

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ

УЧАСНИКІВ ХVІІІ МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ
"СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИКИ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ
У ПРИРОДНИЧИХ НАУКАХ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЯХ"

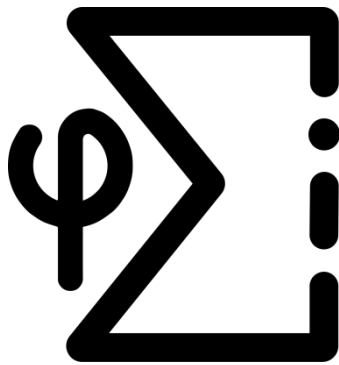
(10-11 ТРАВНЯ 2024 РОКУ)



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

**Студентське наукове товариство
факультету математики і інформатики**



**«Сучасні проблеми математики та її застосування в
природничих науках та інформаційних технологіях»**

**Тези доповідей XVIII Міжнародної
науково-практичної конференції студентів та молодих вчених**

(10 - 11 травня 2024, м. Харків, Україна)

Харків
2024

*Реєстраційне посвідчення УкрІНТЕІ МОН
(№531 від 07 грудня 2023 року)*

*Затверджено до друку рішенням Вченої ради
Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна
(протокол №10 від 27 травня 2024 року)*

Організаційний комітет конференції:

Голова оргкомітету – Жолткевич Г. М., д. т. н., професор, декан факультету математики і інформатики.

Заступники голови оргкомітету – Шугайло О. О., к. ф.-м. н., заступник декана з наукової роботи, Кузнецова О. О., к. ф.-м. н., заступник декана з науково-методичної роботи.

Секретар оргкомітету – Полоніна Т. О. студентка 3 курсу ФМІ, голова студентського наукового товариства факультету математики та інформатики.

Редакційна колегія:

Ямпольський О. Л., Коробов В. І., Меньяйлов Є. С., Фаворов С. Ю., Лисиця В. Т., Ігнатович С. Ю., Гефтер С. Л.

Адреса оргкомітету:

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Факультет математики і інформатики, майдан Свободи 4, м. Харків, Україна, 61022

«Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях». Тези доповідей XVIII Міжнародної науково-практичної конференції студентів та молодих вчених (10 – 11 травня 2024 р. м. Харків, Україна) – Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2024 – 55с.

Допомога в організації конференції здійснювали члени студентського оргкомітету: Мітяєва К.О., Буслюк Д.С., Мельничук Я.П., Сланський В.О., Малиневський А.Л., Князев К.П., Стегура М.В., Ситніков О.О., Ільєнко Н.А.

У збірці представлені тези доповідей учасників конференції, які присвячені сучасним проблемам алгебри, функціонального аналізу, теорії керування, математичного моделювання, штучного інтелекту та інформаційних технологій. Для школярів, студентів вищих навчальних закладів, аспірантів, викладачів і наукових працівників.

Зміст

Інформатика та інформаційні технології

- *Lazarieva Natalia, Lazarieva Oleksandra* Application of the maximum correntropy criterion in the fuzzy neuron network training procedure.....5
- *Бережний А. В.* Інтеграція інформаційних технологій у процес підготовки фахівців галузевого перекладу (на прикладі CAT-інструментів).....6
- *Качанов С. А.* Використання векторних баз даних та методу RAG у задачах генеративного штучного інтелекту.....9
- *Котенко Д. А.* Вибір властивостей рекурентною нейронною мережею як метод аналізу ефектів властивостей середовища11
- *Лось Є. О.* Про вибір вагових коефіцієнтів у лог-ранг тесті при аналізі виживання для випадків різних відношень ризиків у групах.....13
- *Останчук С. А.* Топологічний аналіз даних клінічних досліджень.....16
- *Пирогов П. А.* Оцінка ресурсів у azure quantum resource estimator17
- *Пікалова В. В., Ічанська Н. В.* Штучний інтелект у сфері архівістики: переваги та можливості19

Фундаментальна математика

- *Doroshenko Daniil* Improving integral calculus methods using Maple: from symbolic to numerical approaches.....22
- *Барська Ю. М.* Властивість Йордана-Ейнштейна для метрик на деяких алгебрах Йордана.....23
- *Карпетян А. О.* Криві з постійними афінними кривинами.....24
- *Недовєсова В.* Ідеальні поверхні Вінтгена.....25
- *Сморцова К. Ю., Гончаренко А. В.* Про сталу Ойлера-Маскероні для зростаючої функції.....26

Прикладна математика

- *Андрєєва Д. М. Задача оптимальної швидкодії для одної однорідної керованої системи.....29*
- *Борейко А. О., Бебія М. О. Локальна асимптотична стабілізація для класу тривимірних нелінійних систем з невідомими параметрами.....31*
- *Возняк О. С. Нуль-керованість і умова повертання для коливальних систем з обмеженим додатним керуванням.....32*
- *Карєва В. В., Львов С. В. Ідентифікація правил регуляції процесів регенерації печінки методами адаптивного динамічного програмування.....34*
- *Кириченко К. В. Неявні лінійні різницеві рівняння скінченного порядку над деякими кільцями лишків.....36*
- *Ковтуненко М. О. Логістична регресія: огляд і приклад застосування..37*
- *Липенко А. В. Економіко-статистичне моделювання забруднюючих викидів у повітря України.....40*
- *Назарчук В. В. Нерівності в негативних нормах для псевдопараболічних інтегро-диференціальних рівнянь.....44*
- *Фальченко І. Р. Аналіз «великих даних» динаміки covid-19 у країнах Європи методами кластеризації з різними метриками.....46*
- *Чахмахчян Д. М. Неявні лінійні різницеві рівняння з випадковою правою частиною.....49*

Мала наукова конференція

- *Філатова А. В. Узагальнені геометричні прогресії у числових напівгрупах.....51*
- *Юхно К. О. Методи оцінювання якості роботи бінарних класифікаторів.....52*

Application of the maximum correntropy criterion in the fuzzy neuron network training procedure

Lazarieva Natalia

Kharkiv National University of Radio Electronics

Lazarieva Oleksandra

V.N. Karazin Kharkiv National University

email: Laznata@ukr.net

One of the main disadvantages of models with fuzzy logic is the difficulty of building a rule base and optimizing model parameters during the learning process according to a controlled process. The use of fuzzy control algorithms in combination with adaptive neural networks gives the best results, which is especially relevant for systems of high complexity in conditions of incomplete information certainty. The ability to change internal parameters to work in certain conditions is an undeniable advantage of using neural networks.

Usually, the training of neural networks implementing fuzzy algorithms is based on the use of gradient methods, in particular, the classical backpropagation algorithm. The root mean square error (MSE) is widely used as a cost function

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2,$$

which is unstable to emissions and has a number of limitations for application to nonlinear systems [1].

To obtain an optimal input \rightarrow output mapping model with a non-Gaussian probability distribution of equipment errors, less sensitive to the presence of outliers and noise due to the fixation of the higher moments of the error distribution [2] is the maximum correntropy criterion (MCC)

$$MCC = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N k_{\sigma}(x_i, y_i)$$

When using MCC to estimate a fuzzy model, the variable x is represented by an unknown function $f(X, \omega)$, where $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ is the input vector, $w = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ is the matrix of model parameters when using rules in the form of the Takagi-Sugeno (TS) fuzzy model, which approximates the input-output

dependence $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$. Then the degree of similarity between the desired and actual outputs will be written as

$$J(w) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M k_{\sigma}((X, w), Y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M k_{\sigma}(e_i)$$

where $e_i = f(X, w) - y_i$ – learning error.

Cost functions using MCC compared to MSE to approximate nonlinear systems has advantages when applied to experimental data sets in identification problems containing unknown noise and outliers that affect model reliability. When using MCC, the main goal is to maximize the degree of correntropy similarity between desired and actual outputs. Based on the maximum correntropy criterion, the parameters of the conditional part are adapted and the fuzzy rules are corrected. Application of the maximum correntropy criterion is an effective approach in forecasting and identification of dynamic systems.

References:

1. R. -J. Bao, H. -J. Rong, P. P. Angelov, B. Chen and P. K. Wong Correntropy-Based Evolving Fuzzy Neural System. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. June 2018. v. 26, no. 3, p. 1324-1338, URL: [doi: 10.1109/TFUZZ.2017.2719619](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2017.2719619).
2. Linhares, Leandro L. S. Fuzzy Wavelet Neural Network Using a Correntropy Criterion for Nonlinear System Identification. *Mathematical Problems in Engineering*. 2015. URL: doi.org/10.1155/2015/678965.

Інтеграція інформаційних технологій у процес підготовки фахівців галузевого перекладу (на прикладі САТ-інструментів)

Бережний А.В.

Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

email: excusemyfr@gmail.com

Швидкий розвиток перекладацьких технологій стає ключовим для успіху майбутніх перекладачів у конкурентному середовищі. Це обумовлено тим, що ринок перекладацьких послуг стає все більше індустріалізованим, що підтверджується наявністю власних професійних стандартів.

Аналіз цих стандартів перекладацької галузі підтверджує важливість володіння перекладачами технічним інструментарієм та встановлює вимоги до

його рівня, орієнтуючи на необхідність вивчення конкретних програм, зокрема, САТ-інструментів. Тому сучасна підготовка перекладачів повинна обов'язково включати в себе навчання цим технологіям, яке базується на науково-обґрунтованій методиці.

САТ-інструменти (Computer-Assisted Translation tools) – це програми, які сприяють перекладачам у виконанні їхньої роботи, забезпечуючи автоматизацію та підтримку процесу перекладу. Вони включають в себе такі функції, як пам'ять перекладів, глосарії, автоматичне виявлення повторів, а також перевірку правопису та граматики.

Автоматизований переклад (computer-aided translation – САТ) – це метод перекладу, що використовує комп'ютерні програми для полегшення процесу перекладу, зберігаючи при цьому ключову роль перекладача [1].

Взаємодія з системою автоматизованого перекладу (САТ) може мати такі форми:

1. Часткове використання САТ: наприклад, перекладач може скористатися комп'ютерними словниками для допомоги в перекладі.

2. Системи з поділом праці: комп'ютер перекладає фрази з жорстко заданою структурою, що не потребує подальшого редагування, але інші тексти перекладає людина, оскільки вони не відповідають заданій схемі [2].

Важливо відрізнити автоматизований переклад від машинного. Останній виконується повністю машинами без участі людини і хоча широко використовується, його точність залишає бажати кращого, тому його не рекомендується вживати для важливих документів. Однак, він відмінно справляється з швидким перекладом, що забезпечує економію часу і ресурсів. Поєднуючи швидкість машини з людською здатністю адаптуватися та професійно розуміти текст, можна одержати перекладача нового покоління, який швидко та якісно перекладатиме тексти. То ж треба розуміти різницю між САТ-інструментами та машинним перекладом, але вони можуть доповнювати один одного.

САТ-інструменти – це програмні засоби, які використовуються перекладачами для ефективного виконання своєї роботи – від текстових редакторів до спеціалізованих перекладацьких програм [4]. Сучасні перекладачі активно використовують інструменти САТ на основі пам'яті перекладів, які спрощують та прискорюють процес перекладу. Пам'яті перекладів (ТМ) – це бази даних, що містять вихідні та перекладені речення, допомагаючи забезпечити послідовність та точність перекладу. Крім ТМ, САТ-інструменти включають бази термінів, які допомагають у збереженні сталого термінологічного стандарту.

CAT-інструменти можуть бути як безкоштовними, так і платними, з різним рівнем функціональності та підтримки. Безкоштовні інструменти, такі як OmegaT, Transolution та Across, можуть вимагати плати за певні функції або оновлення. Платні інструменти, як Trados і Wordfast, зазвичай надають більше функцій та підтримку, але вимагають оплати за їх використання [5].

CAT є одними з найпоширеніших інструментів у сфері письмового перекладу. Вони дозволяють ефективно керувати термінами, застосовувати функцію перевірки правопису та граматики, використовувати термінологічні бази даних та автоматизувати інші аспекти перекладацької роботи.

Найпопулярніші CAT-системи серед перекладачів-практиків на сьогодні – Trados, SmartCAT та MemoQ. Trados – лідер у класі ТМ-систем, заснований на принципі роботи з пам'яттю перекладів. SmartCAT – хмарна платформа, яка на відміну від Trados не потребує встановлення на комп'ютер. MemoQ – інтегрується з пам'яттю перекладів, термінологією та машинним перекладом [6].

Отже, CAT-системи стають обов'язковим інструментом для високопрофесійних перекладачів, а їхня популярність швидко зростає. Майбутнє цих систем обіцяє подальший розвиток і використання з ще вищим рівнем ефективності.

Література:

1. O'Hagan M. Computer-aided translation. Routledge Encyclopedia of translation studies. London and New York: Routledge. 2009. P. 48.
2. Красуля А. В., Турчина М. В. Використання інструментів штучного інтелекту: порівняльний аналіз систем автоматизованого перекладу. *Науковий журнал Львівського державного університету безпеки життєдіяльності «Львівський філологічний часопис»*. 2020. № 8. С. 108-113. URL: http://philologyjournal.lviv.ua/archives/8_2020/17.pdf (дата звернення: 03.05.2024).
3. Hutchins, J. Two precursors of machine translation: Artsrouni and Troyanskii. *International Journal of Translation*. 2004. vol. 16(1). p. 11-31.
4. Bowker L. Computer-aided Translation Technology: A Practical Introduction. Ottawa: University of Ottawa Press. 2002. 185 p.
5. Firouzi A. SDL Trados Studio at a Glance: conference. *1st National Conference on Modern Technology and English Language Teaching (ELT TECH 2021)* At: Tabaran Institute of Higher Education, Mashhad. 15 p. URL: https://www.researchgate.net/publication/361484134_SDL_Trados_Studio_at_a_Glance (дата звернення: 03.05.2024).

6. MemoQ. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/MemoQ> (дата звернення: 03.05.2024).

Використання векторних баз даних та методу RAG у задачах генеративного штучного інтелекту

Качанов С.А.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: staskachanov2000@gmail.com

Науковий керівник: Меньяйлов Є.С.

У своєму дослідженні я розглядав різні варіанти векторних баз даних та можливість їх імплементації у систему RAG (Retrieval Augmented Generation). Для початку давайте з'ясуємо, що таке векторні бази даних і для чого їх використовують.

