

П. А. М. Дирак (1902-1984)

Ю.П.Степановский
Институт теоретической физики
ННЦ “Харьковский Физико-Технический Институт”
Academicheskaya St. 1, Kharkov, 310108, Ukraine
e-mail: yustep@kipt.kharkov.ua

Оглавление

I. Введение.

II. “Я люблю играть с уравнениями...”

1. Генеалогия Дираков.
2. Детство и юность в Бристоле.
3. Аспирант в Кембридже.
4. 1925. Рождение гения. “Фундаментальные уравнения квантовой механики”.
5. 1926. “К теории квантовой механики”. Эквивалентность теории Гейзенберга-Дирака и теории Шрёдингера. Статистика Ферми-Дирака. Копенгаген.
6. 1927. “Физическая интерпретация квантовой динамики”. δ -функция Дирака. “Квантовая теория испускания и поглощения излучения”. Геттинген.
7. Некоторые истории о Дираке.
8. 1928. “Квантовая теория электрона”. Лейден. Дирак и Тамм. Советский Союз.
9. 1930. “Принципы квантовой теории”.
10. 1931. Открытие позитрона.
11. 1931. Монополь Дирака.
12. Дирак и Вейль.
13. 1933. Дирак и Шрёдингер. Нобелевская премия.
14. Дирак и Капица.
15. 1971. “Релятивистское волновое уравнение с положительными энергиями”.
16. Дирак и Фейнман.
17. Дирак, поэзия и религия.

III. Приложение. Кубик Дирака и другие “умные” игрушки.

Аннотация

В статье рассказывается о жизненном пути выдающегося физика XX века Поля Адриена Мориса Дирака. Рассказывается о вкладе Дирака в квантовую теорию, о его знаменитом уравнении и других открытиях. Статья приурочена к 100-летию со дня рождения Дирака.



П. А. М. Дирак

I. Введение

Поль Адриен Морис Дирак, был, без сомнения, одним из величайших физиков нашего или любого другого столетия. В три решающих года, 1925, 1926 и 1927, в трех работах, он заложил основы: в первой — квантовой физики, во второй — квантовой теории поля и в третьей,

содержащей знаменитое уравнение для электрона, — теории элементарных частиц. Ни один человек, за исключением Эйнштейна, не оказал такого решающего влияния, за столь непродолжительное время, на развитие физики в нашем столетии.

Абдус Салам, 1987 [1]

Настоящий выпуск “Электромагнитных явлений” посвящен двум выдающимся событиям в истории физики: 100-летию со дня рождения Поля Адриена Мориса Дирака и 75-летию открытия Дираком уравнения, которое носит его имя.

Поль Дирак — один из создателей квантовой механики и квантовой теории поля. Основополагающий вклад в квантовую теорию он внес, когда ему было 23 года. Уравнение, без которого немыслима современная физика, Дирак открыл, когда ему было 25 лет.



Рис. 1: П. А. М. Дирак в молодости

В 27 лет Дирак стал членом Королевского Общества и опубликовал “Принципы квантовой теории”, книгу, которая стоит в одном ряду с “Началами” Ньютона и “Трактатом об электричестве и магнетизме” Максвелла. В 30 лет Дирак стал люкасовским профессором, заняв кафедру, которую Ньютон занимал с 1669 по 1702 г. Дирак занимал эту кафедру в течение 37 лет, с 1932 по 1969 г. (С 1979 г. эту кафедру занимает Стивен Хокинг.) В 1933 г., в 31 год, Дирак стал нобелевским лауреатом. (Дирак хотел отказаться от

Нобелевской премии, потому что ненавидел рекламу. Эрнест Резерфорд уговорил Дирака не делать этого, убедив, что отказ будет воспринят как еще большая реклама.)

Дирак был членом многих научных обществ и академий мира, в том числе Академии Наук СССР и Папской Академии в Ватикане. Дирак несколько раз приезжал в Харьков и был почетным членом Ученого совета Украинского физико-технического института (УФТИ) в Харькове [2]. Правда, членство в советской академии и в Ученом совете УФТИ не помогло Дираку получить заслуженный им значок “Альпинист СССР”, несмотря на все старания его русских друзей [3]. И еще одной почести не был удостоен Дирак. Он не стал сэром Дираком. Сэрами, после возведения в рыцарство, стали многие британские физики — нобелевские лауреаты: отец и сын Томсоны, отец и сын Брэгги, Джеймс Чадвик, Джон Кокрофт и другие (Патрик Блэккет за свои научные заслуги стал даже лордом, бароном Блэккетом оф Челси). Правда, в 1973 г. Дирак был удостоен очень высокой награды — ордена “За заслуги” (Order of Merit, O.M.). Но в это время он уже был далеко от Великобритании, от Кембриджа, где его отправили на пенсию, и жил и работал в США, в небольшом городке Талахасси во Флориде, занимая с 1971 г. должность профессора в университете штата Флорида. В США Дирака приглашали и в другие университеты, но он выбрал Талахасси, потому что там можно было ходить пешком на большие расстояния, а Дирак привык это делать всю жизнь. В других же местах, в Нью-Йорке, например, гулять было негде. В Талахасси Дирак активно работал. За последние 12 лет жизни он напечатал более 60 статей, написал небольшую книгу по общей теории относительности, издал книгу, написанную на основе лекций, прочитанных им в 1975 г. в Австралии и Новой Зеландии.

Покидая Кембридж, Дирак оставил свою мантию в колледже св. Джона, в котором он проработал 45 лет, с запиской: “Мантия профессора Дирака. Просьба передать ее главе колледжа и попросить его сохранить ее до моего следующего приезда в Кембридж.” [4] Эта мантия ждет Дирака до сих пор. 20 октября 1984 г. П. А. М. Дирак, крупнейший британский физик XX века, в возрасте 82 лет скончался в Талахасси, где и похоронен на местном кладбище.

В понедельник, 13 ноября 1995 г. в Вестминстерском аббатстве положили мемориальную доску в память о Дираке. С мемориальной речью о Дираке выступил Стивен Хокинг, который закончил свое выступление следующими словами [5]:

Дирак сделал больше, чем кто-либо другой в нашем столетии, за исключением Эйнштейна, для прогресса физи-

ки и развития нашей картины Вселенной. Он, безусловно, заслуживает мемориала в Вестминстерском аббатстве. И стыдно, что этого пришлось ждать так долго.



Рис. 2: Памятная плита в Вестминстерском аббатстве

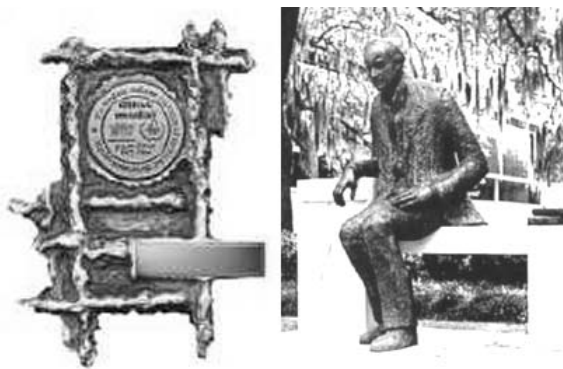


Рис. 3: Медаль Дирака. Памятник Дираку во дворе университета штата Флорида.

В 1985 г. в Международном центре теоретической физики (Триест, Италия) была учреждена медаль Дирака¹, которая ежегодно в день рождения Дирака, 8 августа вручается физикам за существенный вклад в теоретическую физику. В той же Италии, в 1963 г., в старинном крохотном городке Эриче (Сицилия), на высоте 750 метров над уровнем моря, был учрежден международный научный центр “Эttore Майорана” (в память о замечательном итальянском физике, родившемся на Сицилии). Дирак был желанным и почетным гостем в Триесте и в Эриче. В Эриче,

¹Из 35 физиков-теоретиков, получивших медаль Дирака, — 6 “русских” (37%) (из бывшего Советского Союза и нынешней России): Я. Б. Зельдович 1985, А. М. Поляков 1986, Е. С. Фрадкин 1988, Л. Д. Фаддеев 1990, Н. Н. Боголюбов 1992, А. Д. Линде 2002. Из 165 нобелевских лауреатов по физике — 8 “русских” (5%). Трое из восьми (17 %), П. Л. Капица, И. Е. Тамм, Л. Д. Ландау — друзья Дирака, Капица и Тамм — самые близкие его друзья.

в монастыре Сан Доменико, находятся большой лекционный зал “Дирак-холл” и музей Дирака. В лекционном зале, где собираются на конференции и школы не только физики, но и представители других наук, кафедра украшена “уравнением Дирака”, которое можно потрогать руками: “уравнение Дирака” вылито из тяжелого металла и крепко прикручено к кафедре.



Рис. 4: “Уравнение Дирака” на кафедре в монастыре Сан Доменико



Рис. 5: Монастырь Сан Доменико (Эриче, Сицилия), в котором находятся лекционный зал “Дирак-холл” и музей Дирака

Столетие со дня рождения Дирака было отмечено в Кембридже, в Талахасси, в ЦЕРН’е (см. статью [6], из которой взята фотография на первой странице этой статьи) и в других местах. Выступая в Кембридже 20 июля 2002 г., дочь Дирака Моника сказала [4]:

Все, кто знал моего отца, подтвердят, что он был очень скромным человеком, всегда избегал всяких интервью с прессой или с кем-нибудь еще, и я думаю, что поэтому многочисленные публикации о его жизни не дают должного представления о его личности.

О Дираке не написано так много, как об Эйнштейне, Боре или о Хокинге. Но все, что написано о Дираке людьми, знавшими его, пронизано одним ощущением, которое когда-то было высказано Нильсом Бором в следующих, часто цитируемых словах [5]:

Из всех физиков, самая чистая душа была у Дирака.

II. “Я люблю играть с уравнениями...”

Он никогда не говорил много... Но если он говорил, его стоило послушать.

С. Хокинг [5]

1. Генеалогия Дираков. Если внимательно посмотреть на подробную карту Франции, то километрах в шести от главного города департамента Шаранта Ангулема можно увидеть небольшое селение, которое называется Дирак. Это очень старое селение, в нем есть церковь XII века, охраняемая как исторический памятник. Вокруг много мест с подобными названиями: Бирак, Морнак, Диньяк, Бунзак, Бальзак, Коньяк, Маньяк и др. Считается, что все эти названия романогалльского происхождения. В 1721 г. у сержанта французской армии Дидье Дирака, родом из селения Дирак, родился сын Филлип, который, как и его далекий потомок П. А. М. Дирак, появился на свет 8 августа. До этого года прослеживается родословная П. А. М. Дирака [7].

Поль Адриен Морис Дирак (1902-1984) — сын Шарля Адриена Ладисласа Дирака (1866-1936), сына Луи Дирака (1836-1895), сына Луи-Франсуа Ксавье Дирака (1810-1882), сына Франсуа Дирака (1782-1847), сына Пьера-Луи Дирака (1748-1799), сына Филлипа Дирака (род. 1721), сына Дидье Дирака (умер в 1723 г.).

2. Детство и юность в Бристоле. Поль Адриен Морис Дирак родился в Бристоле 8 августа 1902 г. Отец Поля, Шарль Адриен Ладислас (1866-1936), сын начальника железнодорожной станции в швейцарском городе Монтэ, был гражданином Швейцарии. Получив образование в Женевском университете, поссорившись с родителями и ничего не сказав им, он в 1888 г. уехал в Англию, где стал преподавателем французского языка в средней школе. В 1899 г. он женился на англичанке Флоренс Ханне Хольтен (1878-1941), дочери капитана торгового судна, работавшей библиотекарем в колледже. У Поля Адриена Мориса Дирака был старший брат Реджинальд Чарлз Феликс (род. 1900) и младшая сестра Беатриса Изабелла Маргарита Валла (род. 1906). (Сведения о жизни П. А. М. Дирака взяты, в основном, из источников [1, 5, 8].)

Когда Полю было два года, отец привез его в Женеву, город своей молодости. Оказалось, что маленький Дирак запомнил очень многое в Женеве и вспомнил это через 70 лет, когда приехал в Женеву в следующий раз, в 1973 г.

Отец Дирака заставлял своих детей говорить с ним дома только по-французски, особенно за едой. Больше всех доставалось юному Полю. Он единственный ел с отцом в комнате за обеденным столом, другие дети ели с матерью на кухне. Поль предпочитал молчать и высказываться очень редко, благодаря чему и возникла его легендарная молчаливость и удивительная ясность его устной и письменной речи.

Старания отца не пропали даром, французский язык Дирак знал. Вот одна из многочисленных правдивых историй о Дираке, свидетельствующая об этом [9]:

В пути между Парижем и Нью-Йорком он делил каюту с французом, который плохо знал английский и испытывал большие затруднения при общении со своим соседом. Однажды в каюту заглянул французский знакомый Дирака и они проговорили несколько минут. После его ухода изумленный сосед спросил: “Почему Вы не сказали, что говорите по-французски?” — “А Вы у меня не спрашивали.”

Отец Дирака был очень строгим учителем. Его ученики получали хорошие знания, но недолюбливали его за чрезмерную требовательность. Поль Дирак рассказывал об отце [10, 11]:

Он был достаточно жестким человеком и часто давал ученикам контрольную, не объявляя об этом заранее, так что они не могли к ней подготовиться. Он требовал от них готовности к любой проверке. Поэтому его популярность среди ребят была не очень велика...

Поль Дирак и его брат страдали от непомерной строгости и требовательности отца, у Поля остались тяжелые воспоминания о детстве. Когда в 1933 г. Поль Дирак получал нобелевскую премию, он пригласил на церемонию вручения премии свою мать, но не пригласил отца. Поль Дирак считал отца ответственным за самоубийство брата, покончившего собой в 1924 г. Когда в 1936 г. отец умер, Поль Дирак написал в письме своей будущей жене: “Теперь я чувствую себя намного свободнее.”

Отец Дирака хотел, чтобы его дети получили хорошее образование, и поощрял Поля к занятиям математикой. По совету отца в 1918 г. Поль Дирак стал студентом Бристольского университета и стал изучать, так же, как его старший брат, инженерное дело. В 1921 г. Поль Дирак окончил университет с дипломом инженера-электрика. Юному Полю и в голову не приходило профессионально заниматься математикой

или физикой. Ему очень нравилась математика, он любил размышлять о природе, но он не знал, что, занимаясь наукой, можно этим зарабатывать на жизнь. Но оказалось, что и как инженер-электрик он тоже ничего не мог зарабатывать: в стране была послевоенная экономическая депрессия и найти работу как инженер Поль Дирак не смог. Отец Дирака хотел, чтобы Поль продолжал учиться дальше, в аспирантуре. Дирак стал добиваться стипендии в Кембридже и получил ее. Но стипендия была слишком мала (70 фунтов в год), чтобы на нее можно было прожить в чужом городе, родители тоже не могли помочь, и обычно в таких случаях аспирантам доплачивали городские власти по месту жительства. Но бристольские власти отказали Полю Дираку в материальной поддержке, так как его отец слишком незначительное время был британским гражданином. (До 1919 г. отец Дирака и его дети считались гражданами Швейцарии, и только в 1919 г. они отказались от швейцарского гражданства и получили британское.) Дирак вынужден был остаться в Бристоле у родителей. Учитывая математические способности Дирака, математический факультет Бристольского университета предоставил Дираку возможность бесплатно учиться математике, что Поль Дирак и делал в течение двух лет, пока ему не удалось получить субсидию Департамента научных и промышленных исследований для работ в области высшей математики, что, вместе с полученной им ранее стипендией, могло обеспечить ему сносную жизнь аспиранта в Кембридже.

3. Аспирант в Кембридже. В октябре 1923 г. Дирак начал заниматься теоретической физикой в колледже св. Джона под руководством математика Ральфа Говарда Фаулера. (В то время в Кембридже теоретической физикой занимались на математическом факультете. Именно благодаря Фаулеру в Кембридже возникла школа физиков-теоретиков.) Научные интересы Фаулера относились к статистической физике и квантовой теории, и это было совсем не то, чем хотел заниматься Дирак, который еще в Бристоле был очарован общей теорией относительности Эйнштейна и хотел заниматься исследованиями в этой области. Однако Дираку было уготовано судьбой стать аспирантом Фаулера и сделать выдающиеся открытия именно в квантовой теории.

Фаулер уже два года был женат на дочери Эрнеста Резерфорда Эйлин. Один из двенадцати детей колесного мастера из Новой Зеландии, сэр Эрнест Резерфорд, нобелевский лауреат по химии, в то время был директором Кавендишской лаборатории, признанным патриархом британской физики. В 1925 г. он был избран президентом Королевского общества, а в 1931 г. стал



Рис. 6: П. А. М. Дирак — аспирант в Кембридже

лордом, бароном Резерфордом оф Нельсон. В науке Резерфорд больше всего уважал данные, добытые опытным путем, которые он называл *фактами*, а рассуждения теоретиков снисходительно называл *мнениями*. “Они играют в игры со своими символами, а мы выворачиваем наизнанку реальные явления Природы”, — говорил Резерфорд [12]. Он терпеть не мог схоластических умствований. “Я простой человек, и мне нужен простой ответ!”, — таково было его кредо. Полю Дираку, по существу только начинавшему заниматься физикой, выпала большая удача: оказаться в круге общения Резерфорда, попасть в атмосферу, окружавшую великого физика-экспериментатора. Уже два года у Резерфорда работал Петр Капица, покоривший Резерфорда своим талантом и организовавший в Кембридже небольшой кружок физиков (наполовину из экспериментаторов и наполовину из теоретиков), который называли “Клубом Капицы”. Вскоре Дирак стал близким другом Капицы и был принят в “Клуб Капицы”. Как аспирант Дирак интенсивно работал. Он слушал лекции, читал и писал статьи. На лекциях Фаулера Дирак впервые услышал о квантовой теории, об атоме Бора, и вскоре он изучил практически всю литературу по “старой” квантовой теории. К концу 1925 г. Дирак опубликовал 8 статей. Две были посвящены статистической физике, одна — теории относительности, одна — недавно открытому

эффекту Комптона, три — старой квантовой теории. В двух статьях из этих трех речь шла о развитии теории адиабатических инвариантов, с помощью которых Дирак пытался построить новую квантовую теорию, но не достиг успеха. И, наконец, последняя, восьмая статья, опубликованная в конце 1925 г., оказалась настолько важной, что сразу же превратила безвестного аспиранта в настоящего физика. В мае 1926 г. Поль Дирак подал на рассмотрение диссертацию под названием “Квантовая механика” и получил степень доктора философии.

4. 1925. Рождение гения. “Фундаментальные уравнения квантовой механики”. Клуб Капицы собирался каждый вторник по вечерам после обеда. “По правде говоря, такое время меня не особенно устраивало, так как после обеда я был совсем сонным. Работал я обычно по утрам.” — рассказывал Дирак в своих воспоминаниях [11]. Вечером 28 июля 1925 г. в Клубе Капицы выступил приехавший из Гёттингена Вернер Гейзенберг. Его доклад назывался “Зоология термов и зеемановская ботаника”.

... в конце, когда Гейзенберг рассказывал о своих новых идеях, я уже слишком устал, чтобы следить за докладом, и перестал его понимать. Гейзенберг говорил о возникновении своих идей о новой механике. Но я совершенно не осознавал, что Гейзенберг в этот момент вводит нечто революционное, а потом и вовсе забыл все, что он говорил по поводу новой теории.

