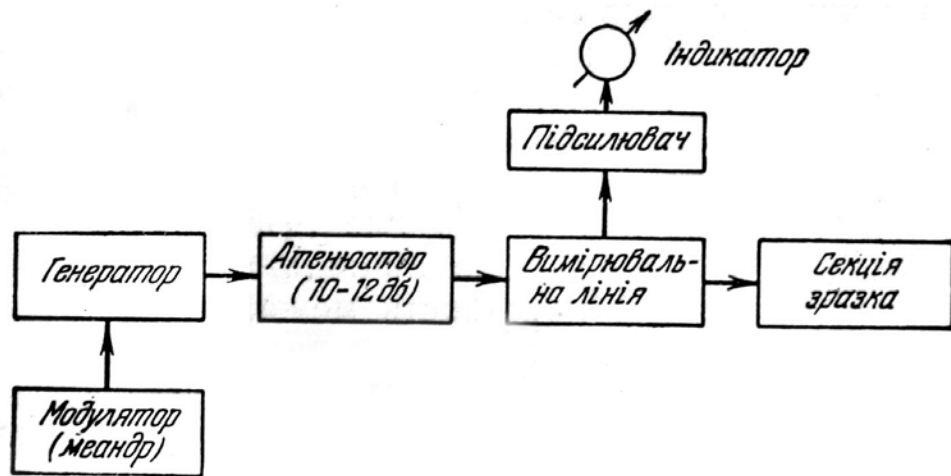


Рисунок 1.8 – Блок-схема установки для вимірювання проникності хвилевідним методом

1.4 Хвилевідний метод варіації товщини зразка

Метод варіації товщини діелектрика, який використовується для дослідження рідин з великим поглинанням. Метод базується на вимірюванні зміни коефіцієнта відбиття від поверхні рідини у разі зміни товщини останньої від нуля до тих пір, доки подальше збільшення її товщини не буде позначатись на величині коефіцієнта відбиття. Ця товщина, що еквівалентна нескінченному шару досліджуваної речовини, відповідає, у разі сильно поглинаючих рідин, шару всього в кілька міліметрів.

Дійсна і уявна частин діелектричної проникності визначаються зі співвідношень:

$$\varepsilon' = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_\varepsilon}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_\Gamma}\right)^2 - \left(\frac{\varepsilon'' \lambda_\varepsilon}{2\lambda_0}\right)^2, \quad (1.15)$$

$$\varepsilon'' = \frac{\alpha \lambda_\varepsilon}{\pi} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_\varepsilon}\right)^2, \quad (1.16)$$

де λ_0 – довжина хвилі у вільному просторі, λ_ε – довжина хвилі в рідині, що знаходиться у хвилеводі, λ_Γ – гранична довжина хвилі в порожньому хвилеводі, α – стала загасання, що визначається із співвідношення показання індикаторного приладу, в якомусь максимумі до

його показання при нескінченній товщині. Розрахунок α може бути зроблений за формулою:

$$\frac{1}{2} \alpha n \lambda_{\varepsilon} = \frac{1}{\operatorname{th} \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\infty}}}}, \quad (1.17)$$

де I_{\max} – показання індикаторного приладу в деякому максимумі, I_{∞} – показання приладу у разі «нескінченної» товщини шару рідини і n — число півхвиль, які укладаються між положеннями поршня, що відповідають показанням індикаторного приладу I_{\max} і I_{∞} .

У разі дослідження рідин з невеликими втратами товщина шару повинна бути порівняно великою, що створює деякі незручності при вимірюваннях.

Слід відзначити, що метод забезпечує високу точність вимірювань, особливо для ε'' (порядку 1–2%), за умови дуже точних вимірювань положення поршня, які повинні реєструватись з точністю 1–2 мкм.

1.5 Метод вимірювання діелектричної проникності речовини в міліметровому і субміліметровому діапазоні

Цей метод базується на специфічній поведінці прохідної і відбитої плоскої H -поляризованої хвилі, що нормально падає на дифракційну решітку з металевих брусів прямокутного поперечного перерізу. В деякому вузькому діапазоні частот для решітки, що знаходиться у вільному просторі, навіть при дуже вузьких щілинах можливе повне проходження падаючої хвилі. Якщо щілини решітки заповнити діелектриком, то якісна картина дифракційного поля не змінюється, однак тепер максимумами проходження за частотою (довжиною хвилі) будуть дещо зміщені. За цими зміщеннями можна визначити величину діелектричної проникності речовини, яка заповнює щілини решітки. Остаточні формули для шуканої діелектричної проникності отримуються в результаті розв'язання відповідної граничної задачі в теорії дифракції [40].

Найбільш зручно цей метод вимірювання ε рідин застосовувати в міліметровому і субміліметровому діапазонах, так як геометричні параметри решітки і електричні характеристики поля найбільш сприятливі саме в цьому діапазоні.

Дифракційна решітка поміщена в герметичну кювету, яка складається з жорсткого каркасу, обтягнутого тонкою діелектричною плівкою, яка щільно прилягає до робочих

поверхонь решітки. r – товщина діелектричного шару з діелектричною проникністю ε_1 ; l – період решітки; h – висота брусів; d – ширина щілини, що заповнена досліджуваною рідиною з ε_2 . Безрозмірні параметри: $x = l/\lambda$, $x_{\varepsilon_1} = \sqrt{\varepsilon_1} l/\lambda$, $x_{\varepsilon_2} = \sqrt{\varepsilon_2} l/\lambda$, $\theta = d/l$, $\delta = h/l$.

Амплітуда коефіцієнта проходження b_0 буде мати максимальні значення, коли виконується співвідношення:

$$\operatorname{tg} 2\pi x_{\varepsilon_2} \delta = -\frac{2x_{\varepsilon_2} \theta \varepsilon_2 S''}{\varepsilon_n^2 - x_{\varepsilon_2}^2 \theta^2 |S|^2}, \quad (1.18)$$

де $S'' = -J_m S > 0$, при цьому, для випадку $r \ll \lambda$, $x < 1$ і $0 < \varepsilon_1 < 4$, $S''(\lambda)$ з високою точністю можна навести у вигляді

$$S''(\lambda) = (\varepsilon_1 - 1) \frac{2\pi r}{\lambda} + 2 \left[\sum_{n=1}^3 \frac{\sin^2 \pi \theta (J_n - \varepsilon_1)}{(\pi \theta)^2 \sqrt{n^2 - x^2}} + \varepsilon_1 \left(\frac{3}{2} - 2 \ln 2 - \ln \sin \frac{\pi \theta}{2} \right) \right], \quad (1.19)$$

$$J_n = \frac{1 + \frac{\varepsilon_1 \sqrt{n^2 - x^2}}{\sqrt{n^2 - x_{\varepsilon_1}^2}} \operatorname{th} 2\pi \frac{r}{l} \sqrt{n^2 - x_{\varepsilon_1}^2}}{1 + \frac{\sqrt{n^2 - x_{\varepsilon_1}^2}}{\varepsilon_1 \sqrt{n^2 - x^2}} \operatorname{th} 2\pi \frac{r}{l} \sqrt{n^2 - x_{\varepsilon_1}^2}}, \quad (1.20)$$

З рівняння (1.19) методом послідовних наближень для випадку $\theta \ll 1$, $x^2 \theta^2 |S|^2 \ll 1$ отримується розрахункова формула для визначення діелектричної проникності рідини, яка заповнює щілини решітки,

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{\lambda_N \lambda_{N+1}}{2h\Delta\lambda} - \frac{4d\Delta\lambda}{\pi\lambda_N \lambda_{N+1}} S''(\lambda_N) \right)^2, \quad (1.21)$$

де $\Delta\lambda = \lambda_{N+1} - \lambda_N$ – відстань між двома сусідніми максимумами $|b_0|$; N – номер дифракційних максимумів. Для конкретної дифракційної решітки і вибраного діапазону довжин хвиль можна записати

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{\lambda_N \lambda_{N+1}}{2h\Delta\lambda} + \Delta \right)^2, \quad (1.22)$$

де Δ – поправка, що незначно змінюється від довжини хвилі.

1.6 Резонансний ВВЧ-діелектрометр для поглинаючих рідин

Діапазон НВЧ і ВВЧ відповідає частотам обертальних переходів молекул рідин ($\nu_{rot} = 10^9 \dots 10^{12}$ ГГц) і дозволяє реєструвати зміни обертальних ступенів свободи молекул води при взаємодії з розчиненими молекулами. В той час як методи і прилади для ВВЧ-вимірювань характеристик діелектриків з малими втратами розроблено достатньо успішно, проблема досліджень таких сильнопоглинаючих речовин, як водні розчини ($\text{tg} \delta \approx 1$), представляє певні труднощі. Хвилевідні методи, які отримали розповсюдження як найбільш прості і зручні, мають невисокі чутливість і роздільну здатність ($\Delta\varepsilon/\varepsilon = 10^{-2}$), а більш чутливі спеціальні методи з використанням багатокамерних кювет, балансних мостів надзвичайно складні.

Вказані труднощі можна обійти шляхом створення резонансу поверхневих хвиль у хвилеводі з рідиною і використанням резонансної методики вимірювань. В даному ВВЧ-діелектрометрі використана конструкція кювети, яка заповнюється досліджуваною рідиною. У разі заповнення кювети змінюється розподіл ВВЧ-поля у хвилеводі і забезпечується резонансне послаблення ВВЧ-сигналу за рахунок збудження і резонансу електромагнітних хвиль на поверхні рідкого діелектрика у хвилеводі. Найбільш проста конструкція резонансної проточної кювети такого типу являє собою хвилевід з капіляром [41].

Відмінною властивістю даної резонансної кювети є певне співвідношення між розмірами капіляра, діапазоном частот і діелектричною проникністю зразка.

Описаний ВВЧ-діелектрометр дозволяє проводити вимірювання діелектричної проникності поглинаючих рідин ($\text{tg} \delta = 1$) з роздільною здатністю $\Delta\varepsilon/\varepsilon = 10^{-3} \dots 10^{-4}$, безпосередньо визначати знак та інтегральну величину гідратації в слабких водних розчинах органічних і неорганічних речовин, контролювати вимірювання концентрації водних розчинів широкого класу органічних речовин з роздільною здатністю 0,01–0,1%.

На основі описаного ВВЧ-діелектрометра було розроблено прилади для контролю різних технологічних процесів у хімічному і фармацевтичному виробництві. Структурна схема ВВЧ-діелектрометра зображена на рис. 1.9.

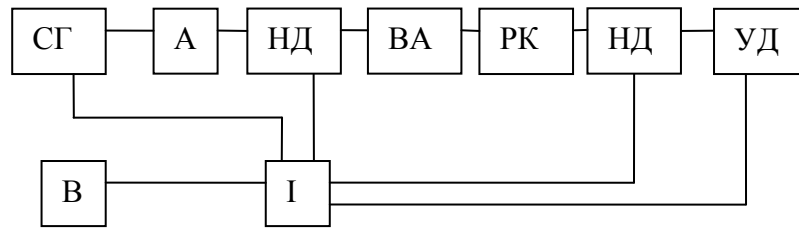


Рисунок 1.9 – Структурна схема ВВЧ-діелектрометра

СГ – світ-генератор; А – атенюатор; НД – направлені детектори;

ВА – вимірювальний атенюатор; РК – резонансна кювета;

УД – узгоджений детектор; І – індикатор; В – вольтметр.

1.7 Резонансні методи

Резонансні методи вимірювання електрофізичних параметрів речовин використовуються в різних діапазонах, забезпечуючи відносно високу точність отримуваних результатів. Основна ідея резонансних методів, попри різний характер її технічного втілення, полягає у спостереженні резонансних кривих коливального контуру, в який введено зразок досліджуваного діелектрика. Вивчення резонансних кривих до і після внесення діелектрика дозволяє за добротністю контуру и його резонансній частоті визначити як дійсну, так і уявну частини діелектричної проникності зразка. Формули, що пов'язують параметри діелектрика з вимірюваними величинами (резонансна частота і добротність), отримуються з розв'язків рівнянь Максвела або Кірхгофа в залежності від того, на якій частоті проводиться дослідження.