Векторні бази даних — це тип систем управління базами даних, які оптимізовані для зберігання, обробки та виконання запитів до великих наборів векторів. Вектори в даному контексті відносяться до багатовимірних масивів чисел, які часто використовуються для представлення даних у машинному навчанні та штучному інтелекті, наприклад, для представлення зображень, тексту або аудіо у формі числових векторів. Векторні бази даних використовують передові алгоритми для перетворення складних даних у вектори — числові представлення, що відображають суть даних. Це перетворення дозволяє швидко та ефективно порівнювати точки даних.

Ось кілька ключових аспектів, які роблять їх унікальними:

1. Індексція за схожістю: Векторні бази даних використовують спеціалізовані алгоритми для індексації векторів таким чином, що пошук векторів, які є схожими за своїми характеристиками, відбувається дуже швидко.
2. Масштабування: Ці бази даних здатні ефективно масштабуватися для обробки величезних обсягів даних.
3. Пошук за схожістю: Однією з головних особливостей векторних баз даних є можливість шукати дані, які "релевантні" до запиту, а не тільки точні збіги.

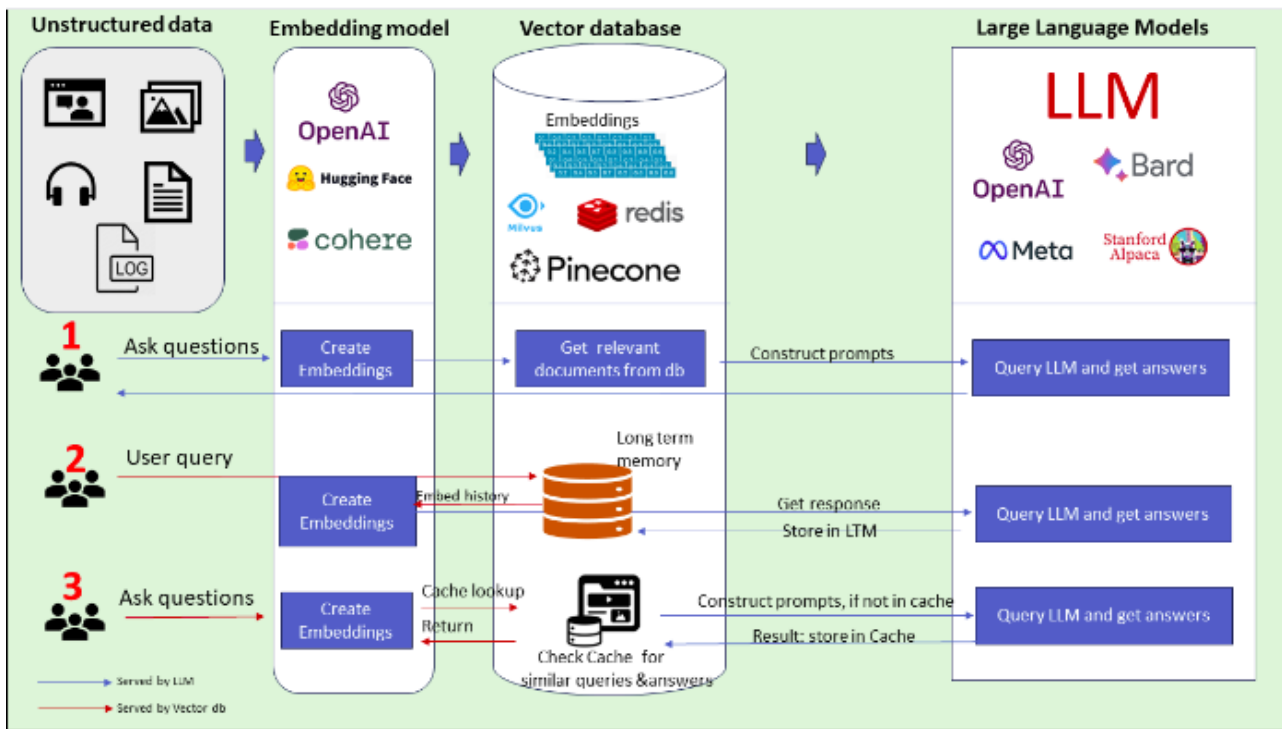


Рис. 1 - Загальна схема використання векторних баз даних

На Рис. 1 зображена схема можливого використання векторної бази даних. Це є загальна схема методу RAG.

Метод RAG (Retrieval-Augmented Generation) — це система, що поєднує пошук схожих текстів (картинок, аудіо) та генерацію відповідей для підвищення якості і точності відповідей у системах штучного інтелекту, особливо у задачах обробки мови.

RAG працює у два основних етапи:

- 1. Вибірка (Retrieval):** На першому етапі, при отриманні запиту від користувача, система спершу використовує модель пошуку (в нашому випадку векторну базу даних) для того, щоб знайти найбільш релевантні вхідні дані, які містять потенційно корисну інформацію для відповіді на запит.
- 2. Генерація (Generation):** Потім, отримані документи подаються разом із первісним запитом до моделі генерації тексту (наприклад, модель на основі трансформера), яка синтезує кінцеву відповідь, інтегруючи інформацію з документів та контексту запиту. Також за допомогою Augmented можливо відслідковувати і змінювати згенеровані відповіді.

На вхід подаються неструктуровані дані, які можуть включати в себе картинки і зображення, аудіо і відео, а також, звичайно, текстові повідомлення і документи. Далі за допомогою методу ембедінгу та моделей, які для цього використовуються. Із використанням ембедінг моделей ми отримуємо будь-які неструктуровані дані у вигляді числового вектору, який зазвичай має

стандартні розміри у 1536, 3072 тощо чисел. Моделей для ембедінгу дуже багато, вони є як мультязичні, так і моноязичні і, як зображено на рисунку, найпопулярніші з них беруться від OpenAI, HuggingFace або Cohere. Після цього вектори завантажуються у векторну базу даних, найпопулярніші з яких Pinecone, Chroma DB, Redis, Faiss і Weaviate (я у своїй роботі використовував векторну базу Pinecone через можливість працювати через платформу і інтерфейс, а також швидку індексацію і пошук). Далі перетворений у числовий вектор вхідний запит за допомогою векторного пошуку отримує найбільш релевантні вхідні дані і передає їх в наступний етап - генерацію, де за допомогою великих мовних моделей і відбувається сама генерація відповіді (я використовував у своєму дослідженні GPT від OpenAI).

Отже, використання методу RAG та векторних баз даних за рахунок свого нестандартного та інноваційного підходу часто може дати дуже потужні результати для задач генерації та обробки природної мови.

Література:

1. Retrieval-Augmented Generation for Large Language Models: A Survey
URL:<https://arxiv.org/pdf/2312.10997>(дата звернення 15.04.2024).

Про вибір властивостей рекурентною нейронною мережею як метод аналізу ефектів властивостей середовища

Котенко Д.А.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: dima.kotenko.96@gmail.com

Науковий керівник: Меньяйлов Є.С.

Вступ, опис досліджуваної проблеми, мета дослідження, гіпотеза.

Мета полягає в тому щоб зробити метод який за допомогою нейронних мереж зможе допомагати передбачувати які з властивостей досліджуваного середовища впливають на досліджувану модель яка має формат регресії.

Припускаю що цей метод є проміжним між кореляційним аналізом, та каузальністю. Метод з рекурентними нейронними мережами ближчий до моделей з деревами, але при цьому працює з регресією.

Вхідні дані - часовий ряд проблеми яка досліджується та властивості середовища які експерти в цій галузі виділили як каузальні до проблеми.

Вихідні - відсортовані властивості за тим чи мали вони вплив на проблему, чи ні.

Ключові знахідки, результати дослідження (частину роботи про перебіг досліджень ви пропускаєте)

Замість пошуку найкращої комбінації де модель дає найкращий результат (відкинув через те що складність такого пошуку 2^n в ступені кількості властивостей) чи k -кращих властивостей (відкинута через те що складність такого пошуку C із n по k , де n це ступені кількості властивостей), я обрав варіант де ми оцінюємо наскільки важлива властивість для нейронної мережі.

“Practical Statistics for Data Scientists” визначає два методи заміру важливості властивості для моделей дерев рішень у машинному навчанні:

- Зменшенням якості моделі. Заміна значень на випадкові значення відповідає прибиранню можливості передбачення.
- Зменшенням індексу різноманітності Джині. Він вимірює, наскільки включення цієї змінної покращує чистоту вузлів.
- Я видозмінюю ці методи та застосовую їх таким чином:
- Замість індексу різноманітності Джині та включення змінної я проводжу дослідження на повному наборі властивостей і на наборі властивостей поділеному на підгрупи. Кількість підгруп і скільки раз провести таке ділення є гіперпараметром який можна налаштувати.
- Замість дерев рішень я використовую секвенційну модель з LSTM шарами.
- Важливість властивості визначаємо зміною її значень на випадкові та виконанням знову етапу тестування нейронної мережі. У разі якщо метрики помилок зросли це індикатором того що властивість є важливою оскільки регресія втратила властивість передбачення. У разі якщо регресія не втратила властивості передбачення це означає що властивість не впливає на передбачення і не є важливими.
- Далі властивості як з повного дата сету, так і з менших сортуються відповідно до метрик помилок. Властивості з найбільшою кількістю помилок у результаті й вважаються ключовими.

Висновок.

Плюси та мінуси.

Плюси: Цей метод є простим і дозволяє знайти приховані залежності на властивості які не мають лінійної залежності.

Мінуси: Ефективність вилучення властивості значною мірою залежить від якості нейронної мережі. Кількість шарів та нейронів впливає на параметри

які використовуються в передбаченні результату моделі, то ж модель з більшою кількістю властивостей може ігнорувати параметри тому розбиття на менші дані сети необхідне.

Література:

1. Peter B., Andrew B., and Peter G., Practical Statistics for Data Scientists: 50+ Essential Concepts Using R and Python. O'Reilly Media. 2020. 267 p.
2. Simon Müller. Overcoming the Limitations of Tree-Based Models in Time Series Forecasting. URL: <https://medium.com/@simon.peter.mueller/overcoming-the-limitations-of-tree-based-models-in-time-series-forecasting-c2c5bd71a8f1>

Про вибір вагових коефіцієнтів у лог-ранг тесті при аналізі виживання для випадків різних відношень ризиків у групах

Лось Є.О.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: yevhenlos@gmail.com

Науковий керівник: Ватуля Г.Л.

У доповіді представлена загальна інформація про специфіку застосування лог-ранг тесту до аналізу клінічних досліджень, та наведений приклад результату обчислювального експерименту.

Багато клінічних досліджень побудовані на аналізі виживання (survival analysis) — дослідженню часу до настання певних подій (смерть, рецидив захворювання, або, навпаки, одужання). В цьому аналізі використовуються різні методи, які дозволяють оцінити вплив різних факторів на тривалість часу до настання події — криві виживання, ризику, ANOVA/ANCOVA, MMRM, та інші. Але найчастіше в такому аналізі дослідників цікавить порівняння часу до настання події між двома (або більше) групами пацієнтів — наприклад, між групою пацієнтів, що приймали плацебо, і групою, яка приймала досліджуваний препарат. Один з найпоширеніших методів такого порівняння — це лог-ранг тест (log-rank test).

Цей непараметричний тест дозволяє оцінити, чи є статистично значима різниця між кривими виживання хоча б одної пари груп. Нехай для вибірки даних про виживання об'єму n в час T_i (можливо, цензорований справа індикатором δ_i) $t_1 < t_2 < \dots < t_D$ позначають різні моменти настання події у

вибірці, W_j — додатню вагову функцію, $Y_{jk} = \sum_{i:T_i \geq t_j} \delta_i I(X_i = k)$ — кількість пацієнтів у зоні ризику, $d_{jk} = \sum_{i:T_i = t_j} \delta_i I(X_i = k)$ — кількість подій у k -й групі. Позначимо також $Y_j = \sum_{k=1}^K Y_{jk}$, і $d_j = \sum_{k=1}^K d_{jk}$.

Різні значення $W(t_j)$ дають назви різним вараціям лог-ранг тесту (оскільки в процесі обчислюються одні й ті самі тестові статистики) [1].

Тест	$W(t_j)$
Лог-ранг (log-rank)	1
Вілкоксон (Wilcoxon)	Y_j
Тарона-Варе (Tarone-Ware)	$\sqrt{Y_j}$
Пето-Пето (Peto-Peto)	$S(t_j)$
Модифікований Пето-Пето	$\tilde{S}(t_j) \frac{Y_j}{Y_j + 1}$
Гаррінгтона-Флемінга (p, q) (Harrington-Fleming)	$(\hat{S}(t_j))^p (1 - \hat{S}(t_j))^q, p \geq 0, q \geq 0$

В даному випадку $\hat{S}(t)$ — це оцінка Каплана-Майєра в момент часу t для загальної вибірки, а $\tilde{S}(t)$ подібна до неї: $\tilde{S}(t) = \prod_{t_j \leq t} \left(1 - \frac{d_j}{Y_j + 1}\right)$.

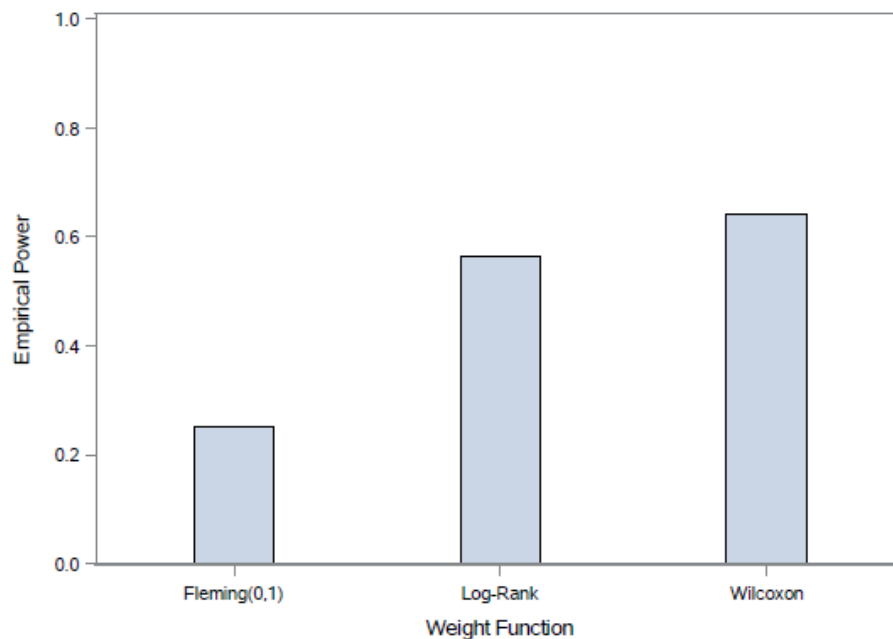
Поведінка лог-ранг тесту добре досліджена у випадках, коли вибірки добре наближають загальну популяцію [2]. Однак останнім часом набирають популярність так звані клінічні дослідження зі збагаченням, в яких намагаються збільшити пропорцію пацієнтів, для яких досліджуваний препарат буде працювати ефективніше, ніж для випадкової вибірки — наприклад, мають певну мутацію, яка позитивно корелює з лікувальним ефектом, або мають стабільний перебіг захворювання, і з меншою імовірністю отримають погіршення свого стану. Іншими словами, в таких дослідженнях різні групи пацієнтів можуть мати різні функції ризику (hazard ratio).