— вспоминал Дирак [11]. Через месяц Фаулер получил от Гейзенберга корректуру его статьи, которую он передал Дираку. Дирак вскоре понял, что статья Гейзенберга содержит ключ к решению проблемы перехода от классической механики к квантовой. Гейзенберг был очень встревожен тем, что в его теории произведение двух динамических переменных u и v , uv не равно произведению vu . Гейзенберг даже думал, что такая теория никуда не годится, и от нее следует отказаться. Дирак же отнесся к этому иначе. Вот его рассказ о том, как он сделал открытие [11].

У меня, конечно, не было того страха перед провалом теории, который с самого начала овладел Гейзенбергом. Поэтому я подошел к задаче смелее и вскоре понял, что главное в ней — некоммутативность. Именно некоммутативность, приведшая Гейзенберга в отчаяние, оказалась важнейшим свойством созданной им теории, тем свойством, которое нужно было понять...

В одно из октябрьских воскресений 1925 года, когда, несмотря на твердое жела-

ние отдохнуть на прогулке, я усиленно размышлял над разностью $uv - vu$, мне пришла в голову мысль о скобке Пуассона. Мне вспомнилось, что в продвинутых курсах динамики я кое-что читал о таких странных величинах, как скобка Пуассона, и мне показалось, что существует тесная аналогия между скобкой Пуассона для величин u и v и коммутатором $uv - vu$.

Дирак совсем забыл, что такое скобка Пуассона. Он поспешил домой, но дома ничего о скобке Пуассона найти не смог.

В мучительном ожидании я провел всю ночь, ничего не зная о том, стоила ли чего-нибудь моя идея, но в течение этой ночи уверенность моя окрепла. Наутро я бросился в библиотеку прямо к открытию и, найдя в “Аналитической динамике” Уиттекера скобку Пуассона, обнаружил, что это как раз то, что мне нужно.

Таким образом была установлена фундаментальная связь между скобками Пуассона и коммутаторами Гейзенберга, которая привела Дирака к его собственной формулировке новой квантовой механики. Статья Дирака “Основные уравнения квантовой механики” поступила в Королевское общество 7 ноября 1925 г. Фаулер настоял, чтобы статья, ввиду ее важности, была опубликована как можно раньше и она была опубликована в *Proceedings of the Royal Society* 1 декабря. (Полный список работ Дирака можно найти в статье [8] и в книге [13].)

Посмотрим, как открытие Дирака изложено в его статье (статья 1 в книге [14], в которой собраны русские переводы 20 основных статей Дирака по квантовой теории).

Мы делаем фундаментальное предположение, что *разность гейзенберговских произведений двух квантовых величин равна умноженной на $i\hbar/2\pi$ их скобке Пуассона*. В символах:

$$xy - yx = i\hbar/2\pi \cdot [x, y].$$

Определение скобки Пуассона двух динамических переменных x и y , зависящих от канонических координат и импульсов q_r, p_r , Дирак привел чуть раньше:

$$[x, y] = \sum_r \left\{ \frac{\partial x}{\partial q_r} \frac{\partial y}{\partial p_r} - \frac{\partial y}{\partial q_r} \frac{\partial x}{\partial p_r} \right\}.$$

Дирак послал копию своей статьи, еще до ее публикации, Гейзенбергу. Гейзенберг тотчас же ответил, написав, что с “с огромным интересом” прочитал “замечательную”, “прекрасную” работу, но сразу же отметил “серьезную трудность” [11]:

Рассмотрим случай, когда имеется одна степень свободы, и положим x равным p^2 , а y равным q^2 . Тогда получим

$$xy - yx = p^2 q^2 - q^2 p^2 = \frac{i\hbar}{2\pi} [p^2, q^2] = -\frac{i\hbar}{2\pi} \cdot 4qp.$$

Однако простое вычисление дает

$$\begin{aligned} p^2 q^2 - q^2 p^2 &= p(pq^2) - (pq^2)p + \\ &+ p(q^2 p) - (q^2 p)p = \frac{\hbar}{2\pi i} \cdot (2pq + 2qp). \end{aligned}$$

Письмо было написано по-немецки, однако Дирак все понимал. Позднее он вспоминал [11]:

Серьезная трудность, о которой говорит Гейзенберг, просто связана с тем, что скобки Пуассона, вычисленные в квантовой и классической теориях, равны между собой лишь в некоторых простых случаях. В более же сложных случаях следует сразу пользоваться результатом вычисления коммутатора, не прибегая к классической формуле. В сущности, это я и написал Гейзенбергу по поводу замеченной им трудности.



Рис. 7: П. А. М. Дирак и В. Гейзенберг

Но эти уточнения — это были уже мелочи, по сравнению с тем, что было сделано. Дирак вошел в физику с новыми и важными идеями. Он

уже работал наравне с признанными авторитетами в квантовой теории, хотя и столь же молодыми, Вернером Гейзенбергом, Вольфгангом Паули и Паскуалем Иорданом, наравне с Максом Борном, который был на 20 лет старше. В следующей своей работе, опубликованной уже в 1926 г., Дирак применил свой подход к атому водорода, убедился, что подход работает, но не стал решать задачу об атоме водорода детально, так как узнал, что атом водорода уже подробно рассмотрен Паули.

Формулировка квантовой механики Дираком была более общей и завершенной, чем формулировка Гейзенберга, Борна и Иордана. Макс Борн вспоминал впоследствии о своей реакции на появление в физике Поля Дирака [5]:

Это был — я хорошо это помню — самый большой сюрприз в моей научной жизни. Потому что имя Дирака было мне абсолютно неизвестно, автор, по видимому, был еще совсем юн, однако все было безупречно и совершенно.

5. 1926. “К теории квантовой механики”. Эквивалентность теории Гейзенберга-Дирака и теории Шрёдингера. Статистика Ферми-Дирака. Копенгаген. Все было бы замечательно, если бы в 1926 г. не появились несколько статей Эрвина Шрёдингера, в которых развивался новый, совершенно другой подход к квантовой теории, как казалось, не имевший ничего общего с тем, что делали Гейзенберг и Дирак. Вначале теория Шрёдингера вызвала у Гейзенберга и Дирака враждебность и отвращение. Дирак писал [11]:

Я считал, что уже существует прекрасная квантовая механика, которую можно приспособить к решению всех задач атомной теории. Зачем отступать на догейзенберговскую позицию, ко времени, когда не было квантовой механики, и пытаться построить ее заново? Меня просто возмущала мысль об отступлении...

Однако вскоре отношение Гейзенберга и Дирака к теории Шрёдингера полностью изменилось [11]:

... в одном из писем Гейзенберг подробно объяснил мне, как связаны между собой теория Шрёдингера и матричная механика, и тогда я понял, что теория Шрёдингера вовсе не требует от нас забвения всего, что мы узнали из матричной механики и дает очень мощные математические методы, в точности согласующиеся с идеями матричной механики.

С этими мощными математическими методами — аппаратом собственных значений и собственных векторов — в Кембридже практически не были знакомы. Овладев новым аппаратом, Дирак в статье “К теории квантовой механики” (статья 2 в книге [14]), отправленной в печать в августе 1926 г., показал эквивалентность квантовой механики Гейзенберга-Дирака и волновой механики Шрёдингера.

В этой же статье Дирак рассмотрел систему, состоящую из многих тождественных частиц. Считая, что шрёдингеровская волновая функция системы невзаимодействующих частиц представляется в виде произведения волновых функций отдельных частиц, Дирак пришел к заключению, что такие произведения должны быть симметризованы, или антисимметризованы, и что волновые функции системы частиц симметричны или антисимметричны относительно перестановок частиц и в случае, когда частицы взаимодействуют друг с другом. Дирак понял, что принцип запрета Паули есть следствие антисимметричности волновых функций системы многих частиц. Дирак, единым образом для обоих случаев, построил теорию идеального газа и для симметричного случая получил газ, подчиняющийся статистике Бозе-Эйнштейна, а для антисимметричного — новой статистике, получившей название статистики Ферми-Дирака.

И тут произошел небольшой конфуз. Сам Дирак рассказывает об этом так [11]:

Вскоре после публикации я получил письмо от Ферми. Ферми указывал, что предложенная мной статистика совсем не нова и что он сам ввел ее некоторое время назад. Ссылку на свою статью Ферми мне сообщил. Просмотрев работу, я увидел, что Ферми прав... Читая работу Ферми, я вспомнил, что видел ее прежде, но совершенно забыл об этом... В результате я отправил Ферми письмо, полное извинений...

Упоминаемая Дираком статья Энрико Ферми “О квантовании идеального одноатомного газа”, в которой Ферми ввел новую квантовую статистику, была получена редакцией журнала *Zeitschrift für Physik* 26 марта 1926 г. В этой статье Ферми не рассматривал волновых функций и их свойств симметрии, поскольку еще ничего не знал о волновых функциях. Ферми поместил не взаимодействующие молекулы газа в квадратичное потенциальное поле и получил множество гармонических осцилляторов. Затем Ферми применил к этим осцилляторам принцип запрета Паули и вывел формулу для распределения молекул по энергиям. Ферми и Дирак подошли к новой статистике с разных сторон, и вклад Дирака

справедливо оценен тем, что статистика носит и его имя.

Дирак очень хотел побывать в Геттингене, на родине квантовой механики. Однако Фаулер уговорил Дирака сначала поехать в Копенгаген, в гостеприимный институт Нильса Бора. В конце сентября 1926 г. Дирак уехал в Копенгаген, где пробыл 5 месяцев. В Копенгагене Дирак лично познакомился с В. Гейзенбергом, В. Паули, П. Эренфестом, О. Клейном, с Г. Гамовым. Дирак писал о Гамове [11]:

Еще одним человеком, оказавшим большое влияние на события, происходившие в Копенгагене, был Гамов. Он, как ребенок, всегда стремился к игре и во все ситуации вносил долю легкого юмора.

Дирак подружился и много беседовал с самим Бором (говорил, конечно, в основном, Бор) [11]:

У Бора была привычка думать вслух, и ему требовались слушатели. Это мог быть и целый лекционный зал, и аудитория, состоящая всего из одного-двух человек. Очень часто я становился такой аудиторией. Его мысли относились, я бы сказал, к философским проблемам, и как я ни старался, понять их до конца не мог. Я привык выделять из своих рассуждений те, которые можно записать в виде уравнений, а рассуждения Бора таили в себе гораздо более глубокий смысл...

Мысли Бора были обычно столь глубоки, что ему было очень трудно ясно их сформулировать. (Вспомним, как на вопрос, что является дополнительным к понятию “истина”, Бор ответил: “ясность” [15].) Один из сыновей Бора Христиан рассказывал об отце [16]:

Он любил вспоминать об одном случае из его совместной работы с физиком Дираком. Сочиняя статью, отец беспокойно ходил вокруг стола и что-то бормотал, пытаясь найти нужную фразу. Дирак сидел с равнодушным видом и молчал, словно набрав в рот воды. Вдруг в одну из пауз он в своей спокойной и приятной манере заметил: “Когда я был мальчишкой, меня всегда учили не начинать предложения до тех пор, пока не знаешь его конца”.

То, как писал статьи Дирак, очень нравилось Бору. Он как-то сказал Гейзенбергу [8]:

Когда Дирак показывает мне свою новую работу, то рукопись так четко и без

помарок написана от руки, что уже смотреть на нее — эстетическое наслаждение.

Дж. Гамов в своей “Биографии физики” рассказывает о Боре [18]:

Практически невозможно описать Бора кому-то, кто с ним никогда не работал. Пожалуй, наиболее характерной его чертой была замедленность мысли и скорости понимания. Автору настоящей книги представилось много случаев заметить это, когда в конце двадцатых и начале тридцатых он был одним из *мальчиков Бора* и работал у него в институте как стипендиат фонда Карлсберга (лучшее пиво на свете!).

Гамов рассказывает, что Бор очень любил ходить в кино, а из фильмов уважал только вестерны.

Нелегко, однако, было ходить с Бором в кино. Бор не успевал следить за действием и непрерывно, к большому неудовольствию других зрителей, задавал нам вопросы типа: “А это сестра того ковбоя, который застрелил индейца, который пытался украсть стадо скота, принадлежащее ее шурину?”

Эта же замедленность реакции проявлялась на научных семинарах. Часто случалось, что молодой физик, приехавший в Копенгаген (а физики, приезжавшие в Копенгаген, были, в основном, молодые), делал блестящий доклад на тему своих последних исследований, касавшихся какой-либо трудной проблемы квантовой теории. Весь зал прекрасно понимал аргументацию докладчика, не понимал один Бор. Каждый по очереди начинал объяснять Бору то, что он не понимал, и в результате все переставали что бы то ни было понимать. Наконец, через продолжительное время, начинал понимать Бор, и оказывалось, что он понимал излагаемую проблему совсем не так, как докладчик, причем его интерпретация была правильной, а докладчик ошибался.

Однажды, когда Г. Гамов и Л. Розенфельд были в гостях у Бора, Гамов и Розенфельд пошли спать, оставив Бора за решением кроссворда из английского журнала.

Вдруг среди ночи нас разбудил стук в дверь. Мы подскочили в темноте на кроватях с криками: “Что?! Что случилось?!” Из-за двери донесся приглушенный голос Бора: “Это я, Бор. Не хочу

вам мешать, хочу только сказать вам, что английский промышленный город из шести букв, кончающийся на “ич”, это Ипсвич.”

“Не хотел бы ..., но ... ” было любимым выражением Бора и очень часто он входил в комнату с открытым журналом в руках, говоря: “Не хотел бы критиковать, но не могу понять, как можно писать такие глупости.”

Еще один русский участник семинаров Нильса Бора Н. В. Тимофеев-Ресовский рассказывает [19]:

Вот, кстати, одна известная история с Бором. Как-то, совершенно самостоятельно, из Мюнхена приехал к Бору на один из трепов молодой, якобы подающий надежды немецкий теоретический физик, приват-доцент и очень серьезный молодой человек. Все были удивлены, что он явился без приглашения, и называли его правильно наглым немцем. Он все отсидел и пришел в полный ужас. А боровские коллоквиумы — они веселые. Особенный мастер по тихой издевке — Дирак. Шрёдингер тоже мог запустить очень злую издевку. Издевались часто над самим Бором, и Бор тоже умел издеваться, ежели нужно, неплохо. Вообще хохм всяких там было полно. Вот немец после этого коллоквиума подошел к Бору, когда все гуляли в институтском парке, и говорит: “Герр профессор, все это очень интересно, конечно, но я в ужасе: ведь у вас совершенно несерьезный тон. Издевались даже над Вами, герр профессор. Что же это такое?!” На что Бор ответил: “А знаете, коллега, Вы, наверное, это не ощущаете еще, но ведь у нас в физике сейчас происходят такие замечательные, интересные и важные вещи, что остается только гаерничать”.

Действительно, тогда в физике происходили такие замечательные, интересные и важные вещи, что было над чем поиздеваться! Конечно, Фаулер был прав, что послал Дирака в Копенгаген. С *мальчиками Бора* и с самим Бором стоило познакомиться поближе (первая встреча Дирака с Бором состоялась в мае 1925 г. в Кембридже)!

Конечно, по части издевок, Дираку и Шрёдингеру было далеко до Паули. Паули был недосыгаем. Широко известен случай [9], когда после лекции Эйнштейна в Мюнхенском университете, поднялся 19-летний студент Паули и сказал: “А знаете, то, что доктор Эйнштейн говорит, дале-

ко не глупо”². А при знакомстве с Эренфестом, с которым они вскоре стали близкими друзьями, несмотря на 20-летнюю разницу в возрасте, произошел следующий обмен любезностями: “Ваши статьи, Паули, нравятся мне намного больше, чем Вы сами.” — “Странно! А мне как раз наоборот” [21]. Паули нравился не всем. Но Бора любил все. В. А. Фок даже сочинил в честь Бора хвалебную оду, которая кончалась словами [22]:

Ликуй же, Бор! Ты победил,
Ты физиков всех с толку сбил.
Хвала тебе! Ты слово рек —
И одуревший человек
Уж полон верою в него,
Не понимая ничего.

В Копенгагене Дирак закончил статью, в которой развивал общие идеи физической интерпретации квантовой механики. Эта статья поступила в Королевское общество 2 декабря 1926 г.

6. 1927. “Физическая интерпретация квантовой динамики”. δ -функция Дирака. “Квантовая теория испускания и поглощения излучения”. Геттинген. Вышедшая уже в 1927 г. статья Дирака “Физическая интерпретация квантовой динамики” (статья 3 в [14]) легла в основу общей теории преобразований квантовой механики. Дирак говорил о работе над этой статьей [11]:

Должен сказать, что такого удовольствия от работы я не получал ни до, ни после этой статьи, хоть писал и другие работы по квантовой механике.

Эта статья известна еще и тем, что в ней впервые была введена знаменитая δ -функция Дирака. В этой статье Дирак пришел к заключению, что очень полезна особая функция переменной x ,

которая равна нулю везде, за исключением лишь очень малых x , и интеграл которой по интервалу, включающему точку $x = 0$, равен единице. Мы будем пользоваться символом $\delta(x)$ для обозначения этой функции, т. е. $\delta(x)$ определяется свойствами

$$\delta(x) = 0, \quad \text{если} \quad x \neq 0,$$

²Эйнштейн не обиделся. Через два года он писал об обзоре “Теория относительности”, написанном Паули: “Тот, кто будет читать эту зрелую и тщательно продуманную работу, вряд ли поверит, что ее автору всего лишь 21 год. Неизвестно, чему следует удивляться больше: глубокому психологическому пониманию хода развития идей, безупречности математических выводов, глубокому проникновению в физическую сущность явлений, способности ясно и систематично излагать предмет, эрудиции, полноте изложения, уверенности критики.” [49]

и

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta(x) = 1.$$

Строго говоря, конечно, $\delta(x)$ не есть истинная функция x , но может рассматриваться только как предел некоторой последовательности функций. Тем не менее, можно пользоваться $\delta(x)$ так, как если бы она была настоящей функцией, практически во всех случаях в квантовой механике, и это не приводит к неверным результатам. Можно пользоваться также производными $\delta(x)$, т. е. функциями $\delta'(x)$, $\delta''(x)$, ..., которые еще более разрывны и менее “истинны”, чем сама $\delta(x)$.

(Нужно сказать, что у Дирака были предшественники. δ -функция была введена Дж. Л. Джорджи в 1924 г. на Международном конгрессе в Торонто [23]. Дж. Л. Джорджи, как и Дирак, был инженером-электриком по образованию. Но труды конгресса в Торонто вышли только в 1928 г., уже после выхода статьи Дирака. В качестве еще более ранних предшественников вспоминают также Г. Кирхгофа и О. Хевисайда [8].)

Математики гневно обрушились на δ -функцию Дирака. Так, в 1950 г., Лоран Шварц писал в своей “Теории обобщенных функций” [25]:

Более 50 лет назад инженер Хевисайд ввел правила символического исчисления. Это было сделано в дерзком мемуаре, в котором необоснованные математические процедуры использовались для решения физических задач... После введения Дираком знаменитой функции $\delta(x)$, которая равна нулю везде, кроме $x = 0$, и обращается в бесконечность при $x = 0$ так, что $\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta(x) = 1$, формулы символического исчисления стали еще более неприемлемыми для математиков, с их представлениями о строгости. Писать, что функция Хевисайда $Y(x)$, равная 0 при $x < 0$ и 1 при $x \geq 0$, после дифференцирования превращается в функцию Дирака $\delta(x)$, определение которой само по себе математически противоречиво, и говорить о производных $\delta'(x)$, $\delta''(x)$, ... этой несуществующей функции, это перейти границы того, что мы можем себе позволить.