У разі роботи на порівняно низьких частотах застосовуються зазвичай коливальні контури із зосередженими параметрами. Граничною частотою, на якій ще можливе застосування контурів з зосередженими параметрами, слід, мабуть, вважати частоту порядку 100 МГц. У разі вимірювання на частотах, які лежать вище 100 МГц, доводиться переходити до контурів з розподіленими сталими, тобто до об'ємних резонаторів, у яких досліджуваний зразок діелектрика слід розглядати в органічному зв'язку з електромагнітними полями, що встановлюються в резонаторі. Ця обставина і змушує для знаходження зв'язку між електричними характеристиками речовини, що поміщена в резонатор, і вимірюваними величинами розв'язувати загальні рівняння електромагнітного поля. При цьому можна сказати, що чим простіше структура поля, в якому знаходиться зразок, тим простіше теорія методу, а часто і сам експеримент.

Резонансні методи вимірювання проникності та кута втрат, в яких застосовуються

об'ємні резонатори, дуже подібні методам, які базуються на застосуванні коаксіальних і хвилевідних вимірювальних ліній. Вимірювання добротності та резонансної частоти резонатора у випадку застосування об'ємних резонаторів замінюється вимірюванням коефіцієнта стоячої хвилі і відстані від зразка до першого вузла стоячої хвилі в методах вимірювальних ліній. Резонансні методи, однак, відрізняються більшою точністю вимірювань.

Резонансні методи з успіхом можуть бути застосовані для дослідження газів, що мають дуже малі значення проникності і втрат, а також для дослідження рідких речовин, що займають малі об'єми.

Резонансні методи порівняно легко дозволяють проводити дослідження температурної залежності проникності і втрат. З цією метою весь резонатор поміщується в термостат відповідної конструкції, в якому підтримується задана температура.

Існує величезна кількість типів резонаторів і методик вимірювань з їх використанням в сантиметровому, міліметровому, субміліметровому діапазонах. Для них характерна та обставина, що досліджуваний зразок діелектрика складає органічну частину резонатора. Відмінність полягає лише в типах застосовуваних резонаторів, формах зразків і способах їх установа в резонаторі, а також в методиці проведення вимірювань. Задача визначення діелектричної проникності і кута втрат зводиться до розв'язання рівнянь електромагнітного поля для тої чи іншої конфігурації резонатора та урахування впливу на це поле досліджуваного зразка діелектрика, який встановлено в резонаторі. В теперішній час ця задача розв'язана для різних форм резонатора.

Вимірюваними величинами являються резонансна частота f_0 і добротність Q_0 резонатора без досліджуваного зразка, частота коливань f_1 і добротність Q_1 резонатора з введеним зразком. Завданням теорії того чи іншого резонансного методу є встановлення зв'язку між вказаними величинами у разі внесення в резонатор досліджуваного зразка діелектрика. Але деякі методи дозволяють проводити вимірювання без попереднього калібрування, тобто являються абсолютними.

На рис. 1.10 зображено блок-схему пристрою для вимірювання зміщення частоти, викликаного введенням в резонатор діелектричного зразка. Клістронний генератор, частота якого модулюється пилкоподібною напругою, налаштовується на резонансну частоту f_0 резонатора без зразка, а потім на частоту f_1 резонатора зі зразком. Високочастотні коливання клістронного генератора через трійник Т і атенюатор A_1 подаються на вимірювальний резонатор Р і одночасно через другий атенюатор A_2 на хвилемір Х, який служить для вимірювання резонансних частот f_0 і f_1 . Продетектовані

сигнали з виходу детекторів D_1 і D_2 поступають на підсумовуючий пристрій $З$ і далі на широкополосний підсилювач Π і вертикально-відхиляючі пластини осцилографа $О$. В якості хвилемірів використовуються зазвичай спеціальні об'ємні резонатори високої добротності.

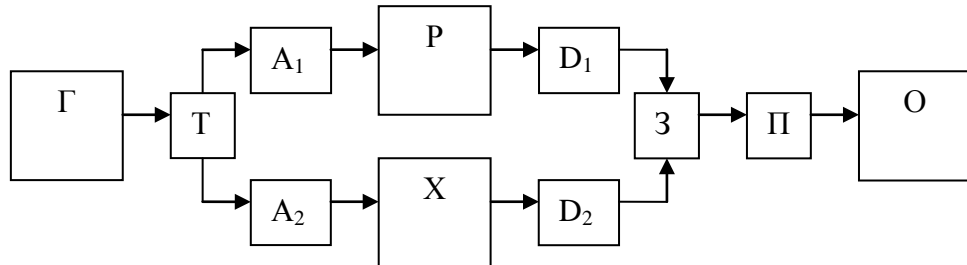


Рисунок 1.10 – Блок-схема установки для вимірювання зміщення частоти
 Γ – генератор, T – хвилевідний трійник, A_1 і A_2 – атенюатори, P – резонатори,
 X – хвилемір, D_1 і D_2 – детектори, $З$ – змішувач, Π – підсилювач, $О$ – осцилограф.

1.8 Використання резонаторів з коливаннями «шепучої галереї»

Інтерес до квазіоптичних діелектричних резонаторів (КДР) з коливаннями "шепучої галереї" обумовлено їх високою добротністю, яка забезпечується малими втратами електромагнітної енергії всередині резонатора і на випромінювання [24]. Локалізація електромагнітних полів власних коливань резонатора біля його поверхонь забезпечує високу чутливість коливань до стану цих поверхонь [42, 43]. Спектральні і енергетичні характеристики резонатора залежать від електрофізичних параметрів речовини, з якої його було виготовлено. Останнім часом особливу увагу привертають неоднорідні складові діелектричні резонатори [2, 3, 44-46]. У зв'язку з цим виникає необхідність вивчення спектральних характеристик таких резонаторів і просторового розподілу електромагнітних полів їх власних коливань.

Циліндричні резонатори дозволяють проводити дослідження твердих діелектриків, вимірювати комплексну діелектричну проникність $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ діелектрика, з якого виготовлено КДР [3]. Вказана особливість КДР обумовлена можливістю послідовного визначення структури поля в резонаторі і, відповідно, можливістю знаходження комплексних власних частот з перших принципів, тобто із рівнянь Максвелла. Крім того, відкриті діелектричні резонатори з коливаннями "шепучої галереї" використовуються для визначення поверхневого імпедансу металів і тонких плівок високотемпературних надпровідників [1, 2], а також при неруйнівному вимірюванні комплексної діелектричної

проникності речовин [2, 3, 47], для фільтрації сигналів [48] і стабілізації частоти генераторів [42].

В роботах [2, 50, 51] було запропоновано радіально двошаровий резонатор, в якому шари представляють різні діелектрики. Введення додаткового шару дозволяє досліджувати рідини і гази, що заповнюють внутрішній шар резонатора

Для дослідження діелектричних властивостей речовин, які займають малі об'єми, необхідно введення в двошаровий резонатор додаткового радіального шару. Тришаровий ізотропний резонатор було розглянуто в [49], він дозволяє визначати параметри ізотропної речовини як з малими, так і з великими втратами, яка займає малі об'єми. Однак резонатор, який виготовлено з анізотропної речовини з великими значеннями ε' і малими $\text{tg}\delta$ (лейкосапфір, рубін), має менші розміри, відрізняється високою добротністю і дозволяє досліджувати анізотропні речовини з великими і малими втратами, що займають малі об'єми.

2 РАДІАЛЬНО ТРИШАРОВИЙ ЦИЛІНДРИЧНИЙ ДІЕЛЕКТРИЧНИЙ РЕЗОНАТОР

2.1 Радіально тришаровий циліндричний діелектричний резонатор

Розглянемо радіально тришаровий циліндричний діелектричний резонатор (ТЦДР) з провідними торцевими поверхнями, який виготовлено з анізотропного матеріалу з віссю анізотропії, що направлена паралельно геометричній осі (рис. 2.1). Внутрішній, середній і зовнішній шари резонатора відповідно мають радіуси r_1 , r_2 і r_3 , висота резонатора L .

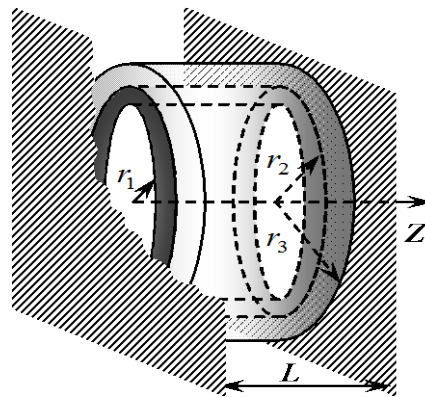


Рисунок 2.1 – Радіально тришаровий циліндричний діелектричний резонатор з ідеально провідними торцевими стінками

Квазіоптичність резонатора полягає в тому, що довжина окружності його перерізу, перпендикулярного осі z , набагато більше довжини хвилі λ , що розповсюджується в резонаторі, тобто $2\pi r_3 \gg \lambda$, де r_3 - радіус резонатора.

Діелектрична і магнітна проникності середовища в структурі, що розглядається, визначаються виразами:

$$\varepsilon(r) = \begin{cases} \varepsilon_1, & r \leq r_1 \\ \varepsilon_2, & r_1 < r \leq r_2 \\ \varepsilon_3, & r_2 < r \leq r_3 \\ \varepsilon_4, & r > r_3 \end{cases}, \quad \mu(r) = \begin{cases} \mu_1, & r \leq r_1 \\ \mu_2, & r_1 < r \leq r_2 \\ \mu_3, & r_2 < r \leq r_3 \\ \mu_4, & r > r_3 \end{cases}$$

Діелектричні проникності ε_v у напрямках, перпендикулярному і паралельному вісі резонатора, відповідно дорівнюють:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\perp, \nu} &= \varepsilon'_{\perp, \nu} (1 + itg \delta_{\perp, \nu}) \\ \varepsilon_{\parallel, \nu} &= \varepsilon'_{\parallel, \nu} (1 + itg \delta_{\parallel, \nu}) \end{aligned} \right\},$$

ν – номер шару, μ_{ν} – магнітна проникність ν -го шару резонатора, у даному випадку μ_{ν} – дійсна величина.

2.2 Власні коливання радіально тришарового циліндричного діелектричного резонатора

Основними спектральними та енергетичними характеристиками резонаторів являються власні частота і добротність. Визначення цих параметрів пов'язано з крайових задач математичної фізики. Основою розв'язку цих задач є розв'язок деяких диференціальних рівнянь з урахуванням граничних умов. Отримати дані дисперсійні рівняння можна, виходячи з рівнянь електромагнітного поля – рівнянь Максвела. Власні функції дисперсійних рівнянь визначають компоненти полів коливань резонатора.

2.2.1 Рівняння Максвела в циліндричній системі координат

Вектори електромагнітного поля пов'язані між собою рівняннями Максвела [52]:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad (2.1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

де вектори \vec{E} і \vec{D} характеризують електричне поле, а \vec{H} і \vec{B} – магнітне.

Матеріальні рівняння мають вигляд [37]:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad (2.3)$$

де ε і μ – відповідно діелектрична і магнітна проникності речовини.

Підставивши вирази (2.3) в (2.1) і в (2.2) відповідно, отримаємо повну систему

рівнянь:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad (2.4)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (2.5)$$

В ν -му шарі рівняння (2.4) в циліндричній системі координат прийме вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \frac{\partial H_{z,\nu}}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_{\varphi,\nu}}{\partial z} = -i \frac{\omega}{c} \varepsilon_{\perp,\nu} E_{r,\nu} \\ \frac{\partial H_{r,\nu}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z,\nu}}{\partial r} = -i \frac{\omega}{c} \varepsilon_{\perp,\nu} E_{\varphi,\nu} \\ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r H_{\varphi,\nu}) - \frac{\partial H_{r,\nu}}{\partial \varphi} \right] = -i \frac{\omega}{c} \varepsilon_{\parallel,\nu} E_{z,\nu} \end{array} \right. , \quad (2.6)$$

а рівняння (2.5):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \frac{\partial E_{z,\nu}}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_{\varphi,\nu}}{\partial z} = i \frac{\omega}{c} \mu_{\nu} H_{r,\nu} \\ \frac{\partial E_{r,\nu}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z,\nu}}{\partial r} = i \frac{\omega}{c} \mu_{\nu} H_{\varphi,\nu} \\ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r E_{\varphi,\nu}) - \frac{\partial E_{r,\nu}}{\partial \varphi} \right] = i \frac{\omega}{c} \mu_{\nu} H_{z,\nu} \end{array} \right. , \quad (2.7)$$

де $(r, z$ і $\varphi)$ - циліндричні координати.

