

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна
Факультет радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем
Кафедра фізики НВЧ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедру

_____ Сергій ПОГАРСЬКИЙ

підпис ініціали, прізвище

“ _____ ” _____ 20__ року

Кваліфікаційна робота магістра

на тему:

МОДЕЛЮВАННЯ СПЕКТРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЕРНЕНОГО ДИЕЛЕКТРИЧНОГО ХВИЛЕВОДУ

Виконав: студент II курсу магістратури, групи РР-64
спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали,
освітньо-професійна програма «Радіофізика і електроніка»



Владислав ГРОМНЮК

Керівник
професор, доктор ф.-м. наук



Сергій ПОГАРСЬКИЙ

2024 рік

Зміст	
АНОТАЦІЯ	3
ABSTRACT	3
ВСТУП	4
Розділ 1. ОСОБЛИВОСТІ КОНСТРУКЦІЙ	6
1.1. Особливості спектра власних хвиль	6
1.2. Різновиди хвилеведучих структур на основі металло-діелектричних структур. Їх основні властивості	7
Розділ 2. СУЧАСНІ ЧИСЕЛЬНІ МОДЕЛІ	15
2.1. Метод моментів	16
2.2. Метод кінцевих різниць (метод сіток)	18
2.3. Метод кінцевих елементів	20
2.4. Метод ліній	24
Розділ 3. МОДЕЛЬ ОБЕРНЕНОГО ДІЕЛЕКТРИЧНОГО ХВИЛЕВОДА	28
3.1. Загальна схема побудови моделі	28
3.2. Урахування властивостей середовища	31
3.2.1. <i>Урахування омичних втрат</i>	32
3.2.2. <i>Урахування втрат у діелектриках</i>	38
3.2.3. <i>Абсолютно-поглинальні умови (PML)</i>	42
3.3. Чисельна модель інверсного діелектричного хвилеводу	44
Розділ 4. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНОГО ЕКСПЕРЕМЕНТУ	46
ВИСНОВКИ	51
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	52

АНОТАЦІЯ

Випускна робота вміщує 57 сторінок, 20 рисунків, 52 джерела.

ГІБРИДНА СТРУКТУРА, МЕТАЛЕВО-ДІЕЛЕКТРИЧНА СТРУКТУРА, ОБЕРНЕНИЙ ДІЕЛЕКТРИЧНИХ ХВИЛЕВОД, ДИСПЕРСІЯ

Мета роботи: теоретичне дослідження хвилеведучих властивостей оберненого діелектричного хвилеводу.

У роботі за допомогою метода сіток досліджено електродинамічні властивості одного з типів гібридних металево-діелектричних структур - оберненого діелектричного хвилеводу. Модель побудовано з урахуванням властивостей діелектричного заповнення та відкритого півпростору з використанням так званих абсолютно поглинаючих умов. Здійснено тестування програмного забезпечення. Наведено порівняння з даними інших авторів.

ABSTRACT

The thesis to degree consists of 57 pages, 20 figures, 52 references.

HYBRID STRUCTURE, METAL-DIELECTRIC STRUCTURE, INVERTED DIELECTRI WAVEGUIDE, DISPERSION

The aim of thesis is theoretical investigations of characteristics of inverted dielectric waveguide with the help of Finite Element Method. The numerical model has built with accounting of characteristics of dielectrics and open half-space with the use so-called Perfectly Matched Layers. The programs tested on well known problems. The comparison with data of another authors is made.

ВСТУП

Наразі застосування діелектричних хвилеводів різних типів, гібридних метало-діелектричних структур і функціональних вузлів на їх основі вважається найбільш перспективним напрямом техніки міліметрового діапазону [1]. Це зумовлено низкою причин, серед яких слід зазначити такі: простота конструктивного втілення функціональних вузлів (включаючи способи інтеграції з активними елементами), простота і дешевизна виробництва, широкий діапазон механічних властивостей, що визначаються застосованим матеріалом, зокрема гнучкість при виготовленні діелектричних хвилеводів з полімерів. Найбільшого поширення при створенні функціональних пристроїв набув ізольований дзеркальний діелектричний хвилевід (ІЗДХ) [2,3]. Водночас, таким конструкціям властива одна суттєва особливість – обмеженість можливості варіювання геометричних розмірів допоміжних елементів (наприклад, випромінювальних елементів) та їх розташування внаслідок відносно малих геометричних розмірів базового елемента конструкції – діелектричного стрижня. Відомі й інші різновиди метало-діелектричних структур, які здатні підтримувати хвильовий процес у заданому напрямку. Широке практичне застосування таких структур вимагає вивчення фізичних закономірностей, що визначають характер поширення хвиль і їхні кількісні характеристики. Знання цих характеристик дозволяє прогнозувати створення, насамперед, високоефективних випромінювальних систем біжучої хвилі [4-6].

У зв'язку з цим основними завданнями при виконанні магістерської роботи були:

- дослідження загальних властивостей металодіелектричних структур різного формоутворення та огляд методів побудови математичних моделей, що дозволяють досліджувати як спектри власних хвиль,

так і фізичні особливості взаємодії власних хвиль з різного роду неоднорідностями;

- побудова математичної моделі для ключової хвилеведучої структури – інверсного діелектричного хвилеводу;
- розробка програмного забезпечення для реалізації методу сіток у задачі поширення власних хвиль в інверсному діелектричному хвилеводі;
- чисельний експеримент з моделювання характеристик структури.

Розділ 1. ОСОБЛИВОСТІ КОНСТРУКЦІЙ ДІЕЛЕКТРИЧНИХ ХВИЛЕВОДІВ

1.1. Особливості спектра власних хвиль

Як відомо, діелектричні хвилеводи належать до класу ліній передачі поверхневої хвилі. Найзагальнішою властивістю таких ліній є властивість уповільнення фазової швидкості поширюваної хвилі відносно фазової швидкості хвилі у вільному просторі. Звідси виникає ще одна назва такого роду ліній – лінії уповільненої хвилі. Завдяки уповільненню електромагнітне поле виявляється «притиснутим» до напрямної структури, хоча ніщо не обмежує його з боку зовнішнього простору. Лінії поверхневої хвилі можна віднести до класу відкритих передавальних ліній.

Як критерій порівняння різних ліній поверхневої хвилі доцільно використовувати критерій уповільнення або майже однозначно пов'язаний з ним ефективний діаметр хвилеводу d_{eff} - діаметр області, в межах якої зосереджено 99% переданої енергії. Порівняння за цим критерієм показує, що в міліметровому діапазоні хвиль з ряду ліній (однопровідна лінія Зоммерфельда, хвилевід Губо, Н-подібний хвилевід, відбивна лінія, діелектричний хвилевід) найменше затухання має діелектричний хвилевід. При $d_{eff} \sim 10\lambda$ виграш становить приблизно два порядки в порівнянні з проводом Зоммерфельда і один порядок у порівнянні з іншими лініями.

Наслідком відкритості ліній передачі на основі діелектричних структур є те, що всі типи хвиль, які поширюються в них, можуть бути поділені щонайменше на два класи:

- скінченна кількість власних хвиль хвилеводного типу, які за відсутності втрат у матеріалах можуть забезпечувати передачу енергії у заданому напрямку;

- хвилі випромінювання, що виникають у місцях порушення регулярності хвилеводу.

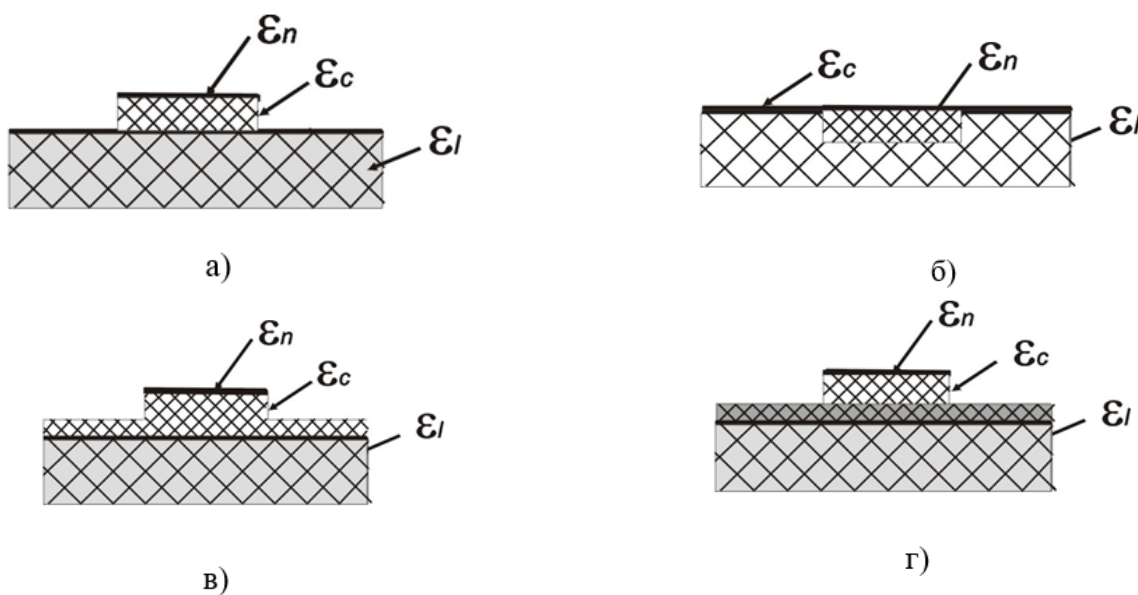
Необхідно відзначити загальні закономірності, що спостерігаються в спектрі хвиль. Перш за все, у всіх різновидах хвилеводів завжди існують два основних хвилеводних типи хвиль (що відрізняються поляризацією), тоді як у порожнистих металевих хвилеводах при належному виборі геометрії — тільки один. Це означає, що діелектричні хвилеводи в строгому сенсі не можуть бути однохвильовими. Критичні частоти основних хвиль чисто діелектричних хвилеводів будь-якого поперечного перерізу, строго кажучи, рівні нулю, тоді як у порожнистих хвилеводах вони кінцеві. Однак з цього не слід, що хвилі в діелектричних хвилеводах практично існують на будь-яких частотах. Справа в тому, що напрямкове дію та ступінь концентрації енергії в діелектричному хвилеводі заданої геометрії дуже швидко зменшуються при зменшенні частоти нижче деякого значення. Це значення можна назвати реальною критичною частотою. Іншими словами, різниця зводиться практично до того, що критична частота основних хвиль діелектричних хвилеводів не є так чітко визначеною, як у порожнистих металевих. Нарешті, вищі типи хвиль діелектричних хвилеводів при частотах нижче критичної просто не існують, як хвилі з незмінним вздовж осі поперечним розподілом. У порожнистих металевих хвилеводах, як відомо, при частотах нижче критичної хвилі згасають у подовжньому напрямку, але зберігають незмінним поперечне розподілення.

1.2. Різновиди хвилеведучих структур на основі металло-діелектричних структур. Їх основні властивості

Історично першими структурами, які були використані на практиці, були діелектричні структури так званого об'ємного формоутворення, в яких хвилеведуча область створюється шляхом зміни діелектричної проникності

частини простору. Однак технологічно більш перспективними є діелектричні хвилеводи з планарним формоутворенням [7,8]. У таких структурах хвилеведуча область створюється шляхом зміни граничних умов на частині поверхні однорідної діелектричної пластини. Класичним прикладом таких ДВ є мікрохвильовод, що нагадує відкриту полоскову лінію без металевої підкладки [9]. Досить широке поширення отримали нові класи ДВ — щілинні [7] та пленочні полоскові ДВ [10,11], що утворені напленням тонкої діелектричної смужки з високою проникністю на металло-діелектричну підкладку.