В кругу математиков было опасно отозваться о δ -функции Дирака не в отрицательном смысле. Известен случай, когда В. И. Смирнов по просьбе студентов-физиков решился рассказать им, что такое δ -функция [26]:

Владимир Иванович попросил поплотнее закрыть дверь в коридор, говоря: “Не дай бог, по коридору будет проходить профессор Г. М. Фихтенгольц и услышит мое объяснение δ -функции — он тогда мне руки не подаст!”

Но со временем страсти улеглись. С возникновением теории обобщенных функций математика сильно расширила диапазон “законных” аналитических действий. Говоря в 1961 г. о δ -функции в книге [27] Л. Шварц признал: “Разумеется, физики хорошо знают, что речь здесь идет не о “настоящей” функции, а о некоем символическом орудии”. Действительно, физики знают, как обращаться с δ -функцией. И им безразлично, как ее называть, просто функцией, обобщенной функцией, распределением, мерой, линейным функционалом... Сути дела это не меняет. И жизнь физиков намного бы усложнилась, если бы Дирак не ввел δ -функцию.

Молодого Дирака мало волновала математическая строгость. Но со временем он изменялся. А. Абрагам рассказывает [9]:

Помню, как на одной из своих лекций в Институте Анри Пуанкаре, после войны, Дирак беспокоился о сходимости одного бесконечного ряда. “Стареет”, — шепнул я своему соседу.

Работа “Квантовая теория испускания и поглощения излучения” была закончена в Копенгагене и представлена в Королевское общество его иностранным членом Нильсом Бором. Об этой работе, положившей начало квантовой теории поля, Дирак вспоминал [11]:

В процессе работы мне пришла в голову одна из неизвестно откуда родившихся идей. Я подумал: “Что будет, если взять волновое уравнение Шрёдингера и попробовать применить процесс квантования к самой волновой функции? Всегда считалось, что волновая функция выражается обычными числами, т. е. c -числами. Возникает вопрос, что будет, если превратить их в q -числа и предположить, что они не коммутируют с их сопряженными?”

В результате родилась теория, эквивалентная теории излучения, которой я занимался, и появился альтернативный подход к задаче. Так возник метод, известный как теория вторичного квантования.

В одном из своих редких интервью, в возрасте 60 лет, Дирак сказал [5]:

Я думаю, что моя отличительная черта — это то, что я люблю играть с уравне-

ниями, просто пытаюсь найти прекрасные математические соотношения, которые вовсе не обязаны иметь какой-то физический смысл. Но иногда они его имеют.

Дираку часто везло. Найденные им в процессе “игры с уравнениями” математические соотношения нередко оказывались не только имеющими отношение к физической реальности, но и крайне важными для физики. Так, по свидетельству Дирака, из “игры” родился метод вторичного квантования, появилось знаменитое уравнение для электрона.

В статье “Квантовая теория испускания и поглощения излучения” впервые появились оператор рождения a^+ и оператор уничтожения частицы a , перестановочное соотношение между ними

$$aa^+ - a^+a = I, \quad (1)$$

оператор числа частиц $\hat{N} = a^+a$. С помощью операторов рождения и уничтожения частиц разного сорта Дирак построил вторично квантованное поле и убедился в том, что рассматриваемые им частицы подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна.

Но одна “игра”, предпринятая Дираком в этой знаменитой статье, привела к красивым, но неправильным формулам (Дирак, рассказывая об истории своих открытий, считал, что интересно говорить и о “ложных тропинках” [11]). Дирак представил операторы a и a^+ в виде

$$a = e^{i\hat{\varphi}}\sqrt{\hat{N}}, \quad a^+ = \sqrt{\hat{N}}e^{-i\hat{\varphi}}, \quad (2)$$

естественно, считая, что оператор фазы $\hat{\varphi}$ существует. Если оператор фазы $\hat{\varphi}$ существует, то из (1) и (2) легко получить коммутационное соотношение

$$\hat{N}\hat{\varphi} - \hat{\varphi}\hat{N} = i \quad (3)$$

и соответствующее соотношение неопределенностей

$$\Delta N \Delta \varphi \geq \frac{1}{2}. \quad (4)$$

Однако, легко убедиться, что мы пришли к противоречивым соотношениям. Действительно, взяв среднее от обеих частей соотношения (3) по нормированному на единицу состоянию с определенным числом частиц n ,

$$\langle n | \hat{N} \hat{\varphi} | n \rangle - \langle n | \hat{\varphi} \hat{N} | n \rangle = \langle n | i | n \rangle, \quad (5)$$

мы приходим к соотношению $0 = i$. Дирак, конечно, вскоре понял, что оператор фазы не существует, и обсуждал этот вопрос в первых двух изданиях своей книги “Принципы квантовой теории”, но потом решил не запутывать читателя и

исключил соответствующие страницы. Все написанные формулы относятся к простому гармоническому осциллятору, где, конечно же, возникают те же трудности. Дирак доказывал [28], что

$$e^{i\hat{\varphi}}e^{-i\hat{\varphi}} = I, \quad e^{-i\hat{\varphi}}e^{i\hat{\varphi}} = I - |0\rangle\langle 0| \quad (6)$$

(в (6) использованы обозначения Дирака для “бра” и “кет” векторов основного состояния осциллятора, эти обозначения Дирак ввел в 1939 г.). Ясно, что если бы оператор фазы существовал, оба произведения равнялись бы единичному оператору.

Вопрос о фазе осциллятора остается злободневным и сегодня (см. статью [29], в этой статье указывается, что в 1991-1995 гг. печаталось по 50 статей в год, посвященных вопросу о фазе в квантовой теории).

В начале февраля 1927 г. Дирак уехал из Копенгагена в Геттинген. В Геттингене он познакомился с М. Борном, П. Иорданом, В. А. Фоком, Дж. Франком, с математиками Д. Гильбертом, Г. Вейлем, Я. фон Нейманом³. Дирак рассказывал [11]:

Прибыв в Геттинген, я провел там несколько месяцев. Здесь царил более формальный дух, чем в Копенгагене, и поэтому в Геттингене у меня прибавилось математического образования. Я посещал курс лекций по теории групп, который читал Вейль, по разным поводам встречался с Гейзенбергом и Бором. Кроме того, я познакомился с Оппенгеймером, и мы стали близкими друзьями, так как жили в одном пансионе и очень часто встречались.

7. Некоторые истории о Дираке. Дж. Гамов описывает один эпизод, относящийся к пребыванию Дирака в Геттингене [18]:

Когда Дирак был в Геттингенском университете, он продемонстрировал свою

³ Вот геттингенские впечатления Ю. Б. Румера [30], относящиеся к тому времени, когда в Геттинген приезжал Дирак. “В это время там жил один из крупнейших математиков мира, всех времен и всех народов — Давид Гильберт. Давид Гильберт отличался тем, что его тугодумие не имело никаких границ. То есть он до того медленно и туго соображал, что его не пускали ни на одно заседание потому, что он начинал глупейшие вопросы задавать, которые срывали всякую работу. Ему говорили: “Вы сидите дома. Без Вас поймут, потом придут, объяснят”. По очереди ходили объяснять. Но если уж он понимал, то понимал великолепно. С другой стороны были и другие примеры, совершенно противоположные. Есть такой Янчик (Джон) фон Нойман ... быстрота его соображения совершенно феноменальная. Он моментально все соображал, причем во всех областях знаний: и в математической физике, и в теоретической физике, и в астрофизике, и еще какие-то вопросы. Химию он прекрасно знал. И всюду он был, как дома.”

способность быстро решать головоломные задачи, предложив необычное решение проблемы, которой были заняты умы геттингенских математиков и физиков: как с помощью *заданного* количества двоек и всевозможных алгебраических знаков представить любое целое число от 1 до 100. Используя *четыре* двойки можно написать, например:

$$1 = \frac{2 \times 2}{2 \times 2}, \quad 2 = \frac{2}{2} + \frac{2}{2}, \quad 3 = 2^2 - \frac{2}{2}.$$

Дирак, узнав об этой проблеме, довольно быстро нашел общее решение задачи, позволяющее записать любое целое число N с помощью *только трех двоек*:

$$N = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}.$$

Количество корней в этой формуле равно заданному целому числу N .

О Дираке рассказывают много всяких историй. Вот еще три отрывка из книги Гамова [18]:

Замечания Дирака на ученых собраниях были всегда незамедлительными и меткими. Как-то, во время конференции по теоретической физике в Копенгагене, Дирак слушал доклад японского физика У. Нишины, который исписал всю доску вычислениями, чтобы в результате получить важную формулу для сечения рассеяния коротковолнового излучения на свободных электронах. Дирак обратил внимание Нишины, что в написанном на доске выражении перед третьим слагаемым в скобках стоит знак минус, в то время как в оригинальной статье перед этим слагаемым стоит знак плюс. “В статье правильный знак”, — ответил Нишина — “Очевидно, на доске в каком-то месте я ошибся в знаке.” “В *нечетном количестве* мест”, — поправил его Дирак.

Как-то во время доклада Дирака в университете в Торонто один канадский профессор поднял руку и сказал: “Я не понял, как Вы получили формулу в верхнем левом углу доски”. “Это не вопрос, а утверждение. Какие есть вопросы?” — ответил Дирак.

Больше всего Дирак гордился открытием, которое ничего не добавило к его славе. Разговаривая как-то с женой своего коллеги, Дирак присматривался к тому, как она вяжет на спицах шарф, или, может быть, свитер. Вернувшись

домой, Дирак попытался мысленно воспроизвести быстрое движение спиц в руках этой женщины и пришел к выводу, что возможен также и другой способ манипулирования спицами. Дирак быстро возвратился, чтобы похвастаться своим открытием, но с разочарованием узнал, что женщины всегда знали оба эти способа. Таким образом, Дираку не удалось сделать важное открытие в области топологии, тем более существенным оказался его вклад в релятивистскую теорию квантов.

(Гамов был не прав. Об открытиях Дирака в области топологии см. Приложение: Кубик Дирака и другие “умные” игрушки.)

Нужно отметить, что истории о Дираке иногда расходятся в несущественных деталях. Вот, например, как о случае с У. Нишиной рассказывает М. Берри⁴, удостоенный медали Дирака в 1995 г. [31]:

Подобно многим ученым, Дирак обычно спал во время чужих докладов. Но, проснувшись, он мог сделать проницательное замечание. Однажды во время доклада докладчик остановился, почесал затылок и сказал: “Здесь минус, а должен быть плюс. Похоже, я в каком-то месте ошибся в знаке.” Дирак приоткрыл один глаз и сказал: “В нечетном количестве мест.”

И еще одна история, рассказанная Берри [31]:

Еще один случай. Дирак был гостем в старинном замке. Другой гость заметил, что в одну из комнат замка регулярно ровно в полночь является привидение. Дирак спросил: “А по какому времени? По Гринвичу, или по летнему?” Это единственное известное высказывание Дирака о паранормальных явлениях.

А вот рассказ И. Е. Тамма, записанный Д. С. Даниным [3]:

— ... Да-да, вот еще о Дираке. Это было тоже в Кембридже или, пожалуй... Нет-нет, конечно, в Кембридже! Приехал Гейзенберг и докладывал на семинаре в Тринити... Позвольте, а не в Физическом ли обществе? Или в “клубе” Капицы? Нет, все-таки, думаю, в Тринити-колледже... Он говорил о последней работе Гейтлера или Паули. Но дело не

в этом... Понимаете ли, Гейзенберг говорил крайне путано, ссылаясь на отсутствие у него под рукой авторского текста. Потом началась острая дискуссия, столь же путаная и неясная. Когда все уже расходились, кто-то спросил у Дирака, что он думает о рассуждениях Гейтлера... да-да, Паули тут ни при чем...

— Я не думаю, а знаю, в чем смысл этой работы, — сказал Дирак, — мне ее излагал сам Гейтлер.

— Отчего же Вы молчали, Поль?

— Но меня никто не просил выступать, — ответил Дирак...

Вот он такой, Дирак. Знаете, как-то в Кембридже мы с ним шли и довольно оживленно разговаривали, а потом ко мне подошел один физик — не могу уже вспомнить, кто — и сказал, что видел нас и не может отделаться от изумления, ибо стал свидетелем картины “Говорящий Дирак”! Весьма нетривиальное зрелище...

А. Абрагам рассказывает [9]:

Вот два анекдота, которые характеризуют его отношение к сотрудничеству со студентами. (Студент здесь понимается как молодой научный работник — аспирант (graduate student).) Профессор Прайс (Pryce), с которым я впоследствии работал в Оксфорде, будучи студентом, выразил желание работать с Дираком. Тот вежливо ответил: “Большое Вам спасибо, но я не нуждаюсь в помощи”. Как уверял меня Прайс, в этом ответе не было ни капли иронии. Дочь Пайерлса гостила у Дираков. Его жена, желая развлечь гостью, спросила мужа, нет ли у него студентов, которых можно было бы пригласить потанцевать. “У меня был студент, но он умер”, — ответил Дирак.

Р. Пайерлс рассказывает о том, как однажды в Копенгагене Дирака попросили проследить за тем, чтобы полнеющий Паули не клал в кофе слишком много сахара [13]:

Паули спросил Дирака, сколько кусков сахара он может положить в кофе. “Я думаю, одного для Вас будет достаточно”, — сказал Дирак, добавив чуть погодя: “Я думаю, одного достаточно для каждого”. После некоторого дальнейшего размышления: “Я думаю, что куски сделаны таким образом, что одного достаточно для каждого”.

⁴М. Берри живет в Бристоле и каждый день проходит по улице, на которой Дирак жил в детстве.

Еще одна история, связанная с сахаром [32]:

Однажды Дирак был очень выведен из себя следующим простым диалогом:

— Сахар, профессор Дирак?

— Да, пожалуйста.

— Один кусок, или два?

Дирак справедливо полагал, что ответ “Да, пожалуйста” означает один кусок. Если бы он хотел два куска сахара, он бы сказал об этом.

А вот еще одна история. Однажды один молодой физик, приехавший в Кембридж из Индии, остался наедине с Дираком [9].

Дирак, не имея ничего сказать, конечно, молчал. Через несколько минут молчания смущенный гость решает завязать разговор: “Холодно на дворе”. Очевидно, оскорбленный поведением гостя, Дирак встает и исчезает. Гость в отчаянии. Но через минуту Дирак возвращается и подтверждает: “Действительно холодно.”

Герой предыдущей истории — это Д. Мехра, историк науки, который успел взять интервью у Дирака, Гейзенберга, Фейнмана, Швингера, Бете, Салама и у многих других замечательных физиков XX века. Д. Мехра — автор и соавтор многих статей и книг по истории квантовой физики, в том числе статьи [8].

В августе 1929 г. Дирак и Гейзенберг отплыли вместе из Сан Франциско в Японию. Д. Мехра рассказывает [8]:

Однажды Гейзенберг рассказал мне прелестную историю об этой океанской поездке. Дирак часто сидел в углу за столом и пил маленькими глотками воду и безалкогольные напитки, в то время как Гейзенберг принимал участие в развлечениях, предлагаемых на судне, в том числе в танцах. Однажды, закончив танец, Гейзенберг вернулся к их столу, и Дирак спросил его: “Гейзенберг, почему Вы танцуете?”. Гейзенберг сказал: “Ну, если девушка приятная, мне нравится с ней танцевать”, и пошел танцевать следующий танец. Когда он снова вернулся через некоторое время, Дирак спросил: “Откуда Вы знаете, что девушка “приятная”, до того, как Вы с ней танцевали?”.

А вот история, рассказанная голландским физиком Х. Казимиром [9]:

Был музыкальный вечер у Боров. Юный Ландау, который не любил музыку, скучал, кривлялся, жестикулировал,

мешал всем. “Раз Вы так не любите музыку, почему бы Вам не пойти погулять в сад?” — спросил Дирак. “Да я предложил пойти со мной в сад госпоже Казимир, которая ненавидит музыку пуще моего, но она не захотела”, — ответил Ландау. Дирак призадумался: “Возможно, гулять с Вами в саду ей неприятнее, чем слушать музыку”.

Однажды один журналист спросил Дирака: “Есть ли у Вас хобби?”. “Да, — ответил Дирак, — думать” [9]. Рассказывают, что Дирак много думал и мало читал. Когда однажды Оппенгеймер предложил Дираку почитать какую-то книгу, Дирак вежливо отказался, сказав что “чтение книг мешает думать” [5]. Следующая история говорит о том, что если Дирак что-то читал, то читал очень внимательно [8]:

П. Л. Капица дал почитать Дираку “Преступление и наказание” Достоевского. Возвращая книгу, Дирак на вопрос, понравился ли ему роман, ответил: “Он хорош, но в одной из глав автор сделал ошибку. Он описывает, что солнце встает дважды в один день.”

Действительно, раздел VIII части шестой “Преступления и наказания” начинается со слов: “Когда он (Раскольников) зашел к Соне, уже начинались сумерки”. Что означает, что солнце уже зашло (по определению, *сумерки* — это “полутьма между заходом солнца и наступлением ночи”). В следующем абзаце написано: “Солнце между тем уже закатывалось.” Таким образом, солнце в этот день заходило два раза, а, следовательно, как заметил Дирак, и два раза всходило.

А вот еще одна история, представляющая интерес тем, что рассказана самим Дираком в его последний приезд в СССР в 1973 г. (в передаче В. Я. Френкеля) [33]:

Уже за столом разговор на какое-то время коснулся “охотников за автографами”. “У меня по этому поводу имеется смешная история, которую когда-то рассказал мне Отто Ган”, — сказал Дирак. — “Однажды к Гану пришел такого рода “охотник”. Когда Ган подписался на обороте своей фотографии, охотник, к его удивлению, достал еще две таких же и придвинул их к почтенному профессору. “Но зачем Вам они?”, — удивился Ган. “А я договорился с приятелем, что обменяю три подписанных Вами портрета на фотографию с автографом Шмутцера”. “Шмутцер”, — пояснил Дирак, — “популярный в 30-е годы боксер. Вот”, — улыбнувшись, закончил Дирак, — “цена славы!”.

8. 1928. “Квантовая теория электрона”. Лейден. Дирак и Тамм. Советский Союз. В 1925 г. 24-летний Дж. Уленбек и 23-летний С. Гаудсмит открыли спин электрона [34]. Мысль о том, что электрон — это нечто вроде вращающегося шарика, приходила в голову многим, но все вовремя приходило к заключению о несостоятельности этой идеи и ничего по этому поводу не публиковали, в соответствии с высказыванием И. В. Геге, что “человек не пишущий выгодно отличается от человека пишущего тем, что он себя не компрометирует”. Уленбек и Гаудсмит по неосторожности поделились своей идеей с Эренфестом, который сказал, что все это либо очень важно, либо чепуха, и заставил их написать небольшое письмо в *Naturwissenschaften*. Эренфест отправил Уленбека и Гаудсмита к “герру Лоренцу” [35]:

Через неделю Лоренц передал нам написанную замечательным почерком рукопись, содержащую длинные расчеты электромагнитных свойств вращающегося электрона. Мы не вполне поняли их, но было очевидно, что представление о вращающемся электроне, если принимать его всерьез, связано с большими трудностями. Например, магнитная энергия электрона должна быть столь велика, что его масса по принципу эквивалентности должна превосходить массу протона, или, если принять известное значение массы, его размеры должны превосходить размеры атома!