2.2.2 Компоненти поля власних коливань резонатора

Розглянемо монохроматичні коливання $(\vec{E}, \vec{H} \sim e^{-i\omega t}, \frac{d}{dz} = ik_z)$ в анізотропному середовищі з магнітною μ і діелектричною ε проникностями. Поперечні компоненти

електромагнітного поля ТЦДР виражаються через аксіальні компоненти E_z і H_z наступним чином [53]:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\varphi,\nu} = \frac{i}{\mu_\nu k^2 \varepsilon_{\perp,\nu} - k_z^2} \left[\frac{k_z}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} E_{z,\nu} - \mu_\nu k \frac{\partial}{\partial r} H_{z,\nu} \right] \\ E_{r,\nu} = \frac{i}{\mu_\nu k^2 \varepsilon_{\perp,\nu} - k_z^2} \left[k_z \frac{\partial}{\partial r} E_{z,\nu} + \frac{\mu_\nu k}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} H_{z,\nu} \right] \\ H_{\varphi,\nu} = \frac{i}{\mu_\nu k^2 \varepsilon_{\perp,\nu} - k_z^2} \left[\frac{k_z}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} H_{z,\nu} + k \varepsilon_{\perp,\nu} \frac{\partial}{\partial r} E_{z,\nu} \right] \\ H_{r,\nu} = \frac{i}{\mu_\nu k^2 \varepsilon_{\perp,\nu} - k_z^2} \left[k_z \frac{\partial}{\partial r} H_{z,\nu} - \frac{k \varepsilon_{\perp,\nu}}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} E_{z,\nu} \right] \end{array} \right., \quad (2.8)$$

де $k = \frac{\omega}{c}$, k_z – аксіальна компонента хвильового вектора.

Підставивши третє і четверте рівняння системи (2.8) в третє рівняння системи (2.6), отримаємо формулу, яка визначає аксіальну компоненту поля для НЕ коливань:

$$\Delta_{\perp} E_{z,\nu} = -\frac{\varepsilon_{\parallel,\nu} (\mu_\nu k^2 \varepsilon_{\perp,\nu} - k_z^2)}{\varepsilon_{\perp,\nu}} E_{z,\nu}, \quad (2.9)$$

де $\Delta_{\perp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$. Після підстановки першого і другого рівняння системи (2.8) в третє рівняння системи (2.7) отримаємо формулу, що визначає аксіальну компоненту поля для ЕН коливань резонатора:

$$\Delta_{\perp} H_{z,\nu} = -(\mu_\nu k^2 \varepsilon_{\perp,\nu} - k_z^2) H_{z,\nu}. \quad (2.10)$$

Розв'язок рівнянь (2.9) і (2.10) для випадку $r \leq r_1$ (перший шар всередині резонатора) будемо шукати у вигляді

$$\begin{cases} E_{z1} = C_1^E J_n(\bar{\chi}_1 r) e^{i(n\varphi + k_z z - \omega t)}, \\ H_{z1} = C_1^H J_n(\chi_1 r) e^{i(n\varphi + k_z z - \omega t)} \end{cases}, \quad (2.11)$$

для випадку $r_1 \leq r \leq r_2$ (другий шар з досліджуваною речовиною)

$$\begin{cases} E_{z2} = [C_2^E J_n(\bar{\chi}_2 r) + D_2^E N_n(\bar{\chi}_2 r)] e^{i(n\varphi + k_z z - \omega t)}, \\ H_{z2} = [C_2^H J_n(\chi_2 r) + D_2^H N_n(\chi_2 r)] e^{i(n\varphi + k_z z - \omega t)} \end{cases}, \quad (2.12)$$

для випадку $r_2 \leq r \leq r_3$ (третій шар резонатора)

$$\begin{cases} E_{z3} = [C_3^E J_n(\bar{\chi}_3 r) + D_3^E N_n(\bar{\chi}_3 r)] e^{i(n\varphi + k_z z - \omega t)}, \\ H_{z3} = [C_3^H J_n(\chi_3 r) + D_3^H N_n(\chi_3 r)] e^{i(n\varphi + k_z z - \omega t)} \end{cases}, \quad (2.13)$$

розв'язок рівнянь (2.11) і (2.12) для поля поза резонатором ($r \geq r_3$) – у вигляді

$$\begin{cases} E_{z4} = C_4^E H_n^{(1)}(\bar{\chi}_4 r) e^{i(n\varphi + k_z z - \omega t)}, \\ H_{z4} = C_4^H H_n^{(1)}(\chi_4 r) e^{i(n\varphi + k_z z - \omega t)} \end{cases}; \quad (2.14)$$

де $C_{1-4}^{E,H}$, $D_{2,3}^{E,H}$ – сталі, $J_n(z)$, $N_n(z)$ і $H_n^{(1)}(z)$ – відповідно циліндричні функції n -го порядку Бесселя, Неймана і Ханкеля першого роду; $n = 0, 1, 2, \dots$ – азимутальне хвильове число, $\bar{\chi}_\nu$, χ_ν – радіальні компоненти хвильового вектора. Підставивши рівності (2.11–2.14) в рівняння (2.9) і (2.10), отримаємо наступні рівняння:

$$J_n''(\bar{\chi}_\nu r) + \frac{1}{\bar{\chi}_\nu r} J_n'(\bar{\chi}_\nu r) + \left[\frac{1}{\bar{\chi}_\nu^2} \frac{\varepsilon_{\parallel,\nu}}{\varepsilon_{\perp,\nu}} (\mu_\nu k^2 \varepsilon_{\perp,\nu} - k_z^2) - \frac{n^2}{\bar{\chi}_\nu^2 r^2} \right] J_n(\bar{\chi}_\nu r) = 0; \quad (2.15)$$

$$J_n''(\chi_\nu r) + \frac{1}{\chi_\nu r} J_n'(\chi_\nu r) + \left[\frac{1}{\chi_\nu^2} (\mu_\nu k^2 \varepsilon_{\perp,\nu} - k_z^2) - \frac{n^2}{\chi_\nu^2 r^2} \right] J_n(\chi_\nu r) = 0, \quad (2.16)$$

де штрих над функціями $J_n(\overline{\chi}_v r)$ і $J_n(\chi_v r)$ означає їх диференціювання за аргументом.

Рівняння (2.15) являється рівнянням Бесселя за умови, що $\frac{1}{\chi_v} \frac{\varepsilon_{\parallel, v}}{\varepsilon_{\perp, v}} (\mu_v k^2 \varepsilon_{\perp, v} - k_z^2) = 1$, звідки $\chi_v^{-2} = \frac{\varepsilon_{\parallel, v}}{\varepsilon_{\perp, v}} (\mu_v k^2 \varepsilon_{\perp, v} - k_z^2)$. Для рівняння (2.16) має

виконуватися аналогічна вимога: $\frac{1}{\chi_v^2} (\mu_v k^2 \varepsilon_{\perp, v} - k_z^2) = 1$, звідки $\chi_v^2 = (\mu_v k^2 \varepsilon_{\perp, v} - k_z^2)$, отже,

$$\chi_v^{-2} = \frac{\varepsilon_{\parallel, v}}{\varepsilon_{\perp, v}} \chi_v^2.$$

Всередині резонатора електромагнітне поле являється скінченним. Цій умові задовольняють функції Бесселя $J_n(z)$, які слід застосовувати при описі полів всередині резонатора ($r \leq r_3$). Якщо межа розділу $r = r_3$ не являється провідною, то поза циліндром електромагнітне поле має бути спадним. Отже, у разі $r > r_3$ опис полів виконується функціями Ханкеля першого роду $H_n^{(1)}(z)$, які являються єдиними циліндричними функціями, що обертаються в нуль при нескінченних значеннях комплексного аргументу z . Функції Бесселя, Неймана і Ханкеля виражаються наступним чином [54]:

$$J_n(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(z \sin t - nt) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{i(z \sin t - nt)} dt,$$

$$N_n(z) = \frac{2}{\pi} J_n(z) \ln \frac{\gamma z}{2} - \frac{1}{\pi} \left(\frac{z}{2}\right)^n \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{(-1)^\kappa}{\kappa!(n+\kappa)!} \left(\frac{z}{2}\right)^{n+\kappa} \left(\sum_{l=1}^{\kappa} \frac{1}{l} + \sum_{l=1}^{\kappa+n} \frac{1}{l} \right) - \frac{1}{\pi} \left(\frac{z}{2}\right)^{-n} \sum_{\kappa=0}^{n-1} \frac{(n-\kappa-1)!}{\kappa!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2\kappa},$$

де $\gamma = \exp\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n \right]\right)$, $H_n^{(1)}(z) = J_n(z) + iN_n(z)$.

2.2.3 Граничні умови

Параметри ε і μ , що фігурують в рівняннях електромагнітного поля, можуть змінюватись в просторі. Ці зміни можуть відбуватись не тільки безперервно, але і стрибкоподібно, наприклад, на деякій поверхні S параметри ε і μ можуть мати стрибок: така поверхня є межею розділу двох середовищ. На поверхні S електромагнітне поле

також має стрибок, і рівняння електромагнітного поля мають бути доповнені граничними умовами.

Застосувавши теорему Стокса–Фарадея до формул (2.1) і (2.2), отримаємо граничні умови для поверхні розділу двох середовищ [52]:

$$E_{\tau}^{(1)} = E_{\tau}^{(2)}; H_{\tau}^{(1)} = H_{\tau}^{(2)}, \quad (2.17)$$

що справедливі за відсутності поверхневих токів. Тут індекс τ визначає тангенціальні складові полів, а позначками (1) і (2) відмічено поля по обидва боки межі розділу S . Використовуючи систему циліндричних координат, можна записати граничні умови у наступному вигляді:

$$E_z^{(1)}(r_1) = E_z^{(2)}(r_1); \quad (2.18)$$

$$E_{\varphi}^{(1)}(r_1) = E_{\varphi}^{(2)}(r_1); \quad (2.19)$$

$$H_z^{(1)}(r_1) = H_z^{(2)}(r_1); \quad (2.20)$$

$$H_{\varphi}^{(1)}(r_1) = H_{\varphi}^{(2)}(r_1). \quad (2.21)$$

Всередині ідеального провідника $\vec{E} = 0$ і $\vec{H} = 0$ (всі компоненти поля дорівнюють нулю), а поза ідеальним провідником тільки тангенціальна компонента електричного поля дорівнює нулю

$$E_{\tau} = 0. \quad (2.22)$$

Рівняння (2.22) в циліндричній системі координат набуде вигляд: $E_r \vec{e}_r^0 + E_{\varphi} \vec{e}_{\varphi}^0 = 0$, звідки випливають рівності

$$E_r = 0; E_\varphi = 0, \quad (2.23)$$

які є дійсними на поверхні ідеального провідника. H_r , H_φ , E_r і E_φ – це компоненти поля поза провідником за відповідними напрямками. Розглянувши рівняння (2.7) з урахуванням рівностей (2.23), отримаємо для поверхні ідеального провідника рівність

$$H_z = 0, \quad (2.24)$$

де H_z – аксіальна компонента поля поза провідником.

Якщо врахувати наявність відбитої хвилі в резонаторі, можна переписати рівняння (2.13) у вигляді:

$$H_{z1} = C_1^H J_n(\chi_1 r) e^{i(n\varphi + k_z z - \omega t)} + \tilde{C}_1^H J_n(\chi_1 r) e^{i(n\varphi - k_z z - \omega t)},$$

$$E_{z1} = C_1^E J_n(\bar{\chi}_1 r) e^{i(n\varphi + k_z z - \omega t)} + \tilde{C}_1^E J_n(\bar{\chi}_1 r) e^{i(n\varphi - k_z z - \omega t)},$$

звідки, з урахуванням рівностей (2.23) і (2.24), отримаємо $\tilde{C}_1^H = -C_1^H$ і $\tilde{C}_1^E = C_1^E$. Відповідно, рівняння (2.13) з урахуванням граничних умов на провідних торцях резонатора приймуть вигляд

$$H_{z1} = A_1^H J_n(\chi_1 r) \sin(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)}; \quad (2.25)$$

$$E_{z1} = A_1^E J_n(\bar{\chi}_1 r) \cos(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)}, \quad (2.26)$$

де введено нові константи A_1^H і A_1^E , пов'язані відповідно з C_1^H і C_1^E співвідношеннями $A_1^H = 2iC_1^H$, $A_1^E = 2C_1^E$.