Полосковий діелектричний хвилевод (ПДВХ). У конструкції ПДВХ направляючий хвилю елемент структури має форму смужки. На рис. 1.1 представлені можливі варіанти конструкції ПДВХ. Головною характерною



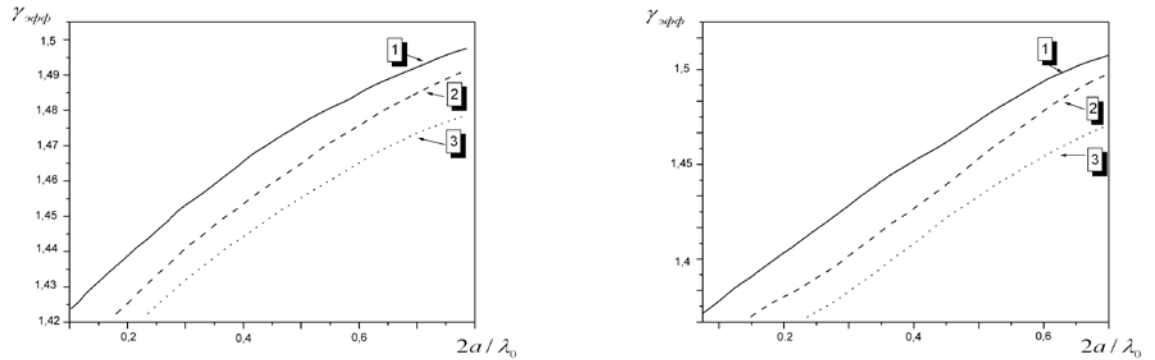
рисою є співвідношення значень діелектричних проникностей різних шарів.

Рис. 1.1. Поперечний переріз ПДВХ:

а) піднятий; б) вбудований; в) гребневий; г) складений.

З літератури відомі дослідження дисперсійних властивостей і структури полів у таких електродинамічних об'єктах. У роботі [12] встановлено, що розподіли полів основних типів хвиль E_{11}^x і E_{11}^y добре збігаються з розрахунковими значеннями в тих випадках, коли поля не перетинають межу смужки, а в напрямках, що перетинають цю межу, розрахункові та експериментальні дані сильно розрізняються. Пояснення цьому факту можна дати, виходячи з основних наближень використаної моделі — моделі Маркатілі. Суттєвим обмеженням цієї моделі є наближення, при якому електромагнітні поля в заглиблених областях не розглядаються. У низькочастотній частині КВЧ діапазону і при певних співвідношеннях діелектричних сталих похибка при використанні такого наближення виявляється прийнятною для практичних застосувань. Водночас, при довільному співвідношенні діелектричних сталих похибка визначення основних характеристик виявляється неприпустимо великою. На рис. 1.2 представлені типові криві дисперсійних характеристик двох основних типів хвиль ПДВХ при різних співвідношеннях геометричних розмірів. Слід відзначити більш крутий характер зростання кривих, що відповідають Н-поляризації.

Гребневий хвилевод. При однаковій діелектричній проникності матеріалу стержня та підкладки ПДВХ називається гребневим діелектричним хвилеводом (ГДВХ) (в оптичному діапазоні — гребневий хвилевод). Переріз такої хвилеведучої структури з позначенням характерних розмірів і сталих представлений на рис. 1.3. Такі хвилеводи можуть бути одномодовими при значеннях характерних розмірів, що значно перевищують довжину хвилі. У випадках, коли розмір поперечного перерізу порівняний з довжиною хвилі, для такої лінії передачі характерна максимальна порівняно з іншими ізотропними ПДВХ різниця постійних розповсюдження двох основних типів хвиль



ортогональної поляризації. Можливий режим роботи з збереженням лише одного з цих типів хвиль [13].

Рис. 1.2. Дисперсійні характеристики двох основних типів хвиль ПДВХ:

- а) основна хвиля з поляризацією $E_y = 0$;
- б) основна хвиля з поляризацією $H_y = 0$.

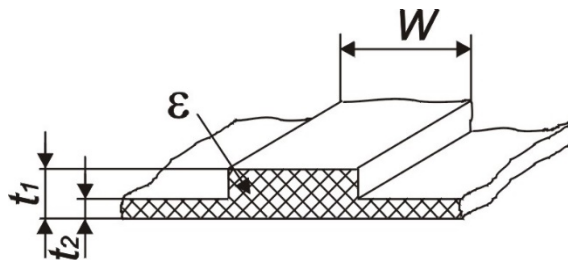


Рис. 1.3. Поперечний переріз гребневого хвилеводу.

Особливості спектра власних хвиль визначають вигляд дисперсійних залежностей. Для деяких типів хвиль випромінювання («витік») може бути досить суттєвим. На рис. 1.4 представлена типова залежність величини постійної затухання найнижчої квазі-ТЕ-моди гребневого хвилеводу через зв'язок з ТМ-поверхневою хвилею. Як очевидно, залежність має явно резонансний характер.

Дисперсійні характеристики таких ліній передачі відрізняються від відповідних характеристик ІЗДВ та ПДВХ. На рис. 1.5 представлені типові дисперсійні характеристики гребневого хвилеводу при різних співвідношеннях характерних розмірів структури. Залежності носять монотонний характер і в розглянутому співвідношенні характерних розмірів та частоти не мають частоти відсічення.

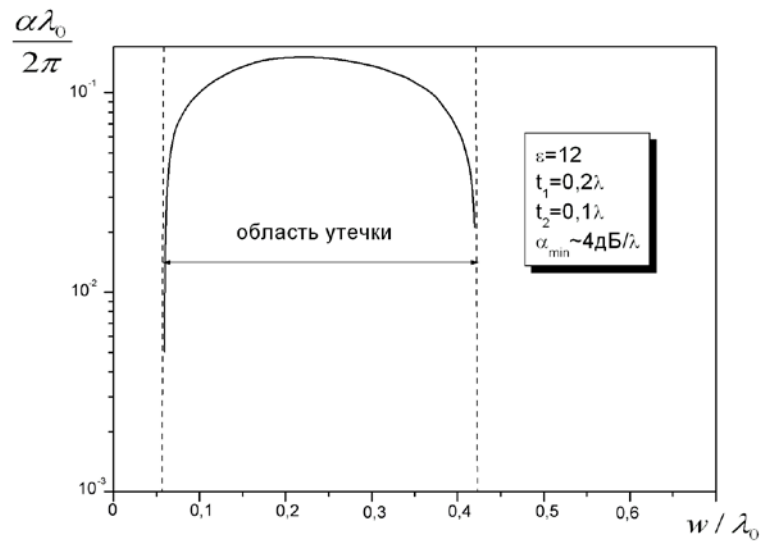


Рис. 1.4. Залежність постійної затухання від співвідношення.

Полосковий діелектричний хвилевод з металевою площиною (ПДВМ). У деяких застосуваннях важлива часткова екранізація підстилаючої діелектричної площини. Введення металізованої поверхні дозволяє змінити співвідношення між значеннями діелектричних проникностей робочих шарів. На рис. 1.6 представлений поперечний переріз такої лінії з відповідними позначеннями.

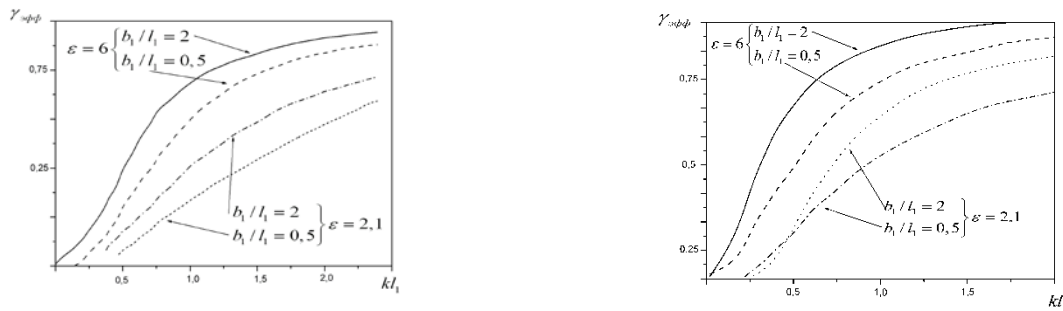


Рис. 1.5. Дисперсійні характеристики E_{11}^y -мод гребневих хвильоводів.

Характерною особливістю конструкції є співвідношення між значеннями діелектричних проникностей: $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$; $\varepsilon_2 > \varepsilon_3$. Таке співвідношення між значеннями забезпечує концентрацію енергії електромагнітного поля в шарі з діелектричною проникністю, безпосередньо під смужкою.

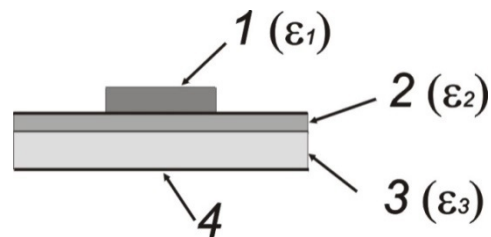


Рис. 1.6. Поперечний переріз полоскового діелектричного хвильоводу з металізованою площиною.

1 – діелектрична смужка; 2 – хвильоведучий шар; 3 – підкладка; 4 – заземлена площина.

На рис. 1.7 представлені дисперсійні характеристики для декількох нижчих типів розповсюджуваних хвиль. Вибір геометричних параметрів лінії та матеріальних сталей дозволяє реалізувати одномодовий режим роботи з малим значенням затухання [14].

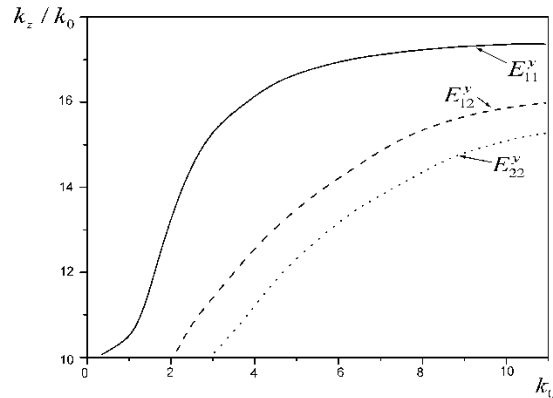


Рис. 1.7. Дисперсійна характеристика ПДВМ.

Інверсний полосковий діелектричний хвилевод (ІПДВ). Конструкція ІПДВ є природним розвитком ідеї використання діелектричної смужки для обмеження області поширення електромагнітної хвилі всередині планарного діелектричного шару [15]. На рис. 1.8 представлено поперечний переріз лінії з системою позначень.

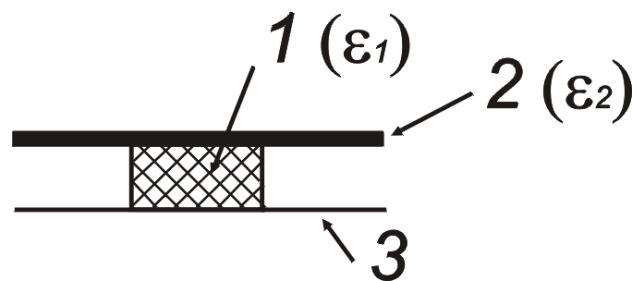


Рис. 1.8. Поперечний переріз ІПДВ

Зміна структури лінії дозволяє ефективно керувати функцією коефіцієнта уповільнення при зміні співвідношення товщини підкладки та хвилеведучого шару. Із зростанням цього співвідношення вплив металевої площини суттєво зменшується, і коефіцієнт уповільнення прагне до певної межі. При зменшенні товщини смужки ІПДВМ може виникнути витік енергії у формі поверхневої хвилі, що поширюється по планарному діелектричному шару. Витік із

«центральної» області в «бокову» може відбутися через переотраження на межі цих областей, якщо робочий тип хвилі взаємодіє з ортогональним типом, що має більший коефіцієнт уповільнення. На рис. 1.9 представлена типова характеристика затухання найнижчої квазі-ТЕ-моди ПДВМ через зв'язок із ТМ-поверхневою хвилею. Очевидно, що характеристика має квазіперіодичний резонансний характер. Причому параметр періодичності $w/\lambda_0 \sim 0,5$.

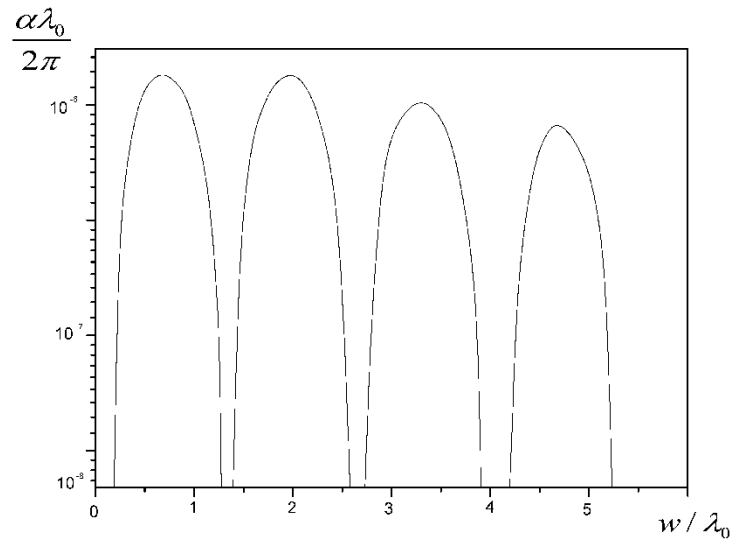


Рис.1.9.Характеристика постійної затухання від параметра w/λ_0 .