К тому же Уленбек и Гаудсмит сами обнаружили, что, чтобы электрон имел нужный вращательный момент ($\hbar/2$), скорость вращения на поверхности электрона должна во много раз превосходить скорость света. Осознав нелепость своей идеи, Уленбек и Гаудсмит отправились к Эренфесту, чтобы забрать свою статью назад, но Эренфест сказал им: “Я уже давно направил ваше письмо в печать, вы оба достаточно молоды, чтобы позволить себе сделать глупость!”.

Вскоре Гейзенберг поздравил авторов со смелой работой и спросил, как они расправились с множителем 2. (Если принять, что магнитный момент электрона равен магнетону Бора, то эффект Зеемана описывался правильно, а тонкое расщепление спектральных линий получалось в 2 раза большим.) Уленбек и Гаудсмит понятия не имели, о каком множителе 2 идет речь, но тут в Лейден приехал Эйнштейн и помог им произвести *неправильный* расчет тонкого расщепления. Паули яростно боролся с новой ересью в физике, пока в начале 1926 г., назло Крамерсу и Бору, 22-летний Л. Томас не показал, что злополучный множитель 2 есть следствие теории относительности. (Л. Томас рассказывал, что случайно он оказался свидетелем разговора Бора и

Крамерса, которые обсуждали, что же делать с множителем 2. Томас скромно спросил: “А почему бы здесь не воспользоваться теорией относительности?”, на что Крамерс важно ответил: “Ну что Вы, молодой человек! Вот недавно де-Ситтер рассчитал релятивистские поправки к движению Луны, они оказались совершенно ничтожными.” Томас пошел в библиотеку, разобрался в работе де-Ситтера и через неделю доказал, что учет теории относительности уменьшает тонкое расщепление линий в 2 раза.) Теперь, наконец, к работе подключился Паули и в начале 1927 г. опубликовал статью, которая содержала нерелятивистское волновое уравнение для электрона со спином, впервые введя в квантовую физику величины, преобразующиеся по двузначному представлению группы вращений (в 1929 г. они были названы Эренфестом *спинорами*). Б. Ван дер Варден в своей большой статье, посвященной истории развития представлений о спине электрона [35] пишет, что решающий шаг был сделан Паули, что открытие уравнения Паули привело к уравнению Дирака. Но, как рассказывает Дирак, все было по-другому [11]:

Я не думал о включении спина электрона в волновое уравнение и вообще не занимался этой задачей. Я никак не использовал работу Паули, потому что меня в основном интересовало построение релятивистской теории, которая согласовывалась бы с моей общей физической интерпретацией квантовой механики и с моей теорией преобразований. Я считал, что надо сначала решить эту задачу для какого-нибудь простейшего случая, скажем, для бесспиновой частицы, и лишь потом думать, как включить спин. Я был крайне удивлен, когда потом обнаружил, что спин появился в самом начале.

В конце октября 1927 г. Дирак участвовал в работе Сольвеевского конгресса в Брюсселе [11]:

Однажды перед началом лекции ко мне подошел Бор и спросил: “Над чем Вы сейчас работаете?”. Я ответил: “Пытаюсь построить релятивистскую теорию электрона”. Бор тогда сказал: “Но ведь Клейн уже решил эту задачу”. Я был несколько обескуражен и стал объяснять ему, что решение Клейна, основанное на уравнении Клейна-Гордона, неудовлетворительно, так как его нельзя согласовать с моей общей физической интерпретацией квантовой механики.

Дирак считал, что волновое уравнение в релятивистской теории должно быть линейно по $\partial/\partial t$

так же, как и в нерелятивистской теории, чтобы волновая функция в любой момент времени определяла волновую функцию в каждый более поздний момент времени. Кроме того, он считал, что волновая функция в момент времени t должна быть связана с волновой функцией в момент времени t_0 (пусть $t_0 = 0$) унитарным преобразованием,

$$\psi(t) = U(t)\psi(0), \quad U^+ = U^{-1}. \quad (7)$$

Дифференцируя (7), найдем, что

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi = H\psi, \quad H = i\frac{\partial U}{\partial t}U^{-1}, \quad H^+ = H. \quad (8)$$

(Будем пользоваться единицами, в которых $\hbar = c = 1$.) В релятивистской теории

$$H = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + m^2}. \quad (9)$$

Дирак считал, что релятивистская инвариантность требует, чтобы волновое уравнение было линейно не только по $\partial/\partial t$, но и по $\partial/\partial x_1$, $\partial/\partial x_2$ и $\partial/\partial x_3$, то есть линейно по операторам $\hat{p}_1$, $\hat{p}_2$ и $\hat{p}_3$ ⁵ и, наконец, в конце 1927 г. ему удалось найти такое уравнение. Дирак подробно рассказывает, как он пришел к своему уравнению [11]:

В течение нескольких месяцев эта задача оставалась нерешенной, и ответ возник совершенно неожиданно, явив собой один из примеров незаслуженного успеха. Идея решения пришла мне в голову, когда я развлекался с математическими формулами. Для описания спина электрона мне нужны были три компоненты σ_1 , σ_2 , σ_3 . По всякому переставляя их, я заметил, что если записать выражение $\sigma_1 p_1 + \sigma_2 p_2 + \sigma_3 p_3$, где p_1 , p_2 и p_3 — три компоненты импульса, и возвести его в квадрат, то получится просто квадрат импульса $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2$. Таким образом, я получил красивый математический результат и был этим сильно возбужден...

⁵На самом деле релятивистская инвариантность этого не требует. Этого требуют соображения симметрии, или, по Дираку, “красоты”. Легко написать уродливое релятивистски инвариантное уравнение, линейное по производной по времени и квадратичное по производным по координатам (уравнение Фешбаха-Вилларса [36]). Действительно, рассмотрим уравнение Клейна-Гордона

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta + m^2\right)\psi = 0$$

и введем двухкомпонентную волновую функцию Ψ , с компонентами

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi \\ \frac{i}{m} \frac{\partial \psi}{\partial t} \end{pmatrix},$$

которая будет удовлетворять следующему уравнению,

$$i\frac{\partial}{\partial t}\Psi = \left[-\frac{\Delta}{2m}(\sigma_1 - i\sigma_2) + m\sigma_1\right]\Psi,$$

где σ_1 и σ_2 — стандартные матрицы Паули.

Фактически я придумал метод, с помощью которого квадратный корень из суммы трех квадратов записывался в виде линейного выражения. Но если речь шла о релятивистской теории частицы, то сумма под знаком квадратного корня содержала бы квадраты четырех величин, а для вычисления корня из суммы четырех квадратов мой метод был совершенно непригоден. Появилась интересная математическая задача, но я не знал, как решить проблему.

Я долго изучал возникшую трудность, пока мне вдруг не пришло в голову, что нет никакой необходимости ограничивать себя величинами σ , которые записываются в виде матриц всего из двух рядов и двух строк. Почему бы не перейти к четырем рядам и четырем строкам? Ведь никаких математических выражений не было. Заменив σ -матрицы матрицами из четырех рядов и четырех строк, можно с легкостью вычислить квадратный корень из суммы четырех, а если нужно, даже пяти квадратов.

Так возникло новое волновое уравнение электрона...

В окончательном виде Дирак записал свое знаменитое уравнение, описывающее электрон, взаимодействующий с внешним электромагнитным полем, 4-потенциал которого равен A_μ , следующим образом:

$$[\gamma_\mu \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieA_\mu\right) + m]\psi(x) = 0, \quad (10)$$

где 4×4 γ -матрицы Дирака удовлетворяют перестановочным соотношениям

$$\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}. \quad (11)$$

Уравнение Дирака приводило к правильному магнитному моменту электрона, правильно описывало тонкое расщепление спектральных линий, множитель 2, объясненный Томасом, получался автоматически.

Работы Дирака “Квантовая теория электрона” (части I и II) поступили в Королевское общество 2 января и 2 февраля 1928 г. и вскоре были опубликованы (статьи 5 и 6 в [14]). К тридцатилетию выхода этих работ Дирака они были переведены на русский язык [37]. По этому поводу Дирак написал небольшую статью, которую стоит привести полностью [37].

**Современное состояние
релятивистской теории электрона.**
(Статья была прислана П. А. М. Дираком в декабре 1957 г. по просьбе Института истории естествознания и техники АН СССР.)

Развитие релятивистской теории электрона можно рассматривать сейчас примером того, как неверные доводы приводят иногда к ценному результату.

Эти доводы основывались на общем требовании квантовой механики, чтобы преобразование, связывающее волновую функцию, отнесенную к определенному времени, с волновой функцией, отнесенной к более позднему моменту времени, было унитарным. Лишь при унитарных преобразованиях можно быть уверенным, что интерпретация теории никогда не приведет к отрицательным значениям вероятностей. Поэтому было сделано допущение, что в корректной теории электрона должно существовать унитарное преобразование, связывающее волновую функцию, описывающую электрон в определенный момент времени, с волновой функцией, описывающей его в более поздний момент времени. Было найдено, что такой закон преобразования, объединенный с принципом относительности, приводит к электрону с полуцелым спином ($\sim \hbar/2$), а также магнитному моменту электрона, согласующемуся с экспериментом. Эти выводы были весьма удовлетворительны.

Однако недостатки этой аргументации стали проявляться при дальнейшем развитии теории. Для того, чтобы дать интерпретацию состояниям с отрицательной энергией, которые вытекают из этой теории, приходится рассматривать пары электронов — позитронов, которые образуются и аннигилируют. Следовательно, мы имеем уже не теорию одной частицы, а теорию многих частиц, в которой число частиц непрерывно меняется.

Необходимо, чтобы полная волновая функция, описывающая многие частицы, изменялась в зависимости от времени, согласно закону унитарного преобразования. Однако из этого ни в коем случае не следует, что волновая функция отдельного электрона должна изменяться согласно этому закону, и поэтому электрон вовсе не должен обладать полуцелым спином. Последовательно раз-

вивая эту новую возможность, Паули и Вайскопф показали, что можно построить логически непротиворечивую релятивистскую теорию многих частиц для электронов, не обладающих спином.

Унитарный характер закона преобразования одноэлектронной волновой функции является, следовательно, математическим свойством, которое не находит применения в полной теории. Это положение я нахожу довольно неожиданным. Возможно, оно лишь временное. Современная теория электронов, взаимодействующих с электромагнитным полем, в целом далеко не удовлетворительна вследствие искусственных правил, которые приходится вводить для того, чтобы уравнения обладали сходящимися решениями. Очень возможно, что когда эта трудность будет устранена, унитарные преобразования окажутся существенными в окончательной теории, и мы снова будем иметь доводы в пользу того, что электрон должен обладать полуцелым спином.

Уравнение Дирака сразу же по достоинству оценили все, кто был в состоянии это сделать. А таких было много. Не зря это время называли “золотым веком теоретической физики”.

В январе 1928 г. И. Е. Тамм приехал в Лейден, получив по ходатайству Эренфеста стипендию Международного научного фонда им. Г. А. Лоренца [13].

Я вообще в упоении, вчера докладывал Крамерсу, Эренфесту, Фоккеру, Клейну, Кронигу работу Дирака — Эренфест очень доволен. (Тамм — жене Н. В. Тамм, 8.03.28 [13].)

Я совершенно восхищен последней работой Дирака о спине электрона. Тамм все это нам хорошо разъяснил. (Эренфест — А. Ф. Йоффе, 13.04.28 [13].)

И. Е. Тамм с нетерпением ожидал приезда в Лейден Дирака, который должен был приехать на три месяца.

... поучусь у гениальнейшего представителя молодой физики. Правда, говорят, что Дирак великий молчальник, что выудить у него слово стоит громадных трудов и что беседует он только с детьми не старше 10 лет. (Тамм — жене, 04.03.1928 [13].)

Дирак приехал в Лейден 27 апреля 1928 г.

Эренфест поручил своим ассистентам встретить Дирака на железнодорожном вокзале. К встречающим присоединился и Игорь Евгеньевич. Никто из них не знал Дирака в лицо. Поэтому все вооружились оттисками последней работы Дирака о релятивистском электро-... и заняли места у выхода из каждого вагона. Дирак “клюнул” на свой оттиск: расчет Эренфеста оказался правильным. (Рассказ Тамма в передаче В. Я. Френкеля [3].)

Дирак и Тамм стали близкими друзьями. Вскоре Тамм уехал вместе с Дираком в Германию.

С Дираком мы так подружились, что он заявил — буду ездить с Таммом из города в город, пока он будет в Германии... (Тамм — жене, 10.06.1928 [13].)

Особенно же рад тому, что близко сошелся и три месяца прожил вместе с истинным гением — Дираком. Не улыбайтесь высокопарному слову — оно точно соответствует действительности, и я знаю, что в старости буду внукам с гордостью рассказывать об этом знакомстве. (Тамм — В. И. Яковлевой, 04.10.1928 [13].)

И. Е. Тамм учил Дирака кататься на велосипеде, лазать по деревьям, в 1936 г. вместе с Таммом Дирак поднялся на высоту 5640 метров, высшую вершину Эльбруса, и пробыл там 24 часа. За это восхождение Дираку полагался значок “Альпинист СССР”, которого ему так и не дали. Дирак подарил Тамму шелковую палатку и ледоруб [3]. Когда Тамм в 1931 г. приезжал в Кембридж, Дирак научил его ездить на автомобиле. Приезжая в Москву, Дирак жил либо у И. Е. Тамма, либо у П. Л. Капицы.

В Лейдене Дирак познакомился и с другими русскими. О. Н. Трапезникова, жена Л. В. Шубникова, так рассказывает, как она с мужем, И. Е. Таммом и Дираком летом 1928 г. каталась на лодке [38].

Лодка попалась громадная и вертлявая, и мы далеко не ездили, а больше баловались у берега. Вот тогда Дирак больше всего себя и проявил. На вид он тихоня, но пакостил исподтишка больше всех. Особенно он изводил Тамма, у которого лодка крутилась на месте, хотя Тамм совершенно изнемогал от усилий. Когда же Тамм наконец рассердился и залег спать, то остальная парочка (конечно, не я) обливали несчастного Тамма водой, так что тот совершенно промок. Потом дрались в лодке и дальше в таком же духе...

Дирак много раз приезжал в Советский Союз, в 1928, 1929, 1930, 1932, 1933, 1935, 1936, 1937, 1956, 1965 и 1973 гг. После 1937 г. возникли трудности с советской визой. Потом Дирака не выпускали в Советский Союз англичане как участника работ в атомном проекте (Дирак занимался проблемой разделения изотопов урана, он отказался от какого-либо денежного вознаграждения за эту работу). В это же время в США Дирака не пускали американцы как друга Советского Союза.

Дирак и Тамм расстались в Геттингене. Дирак морем добрался до Ленинграда и 10 августа в Москве присоединился к Шестому съезду русских физиков, который продолжался на борту парохода на Волге, доплывшего до Сталинграда. Потом Дирак отправился по маршруту: Сталинград-Владикавказ-Военно-Грузинская дорога-Тбилиси-Батуми-Константинополь-Афины-Неаполь-Марсель-Кембридж. На съезде Дирак познакомился с 20-летним Ландау. Из Кембриджа Дирак писал Тамму [13]:

Я с большим удовольствием провел время в России... Ленинград показался мне очень красивым, он произвел на меня большее впечатление, чем любой другой город во время путешествия, особенно, когда я поднялся по реке на пароходе и впервые увидел много церквей с золотыми куполами; ничего подобного я раньше не видел... Путешествие по Волге было восхитительно и продолжалось неделю. На корабле было несколько лекций; Ландау прочел одну о полувекторах, а я о теории электрона... На пароходе я научился есть арбузы и очень полюбил их. Я никогда не видел их раньше... Я очень хочу увидеть Вас опять, если это возможно.

9. 1930. “Принципы квантовой теории”. В 1928 и 1929 гг. Дирак работал над своей знаменитой книгой по квантовой механике. Дирак оценивал скорость своего писательского труда в “1/10 Френкеля” (так пошутил Дирак, встретившись с Я. И. Френкелем в Кембридже в 1931 г. [39]; с Френкелем Дирак познакомился еще в 1926 г.). Когда книга была закончена, ее отказались издать в Кембридже, и в 1930 г. она вышла в Оксфорде, как и последующие ее три издания. В начале июля 1930 г. Дирак приехал в Харьков на совещание по теоретической физике и передал Д. Д. Иваненко и М. П. Бронштейну корректуру своей книги. В 1932 г. книга Дирака вышла в переводе М. П. Бронштейна и под редакцией Д. Д. Иваненко. Работа над переводом второго русского издания началась также еще до выхода в свет английского издания, так как Дирак передал Бронштейну копию рукописи книги. (Английское издание - 1935 г., русское - 1937

г.) Следующие русские издания (1960 и 1979 гг.) — это перевод четвертого английского издания (1958 г.).

“Это величайшая книга, когда-либо написанная о физике”, — писал о книге Дирака А. Абрагам [9].

“Сейчас я с упоением читаю книгу Дирака”, — писал в письме жене в 1931 г. Я. И. Френкель [39]

Салам и Вигнер сравнивали эту книгу с “Началами” Ньютона [1]. Эта книга сегодня читается с таким же интересом, как и 70 с лишним лет назад, когда она впервые появилась.

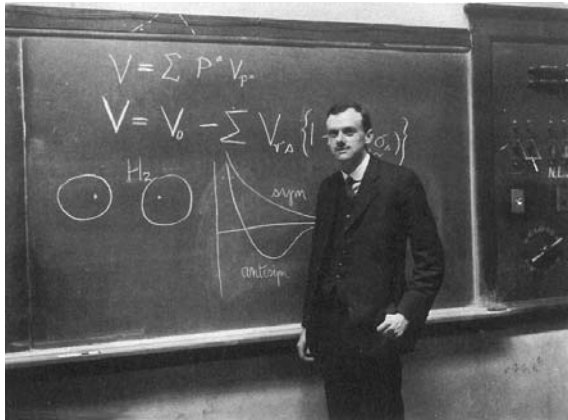


Рис. 8: Молодой Дирак, читающий лекцию

В марте 1930 г. Дирак был избран членом Королевского общества. Он много разъезжает по свету, читает лекции, выступает на конференциях, семинарах. Например, в 1929 г. он побывал в США, Японии, СССР, Германии, Франции; в 1930 г. — в СССР (в Харькове, Крыму, на Кавказе, в Одессе), в Италии, Германии, Бельгии. В Институт высших исследований (Принстон) Дирак приезжал в 1934-1935, 1946, 1947-1948, 1958-1959, 1962-1963 гг.

Дирак несколько раз приезжал в Харьков, работал в Харькове с В. А. Фоком и Б. Подольским. Вот отрывок из письма Дирака Капице от 13 октября 1932 г. [13]:

Как ты, наверное, уже слышал, я с трудом добрался до Харькова, поскольку поезд из Севастополя отправился с опозданием на 12 часов, так что мне пришлось ждать на вокзале до 5 утра. И я прибыл в Харьков в 12.30 ночи вместо полудня, и меня никто не встретил из-за недоразумения (обрати внимание — телеграмма-молния из Севастополя в Харьков идет 12 часов, на один час меньше, чем поезд). Я оставил багаж на вокзале и отправился пешком в институт, и был рад удостовериться в том, что 1) знаю дорогу и 2) Обреимов не лег еще спать...