Аналогічно для решти трьох випадків маємо:

$$H_{z2} = [A_2^H J_n(\chi_2 r) + B_2^H N_n(\chi_2 r)] \sin(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.27)$$

$$E_{z2} = [A_2^E J_n(\bar{\chi}_2 r) + B_2^E N_n(\bar{\chi}_2 r)] \cos(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.28)$$

$$H_{z3} = [A_3^H J_n(\chi_3 r) + B_3^H N_n(\chi_3 r)] \sin(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.29)$$

$$E_{z3} = [A_3^E J_n(\bar{\chi}_3 r) + B_3^E N_n(\bar{\chi}_3 r)] \cos(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.30)$$

$$H_{z4} = A_4^H H_n^{(1)}(\chi_4 r) \sin(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.31)$$

$$E_{z4} = A_4^E H_n^{(1)}(\bar{\chi}_4 r) \cos(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.32)$$

Якщо розташувати резонатор відносно вісі z так, як показано на рис. 2.1, то очевидно, що граничні умови для ідеального провідника будуть виконуватись в площинах $z = 0$ і $z = L$. Підставивши значення $z = L$ у рівність (2.25) і застосувавши рівність (2.24), отримаємо значення аксіальної компоненти хвильового вектора $k_{zs} = \frac{s\pi}{L}$, $s=0,1,2,\dots$ - аксіальний індекс. У випадку $s = 0$ ($\frac{\partial}{\partial z} = 0$) мають місце аксіально-однорідні коливання, для яких відбивання від торцевих поверхонь резонатора відсутні.

Коли маємо аксіальні компоненти поля (2.25) – (2.32), можемо визначити азимутальні компоненти для кожного шару, використовуючи перше і третє рівняння із системи (2.8):

$$H_{\varphi 1} = \frac{i}{\chi_1^2} \left[\frac{nk_z}{r} A_1^H J_n(\chi_1 r) + k\varepsilon_{\perp 1} \bar{\chi}_1 A_1^E J_n'(\bar{\chi}_1 r) \right] \cos(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.33)$$

$$H_{\varphi 2} = \frac{i}{\chi_2^2} \left[\frac{nk_z}{r} (A_2^H J_n(\chi_2 r) + B_2^H N_n(\chi_2 r)) + k\varepsilon_{\perp 2} \bar{\chi}_2 (A_2^E J_n'(\bar{\chi}_2 r) + B_2^E N_n'(\bar{\chi}_2 r)) \right] \cos(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.34)$$

$$H_{\varphi 3} = \frac{i}{\chi_3^2} \left[\frac{nk_z}{r} (A_3^H J_n(\chi_3 r) + B_3^H N_n(\chi_3 r)) + k\varepsilon_{\perp 3} \bar{\chi}_3 (A_3^E J_n'(\bar{\chi}_3 r) + B_3^E N_n'(\bar{\chi}_3 r)) \right] \cos(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.35)$$

$$H_{\varphi 4} = \frac{i}{\chi_4^2} \left[\frac{nk_z}{r} A_4^H H_n^{(1)}(\chi_4 r) + k\varepsilon_{\perp 4} \bar{\chi}_4 A_4^E H_n^{(1)'}(\bar{\chi}_4 r) \right] \cos(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.36)$$

$$E_{\varphi 1} = -\frac{i}{\chi_1^2} \left[\frac{nk_z}{r} A_1^E J_n(\bar{\chi}_1 r) + k\mu_1 \bar{\chi}_1 A_1^H J_n'(\chi_1 r) \right] \sin(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.37)$$

$$E_{\varphi_2} = -\frac{i}{\chi_2^2} \left[\frac{nk_z}{r} (A_2^E J_n(\bar{\chi}_2 r) + B_2^E N_n(\bar{\chi}_2 r)) + k\mu_2 \chi_2 (A_2^H J'_n(\chi_2 r) + B_2^H N'_n(\chi_2 r)) \right] \sin(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.38)$$

$$E_{\varphi_3} = -\frac{i}{\chi_3^2} \left[\frac{nk_z}{r} (A_3^E J_n(\bar{\chi}_3 r) + B_3^E N_n(\bar{\chi}_3 r)) + k\mu_3 \chi_3 (A_3^H J'_n(\chi_3 r) + B_3^H N'_n(\chi_3 r)) \right] \sin(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.39)$$

$$E_{\varphi_4} = -\frac{i}{\chi_4^2} \left[\frac{nk_z}{r} A_4^E H_n^{(1)}(\bar{\chi}_4 r) + k\mu_4 \chi_4 A_4^H H_n^{(1)}(\chi_4 r) \right] \sin(k_z z) e^{i(n\varphi - \omega t)} \quad (2.40)$$

Відповідно до граничних умов (2.18) – (2.21), запишемо рівняння на межі розділу середовищ для всіх трьох випадків $r = r_1$, $r = r_2$ і $r = r_3$:

1) $r = r_1$

Для рівнянь (2.25) і (2.27)

$$A_1^H J_{11} = A_2^H J_{21} + B_2^H N_{21} \quad (2.41)$$

$$A_1^E \bar{J}_{11} = A_2^E \bar{J}_{21} + B_2^E \bar{N}_{21} \quad (2.42)$$

для рівнянь (2.33) і (2.34)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\chi_1^2} \left[\frac{nk_z}{r_1} A_1^H J_{11} + k\varepsilon_{\perp 1} \bar{\chi}_1 A_1^E \bar{J}'_{11} \right] = \\ & = \frac{1}{\chi_2^2} \left[\frac{nk_z}{r_1} (A_2^H J_{21} + B_2^H N_{21}) + k\varepsilon_{\perp 2} \bar{\chi}_2 (A_2^E \bar{J}'_{21} + B_2^E \bar{N}'_{21}) \right] \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\chi_1^2} \left[\frac{nk_z}{r_1} A_1^E \bar{J}_{11} + k\mu_1 \chi_1 A_1^H J'_{11} \right] = \\ & = \frac{1}{\chi_2^2} \left[\frac{nk_z}{r_1} (A_2^E \bar{J}_{21} + B_2^H \bar{N}_{21}) + k\mu_2 \chi_2 (A_2^H J'_{21} + B_2^H N'_{21}) \right] \end{aligned} \quad (2.44)$$

2) $r = r_2$

$$A_2^H J_{22} + B_2^H N_{22} = A_3^H J_{32} + B_3^H N_{32} \quad (2.45)$$

$$A_2^E \bar{J}_{22} + B_2^E \bar{N}_{22} = A_3^E \bar{J}_{32} + B_3^E \bar{N}_{32} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\chi_2^2} \left[\frac{nk_z}{r_2} (A_2^H J_{22} + B_2^H N_{22}) + k\varepsilon_{\perp 2} \bar{\chi}_2 (A_2^E \bar{J}'_{22} + B_2^E \bar{N}'_{22}) \right] = \\ & = \frac{1}{\chi_3^2} \left[\frac{nk_z}{r_2} (A_3^H J_{32} + B_3^H N_{32}) + k\varepsilon_{\perp 3} \bar{\chi}_3 (A_3^E \bar{J}'_{32} + B_3^E \bar{N}'_{32}) \right] \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\chi_2^2} \left[\frac{nk_z}{r_2} (A_2^E \bar{J}_{22} + B_2^E \bar{N}_{22}) + k\mu_2 \chi_2 (A_2^H J'_{22} + B_2^H N'_{22}) \right] = \\ & = \frac{1}{\chi_3^2} \left[\frac{nk_z}{r_2} (A_3^E \bar{J}_{32} + B_3^E \bar{N}_{32}) + k\mu_3 \chi_3 (A_3^H J'_{32} + B_3^H N'_{32}) \right] \end{aligned} \quad (2.48)$$

2) $r = r_3$

$$A_3^H J_{33} + B_3^H N_{33} = A_4^H H_{43} \quad (2.49)$$

$$A_3^E \bar{J}_{33} + B_3^E \bar{N}_{33} = A_4^E \bar{H}_{43} \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\chi_3^2} \left[\frac{nk_z}{r_3} (A_3^H J_{33} + B_3^H N_{33}) + k\varepsilon_{\perp 3} \bar{\chi}_3 (A_3^E \bar{J}'_{33} + B_3^E \bar{N}'_{33}) \right] = \\ & = \frac{1}{\chi_4^2} \left[\frac{nk_z}{r_3} A_4^H H_{43} + k\varepsilon_{\perp 4} \bar{\chi}_4 A_4^E \bar{H}'_{43} \right] \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\chi_3^2} \left[\frac{nk_z}{r_3} (A_3^E \bar{J}_{33} + B_3^E \bar{N}_{33}) + k\mu_3 \chi_3 (A_3^H J'_{33} + B_3^H N'_{33}) \right] = \\ & = \frac{1}{\chi_4^2} \left[\frac{nk_z}{r_3} A_4^E \bar{H}_{43} + k\mu_4 \chi_4 A_4^H H'_{43} \right] \end{aligned} \quad (2.52)$$

где, $S_{ij} = S_n(\chi_i r_j)$, $\bar{S}_{ij} = S_n(\bar{\chi}_i r_j)$.

2.3 Перетворення отриманих рівнянь

У нас є 12 рівнянь (2.41) – (2.52) і 12 невідомих констант $A_{1-4}^{E,H}$, $B_{2-3}^{E,H}$, ми можемо залишити тільки дві константи B_3^E і B_3^H , виразивши їх через решту.

Вилучимо з системи константи $A_1^{E,H}$ і $A_4^{E,H}$. Для цього підставимо A_1^H з (2.41) і A_1^E з (2.42) в рівняння (2.43) і (2.44):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\chi_1^2} \left[\frac{nk_z}{r_1} (A_2^H J_{21} + B_2^H N_{21}) + k\varepsilon_{\perp 1} \bar{\chi}_1 \frac{\bar{J}'_{11}}{J_{11}} (A_2^E \bar{J}_{21} + B_2^E \bar{N}_{21}) \right] = \\ & = \frac{1}{\chi_2^2} \left[\frac{nk_z}{r_1} (A_2^H J_{21} + B_2^H N_{21}) + k\varepsilon_{\perp 2} \bar{\chi}_2 (A_2^E \bar{J}'_{21} + B_2^E \bar{N}'_{21}) \right] \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\chi_1^2} \left[\frac{nk_z}{r_1} (A_2^E \bar{J}_{21} + B_2^E \bar{N}_{21}) + k\mu_1 \chi_1 \frac{J'_{11}}{J_{11}} (A_2^H J_{21} + B_2^H N_{21}) \right] = \\ & = \frac{1}{\chi_2^2} \left[\frac{nk_z}{r_1} (A_2^E \bar{J}_{21} + B_2^E \bar{N}_{21}) + k\mu_2 \chi_2 (A_2^H J'_{21} + B_2^H N'_{21}) \right] \end{aligned} \quad (2.54)$$

Аналогічно для рівнянь (2.51) і (2.52), підставивши в них вирази для констант A_4^H і A_4^E з (2.49) і (2.50):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\chi_3^2} \left[\frac{nk_z}{r_3} (A_3^H J_{33} + B_3^H N_{33}) + k\varepsilon_{\perp 3} \bar{\chi}_3 (A_3^E \bar{J}'_{33} + B_3^E \bar{N}'_{33}) \right] = \\ & = \frac{1}{\chi_4^2} \left[\frac{nk_z}{r_3} (A_3^H J_{33} + B_3^H N_{33}) + k\varepsilon_{\perp 4} \bar{\chi}_4 \frac{\bar{H}'_{43}}{H_{43}} (A_3^E \bar{J}_{33} + B_3^E \bar{N}_{33}) \right] \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\chi_3^2} \left[\frac{nk_z}{r_3} (A_3^E \bar{J}_{33} + B_3^E \bar{N}_{33}) + k\mu_3 \chi_3 (A_3^H J'_{33} + B_3^H N'_{33}) \right] = \\ & = \frac{1}{\chi_4^2} \left[\frac{nk_z}{r_3} (A_3^E \bar{J}_{33} + B_3^E \bar{N}_{33}) + k\mu_4 \chi_4 \frac{H'_{43}}{H_{43}} (A_3^H J_{33} + B_3^H N_{33}) \right] \end{aligned} \quad (2.56)$$