Розділ 2. СУЧАСНІ ЧИСЕЛЬНІ МОДЕЛІ

Актуальність комп'ютерних технологій у техніці та електроніці НВЧ і КВЧ діапазонів обумовлена тим, що в разі дослідження складних конструкцій використання аналітичних методів дуже ускладнене, а в більшості випадків просто неможливе. На початку 90-х років комп'ютерним технологіям приділялося мало уваги, оскільки обчислення можна було проводити на так званих «суперкомп'ютерах». Наразі, коли потужність звичайних ПК зросла до десятків мільйонів операцій на секунду, комп'ютерне моделювання стало основною технологією для аналізу та проектування інтегральних систем.

Як відомо, чисельні моделі у техніці та електроніці НВЧ характеризуються великою кількістю варійованих параметрів: вид фізичної моделі, математична модель методу, точність (що впливає на час моделювання), тип результату на виході та інші. Ці параметри є основою для визначення і вибору відповідного методу під час формулювання конкретної задачі. Існує декілька чисельних методів розрахунку електродинамічних процесів у техніці та електроніці НВЧ:

- метод моментів (Method of Moments або MOM);
- метод скінченних елементів (Finite Element Method або FEM);
- метод сіток (метод скінченних різниць);
- метод мінімальних автономних блоків;
- метод колокацій;
- метод скінченних різниць у просторовій і часовій областях (Finite-Difference Time-Domain або FDTD).

У загальному випадку основна ідея цих методів полягає у переході від континуального простору до дискретного. Для цього досліджуваний об'єкт дискретизується (тобто розбивається на кінцеву кількість одиниць: об'єму, площі, відрізка залежно від розмірності методу, які називаються елементами

матриці дискретизації), і в кожному елементі розв'язуються рівняння (відповідно до фізичної моделі), що враховують їхню взаємодію.

2.1. Метод моментів

Метод моментів (ММ) був розроблений у 1960 році Роджером Гаррінгтоном. Основою методу є розрахунок електродинамічних характеристик досліджуваного об'єкта за відомим розподілом густини струму на поверхні провідників. Математична модель полягає в тому, що інтегральні рівняння шляхом дискретизації об'єкта перетворюються в алгебраїчні, які чисельно розв'язуються за допомогою комп'ютера.

У найвужчому сенсі метод моментів використовує ступінчасті функції як базисні функції базису та дельта-функції як тестові функції. Однак вибір базисних функцій і функцій тестування може бути значно гнучкішим.

Формальну процедуру методу моментів можна представити у вигляді. Припустимо, що інтегральне рівняння подається у вигляді:

$$\int_D G(r, r') f(r') dr' = \rho(r), \quad r \in D, \quad (2.1)$$

де G — це функція Гріна, а ρ — відомий член "збудження". Перший крок у методі моментів полягає в розкладанні невідомої функції f у термінах лінійної комбінації відомих базисних функцій $\phi_n(r)$ з $n = 1, 2, \dots, N$.

$$f(r) = \sum_{n=1}^N c_n \phi_n(r) \quad (2.2)$$

де c_n — невідомі коефіцієнти. Після підстановки (1.2) в (1.1) ми отримуємо:

$$\sum_{n=1}^N c_n \int_D G(r, r') f(r') dr' = \rho(r) \quad (2.3)$$

Другий крок полягає в виділенні внутрішніх добутків у (2.3) з тестовими функціями $\eta_m(r)$, $m = 1, 2, \dots, N$. У результаті отримуємо:

$$\sum_{n=1}^N K_{mn} c_n = b_m \quad (2.4)$$

де

$$K_{mn} = \left\langle \eta_m(r) \int_D G(r, r') \phi_n(r') dr' \right\rangle \quad (2.5)$$

$$b_m = \left\langle \eta_m(r), \rho(r) \right\rangle \quad (2.6)$$

Символ $\langle \rangle$ вказує на внутрішній добуток і зазвичай є інтегралом щодо r в області D . Рівняння (1.4) є системою лінійних рівнянь розмірністю $N \times N$.

Існує кілька підходів до вибору базисних функцій $\phi_n(r)$ і тестових функцій $\eta_m(r)$. Один з найпростіших — це вибір так званим методом узгодження в точках.

У цьому методі здійснюється наступний вибір:

$$\phi_n(r) = U(r_n) = \begin{cases} 1, & r \in [r_n - \Delta / 2, r_n + \Delta / 2] \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

$$\eta_m(r) = \delta(r - r_m),$$

де U — одинична імпульсна функція, яка дорівнює нулю поза вузьким діапазоном D навколо точки дискретизації r_n в області, і δ — дельта-функція Дірака.

Очевидно, що якщо величина $|D|$ достатньо мала, то:

$$K_{mn} = G(r_m, r_n) |D| \quad (2.7)$$

$$b_m = \rho(r_m) \quad (2.8)$$

Завдяки такому вибору цих функцій, жодні інтегральні операції не потрібні. Отже, аналітична попередня обробка надзвичайно проста. Ціна, яку

доводиться платити за цю простоту, — великий розмір матриці N для отримання точних рішень. Цей метод абсолютно незалежний від виду структури і може застосовуватися до великого класу геометрій з довільною формою.

2.2. Метод кінцевих різниць (метод сіток)

Метод кінцевих різниць (finite difference method) [1] можна найкраще ілюструвати за допомогою задачі, що характеризується двовимірним рівнянням Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (2.9)$$

Узагальнення до тривимірної задачі є більш складним, але воно безпосередньо впливає з попереднього. За допомогою методу кінцевих різниць область, що цікавить, ділиться на сітчасті області, розділені на точках відстанню h . Замість безпосереднього вирішення рівняння (2.9) цей метод передбачає знаходження рішення для дискретних областей.

Нехай початок координат розташовано в точці A (рис. 2.1).

Потенціали з ϕ_C , ϕ_D і ϕ_E в точках B , C , D і E можуть бути виражені за допомогою розкладу в ряд Тейлора:

$$\phi_B = \phi_A + h \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_A + \frac{h^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_A + \frac{h^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \right)_A + O(h^4)$$

$$\phi_D = \phi_A - h \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_A + \frac{h^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_A - \frac{h^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \right)_A + O(h^4)$$

$$\phi_E = \phi_A + h \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_A + \frac{h^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right)_A + \frac{h^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial y^3} \right)_A + O(h^4)$$

$$\phi_C = \phi_A - h \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_A + \frac{h^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right)_A - \frac{h^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial y^3} \right)_A + O(h^4) \quad (2.10)$$

де ϕ_A дає величину потенціалу в точці A , а $O(h^4)$ є величина порядку h^4 .

Виберемо початок координат, як показано на рис. 2.1.

Підсумовуючи рівняння (2.10), отримуємо:

$$\phi_B + \phi_C + \phi_D + \phi_E = 4\phi_A + h^2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right)_A + O(h^4) \quad (2.11)$$

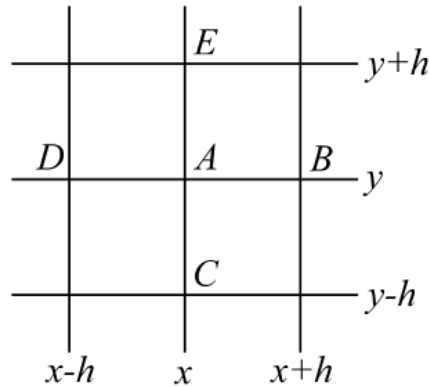


Рис. 2.1. Типова клітинка для двовимірного методу кінцевих різниць.

Другий член справа в (2.11) зникає, оскільки вимагається, щоб (2.1) виконувалося всюди.

Отже,

$$\frac{1}{4}(\phi_B + \phi_C + \phi_D + \phi_E) = \phi_A \quad (2.12)$$

є гарною апроксимацією (2.9), поки h досить мале, щоб знехтувати членом $O(h^4)$.

Кілька інших рівнянь отримуються, якщо точка A розташована на межі між двома середовищами [2]. В граничній точці ця величина f конкретизується безпосередньо, а її похідна конкретизується у вигляді кінцевих різниць або комбінацією двох раніше визначених [2].

Усі ці процедури повторюються в кожній точці сітки. У результаті отримуємо рівняння, яке в матричній формі записується як:

$$Mf = B \quad (2.13)$$

Справа стоїть вектор B , що містить інформацію, задану граничними точками. Легко видно з (2.13), що матриця коефіцієнтів M містить велику кількість нульових елементів і тільки діагональні та прилеглі елементи ненульові. З цієї причини, в більшості випадків, система (2.13) вирішується не за допомогою обертання матриці, а ітераційним методом. Кінцева схема, що називається послідовним методом верхньої релаксації, використовується для прискорення збіжності рішення.

Цей метод, як відомо, є найбільш неаналітичним. Попередня математична підготовка мінімальна, і метод може застосовуватися до широкого класу структур, включаючи несиметричні форми. Ціною цього є досить слабка числова ефективність. Існують деякі особливості при використанні методу для вирішення задач з відкритими межами, крім того, необхідно, щоб точки сітки лежали на межі.

2.3. Метод кінцевих елементів

Метод кінцевих елементів (Finite Element Method) [3-7] в деякому сенсі подібний до методу кінцевих різниць. Однак він має варіаційні особливості в алгоритмі і містить кілька гнучких властивостей.

У методі кінцевих елементів, замість часткових диференціальних рівнянь з граничними умовами, відповідні функціонали складають систему варіаційних виразів, що стосуються кожної з малих областей або об'ємів, що поділяють область, яка представляє інтерес. Зазвичай ці малі сегменти — багато кутники типу трикутників і прямокутників для двовимірних задач і тетраедричних елементів для тривимірних задач. Через таку дискретизацію не всі обмеження можуть бути накладені на форму структури.

Сутність цього методу ілюструється нижче для задачі рівняння Лапласа (2.9) у двовимірній області на рис. 2.2. Рішення (2.9), яке підкоряється граничній умові, еквівалентно мінімізації функціонала:

$$I(\phi) = (\phi, \nabla^2 \phi) = \iint_S \phi \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) dx dy = - \iint_S \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy. \quad (2.14)$$

Цей інтеграл виконується як сума вкладів з усіх малих багатокутних (трикутних у цьому прикладі) областей. У кожному багатокутнику f може бути апроксимована поліномом по x і y :

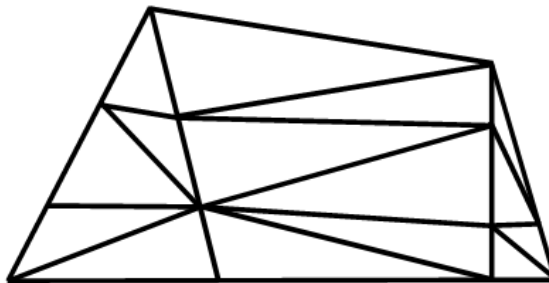


Рис. 2.2. Типове подрібнення поперечного перерізу в двовимірному аналізі методом кінцевих елементів.

$$\phi = a + a_x x + a_y y$$

Коефіцієнти a , a_x і a_y можуть бути виражені через значення ϕ_p в кожній вершині трикутника:

$$\phi_p = a + a_x x_p + a_y y_p, \quad p = i, j, k,$$

де нижній індекс $p = i, j, k$ ідентифікує три вершини. Оскільки лише a_x і a_y потрібні для обчислення (2.14), воно переписується як:

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{bmatrix}$$

Значення $I(f)$ для одного багатокутника

$$I_{ijk}(\phi) = \begin{bmatrix} \phi_i & \phi_j & \phi_k \end{bmatrix} A^t A \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{bmatrix} |\Delta S| \quad (2.15)$$

де індекс t вказує на операцію транспонування, а $|\Delta S|$ - площа багатокутника, рівна:

$$\Delta S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}$$

Для мінімізації $I_{ijk}(\phi)$ використовується метод Релея-Рітца у вигляді:

$$\frac{I_{ijk}}{\partial \phi_i} = \frac{I_{ijk}}{\partial \phi_j} = \frac{I_{ijk}}{\partial \phi_k} = 0 \quad (2.16)$$

Підстановка (2.15) в (2.16) призводить до результату:

$$A^t A \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{bmatrix} = 0$$

Коли цей процес застосовується до всіх багатокутників у S , отримуємо:

$$Z \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_N \end{bmatrix} = 0 \quad (2.17)$$

Оскільки деякі з ϕ_i , розташовані на межі, відомі, то рівняння (2.17) може бути вирішене щодо потенціалів у всіх внутрішніх точках. Алгоритми для вирішення хвильових рівнянь для двовимірних та тривимірних задач були розроблені в [8]. Одна з проблем методу кінцевих елементів — це існування так званих паразитних нулів. Такі нулі відповідають фізично неіснуючим хвильовим режимам структури. Точна причина цього явища ще не ясна. Існує кілька способів для того, щоб зменшити їхній вплив або взагалі виключити ці нулі. Зазвичай вони базуються на використанні варіаційного виразу, що містить додаткове обмеження у вигляді:

$$\nabla \bar{H} = 0 \quad (2.18)$$

З обережністю метод кінцевих елементів застосовується до задач з відкритою областю типу діелектричного хвилеводу. У багатьох випадках область, до якої метод застосовується, обмежена в кінцевому об'ємі. В деяких ситуаціях, наприклад, поблизу граничної частоти хвилеводу, таке обмеження неочевидно [6].