Представляют интерес некоторые свидетельства об ораторских и педагогических талантах Дирака.

Изложение отличалось исключительной ясностью, выводы представлялись величественными и неизбежными, казалось, звучала fuga Баха [5].

Ганс Бете учился физике в Мюнхене у А. Зоммерфельда, в Риме у Э. Ферми, в Кембридже у П. Дирака [40]:

В Кембридже лекции Дирака по квантовой механике занимали центральное место, но Бете вскоре перестал их слушать, обнаружив, что Дирак, блестяще излагая предмет, просто читает вслух свою книгу.

Однажды один молодой физик-теоретик сказал Ю. Б. Румеру [41]: “Я мучительно переживал “Квантовую механику” Ландау. А Дирак — это “песнь песней”, все пригнано, четко, изысканно! Какое же это было, по-видимому, наслаждение слушать самого Дирака!” Ю. Б. в ответ сказал:

Никакого наслаждения. Слушать Дирака было мучительно. Мы воспринимали идеи Дирака и попадали под их воздействие только по прочтении его работ. А на семинаре... выходит Дирак, ни улыбки, ни энтузиазма. Берет мел своими длинными пальцами и начинает молча писать на доске формулы. Борн не выдерживает: “Поль, расскажите нам, что Вы пишете?” И Дирак, продолжая писать, начинает неохотно говорить: “Даблью минус альфа эр пи эр минус альфа ноль эм це, и все это на пси, потом альфа мю на альфа ню ...” и дальше в таком духе, и он искренне был уверен, что объясняет.

В 1931 г. Виктор Вайскопф под руководством Е. Вигнера получил степень доктора философии в Геттингене. Э. Шрёдингер смог взять Вайскопфа ассистентом только на полгода. В поисках работы Вайскопф приехал в Харьков, где проработал почти год в харьковском УФИ. В 1932-1933 гг., получив стипендию Рокфеллера, Вайскопф решил полгода провести в Копенгагене у Бора, а полгода в Кембридже у Дирака [42]:

... я провел в Копенгагене более полугода, однако вовремя вспомнил, что мне все же следует поехать к П. Дираку.

В Кембридже я несколько разочаровался: П. Дирак был великим человеком, но малополезным для любого студента. Беседовать с ним было нельзя, а если вы и разговаривали с ним, он только слушал

и говорил “Да”. С точки зрения студента, разговоры с П. Дираком были потертанным временем.

В 1936 г. Дирак уговаривал Капицу взять к себе теоретиком Вайскопфа. Но Капица рассердился на Вайскопфа за то, что тот сказал, что готов приехать к Капице, если “у него не будет других перспектив”. Вместо Вайскопфа Капица взял Ландау, а Вайскопф уехал в США [13].

Говорили, что словарный запас разговорной речи Дирака ограничивался тремя выражениями “Да”, “Нет” и “Я не знаю”. Когда Субраманиян Чандрасекар рассказывал о своих идеях Дираку, Дирак непрерывно перебивал Чандрасекара своим “Да”, которое вовсе не выражало его согласие с тем, что он слышал, а просто означало “Продолжайте!” [43].

И еще один отрывок из воспоминаний Ю. Б. Румера [30]:

Дирак часто посещал Геттинген. Это был очень странный мальчик. Он родился в 1902 году, и к тому времени ему было 27 лет. Человек совершенно, казалось из будущего. Потому что он говорил только утверждения. Ум его был так устроен, что если он ничего не может сказать утвердительно, он вообще не говорит, т. е. он молчаливый, а потом вещает, что так, так и так. Если ему сказать: “Я не понял того-то”, он делал удивленное лицо: “Как Вам объяснить?” И опять повторяет несколько медленнее те же изречения и в том же порядке, что и раньше. Он был на вершине своей славы в 1930 году, и ему Макс Борн говорит: “Слушайте, Дирак, Вам 28 лет, сколько Вы еще создадите ценного!” А он с полным убеждением вещает: “Nothing more, никогда больше ничего я не сделаю!” Мы тогда на прогулке, я помню, на Айнберге все рассмеялись, а Дирак удивленно на нас посмотрел: “Почему вы смеетесь?”

Мы бы тоже могли, с гораздо большим основанием, посмеяться над словами Дирака, потому что нам известно все то, что им было сделано после 1930 г. К сожалению, из-за ограниченности объема настоящей статьи, в дальнейшем мы остановимся только на трех вопросах: открытии позитрона, работе о монополе и работе о бесконечно компонентном волновом уравнении, не имеющем решений с отрицательными энергиями.

10. 1931. Открытие позитрона. Уравнение Дирака обладало убийственным недостатком: оно имело решения с отрицательными энергиями. Эти решения не поддавались никакой разумной интерпретации. Все нормальные электроны

с положительными энергиями должны были со временем переходить в состояния с отрицательными энергиями. В 1930 г., в статье “Теория электронов и протонов” (статья 7 в [14]) Дирак предложил считать, что все состояния с отрицательными энергиями заняты, и, в силу принципа Паули, электроны с положительными энергиями не могут перейти в состояния, энергия которых отрицательна. Но некоторые состояния могут быть незаняты и эти “дырки” будут восприниматься как положительные заряды, которые Дирак отождествил с протонами (больше было не с чем). Однако в статье 1931 г. “Квантованные сингулярности в электромагнитном поле” (статья 9 в [14]) Дирак пишет:

Дырка, если бы нашлась хоть одна, была бы частицей нового сорта, не известной экспериментальной физике, имеющей такую же массу, что и электрон, и противоположный заряд. Можно называть такую частицу антиэлектроном.

В этих словах Дирака содержится предсказание существования позитрона, открытого К. Д. Андерсоном в космических лучах в 1932 г. В. Гейзенберг писал об открытии позитрона, открытии антиматерии [44]:

На мой взгляд, это открытие антиматерии есть, пожалуй, важнейший сдвиг из всех важных сдвигов в физике нашего столетия. Исключительное значение этого открытия объясняется тем, что оно изменило все наше представление о материи.

Но эти слова Гейзенберг произнес в 1973 г., а в начале 40-ых теория дырок, представление о вакууме, сплошь заполненном ненаблюдаемыми электронами, у многих вызывали насмешки.

Так, например, известна телеграмма с отзывом о теории дырок, которую Ландау послал в 1931 г. из Бристоля Нильсу Бору в Копенгаген, состоящая из одного единственного немецкого слова [65]

QUATSCH!,

означающего ВЗДОР!

Сам же Нильс Бор предложил новый способ Ловли Живого Слона [45]. Нужно в том месте, куда слон приходит на водопой, поставить плакат с изложением теории дырок Дирака. Когда слон прочтет плакат, он будет настолько ошеломлен, что совершенно ослепнет и будет несколько минут стоять неподвижно. За это время охотники смогут опутать его ноги толстыми веревками.

В 1933 г. П.А.М.Дирак участвовал в 1-ой Всесоюзной конференции по атомному ядру, проходившей в Ленинградском Физико-техническом

институте. После доклада Дирака “Теория позитрона” с критическими замечаниями выступил В. А. Фок, который, в частности, сказал [46]:

В основе теории позитронов лежит предположение о существовании неопределенного и бесконечного числа электронов с отрицательной кинетической энергией, причем ни бесконечно-большой заряд, ни бесконечно-большая масса этих электронов ничем себя не проявляют ... Я должен признаться, что мною овладевает необычайное смущение, когда я пытаюсь осмыслить это основное положение теории, и я думаю, что я не одинок в этом чувстве. Предположение о существовании бесконечных заряда и массы, притом ведущих себя так, как если бы их не было вовсе, ... заставляют себя спросить, что собственно разумеется в данном случае под словом “существование”. Очевидно, этому термину приписывается здесь смысл, отличный от общеупотребительного.

Теория Дирака предсказала не только существование позитронов, но и такие совершенно новые явления, как аннигиляция позитронов и рождение электронно-позитронных пар. Сегодня позитроны — это такая же проза жизни, как, например, рентгеновские лучи. Позитроны помогают исследовать свойства вещества, регистрировать нейтрино, находить точное расположение опухолей мозга, проводить медицинское томографирование биологических тканей.

В мае 1980 г. в исследовательском центре ФЕРМИЛАБ, недалеко от Чикаго, проходила конференция по истории физики. Доклад Дирака был посвящен истории квантовой теории поля. Конечно же, Дирак рассказал и об открытии позитронов. Когда он закончил свое выступление, раздался гром аплодисментов [47]. Когда аплодисменты стихли, поднялся В. Вайскопф и “сделал совершенно удивительное замечание. Он сказал, что Альберт Эйнштейн говорил о существовании положительных электронов еще в 1922 г. В ответ на это, Дирак в недоумении развел руками и сказал: “Он был счастливчик!” (He was lucky)” Автор статьи [47], написанной по случаю столетия Дирака, сокрушается, что никто не спросил у Вайскопфа, что он имеет в виду. “В. Вайскопф умер в апреле 2002 г., и мы никогда не узнаем, что же привело Эйнштейна к такому заключению [47]”. На самом деле, что имел в виду Вайскопф, легко восстановить по его воспоминаниям, опубликованным в июне 1980 г. (на русском языке в ноябре 1982 г. [48]). Имелось в виду следующее утверждение Эйнштейна [49]: В любой мыслимой единой теории поля

вообще нельзя дать таких ковариант-

ных уравнений, которые

- 1) имеют решения, соответствующие отрицательному электрону,
- 2) не имеют *ни одного* решения, которое соответствует положительному электрону равной массы.

Статья Эйнштейна [49] вышла в 1925 г., но поскольку первый вариант единой теории поля Эйнштейна появился в 1922 г., то это свойство единой теории поля Эйнштейн заметил еще раньше.

И еще одно замечание. Имя Дирака, в связи с теорией дырок, часто связывается с решением следующей задачи. Три рыбака ловили рыбу на необитаемом острове. К вечеру поднялась буря, и рыбаки решили заночевать на острове. Ночью буря улеглась, один рыбак проснулся и решил уплыть домой. Чтобы куча рыбы делилась на три части, ему пришлось выбросить одну рыбу. Он забрал свою часть и уплыл. Затем проснулся еще один рыбак. Не зная, что один рыбак уже уплыл, он сделал то же самое. Ему пришлось выбросить одну рыбу, чтобы куча делилась на три части, он забрал свою третью часть и покинул остров. То же самое произошло и с третьим рыбаком. Спрашивается, сколько рыб поймали рыбаки. Рассказывается, что будто бы Дирак нашел решение: *минус две рыбы*. Мартин Гарднер [50] написал письмо Дираку и спросил, правда ли это (М. Гарднер спрашивал о решении эквивалентной задачи с мартышками и кокосовыми орехами)? Дирак ответил, что неправда, что он узнал это решение от Дж. Г. К. Уайтхеда. Оказалось, что Уайтхед узнал это решение еще от кого-то...

11. 1931. Монополю Дирака. Позитрон был предсказан Дираком во введении к статье 1931 г. “Квантованные сингулярности в электромагнитном поле” (статья 9 в [14]). В основном же эта статья была посвящена исследованию свойств элементарного магнитного заряда — монополя. В 1948 г. Дирак написал еще одну статью, посвященную монополю, “Теория магнитных полюсов” (статья 16 в [14]).

В работе 1931 г. Дирак показал, что “*изменение фазы волновой функции при обходе по любой замкнутой кривой должно быть одинаковым для всех волновых функций*” заряженной частицы и, в случае бесконечно малого переноса, равно для электрона (с учетом того что заряд электрона отрицателен)

$$d\varphi = -\frac{e}{\hbar c} A_\mu(x) dx_\mu. \quad (12)$$

Дирак воспользовался свойством калибровочной инвариантности квантово-механических уравнений, описывающих заряженную частицу с зарядом q , то есть тем, что эти уравнения инвариантны относительно одновременного умножения

волновой функции $\psi(x)$ на некоторый фазовый множитель, зависящий от координат и времени, и градиентного преобразования 4-потенциала $A_\mu(x)$:

$$\begin{aligned}\psi(x) &\rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha(x)}\psi(x), \\ A_\mu(x) &\rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{\hbar c}{e} \frac{\partial}{\partial x_\mu} \alpha(x).\end{aligned}\quad (13)$$

Изменение фазы, при переносе по кривой конечной длины, определяемое формулой (12), *неинтегрируемо*, то есть зависит от пути переноса. При переносе по замкнутому контуру, который пронизывается магнитным полем $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$,

$$\Delta\varphi = -\frac{e}{\hbar c} \oint \vec{A} d\vec{x} = -\frac{e}{\hbar c} \int \vec{B} d\vec{S} = -\frac{e}{\hbar c} \Phi, \quad (14)$$

где Φ — магнитный поток, пронизывающий контур. Далее Дирак рассмотрел перенос электрона вокруг бесконечно тонкого и бесконечно длинного соленоида с потоком в нем, равным

$$\Phi = n\Phi_0 = n \frac{\hbar c}{e}, \quad (15)$$

где n — целое число. Так как изменение фазы волновой функции электрона, согласно (14), в этом случае равно $-2\pi n$, то такой соленоид не ощущается электроном. Если бесконечно длинный и бесконечно тонкий соленоид, не ощущаемый электроном, обрывается с одной стороны (см. рис 8), то конец такого соленоида ведет себя как точечный магнитный заряд (это и есть *магнитный монополюс Дирака*) с величиной заряда

$$\mu = -\frac{n}{2} \frac{\hbar c}{e} = -\frac{n}{2} \frac{\hbar c}{e^2} e \approx -n \frac{137}{2} e. \quad (16)$$

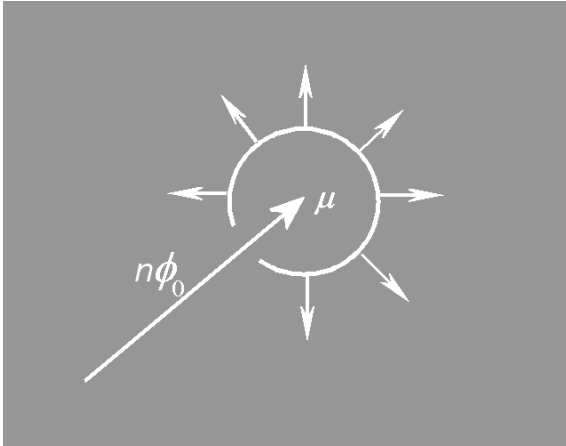


Рис. 9: Монополюс Дирака

Из формулы (16) следует, что произведение $e\mu$ квантуется,

$$e\mu = -n \frac{\hbar c}{2}.$$

В статье 1948 г. Дирак писал:

Теория магнитных полюсов интересна тем, что она образует естественное обобщение обычной электродинамики и *приводит к квантованию электричества...* Квантование электричества — это одна из самых основных и поразительных особенностей атомной физики, и кажется, что для него нет никакого объяснения, кроме теории магнитных полюсов. Это дает некоторое основание надеяться, что такие полюса существуют.

12. Дирак и Вейль. Однажды одному журналисту удалось разговорить Дирака [1]:

— Могли бы Вы в нескольких словах рассказать о всех Ваших исследованиях?

— Нет.

— Ходите ли Вы в кино?

— Да.

— И как часто?

— В 1920 и, кажется, еще в 1930...

— Существует ли человек, которого даже Вы не понимаете?

— Да.

— И кто же это?

— Вейль.

То, что Дирак отнес Вейля к людям, которых он не понимает, несколько удивляет, потому что никто из математиков не внес такого значительного вклада в развитие идей Дирака, как Герман Вейль. Вейль первый понял, что четырехкомпонентная волновая функция, введенная Дираком, состоит из двух двухкомпонентных величин, преобразующихся независимо друг от друга при собственных преобразованиях Лоренца и переходящих друг в друга при пространственных отражениях. В 1928 г. вышло первое издание книги Вейля “Теория групп и квантовая механика” [51]. В этой книге была изложена теория релятивистского волнового уравнения Дирака, и введено такое представление для матриц Дирака (представление Вейля), при котором уравнение Дирака (9) принимает вид

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{\sigma} \frac{\partial}{\partial \vec{x}}\right)\psi_R + im\psi_L &= 0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} - \vec{\sigma} \frac{\partial}{\partial \vec{x}}\right)\psi_L + im\psi_R &= 0,\end{aligned}\quad (17)$$

где ψ_R и ψ_L — 2-компонентные величины, спиноры. В пределе $m = 0$ уравнения (17) распадаются на два независимых уравнения

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{\sigma} \frac{\partial}{\partial \vec{x}}\right)\psi_R &= 0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} - \vec{\sigma} \frac{\partial}{\partial \vec{x}}\right)\psi_L &= 0.\end{aligned}\quad (18)$$

Все четыре компоненты ψ_R и ψ_L необходимы для описания релятивистского электрона. Вейль понимал, что “можно обойтись двумя компонентами, если отказаться от симметричности левого и правого” [52]. Но для этого в 1929 г. не было никаких оснований, и физики отвергли теорию Вейля. От симметричности левого и правого пришлось отказаться только в 1957 г. после открытия несохранения четности, уже после смерти Г. Вейля (Г. Вейль умер в 1955 г.). Когда выяснилось, что фундаментальные взаимодействия в природе не обладают зеркальной симметрией, оказалось, что уравнения Вейля (18), каждое порознь, описывают электронное нейтрино (первое уравнение) и электронное антинейтрино (второе уравнение), если масса этих частиц равна нулю.

В 1929 г. в статье “Электрон и гравитация” [52] Вейль одним из первых рассмотрел задачу о квантово-механическом электро-не, взаимодействующем с полем тяготения. В этой же статье были введены уравнения Вейля, описывающие нейтрино и антинейтрино. В настоящее время гравитационное поле, наряду с электромагнитным, рассматривается как калибровочное. При этом основные идеи восходят к Вейлю. В 1918 г. Вейль ввел представление о *неинтегрируемом* параллельном переносе скаляра [52], по аналогии с параллельным переносом вектора в общей теории относительности Эйнштейна, а именно, по Вейлю, при переносе скаляра ϕ из точки x в точку $x + dx$ скаляр ϕ изменяется следующим образом

$$d\phi = A_\mu(x)dx_\mu, \quad (19)$$

где $A_\mu(x)$ — 4-вектор электромагнитного потенциала. Перенос скаляра по бесконечно малому замкнутому 4-контуре, ограничивающему элемент гиперповерхности $\Delta S_{\mu\nu}$, приводит к формуле

$$\Delta\phi = \oint d\phi = \oint A_\mu(x)dx_\mu = F_{\mu\nu}\Delta S_{\mu\nu}. \quad (20)$$

Тензор электромагнитного поля

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x_\mu}A_\nu - \frac{\partial}{\partial x_\nu}A_\mu$$

в теории Вейля аналогичен, по своему геометрическому смыслу, тензору кривизны $R_{\mu\nu\rho\sigma}$ в теории Эйнштейна и не изменяется при калибровочном преобразовании 4-вектора потенциала $A_\mu(x)$

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{\partial\chi}{\partial x_\mu}.$$

Эйнштейну очень не нравилась теория Вейля [54]:

Нет! Я не люблю новой теории Вейля...
Видите ли, если вы возьмете два атома

водорода и переправите их различными путями с земли на солнце, то, по Вейлю, у них будет разная частота. Я не верю, что частоты атомов могут зависеть от их прошлого. Нет, я в это не верю.

Эйнштейн был прав, критикуя теорию Вейля. Но Вейль также был прав: не все скаляры изменяются при параллельном переносе, согласно формуле (19), однако такие скаляры существуют, это — фазы волновых функций заряженных частиц. И формула Дирака (12) по существу совпадает с формулой Вейля (19).