Запишемо рівняння (2.53) і (2.56) у вигляді

$$A_2^E a_1(\bar{J}) + B_2^E a_1(\bar{N}) = -\tau_1 (A_2^H J_{21} + B_2^H N_{21}) \quad (2.57)$$

$$A_2^H a_1(J) + B_2^H a_1(N) = -\tau_1 (A_2^E \bar{J}_{21} + B_2^E \bar{N}_{21}) \quad (2.58)$$

$$A_3^E a_4(\bar{J}) + B_3^E a_4(\bar{N}) = -\tau_3 (A_3^H J_{33} + B_3^H N_{33}) \quad (2.59)$$

$$A_3^H a_4(J) + B_3^H a_4(N) = -\tau_3 (A_3^E \bar{J}_{33} + B_3^E \bar{N}_{33}) \quad (2.60)$$

$$\text{де } b = \frac{nk_z}{k}, \quad \tau_1 = b\left(\frac{1}{x_{11}^2} - \frac{1}{x_{21}^2}\right), \quad \tau_3 = b\left(\frac{1}{x_{43}^2} - \frac{1}{x_{33}^2}\right), \quad \bar{\gamma}_1 = \frac{1}{x_{11}} \frac{\bar{J}'_{11}}{\bar{J}_{11}}, \quad \gamma_1 = \frac{1}{x_{11}} \frac{J'_{11}}{J_{11}}, \quad \bar{\gamma}_4 = \frac{1}{x_{43}} \frac{\bar{H}'_{43}}{\bar{H}_{43}},$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{x_{43}} \frac{H'_{43}}{H_{43}}, \quad a_1(\bar{S}) = \varepsilon_{\parallel} \bar{\gamma}_1 \bar{S}_{21} - \frac{\varepsilon_{\parallel 2}}{x_{21}} \bar{S}'_{21}, \quad a_1(S) = \mu_1 \gamma_1 S_{21} - \frac{\mu_2}{x_{21}} S'_{21},$$

$$a_4(\bar{S}) = \varepsilon_{\parallel 4} \bar{\gamma}_4 \bar{S}_{33} - \frac{\varepsilon_{\parallel 3}}{x_{33}} \bar{S}'_{33}, \quad a_4(S) = \mu_4 \gamma_4 S_{33} - \frac{\mu_3}{x_{33}} S'_{33}.$$

Виразимо константи $A_2^{E,H}$ через B_2^H і B_2^E . Для цього вираз для константи A_2^E з рівняння (2.57) підставимо в (2.58), вилучивши таким чином з останнього A_2^E , маємо:

$$A_2^H = -q_2^{\varepsilon\mu} B_2^H - q_2^{\varepsilon} B_2^E, \quad (2.61)$$

$$\text{де } q_2^{\varepsilon\mu} = [a_1(N)a_1(\bar{J}) - \tau_1^2 N_{21} \bar{J}_{21}] / q_2, \quad q_2^{\varepsilon} = \tau_1 [\bar{N}_{21} a_1(\bar{J}) - a_1(\bar{N}) \bar{J}_{21}] / q_2,$$

$$q_2 = a_1(J)a_1(\bar{J}) - \tau_1^2 J_{21} \bar{J}_{21}.$$

Таким же чином у рівняння (2.57) підставимо вираз для константи A_2^H з (2.58):

$$A_2^E = -q_2^{\mu\varepsilon} B_2^E - q_2^{\mu} B_2^H, \quad (2.62)$$

$$\text{де } q_2^{\mu\varepsilon} = [a_1(\bar{N})a_1(J) - \tau_1^2 \bar{N}_{21} J_{21}] / q_2, \quad q_2^{\mu} = \tau_1 [N_{21} a_1(J) - a_1(N) J_{21}] / q_2.$$

Перетворимо рівняння (2.59) і (2.60), виразивши $A_3^{E,H}$ через B_3^H і B_3^E :

$$A_3^H = -q_3^{\varepsilon\mu} B_3^H - q_3^{\varepsilon} B_3^E. \quad (2.63)$$

$$\text{Позначимо } q_3^{\varepsilon\mu} = [a_4(N)a_4(\bar{J}) - \tau_4^2 N_{33} \bar{J}_{33}] / q_2, \quad q_3^{\varepsilon} = \tau_4 [\bar{N}_{33} a_4(\bar{J}) - a_4(\bar{N}) \bar{J}_{33}] / q_2,$$

$$q_3 = a_4(J)a_4(\bar{J}) - \tau_4^2 J_{33} \bar{J}_{33}.$$

$$A_3^E = -q_3^{\mu\varepsilon} B_3^E - q_3^{\mu} B_3^H, \quad (2.64)$$

$$\text{де } q_3^{\mu\varepsilon} = [a_4(\bar{N})a_4(J) - \tau_4^2 \bar{N}_{33} J_{33}] / q_3, \quad q_3^{\mu} = \tau_4 [N_{33} a_4(J) - a_4(N) J_{33}] / q_2.$$

Підставимо отримані вирази (2.61) – (2.64) в рівняння граничних умов на межі другого і третього шарів $r = r_2$. A_2^H і A_3^H підставимо у рівняння (2.45)

$$B_2^E q_2^\varepsilon J_{22} + B_2^H (q_2^{\varepsilon\mu} J_{22} - N_{22}) = B_3^E q_3^\varepsilon J_{32} + B_3^H (q_3^{\varepsilon\mu} J_{32} - N_{32}). \quad (2.65)$$

Позначимо $h_i^\varepsilon = q_i^\varepsilon J_{i2}$, $h_i^{\varepsilon\mu} = q_i^{\varepsilon\mu} J_{i2} - N_{i2}$, тоді

$$h_2^\varepsilon B_2^E + h_2^{\varepsilon\mu} B_2^H = h_3^\varepsilon B_3^E + h_3^{\varepsilon\mu} B_3^H \quad (2.66)$$

A_2^E і A_3^E підставимо у рівняння (2.46)

$$B_2^H q_2^\mu \bar{J}_{22} + B_2^E (q_2^{\mu\varepsilon} \bar{J}_{22} - \bar{N}_{22}) = B_3^H q_3^\mu \bar{J}_{32} + B_3^E (q_3^{\mu\varepsilon} \bar{J}_{32} - \bar{N}_{32}) \quad (2.67)$$

Позначення $h_i^\mu = q_i^\mu \bar{J}_{i2}$, $h_i^{\mu\varepsilon} = q_i^{\mu\varepsilon} \bar{J}_{i2} - \bar{N}_{i2}$, тоді

$$h_2^\mu B_2^H + h_2^{\mu\varepsilon} B_2^E = h_3^\mu B_3^H + h_3^{\mu\varepsilon} B_3^E \quad (2.68)$$

Із рівняння (2.68) $B_2^E = \frac{1}{h_2^{\mu\varepsilon}} (h_3^\mu B_3^H + h_3^{\mu\varepsilon} B_3^E - h_2^\mu B_2^H)$ підставимо в (2.66)

$$B_2^H (h_2^{\varepsilon\mu} h_2^{\mu\varepsilon} - h_2^\varepsilon h_2^\mu) = B_3^E (h_3^\varepsilon h_2^{\mu\varepsilon} - h_2^\varepsilon h_3^{\mu\varepsilon}) + B_3^H (h_3^{\varepsilon\mu} h_2^{\mu\varepsilon} - h_2^\varepsilon h_3^\mu). \quad (2.69)$$

Позначимо $g_0 = h_2^{\varepsilon\mu} h_2^{\mu\varepsilon} - h_2^\varepsilon h_2^\mu$, $g_1 = (h_3^{\varepsilon\mu} h_2^{\mu\varepsilon} - h_2^\varepsilon h_3^\mu)/g_0$, $g_2 = (h_3^\varepsilon h_2^{\mu\varepsilon} - h_2^\varepsilon h_3^{\mu\varepsilon})/g_0$.

Маємо

$$B_2^H = B_3^E g_2 + B_3^H g_1. \quad (2.70)$$

Так само з рівняння (2.66) підставляємо B_2^H в рівняння (2.68), і отримаємо

$$B_2^E = B_3^E g_3 + B_3^H g_4, \quad (2.71)$$

де $g_3 = (h_3^{\mu\varepsilon} h_2^{\varepsilon\mu} - h_2^\mu h_3^\varepsilon)/g_0$, $g_4 = (h_3^\mu h_2^{\varepsilon\mu} - h_2^\mu h_3^{\varepsilon\mu})/g_0$.

Далі визначимо константи $A_{2-3}^{E,H}$ через $B_3^{E,H}$:

$$A_2^H = B_3^H (-q_2^{\varepsilon\mu} g_1 - q_2^\varepsilon g_4) + B_3^E (-q_2^{\varepsilon\mu} g_2 - q_2^\varepsilon g_3) \quad (2.72)$$

$$A_2^E = B_3^E (-q_2^{\mu\varepsilon} g_3 - q_2^\mu g_2) + B_3^H (-q_2^{\mu\varepsilon} g_4 - q_2^\mu g_1) \quad (2.73)$$

$$A_3^H = -q_3^{\varepsilon\mu} B_3^H - q_3^\varepsilon B_3^E \quad (2.74)$$

$$A_3^E = -q_3^{\mu\varepsilon} B_3^E - q_3^\mu B_3^H \quad (2.75)$$

Підставимо всі отримані константи у рівняння (2.47) і (2.48). Для (2.47):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x_{22}^2} (b \{ J_{22} [B_3^H (-q_2^{\varepsilon\mu} g_1 - q_2^\varepsilon g_4) + B_3^E (-q_2^{\varepsilon\mu} g_2 - q_2^\varepsilon g_3)] + N_{22} [B_3^H g_1 + B_3^E g_2] \} + \\ & + \varepsilon_{\perp 2} \bar{x}_{22} \{ \bar{J}'_{22} [B_3^E (-q_2^{\mu\varepsilon} g_3 - q_2^\mu g_2) + B_3^H (-q_2^{\mu\varepsilon} g_4 - q_2^\mu g_1)] + \bar{N}'_{22} [B_3^E g_3 + B_3^H g_4] \}) = \quad (2.76) \\ & = \frac{1}{x_{32}^2} \langle b \{ J_{32} [-q_3^{\varepsilon\mu} B_3^H - q_3^\varepsilon B_3^E] + N_{32} B_3^H \} + \varepsilon_{\perp 3} \bar{x}_{32} \{ \bar{J}'_{32} [-q_3^{\mu\varepsilon} B_3^E - q_3^\mu B_3^H] + \bar{N}'_{32} B_3^E \} \rangle \end{aligned}$$

Позначимо

$$\psi_1 B_3^H + \psi_2 B_3^E = 0 \quad (2.77)$$

де

$$\begin{aligned} \psi_1 = & \frac{1}{x_{22}^2} \{ b [N_{22} g_1 - J_{22} (q_2^{\varepsilon\mu} g_1 + q_2^\varepsilon g_4)] + \varepsilon_{\perp 2} \bar{x}_{22} [\bar{N}'_{22} g_4 - \bar{J}'_{22} (q_2^{\mu\varepsilon} g_4 + q_2^\mu g_1)] \} + \\ & + \frac{1}{x_{32}^2} \{ b [J_{32} q_3^{\varepsilon\mu} - N_{32}] + \varepsilon_{\perp 3} \bar{x}_{32} \bar{J}'_{32} q_3^\mu \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_2 = & \frac{1}{x_{22}^2} \{ b [N_{22} g_2 - J_{22} (q_2^{\varepsilon\mu} g_2 + q_2^\varepsilon g_3)] + \varepsilon_{\perp 2} \bar{x}_{22} [\bar{N}'_{22} g_3 - \bar{J}'_{22} (q_2^{\mu\varepsilon} g_3 + q_2^\mu g_2)] \} + \\ & + \frac{1}{x_{32}^2} \{ \varepsilon_{\perp 3} \bar{x}_{32} [\bar{J}'_{32} q_3^{\mu\varepsilon} - \bar{N}'_{32}] + b J_{32} q_3^\varepsilon \}, \end{aligned}$$

Для рівняння (2.48):