Згодом був запропонований метод граничних елементів [10,11]. Це - комбінація методу інтегрального рівняння та техніки дискретизації, подібної до алгоритму кінцевих елементів, що застосовується до межі. По суті, хвильове рівняння для об'єму перетворюється на інтегральне рівняння за допомогою тотожності Гріна. Поверхневі інтеграл дискретизуються на N сегментах, і їх розрахунок у кожному сегменті виконується після того, як величини поля апроксимуються многочленами.

Однією з переваг цього методу є зменшення необхідної пам'яті та часу обчислення, що впливає з зменшення розмірності.

2.4. Метод ліній

У цьому методі (method of lines) дві з трьох розмірностей дискретизуються для числової обробки, в той час як аналітичні вирази знаходяться в залишковій розмірності. Ідея цього методу пояснюється на прикладі простої двовимірної задачі знаходження сталої поширення мікросмушкової лінії, поперечний переріз якої представлений на рис. 2.3.

Спочатку дискретизується напрямок вздовж осі x — сукупністю N прямих ліній, паралельних до осі y , розділених з кроком h .

У випадку, коли частинна похідна за координатою x замінюється на різностну формулу, два скалярних потенціали ψ^e і ψ^h , необхідні для опису гібридного поля, повинні задовольняти рівнянню:

$$\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial y^2} + \frac{1}{h^2} [\psi_{i-1}(y) - 2\psi_i(y) + \psi_{i+1}(y)] + (k^2 - \beta^2) \psi_i(y) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.19)$$

Або в матричній формі,

$$h^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - [P - h^2(k^2 - \beta^2)I] \psi = 0, \quad (2.20)$$

де I - одинична матриця, а P - тридіагональна матриця, визначена граничними умовами при $x=0$ і $x=a/2$. Лінії дискретизації для ψ^e і ψ^h зміщуються на половину відстані $h/2$, щоб граничні умови виконувалися безумовно.

Важливою особливістю методу ліній є спосіб діагоналізації (2.20), щоб рівняння для визначення потенціалу можна було вирішити незалежно від кроку дискретизації i .

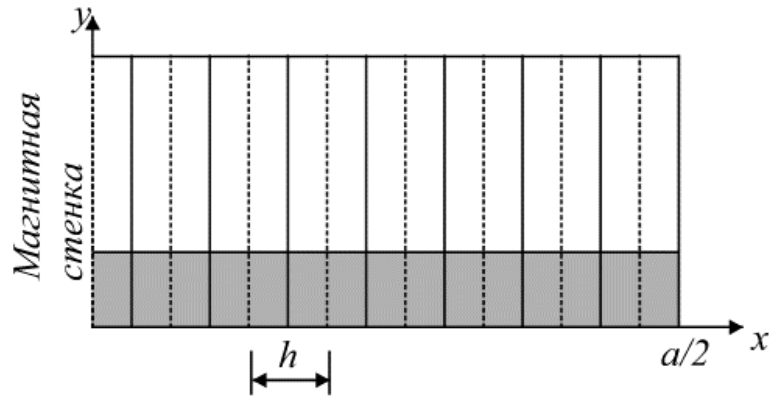


Рис. 2.3. Одна половина поперечного сечення мікрополоскової лінії для процедур методу ліній.

Це може бути виконано шляхом перетворення

$$T^t \psi = U, \quad (2.21)$$

де T позначає транспонування матриці T , яка є ортогональною матрицею і визначається граничними умовами.

Ці рівняння мають форму:

$$h^2 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - [\lambda_i - h^2(k^2 - \beta^2)] U_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.22)$$

де λ_i є власними значеннями матриці P .

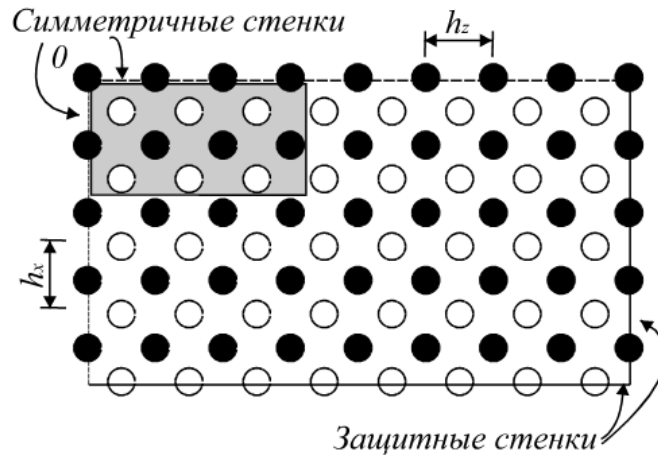


Рис. 2.4. Одна четверть взгляду зверху мікрополоскового резонатора для процедури методу ліній.

Рішення рівнянь у цій формі для двох скалярних потенціалів відомі для будь-якої однорідної області.

Виконання граничних умов на межі повітря-діелектрик та умови рівності нулю тангенціальних складових електричного поля на металевій смужці приводять до матричного рівняння:

$$R \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

де J_x і J_y - є розкладеннями струмів у кожній точці дискретизації.

Цей метод може бути поширений на тривимірну задачу дослідження мікрополоскового резонатора [25]. Замість узагальненої різницевої формули для похідних використовується пряма різницева формула для першої похідної потенціалу Y щодо змінної x .

У матричній системі позначень це вираз виглядає як:

$$h_x \frac{\partial \psi}{\partial x} \rightarrow D_x \psi$$

Матриця похідних — це дводіагональна матриця, і значення її елементів залежать від точності виконання граничних умов. За допомогою методу

перетворення ортогональних матриць, матриця перетворюється у діагональну форму.

Метод ліній застосовувався до ряду практично важливих застосувань, аналітичне дослідження яких досить складне для реальних структур.

Розділ 3. МОДЕЛЬ ОБЕРНЕНОГО ДІЕЛЕКТРИЧНОГО ХВИЛЕВОДА

3.1. Загальна схема побудови моделі

Розглядатимемо гібридну метало-діелектричну структуру — обернений діелектричний хвилевід, який є однією з різновидів діелектричного хвилеводу. Схематичне зображення структури з системою позначень представлено на рис. 3.1. Припускається, що металева площина має нескінченну провідність, діелектрики, що утворюють структуру, є однорідними та ізотропними, залежність від часового параметра приймається у вигляді $\exp(i\omega t)$

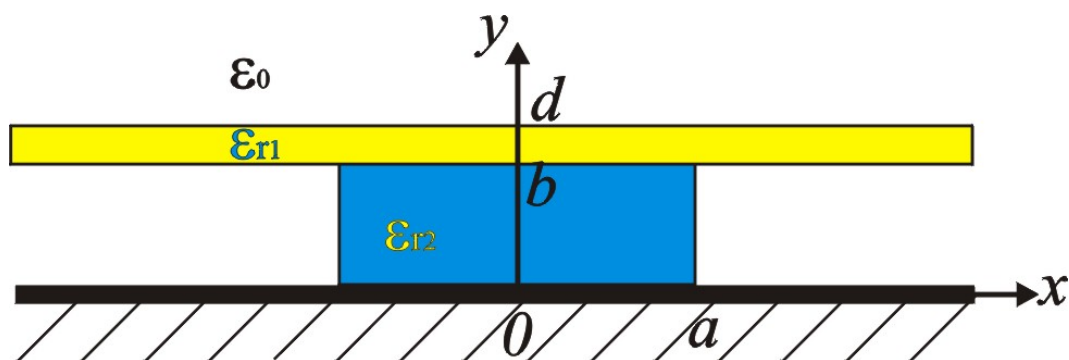


Рис. 3.1. Схематичне зображення структури

Здійснимо дискретизацію досліджуваної області за схемою методу сіток (кінцевих різниць). Для цього досліджувана область покривається рівномірною сіткою просторових координат x , y , z , а також часовою координатою t . Тобто залежність будь-якої компоненти електромагнітного поля $A = f(x, y, z, t)$ перетворюється на $A = f(i, j, k, n)$. Таким чином, маємо наступне перетворення: $f(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) \Rightarrow f(i, j, k, n)$, де Δx , Δy , Δz та Δt - кроки дискретизації по трьох координатах і часу відповідно. При цьому диференціальні рівняння перетворюються на алгебраїчні шляхом розкладу похідних за схемою кінцевих різниць. За такою схемою наближені значення похідних в кожному вузлі

координатної сітки визначаються, виходячи з значень компонент полів у сусідніх вузлах. Така операція виконується за допомогою шаблону типу "хрест", який являє собою конфігурацію розподілу таких вузлів. Елементарна осередок типу «хрест» для тривимірного випадку представлена на рис. 3.2.

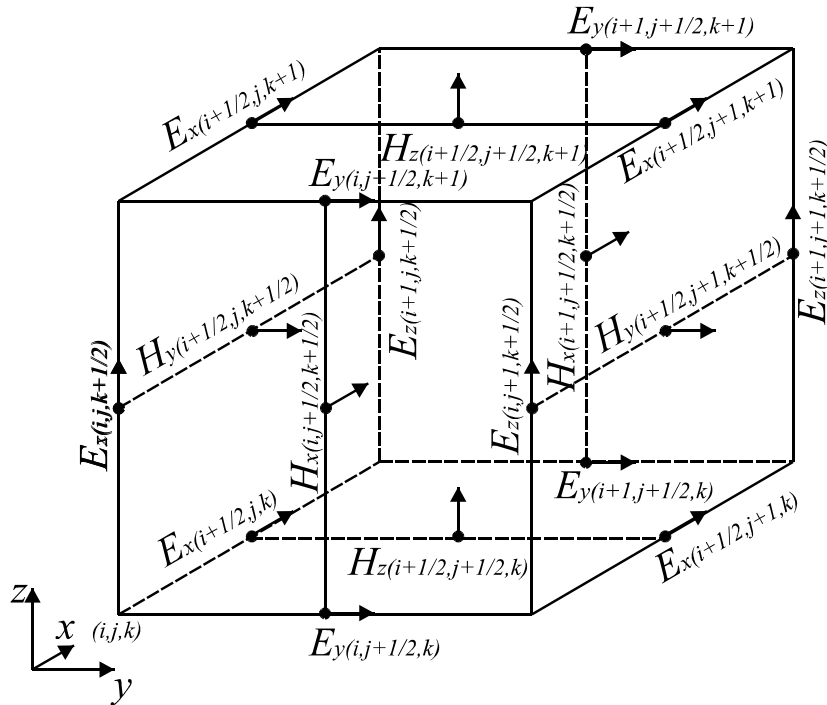


Рис. 3.2. Елементарна осередок типу «хрест» для тривимірного випадку

Представив ротори в рівняннях Максвелла в повній координатній формі декартової системи координат, отримуємо таку систему рівнянь:

$$\begin{aligned}
 \text{rot } \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \frac{\partial H_x}{\partial t} &= \frac{c}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right); & \frac{\partial E_x}{\partial t} &= \frac{c}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right); \\
 \text{rot } \vec{E} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{c}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right); & \frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{c}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right); \\
 & & \frac{\partial H_z}{\partial t} &= \frac{c}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right); & \frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{c}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right).
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Перетворивши рівняння (3.1) за схемою кінцевих різниць, отримуємо систему алгебраїчних рівнянь (3.2), яку можна розв'язати за допомогою обчислювальної техніки. Спочатку знехтуємо поверхневими струмами.