Автору невідомо про ґрунтовні дослідження продуктивності лог-ранг тесту для випадків, коли групи мають різні функції ризику. Тому була розроблена програма на мові програмування SAS, яка могла б для наперед заданих розподілу (експоненціального/Вейбула), пропорції цензорованих даних та вигляду функції ризику (зростаюча/спадна/опукла/вігнута) провести симуляцію побудови даних про виживання для двох груп пацієнтів, та

порівняти їх для оцінки предиктивної сили тесту в залежності від вагової функції. Нижче представлено результат однієї такої симуляції.

Summary of empirical power profile for log-rank test with different weight functions

Test	Empirical Power	Sample Size	Simulation Number	Subgroup Ratio	Censor Proportion	Subgroup 1 Hazard Rate Change type	Subgroup 2 Hazard Rate Change type	Survival Data Distribution Assumption	Distribution Parameter Information
Fleming(0,1)	0.25	100	1000	0.1 vs. 0.9	0.6	Hazard Rate Convex	Hazard Rate Concave	Exponential	Hazard rate at highest: 5. Hazard rate at lowest: 1
Log-Rank	0.56	100	1000	0.1 vs. 0.9	0.6	Hazard Rate Convex	Hazard Rate Concave	Exponential	Hazard rate at highest: 5. Hazard rate at lowest: 1
Wilcoxon	0.64	100	1000	0.1 vs. 0.9	0.6	Hazard Rate Convex	Hazard Rate Concave	Exponential	Hazard rate at highest: 5. Hazard rate at lowest: 1



Розроблену програму можна використовувати для оцінки потенційної предиктивної сили лог-ранг тесту при різних прогнозованих параметрах для груп у клінічних дослідженнях.

Література:

1. Klein J. P., Moeschberger M. L. Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data, New York: Springer-Verlag, 1997.
2. Xie J., Liu C. Adjusted Kaplan-Meier Estimator and Log-Rank Test with Inverse Probability of Treatment Weighting for Survival Data. *Statistics in Medicine*. 2005. 24.P. 3089–3110.

Топологічний аналіз даних клінічних досліджень

Останчук С.А.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: waspina@gmail.com

Науковий керівник: Степанова К.В.

У доповіді коротко описана специфіка даних, що генерується під час виконання клінічних досліджень, а також класичні методи їх обробки та аналізу (формулювання статистичних гіпотез, регресійний аналіз, аналіз варіативності та ін.). Проте, значна частина доповіді присвячена дослідницьким розвідувальним методам аналізу, що надають змогу отримати додаткові знання (виявити причини аномалій в даних, оцінити припущення стандартних статистичних методів, допомогти у подальшому виборі статистичних методів тощо). В доповіді також зроблені висновки щодо порівняння різних методів аналізу клінічних даних.

Актуальність даної теми зумовлена тим, що дані, які збираються під час сучасного клінічного дослідження, можуть містити низку клінічних показників, фактори стратифікації, записи про події, демографічні дані, опитування, біометрія тощо. Обсяг таких даних може бути надзвичайно великим, а структура складною, тому для їх комплексного аналізу доцільно використовувати спеціальні сучасні підходи, що базуються на машинному навчанні.

Основний акцент у доповіді поставлено на методи виявлення спільнот в даних. Як представників класичного методу виявлення спільнот розглянуто методи кластеризації [1] (ієрархічні алгоритми, k-means, DBSCAN тощо). На противагу класичному методу розглянуто топологічний аналіз даних на основі графів (алгоритм Гірвана–Ньюмена [2], метод клікової перколяції [3]).

Топологічний аналіз даних – це сучасний інноваційний підхід до аналізу даних, який зосереджується на вивченні форми даних. Він використовує поняття з топології, яка є розділом математики, що стосується властивостей простору, які зберігаються під час безперервних перетворень, таких як розтягування та згинання, але не розривання чи склеювання.

Топологічний аналіз як і кластеризація є методами, які можливо реалізувати завдяки неконтрольованому машинному навчанню. Проте топологічний аналіз даних на основі графів надає низку переваг, наприклад, меншу залежність від повноти даних та більшу стійкість до шуму, унікальні можливості візуалізації даних (відображення багатовимірних даних у більш

зрозумілі маловимірні простори), можливість чіткішого виявлення спільнот та їх кордонів, виявлення складних топологічних структур, які можуть залишатися непоміченими в інших методах тощо.

В доповіді наводяться приклади застосування описаних методів аналізу даних, пояснюються загальні принципи їх роботи, основні недоліки й переваги кожного з них. Як прогноз на майбутнє, оцінюються перспективи їх спільного застосування для аналізу клінічних даних.

Література:

1. D. Xu and Y. Tian (2015), A comprehensive survey of clustering algorithms, Annals of Data Science, vol. 2, 165-193. URL: <https://doi.org/10.1007/s40745-015-0040-1>
2. M. Girvan and M. Newman (2002), Community structure in social and biological networks, Proceedings of the National Academy of Sciences, vol.99, no. 12, 7821-7826. URL: <https://doi.org/10.1073/pnas.122653799>
3. Santo Fortunato (2009). Community Detection in Graphs. Physics Reports. vol. 486, is. 3-5, 75-174. URL: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2009.11.002>

Оцінка ресурсів у Azure Quantum Resource Estimator

Пирогов П.А.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: pavlo.pyrohov@student.karazin.ua

Науковий керівник Меньйлов Є.С.

З розвитком квантових обчислень важливо мати засоби для ефективної оцінки ресурсів, необхідних для виконання квантових програм на різних апаратних платформах. Одним із таких інструментів є хмарний сервіс з відкритим кодом Azure Quantum Resource Estimator (AQRE), розроблений командою Azure Quantum компанії Microsoft, який оцінює логічні та фізичні ресурси, необхідні для виконання квантових програм на квантовому обладнанні.

Квантові обчислення можна поділити на три рівні: рівень програми, квантове програмування або рівень компіляції та апаратне забезпечення або рівень моделювання, AQRE дозволяє оцінювати ресурси до кожного рівня.

На рівні програми у AQRE оцінюються ресурси шляхом аналізу квантової програми, яка надходить на вхід. Вхідна програма квантових обчислень перетворюється в проміжне представлення Quantum Intermediate Representation (QIR). Це дозволяє однаково обробляти вхідні програми з різних мов програмування, таких як Q# або Qiskit. Після перетворення програми в QIR, AQRE проводить аналіз, щоб визначити кількість різних елементів програми, таких як логічні кубіти, використані вентиля, вимірювань та інших елементів програми, таких як глибину алгоритму (кількість кроків).

На інших рівнях AQRE оцінює ресурси шляхом аналізу набору даних та параметрів квантового обладнання. Таких як, модель фізичного кубіту, яка визначає властивості фізичних кубітів, що лежать в його основі. Передбачувану схему квантової корекції помилок фізичних кубітів для побудови більш надійного логічного кубіту, який зберігає квантову інформацію краще, ніж фізичні кубіти, що лежать в його основі. Загальний відсоток помилок, допустима помилка алгоритму, тобто допустиму ймовірність відмови алгоритму. Значення має бути від 0 до 1, стандартне налаштування 0,001. Обмеження на рівні компонентів, наприклад, якою є кількість логічних циклів для не-Кліффорд T вентилів та багато інших параметрів налаштувань квантового обладнання.

Вихідні дані, AQRE надає детальний звіт щодо ресурсів, необхідних для виконання квантової програми. Цей звіт містить дані та інформацію про фізичні ресурси, логічні кубіти, припущений відсоток помилок та інші параметри, які дозволяють розуміти, як впливають різні аспекти на загальні ресурси. Діаграма даних в AQRE надають інформацію про розподіл ресурсів між різними параметрами. Діаграма простору-часу демонструє компроміс між кількістю фізичних кубітів та часом виконання програми. Вказує на оптимальні комбінації кількості кубітів та часу, які задовольняють обмеження квантового обладнання.

Література:

1. W. van Dam, M. Mykhailova, and M. Soeken Using azure quantum resource estimator for assessing performance of fault tolerant quantum computation. 2023. arXiv: 2311.05801.
2. Microsoft Introduction to the Azure Quantum Resource Estimator. Microsoft Learn. URL:<https://learn.microsoft.com/uk-ua/azure/quantum/intro-to-resource-estimation> (visited on 30/04/2024).

Штучний інтелект у сфері архівістики: переваги та можливості

Ічанська Н.В.

Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

email:itm.ichanska@nupr.edu.ua

Пікалова В.В.

Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

email:lerapikalova4@gmail.com

У роботі визначенно роль і можливості штучного інтелекту в контексті бібліотечних та архівних справ.

Швидкий прогрес штучного інтелекту сприяв застосуванню його у різних сферах, які відіграють ключову роль у збереженні, обробці та доступі до інформації, таких як архіви, бібліотеки, служби безпеки тощо. Це дозволило їм вдосконалити свої методи роботи та відповідати сучасним тенденціям [1].

За останні десятиліття штучний інтелект значно розвинувся і знайшов своє застосування у багатьох галузях, включаючи архівознавство, де він використовується для автоматизації процесів упорядкування, зберігання та доступу до архівних документів.

Архівознавство - це наукова дисципліна, що вивчає політичні, науково-правові та практичні аспекти організації архівних документів та роботи архівних установ. У архівних установах проводяться різноманітні процеси, такі як упорядкування та систематизація даних, обробка та реставрація архівних документів, зберігання інформації у електронному форматі, доступу до архівних матеріалів, дослідження архівних документів, збереження фізичного стану документів тощо.

У сфері архівознавства працюють фахівці різних профілів, такі як архівісти, археографи, дослідники, технічні спеціалісти, консерватори та інші. Застосування штучного інтелекту може значно полегшити їх робочі процеси, удосконалюючи такі аспекти як:

1. Ефективне аналізування та обробка документів: ШІ дозволяє швидко аналізувати та обробляти великі обсяги архівних матеріалів, що сприяє підвищенню продуктивності та точності роботи.

2. Виявлення та виправлення помилок: ШІ може ідентифікувати потенційні помилки або неточності в описах архівних документів, допомагаючи працівникам архівів у покращенні якості та достовірності архівного опису.

3. Оптимізація робочих процесів: Застосування ШІ дозволяє автоматизувати багато рутинних завдань, таких як індексація та категоризація документів, що сприяє збільшенню ефективності та зниженню часових витрат.

4. Забезпечення доступу до інформації: Використання ШІ у архіві допомагає полегшити пошук та отримання архівних матеріалів, що сприяє збільшенню доступності та використання архівів для досліджень та освітніх цілей [2].

На сьогоднішній день уже є певні досягнення з використання ШІ для архівів і підтвердженням цього є створення сучасної комп'ютерної програми для архівів на основі ШІ розробленої студентами Львівської політехніки. У Державному архіві Львівської області вже впроваджується система штучного інтелекту, розроблена студентами, яка допомагає працівникам архіву швидко знаходити та виправляти помилки в номенклатурі документів, що значно економить час.

Система штучного інтелекту аналізує текст документів, які надходять до архіву, та підкреслює ті частини, які ймовірно містять помилки. Це дозволяє працівникам архіву швидко знаходити та виправляти неточності, роблячи опис документів більш чітким та достовірним [3].

Ще одним прикладом продуктивного використання ШІ є застосування системи штучного інтелекту в архівній справі проєкт "РобоАрхів", який розробляється в Україні.

Проєкт "РобоАрхів" є інноваційною ініціативою, спрямованою на використання штучного інтелекту в архівній справі. Він скерований на автоматизацію процесів обробки архівних документів за допомогою розумних технологій, включаючи машинне навчання та опрацювання природної мови. Основною метою проєкту є автоматизація обробки архівних документів та оптимізація робочих процесів у сфері архівознавства.

Основні функціональні можливості "РобоАрхів" включають:

1. Автоматизовану обробку архівних документів: система аналізує та класифікує документи за різними критеріями.

2. Розпізнавання тексту: програма виявляє та витягує текстову інформацію з архівних матеріалів.

3. Пошук та ідентифікація документів: за допомогою алгоритмів штучного інтелекту система здійснює швидкий та точний пошук архівних документів.

4. Автоматизоване створення описів: "РобоАрхів" допомагає у створенні описів архівних фондів та колекцій, що спрощує роботу архіваріусів та забезпечує їхню стандартизацію.

Отже, штучний інтелект може бути застосований в архівознавстві для автоматизації процесів обробки та аналізу архівних документів, розпізнавання та класифікації даних, створення електронних каталогів інформаційних ресурсів, прогнозування та виявлення зв'язків між документами. Що сприяє покращенню організації та доступу до архівних матеріалів, що робить архіви більш ефективними та корисними для суспільства.

Література:

1. Архівознавство: поняття, завдання та функції. Реферат. URL: [Архівознавство: поняття, завдання та функції. Реферат – Освіта.UA \(osvita.ua\)](https://osvita.ua) (дата звернення 06.04.2024)
2. Приклади застосування ШІ в галузі. URL: <http://surl.li/tmqya> (дата звернення 06.04.2024)
3. У Львівській політехніці розробили систему штучного інтелекту для роботи з архівами. URL: <https://osvita.loda.gov.ua/?page=blog&id=785> (дата звернення: 06.04.2024)

Improving integral calculus methods using Maple: from symbolic to numerical approaches

Doroshenko Daniil

Oles Honchar Dnipro National University

email: doroshenkod@mmf.dnu.edu.ua

Maple allows you to combine symbolic and numerical calculations. Symbolic methods make it possible to obtain exact analytical expressions for integrals, which is important for the development of theory and analysis of functions. Numerical methods, on the other hand, allow us to calculate the values of integrals numerically with a high degree of accuracy, which is important for solving complex computational problems that do not have an analytical solution.