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{x_{22}^2} \left\{ b \left[\bar{J}_{22} \left[B_3^E (-q_2^{\mu\epsilon} g_3 - q_2^\mu g_2) + B_3^H (-q_2^{\mu\epsilon} g_4 - q_2^\mu g_1) \right] + \bar{N}_{22} \left[B_3^E g_3 + B_3^H g_4 \right] \right] + \right. \\
& \left. + \mu_2 x_{22} \left\{ J'_{22} \left[B_3^H (-q_2^{\epsilon\mu} g_1 - q_2^\epsilon g_4) + B_3^E (-q_2^{\epsilon\mu} g_2 - q_2^\epsilon g_3) \right] + N'_{22} \left[B_3^H g_1 + B_3^E g_2 \right] \right\} \right\} = \quad (2.78) \\
& = \frac{1}{x_{32}^2} \left\{ b \left[\bar{J}_{32} \left[-q_3^{\mu\epsilon} B_3^E - q_3^\mu B_3^H \right] + \bar{N}_{32} B_3^E \right] + \mu_3 x_{32} \left\{ J'_{32} \left[-q_3^{\epsilon\mu} B_3^H - q_3^\epsilon B_3^E \right] + N'_{32} B_3^H \right\} \right\}
\end{aligned}$$

$$\psi_4 B_3^H + \psi_3 B_3^E = 0 \quad (2.79)$$

де

$$\begin{aligned}
\psi_3 &= \frac{1}{x_{22}^2} \left\{ b \left[\bar{N}_{22} g_3 - \bar{J}_{22} (q_2^{\mu\epsilon} g_3 + q_2^\mu g_2) \right] + \mu_2 x_{22} \left[N'_{22} g_2 - J'_{22} (q_2^{\epsilon\mu} g_2 + q_2^\epsilon g_3) \right] \right\} + \\
& + \frac{1}{x_{32}^2} \left\{ b \left[\bar{J}_{32} q_3^{\mu\epsilon} - \bar{N}_{32} \right] + \mu_3 x_{32} J'_{32} q_3^\epsilon \right\}, \\
\psi_4 &= \frac{1}{x_{22}^2} \left\{ b \left[\bar{N}_{22} g_4 - \bar{J}_{22} (q_2^{\mu\epsilon} g_4 + q_2^\mu g_1) \right] + \mu_2 x_{22} \left[N'_{22} g_1 - J'_{22} (q_2^{\epsilon\mu} g_1 + q_2^\epsilon g_4) \right] \right\} + \\
& + \frac{1}{x_{32}^2} \left\{ \mu_3 x_{32} \left[J'_{32} q_3^{\epsilon\mu} - N'_{32} \right] + b \bar{J}_{32} q_3^\mu \right\}
\end{aligned}$$

З рівнянь (2.77) (2.79) B_3^H B_3^E вилучимо константи B_3^H і B_3^E :

$$\psi_1 \psi_3 = \psi_2 \psi_4 \quad (2.80)$$

Отримане дисперсійне рівняння (2.80) дозволяє знайти спектральні характеристики тришарового резонатора з середнім кільцевим шаром, який заповнено досліджуваною речовиною. При заданих параметрах резонатора і експериментально виміряній комплексній частоті власного коливання воно визначає комплексну діелектричну проникність ϵ_2 . У разі товщин кільцевого шару $\Delta = r_2 - r_1$ настільки малих, що виконується співвідношення $\sqrt{\epsilon_2'} k' \Delta \ll 1$, можна обмежитися першим наближенням розкладання в ряд дисперсійного рівняння (2.80) за цим малим параметром.

В резонаторі можуть збуджуватися аксіально-однорідні коливання, для яких аксіальний індекс $s = 0$ і $k_{zs} = 0$, і азимутально-однорідні $n = 0$. Аксіально-однорідні коливання існують тільки ТМ типу.

Для аксіально-однорідних коливань, у яких аксіальний індекс s дорівнює нулю, рівняння (2.80) спрощується і приводиться до вигляду

$$\left[\frac{\sqrt{\varepsilon_{\parallel 2}}}{\sqrt{\varepsilon_{\parallel 3}}} \left\{ \left(\frac{a_4(\bar{N})}{a_4(J)} \bar{J}_{32} - \bar{N}_{32} \right) \left(\bar{N}'_{22} - \frac{a_1(\bar{N})}{a_1(J)} \bar{J}'_{22} \right) \right\} + \left(\bar{J}'_{32} \frac{a_4(\bar{N})}{a_4(J)} - \bar{N}'_{32} \right) \cdot \left(\frac{a_1(\bar{N})}{a_1(J)} \bar{J}_{22} - \bar{N}_{22} \right) \right] \times \quad (2.81)$$

$$\times \left[\frac{\mu_2}{\mu_3} \left\{ \left(\frac{a_4(N)}{a_4(J)} J_{32} - N_{32} \right) \cdot \left(N'_{22} - \frac{a_1(N)}{a_1(J)} J'_{22} \right) \right\} + \frac{\varepsilon_{\perp 2}}{\varepsilon_{\perp 3}} \left(J'_{32} \frac{a_4(N)}{a_4(J)} - N'_{32} \right) \cdot \left(\frac{a_1(N)}{a_1(J)} J_{22} - N_{22} \right) \right] = 0$$

Перший множник цієї системи описує ТЕ коливання, другий множник – ТМ коливання. В даному резонаторі можуть існувати тільки ТМ аксіально-однорідні коливання, оскільки H компонента поля розподілена вздовж вісі резонатора по функції $\sin(k_z z)$ і при $k_z = 0$ вона також стає рівною нулю. Тому

$$\frac{\mu_2}{\mu_3} \left\{ \left(\frac{a_4(N)}{a_4(J)} J_{32} - N_{32} \right) \cdot \left(N'_{22} - \frac{a_1(N)}{a_1(J)} J'_{22} \right) \right\} + \frac{\varepsilon_{\perp 2}}{\varepsilon_{\perp 3}} \left(J'_{32} \frac{a_4(N)}{a_4(J)} - N'_{32} \right) \cdot \left(\frac{a_1(N)}{a_1(J)} J_{22} - N_{22} \right) = 0$$

$$\frac{\mu_2}{\mu_3} \left\{ \left(\frac{a_4(N)}{a_4(J)} J_{32} - N_{32} \right) \cdot \left(\frac{a_1(N)}{a_1(J)} J'_{22} - N'_{22} \right) \right\} = \frac{\varepsilon_{\perp 2}}{\varepsilon_{\perp 3}} \left(J'_{32} \frac{a_4(N)}{a_4(J)} - N'_{32} \right) \cdot \left(\frac{a_1(N)}{a_1(J)} J_{22} - N_{22} \right)$$

У загальному випадку в тришаровому діелектричному резонаторі існують два типи незалежних коливань: HE, для якого $|E_z|_{\cos(k_z z)=1} \gg |H_z|_{\sin(k_z z)=1}$, і EH, для якого $|E_z|_{\cos(k_z z)=1} \ll |H_z|_{\sin(k_z z)=1}$. У першому випадку всі компоненти поля виражаються через сталі B_3^H , у другому – через B_3^E , які визначаються з умови збудження.

Якщо досліджується анізотропна речовина, то в резонаторі збуджуються коливання з різними модовими індексами і розглядається система з двох дисперсійних рівнянь з невідомими $\varepsilon_{\perp 2}$ і $\varepsilon_{\parallel 2}$.

3 ВИЗНАЧЕННЯ ДІЕЛЕКТРИЧНИХ ПРОНИКНОСТЕЙ РЕЧОВИН

3.1 Алгоритм визначення діелектричних проникностей речовин з використанням тришарового циліндричного діелектричного резонатора

Добротність Q резонатора з торцевими поверхнями визначається співвідношенням

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_{rad}} + \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_0}, \quad (3.1)$$

де Q_{rad} – радіаційна добротність, Q_d – добротність, яка обумовлена втратами в діелектрику, Q_c – добротність, що визначається енергією втрат за період коливань в торцевих стінках резонатора, Q_0 – добротність, яка враховує енергію, що віддається у зовнішній пристрій. Вираз (3.1) визначає повну (навантажену) добротність резонатора Q . Власна добротність резонатора визначається виразом [55]

$$\frac{1}{Q_F} = \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_{rad}} + \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_0}. \quad (3.2)$$

Для вимірювань використовують резонатор з конкретної речовини, для якої відомі компоненти тензора діелектричної проникності і тангенс кута втрат, з відомими геометричними розмірами L і r_1, r_2, r_3 . Експериментальним шляхом знаходиться власна комплексна частота резонатора. Значення комплексної діелектричної проникності досліджуваної речовини визначається розв'язком дисперсійного рівняння відносно ε_2 .

Для здійснення даної методики необхідно:

- збудити в резонаторі коливання;
- ідентифікувати резонансну моду: азимутальний, радіальний та аксіальний індекси (n, m, s) ;
- виміряти резонансну частоту коливання ω ;
- експериментально визначити добротність резонатора Q ;
- обчислити уявну частину комплексної частоти $\omega'' = \frac{\omega'}{2 \cdot Q}$;

- обчислити діелектричну проникність речовини в середньому шарі резонатора за допомогою дисперсійного рівняння (системи рівнянь).

3.2 Вимірювання часових параметрів резонаторів

На рис. 3.1 наведено схему вимірювача відношень потужностей для визначення коефіцієнта послаблення. Основна структура вимірювача реалізована в панорамних вимірювачах P2-52...P2-72. Сутність визначення коефіцієнта послаблення полягає у вимірюваннях потужностей на виході і вході досліджуваного радіотехнічного пристрою або безпосередньо їх співвідношення.

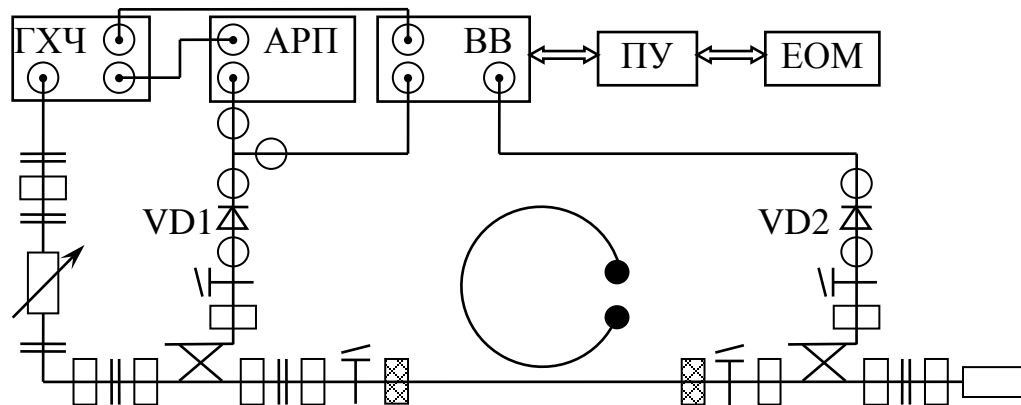


Рисунок 3.1 – Блок-схема вимірювача коефіцієнта послаблення

ГХЧ – генератор хиткої частоти; АРП – блок автоматичного регулювання потужності;
 ВВ – вимірювач відношень; ПУ – пристрій узгодження;
 ЕОМ – електронно-обчислювальна машина (комп'ютер)

Вимірювання базуються на виділенні спрямованими відгалужувачами частин енергії, яка поступає в діелектричний хвилевід і витікає з нього в узгоджене навантаження, коли поблизу хвилеводу розміщується елемент резонансного відбору енергії хвилі, що в ньому розповсюджується. Виділені сигнали детектуються детекторними головками VD1 і VD2, які вбудовані у вторинні тракти спрямованих відгалужувачів, і подаються на блок вимірювання коефіцієнта послаблення (ВВ) мікрохвильового сигналу в діелектричному тракті. Робота детекторів в квадратичному режимі забезпечується низьким рівнем потужності сигналів у спрямованих відгалужувачах. Сигнал на виході детекторної головки падаючої хвилі підтримується постійним (заданим при калібровці) системою автоматичного регулювання потужності (АРП) генератора, для чого у вимірювачі використано зворотний зв'язок з генератором хиткої частоти (ГХЧ).

ГХЧ, який реалізовано на лампі зворотної хвилі, видає мікрохвильовий сигнал з частотою, що періодично змінюється, в міліметровому діапазоні. Сигнал по хвилевідній лінії у вигляді прямокутного металічного хвилеводу через розв'язувальний атенуатор поступає на діелектричний хвилевід, який узгоджено з металічним хвилеводом. Електромагнітне поле, яке експоненційно спадає поза діелектричним хвилеводом, за допомогою розподіленого зв'язку збуджує досліджуваний резонатор, зовнішнє поле власних коливань якого також має спадний характер. Коефіцієнт розподіленого зв'язку β регулюється в межах $0 \leq \beta \leq 1$ зміною відстані між хвилеводом і резонатором. Такий зв'язок дозволяє збуджувати в резонаторі вищі типи коливань "шепочучої галереї", поля яких локалізовані поблизу поверхні резонатора. Синхронна робота ГХЧ і вимірювача відношень забезпечується подаванням на нього пилкоподібної напруги з ГХЧ, яка в свою чергу використовується і для керування частотою автогенератора.