Первоначально и Дирак, и Вейль считали, что “дырки” в вакууме, заполненном электронами с отрицательной энергией, — это протоны. Вейль первый понял, что масса “дырок” должна совпадать с массой электронов. Вейль написал об этом в предисловии ко второму изданию книги [51] в ноябре 1930 г. Вейль ввел в этом предисловии математическую операцию зарядового сопряжения, осуществляющую переход к античастицам. Именно благодаря Вейлю, Дирак понял, что должны существовать антиэлектроны (он пишет в статье 1931 г., в которой он предсказал существование позитрона: “Последующие исследования показали, что эта частица непременно имеет ту же самую массу, что электрон”, и при этом ссылается на второе издание книги Вейля).

Г. Вейль, как и П. Дирак — автор книги-шедевра, одной из лучших книг по общей теории относительности “Пространство, время, материя” [51]. И оба они — и Дирак, и Вейль — считали, что самое главное в теории — это ее красота.

Красота уравнений более важна, чем их соответствие опыту. (Дирак [56].)

В моей работе я всегда пытался объединять истину с красотой, но, если передо мной возникал выбор, я выбирал красоту [57].

13. 1933. Дирак и Шрёдингер. Нобелевская премия. У Дирака и Шрёдингера было много общего. Дирак рассказывал в своих воспоминаниях [11]:

... из всех знакомых физиков Шрёдингер был, наверное, больше других похож на меня. Обнаружилось, что с Шрёдингером я соглашался гораздо легче, чем с кем-нибудь другим. Дело, наверное, было в том, что мы оба очень ценили математическую красоту и воплощение этой красоты в нашей работе. Для нас была символом веры математическая красота всех уравнений, описывающих фундаментальные законы Природы. Это было

для нас почти религией, причем очень полезной, ибо ее можно считать основой многих наших успехов.

Несмотря на глубокое отвращение к теории Шрёдингера в момент ее появления, Гейзенберг и Дирак вскоре убедились в эквивалентности их матрично-операторной квантовой механики и волновой механики Шрёдингера, а через какое-то время стали подружиться и с самим Шрёдингером. Уже после смерти Э. Шрёдингера в 1961 г. Дирак убедился в том, что полной эквивалентности между двумя подходами к квантовой теории, гейзенберговским и шрёдингеровским, нет. Подробно об этом Дирак рассказал в своих лекциях по квантовой теории поля в 1963-1964 гг. в университете Иешива (Нью-Йорк) [58]. Переход от гейзенберговской картины к шрёдингеровской осуществляется с помощью оператора

$$e^{iHt/\hbar},$$

где оператор H — гамильтониан системы. Переход возможен, если вышенаписанный оператор существует.

Для гамильтонианов, с которыми мы встречаемся в квантовой теории поля, из-за трудностей с расходимостями имеются веские основания считать, что дело обстоит не так, и поэтому эти две картины не эквивалентны ... *картина Гейзенберга хорошая картина, а картина Шрёдингера плохая* ... необходимо прямо смотреть фактам в лицо, а они в настоящее время вынуждают нас отказаться от использования картины Шрёдингера [58].

Дж. Гамов в своих воспоминаниях рассказывает, как была недалёковидна и глубоко ошиблась Коммунистическая академия, проявлявшая заботу об идеологической чистоте советских ученых [59]:

... декретом Коммунистической академии матричная механика Гейзенберга объявлялась антиматериалистической и физикам-теоретикам приказывалось использовать исключительно волновую механику Шрёдингера. (Обратное мнение недавно было выражено знаменитым британским физиком П. А. М. Дираком, который считает, что Гейзенберг прав, а Шрёдингер не прав.)

В 1933 г. Нобелевский комитет принял решение [60]:

Присудить Нобелевскую премию по физике 1932 г. Вернеру Гейзенбергу за создание квантовой механики, применение которой привело, в частности, к открытию аллотропных форм водорода.



Рис. 10: Во время получения Нобелевской премии в 1933 г. (Слева направо: жена Э. Шрёдингера, мать П. А. М. Дирака, мать В. Гейзенберга, П. А. М. Дирак, В. Гейзенберг, Э. Шрёдингер)

Нобелевскую премию по физике 1933 г. присудить, поделив поровну, Эрвину Шрёдингеру и Полю Адриену Морису Дираку за разработку новых, перспективных форм атомной теории.

10 декабря 1933 г. после получения премии, на приеме у шведского короля, Э. Шрёдингер высказался за всех лауреатов [61]:

... перед блеском этого дня лауреаты могут лишь скромно потупить взор и сказать себе, что они стоят сейчас здесь не как отдельные личности, но как носители огромного, охватывающего весь мир, стремления к истине, которому отдается сейчас честь.

14. 1937. Дирак и Капица. Мало кто знает, каким было первое задание легендарного советского разведчика Рудольфа Абеля, которое он успешно выполнил, но потом очень не любил вспоминать об этом. Задание было простым и неблагоприятным: уговорить П. Л. Капицу съездить в Советский Союз и посмотреть своими глазами, какая там замечательная жизнь [62]. На самом деле, человек, арестованный и осужденный в 1957 г. в США как Рудольф Иванович Абель, был вовсе не Абель, а Вильям Генрихович Фишер. Молодой инженер-англичанин Вилли Фишер, несколько лет проработавший в Советской России, знакомится с Капицей и “без устали и с восторгом” рассказывает Капице “правду” о Стране Советов. “Да зачем рассказывать? Самое лучшее — поезжайте, посмотрите сами.” В 1934 г. Капица решился и поехал. Что из этого вышло, все знают.

А. А. Капица рассказывала [63]:

... я думаю, одним из самых близких Петру Леонидовичу был Поль Дирак.

Замкнутый, немногословный, застенчивый, можно сказать, абсолютно противоположный Капице по характеру, Дирак был с ним как-то особенно душевно близок и трогательно внимателен. Когда Капица был вынужден остаться в СССР и не имел возможности сам никуда поехать, Дирак много раз приезжал в Россию, чтобы побыть с ним, чтобы Петру Леонидовичу не было здесь одиноко. В самый трудный период — летом 1935 г., когда я с детьми еще оставалась в Кембридже, Дирак приехал специально, чтобы вместе провести отпуск... Дружба Дирака и Капицы, начавшаяся в 20-ые годы, продолжалась почти 60 лет. Последний раз они виделись в г. Эриче на Сицилии незадолго до смерти Петра Леонидовича. Там Дирак, несмотря на протесты Капицы, произнес про него трогательную и теплую речь.

Вот несколько выдержек из писем П. Л. Капицы, отправленных жене летом 1935 г. [13]:

Мы с Дираком хорошо проводим время в Болшево. Вчера были на вечере самодеятельности в клубе завода. Дираку очень понравились танцы, и мне трудно было его увести...

Сегодня мы катались на лодке с Дираком. На нас напало человек 40-50 хулиганов в возрасте от 10 до 15 лет. Нас почти что вдребезги забили грязными комьями, палками и камнями. Мы ускользнули после 15-20 минут борьбы с испачканными костюмами, без всяких увечий, прямо чудом...

Из тех хулиганов, которые забросали нас камнями и грязью, 12 мальчишек пойманы, и их родителей оштрафовали на 100 рублей каждого. Так что, видимо, выдрали из здорово. Мне даже жалко стало этих парней...

Дирак уехал вчера. Я его провожал... Было грустно, он очень хороший парень и, нет сомнения, настоящий друг, на которого можно положиться...

Скучаю по Дираку...

Дирак приехал и в 1936 г. Племянник П. Л. Капицы Л. Л. Капица рассказывает [63]:

Летом 1936 г. я жил у дяди на даче, которую снимали в деревне Жуковка под Москвой... На даче в Жуковке появлялся и Поль Дирак. Он именно “появлялся”, потому что, приехав на дачу, Дирак

тотчас же исчезал, как киплингская кошка, которая ходила сама по себе. Он бродил по окрестностям и однажды во время прогулки умудрился залезть за “неположенную изгородь”, был схвачен и подвергнут установлению личности. Пришлось ему доказывать, что он всего лишь ученый, а не шпион империализма. Дирака необычайно веселила эта история, от души хохоча, он рассказывал, как лез через забор, а его хватали за штаны.

Последний раз Дираку удалось навестить Капицу в 1937 г. В следующий раз он приехал только в 1956. Но в 1937 г. Дирак приехал не один.

20 января 1937 г. Резерфорд писал Капице [13]:

Самая последняя наша новость состоит в том, что Дирак не устоял перед чарами венгерской вдовы, матери двух детей, которым, мне кажется, 11 и 13 лет. Они поженились на рождественские каникулы...

Жена Дирака, Маргит Вигнер (1904-2002), известная среди физиков как Манси, не была вдовой [64]. Выйдя замуж за богатого и легкомысленного венгра, она развелась с ним после рождения двух детей. В 1934 г. Манси навестила своего брата в Принстоне. Обедая с братом в ресторане, Манси обратила внимание на одинокого мужчину, сидящего за соседним столиком, и спросила брата, кто это. Это оказался Дирак. Они пригласили Дирака за свой столик. Так Дирак стал мужем сестры Вигнера.

В марте 1937 г. Резерфорд писал Капице, что жена Дирака “женщина очень приятная” и “обеспечила Дирака совершенно готовой семьей!” У Дирака появились дочь Джуди (Юдит) и сын Габриэль (Габор). Габриэль Эндрью Дирак (1925-1984) был известным математиком, профессором чистой математики в Ааргусском университете, в Дании. Позднее у Дираков родились еще две дочери, Моника (род. 1940) и Флоренс (род. 1942). Все дети любили Дирака, но говорили, что хотели бы, чтобы он был хотя бы немного более разговорчивым.

Дирак и его жена были в гостях у Капицы три недели. 13 сентября 1937 г. Капица писал Резерфорду [13]:

Очень забавно видеть Дирака женатым, в нем появилось больше истинно человеческого, и я рад, что он устроен в своей личной жизни. Его Манси нам понравилась...

Есть много свидетельств, что свою жену Дирак обычно представлял так [33]: “Позвольте познакомить Вас с сестрой Вигнера”.

Женившись, Дирак увлекся садоводством и пытался решать садоводческие проблемы, исходя из первых принципов, что не всегда приводило к желаемым результатам [5]. Уроки лазанья по деревьям, которые давал Дираку Тамм, не прошли даром. Случалось, что миссис Дирак встречала гостей словами: “О, вы хотите видеть Поля? Он на дереве, в саду” [1].

Дирак не только приезжал к Капице. Он делал все, что мог, чтобы Капица вернулся в Кембридж. В США Дирак встречался с советским послом Трояновским, убеждал посла в том, что Капица “совершенно надежный и честный человек, и если бы ему разрешили выехать под обещание вернуться, можно было бы положиться на то, что он это обещание выполнит” [63]. Дирак собрал около 60 подписей под обращением к советскому правительству с ходатайством разрешить Капице вернуться в Кембридж (письмо подписали практически все ведущие физики Америки, в том числе Эйнштейн) [63]. Но все было безрезультатно. Дирак и Капица смогли встретиться в Кембридже только в 1966 г., когда Капице разрешили, наконец, посетить Англию.

15. 1971. “Релятивистское волновое уравнение с положительными энергиями”. То, что открытое Дираком релятивистское волновое уравнение для электрона имело решения с отрицательными энергиями, в 1928 г. было настолько большим недостатком этого уравнения, что не удивительно, что Дирак пытался найти релятивистское волновое уравнение, которое имело бы решения только с положительными энергиями. Такое уравнение Дирак нашел только в 1971 г. [66], когда отсутствие отрицательных энергий (то есть отсутствие античастиц) могло рассматриваться скорее как недостаток, а не как достоинство теории.

Бесконечно компонентное релятивистское волновое уравнение, найденное Дираком, описывает частицу со спином нуль и может быть записано в следующем виде, напоминающем уравнения Вейля (17),

$$\begin{aligned} \{(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{\sigma} \frac{\partial}{\partial \vec{x}})R + imL\}|\psi\rangle &= 0, \\ \{(\frac{\partial}{\partial t} - \vec{\sigma} \frac{\partial}{\partial \vec{x}})L + imR\}|\psi\rangle &= 0. \end{aligned} \quad (21)$$

где R и L — следующие пары операторов,

$$\begin{aligned} R_1 &= (\frac{d}{d\xi} + \xi)/\sqrt{2}, R_2 = (\frac{d}{d\zeta} - \xi)/\sqrt{2}, \\ L_1 &= (\frac{d}{d\zeta} + \xi)/\sqrt{2}, L_2 = (-\frac{d}{d\xi} + \zeta)/\sqrt{2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Уравнение (21) — это, на самом деле, четыре операторных уравнения вида $Q_\alpha|\psi\rangle = 0$, действующих на одну функцию. Поэтому должны выполняться условия совместности $[Q_\alpha, Q_\beta]|\psi\rangle = 0$, которые приводят к уравнению Клейна-Гордона

$$(\square - m^2)|\psi\rangle = 0,$$

и, следовательно, к связи между энергией и импульсом для плоской волны

$$|\psi\rangle = |u\rangle e^{i\vec{p}\vec{x} - i\epsilon t} \quad (23)$$

$$\epsilon = \pm\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}. \quad (24)$$

Для покоящейся частицы с положительной энергией $\epsilon = m$ получим из (21)

$$(\frac{d}{d\xi} + \xi)|u\rangle = 0, \quad (\frac{d}{d\zeta} + \zeta)|u\rangle = 0. \quad (25)$$

У уравнений (25) есть нормируемое решение

$$|u\rangle = Ce^{-\frac{\xi^2 + \zeta^2}{2}}. \quad (26)$$

Для покоящейся частицы с отрицательной энергией $\epsilon = -m$ получим из (21)

$$(\frac{d}{d\xi} - \xi)|u\rangle = 0, \quad (\frac{d}{d\zeta} - \zeta)|u\rangle = 0. \quad (27)$$

В этом случае решение уравнений (27)

$$|u\rangle = Ce^{\frac{\xi^2 + \zeta^2}{2}}. \quad (28)$$

ненормируемо и должно быть отброшено. Таким образом, уравнения Дирака (21) описывают частицу, энергия которой может принимать только положительные значения.

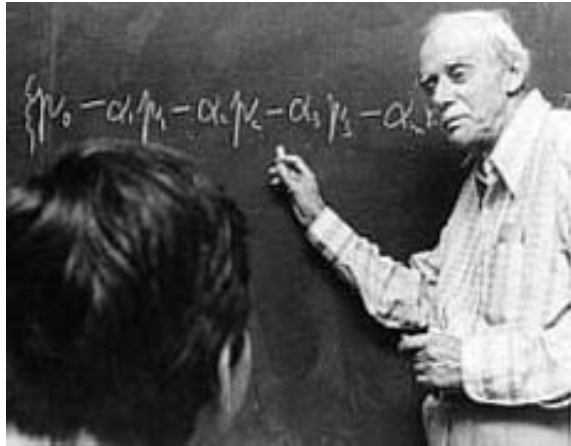


Рис. 11: Пожилой Дирак, читающий лекцию

К сожалению, бесконечно компонентные уравнения Дирака становятся несовместными при введении в них взаимодействия с внешним полем (электромагнитного, например). Это затрудняет выяснение их физического смысла. Дирак говорил об этих уравнениях: “Эти уравнения прекрасны с математической точки зрения, но они до сих пор не привели к чему-либо, имеющему физическое значение. Я полагаю, что нужно продолжать попытки в этом направлении, пытаясь

догадаться до некоторого подходящего математического аппарата, который в дальнейшем привел бы к хорошей теории” [67].

Уравнения Дирака (21)) интересны тем, что в них используется бесконечно компонентное приводимое представление группы Лоренца. Это представление Э. Майорана использовал в 1932 г. [68] с той же целью, что и Дирак — избавиться от отрицательных энергий, но Дирак узнал об этом уже после опубликования его статьи.

16. Дирак и Фейнман. 30 марта 1948 г. 27 физиков собрались в полупустой гостинице в горах Поконо (северная Пенсильвания, США) на небольшую конференцию [40]. Приехали Н. Бор, Э. Ферми, П. Дирак, Дж. фон Нейман, Г. Бете, Дж. Уилер, Р. Оппенгеймер, И. Раби, Э. Теллер, среди молодых Дж. Швингер и Р. Фейнман. Цель конференции — обсудить кризисное состояние квантовой электродинамики. Здесь Фейнман впервые увидел Дирака. К выступлению Фейнмана (он рассказывал о графическом представлении матричных элементов, об античастицах, как частицах с отрицательной энергией, движущихся попятно во времени) отнеслись более чем прохладно. Уж слишком непривычно все это было. Сначала удостоил Фейнмана своим вниманием Дирак. “А как у Вас с унитарностью?” — спросил Дирак. “О чем это он?” — подумал Фейнман. Дирак объяснил, что матрица, переводящая прошлое в будущее, должна быть унитарной, чтобы вероятности оставались положительными. Но у Фейнмана не было никакой матрицы. “Я продолжу, Вы увидите, как это работает, и Вы сможете сказать мне, что тут с унитарностью”. Фейнман продолжал, но ему казалось, что он все еще слышит, как Дирак бормочет: “А как у него с унитарностью?” Еще хуже было с Бором. Бор вышел к доске и в течение нескольких минут объяснял Фейнману, что рисовать диаграммы, изображающие траектории электронов и фотонов, это игнорировать двадцатилетнее развитие квантовой теории, что такие траектории нарушают принцип неопределенности ... Фейнман был в отчаянии. Это был полный провал, хотя рассказывал он то, за что в 1965 г. получил Нобелевскую премию.

В своей нобелевской лекции Фейнман подробно рассказал, как он пришел к новой формулировке квантовой механики [69]. Все произошло в 1941 г., благодаря одной фразе в статье Дирака 1933 г. “Лагранжиан в квантовой механике” (статья 12 в книге [14]):

Если S обозначает интеграл классической лагранжевой плотности по ограниченной области пространства-времени, мы должны ожидать, что существует квантовый аналог величины $e^{iS/\hbar}$, соответствующий величине $\langle q_t | q_T \rangle$ в теории

частиц.

Открытие Фейнмана заключалось в том, что он понял, что то, что Дирак называл “аналогичным”, на самом деле есть пропорциональность. Когда Принстонский университет отмечал свое 200-летие, Фейнману выпало счастье опять встретиться с Дираком. Увидев Дирака, сидящего на траве, Фейнман подошел к нему, сел рядом и задал вопрос, который он мечтал задать Дираку с 1941 г. Фейнман спросил у Дирака, знает ли он, что те величины, которые Дирак считал в 1933 г. аналогичными, в действительности пропорциональны. “В самом деле?” — спросил Дирак. “Да”, — ответил Фейнман. На этом их разговор окончился.

Когда, много лет спустя, Фейнман и Дирак встретились снова, между ними произошел следующий разговор [40]:

- Я — Фейнман.
- Я — Дирак. (Молчание.)
- Это замечательно — открыть такое уравнение.
- Это было так давно. (Пауза.) Чем Вы сейчас занимаетесь?
- Мезонами.
- Пытаетесь ли Вы написать уравнение для них?
- Это очень тяжело.
- Нужно пытаться.