$$E_x^{n+1}(i+1/2, j, k) = E_x^n(i+1/2, j, k) + \frac{c \cdot \Delta t}{\varepsilon} \left[\frac{H_z^{n-1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^{n-1/2}(i+1/2, j-1/2, k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k-1/2)}{\Delta z} \right];$$

$$E_y^{n+1}(i, j+1/2, k) = E_y^n(i, j+1/2, k) + \frac{c \cdot \Delta t}{\varepsilon} \left[\frac{H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k-1/2)}{\Delta z} - \frac{H_z^{n-1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^{n-1/2}(i-1/2, j+1/2, k)}{\Delta x} \right];$$

$$E_z^{n+1}(i, j, k+1/2) = E_z^n(i, j, k+1/2) + \frac{c \cdot \Delta t}{\varepsilon} \left[\frac{H_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^{n-1/2}(i-1/2, j, k+1/2)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n-1/2}(i, j-1/2, k+1/2)}{\Delta y} \right].$$

$$H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) = H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) + \frac{c \cdot \Delta t}{\mu} \left[\frac{E_y^{n+1}(i, j+1/2, k+1) - E_y^{n+1}(i, j+1/2, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^{n+1}(i, j+1, k+1/2) - E_z^{n+1}(i, j, k+1/2)}{\Delta y} \right];$$

$$\begin{aligned}
H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) &= H_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) + \\
&+ \frac{c \cdot \Delta t}{\mu} \left[\frac{E_z^{n+1}(i+1, j, k+1) - E_z^{n+1}(i, j, k+1/2)}{\Delta x} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{E_z^{n+1}(i+1/2, j, k+1) - E_x^{n+1}(i+1/2, j, k)}{\Delta z} \right]; \\
H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) &= H_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) + \\
&+ \frac{c \cdot \Delta t}{\mu} \left[\frac{E_z^{n+1}(i+1, j, k+1) - E_z^{n+1}(i, j, k+1/2)}{\Delta x} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{E_z^{n+1}(i+1/2, j, k+1) - E_x^{n+1}(i+1/2, j, k)}{\Delta z} \right]; \tag{3.2}
\end{aligned}$$

На заключному етапі за допомогою такої форми подання кожне значення компоненти поля в момент часу $(n + 1)$ в відповідному вузлі розраховується на основі компонент поля в даному та сусідніх вузлах на момент часу n .

Критерієм збіжності методу є так званий критерій Куранта:

$$\Delta t \leq \frac{1}{c} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)^{-1/2}, \tag{3.3}$$

який пов'язує крок дискретизації по координатах Δx , Δy , Δz з кроком по часу Δt .

3.2. Урахування властивостей середовища

Властивості середовища та граничні умови задаються шляхом зміни параметрів рівнянь у конкретному вузлі. Наприклад, якщо моделюється ідеальний провідник, то в відповідних вузлах, що лежать на його поверхні, «зануляються» тангенціальні компоненти електричного поля. В свою чергу, при моделюванні діелектричного об'єкта в кожному окремому вузлі задається

окреме значення діелектричної проникності, а граничні умови в такому випадку формуються автоматично і не потребують уточнення. Тим не менш, для урахування властивостей середовища, таких як кінцева провідність, поляризація, гіротропія, основного алгоритму методу недостатньо.

3.2.1. Урахування омичних втрат

Одним із методів урахування кінцевої провідності середовищ, який запропоновано в цій роботі, є безпосередній розрахунок струмів провідності в рівняннях Максвелла.

У цьому випадку рівняння набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sigma \vec{E}; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Розкладаючи рівняння для компоненти електричного поля за схемою кінцевих різниць, отримуємо таку систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned} E_x^{n+1}(i+1/2, j, k) &= \frac{1 - \frac{4\pi\Delta t}{2\varepsilon}\sigma}{1 + \frac{4\pi\Delta t}{2\varepsilon}\sigma} E_x^n(i+1/2, j, k) + \\ &+ \frac{\frac{c \cdot \Delta t}{\varepsilon}}{1 + \frac{4\pi\Delta t}{2\varepsilon}\sigma} \left[\frac{H_z^{n-1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^{n-1/2}(i+1/2, j-1/2, k)}{\Delta y} - \right. \\ &\left. - \frac{H_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k-1/2)}{\Delta z} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_y^{n+1}(i, j+1/2, k) = & \frac{1 - \frac{4\pi\Delta t}{2\varepsilon}\sigma}{1 + \frac{4\pi\Delta t}{2\varepsilon}\sigma} E_x^n(i, j+1/2, k) + \\
& + \frac{\frac{c \cdot \Delta t}{\varepsilon}}{1 + \frac{4\pi\Delta t}{2\varepsilon}\sigma} \left[\frac{H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k-1/2)}{\Delta z} - \right. \\
& \left. - \frac{H_z^{n-1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^{n-1/2}(i-1/2, j+1/2, k)}{\Delta x} \right];
\end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}
E_z^{n+1}(i, j, k+1/2) = & \frac{1 - \frac{4\pi\Delta t}{2\varepsilon}\sigma}{1 + \frac{4\pi\Delta t}{2\varepsilon}\sigma} E_z^n(i, j, k+1/2) + \\
& + \frac{\frac{c \cdot \Delta t}{\varepsilon}}{1 + \frac{4\pi\Delta t}{2\varepsilon}\sigma} \left[\frac{H_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^{n-1/2}(i-1/2, j, k+1/2)}{\Delta x} - \right. \\
& \left. - \frac{H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n-1/2}(i, j-1/2, k+1/2)}{\Delta y} \right].
\end{aligned}$$

Однак при такому підході при $\frac{4\pi\Delta t}{2\varepsilon} \geq 1$ алгоритм буде розходитися, що накладає обмеження на величину провідності σ при визначеному значенні тимчасової дискретизації Δt . Наприклад, при $\Delta x, \Delta y, \Delta z = 10^{-5}$ м, за критерієм Куранта $\Delta t \leq 1.9 \cdot 10^{-14}$ с, провідність не може перевищувати $\sigma \leq 3.5 \cdot 10^5$ См/м, тобто вплив провідності таких широко використовуваних у техніці та електроніці матеріалів для надвисоких частот, як мідь ($\sigma \leq 5.88 \cdot 10^7$ См/м), срібло ($\sigma \leq 6.15 \cdot 10^7$ См/м) та золото ($\sigma \leq 4.15 \cdot 10^7$ См/м), не може бути розраховано. Ще одним важливим недоліком такого підходу є відсутність можливості врахувати залежність σ від частоти.

Іншим методом, який дозволяє проводити розрахунки структур з кінцевою провідністю, є граничні умови Леонтовича, адаптовані для використання в рамках методу сіток. На відміну від попереднього, цей метод дозволяє врахувати довільні значення провідності та її частотну залежність. До недоліків методу можна віднести те, що, по-перше, цей метод дозволяє розрахувати картину поля лише на поверхні провідників досліджуваної структури, тоді як поле всередині провідників не може бути обчислено, а по-друге — не може бути застосованим при $\Delta x, \Delta y, \Delta z < 10^{-7}$.

Суть методу полягає в наступному: замість безпосереднього розрахунку струму провідності сама провідність середовища обчислюється через комплексну діелектричну проникність $\varepsilon = \varepsilon' + \frac{\sigma}{j\omega}$; на межах об'єкта, який має провідність, записуються граничні умови Леонтовича, які зв'язують компоненти електричного та магнітного полів через поверхневий імпеданс:

$$\vec{E}_t(w) = Z_s(w) * [\vec{H}_t(w) \times \vec{N}], \quad (3.6)$$

де \vec{N} - вектор нормалі до поверхні провідника.

Поверхневий імпеданс можна виразити через провідність середовища:

$$Z_s(\omega) = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega\mu}{8\pi\sigma}} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{4\pi\sigma}}, \quad \text{тоді граничні умови Леонтовича можна}$$

переписати у вигляді:

$$\vec{E}_t(w) = Z'_s(w) * [jw\vec{H}_t(w) \times \vec{N}], \quad (3.7)$$

$$\text{де } Z'_s(\omega) = \sqrt{\frac{\mu}{4\pi j\omega\sigma}}.$$

Далі необхідно перетворити залежність від частоти всіх змінних рівняння (3.7) на залежність від часу, що можна зробити за допомогою оберненого перетворення Фур'є:

$$\vec{E}_t(w) = Z'_s(w) * \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{H}_t(t) \times \vec{N} \right], \quad (3.8)$$

$$\text{де } Z'_s(t) = \sqrt{\frac{\mu}{4\sigma\pi^2 t}}$$

Розкладаючи рівняння (3.8) за допомогою кінечно-розностної схеми, можна отримати дискретні граничні умови Леонтовича для кожної з компонент електричного поля. Для тривимірного випадку рівняння (3.8) матимуть вигляд:

$$E_x^{n+1}(i+1/2, j, k+1) = \sqrt{\frac{\mu}{4\sigma\pi^2(n\Delta t)}} * \left[\frac{\partial}{\partial(n\Delta t)} H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) \right] \times \\ \times N_z(i+1/2, j, k+1);$$

$$E_x^{n+1}(i+1/2, j+1, k) = \sqrt{\frac{\mu}{4\sigma\pi^2(n\Delta t)}} * \left[\frac{\partial}{\partial(n\Delta t)} H_z^n(i+1/2, j+1/2, k) \right] \times \\ \times N_y(i+1/2, j+1, k);$$

$$E_y^{n+1}(i, j+1/2, k+1) = \sqrt{\frac{\mu}{4\sigma\pi^2(n\Delta t)}} * \left[\frac{\partial}{\partial(n\Delta t)} H_x^n(i, j+1/2, k+1/2) \right] \times \\ \times N_z(i+1/2, j, k+1);$$

$$E_y^{n+1}(i+1, j+1/2, k) = \sqrt{\frac{\mu}{4\sigma\pi^2(n\Delta t)}} * \left[\frac{\partial}{\partial(n\Delta t)} H_z^n(i+1/2, j+1/2, k) \right] \times \\ \times N_x(i+1/2, j+1/2, k);$$

$$\begin{aligned}
E_z^{n+1}(i+1, j, k+1/2) &= \sqrt{\frac{\mu}{4\sigma\pi^2(n\Delta t)}} * \left[\frac{\partial}{\partial(n\Delta t)} H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) \right] \times \\
&\quad \times N_x(i+1, j, k+1/2); \\
E_z^{n+1}(i, j+1, k+1/2) &= \sqrt{\frac{\mu}{4\sigma\pi^2(n\Delta t)}} * \left[\frac{\partial}{\partial(n\Delta t)} H_x^n(i, j+1/2, k+1/2) \right] \times \\
&\quad \times N_y(i, j+1, k+1/2),
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Якщо визначити, що $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta l$ то, підставляючи (3.9) в (3.2) і представляючи згортку у вигляді суми по часу, отримуємо:

$$\begin{aligned}
H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) &= -\frac{c}{\mu\Delta l} \sqrt{\frac{\mu\Delta t}{4\pi^2\sigma}} \times \\
&\quad \times \left[N_z(i, j+1/2, k+1) + N_y(i, j+1, k+1/2) \right] \times \\
&\quad \times \sum_{m=0}^{n-1} \left[N_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - N_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) \right] Z_0(m) + \\
&\quad + \frac{c\Delta t}{\mu\Delta l} \left[E_z^{n+1}(i, j, k+1/2) - E_y^{n+1}(i, j+1/2, k) \right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) &= -\frac{c}{\mu\Delta l} \sqrt{\frac{\mu\Delta t}{4\pi^2\sigma}} \times \\
&\quad \times \left[N_z(i+1/2, j, k+1) + N_x(i+1, j, k+1/2) \right] \times \\
&\quad \times \sum_{m=0}^{n-1} \left[N_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - N_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) \right] Z_0(m) + \\
&\quad + \frac{c\Delta t}{\mu\Delta l} \left[E_x^{n+1}(i+1/2, j, k) - E_z^{n+1}(i, j, k+1/2) \right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^{n-1/2}(i+1/2, j+1/2, k) = & -\frac{c}{\mu\Delta l} \sqrt{\frac{\mu\Delta t}{4\pi^2\sigma}} \times \\
& \times \left[N_y(i+1/2, j+1, k) + N_x(i+1, j+1/2, k) \right] \times \\
& \times \sum_{m=0}^{n-1} \left[N_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - N_z^{n-1/2}(i+1/2, j+1/2, k) \right] Z_0(m) + \\
& + \frac{c\Delta t}{\mu\Delta l} \left[E_y^{n+1}(i+1, j+1/2, k) - E_x^{n+1}(i+1/2, j+1, k) \right],
\end{aligned} \tag{3.10}$$

де $Z_0(m)$ дискретний імпульсний відгук системи, який визначається як

$$Z_0(m) = \int_{m-1/2}^{m+1/2} \frac{1 - |\alpha - m|}{\sqrt{\alpha}} d\alpha. \quad Z_0(m) \text{ можна апроксимувати як:}$$

$$Z_0(m) \approx \sum_{p=1}^M a_p e^{\alpha_p m}, \text{ де } a_p \text{ і } \alpha_p \text{ - константи.}$$

З літературних джерел відомо, що апроксимацію імпульсного відгуку системи $Z_0(m)$ можна достатньо описати як $Z_0(m) \approx ae^{\alpha m}$, що значно зменшує обсяг необхідної для обчислень оперативної пам'яті. У такому випадку результати числових розрахунків збігаються з експериментальними результатами в межах 10% у діапазоні частот 1-180 ГГц.