Недоліком застосованого методу вимірювання коефіцієнта послаблення є малий діапазон його вимірюваних величин (до 30 дБ), обмежений діапазон вимірюваних відношень потужностей. Розширення діапазону послаблення до 50 дБ завдяки програмній корекції неквадратичності мікрохвильових діодів здійснено у вимірювачах P2-73...P2-82.

Для визначення частотної залежності резонансного поглинання енергії хвилі, що розповсюджується в діелектричному хвилеводі, власними коливаннями резонатора в ГХЧ передбачено режим ручного хитання частоти і використано резонансний частотомір. Основною частиною частотоміра є об'ємний резонатор, механізм перестроювання якого пов'язаний з відліковою шкалою. Вимірювання резонансної частоти і частот на рівні -3 дБ амплітудної резонансної характеристики послаблення сигналу в діелектричному хвилеводі, який збуджує резонатор, дозволяють визначити навантажену добротність досліджуваного резонатора [56]

$$Q = \frac{\omega'}{|\omega'_1 - \omega'_2|}, \quad (3.3)$$

де ω'_1 і ω'_2 – частоти, які відповідають відбору резонатором половинної потужності по відношенню до потужності на резонансній частоті ω' .

Для визначення власної добротності резонатора $Q_F = (\beta + 1)Q$ у вимірювальній установці забезпечують режим слабкого зв'язку між діелектричним хвилеводом і резонатором ($\beta \rightarrow 0$).

У вимірювачі коефіцієнта послаблення (рис. 3.1) передбачено введення основних

вимірюваних параметрів в електронно-обчислювальну машину (ЕОМ) через пристрій узгодження (ПУ). Спеціально розроблені програмні засоби дозволяють визначити основні характеристики резонатора і застосувати їх для обчислення необхідних величин. Наприклад, розв'язання оберненої задачі електродинаміки дозволяє визначити електрофізичні параметри речовини резонатора або (і) середовищ, які з ним межують.

3.3 Чисельні методи розв'язання дисперсійного рівняння

Розв'язання дисперсійного рівняння проводиться в декілька етапів. Формуються часткові області, які обмежені значеннями дійсної і уявної частин частоти. Формування відбувається на основі енергетичних характеристик, які отримано експериментально. В якості базисних точок для визначення коренів дисперсійного рівняння методом прямого пошуку використовуються вузли досліджуваної частотної сітки.

У разі використання методу прямого пошуку передбачувані розв'язки задаються деякою початковою точкою $x[0]$. Обстеження околу даної точки проводиться зміною компоненти вектора $x[0]$. В результаті знаходять напрямки, в якому відбувається зменшення функції, що мінімізується, $f(x)$. У вибраному напрямі здійснюють спуск до тих пір, доки значення функції зменшується. Таким чином проводиться пошук мінімуму функції. Якщо у вибраному напрямку не вдається знайти точку з меншим значенням функції, зменшують величину кроку спуску. Якщо послідовні дроблення кроку не приводять до зменшення функції, від обраного напрямку спуску відмовляються і здійснюють нове обстеження околу і т. д.

Алгоритм методу полягає у наступному:

1. Задаються значеннями координат $x_i[0]$, $i = 1, \dots, \tilde{n}$, початкової точки $x[0]$, вектором зміни координат Δx в процесі обстеження околу, найменшим допустимим значенням $\tilde{\epsilon}$ компонентів Δx .
2. $x[0]$ беруть як базисну точку x° і обчислюють значення $f(x^\circ)$.
3. Циклічно змінюють кожен координату x_i° базисної точки x° на величину Δx_i , тобто $x_i[\tilde{k}] = x_i^\circ + \Delta x_i$, $x_i[\tilde{k}] = x_i^\circ - \Delta x_i$. При цьому обчислюють значення $f(x[\tilde{k}])$ і порівнюють їх зі значенням $f(x^\circ)$. Якщо $f(x[\tilde{k}]) < f(x^\circ)$, то відповідна координата x_i набуває нового значення, що було обчислене за одним із наведених виразів. В іншому випадку значення цієї координати залишається незмінним. Якщо після зміни останньої \tilde{n} -й координати $f(x[\tilde{k}]) < f(x^\circ)$, то переходять до п.4, в іншому випадку – до п.7.

4. Приймають, що $x[\tilde{k}]$ є новою базисною точкою x° , і обчислюють значення $f(x^{\circ})$.
5. Здійснюють спуск з точки $x[\tilde{k}]$: $x_i[\tilde{k} + 1] = 2x_i[\tilde{k}] - x_i^{\circ}$, де x_i° – координати попередньої базисної точки. обчислюють значення $f(x[\tilde{k} + 1])$.
6. Як і в п.3, циклічно змінюють кожену координату точки $x[\tilde{k} + 1]$, здійснюючи порівняння відповідних значень функції $f(x)$ із значенням $f(x[\tilde{k} + 1])$, які отримано в п.5. Після зміни останньої координати порівнюють відповідне значення функції $f(x)$ зі значенням $f(x^{\circ})$, що отримано в п.4. Якщо $f(x[\tilde{k}]) < f(x^{\circ})$, то переходять до п.4, в іншому випадку – до п.3. при цьому в якості базисної використовують останню з отриманих базисних точок.
7. Порівнюють значення Δx і $\tilde{\varepsilon}$. Якщо $\Delta x < \tilde{\varepsilon}$, то обчислення завершуються. В іншому випадку зменшують значення Δx і переходять до п.3.

Переваги даного методу: простота програмування; метод не потребує знання цільової функції в явному вигляді, легко враховує обмеження на окремі змінні і складні обмеження на область пошуку.

3.4 Результати чисельних досліджень

Чисельні дослідження було проведено для ТЦДР, середній шар якого заповнювався різними речовинами (бензин, повітря, спирт). Резонатор було виготовлено з лейкосапфіра ($\varepsilon_{\perp 1} = \varepsilon_{\perp 3} = 9,4$, $\varepsilon_{\parallel 1} = \varepsilon_{\parallel 3} = 11,59$, $\mu_1 = \mu_3 = 1$, $\text{tg} \delta_1 = \text{tg} \delta_3 = 10^{-5}$) Зовнішній радіус резонатора $r_3 = 0,605$ см і товщина середнього кільцевого шару $\Delta = 0,01$ см не змінювались. Внутрішній радіус змінювався в межах $r_1 = 0,2 \dots 0,5$ см. Резонатор, який має торцеві ідеально провідні стінки, поміщено в середовище з параметрами $\varepsilon_4 = 1$, $\mu_4 = 1$ і $\text{tg} \delta_4 = 0$. Було проведено дослідження власних TM_{1210} коливань резонатора в діапазоні частот $f = 39 \dots 42$ ГГц. На рис. 3.2 і рис. 3.3 наведено графіки залежностей резонансних частот власних мод $f = \omega' / 2\pi$ і добротностей Q_F^Y ТЦДР від радіуса внутрішнього шару.

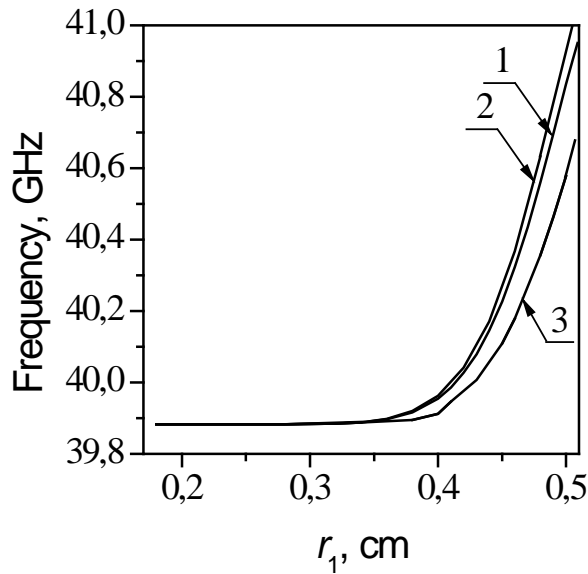


Рисунок 3.2 – Залежність частоти резонатора від місцезнаходження середнього кільцевого шару, який заповнено речовинами з великими і малими втратами
1 – бензин, 2 – повітря, 3 – спирт

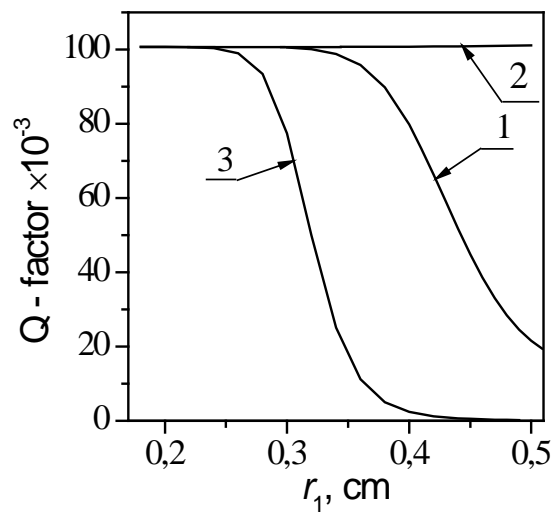


Рисунок 3.3 – Залежність добротності резонатора від місцезнаходження середнього кільцевого шару, який заповнено речовинами з великими і малими втратами
1 – бензин, 2 – повітря, 3 – спирт

На рис. 3.2 и рис. 3.3 наведено відповідно спектральні та енергетичні характеристики резонатора. Середній кільцевий шар ТЦДР заповнювався бензином ($\varepsilon'_2 = 1,88$, $\text{tg} \delta_2 = 3,3 \times 10^{-3}$), спиртом ($\varepsilon'_2 = 4,1$, $\text{tg} \delta_2 = 0,305$) або повітрям ($\varepsilon'_2 = 1$, $\text{tg} \delta_2 = 0$). Точні значення власних комплексних частот резонатора (рис. 3.2) визначались розв'язками дисперсійного рівняння (2.81) при $k_{zs} = 0$ (аксіально-однорідні коливання). Характер

поведінки спектральних і енергетичних характеристик відповідає результатам, які було отримано для тришарового ізотропного фторопластового резонатора [27]. У випадку кільцевого шару з внутрішнім радіусом $r_1 \leq 0,25$ см частота і добротність резонатора відповідають значенням, що характерні для дискового лейкосапфірового резонатора. У разі збільшення r_1 відбувається зменшення добротності резонатора, коли середній шар заповнено бензином або спиртом. Це обумовлено проникненням поля власного коливання "шепочучої галереї" в область середнього кільцевого шару і його взаємодією з речовиною. У випадку заповнення середнього кільцевого шару повітрям спостерігається зростання власної добротності ТЦДР при збільшенні r_1 . Це пояснюється відсутністю втрат у повітрі ($\text{tg} \delta_2 = 0$). Власна частота резонатора зі збільшенням внутрішнього радіуса r_1 у випадку заповнення середнього шару досліджуваними речовинами зростає. Характер зміни частоти резонатора обумовлено втратами електромагнітної енергії власного коливання резонатора в досліджуваній речовині. В бензин і спирт поле не проникає глибоко внаслідок сильного поглинання, яке супроводжується зниженням добротності резонатора і підвищенням його власної частоти через зменшення області локалізації поля поблизу бічної поверхні ТЦДР.