Фейнман и Дирак встретились еще раз в 1962 г. на конференции по гравитации в Варшаве. Если судить по фотографии, в этот раз Фейнману удалось что-то рассказать Дираку. Фейнман выступил с докладом, в котором рассказывал о трудностях с унитарностью в квантовой теории гравитации. В этот раз Дирак вопросов не задавал (или отсутствовал во время доклада). Доклад Фейнмана сыграл важную роль в развитии квантовой теории калибровочных полей.

Фейнман сделал очень много для развития идей Дирака. Вигнер даже сказал однажды, что “Фейнман — это Дирак сегодня [40]”. Фейнман был первым, кто в 1986 г. выступил на организованных в Кембридже ежегодных чтениях, посвященных памяти Дирака. Фейнман сказал тогда [70].

Дирак стал моим кумиром, когда я был молод. Он совершил настоящий прорыв, предложив по существу новый подход к занятию физикой. С его стороны было действительно смело просто угадать уравнение, которое теперь мы называем уравнением Дирака, и лишь затем посмотреть, что оно означает ... Для меня большая честь находиться здесь.



Рис. 12: Дирак и Фейнман на конференции в Варшаве в 1962 г.

17. Дирак, поэзия и религия. “Физика + Дирак = поэзия” — так называлась статья в газете The Guardian за 21 февраля 2002 г. “Кто величайший англоязычный поэт XX века”, — спрашивает автор статьи — “Т. С. Элиот, У. Б. Йетс⁶, Сильвия Плат?” И отвечает: “Теоретик Поль Дирак, почетный поэт-лауреат современной физики” [71].

Узнав однажды, что Оппенгеймер увлекается поэзией, удивленный Дирак сказал ему [71]:

Я не в состоянии понять, как человек, работающий на переднем крае физики, может писать стихи. Наука и поэзия несовместимы. В науке вы хотите выразить что-то, до сих пор никому неизвестное, словами, которые каждый мог бы понять. В поэзии вы должны нечто, уже известное каждому, выразить словами, которые никто понять не в состоянии”.

Однажды Нильс Бор сказал о Дираке [17]:

Мне представляется замечательным, как бескомпромиссно Поль Дирак относится к вещам, допускающим ясное выражение на логическом языке; то, что вообще может быть сказано, считает он, может быть также и ясно сказано.

Как-то Нильс Бор катался на лыжах с В. Гейзенбергом и К. Ф. фон Вейцзеккером. Когда Нильс Бор мыл посуду в горной хижине, он сказал [17]:

⁶Т. С. Элиот, У. Б. Йетс — нобелевские лауреаты. Англичане еще не разобрались, кто из них более великий поэт.

С нашим мытьем посуды дело обстоит в точности так же, как с языком. У нас грязная вода и грязные кухонные полотенца, и все же нам удастся в конце концов довести тарелки до чистоты. Так же и в языке у нас не проясненные понятия и логика, границ области применения которой мы не знаем, и тем не менее нам удастся достичь с его помощью ясности в понимании природы.

Дирак же придерживался крайних взглядов, он считал: *чисто* вымыть посуду можно только *чистой* водой. Такими же крайними (а с точки зрения его друзей Гейзенберга и Паули, примитивными) были взгляды (25-летнего) Дирака на религию [17]:

Я не вижу, чтобы признание существования всемогущего Бога как-то помогало нам. Но для меня вполне очевидно, что такое допущение ведет к постановке бессмысленных споров, например к вопросу, зачем Бог допустил несчастье и несправедливость в нашем мире, угнетение бедных богатыми и весь тот ужас, который он был в силах предотвратить. Если в наше время кто-то еще проповедует религию, то вовсе не потому, что религиозные представления продолжают нас убеждать; нет, в основе всего скрывается желание утихомирить народ, простых людей.

Нильс Бор по поводу взглядов Дирака на религию сказал Гейзенбергу [17]:

... так говорить о религии, конечно, нельзя. Правда, мне, как и Дираку, чужда идея личностного Бога. Но прежде всего надо уяснить себе, что в религии язык используется совершенно иначе, чем в науке. Язык религии родственнее скорее языку поэзии, чем языку науки... Если религии всех эпох говорят образами, символами и парадоксами, то это, видимо, потому, что просто не существует никаких других возможностей охватить ту действительность, которая здесь имеется в виду. Но отсюда вовсе не следует, что она не подлинная действительность.

В защиту взглядов Дирака на религию можно привести слова из его кратких воспоминаний, посвященных памяти Нильса Бора [73]:

Бор считал, что высшая мудрость должна быть обязательно выражена путем использования таких слов, смысл которых нельзя выразить однозначно. Следовательно, истинность высшей мудрости является не абсолютной, а только

относительной в соответствии с одним из значений двухзначных слов; поэтому противоположное высказывание также правомерно и мудро. Бор пояснял это на следующем примере: “Бог есть” — выражение высшей мудрости и правды, и, наоборот, “Бога нет” — тоже выражение высшей мудрости и правды.

Почти религиозной была вера Дирака в то, что *уравнения физики должны быть прекрасными* [56]:

Представляется, что важнейшая характеристика Природы — это то, что фундаментальные физические законы описываются красивыми и мощными математическими теориями, и нужно быть очень хорошим математиком, чтобы понять эти теории. Вы спросите: “Почему Природа устроена таким образом?” Наш современный уровень знаний показывает, что Природа так устроена, — это все, что можно сказать в ответ. Мы просто должны принять это. Вероятно, можно описать ситуацию, сказав, что Бог — математик очень высокого класса и Он использовал самую совершенную математику при построении Вселенной.

Уравнение, открытое Дираком 75 лет назад, — одно из самых прекрасных уравнений, когда-либо написанных.

XX век был веком физики. Когда-то, в середине 30-х годов, в годы “золотого века теоретической физики” друг Дирака И. Е. Тамм сказал: “Я думаю, если бы Пушкин жил в наши дни, он был бы физиком” [3]. Родившись в XX веке, Дирак стал поэтом в физике, одним из самых ярких представителей “золотого века”. Увы, “золотой век” не наступает дважды. То, что сказал Дирак в интервью, взятому Дэвидом Питом и Полем Бакли для британского радио в начале 70-х, он вполне мог бы сказать и сегодня [72].

Дэвид Пит Чувствуете ли Вы такое же возбуждение в физике, какое было в двадцатые и тридцатые годы?

Поль Адриен Морис Дирак Сегодняшние проблемы более трудны и нет надежды достигнуть быстрого прогресса, как было в те дни. Возбуждение обычно связано с надеждой достижения быстрого прогресса, когда любой второкурсный студент может делать первоклассную работу. Более легкие фундаментальные проблемы уже разрешены сегодня. Те, что остались, слишком трудны, и нет никого, кто представлялся бы способным найти правиль-

ные основные идеи для разрешения этих проблем.

Вполне возможно, что требуются совершенно новые идеи. В действительности, почти нет сомнения, что это так, иначе они уже были бы найдены.

Тот, кто хочет услышать голос П. А. М. Дирака, может послушать этот небольшой отрывок из интервью, воспользовавшись интернетом (файл [74] занимает 400 КБ).

David Peat *Do you feel that there is the same excitement today in physics that there was in the twenties and thirties?*

Paul Adrien Maurice Dirac The problems are more difficult now and there is not the same hope of making rapid progress which there was in those days. Excitement is usually combined with the hope of making rapid progress, when any second rate student can do really first-rate work. But the easier fundamental problems have by now all been worked out. Those that are left are very difficult to work on, and one doesn't seem able to get the right basic ideas for handling them. It is quite possible that they will require wholly new ideas. In fact it's pretty certain they will; otherwise they would already have been thought up.

III. Приложение. Кубик Дирака и другие “умные” игрушки.

Дирак много занимается изучением теории групп и в связи с рассмотрением группы вращений придумал ряд забавных головоломок с распутыванием ряда нитей, прикрепленных к телу, дважды повернутому около своей оси. Он сделал ряд образцов из картона и веревок, носит их с собой и предлагает всем разрешать the puzzles. В результате на нескольких вечерах чуть ли не все общество сидело за распутыванием нитей, каждый у своей игрушки, и Дирак наслаждался этим зрелищем.

Из письма И. Е. Тамма
Л. И. Мандельштаму
за 20 июня 1931 г. [75]

То, что повороты на 2π и 4π отличаются, — это важнейшее свойство группы вращений. Поворот на 4π можно, непрерывно деформируя, стянуть в отсутствие поворота, а поворот на 2π — нельзя. Это приводит к существованию двухзначных спинорных представлений у группы вращений и

группы Лоренца, и, соответственно, к существованию частиц со спином $1/2$: электронов, протонов, нейтронов и других. Только частицы с полуцелым спином подчиняются принципу Паули, определяющему строение атомов и молекул. Мир, в котором повороты на 2π и 4π не отличались бы, был бы скучным и неинтересным, в нем не было бы ни увлекательной физики, ни самих физиков.

Дирак хотел сделать наглядную модель, демонстрирующую отличие поворотов на 2π и 4π . И ему это удалось.

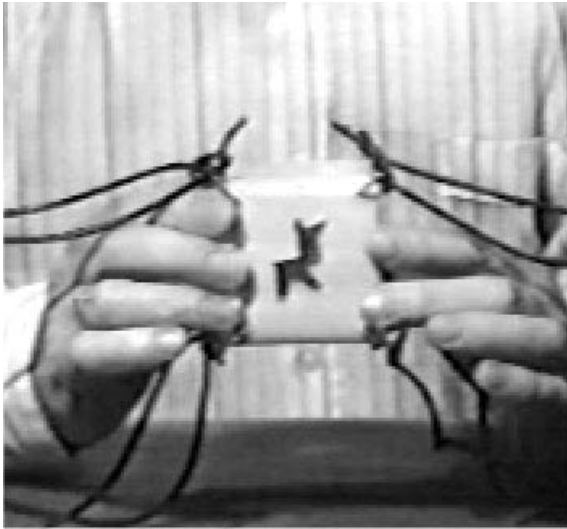


Рис. П1: Начальное положение кубика Дирака

Описание кубика, придуманного Дираком, можно найти в книгах [76, 77, 78]. Кубик Дирака — это кубик, к которому привязаны восемь веревок (рис. П1). Вертки каким-либо образом закреплены вдаль от кубика. Если кубик повернуть на 2π , и затем держать его неподвижно, а с веревками делать все, что угодно, то распутать веревки невозможно (рис. П2).

Если же кубик повернуть еще на 2π (рис. П3), то теперь веревки легко распутываются (если знать как!).

Одно из движений при распутывании веревок показано на рис. П4. Подробное описание процедуры распутывания веревок описано в [77].

В 1942 г. появилась серьезная математическая статья [79] о проблеме с веревками Дирака, в которой, в частности, был дан ответ на следующий вопрос:

сколько веревок нужно привязать к кубу Дирака, чтобы такой куб отличал повороты на 2π и на 4π ? Ответ очевиден — три веревки. Такой кубик изображен на рис. П5.

Давно и хорошо известно, что квантование вращательного момента твердого тела в квантовой теории приводит к полуцелым моментам (в

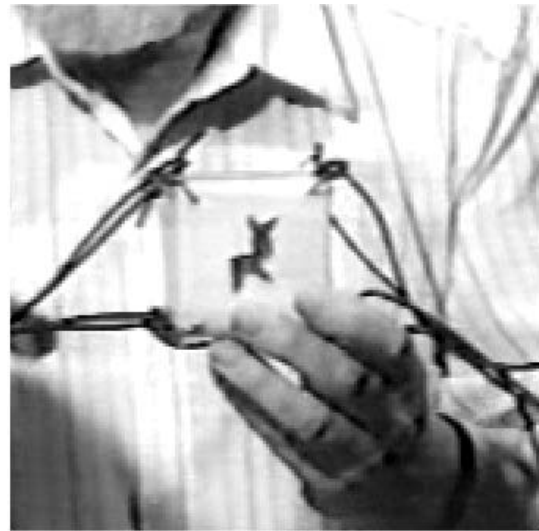


Рис. П2: Кубик Дирака, повернутый на 4π



Рис. П3: Кубик Дирака, повернутый на 4π

единицах $\hbar$) [80]. Впервые к такому выводу пришел П. Эренфест еще в 1913 г. [81]. На первый взгляд, может показаться странным появление полуцелых моментов у вращающегося твердого тела, если считать, что твердое тело состоит из материальных точек. Вращательный момент материальной точки может принимать только целочисленные значения (в единицах $\hbar$), а правило сложения моментов таково, что из целых значений никак нельзя получить полуцелые. Но дело в том, что в квантовой механике твердое тело не есть что-то, состоящее из материальных точек. "Твердое тело" в квантовой теории определяется как нечто, положение чего в пространстве характеризуется так же, как и положение твердого тела в классической механике, например, тремя углами Эйлера, задающими положение подвижных осей, жестко связанных с твер-

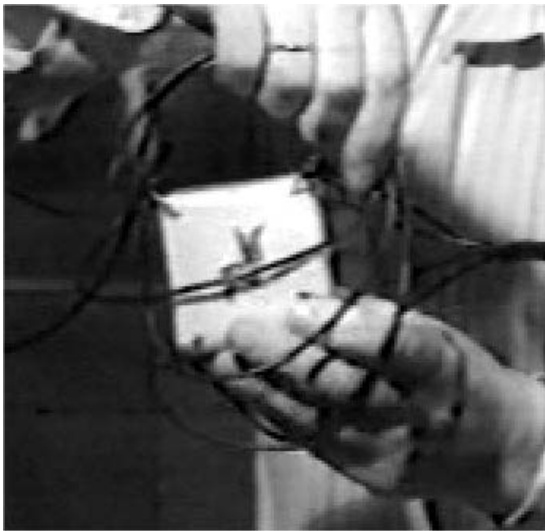


Рис. П4: Распутывание кубика Дирака

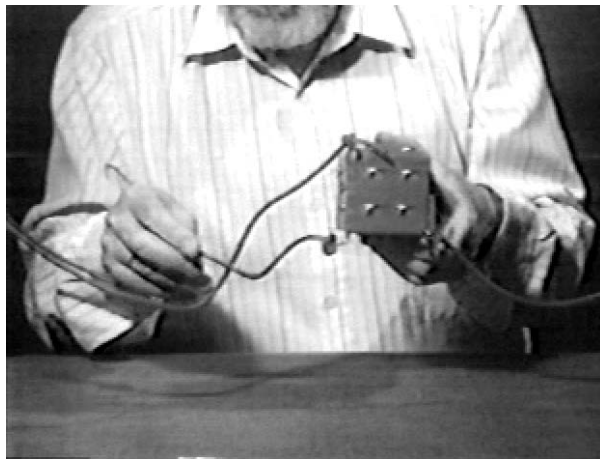


Рис. П5: Кубик Дирака с тремя веревками, повернутый на 2π

дым телом, относительно неподвижных осей. К квантово-механическому “твердому телу” можно привязать три веревки, поэтому оно отличается повороты на 2π и на 4π , и его вращательный момент принимает полуцелые значения. В 1972 г., когда кварковая модель была еще совсем юной, обсуждался вопрос, нельзя ли считать, что спин кварков равен нулю, и объяснить полуцелый спин протона (и других барионов, состоящих из трех кварков) следующим образом: если запретить кваркам сливаться вместе, то тогда, мысленно, можно привязать к каждому из кварков по веревке, и такой барион будет отличать повороты на 2π и на 4π [78].

(Автор этих строк в течение 30 с лишним лет, с неизменным успехом, показывает кубик Дирака и другие “умные” игрушки в самых разных аудиториях: от детей 10 лет (и младше) до ученых мужей 60 лет (и старше). Однажды он был заснят на видеопленку, и имеет возможность проиллю-

стрировать этот текст соответствующими кадрами. Автор благодарен Б. М. Валиеву, заснявшему его, и А. Ляху, который помог “остановить” кадр. Автор приносит извинения за нескромное появление своего изображения на этих страницах.)

В 1913 г. П. Эренфест в работе [81] рассмотрел непрерывный переход от колебательного движения физического маятника к движению по кругу



Рис. П6: Маятник Эренфеста. Переход колебательного движения в круговое.

(Эренфест рассматривал электрический диполь, помещенный в медленно изменяющееся электрическое поле). При бесконечно малых (гармонических) колебаниях маятника энергия колебаний квантуется по Планку $E = n\hbar\omega$. Если характер движения маятника изменяется бесконечно медленно, то, согласно Эренфесту, маятник перейдет в состояние, характеризующееся тем же квантовым числом n . Эренфест установил, что при круговом движении маятника квантоваться будет вращательный момент согласно формуле $M = n\hbar/2$. Общее правило квантования, установленное Эренфестом и обобщающее правило квантования Планка, заключалось в следующем: если система совершает периодическое движение с угловой частотой ω , то

$$\langle T \rangle = n\hbar\omega/2,$$

где $\langle T \rangle$ — усредненная по периоду кинетическая энергия системы. Но что считать периодом при круговом движении? Если внимательно проследить за переходом от колебательных движений маятника к круговым (рис. П6), то можно увидеть, что непосредственно перед переходом период движения маятника близок к 4π . Если считать, что при круговом движении период движения равен не 2π , а 4π , то это и приведет к полуцелым значениям момента вращательного движения.

Можно продемонстрировать отличие поворотов на 2π и на 4π с помощью ножниц Дирака — обыкновенных ножниц, с привязанными к ним веревками [82]. После поворота ножниц на 4π веревки можно распутать, не выводя ножницы из той плоскости, в которой они оказались в результате поворота (рис. П7).

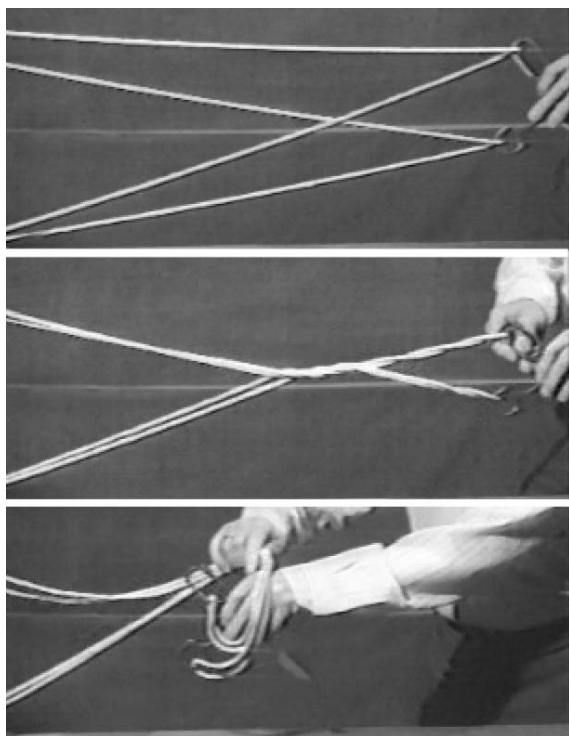


Рис. П7: Ножницы Дирака: до поворота; после поворота на 4π ; распутывание ножниц.

Демонстрация, аналогичная ножницам Дирака, — это пояс Дирака. Если один конец пояса закрепить, а затем повернуть пряжку на 2π , то, что бы ни делать с пряжкой, не выводя ее из плоскости, пояс останется в закрученном состоянии. Но если пряжка повернута на 4π , то простое движение приводит к раскручиванию пояса (рис. П8). Удачную анимацию изображенного на рис. П8 пояса Дирака, с соответствующими пояснениями, можно найти в интернете на сайте Грегга Эгана [83].