Але, як було зазначено раніше, при моделюванні електродинамічних процесів за умови, що $\Delta x, \Delta y, \Delta z < 10^{-7}$, граничні умови Леонтовича вже не можуть бути використані. Таке обмеження виникає через те, що частота хвилі ω , яка поширюється в досліджуваному об'ємі, близька до плазмової частоти ω_p газу вільних електронів у металі. У такому випадку метал може стати структурою, яка має гіротропні властивості, які граничні умови Леонтовича не здатні врахувати.

Існує три основних методи, які дозволяють врахувати властивості металу при $\Delta x, \Delta y, \Delta z < 10^{-7}$: методи Друде, Дебая та Лоренца [12-14]. Однак

найточнішим і найширше використовуваним є метод Лоренца. Суть методу полягає в тому, що для опису властивостей газу вільних електронів у металі застосовується модель гармонійного осцилятора, властивості якого описуються наступним диференціальним рівнянням

$$\frac{\partial^2 \vec{P}(t)}{\partial t^2} + \nu \frac{\partial \vec{P}(t)}{\partial t} + w_p^2 \vec{P}(t) = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{w_p^2}{c} \vec{E}(t), \quad (3.11)$$

де $\vec{P}(t)$ - мікроскопічний вектор поляризації, ν - частота зіткнень електронів з кристалічною решіткою, ε_s - діелектрична проникність при $\omega = 0$, ε_∞ - діелектрична проникність при $\omega \rightarrow \infty$, а $\frac{\delta \vec{P}(t)}{\delta t} = \vec{J}(t)$ - струм провідності, який

входить в рівняння Максвелла. Розписуючи це рівняння за конечно-різницевою схемою, отримуємо наступну систему алгебраїчних рівнянь:

$$J^{n+1/2} = \frac{(1 - \nu \Delta t / 2)}{(1 + \nu \Delta t / 2)} \cdot J^{n-1/2} + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\Delta t / c)}{(1 + \nu \Delta t / 2)} w_p^2 E^n - \frac{\Delta t}{(1 + \nu \Delta t / 2)} w_p^2 P^n; \quad (3.12)$$

$$P^{n+1} = P^n + \Delta t \cdot J^{n+1/2}.$$

Система рівнянь (3.12) повинна бути розрахована для кожної елементарної осередки, яка міститься як на поверхні, так і всередині металевго об'єкта, на рівні з основними рівняннями методу сіток, що дозволяє врахувати властивості металевих об'єктів у субміліметровому та терагерцовому діапазонах.

3.2.2. Урахування втрат у діелектриках

Для урахування втрат у діелектриках у вузькому діапазоні частот, у межах якого можна вважати, що комплексна діелектрична проникність середовища не залежить від частоти, можна застосовувати систему рівнянь (3.10), виразивши

провідність σ через уявну частину діелектричної проникності $\sigma = \frac{\omega}{c} \varepsilon''$, однак у широкому частотному діапазоні частотною дисперсією діелектричної проникності знехтувати неможливо.

Основи методу урахування таких властивостей діелектриків були частково описані в [27]. На основі підходу, який описано в [27], пропонується метод розрахунку втрат у діелектрику з урахуванням дисперсії діелектричної проникності та провідності. Суть методу полягає в тому, що вектор індукції подається у вигляді рекурсивної згортки

$$\vec{D}(t) = \varepsilon \vec{E}(t) + 4\pi \int_0^t (t - \tau) \chi(\tau) d\tau, \quad (3.13)$$

де ε_∞ - діелектрична проникність при $\omega \rightarrow \infty$, а χ - сприйнятливність середовища. Для застосування формули (3.13) слід перейти від неперервного часу до дискретного. Вважаючи, що $t = n\Delta t$, отримуємо:

$$\vec{D}^n = \varepsilon_\infty \vec{E}^n + 4\pi \int_0^{n\Delta t} \vec{E}(n\Delta t - \tau) \chi(\tau) d\tau. \quad (3.14)$$

Беручи до уваги, що поле $\vec{E} = 0$ та індукція $\vec{D} = 0$ при $t < 0$, інтеграл в рівнянні (3.14) може бути представлений сумою:

$$\vec{D}^n = \varepsilon_\infty \vec{E}^n + 4\pi \sum_{m=0}^{n-1} E^{n-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau. \quad (3.15)$$

Підставляючи останнє рівняння в перше рівняння системи (3.1) та розкладаючи за кінцево-різностною схемою, отримуємо:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{c\Delta t} \left\{ \varepsilon_\infty \vec{E}_y^{n+1}(i, j+1/2, k) - \varepsilon_\infty \vec{E}_y^n(i, j+1/2, k) + \right. \\
& + 4\pi \vec{E}_y^n(i, j+1/2, k) \int_0^{\Delta t} \chi(\tau, i, j, k) d\tau + \\
& \left. + 4\pi \sum_{m=0}^{n-1} \vec{E}^{n-m}(i, j+1/2, k) \left[\int_{(m+1)\Delta t}^{(m+2)\Delta t} \chi(\tau, i, j, k) d\tau - \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau, i, j, k) d\tau \right] \right\} = \\
& = \frac{1}{\Delta z} \left[\vec{H}_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - \vec{H}_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k-1/2) \right] - \\
& - \frac{1}{\Delta x} \left[\vec{H}_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - \vec{H}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k) \right] + \\
& + \frac{2\pi}{c} \sigma(i, j, k) \cdot \left[\vec{E}_y^{n+1}(i, j+1/2, k) + \vec{E}_y^n(i, j+1/2, k) \right]. \tag{3.16}
\end{aligned}$$

Для спрощення запису можна ввести додаткові позначення:

$$\begin{aligned}
\chi_m(i, j, k) &= \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau, i, j, k) d\tau; \quad \chi_0(i, j, k) = \int_0^{\Delta t} \chi(\tau, i, j, k) d\tau; \\
\Delta\chi_m(i, j, k) &= \chi_m(i, j, k) - \chi_{m+1}(i, j, k). \tag{3.17}
\end{aligned}$$

Підставляючи рівняння (3.17) в (3.16) і розв'язуючи його відносно $\vec{E}_y^{n+1}(i, j+1/2, k)$, отримуємо:

$$\begin{aligned}
\vec{E}_y^{n+1}(i, j+1/2, k) = & \frac{\varepsilon_\infty(i, j, k) - 2\pi\Delta t\sigma(i, j, k)}{\varepsilon_\infty(i, j, k) + 2\pi\Delta t\sigma(i, j, k) + 4\pi\chi_0(i, j, k)} \vec{E}^n(i, j+1/2, k) + \\
& + \frac{c\Delta t}{\varepsilon_\infty(i, j, k) + 2\pi\Delta t\sigma(i, j, k) + 4\pi\chi_0(i, j, k)} \times \\
& \times \left\{ \frac{1}{\Delta z} \left[\vec{H}_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - \vec{H}_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k-1/2) \right] - \right. \\
& - \frac{1}{\Delta x} \left[\vec{H}_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - \vec{H}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k) \right] + \\
& + \frac{4\pi\Delta t}{\varepsilon_\infty(i, j, k) + 2\pi\Delta t\sigma(i, j, k) + 4\pi\chi_0(i, j, k)} \times \\
& \left. \times \sum_{m=0}^{n-1} \vec{E}^{n-m}(i, j+1/2, k) \Delta\chi_m(i, j, k) \right\}.
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Вирази для \vec{E}_x і \vec{E}_z компонент електричного поля можна отримати аналогічним способом. У свою чергу, рівняння для компонент магнітного поля залишаються тими ж самими, що і в (3.2). Можна зауважити, що коли діелектрична проникність не залежить від частоти, тобто при $\chi_m(i, j, k) = 0$, рівняння (3.2) і (3.18) збігаються.

Дисперсію діелектричної проникності діелектриків можна визначити за формулою Дебая:

$$\varepsilon(w) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega t_0}. \tag{3.19}$$

У такому випадку сприйнятливість середовища залежно від частоти описується другим додатком рівняння (3.19).

$$\chi(w) = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega t_0}. \tag{3.20}$$

Далі необхідно перетворити залежність від частоти рівняння (3.20) на залежність від часу, що можна зробити за допомогою оберненого перетворення Фур'є:

$$\chi(t) = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{t_0} \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right) U(t), \quad (3.21)$$

де $U(t)$ - функція Хевісайда, ε_s - діелектрична проникність при $\omega = 0$, а t_0 час релаксації. Далі, розуміючи, що $t = n\Delta t$, $x = i\Delta x$, $y = i\Delta y$, $z = i\Delta z$ і підставляючи (3.21) в (3.17), можна отримати:

$$\begin{aligned} \chi_0(i, j, k) &= (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{t_0}\right) \right]; \\ \Delta\chi_m(i, j, k) &= (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \exp\left(-\frac{m\Delta t}{t_0}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{t_0}\right) \right]^2. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Підставляючи рівняння (3.22) в (3.18), можна врахувати залежність дійсної та уявної частин діелектричної проникності досліджуваного середовища від частоти.

3.2.3. Абсолютно-поглинальні умови (PML)

Окремим завданням є створення так званих абсолютно поглинальних умов на межах досліджуваного об'єму, тобто — моделювання відкритого простору. Оскільки досліджуваний об'єм неможливо зробити нескінченним через обмеження обчислювальної техніки, а деякі розрахунки можуть бути пов'язані з розв'язанням відкритих задач, такі умови є вкрай необхідними.

Існує багато підходів до вирішення цієї проблеми, як-от метод Мура (Mur) або Ляо (Liao), проте найкращим з них є метод Беренжера (Berenger) — Perfectly Matched Layer (PML) [24]. Суть методу полягає в тому, що на межах досліджуваного об'єму додається певна кількість додаткових шарів, у яких від

шару до шару специфічним чином змінюється коефіцієнт поглинання електромагнітного випромінювання. У свою чергу кожне з рівнянь системи (3.1) розкладається на два, як показано у (3.10), і в кожному з рівнянь вводиться окремий розподіл коефіцієнта поглинання ($\sigma_j \dot{\epsilon} \sigma_i^*$), що залежить від довжини хвилі електромагнітного випромінювання та орієнтації окремого PML-шару.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_{xy}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \right] - 4\pi\sigma_y E_{xy}; & \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} \right] - 4\pi\sigma_y^* H_{xy}; \\
\frac{\partial E_{xz}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (H_{yz} + H_{yx})}{\partial z} \right] - 4\pi\sigma_z E_{xz}; & \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (E_{yz} + E_{yx})}{\partial z} \right] - 4\pi\sigma_z^* H_{xz}; \\
\frac{\partial E_{yz}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (H_{xy} + H_{xz})}{\partial z} \right] - 4\pi\sigma_z E_{yz}; & \frac{\partial H_{yz}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (E_{xy} + E_{xz})}{\partial z} \right] - 4\pi\sigma_z^* H_{yz}; \\
\frac{\partial E_{yx}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (H_{zx} + H_{xy})}{\partial x} \right] - 4\pi\sigma_x E_{yx}; & \frac{\partial H_{yx}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (E_{zx} + E_{xy})}{\partial x} \right] - 4\pi\sigma_x^* H_{yx}; \\
\frac{\partial E_{zx}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (H_{yz} + H_{yx})}{\partial x} \right] - 4\pi\sigma_x E_{zx}; & \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (E_{yz} + E_{yx})}{\partial x} \right] - 4\pi\sigma_x^* H_{zx}; \\
\frac{\partial E_{zy}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (H_{xy} + H_{xz})}{\partial y} \right] - 4\pi\sigma_y E_{zy}; & \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} &= \frac{c}{\epsilon} \left[\frac{\partial (E_{xy} + E_{xz})}{\partial y} \right] - 4\pi\sigma_y^* H_{zy}.
\end{aligned}$$

(3.23)

Система рівнянь (3.23) розкладається за кінцево-різницевою схемою та обчислюється в кожній точці додаткового PML-шару замість основної системи рівнянь Максвелла.