First, I will consider the symbolic methods used to obtain analytical expressions for integrals. These methods are based on the mathematical properties of functions and the theory of integrals. Maple, as a symbolic computing system, provides extensive capabilities for symbolic computing, such as calculating integrals, simplifying expressions, and deriving analytical solutions. The next stage is the application of numerical methods for calculating integrals, especially in cases where an analytical solution is difficult or impossible to obtain. Numerical methods, such as the trapezoidal method, the Simpson method, the Monte Carlo method, and others, are used for the approximate calculation of integrals. They make it possible to calculate the values of integrals with high accuracy, as well as to solve complex integral problems that do not have an analytical solution.

Complex examples include integrals with expressions that contain complex functions, parameterized functions, or large ranges of values. For example, consider the following integral: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \cos \cos x dx$. This integral contains exponential and trigonometric functions, which can be difficult to calculate analytically. In such cases, numerical methods can be effective for obtaining approximate values of integrals. The use of Maple to improve the methods of integral calculus allows combining the advantages of symbolic and numerical approaches to obtain accurate and efficient solutions of integral problems.

Let's calculate this integral in Maple:

```
restart;  
integrand := exp(-x) * cos(x);  
integral_result := int(integrand, x = 0..Pi/2);
```

So, with the help of Maple, you can get an approximate value of this integral.

Conclusion. Hence, with Maple and similar computing systems, researchers and practicing mathematicians can combine symbolic and numerical methods to efficiently compute complex integrals. The symbolic approach allows obtaining analytical expressions for integrals, which is important for the analysis and development of mathematical theories. On the other hand, numerical methods, such as the trapezoidal method, the Simpson method, the Monte Carlo method, and others, allow us to calculate the values of integrals with high accuracy and efficiently solve complex computational problems. Advances in calculus with Maple allow researchers and practicing mathematicians to develop new computational techniques and methods that have applications in a variety of scientific, engineering, and technical fields. This approach contributes to the solution of real problems that require accurate and efficient calculation of integrals, and contributes to the development of modern computational mathematics.

References:

1. Mikhalevich V. M., Dobranyuk Y. V., Krupskiy Y. V. Development of electronic educational resources in the SCM Maple environment. *Mathematics and informatics in higher education: modern challenges: science and practice conf.* Vinnytsia, 2017. p. 69-72.
2. Terletskiy A.I., Frick O.B. Using the Maple math package for problem solving and modeling. Methodical recommendations for implementation laboratory works in the discipline "Computer modeling and optimization" for students of the "Computer Engineering"; direction. Ivano-Frankivsk, 2012. p. 1-78

Властивість Йордана-Ейнштейна для метрик на деяких алгебрах Йордана Барська Ю.М.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: barska2021m111@student.karazin.ua

Науковий керівник: Петров Є.В.

У роботі [1] для метричних алгебр Йордана, тобто дійсних скінченновимірних алгебр Йордана з евклідовим скалярним добутком, були

введені аналоги зв'язності Леві-Чивіти, тензора кривини та тензора Річчі. Ці конструкції аналогічні до об'єктів, що виникають на алгебрах Лі у зв'язку з лівоінваріантними рімановими метриками на відповідних групах Лі. Також в [1] були встановлені деякі достатні умови для існування та неіснування на таких алгебрах метрик Йордана-Ейнштейна, тобто таких, для яких тензор Йордана-Річчі пропорційний метриці.

У доповіді представлені приклади двовимірних метричних алгебр Йордана, для яких були обчислені тензори кривини Йордана-Річчі та встановлена властивість Йордана-Ейнштейна чи її відсутність. Для цього ми використовуємо класифікацію (комутативних) двовимірних дійсних алгебр Йордана з роботи [2]. Зокрема, ми підтверджуємо результати роботи [1], а також наводимо нові приклади ейнштейнових та нееінштейнових метричних алгебр Йордана. Також розглядаються деякі загальні приклади багатовимірних дійсних алгебр Йордана та досліджується їхня ейнштейновість.

Література:

1. Zhang H., Yan Z., Chen Z. Curvetures of metric Jordan algebras. arXiv:2309.02682. 2023. P. 27.
2. Ahmed H., Bekbaev U., Rakhimov I. Classification of Two-Dimensional Jordan Algebras Over R. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences*. 2018. Vol. 12, No 3. p. 287–303.

Криві з постійними афінними кривинами

Карпетян А. С.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: karapetian.anastasiya@gmail.com

Науковий керівник: Шугайло О. О

Афінна геометрія вивчає властивості фігур, які не змінюються при афінних перетвореннях. Еквіафінна геометрія кривих вивчає властивості кривих, які не змінюються при афінних перетвореннях, що зберігають об'єм.

Очевидно, що евклідова довжина дуги та кривина (кручення) кривої не є еквіафінним інваріантом. Тож визначення афінної довжини дуги та кривин в афінному просторі суттєво відрізняється від евклідового випадку. Окрема увага завжди приділялась кривим з постійними кривинами. На відміну від евклідової площини кривими з постійними афінними кривинами є криві другого порядку:

парабола (кривина нульова), еліпс (кривина додатна), гіпербола (кривина від'ємна). Це загально відомий факт. Також відомо, що для просторових кривих існує 6 типів кривих що мають простійні афінні кривини. У даній роботі було проведено дослідження, спрямоване на детальне вивчення цього класу кривих, зокрема їх класифікацію, натуральні параметризації та афінні кривини.

Новим результатом є афінна натуральна параметризація кривих з постійними афінними кривинами в афінному просторі з введенням додаткових постійних параметрів і вираз афінних кривин через ці параметри.

Наприклад, гвинтова лінія, що параметризована наступним чином:

$$\left(\frac{1}{a} \cos(at), \frac{1}{a} \sin(at), \frac{t}{a^3}\right)$$

має афінний натуральний параметр довжини дуги t та постійні афінні кривини $k_1=0$ та $k_2=a^2$.

Література:

1. Ebbens Y. M. On curves with constant curvatures. URL: https://fse.studenttheses.ub.rug.nl/12688/1/Matthijs_Ebbens_2015_WB.pdf

Про ідеальні поверхні Вінтгена

Недовєсова Вероніка

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: nedovesova070303@gmail.com

Науковий керівник: Ямпольський О. Л.

У доповіді розглянуто конкретні приклади ідеальних поверхонь Вінтгена та знайти їх графічне відображення, за допомогою системи символічних обчислень Maple

1. Базові поняття доповіді: Тензор кривини або тензор Рімана, Гауссова кривина, розкладання Гауса і Вейнгартена, Гаусове кручення та інші.
2. Основна зосередженість буде на розгляді конкретних ідеальних поверхонь Вінтгена, таких як:
 - Комплексна крива, яка повністю лежить в C^2 , де C^2 - 4-мірний простір E^4
 - Відкрита частина сфери Уїтні, визначається

$$\psi(u, v) = \frac{\sin u}{1 + u} (\sin v, \cos v, \cos u \sin v, \cos u \cos v)$$

1. Проведення обчислень Гаусової кривини та кручення для відповідних поверхонь за допомогою Maple.
2. Графічне відображення поверхонь, а саме проєкції на 3-мірний простір.

Література:

1. Ямпольський О.Л., Диференційна геометрія. Базовий курс лекцій.
2. Chen В.-У. Classification of Wintgen ideal surfaces in Euclidean 4-space with equal Gauss and normal curvatures. *Ann Glob Anal Geom.* 2010. Vol. 38. p.145–160. URL: <https://doi.org/10.1007/s10455-010-9205-5>

Про сталу Ойлера-Маскерони для зростаючих функцій

Сморцова К.Ю.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

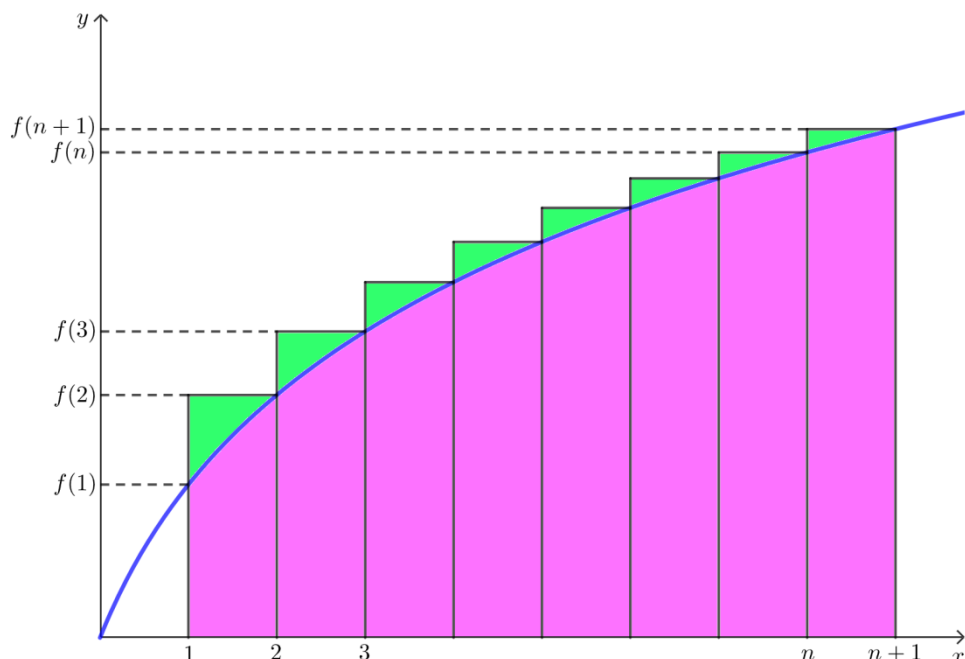
email: kateryna.smortsova@karazin.student.ua

Науковий керівник: Гефтер С.Л.

1. Сталою Ойлера-Маскерони неперервної зростаючої функції $f: \rightarrow [1, +\infty)R$ будемо називати суму ряду

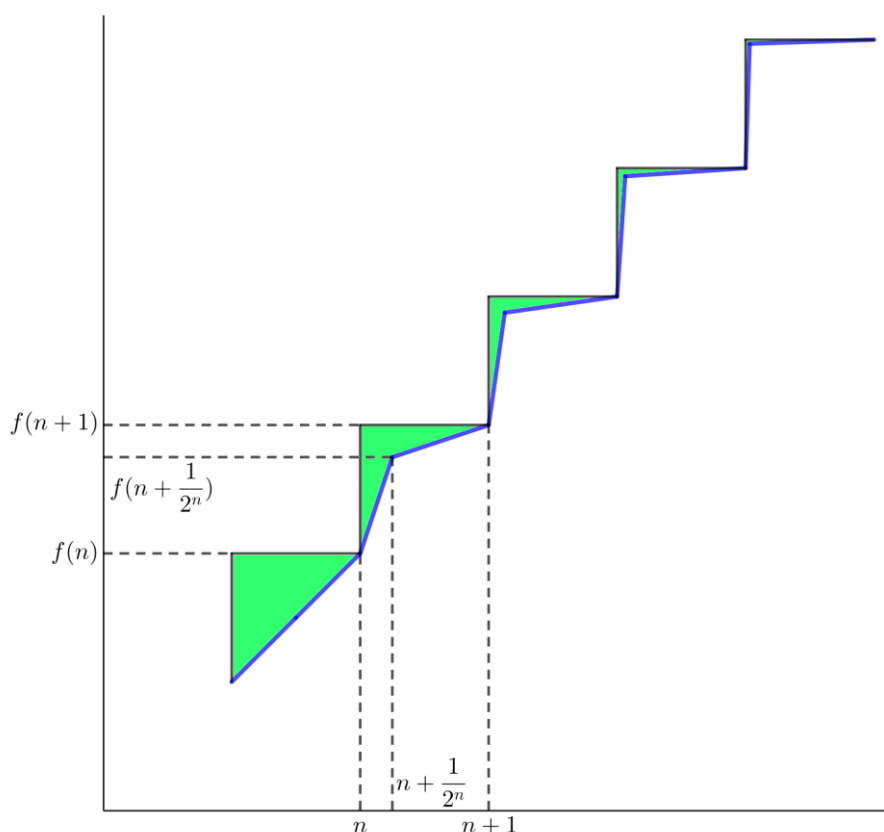
$$\gamma_f = \sum_{n=1}^{\infty} \left(f(n+1) - \int_n^{n+1} f(x) dx \right)$$

Геометрично це сума площ зелених криволінійних трикутників (див. Рис.).



2. Можна показати, що якщо функція $f(x)$ обмежена зверху деяким числом b , то її стала Ойлера-Маскероні існує і дорівнює сталій спадної додатної функції $g(x) = -f(x) + b$.
3. Однак, більш цікаво дослідити, чи буває стала Ойлера-Маскероні дійсним числом для необмежено зростаючих функцій. Так, для функцій $f(x) = x^\alpha$, $\alpha > 0$, і $g(x) = \ln x$ сталі Ойлера-Маскероні дорівнюють $+\infty$.
4. Але є необмежено зростаючі функції, для яких стала Ойлера-Маскероні є скінченною. Наприклад, ця стала дорівнює $4/3$ для функції

$$f(x) = \begin{cases} n + (2^n - 1)(x - n), & x \in \left[n; n + \frac{1}{2^n} \right), \\ n + \frac{2^n - 1}{2^n} + \frac{x - n - \frac{1}{2^n}}{2^n - 1}, & x \in \left[n + \frac{1}{2^n}; n + 1 \right]. \end{cases}$$



5. Надалі працюватимемо з опуклими вгору функціями. Очевидною необхідною умовою скінченності сталої Ойлера-Маскероні є збіжність площ криволінійних трикутників до нуля. Можна довести, що у випадку неперервно диференційовних функцій достатньою умовою для цього є існування границі $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ та рівність її нулю. Зауважимо, що для зростаючих

опуклих вгору диференційовних функцій існує, до того ж скінченна, границя $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$. Крім того, в цьому випадку $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$.

6. Приклади функцій $f(x) = x^\alpha$, $0 < \alpha < 1$, і $g(x) = \ln x$ показують, що природною є така гіпотеза: стала Ойлера-Маскероні для будь-якої необмежено зростаючої опуклої вгору функції дорівнює $+\infty$. Передбачається довести цю гіпотезу під час подальших досліджень.

Література:

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, ч. I. К.; Либідь, 1994. 320 с.
2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, ч. II. К.; Либідь, 1994. 305 с.
3. Стала Ейлера — Маскероні. Wikipedia. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Стала_Ейлера_—_Маскероні#cite_ref-47

Прикладна математика

Задача оптимальної швидкодії для одної однорідної керованої системи

Андреєва Д.М.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: andrejeva_darja@ukr.net

Науковий керівник: Ігнатович С.Ю.