ВИСНОВКИ

Розглянуто існуючі методи вимірювання діелектричних проникностей речовин. Проаналізовано можливість використання радіально-тришарового циліндричного діелектричного резонатора з провідними плоскими поверхнями як комірки вимірювача діелектричної проникності матеріалів. Вивчено структурну схему вимірювача діелектричної проникності матеріалів з використанням як вимірювальної комірки діелектричного резонатора з коливаннями "шепочучої галереї". Вивчено властивості радіально-тришарового циліндричного діелектричного резонатора з торцевими провідними стінками. Освоєно метод отримання дисперсійного рівняння власних коливань резонатора, що складається з анізотропних середовищ. Вивчено власні коливання резонатора. Наведено залежності власних частот і добротностей резонатора від товщини середнього шару, який заповнено різними речовинами, у восьмиміліметровому діапазоні довжин хвиль. Вивчено методіку визначення діелектричної проникності матеріалів за допомогою тришарового циліндричного діелектричного резонатора з торцевими ідеально-провідними стінками.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Kostromin V.V., Bykov E.V., Galperovich D.Ya. et al. Study of dielectric properties of nonpolar polymers in the frequency range of 16-38 GHz in the temperature range of 4.2–300 K // *Electronic Engineering. Microwave Electronics.* - 1984. - Iss. 4. - P. 52-58.
2. Прокопенко Ю. В., Філіпов Ю. Ф., Смірнова Т. О., Матяш О. О. Радіально-двошаровий квазіоптичний діелектричний резонатор для діелектрометрії // *Питання атомної науки і техніки.* – 2004. – No. 4. – P.93–96.
3. Прокопенко Ю. В., Філіпов Ю. Ф., Чуканова Г. А., Чумаков В. І., Шипілова І. О. Широкопasmовий резонансний метод визначення діелектричних властивостей речовин з великими втратами // *Прикладна радіоелектроніка.* – 2005. – Т. 4, № 2. – С. 201-205.
4. Belyakov E. V. Resonant Microwave dielectrometer for absorbing liquids. // *Electronic Engineering. Microwave electronics.* – 1987. No. 7 (401). – P. 51-53.
5. Panov V. I., Stankov P. R. Stabilization of the generator frequency by high-quality dielectric resonators made of leucosapphire // *Radio Engineering and Electronics.* 1986. – Vol. 31, No. 1. – P. 213-215.
6. Minakova V. I., Stankov P. R. Stable microwave generators with high- Q resonators // *Radio Engineering and Electronics.* 1987. - Vol. 33, No. 8. - P. 1696-1705.
7. Petrov G. V., Elensky V. G., Khramov A. V. Transistor oscillators stabilized by dielectric resonators // *Foreign Radio Electronics.* - 1986. - No. 4. - P. 76-87.
8. Kirichenko A. Ya. Krivenko E. V., Lutsenko V. I., Prokopenko Yu. V., Filippov Yu. F. Frequency adjustment of a Gunn diode oscillator stabilized by a quasi-optical dielectric resonator // *Proc. 15th Int. Conf. "Microwave engineering and telecommunication technologies" - CriMiKo, 2005 (Sevastopol) - 2005.* - V. 2. - P. 529-530.
9. Kogut A. E., Korneenkov V. K., Lutsenko V. I., Kharkovskiy S. N. Millimeter-wave oscillator based on a shielded dielectric resonator // *Proc. 9th Int. Conf. "Microwave engineering and telecommunication technologies" - CriMiKo, (Sevastopol) - 1999.* - P. 89-90.
10. Kirichenko A. Ya., Solodovnik V. A., Kharkovskiy S. N. Gunn oscillator on a mirror dielectric waveguide with a disk dielectric resonator // *Radio Electronics.* - 1988. - V. 31, No. 7. -

P. 74-76.

11. Кіріченко О.Я., Харківський С.М. Твердотільний генератор з квазіоптичним дзеркальним діелектричним резонатором // Твердотільні генератори та перетворювачі мм і субмм діапазонів. – Харків: ІРЕ АН УРСР. – 1989. – С. 62-66.
12. Bezborodov Yu.M. Methods for calculating microwave filters on dielectric resonators // Issues of calculating and designing antennas and radio lines – L.: Military Academy of Communications, 1982 – P. 182–186
13. Безбородов Ю.М., Наритнік Т.Н., Федоров В.Б. Фільтри НВЧ на діелектричних резонаторах. – Київ.: Техніка, 1989.–184 с.
14. Denisenko V.N., Narytnik T.N. Small-sized microwave band-pass filters based on dielectric resonators // Electronic Engineering. Ser. Microwave Electronics. – 1979. – No. 9. – P. 27 – 33.
15. Dvadnenko V. Ya., Korobkin V. A., Khizhnyak N. A. Microwave filters based on a waveguide-dielectric resonator with external excitation // Radio Electronics. – 1980. – Vol. 23, No. 9. – P. 49-52.
16. Карілевич В. Ю. Waveguide Dielectric Filters. – М.: Commun., 1980. – 136 p.
17. Ільченко М. Є., Трубін О. О. Електродинаміка діелектричних резонаторів. – Київ: Наукова думка, 2004. – 266 с.
18. Voitenko A.G., Fedorov V.B. Calculation of eigenfrequencies of open dielectric resonators // Electronic Engineering. Microwave Electronics. – 1980. - No. 6. – P. 83 – 86 .
19. Ільченко М.Є., Кудінов Є.В., Феритні та діелектричні резонатори НВЧ. Видавництво Київського університету, 1973. -175с.
20. Пристрої НВЧ. Смугові лінії. Плати. Конструювання. ОСТ ГО.710.001 / Ред. 2-75. – М: Державний Комітет стандартів, 1975.
21. Vzyatyshev V. F., Narytnik T. N., Ryabov B. A., Emelyanenko B. N., Bankov S. E. Microwave dielectric integrated circuits. Part 1. Directions and prospects // – М.: Central Research Institute on Electronics. Reviews on Electronic Engineering. Ser. Microwave Electronics. – 1985. – No. 13. – 62 p.
22. F. T. Worrell. Experiment on measuring the dielectric constant of gas // Amer. Journ.

Phys. 1954. 22. № 6. C. 375 – 378.

23. Ginzton E.L. Microwave Measurements. New York, Toronto, London: McDraww-Hill Book Company, 1957.
24. Ilchenko M.E., Vzyatyshev V.F., Gasanov L.G., et al. Dielectric resonators. –M.: Radio and Communications, 1989. 328 p.
25. Vlasov S.N. On whispering gallery oscillations in open resonators with a dielectric rod // Radio Engineering and Electronics. - 1967. – Vol. 11, No. 3. - P. 572-573.
26. Wait J.R. Electromagnetic whispering gallery waves in dielectric rod // Radio science. – 1967. –2, No.9. –P.1005-1017.
27. Prokopenko Yu. V., Filippov Yu. F., Shipilova I. A. Radial Three-Layered Dielectric Resonator with Perfect Conducting End Walls // Telecommunications and Radio Engineering. Vol. 66, No. 1, 2007. P.23-33. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v66.i1.30
28. Drude P. A method for measuring the permittivity and electrical absorption of small quantities of matter using electromagnetic waves in long lines, Ann. Phys., 1887, P. 466 – 510.
29. Dryde P. Anomalous electrical dispersion of liquids, Ann. Phys., 1898, Vol. 59, No. 9, P. 17–62.
30. Belyakova K.S. Method of measuring the dielectric constant, and conductivity, and loss angle of liquid bodies at ultra-high frequency. // Technical Physics, 1936, Vol. 6 No. 9. P. 1561-1573.
31. Tatarinov V.V. On the power supply of shortwave antennas with a traveling wave and on the determination of their resistance. // Bulletin of Electrical Engineering, 1931, No. 1. P. 6-11.
32. Brandt A. A. Study of dielectrics on ultrahigh frequencies. M., PhysMatLit., 1963. 404 p.
33. Malov N. N. On the use of waveguides for studying the electrical properties of substances at very high frequencies. // JETP, 1946, Vol. 16, No. 7. P. 607-616.
34. Aksenov V.I., Borodin M.Ya. Waveguide method for measuring the dielectric properties of materials at elevated temperatures. // Radio Engineering and Electronics, 1956. Vol. 1. No. 11, P. 1435–1443.
35. Starobinsky A.I. On the issue of measuring the dielectric constants of solid dielectrics in the centimeter range. // Technical Physics, 1947. Vol. 17. No. 10, P. 1209–1214.

36. Artificial dielectrics. Physics-Uspekhi (Advances in Physical Sciences), 1954. Vol. 53. No. 1, P. 145 – 147.
37. Laird E.R., Ferguson K. Dielectric properties of some animal tissues at meter and centimeter waves // Can. Journ. Res., 1949. Vol. 27. No. 6, P. 218 – 230.
38. England T.S. Dielectric properties of the human body in the wavelength range from 1 to 10 cm // Can. Journ. Res., 1950. Vol. 166. No. 4220, P. 480 – 481.
39. Srivastava H.N. Study of some dielectrics at long wavelengths of 3.15 cm and 87 mm // Journ. Scient. And Industr. Res., 1959. Vol. 18. No. 11, P. 457 – 459.
40. Pilipenko V.V., Polovnikov G.G., Sologub V.G. and Shestopalov V.P. New method for measuring the permittivity of a substance in the millimeter and submillimeter ranges. // Tech. Phys. Lett. -1985. Vol. 31. No. 1. -P.201-206.
41. Belyakov E.V. Resonant microwave dielectrometer for absorbing liquids. // Electronic Engineering. Microwave Electronics. – 1987. No. 7 (401). – P. 51-53.
42. Кіріченко О.Я., Черпак М.Т. Квазіоптичні діелектричні резонатори в дослідженнях високотемпературних надпровідників. - Харків, 1988.-27 с. (Препринт / АН УРСР. Ін-т радіофізики та електроніки, №169).
43. Cherpak N.T., Barannik A.A., Bunyaev S.A., et al. Measurements of Millimeter-Wave Surface Resistance and Temperature Dependence of Reactance of Thin HTS Films Using Quasi-Optical Dielectric Resonator // IEEE Trans. on Appl. Supercond., - 2005. - 15, No. 2. - P. 2919-2922.
44. Peng H. Study of Whispering Gallery Modes in Double Disk Sapphire Resonators // IEEE Trans. MTT. - 1995. - 44, №6. - P.848-853.
45. Filippov Yu.F., Kharkovskiy S.N. Spectrum of resonant oscillations of an inhomogeneous disk dielectric resonator // Radiophysics and Quantum Electronics. - 1990. – Vol. 33, No. 11. - P.62-65.
46. Єременко З.Є, Філіппов Ю.Ф., Харківський С.М. Відкритий шаровий діелектричний резонатор з азимутальними коливаннями // ДАН УРСР. Фізика. - 1991. - №5. - С.62-65.
47. Бараник О.А., Прокопенко Ю.В., Філіпов Ю.Ф. та ін. Електромагнітні мікрохвилі шепочучої галереї в рідинах // Доповіді НАН України. - 2003. - №3. С.77-79.

48. Derkach V.N., Filippov Yu.F., Plevako A.S. et al. Determination of microwave parameters of isotropic mediums by using an open quasi-optical spherical resonator // *Int. J. of Infrared and Millimeter Waves*. - 2004. - 25, №. 1. - P. 139-148.
49. Prokopenko Yu. V., Filippov Yu.F., Shipilova I. A. Effect of a Ring Layer Filled with Various Substances on the Eigenfrequency and Q -Factor of a Cylindrical Quasi-Optical Dielectric Resonator // *Tech. Phys. Lett.*, Vol. 32, No. 4, 2006. P. 296-298.
50. Prokopenko Yu. V., Filippov Yu. F., Smirnova T. A. Radial-two-layer quasi-optical dielectric resonator with conducting end surfaces // *Proc. 14th Int. Conf. "Microwave engineering and telecommunication technologies"* - CriMiKo, (Sevastopol) - 2004. - P. 463-465.
51. Prokopenko Yu. V., Filippov Yu. F., Smirnova T. A., Matyash O. A. Radially-two-layer quasi-optical dielectric resonator for dielectrography // *Problems of Atomic Science and Technology*. – 2004. – No. 4. – P.93-96.
52. Staelin D.H. *Electromagnetic Waves*. – Landon: Prentice-Hall, 2000, 608 p.
53. Yegorov V.N., Maltseva I.N. Oscillations in an anisotropic resonator with end reflectors // *Electronic Engineering. Microwave Electronics*. – 1984. – No. 1. –P.3-8.
54. Janke E., Emde F., Losch F. *Tafeln Höherer Funktionen* – Stuttgart: B. G. Teubner Verlags Gesellschaft, 1960.
55. Volman V.I., Pimenov Yu.V. *Technical Electrodynamics*. M.: Commun., 1971. –487 p.
56. Lebedev I.V. *Microwave Technique and Devices*. V. 1. M.: Higher School, 1970. – 440 p.