У загальному випадку розподіл коефіцієнта поглинання має експериментальний характер і описується формулою [25].

$$\sigma(p) = -\frac{\epsilon\Delta t \cdot \ln[R(0)] \cdot \left[(2p+1)^3 - (2p-1)^3 \right]}{16\Delta x \cdot N^3}, \quad (3.24)$$

де c – швидкість світла у вакуумі, p – значення номера PML-шару, N – кількість шарів, $R(0)$ – коефіцієнт відбиття від першого шару (припустимо, що це

значення дорівнює $R(O) = 10^{-4}$. Коефіцієнт відбиття від меж досліджуваного об'єму при застосуванні цього методу досягає $R \approx 0,001\%$, тобто -100 дБ щодо амплітуди основного сигналу.

3.3. Чисельна модель інверсного діелектричного хвилеводу

Чисельна модель структури складалася з таких основних частин:

- Алгоритм методу сіток (кінцево-різницевий) — основний алгоритм розв'язання рівнянь Максвелла;
- Модель урахування втрат на металевих поверхнях, створена на основі адаптованих граничних умов Леонтовича, приведених до 3D-випадку в рамках даної роботи;
- Модель урахування втрат і дисперсії в діелектрику, побудована з урахуванням провідності. Було запропоновано визначати дисперсію діелектричної проникності діелектриків за формулою Дебая;
- Модель імітації відкритого простору, заснована на моделі абсолютно поглинаючих умов PML.

Параметри чисельної моделі методу були обрані таким чином:

- Розміри досліджуваного об'єму L_x, L_y, L_z були обрані більшими за максимальну довжину хвилі сигналу, який поширюється у хвилевідній структурі ($L_x, L_y, L_z > 5\lambda$);
- Час розрахунку $T = n\Delta t$, де n — кількість моментів часу, а Δt — крок за часом, було обрано більшим за період перехідних процесів у хвилевідній структурі;
- Для усунення відбиття електромагнітних хвиль від меж досліджуваного об'єму, тобто для імітації безвідбиткової камери, на цих межах було задано 20 шарів PML;

- Середній геометричний розмір неоднорідностей було обрано рівним $L_H = 5$ мкм;
- Для зменшення похибок, які можуть виникати через скінченність кроку дискретизації в декартових координатах $\Delta l = \Delta x, \Delta y, \Delta z$, розрахунки проводилися за умови, що $\lambda_L > 10\Delta l$, де λ_L – найменша довжина хвилі, що поширюється в досліджуваному об’ємі; для визначення залежності амплітуди сигналу від частоти, у більшості випадків після проведення розрахунку в відповідних точках обчислювалося обернене перетворення Фур’є сумарного коливання, деякого дискретного спектра.

Розділ 4. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНОГО ЕКСПЕРЕМЕНТУ

Матеріал, викладений у розділі 3, дозволив створити модель для дослідження характеристик оберненого діелектричного хвилеводу. Програмна реалізація моделі складається з окремих програмних блоків, які виконують розрахунок певних характеристик (параметрів). Для тестування працездатності цих блоків та реалізації звичайного різницевого підходу (методу сіток) для вирішення задачі загалом було проведено тестування кожного блоку та всього алгоритму на прикладі двох типів гібридних структур: ізолюваного дзеркального діелектричного хвилеводу та екранованого діелектричного хвилеводу. Отримані результати порівнювалися з результатами, отриманими іншими методами, відомими з літературних джерел.

На рис. 4.1. показано дисперсійні характеристики екранованого діелектричного хвилеводу, розраховані в рамках досліджуваного підходу (суцільні лінії), та наведені дані, відомі з літератури [31] (штрихові лінії).

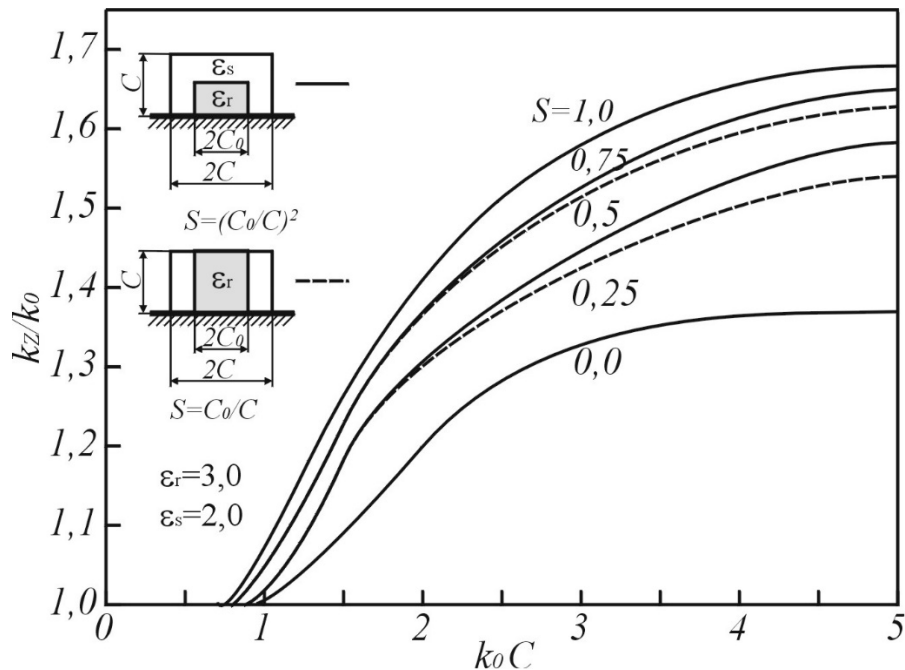


Рис. 4.1. Дисперсійні характеристики екранованого діелектричного хвилеводу

Як показує аналіз поведінки характеристик, при малих значеннях параметра k_0C (одноволновий режим роботи структури) обидві характеристики співпадають з графічною точністю. При збільшенні частотного параметра криві розходяться: максимальне розходження становить близько 4%. Таке розходження можна пояснити відповідними обмеженнями, прийнятими в роботі [31]: там використовувався модифікований метод телеграфних рівнянь. Хоча для практичних застосувань точність визначення величини сталої поширення в структурі в міліметровому діапазоні 5-10% є цілком прийнятною.

На рис. 4.2 наведені тестові розрахунки для іншого типу гібридної структури — ізолюваного дзеркального діелектричного хвилеводу. Суцільна крива — це розрахункові дані з використанням розробленого пакета, пунктирна крива — це дані з [26].

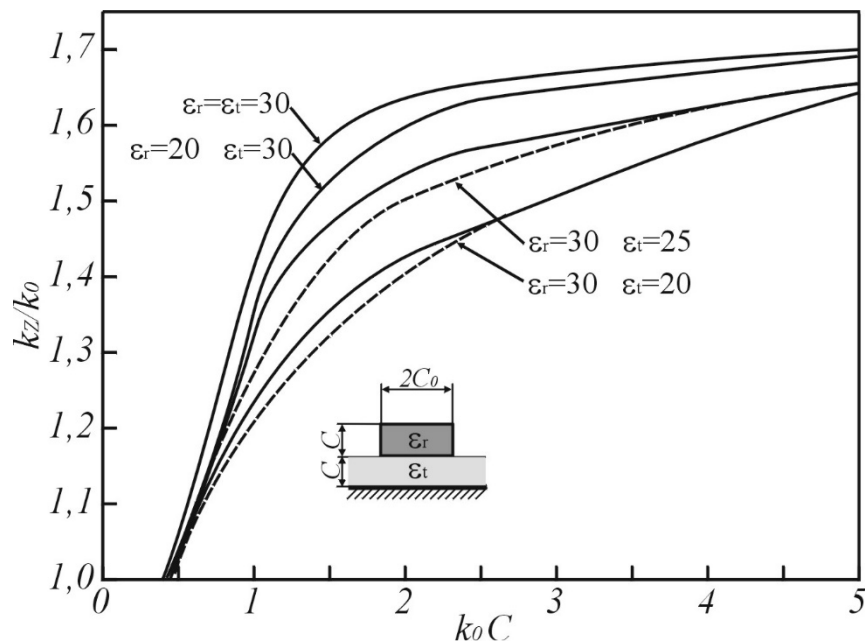


Рис. 4.2. Дисперсійні характеристики для ізолюваного дзеркального діелектричного хвилеводу

Як можна оцінити з графіків, у випадку ізолюваного дзеркального діелектричного хвилеводу практичний збіг спостерігається для малих і великих значень хвильового параметра. У певному інтервалі спостерігається розбіжність

до 6%. Цей ефект може бути пояснений тим, що в [26] не враховувався факт напіввідкритого простору та можливість поширення поверхневих хвиль у діелектричній підкладці.

Для інвертованого діелектричного хвилеводу проведено цикл чисельного моделювання залежності коефіцієнта уповільнення від одного з розмірів діелектричного стержня (його ширини). Розрахункові параметри порівнювалися з даними, відомими з літературних джерел ([33-36]). Слід зазначити, що в наведених даних є розбіжність у позначеннях геометричних розмірів ширини діелектричного стержня. Будемо вважати, що параметри C, t, a – є одним і тим самим розміром – шириною діелектричного стержня.

На рис. 4.3 представлені розрахункові дисперсійні залежності для хвиль типу E_{11}^y і E_{21}^y в інвертованому діелектричному хвилеводі зі значенням $\varepsilon_r = 2,54$ діелектричного стержня і співвідношенням $a/b = 2$. На цьому ж рисунку наведені відомі дані з [34,35] (пунктирна і штрих-пунктирна лінії).

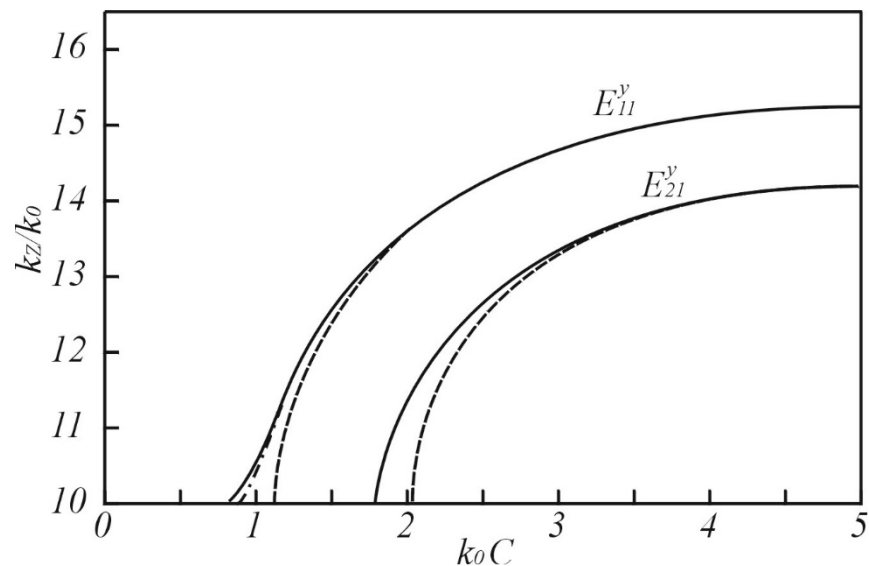


Рис. 4.3. Дисперсійні залежності для оберненого діелектричного хвилеводу

Очевидно, що збіг кривих у високочастотній області виявляється практично повним, а в низькочастотній області розбіжність результатів не перевищує 2%, що свідчить про надійність використовуваного алгоритму.

На рис. 4.4 представлені дві дисперсійні залежності для інвертованого діелектричного хвилеводу з характерними розмірами $a/b = 2$ ($t/b = 2$) в досить широкому частотному діапазоні. Одна з кривих є розрахунковою, а інша – відома з літературних джерел. Максимальна розбіжність результатів складає 1,5%. Таке значення є прийнятним з точки зору практичних застосувань.