У доповіді розглядається одна задача швидкодії для двовимірної керованої системи з виходом

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1, & \dot{x}_2 &= x_1 u_2, \\ x_1(0) = x_2(0) &= 0, & u_1^2(t) + u_2^2(t) &\leq 1, & x_1(\theta)x_2(\theta) &= 1, \\ \theta &\rightarrow \min. \end{aligned} \quad (1)$$

Ця задача може бути розв'язана з використанням принципу максимуму Понтрягіна [1]. В даній роботі ми наводимо інші міркування для розв'язання задачі (1), які можуть бути узагальнені на випадок задачі швидкодії для довільних однорідних керованих систем з одновимірним однорідним виходом.

Як було показано в роботі [1], задача (1) еквівалентна наступній задачі оптимізації:

$$\max \eta_1 \eta_{21} \quad \text{за умов} \quad u_1^2(t) + u_2^2(t) \leq 1, \quad (2)$$

де

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \eta_1(0,1) = \int_0^1 u_1(t) dt, \\ \eta_{21} &= \eta_{21}(0,1) = \int_0^1 \int_0^{\tau_1} u_2(\tau_1) u_1(\tau_2) d\tau_2 d\tau_1. \end{aligned}$$

Отже, отримали задачу оптимізації у просторі $L_\infty([0,1]; R^2)$, норма в якому задається як $\|u\|_\infty = \text{ess sup}_{0 \leq t \leq 1} \sqrt{u_1^2(t) + u_2^2(t)}$.

Розглянемо замість неї задачу оптимізації у просторі $L_2([0,1]; R^2)$:

$$\max \eta_1 \eta_{21} \quad \text{за умов} \quad \|u\|_2^2 \leq 1, \quad (3)$$

де $\|u\|_2^2 = \int_0^1 (u_1^2(t) + u_2^2(t)) dt$. Таким чином, отримали задачу (нелінійного) програмування у гільбертовому просторі: мінімізація функціонала з обмеженням-нерівністю.

Тепер можна скористатися методом множників Лагранжа. Знаходимо похідні Фреше функціоналів $\eta_1 \eta_{21}$ і $\|u\|_2^2 = \langle u, u \rangle$ – це елементи простору $L_2([0,1]; R^2)$:

$$\begin{aligned} (\eta_1 \eta_{21})' &= (\eta_{21}(0,1) + \eta_1(0,1)\eta_2(t,1), \eta_1(0,1)\eta_1(0,t)), \\ \langle u, u \rangle' &= 2(u_1, u_2). \end{aligned}$$

Метод множників Лагранжа дає необхідну умову оптимальності:

$$\eta_{21}(0,1) + \eta_1(0,1)\eta_2(t,1) = 2\lambda u_1(t),$$

$$\eta_1(0,1)\eta_1(0,t) = 2\lambda u_2(t).$$

Неважко бачити, що у нетривіальному випадку $\lambda \neq 0$, тому отримуємо диференціальні рівняння для знаходження оптимального керування:

$$\dot{u}_1 = -\frac{\eta_1(0,1)}{2\lambda} u_2,$$

$$\dot{u}_2 = \frac{\eta_1(0,1)}{2\lambda} u_1,$$

з яких отримуємо явний вигляд оптимального керування для задачі (3):

$$u_1(t) = \cos(kt + b), \quad u_2(t) = \sin(kt + b).$$

Можна показати, що насправді оптимальними будуть керування, для яких $|k| \leq \pi$. Зауважимо, що отримане керування належить простору $L_\infty([0,1]; R^2)$ і задовольняє обмеження задачі (2). Це означає, що воно розв'язує задачу (2), а отже, і задачу (1) після очевидної заміни часу.

Запропонований метод можна узагальнити на інші однорідні задачі з одновимірним керуванням: у загальному випадку отримуємо систему інтегро-диференціальних рівнянь (які не включають траєкторію) для знаходження оптимального керування.

Література:

1. Andreieva D. M., Ignatovich S. Yu. Homogeneous approximation of one-dimensional series of iterated integrals and time optimality. *Journal of Optimization, Differential Equations and their Applications*. 2023. V. 31, N. 2. P.1-23.

Локальна асимптотична стабілізація для класу тривимірних нелінійних систем з невідомими параметрами

Борейко А.О.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: boreiko2021mp11@student.karazin.ua

Бєбія М.О.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

У роботі досліджено задачу стабілізації тривимірних нелінійних систем з невідомими параметрами без апріорних знань щодо верхньої границі зміни цих невідомих параметрів. А саме, вивчається наступна система

$$\dot{x}_1 = a_1 x_2^{2m+1}, \dot{x}_2 = a_2 x_3, \dot{x}_3 = a_3 u \quad (1)$$

де $a_i > 0$ – заздалегідь невідомі параметри ($i = 1, 2, 3$), u – керування, $m \in Z^+ = \{0, 1, \dots\}$ – задане число.

Відмітимо, що єдиною умовою, яка накладається на параметри a_i є їх додатність. При цьому, ніяких умов на границі зміни максимальної величини параметрів a_i заздалегідь не задано. Важливо зазначити, що задача стабілізації системи (1) є доволі складною, навіть для відомих коефіцієнтів a_i , бо система (1) є некерованою та нестійкою за першим наближенням. Випадок таких систем в теорії керування називають критичним.

Клас стабілізуючих керувань, які легко реалізувати для n -вимірною випадку, було запропоновано в роботах [1-3] при відомих a_i . Випадок невідомих коефіцієнтів для лінійної системи ($m = 0$) було досліджено в роботі [4]. У роботі [4] було використано важливий для методу зворотного ходу (backstepping method) клас вкладених керувань (nested controls), які використовуються і в даній роботі.

Задача стабілізації системи (1) полягає в побудові неперервного керування $u(x)$, яке не залежить від параметрів a_i , такого, що нульова точка спокою системи (1) при $u = u(x)$ буде асимптотично стійкою за Ляпуновим при будь-яких додатних значеннях параметрів a_i .

У роботі доведено, що наступне керування розв'язує задачу стабілізації системи (1) для будь-яких додатних значень коефіцієнтів k_i

$$u = -(((k_1 x_1)^{p_1} + k_2 x_2)^{p_2} + k_3 x_3), \quad (2)$$

де параметри p_i знаходяться з умов

$$p_i = \frac{r_{i+1}}{r_i}, r_1 = \frac{\text{odd}}{\text{odd}} > 1, r_{i+1} = r_i + \mu_i, \mu_i = \frac{\text{even}}{\text{odd}} > 0, \mu_1 > \mu_2 > \mu_3 = 0 \quad (3)$$

Література:

1. Korobov V. I., Bebiya M. O. Stabilization of one class of nonlinear systems. *Automation and Remote Control*. 2017. V. 78, No. 1. P. 1–15.
2. Bebiya M. O., Korobov V. I. On Stabilization Problem for Nonlinear Systems with Power Principal Part. *Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry*. 2016. V. 12, No. 2. P. 113–133.
3. Bebiya M. O., Maistruk V. A. On linear stabilization of a class of nonlinear systems in a critical case. *Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University. Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics*. 2023. V. 98, P. 36–49.
4. Zhu J., Qian C. Local asymptotic stabilization for a class of uncertain uppertriangular systems. *Automatica*. 2020. V. 118. 108954.

Нуль-керіваність і умова повертання для коливальних систем з обмеженим додатним керуванням

Возняк О. С.

Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна

email: o.vozniak0@gmail.com

Науковий керівник: Коробов В.І.

Дана робота присвячена задачі нуль-керіваності для систем в точку, що не є точкою рівноваги системи, а саме нуль-керіваності коливальних систем за допомогою лише додатного керування.

Особливість задачі полягає в тому, що після потрапляння в початок координат система буде одразу виходити з нього, тому нуль-керіваність в цьому випадку існування деякого моменту часу T^* , такого, що систему можна перевести в нуль за будь-який час $T \geq T^*$ за допомогою деякого допустимого керування u . Для цієї задачі вже були отримані різні результати [1]-[3]. В своїй роботі ми використовуємо критерій отриманий В. І. Коробовим в статті [3], який використовує нове введене поняття умови повертання на інтервалі. Ми говоримо, що умова повертання виконується на інтервалі $I = [T_1, T_2]$, якщо для

всіх $T \in I$ траєкторію системи з початком в нулі можна повернути в нуль за час T за допомогою деякого керування $u_T(t)$. Зазвичай перевірка цієї умови є найскладнішою задачею при доведенні нуль-керованості.

В цій роботі ми доводили умову повертання для загальних коливальних систем вигляду $\dot{x}_{2k-1} = kx_{2k}, \dot{x}_{2k} = -kx_{2k-1} + u, k \in \{1, n\}$, з обмеженням на керування $u \in [c, 1], c > 0$. Оскільки в лінійній керованій системі

$$\dot{x} = Ax + bu, x \in R^n, u \in \Omega,$$

те, що керування переводить точку x_0 в точку x_1 означає, що виконується рівність

$$x_1 = e^{At} \left(x_0 + \int_0^T e^{-A\tau} \phi(u(\tau)) d\tau, \right)$$

то при $x_0 = x_1$ для системи, що розглядається, наша задача є еквівалентною тригонометричній проблемі моментів: $\int_0^T u(t) \sin kt dt = 0, \int_0^T u(t) \cos kt dt = 0, k \in \{1, n\}$.

В результаті роботи було доведено, що для системи виду (1) при $c = \frac{1}{2}$ задачу можна розв'язати на інтервалі $I = [2\pi, 2\pi + a], a \geq 0$ для довільної розмірності n за допомогою керування з $2n$ точками перемикання. Також було знайдено керування, що має лише дві точки перемикання для довільного n : $u(t) = c$ при $0 \leq t \leq a$ і $2\pi \leq t \leq 2\pi + a$ та $u(t) = 1$ при $a \leq t \leq 2\pi$. Результати для довільного $c \in (0, 1)$ були отримані для випадку $n = 2$.

Література:

1. Bianchini R. M. Local Controllability, Rest States, and Cyclic Points. *SIAM Journal on Control and Optimization*. 1983. Vol. 21. p. 714–720.
2. Conti R. Return sets of a linear control process. *J. Optim. Theory Appl.* 1983. Vol. 41. p. 37–53.
3. Korobov V. I. Geometric Criterion for Controllability under Arbitrary Constraints on the Control. *J. Optim. Theory Appl.* 2007. Vol. 134. p. 161–176.

Ідентифікація правил регуляції процесів регенерації печінки методами адаптивного динамічного програмування

Карєва В.В.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: valerija.kareva@gmail.com

Львов С. В.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: lvovser@gmail.com

Ідентифікація об'єктивних правил регуляції «клітинної системи», що визначає серед усіх можливостей саме «справжній шлях» її динаміки, яку ми спостерігаємо в експерименті, є необхідною умовою розробки математичних моделей із достатньою пояснювальною та передбачуваною силою.

Перспективним підходом до розв'язання цієї задачі є гіпотеза, що правила регуляції біологічних процесів підпорядковані деяким об'єктивним критеріям оптимальності [1]. Ця гіпотеза виникла з природнього припущення, що принципи, яким підкоряються правила регуляції процесів регенерації органів та тканин організму, відповідають процесу природного відбору під час його попередньої еволюції щодо деякого критерію оптимальності [2].

Задача пошуку верхньої оцінки оптимальності може на якісному рівні оцінити особливості регуляції біологічних процесів в сценаріях, не охоплених біологічним експериментом, та проаналізувати процеси регуляції, спостереження яких є в даний час технологічно недосяжні. Ця задача дозволяє попередньо перевірити гіпотези щодо того, як відбувається регуляція біологічних процесів з метою їх подальшої перевірки в експерименті.

У роботах [3,4] було змодельовано дискретну, автономну, керовану динамічну систему процесів регенерації печінки у термінах дискретних часів t :

$$x_{t+1} = F(x_t, \tau_t, \bar{\lambda}_t), x_0 = x^0, \lambda_t = \lambda(x_t) \in U, 0 \leq \lambda_t \leq 1, x_t \in X, t \in Z^+ \quad (1)$$

де x_t – типи функціональних клітин печінки; τ_t – задана функція зовнішньої токсичності (збуджуючий параметр); $X \subseteq R^n$ – простір допустимих станів системи; $x^0 \in X$ – заданий початковий розподіл функціональних клітин печінки; $U \subseteq R^m$ – простір допустимих керуючих дій.

Для полегшення аналізу розглянемо систему, що описується нелінійною динамікою у формі різницевого рівняння афінного простору станів:

$$x_{t+1} = f(x_t) + g(x_t)\lambda_t \quad (2)$$

Аналіз таких форм зручний і може бути узагальнений на форму (1). Стратегія керування визначається як функція від простору станів до простору керування $\lambda: X \rightarrow U$.

Поняття цілеспрямованої оптимальної поведінки фіксується шляхом визначення показника продуктивності або функції витрат:

$$V_\lambda(x_t) = \sum_{i=t}^{\infty} \gamma^{i-t} r(x_i, \lambda_i) \quad (3)$$

$0 < \gamma \leq 1$ коефіцієнт дисконтування. Функція $r(x_i, \lambda_i)$ відома як корисність (utility) і є мірою вартості керування за один крок.

Для будь-якої допустимої стратегії $\lambda_t = \lambda(x_t)$ ми називаємо $V_\lambda(x_t)$ її вартістю. Стратегії з меншими значеннями вважаються кращими за інші. Метою теорії оптимального керування є вибір стратегії, яка мінімізує витрати $V^*(x_t) = (\sum_{i=t}^{\infty} \gamma^{i-t} r(x_i, \lambda(x_i)))$, що відомо як оптимальна вартість.

Тоді оптимальна стратегія керування визначається як

$$\lambda^*(x_t) = \arg \left(\sum_{i=t}^{\infty} \gamma^{i-t} r(x_i, \lambda(x_i)) \right) \quad (4)$$

Записуємо (3) як $V_\lambda(x_t) = r(x_t, \lambda(x_t)) + \gamma V_\lambda(x_{t+1})$, $V_\lambda(0) = 0$. (5)

Це нелінійне рівняння Ляпунова, а саме рівняння Беллмана [5]. Оцінка цінності поточної стратегії за допомогою рівняння Беллмана є ключовою концепцією в розробці методів навчання з підкріпленням. Принцип Беллмана стверджує, що «оптимальна стратегія незалежно від того, якими були попередні рішення (дії), інші рішення повинні становити оптимальну стратегію щодо системи в результаті цих попередніх рішень». З точки зору рівнянь, $V^*(x_t) = (r(x_t, \lambda(x_t)) + \gamma V^*(x_{t+1}))$. Це відоме як рівняння оптимальності Беллмана або рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана з дискретним часом. Маємо оптимальну стратегію $\lambda^*(x_t) = \arg (r(x_t, \lambda(x_t)) + \gamma V^*(x_{t+1}))$.