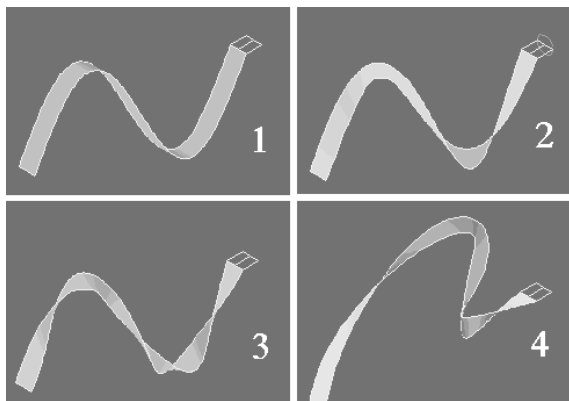


Рис. П8: Пояс Дирака: 1. до поворота; 2. после поворота на 2π ; 3. после поворота на 4π ; 4. раскручивание пояса.

Примерно в то же время, когда Дирак изобрел

свой кубик, датский математик и поэт Пит Хейн на семинаре у Нильса Бора впервые услышал от Пауля Эренфеста о спинорах и о различии поворотов на 2π и на 4π [50, 84]. Пит Хейн придумал игру-головоломку “танглоид”, которая представляет собой две картонки, соединенные тремя веревками (рис. П9). Теперь интересные запутывания веревок возникают не только при поворотах вокруг оси, параллельной веревкам, а и при поворотах вокруг оси, перпендикулярной веревкам. Распутать танглоид, не выводя картонки из плоскости, можно только после поворота на 4π .

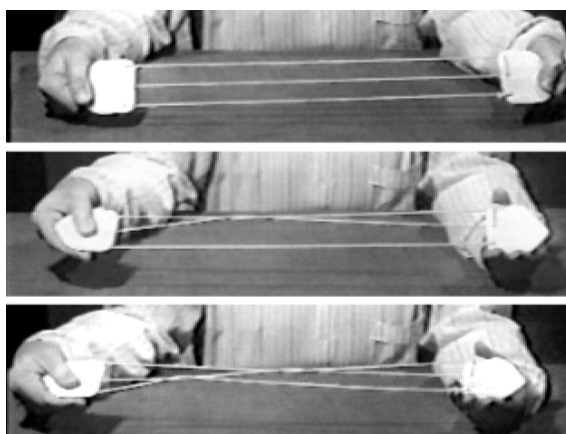


Рис. П9: Танглоид: до поворота; после поворота на 2π ; после поворота на 4π , теперь распутывание возможно.

Простейший способ показать различие поворотов на 2π и на 4π — это вращать взятый в руку какой-либо предмет. (Филиппинские танцовщицы вращают на 4π бокал с вином, фотографии филиппинского "танца вина" можно найти в статье [85].) В 1986 г. в своей лекции на чтениях, происходящих ежегодно в Кембридже в память о Дираке, Р. Фейнман остановился на вопросе, который мы сейчас обсуждаем:

Дирак очень изящно продемонстрировал то, как полный поворот можно отличить от ситуации, в которой ничего не произошло. В действительности только два полных поворота дают тот же результат, что и отсутствие вращения. Я вам сейчас покажу кое-что из того, что делают танцовщицы. Я собираюсь повернуть этот стакан на полный оборот (см. серию снимков на рис. П10) — запомните, в какую сторону я это делаю — пока вы опять не увидите вот эту метку; вот я повернул его на 360° , но у меня возникли проблемы. Если я буду продолжать в том же духе — для этого потребуется немного мужества, если учесть обстоятельства — и не вывихну

себе руку, то все встанет на свои места. Таким образом, два поворота равносильны тому, что ничего не произошло, но для одного поворота это не так...

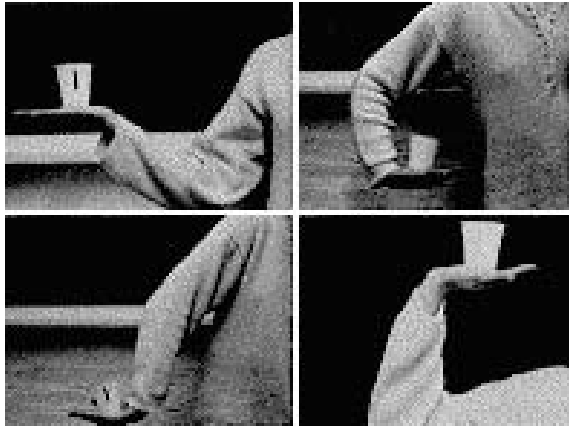


Рис. П10: Р. Фейнман, поворачивающий стакан на 720°

Не соперничая с филиппинскими танцовщицами, автор этих строк, следуя Р. Фейнману, несколько раз в год вращает на 720° плюшевого медведя.

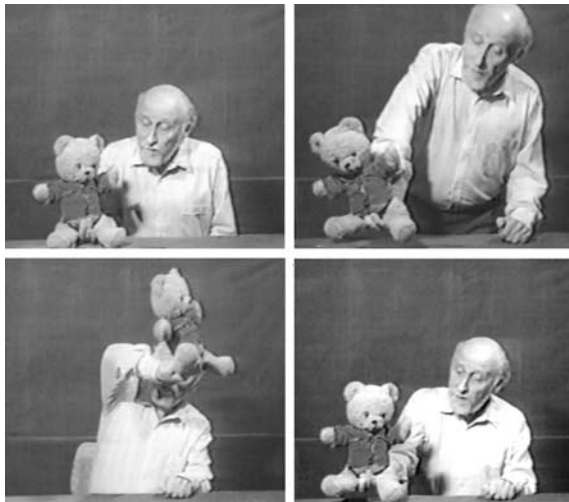


Рис. П11: Плюшевый медведь, поворачиваемый на 720°

И еще одна демонстрация, касающаяся связи спина со статистикой и поясняющая, почему при перестановке электронов (или других частиц с полуцелым спином) изменяется знак волновой функции электронов. Р. Фейнман, позаимствовав идею у Д. Финкельштейна, говорил в своей мемориальной дираковской лекции:

Попробуем сформулировать общее правило, связывающее спин и статистику для частиц обоих сортов, а именно: *если*

две частицы меняются местами, то изменение волновой функции будет таким же, как если бы систему координат, связанную с одной из частиц, повернули на 360° относительно системы координат, связанной с другой частицей. Почему это так? Да потому, что перестановка частиц как раз и означает относительный поворот системы координат!

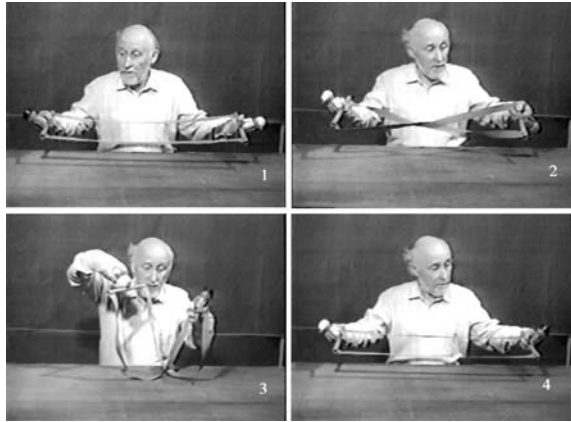


Рис. П12: Связь спина со статистикой: 1. два “электрона” до перестановки и поворота; 2. “электроны” после перестановки; 3. один из “электронов” поворачивается на 360° ; 4. “электроны” после перестановки и поворота.

На рис. П12 изображены два “электрона” (два игрушечных человечка), соединенные двумя лентами. Перестановка “электронов” приводит к запутыванию лент. Ленты распутываются после поворота одного из “электронов” на 360° . Поворот на 360° сопровождается изменением знака волновой функции. Настоящие электроны тождественны, поэтому конечное состояние не отличается от первоначального.

Поскольку перестановка фактически означает поворот одного предмета относительно другого на 360° , то при перестановке частиц с полуцелым спином мы вправе ожидать появления множителя (-1) , который обусловлен этим поворотом.

Этим словами закончил Р. Фейнман свою мемориальную дираковскую лекцию. Это была последняя опубликованная при его жизни лекция Фейнмана.

И в заключение стихи изобретателя “танглойда” и многих других замечательных вещей [50, 84] Пита Хейна о науке (и не только о науке):

The road to wisdom?
 — Well, it's plain
 and simple to express:
 Err
 and err
 and err again
 but less
 and less
 and less.

Список литературы

- [1] *Kamran M.* Dirac — the taciturn genius. - Miramare-Triest: ICTP, IC/89/265, 1989. - 33 p.
- [2] *Ранюк Ю.* Лабораторія №1. Ядерна фізика в Україні. - Харків: АКТА, 2001. - 590 с.
- [3] Воспоминания о И. Е. Тамме. - М.: Наука, 1986. - 312 с.
- [4] <http://plus.maths.org/index.html/DiracCentennial.htm>
- [5] *Pais S., Jacob M., Olive D. I., Atiyah M. F.* Paul Dirac: the man and his work. - Cambridge: Cambridge University Press, 1998. - 124 p.
- [6] *Dalitz R.* Paul Dirac: a genius in the history of physics // CERN Courier. - 2002. - Vol. 42., N 7.
- [7] Dirac Genealogy - <http://www.dirac.ch/genealogy.html>
- [8] *Мехра Д.* “Золотой век теоретической физики”: научная деятельность П. А. М. Дирака с 1924-го по 1933 год // УФН. - 1987. - Т. 149, вып. 1. - С. 135-172.
- [9] *Абрагам А.* Время вспять, или физик, физик, где ты был. - М.: Наука, 1991. - 392 с.
- [10] *Смородинский Я. А.* П. А. М. Дирак (8.VIII-1902—20.X-1984). - В кн.: [11], С. 189-202.
- [11] *Дирак П. А. М.* Воспоминания о необычайной эпохе. - М.: Наука, 1990. - 208 с.
- [12] *Blackett P. M. S.* Memories of Rutherford. - In: Rutherford at Manchester, 1913-14. - London: Heywood and Co., 1962., pp. 102-113.
- [13] Поль Дирак и физика XX века. - М.: Наука, 1990. - 224 с.
- [14] *Дирак П. А. М.* К созданию квантовой теории поля. - М.: Наука, 1990. - 368 с.
- [15] *Беляев С. Т.* Уроки Нильса Бора // Импакт. - 1986. - N 1. - С. 40-50.
- [16] *Бор Х.* О моем отце. - В кн.: Нильс Бор. Жизнь и творчество. - М.: Наука, 1967. - С. 309-324.
- [17] *Гейзенберг В.* Физика и философия. Часть и целое. - М.: Наука, 1989. — 400 с.
- [18] *Gamov G.* Biography of Physics. — New York, Harper & Row, 1961. — 348 p.
- [19] *Тимофеев-Ресовский Н.В.* Воспоминания. — М.: Изд. группа "Прогресс", "Пангея", 1995. - 384 с.
- [20] *Эйнштейн А.* Рецензия на книгу В. Паули “Теория относительности”. - В кн.: Эйнштейн А. Собрание научных трудов, Т. IV. - М.: Наука, 1967. - С. 46.
- [21] *Клайн Б.* В поисках. Физики и квантовая теория. - М.: Атомиздат, 1971. - 288 с.
- [22] *Александров А. Д.* Проблемы науки и позиция ученого. - М.: Наука, 1988. - 511 с.
- [23] *Медведев Ф. А.* Дельта-функция у Дж. Л. Джорджи и П. А. М. Дирака. - В кн.: [24], С. 78-88.
- [24] Исследования по истории физики и механики, 1988. - М.: Наука, 1988. - 262 с.
- [25] *Schwartz L.* Théorie des distributions, Tome I. - Paris: Hermann & Cie, 1950. - 143 p.
- [26] *Ахиезер А. И.* Учитель и друг. - В кн.: Воспоминания о Л. Д. Ландау. - М.: Наука, 1988. - С. 45-68.
- [27] *Шварц Л.* Математические методы для физических наук. - М.: Мир, 1965. - 412 с.
- [28] *Дирак П. А. М.* Основы квантовой механики. - Л.-М.: ОНТИ, 1937. - 320 с.
- [29] *Воронцов Ю. И.* Фаза осциллятора в квантовой теории. Что это такое “на самом деле”? // УФН. - 2002. - Т. 172, № 8. - С. 907-929.
- [30] *Румер Ю.Б.* Рассказы Юрия Борисовича Румера // УФН. - 2001. - Т. 171, № 10. - С. 1137-1142.
- [31] *Berry M.* Paul Dirac: the purest soul in physics // Physics World. - February 1998. 1, PP. 75–80.
- [32] <http://www.shebangmagazine.com/Dirac.htm>
- [33] *Френкель В. Я.* Профессор Дирак и советские физики // УФН. - 1987. - Т. 149, вып. 1. - С. 173-186.

- [34] Гаудсмит С. Открытие спина электрона // УФН. - 1967. - Т. 93, вып. 1. - С. 151-158.
- [35] Теоретическая физика 20 века. - М.: ИЛ, 1962. - 444 с.
- [36] Feshbach H., Villars F. Elementary relativistic wave mechanics of spin 0 and spin 1/2 particles // Rev. Mod. Phys. - 1958. - V. 30. - p. 24.
- [37] Дирак П. А. М. Современное состояние релятивистской теории электрона // Труды института истории естествознания и техники. - 1959. - Т. 22. - с. 32-33.
- [38] Л. В. Шубников. Избранные труды. Воспоминания. - Киев: Наукова думка, 1990. - 352 с.
- [39] Френкель В. Я. Яков Ильич Френкель. - М.-Л.: Наука, 1966. - 474 с.
- [40] Gleick J. Genius. Richard Feynman and modern physics. - London: Abacus, 1994. - 534 p.
- [41] Кемоклидзе М. П. Квантовый возраст. - М.: Наука, 1989. - 272 с.
- [42] Вайскопф В. Физика в двадцатом столетии. - М.: Атомиздат, 1977. - 272 с.
- [43] <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/Mathematicians/Dirac.html>
- [44] Гейзенберг В. Шаги за горизонт. - М.: Прогресс, 1987. - 368 с.
- [45] Сапожников М. Г. Антимир — реальность?. - М.: Знание, 1983. - 176 с.
- [46] Атомное ядро. Сборник докладов 1-ой Всесоюзной ядерной конференции. - М.-Л.: Гостехтеориздат, 1934. - 227 с.
- [47] Farmelo G. Pipped to the positron // New Scientist. - 2002. - 10 August. - pp. 48-49.
- [48] Вайскопф В. Ф. Как мы выросли вместе с теорией поля // УФН. - 1982. - Т. 138, вып. 3. - С. 455-475.
- [49] Эйнштейн А. Электрон и общая теория относительности. - В кн.: Собрание научных трудов, Т. II. - М.: Наука, 1966, С. 167-170.
- [50] Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. - М.: Мир, 1971. - 512 с.
- [51] Weyl H. Gruppentheorie und Quantummechanik. — Leipzig: Verlag von S.Hirzel, 1928.
- [52] Вейль Г. Электрон и гравитация. - В кн.: Вейль Г. Избранные труды. - М.: Наука, 1984. - С. 198-218.
- [53] Weyl H. Gravitation und Elektrizität // Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften. - 1918. - B.26. - S. 465-480.
- [54] Инфельд Л. Мои воспоминания об Эйнштейне. - В кн.: Эйнштейн и современная физика. - М.: Гостехтеориздат, 1956. - С. 197-260.
- [55] Вейль Г. Пространство, время, материя. - М.: Янус, 1996. - 472 с.
- [56] Dirac P. A. M. The Evolution of the Physicist's Picture of Nature // Scient. Amer. - 1963. - Vol. 208, No. 5. - P. 45-53.
- [57] Gross D. J. Physics and Mathematics at the Frontier // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. - 1988. - V. 85. - P. 8371-8375.
- [58] Дирак П. А. М. Лекции по квантовой теории поля. - М.: Мир, 1971. - 244 с.
- [59] Гамов Дж. Моя мировая линия. - М.: Наука, 1994. - 320 с.
- [60] Чолаков В. Нобелевские премии. Ученые и открытия. - М.: Мир, 1986, 368 с.
- [61] Хоффман Д. Эрвин Шрёдингер. - М.: Мир, 1987. - 96 с.
- [62] Хенкин К. Охотник вверх ногами. - М.: ТЕРРА, 1991. - 320 с.
- [63] Петр Леонидович Капица: Воспоминания. Письма. Документы. - М.: Наука, 1994. - 543 с.
- [64] Kim Y. S. Wigner's Sisters. - physics/9703017. - 5 p.
- [65] Janouch F. Lev Landau. A portrait of theoretical physicist. - Stockholm: Research Institute for Physics, 1988. - 88 p.
- [66] Dirac P.A.M. // Proc. Roy. Soc. 1971. V. A322. P. 435.
- [67] Дирак П.А.М. Релятивистское волновое уравнение электрона // УФН. - 1979. - Т. 128, вып. 4. - С. 681-691.
- [68] Майорана Э. Релятивистская теория частицы с произвольным внутренним угловым моментом. - В кн.: Мишель Л., Шааф М. Симметрия в квантовой физике. - М.: Мир, 1974. - С. 239-247.
- [69] Фейнман Р. Характер физических законов. - М.: Мир, 1968. - 232 с.

- [70] *Фейнман Р.* Почему должны существовать античастицы. - В кн.: Элементарные частицы и законы физики. - М.: Мир, 2000. - с. 10-79.
- [71] *Farmelo G.* Physics + Dirac = poetry // The Guardian. - February 21. - 2002. (<http://www.guardian.co.uk/>)
- [72] <http://www.f davidpeat.com/interviews/dirac.htm>
- [73] *Дирак П. А. М.* О многогранности личности Нильса Бора. - В кн.: Нильс Бор. Жизнь и творчество. - М.: Наука, 1967. - С. 21-25.
- [74] <http://www.f davidpeat.com/sounds/dirac.wav>
- [75] Академик Л. И. Мандельштам. К 100-летию со дня рождения. - М.: Наука, 1979. - 312 с.
- [76] *Уилер Дж. А.* Предвидение Эйнштейна. - М.: Мир, 1970. - 112 с.
- [77] *Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.* Гравитация, Т. 3. - М.: Мир, 1977. - 512 с.
- [78] *Биденхарн Л., Лаук Дж.* Угловой момент в квантовой физике, Т. 1. - М.: Мир, 1981. - 302 с.
- [79] *Newman M. H. A.* On a string problem of Dirac // J. London Math. Soc. - 1942. - Vol. 17. - P. 173-177.
- [80] *Casimir H. B. G.* Rotation of a rigid body in quantum mechanics. - Groningen, Den Haag, Batavia: Bij J. B. Wolters' Uitgevers-Maatschappij N.V., 1931. - 116 p.
- [81] *Ehrenfest P.* A mechanical theorem of Boltzmann and its relation to the theory of energy quanta // Proc. Amsterdam Acad. - 1913. - Vol. 16. - p. 591-597.
- [82] *Пенроуз Р., Риндлер В.* Спиноры и пространство-время. - М.: Мир, 1987. - 528 с.
- [83] <http://www.netspace.net.au/gregegan/APPLETS/21/21.html>
- [84] [http://www.wikipedia.org/wiki/Piet_Hein_\(Denmark\)](http://www.wikipedia.org/wiki/Piet_Hein_(Denmark))
- [85] *Бернштейн Г., Филлипс Э.* Расслоения и квантовая теория // УФН. - 1982. - Т. 136, вып. 4. - с. 665-692.