Адаптивне динамічне програмування (АДП) — це практичний метод визначення оптимального рішення керування в режимі онлайн вперед у часі за допомогою вимірних даних системи вздовж траєкторій системи [6].

Припускаючи наближення $V_\lambda(x_t) = W^T \varphi(x)$. Підставляємо в рівняння кінцевих різниць Беллмана: $e_t = r(x_t, \lambda(x_t)) + \gamma W^T \varphi(x_{t+1}) - W^T \varphi(x_t)$.

Рівняння $e_t = 0$ є рівнянням з фіксованою точкою. Таким чином, можна використовувати ітераційні процедури для вирішення рівняння часових різниць, включаючи ітерації за стратегіями та ітерацію за значеннями.

Література:

1. Liu E.T. Systems biology, integrative biology, predictive biology. *Cell*. 2005. Vol. 121(4). P. 505-506.
2. Parker G.A., Smith J.M. et al. Optimality theory in evolutionary biology. *Nature*. 1990. Vol. 348(6296). P. 27-33.
3. Karieva V. V., Lvov S. V. Mathematical model of liver regeneration processes: homogeneous approximation. *Visnyk of V.N.Karazin Kharkiv National University. Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics*. 2018. Vol. 87. P. 29-41.
4. Karieva V. V., Lvov S. V., Artyukhova L. P. Different strategies in the liver regeneration processes. Numerical experiments on the mathematical model. *Visnyk of V.N.Karazin Kharkiv National University. Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics*. 2020. Vol. 31. P. 36-44.
5. Bellman R. E., *Dynamic Programming*. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press., 1957. 365 p.
6. Sutton R. S., Barto A. G. *Reinforcement Learning: An Introduction*. MIT Press, Cambridge. 1998. Vol. 1.

Неявні лінійні різницеві рівняння скінченного порядку над деякими кільцями лишків

Кириченко К.В.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: kirillkir3118@gmail.com

Наукові керівники: Генералов М.В., Бондаренко І.С.

У роботі досліджується лінійне різницеве рівняння скінченного порядку над кільцем лишків за модулем m .

Окремим цікавим випадком є явне лінійне різницеве рівняння порядку k . Відомо що таке рівняння завжди має k розв'язків, кожен розв'язок однозначно визначається заданням початкових значень. Неявне рівняння може взагалі не мати розв'язків, а також може мати нескінченну кількість розв'язків. Тому актуальним є питання існування та єдиності розв'язку такого рівняння. У роботі показано, що проблема розв'язності рівняння над кільцем лишків за модулем m зводиться до часткового випадку, коли m є степенем простого

числа. Крім того, повністю вирішене питання розв'язності цього рівняння у випадку m , що є вільним від квадратів.

Також досліджено рівняння над кільцем лишків за модулем m , що є квадратом простого числа та наведено алгоритм зниження порядку заданого неявного рівняння, який перетворює це рівняння на явне рівняння меншого порядку. Проте залишається питання еквівалентності такого перетворення і тому знайдені розв'язки одержаного рівняння доводиться безпосередньо перевіряти підстановкою у задане рівняння.

Література:

1. Martseniuk V., Geftter S., Piven' A. Uniqueness Criterion and Cramer's Rule for Implicit Higher Order Linear Difference Equations Over. In: Baigent, S., Bohner, M., Elaydi, S. (eds) Progress on Difference Equations and Discrete Dynamical Systems. ICDEA 2019. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol 341. Springer, Cham. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-030-60107-2_16
2. Heneralov M. V., Piven' A. L. Implicit Linear Difference Equation over Residue Class Rings. 2023. 12 p. URL: <http://arxiv.org/abs/2301.13704>.
3. Dummit D.S., Foote R.M.: Abstract Algebra. 3rd ed., John Wiley and Sons, Inc. 2004. 945 p.
4. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С., Алгебра для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Харків: Гімназія, 2017. 416 с.
5. Eva Z., Hermann G., Computing the Cycle Structure of Finite Linear Systems. IFAC PapersOnLine 53-2 (2020), Legrstuhl D für Mathematik, RWTH Aachen University, 52062 Aachen, German, 2020. p. 4316–4321.

Логістична регресія: огляд і приклад застосування

Ковтуненко М. О.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: kovtunenکو2022mp21@student.karazin.ua

Науковий керівник: Степанова К. В.

У дослідженні представлено застосування одного з методів машинного навчання – логістичної регресії – для поширеної прикладної задачі класифікації великої кількості інформації в декілька заздалегідь визначених класів.

Машинне навчання – галузь досліджень штучного інтелекту, що спеціалізується на побудові комп'ютерних моделей, які використовують статистичні алгоритми з метою навчання з даних і узагальнювання на небачені дані. Зазвичай методи машинного навчання поділяються на дві основні групи – керовані і некеровані. Методи керованого машинного навчання передбачають представлення комп'ютеру зразків як вхідних, так і бажаних вихідних даних з метою встановлення загального правила, яке відображає входи на виходи. У випадку некерованого машинного навчання модель самостійно шукає структуру вхідних даних, тобто шукає приховані закономірності, що часто є метою застосування подібних методів.

Найбільш поширеними є методи керованого машинного навчання, які використовуються в різноманітних сферах – від медицини до фінансів. Алгоритми керованого навчання поділяються на дві підгрупи – регресійні (прогнозують неперервні значення) та класифікаційні (класифікують дискретні значення).

Детальніше було розглянуто логістичну регресію – алгоритм машинного навчання, що застосовується для задач класифікації. В основі методу лежить сигмоїдна (логістична) функція, яка з'явилася в результаті дослідження динаміки зміни населення популяції. Вона переводить будь-яке дійсне число в інтервал (0; 1) і має наступний вигляд:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

Існує три види логістичної регресії:

- бінарна – використовується для задач класифікації з лише двома можливими результатами: успіх/невдача, так/ні, чоловік/жінка тощо;
- мультиноміальна – класифікує дані в три або більше заздалегідь визначених класів;
- порядкова – так само використовується для задач класифікації у декілька категорій, однак в цьому випадку класи упорядковані (наприклад, передбачення перших трьох позицій у спортивних заходах).

Мультиноміальна логістична регресія – це метод класифікації, який узагальнює логістичну регресію для багатокласових задач. В основі мультиноміальної логістичної регресії лежить не сигмоїдна функція, а її узагальнення – функція Softmax, яка задається наступним чином:

$$p(y = j|x) = \frac{e^{z_j}}{\sum_{i=1}^n e^{z_i}} \text{ для } j = 1, \dots, n$$

$$z = \sum_{i=0}^n w_i x_i = w_0 x_0 + w_1 x_1 + \dots + w_n x_n$$

Ця функція «стискує» n -вимірний вектор \mathbf{z} із довільними значеннями компонент до n -вимірного вектора з дійсними значеннями компонент в області $[0, 1]$, що в сумі дають одиницю.

Прикладом задачі мультиноміальної регресії є задача класифікації трьох видів ірисів – ірис строкатий, ірис щетинистий та ірис віргінський.

При імплементації алгоритму наша задача полягала в тому, щоб мінімізувати функцію витрат:

$$J(W) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n H(T_i, O_i), \text{ де}$$

$$H(T_i, O_i) = - \sum_{i=1}^n T_i \log(O_i) - \text{перехресна ентропія}$$

за допомогою градієнтного спуску:

$$W_{n+1} = W_n - \gamma \nabla J(W_n)$$

Мультиноміальну логістичну регресію було імplementовано за допомогою бібліотек мови програмування Python у програмному забезпеченні DataLore. Розглянутий датасет містив 150 елементів (по 50 зразків на кожний з видів ірису) і 5 характеристик про кожний з елементів: довжина і ширина пелюсток, довжина і ширина чашолистків, клас елемента (вид рослини).

Попередній аналіз даних показав, що в датасеті були відсутні порожні клітинки. Для побудови моделі дані було поділено в співвідношенні 80:20 – на 80% елементів модель тренувалася, на 20% тестувалася. Були отримані наступні результати:

- загальна точність передбачень: 93.33%
- точність для ірису щетинистого: 100.00%
- точність для ірису строкатого: 87.50%
- точність для ірису віргінського: 100.00%

Як ми можемо побачити, мультиноміальна логістична регресія зробила передбачення з доволі високою точністю, але через специфіку вхідних даних мала деякі складнощі з класифікацією між ірисами строкатими і віргінськими.

З отриманих результатів можна зробити висновок, що логістична регресія є ефективним алгоритмом для прогнозування значень категоріальних змінних для великих масивів даних. Однак передбачення зроблені подібними моделями все ще мають імовірнісний характер, тому точність класифікації напряму залежить від якості даних, на яких тренується алгоритм.

Література:

1. Machine learning. Wikipedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Machine_learning
2. V. Kanade What Is Machine Learning? Definition, Types, Applications, and Trends for 2022. Spiceworks, 2022. URL: <https://www.spiceworks.com/tech/artificial-intelligence/articles/what-is-ml/>
3. What Is Machine Learning? Oracle. URL: <https://www.oracle.com/ie/artificial-intelligence/machine-learning/what-is-machine-learning/>
4. Sigmoid function. Wikipedia URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Sigmoid_function
5. Multinomial Logistic Regression for beginners. Kaggle, 2021. URL: <https://www.kaggle.com/code/saurabhbagchi/multinomial-logistic-regression-for-beginners>
6. Softmax. Wikipedia. URL: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Softmax>
7. Syed Ameer John SK Comparison between Sigmoid Function and Softmax Function with Python Code Implementation. Medium, 2023. URL: <https://medium.com/@sksyedroshan007/comparison-between-sigmoid-function-and-softmax-function-with-python-code-implementation-df05a978060d>

Економіко-статистичне моделювання забруднюючих викидів у повітря в Україні

Липенко А.В.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: alisalipenko099@gmail.com

Наукові керівники: Якунін А.В. Бондаренко І.С.

У представленій роботі досліджено сучасні напрямки статистичного аналізу часових рядів, їхні основні усереднені показники положення, інтенсивності, варіації та взаємозв'язку; висвітлено підходи до вибору класу і структури математичних моделей ряду динаміки як реалізації випадкового процесу з дискретним часом; вказано на метод найменших квадратів як основний інструмент знаходження оптимальних оцінок параметрів моделі часового ряду та його модифікації; висвітлено апарат дослідження адекватності моделі та значущості її коефіцієнтів і рекомендації щодо покращення прогнозу за моделлю.

Розглянуто специфічні підходи до моделювання економетричних часових рядів. Сформульовано задачі статистичного аналізу вибраних показників динаміки системи «суспільство – економіка – довкілля» та синтезу лінійної регресійної моделі, яка відображає в розрізі часової динаміки вплив соціально-економічних показників на викиди забруднюючих речовин в атмосферне повітря в Україні.

Вибрано основні статистичні показники для опису положення, інтенсивності та варіації часових рядів викидів забруднюючих речовин та пов'язаних фізичних і соціально-економічних змінних. Запропоновано комбіновані показники, які краще відповідають структурі звітних статистичних даних і ефективніше віддзеркалюють кореляційні зв'язки.

Досліджено тісноту взаємозв'язків між рівнями часового ряду інтенсивності забруднюючих викидів на базі обчислення рангових коефіцієнтів кореляції Спірмена і Фехнера та встановлення їх значущості за критерієм Стьюдента.

Вивчено автокореляційну функцію часового ряду інтенсивності викидів забруднюючих речовин. Спираючись на загальні закономірності економічних процесів і аналіз корелограми, обґрунтовано припущення про наявність у часовому ряді викидів лінійного тренду і коливань різної частоти та випадкової компоненти.

Сформовано початковий набір пояснюючих фізичних і соціально-економічних змінних, що гіпотетично впливають на динаміку інтенсивності забруднюючих викидів. Проведено кореляційний аналіз вхідного масиву предикторів та їх зв'язків з результируючим показником – інтенсивністю забруднюючих викидів. Підтверджено наявність високого ступеня мультиколінеарності. Відкиданням «проблемних» змінних досягнуто зниження рівня мультиколінеарності звуженого масиву пояснюючих змінних.

У рамках регресійного аналізу здійснено структурну та параметричну ідентифікацію регресійної моделі інтенсивності викидів забруднюючих речовин. Запропоновано просту однофакторну модель у адитивній та мультиплікативній формах для оціночних експрес-розрахунків. На основі обчислювальних експериментів синтезовано оптимальну за структурою трифакторну лінійну регресійну модель інтенсивності викидів та знайдено МНК-оцінки її коефіцієнтів з використанням експоненціального зважування і регуляризації для нейтралізації впливу мультиколінеарності регресорів.

Проведений аналіз трифакторної регресійної моделі за статистичними критеріями підтверджує її адекватність і значущість коефіцієнтів. Адекватність рівняння регресії перевірена за допомогою коефіцієнта детермінації та

критерію Фішера. Значущість коефіцієнтів визначена за критерієм Стьюдента та доповнена аналізом значень параметрів моделі у стандартизованому вигляді. Статистичне тестування в рамках кореляційного аналізу підтверджує відсутність автокореляції залишків.

У даній роботі реалізовано об'єктно-орієнтований неформальний підхід до статистичного аналізу та моделювання з урахуванням економетричної специфіки та думки експертів.

Література:

1. Box G. E. P., Jenkins G. M., Reinsel G. C., Ljung G. M. Time Series Analysis: Forecasting and Control. Hoboken : Prentice Hall, 2016. 705 p.
2. Enders W. Applied Econometrics Time Series. London: John Wiley & Sons, Inc., 2010. 517 p.
3. Eurostat. Official site. URL: <https://ec.europa.eu/eurostat> (дата звернення: 19.08.2023).
4. International Energy Agency. Official site. – URL: <https://www.iea.org> (дата звернення: 27.08.2023).
5. International Monetary Fund. Official site. URL: <https://www.imf.org/en/Home> (дата звернення: 15.07.2023).
6. Nielsen A. Practical Time Series Analysis: Prediction with Statistics and Machine Learning. Sebastopol, California: O'Reilly Media, Inc., 2020. 504 p.
7. The Worldwide Governance Indicators (WGI). The World Bank Group. 2019. URL: <http://info.worldbank.org/governance/wgi/#home> (дата звернення: 26.07.2023).
8. Transparency International's Global Corruption. The Global Corruption Barometer 2013 is the biggest ever survey tracking worldwide public opinion on corruption. URL: <https://www.transparency.org/gcb2013/repor> (дата звернення: 04.07.2023).
9. World Bank. Official site. URL: <https://databank.worldbank.org/> (дата звернення: 21.08.2023).
10. Yahoo Finance. URL: <https://finance.yahoo.com> (дата звернення: 07.08.2023).
11. Бідюк П., Романенко В., Тимошук О. Аналіз часових рядів. Київ: Політехніка, 2010. 317 с.
12. Бредюк В. І., Джоші О. І. Економіко-математичне моделювання в середовищі табличного процесора MS Excel. Рівне : НУВГП, 2015. 241 с.

13. Визначення рівня енергетичної безпеки України: аналіт. доп. / [Суходоля О. М., Харазішвілі Ю. М., Бобро Д. Г., Рябцев Г. Л., Завгородня С.П.] ; за заг. ред. О. М. Суходолі. Київ: НІСД, 2021. 71 с. URL: <https://doi.org/10.53679/NISS-analytrep.2022.02> (дата звернення: 11.09.2023).
14. Геєць В. М., Клебанова Т. С., Чкерняк О. І. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування. Харків: ВД «ІНЖЕК», 2008. 396 с.
15. Глебов І., Кабачій В. Прогнозування часових рядів та інтегрування торгових сигналів за допомогою RYTHON / НТКП ВНТУ. Факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації, Вінниця, 10 бер. 2021 р. Вінниця, 2021. С. 203–254.
16. Горбійчук М. І., Когутяк М. І., Борин В. С. Порівняльний аналіз методів фільтрації при експериментальному дослідженні динамічних властивостей об'єктів / Методи та прилади контролю якості ISSN. 2020. № 2. С. 53–64.
17. Горошкова Л. А., Хлобистов Є. В., Трофимчук В. О. Економіко-статистичне моделювання детермінант динаміки забруднення довкілля України. *Економіка і організація управління*. 2019. № 2 (34). С. 46–55. URL: <http://jeou.donnu.edu.ua/article/view/7350> (дата звернення: 25.09.2023).
18. Грицаєнко Г. І., Грицаєнко М. І. Екологічні інвестиції як пріоритетний напрямок розвитку аграрної сфери економіки. *Науковий вісник ТДАТУ*. 2021. Т. 1. Вип. 11. URL: <https://oj.tsatu.edu.ua/index.php/visnik/issue/view/19/%D0%92%D0%B8%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F.%20PDF> (дата звернення: 12.09.2023).
19. Державна служба статистики України. Офіційний сайт. – URL: <https://ukrstat.gov.ua/> (дата звернення: 06.08.2023).
20. Державне агентство з енергоефективності та енергозбереження України. Офіційний сайт. URL: <http://saee.gov.ua/> (дата звернення: 03.07.2023).
21. Козьменко О. В., Кузьменко О. В. Економіко-математичні методи та моделі (економетрика). Суми: Унів. кн., 2014. 405 с.
22. Міністерство захисту довкілля та природних ресурсів України. Офіційний сайт. URL: <https://mepr.gov.ua/> (дата звернення: 15.07.2023).
23. Міністерство фінансів України. Офіційний сайт. URL: <http://www.minfin.gov.ua/> (дата звернення: 09.07.2023).
24. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем. Вінниця: ВНТУ, 2010. 260 с.

25. Опенько І. А. Кореляційний аналіз впливу існуючої системи державного управління на використання земель лісогосподарського призначення в Україні. *Економіка та держава*. 2019. № 7. С. 55–62.
26. Портал Європейської Кліматичної Асоціації (European Climate Assessment) при KNMI. URL: <http://eca.knmi.nl> (дата звернення: 25.07.2023).
27. Центральна геофізична обсерваторія ім. Б. Срезневського. Офіційний сайт. URL: <http://cgo-sreznevskiy.kyiv.ua/uk/diialnist/klimatolohichna/klimatychni-dani-po-kyievu> (дата звернення: 04.07.2023).
28. Черняк О. І., Захарченко П. В. Інтелектуальний аналіз даних. Київ: Знання, 2014. 599 с.

Нерівності в негативних нормах для псевдопараболічних інтегро-диференціальних рівнянь

Назарчук В.В.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

email: nazarchukviktoriiia@knu.ua

Науковий керівник: Анікушин А.В.

Методика апріорних нерівностей в негативних нормах є одним з методів, що застосовується для дослідження різноманітних питань математичного моделювання, зокрема коректності постановки початково-крайової задачі, існування оптимального керування, різноманітні питання керованості, збіжність обчислювальних методів тощо. Цей метод базується на доведенні певних апріорних нерівностей для оператора задачі.

За допомогою цього підходу С.І. Ляшком та його колегами було отримано різноманітні результати щодо задач оптимізації для різних моделей, що описуються диференціальними рівняннями з частинними похідними [1]. У подальшому виявилось, що методику апріорних нерівностей в негативних нормах можна ефективно застосовувати і для лінійних інтегро-диференціальних рівнянь з інтегральними доданками типу Вольтера. Зокрема, у роботі [2] доведено існування оптимального керування системою, що описується псевдопараболічним інтегро-диференціальним рівнянням.

Нехай еволюція системи описується рівнянням $Lu = f$, з лінійним інтегро-диференціальним оператором

$$Lu \equiv - \sum_{i,j=1}^n (a_{ij}(x)u_{x_j})_{x_i t} + a(x)u_t - \sum_{i,j=1}^n (b_{ij}(x)u_{x_j})_{x_i} + b(x)u + \\ + \int_0^t \sum_{i=1}^n (K_i(x, t, \tau)u_{x_i}(x, \tau))_{x_i} d\tau.$$

Тут невідома функція $u(x, t)$ описує стан системи в області $Q = \Omega \times (0, T)$, де $\Omega \subset R^n$ – обмежена просторова область з регулярною межею $\partial\Omega$. Функція u задовольняє однорідним початково-крайовим умовам типу Діріхле

$$u|_{t=0} = 0, u|_{x \in \partial\Omega} = 0. (1)$$

Будемо вважати, що $\{a_{ij}\}_{i,j=1}^n, \{b_{ij}\}_{i,j=1}^n \subset C^1(\underline{\Omega}), a, b \in C(\underline{\Omega})$, інтегровані ядра $K_i(x, t, \tau)$ неперервно-диференційовні за всіма змінними, для всіх $x \in \Omega$ мають місце співвідношення $a_{ij}(x) = a_{ji}(x), a(x) \geq 0$, та, що існує деяка додатна стала α , що функції $a_{ij}(x)$ при довільних $x \in \Omega$ та $\xi_i \in R, i = \overline{1, n}$ задовольняють умові $\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x)\xi_i\xi_j \geq \alpha \sum_{i=1}^n \xi_i^2$.

Областю визначення оператора L вважаємо простір C_{BR}^∞ – множину нескінченно диференційованих в області \overline{Q} функцій, що задовольняють однорідним початковим та граничним умовам (1). Розглянемо також множину нескінченно диференційованих функцій $v(x, t)$, що задовольняють умовам

$$v|_{t=T} = 0, v|_{x \in \partial\Omega} = 0. (2)$$

Областю визначення спряженого оператора L^* вважаємо простір C_{BR}^∞ , який складається з гладких функцій в області \underline{Q} , що задовольняють початковим та граничним умовам (2).

Через W_{BR}, H_{BR} позначимо поповнення простору гладких функцій C_{BR}^∞ , що задовольняють (1) за нормами

$$\|u\|_{W_{BR}} = \left(\int_Q u_t^2 + \sum_{i=1}^n u_{x_i t}^2 dQ \right)^{\frac{1}{2}}, \|u\|_{H_{BR}} = \left(\int_Q u^2 + \sum_{i=1}^n u_{x_i}^2 dQ \right)^{\frac{1}{2}}$$

Аналогічно, нехай W_{BR^+}, H_{BR^+} – поповнення простору гладких функцій $C_{BR^+}^\infty$, що задовольняють (2) за тими самими нормами. Через W_{BR^-}, H_{BR^-} позначимо відповідні негативні простори відносно $L_2(Q)$.

У роботі [2] для поставленої задачі було доведено апріорні нерівності в негативних нормах. Зокрема, було доведено таку теорему

Теорема 1. *Існують такі сталі $C_1 > 0, C_2 > 0$, що для довільної функції $u \in W_{BR}$ мають місце нерівності $\|Lu\|_{W_{BR^-}} \geq C_1 \|u\|_{H_{BR}}$ та $C_2 \|u\|_{W_{BR}} \geq$*

$\|Lu\|_{W_{BR^+}^-}$, а для довільної функції $v \in W_{BR^+}$ виконуються $\|L^*v\|_{W_{BR}^-} \geq C_1\|v\|_{H_{BR^+}}, C_2\|v\|_{W_{BR^+}} \geq \|L^*v\|_{W_{BR}^-}$.

При цьому в роботах [1, 2], окрім зазначених вище припущень, вважалося, що

$$b_{ij}(x) = b_{ji}(x), \quad (3)$$

$$b(x) \geq 0, \quad (4)$$

$$\sum_{i,j=1}^n b_{ij}(x)\xi_i\xi_j \geq 0, \quad (5)$$

для довільних $x \in \Omega$.

У нашій роботі ми доводимо теорему, не вимагаючи при цьому виконання умов (3) – (5). Тим самим, доведено, що теореми про коректність постановки початково-крайової задачі та існування оптимального керування є правильними за слабших умов.

Література:

1. Lyashko S.I. Generalized optimal control of linear systems with distributed parameters. London: Kluwer Academic Publishers, 2002. 466 с.
2. Анікушин А. В., Андарал А. І. Узагальнене оптимальне керування псевдопараболічними інтегро-диференціальними системами. *Нелінійні коливання*. 2024. Т. 27. № 1. С. 3-18.

Аналіз «великих даних» динаміки COVID-19 у країнах Європи методами кластеризації з різними метриками

Фальченко І.Р.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

email: ivan.kharkov.f@gmail.com

Кізілова Н.М.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

1. Вступ. Серед досліджень пандемії COVID-19 аналіз статистичних даних, таких як кількість нових випадків захворювання $I(t)$; нові смерті $D(t)$; нові тестування $T(t)$ та щеплення $V(t)$; наявність лікарів, ліжок і лікарень;

коефіцієнт розповсюдження епідемії \mathcal{R} , обчислений як кількість вторинних випадків зараження однією інфекційною особою, що є важливим показником поширення хвороби; та деякі інші параметри важливі для глобального прийняття рішень щодо заходів протидії пандемії в різних країнах і регіонах [1]. Залежно від типу аналізу можна отримати інформацію про ймовірні причини, фактори впливу, схожість чи відмінність ситуації в окремих групах населення, оцінити ефективність уже застосованих заходів. Різні статистичні підходи, які засновані на множинних моделях лінійної та нелінійної регресії, невід'ємної цілої регресії, глибокого машинного навчання та інших були протестовані на наборах даних з відкритих джерел (ВОЗ, Worldometer, Google Health та ін.). Математичне моделювання динаміки пандемії [2], аналіз стійкості і керованості [3,4] важливі для подальшого розвитку математичної епідеміології [5] як розділу мультидисциплінарних досліджень.

У даній роботі кластерний аналіз застосований для розпізнавання та класифікації наборів даних про нові випадки та нові смерті від covid-19. Результати кластерного аналізу дозволяють робити обґрунтовані припущення щодо впливу різних факторів на динаміку захворюваності. У рамках кластерного аналізу даних природно виникає питання вибору методів та метрик для класифікації. Кожного разу виникає потреба знайти метод, оптимальний за швидкістю, точністю та наочністю результатів для конкретного завдання. Одним із найпростіших способів порівняння різних методів є порівняння їх ефективності на тих самих даних. У цьому дослідженні розглядаються алгоритм найближчого сусіда (NN) і алгоритм k-середнього (KM) з Евклідовою метрикою і метрикою Махаланобіса.

2. Постановка задачі. Завдання кластерного аналізу полягає в тому, щоб розділити різнорідні дані, які містяться в множині $\{X_j\}_{j=1}^N$, на ціле число m підмножин (кластерів) $\{X^{(1)}\}, \dots, \{X^{(m)}\}$ так, щоб кожен об'єкт X_j належав одному і тільки одному кластеру, причому об'єкти з одного кластера були схожі за деякими спочатку невідомими ознаками, а об'єкти з різних кластерів мали різні ознаки. Серед найбільш популярних методів кластеризації є метод найближчого сусіда (НС) і метод k-середніх (КС). У методі НС треба знайти відстані між усіма парами $\{X^{(i)}, X^{(j)}\}$, $i, j=1, \dots, N$, $i \neq j$ в обраній метриці. Далі пара з найближчою відстанню замінюється на середнє значення i , таким чином, кількість об'єктів у множині $\{X_j\}$ зменшується на одиницю. Протягом ітерацій за алгоритмом утворюється дерево найближчих сусідів (дендрограма), у якому можна виділити групи з меншими відстанями (кластери), які поєднані між собою більшими відстанями. В якості метрики часто використовуються Евклідова відстань і метрика Махаланобіса

$$d_E(X_j, X_k) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (X_i(t_j) - X_k(t_j))^2}, d_M(X_j, X_k) = \sqrt{(\vec{X}_l - \vec{X}_k)^T S^{-1} (\vec{X}_l - \vec{X}_k)}$$

де S – матриця коваріацій між векторами \vec{X}_l і \vec{X}_k , T означає транспонування.

У методі КС обираються декілька точок – центроїдів можливих кластерів, - які обираються з певних властивостей об'єктів. Потім обчислюються відстані кожного з об'єктів до всіх центроїдів і об'єкт призначається до кластеру з найменшою відстанню, після чого координата центроїду уточнюється. Наприклад, вона замінюється на середнє значення його попередньої координати і нового об'єкту.

Метод НС дає надійні результати, але у разі великої кількості об'єктів потребує багато часу на обчислення. Тому в даній роботі досліджувалась ефективність комбінації методів НС і КС для оптимізації процесу кластеризації. Спочатку використовувався метод КС для кластеризації країн за динамікою пандемії протягом 2020-2022 рр., а потім в кожному кластері будувалося дерево зав'язків за допомогою метода НС, який на малих підгрупах був швидким.

Загальна база даних пандемії COVID-19 налічує більше 250 країн і земель і тому застосування до неї методу НС не є ефективним. Для тестування нового алгоритму кластеризації були обрані 40 країн Європи. В якості центроїдів були обрані центри 4 кластерів, які були отримані в [7] методом НС.

3. Висновки. Використання алгоритму КС з Евклідовою метрикою дає 4 кластери, які включали географічно близькі країни, склад кластерів, які дають методи НС і КС, декілька відрізнялися складом країн. Використання синтетичного КС+НС методу дає 7 кластерів, в яких країни не є географічними сусідами, але мають інші спільні характеристики перебігу пандемії.

Література:

1. Covid-19 Pandemic: Health and Social Policy. Springer. 2023. 303 p.
2. Захарова А. А., Кізілова Н. М. Дослідження кореляцій динаміки захворювання на COVID-19 з деякими соціально-економічними факторами. *Вісник Харківського національного університету серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. 2020. Вип. 48. С.49-56.
3. Fox W.P. *Mathematical Modeling in the Age of the Pandemic*. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2021. 164 p.

4. Волошина К.І., Кізілова Н.М., Кіпоренко П.В. Дослідження динаміки чотирьох хвиль COVID-19 в країнах Європи. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»*. 2021. Вип. 54. С.6-15.
5. Brauer F. Mathematical epidemiology: Past, present, and future. *Infect. Dis. Model.* 2017. 2(2).P. 113–127.

Неявні лінійні різницеві рівняння з випадковою правою частиною

Чахмахчян Д. М.

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, Україна

email: davidcahmahcan@gmail.com

Науковий керівник: Півень О.Л.

Нехай a та b – цілі числа, N_0 – множина невід'ємних цілих чисел, $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ – задана послідовність цілих чисел. В роботах [1,2] розглядалась задача розв'язання в цілих числах наступного різницевого рівняння першого порядку:

$$bx_{n+1} + ax_n = f_n, n \in N_0 \quad (1)$$

Якщо $b \neq \pm 1$, то рівняння (1) називається неявним над кільцем $Z[1,2]$.

Неявне рівняння (1) може не мати розв'язків в цілих числах [1]. Наприклад, загальний розв'язок рівняння $3x_{n+1} = x_n + 1, n \in N_0$ над полем раціональних чисел Q має вигляд $x_n = \frac{c}{3^n} + \frac{1}{2}, n \in N_0$, де $c \in Q$. Очевидно, що для будь-якого значення сталої c ми не можемо отримати розв'язок в цілих числах (див. Приклад 2.1 в [1]). Проте в [2, Теорема 6] доведено, що якщо a не ділиться на b , то рівняння (1) має не більше, ніж один розв'язок в цілих числах.

Тепер нехай $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ – послідовність незалежних, однаково розподілених цілозначних випадкових величин, які визначено на повному ймовірнісному просторі (Ω, F, P) . В роботі [3] для $\omega \in \Omega$ розглядалось рівняння

$$bx_{n+1} + ax_n = f_n(\omega), n \in N_0 \quad (2)$$

і пов'язана з ним випадкова подія

$$A = \{\omega \in \Omega: \exists \{x_n\}_{n=0}^{\infty} \in Z^{N_0} \forall n \in N_0 bx_{n+1} + ax_n = f_n(\omega)\}.$$

В [3, Теорема 3.5] було доведено, що якщо $b \neq 0, a$ не ділиться на b , і випадкові величини f_n мають не вироджений розподіл, то $P(A) = 0$, тобто ймовірність існування розв'язку в цілих числах рівняння (2) дорівнює нулю.

В даній роботі цей результат узагальнено на випадок наступного неповного неявного рівняння порядку m :

$$bx_{n+m} + ax_n = f_n(\omega), n \in N_0. \quad (3)$$

З цим рівнянням (1) пов'язано наступну випадкову подію:

$$B = \{\omega \in \Omega: \exists \{x_n\}_{n=0}^{\infty} \in Z^{N_0} \forall n \in N_0 bx_{n+m} + ax_n = f_n(\omega)\}.$$

Теорема 1. Нехай $a, b \in Z, b \neq 0$. Припустимо, що a не ділиться на b , і $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ є послідовність незалежних цілозначних однаково розподілених випадкових величин, які мають невироджений розподіл. Тоді ймовірність існування розв'язку в цілих числах різницевого рівняння (3) дорівнює нулю, тобто $P(B) = 0$.

Також в даній роботі для $\omega \in \Omega$ розглядається наступне лінійне різницеве рівняння другого порядку

$$cx_{n+2} + bx_{n+1} + ax_n = f_n(\omega), n \in N_0. \quad (4)$$

з цілими коефіцієнтами a, b, c і вивчається пов'язана з цим рівнянням випадкова подія

$$C = \{\omega \in \Omega: \exists \{x_n\}_{n=0}^{\infty} \in Z^{N_0} cx_{n+2} + bx_{n+1} + ax_n = f_n(\omega), n \in N_0\}.$$

Теорема 2. Нехай $a, b, c \in Z, c \neq 0, \pm 1$ і $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ – послідовність незалежних цілозначних однаково розподілених випадкових величин таких, що

$$\sum_{j \in Z} P(\omega \in \Omega: f_n(\omega) = cj + r) < 1, r = 0, \dots, |c| - 1, n \in N_0.$$

Тоді ймовірність існування розв'язку в цілих числах різницевого рівняння (4) дорівнює нулю, тобто $P(C) = 0$,

Теорема 3. Нехай $a, b, c \in Z, c \neq 0, \pm 1$. Припустимо, що $\gcd(a + b, c) = 1$ і $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ – послідовність незалежних цілозначних однаково розподілених випадкових величин, які мають невироджений розподіл. Тоді ймовірність існування розв'язку в цілих числах різницевого рівняння (4) дорівнює нулю, тобто $P(C) = 0$,

Література:

1. Gerasimov V. A., Gefter S. L., Goncharuk A. B. Application of the p -adic topology on Z to the problem of finding solutions in integers of an implicit linear difference equation. *J. Math. Sci.* 2018. V.235, No. 3. P. 256–261.
2. Martseniuk V., Gefter S., Piven A. Integer solutions of implicit linear difference equations. *Voronoi's Impact on Modern Science. Proc. Sixth Int. Conf. Anal.*

Number Theory Spat. Tessellations. Kyiv: Natl. Pedagog. Dragomanov Univ. Publ., 2018. Vol. 1. P. 87–95.

3. Gefters L., Piven A. L. Implicit linear nonhomogeneous difference equation over Z with a random right-hand side. *J. Math. Physics, Analysis, Geometry*. 2022. Vol.18, No.1. P. 105–117.

Мала наукова конференція

Узагальнені геометричні прогресії у числових напівгрупах

Філатова А. В.

Комунальний заклад «Харківський ліцей № 89 Харківської міської ради»

email: filatova.arina2000@gmail.com

Науковий керівник: Бондаренко І.С.

У представленій роботі досліджуються внутрішні властивості однієї з найбільш важливих числових послідовностей — геометричної прогресії — і її узагальнення. Дана послідовність задається простою рекурентною формулою, тому є актуальною, з точки зору алгебри, задача вивчення властивостей, що можна вивчати за допомогою тільки операції множення чисел.

У роботі введено поняття узагальненої геометричної прогресії в числовій напівгрупі та доведено, що таких прогресій не існує у напівгрупі натуральних чисел. Побудовано узагальнену геометричну прогресію в напівгрупі $N[\sqrt{5}]$ та висказано гіпотезу про те, що таких прогресій не існує у напівгрупах $N[\sqrt{2}]$ і $N[\sqrt{3}]$. Також у роботі було введено поняття оберненої геометричної прогресії в числовій напівгрупі та побудовано приклад числової напівгрупи, що містить обернену геометричну прогресію. В цій напівгрупі також знайдені всі обернені геометричні прогресії.

У подальших дослідженнях передбачається довести, що у напівгрупах $N[\sqrt{2}]$ і $N[\sqrt{3}]$ не існує узагальнених геометричних прогресій, та дослідити питання про існування узагальнених і обернених геометричних прогресій в інших числових напівгрупах.

Література:

1. Ганюшкін О.Г., «Вступ до алгебри», Навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету. Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», Київ, 2013. 177 с.
2. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. Зкладів. Харків: Гімназія, 2017. 416 с.

Методи оцінювання якості роботи бінарних класифікаторів

Юхно К. О.

Харківський науковий ліцей “Обдарованість” Харківської обласної ради

email: k.yukhno@obdarovanist.kh.ua

Наукові керівники: Нессонова М.М., Коломойцева О.І.

Бінарні класифікатори – це певний вид математичних моделей, які призначені для віднесення об’єкту до одного з двох можливих класів (категорій). В сучасному світі такі моделі розробляються і використовуються для багатьох прикладних застосувань, починаючи з детекції спаму, і закінчуючи діагностикою захворювань. Актуальність роботи полягає в необхідності постійного моніторингу (перевірки) точності роботи подібних моделей, щоб запобігти ухваленню хибних рішень на їх підставі, яка може контролюватися за допомогою низки показників.

Мета роботи – дослідити специфіку використання певних показників, за якими оцінюється якість бінарної класифікації, та надати методику автоматизації їх обчислення. Для досягнення поставленої мети було вирішено наступні завдання: розглянути показники, за якими у сучасних застосуваннях найчастіше оцінюється якість роботи бінарних класифікаторів; проаналізувати їх сильні та слабкі сторони; запропонувати методики розрахунку цих показників засобами електронного табличного процесору та мови програмування Python. Розроблені методики використати для вирішення практичної задачі – оцінювання якості математичної моделі бінарної класифікації для прогнозування розвитку інсульту.

Результати. Досліджено показники якості бінарної класифікації. Розроблено дві методики (засобами додатку Excel та мови програмування Python) автоматизації їх обчислення та застосовано на практичній задачі.

Висновки. Ми дослідили специфіку використання показників, які вказують на якість роботи бінарного класифікатора; проаналізували їх сильні та

слабкі сторони; розробили методики автоматичного обчислення показників; застосували методики при розв'язуванні практичної задачі для аналізу якості роботи бінарного класифікатора.

Література:

1. Chicco D., Tötsch N., Jurman G. The Matthews correlation coefficient (MCC) is more reliable than balanced accuracy, bookmaker informedness, and markedness in two-class confusion matrix evaluation. *BioData Mining*. 2021. Vol. 14, No 13. P.1-22
2. Ставицький А. Класифікаційні метрики: презентація URL: http://www.andriystav.cc.ua/Downloads/MITER/Lecture_04.pdf (Дата звернення: 07.10.2023)
3. Altman D. G., Bland J. M. Diagnostic tests. 1: Sensitivity and specificity. *BMJ*. 1994. No 308. P. 1552
4. Kallner A. *Laboratory Statistics: Methods in Chemistry and Health Sciences* / 2-ге вид. Amsterdam, Elsevier, 2017. P. 127;
5. Швець У. Основні поняття доказової медицини. URL: <https://web.archive.org/web/20200920124253/http://ir.nmapo.edu.ua:8080/jspui/bitstream/lib/341/1/%D0%BF%D0%BE%D0%BD%D1%8F%D1%82%D1%82%D1%8F%20%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D0%B0%D0%B7%20%D0%BC.pdf> (Дата звернення: 20.10.2023)
6. Altman D. G., Bland J. M. Diagnostic tests 2: Predictive values. *BMJ*. 1994. 9 Jul. No 309. P. 102;
7. Rohit Kundu F1 Score in Machine Learning: Intro & Calculation. V7Labs, 2022. URL: <https://www.v7labs.com/blog/f1-score-guide> (Дата звернення: 22.10.2023)
8. Wood T. What is the F-score? Deepai URL: <https://deepai.org/machine-learning-glossary-and-terms/f-score> (Дата звернення: 22.10.2023)
9. F-міра: стаття вікіпедії. Wikiwand URL: <https://www.wikiwand.com/uk/F-%D0%BC%D1%96%D1%80%D0%B0#introduction> (Дата звернення: 23.10.2023)
10. Logunova I. A Guide to F1 Score. Serokell, 2023 URL: <https://serokell.io/blog/a-guide-to-f1-score#conclusion> (Дата звернення: 23.10.2023)
11. Buhl N. F1 Score in Machine Learning. Encore, 2023. URL: <https://encord.com/blog/f1-score-in-machine-learning/> (Дата звернення: 23.10.2023)

12. What is the F1-Score? Databasecamp, 2023 URL: <https://databasecamp.de/statistik/f1-score> (Дата звернення: 07.11.2023)
13. Brownlee J. A Gentle Introduction to the Fbeta-Measure for Machine Learning. *Machine Learning Mastery*, 2020. URL: <https://machinelearningmastery.com/fbeta-measure-for-machine-learning/> (Дата звернення: 18.10.2023)
14. F-score. Cloudfactory. URL: <https://wiki.cloudfactory.com/docs/mp-wiki/metrics/f-beta-score> (Дата звернення: 18.10.2023)
15. Li Sisters Matthews Correlation Coefficient: when to use it and when to avoid it. Medium, 2020 URL: <https://towardsdatascience.com/matthews-correlation-coefficient-when-to-use-it-and-when-to-avoid-it-310b3c923f7e> (Дата звернення: 24.10.2023)
16. Boaz Shmueli Matthews Correlation Coefficient is The Best Classification Metric You've Never Heard Of. Medium, 2019 URL: <https://towardsdatascience.com/the-best-classification-metric-youve-never-heard-of-the-matthews-correlation-coefficient-3bf50a2f3e9a> (Дата звернення: 24.10.2023).
17. Dubenko O., Litovchenko T., Anysienkova V., Nessonova M., Kovalenko L. The prognostic value of the serum inflammatory biomarkers in patients with carotid atherosclerosis. *EUREKA: Health Sciences*, 2021. No 4, P. 26–33. URL: <http://doi.org/10.21303/2504-5679.2021.001969> (Дата звернення: 04.11.2023)

Наукове видання

**Сучасні проблеми математики та
її застосування у природничих науках та
інформаційних технологіях**

Збірник тез доповідей

XVIII Міжнародної науково-практичної конференції студентів та молодих
вчених

(10–11 травня 2024 року, м. Харків, Україна)

Українською та англійською мовами

Відповідальний за випуск: Полоніна Т. О.

Дизайн обкладинки: Полоніна Т. О., Буслюк Д. С.

Комп'ютерне верстання:
Мітяєва К. О., Полоніна Т. О.

Підписано до друку 14.05.2024. Формат 60x84/8.
Друк ризографічний. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 20,7. Обл.-вид. арк. 26.
Наклад 50 пр. Зам. № 122/2024

Видавець і виготовлювач
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3367 від 13.01.2009

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3367 від 13.01.2009