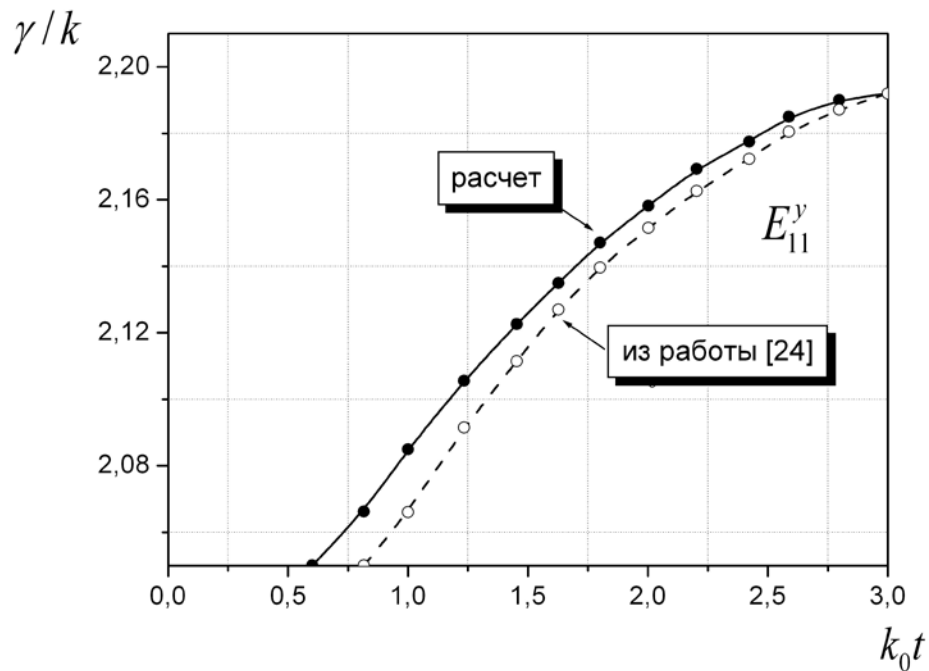


Рис. 4.4. Порівняльні дисперсійні характеристики

На рис. 4.5 представлені дисперсійні залежності досліджуваної структури для нижчих вироджених типів хвиль E_{11}^y і E_{11}^x , а також двох вищих вироджених типів E_{21}^y і E_{21}^x . Маркерами на кривих позначені розрахункові значення. Перетин кривих E_{11}^y і E_{21}^x свідчить про можливість взаємного перетворення одного типу хвиль в інший. Характерною особливістю оберненого діелектричного хвилеводу

є те, що коефіцієнт уповільнення хвилі E_{11}^x виявляється більшим порівняно з коефіцієнтом уповільнення хвилі E_{11}^y . Цей факт принципово відрізняє обернений діелектричний хвилевід від ізолюваного дзеркального діелектричного хвилеводу.

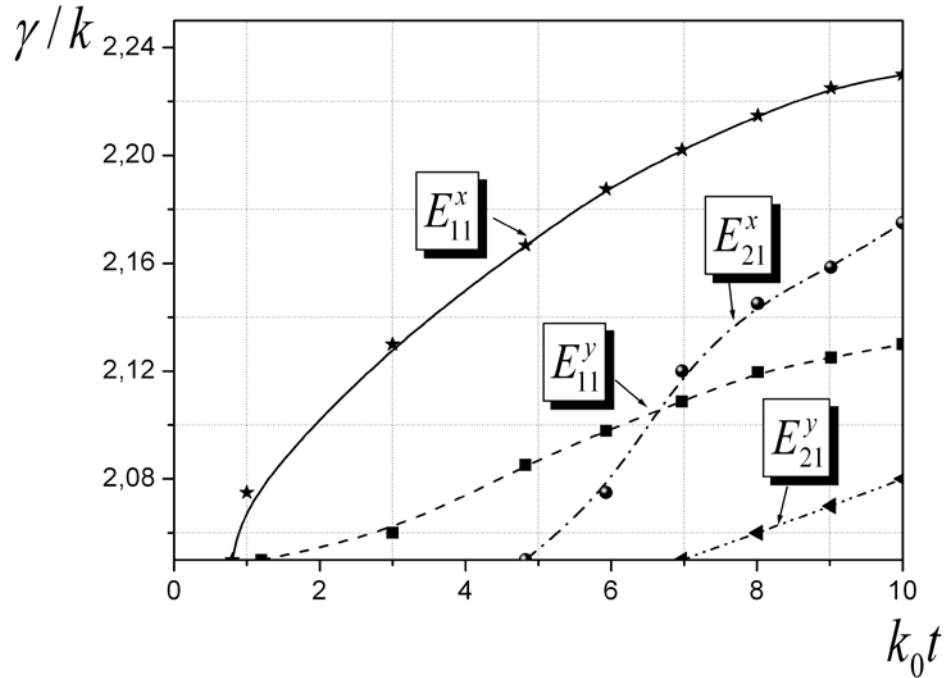


Рис. 4.5. Дисперсійні залежності оберненого діелектричного хвилеводу для вироджених типів хвиль

ВИСНОВКИ

Таким чином, під час виконання магістерської роботи були проведені наступні дослідження та отримані такі результати:

- досліджено загальні властивості металло-діелектричних структур різного формоутворення та проведено огляд методів побудови математичних моделей, що дозволяють досліджувати як спектри власних хвиль, так і фізичні особливості взаємодії власних хвиль з різного роду неоднорідностями;
- побудовано числову математичну модель в рамках методу сіток (методу кінцевих різниць) для ключової хвилевідної структури – інвертованого діелектричного хвилеводу;
- розроблено програмне забезпечення для реалізації методу сіток у задачі поширення власних хвиль в інвертованому діелектричному хвилеводі;
- проведено числовий експеримент по моделюванню характеристик структури;
- виявлено ряд характерних особливостей поширення власних хвиль в оберненому інвертованому хвилеводі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Hondros D., Debye P. Elektromagnetische Wellen an dielektrischen Drahten. Ann. der Phys.. – 1910. – bd. 32, №8. – P. 465.
2. Meriakri V.V., Parkhomenko M.P. Millimetre and submillimetre waves. - Electromagnetic waves and electronic systems. – 1996. – No. 1. – pp. 56-72.
3. Pogarsky S.A., Katrich V.A., Saprykin I.I., Shaulov E.A., Chumachenko V.A. Radiating system based on an isolated mirror dielectric waveguide / 9th International Crimean Conference ‘Microwave Engineering and Telecommunication Technologies’ (KryMiK0-99. Conference proceedings. Sevastopol, Crimea, Ukraine. – 1999. – Vol. 1. – pp. 213-214.
4. Vapne G.M., Glagolev B.S. Promising transmission lines for the EHF band / Reviews on electronic technology. Series 1. Microwave electronics. – 1986. – Issue 11 (1200). – Pp. 39–45.
5. Solbach K., Adeleck B. The traveling wave antenna / Electronic letters. – 1983. – Vol. 19, No 16. – P. 213-218.
6. Knox R.M. Dielectric waveguide integrated circuit an overview / IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.. – 1976. – Vol. MMT-24, No 6. – P. 806-814.
7. Solbach K.E. Band leaky wave antenna using dielectric image line with etched radiating elements / IEEE – MMT–S International Microwave Conference Digest. – 1986. – P. 214-216.
8. Vershinina L.N., Meriacri V.V. Dielectric strip waveguide for the shortwave part of the millimetre wave range / Radio Engineering and Electronics. – 1980. – Vol. 25. – No. 7. – Pp. 1348–1351.
9. Sotsky A.B., Stolyarov Yu.D., Sotskaya L.I. Untersuchung von kammförmigen dielektrischen Wellenleitern / Preprint Nr. 362. – Institut für Physik der Akademie der Wissenschaften der Weißrussischen SSR. Minsk. – 1985. – 50 S.

10. McLevige W., Itoh T., Mittra R. New waveguide structures for millimeter wave and optical integrated circuits / IEEE Trans. Microwave Theory and Techn. – 1975. – Vol. MTT-23, № 10. – P. 788-794.
11. Itoh T. Inverted strip dielectric waveguide for millimeter wave integrated circuits / IEEE Trans. on MTT. – 1976. - № 11. – P. 821-826.
12. Solbach K. The Fabrication of Dielectric Image Lines Using Casting Resins and Properties of the Lines in the Millimeter wave Rang. – IEEE Trans. on MTT, 1976, v. MTT-24, N11, p. 879-881.
13. Solbach K., Wolff I. The electromagnetic fields and the phase constants of dielectric image lines. Proc. of the Intern. Microwave Symp. IEEE, San Diego, USA, June 1977, 456 - 458 and Proc. of the URSI Conf. on Electromagnetic Wave Theory, Stanford Campus, California, USA, June 1977, pp. 82 - 88.
14. Solbach K., Wolff I. The electromagnetic fields and the phase constants of dielectric image lines / IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-26, no. 4, Apr. 1978, p. 266-274. Deutsche Forschungsgemeinschaft. 04/1978.
15. Solbach K. Measurement techniques for the attenuation constants of dielectric image lines in the millimeter-wave range. IEEE MTT-S Internat. Microwave Symp. Digest, Ottawa (Canada), 1978, 6, pp. 260 – 262.
16. Solbach K. The calculation and the measurement of the attenuation constants of dielectric image lines. Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik (AEÜ), 32, 1978, 8, pp. 321 - 328.
17. Solbach K. The measurement of the radiation losses in dielectric image line bends and the calculation of a minimum acceptable curvature radius. IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, MTT-27, 1979, 1, pp. 51 - 54.
18. Solbach K. The calculation and the measurement of the coupling properties of dielectric image lines of rectangular cross section. IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, MTT-27, 1979, 1, pp. 54 - 58.

19. Solbach K. E-band leaky wave antenna using dielectric image line with etched radiating elements. 1979 IEEE MTT-S Internat. Microwave Symp. Digest, Orlando (USA), 1979, 5, pp. 214 - 216.
20. Solbach K. Grating-tuner in dielectric image line for integrated millimeter-wave circuits. Proc. 9th European Conf., Brighton (England), Sept. 1979, pp. 458 - 462.
21. Solbach K. Slots in dielectric image line as mode launchers and circuit elements. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-29, No. 1, Jan. 1981, pp. 10 - 16.
22. Solbach K., Wolff I. Dielectric image line groove antennas for millimeter waves. Proc. IEE 2nd International Conf. on Antennas and Propagation, York, England, April 1981.
23. Solbach K., Wolff I. Slots as new circuit elements in dielectric image line. 1981 IEEE Internat. Microwave Symp. Digest, Los Angeles (USA), June 1981, pp. 8 - 10.
24. Solbach K. Millimeterwave dielectric image line detector-circuit employing etched slot structure. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-29, No. 9, 1981, pp. 953 - 957.
25. Solbach K., Wolff I. Dielectric image line groove antennas for millimeterwaves. Part I: Theoretical background. IEEE Trans. on Antennas and Propagation, AP-32, 1985, No. 5, pp. 690 - 696.
26. Solbach K., Wolff I. Dielectric image line groove antennas for millimeterwaves. Part II: Experimental verification. IEEE Trans. on Antennas and Propagation. AP-32 (1985), No. 5, pp. 697 - 706.
27. Heitmann, J. F. Theory and fabrication of dielectric image lines and measurements in the frequency range from 26.5 to 40 GHz / Nachrichtentechnische Zeitschrift, vol. 28, Aug. 1975, p. 279-284.

28. Gelsthorpe R.V., Williams N., Dawey N.M. Dielectric waveguide: a low-cost technology for millimeter wave integrated circuits / *The Radio and Electronic Engineer*, 1982, vol. 52, N 11/12, pp. 522-528.
29. Knox R.M., Toullos P.P. Integrated circuits for the Millimeter Through Optical Frequency Range. – *Proc. Symp. Subm. Waves*, N.Y., 1970, p. 497-516.
30. V.F. Vzyatsev, B.A. Ryabov. Range properties of waveguides for dielectric integrated circuits on a metal substrate. – In: *Design of Radio-Electronic Equipment / Proceedings of the Power Engineering Institute*, 1978, issue 360, pp. 31–35.
31. V.F. Vzyatsev, B.A. Ryabov. Bandbreiteneigenschaften von Wellenleitern mit hoher dielektrischer Permeabilität für dielektrische integrierte Schaltungen. – In: *Geräte und Technik für die Mikrowellenfrequenztechnik / Arbeiten des Energetikainstituts*, 1979, Ausgabe 397, S. 11–13.
32. Ryabov B.A. Untersuchung eines reflektierenden dielektrischen Wellenleiters für kleinformatige Geräte und integrierte Schaltungen im Millimeterwellenbereich / *Zusammenfassung der Doktorarbeit*. – MEI, 1980. – S. 19.
33. Toullos P.P., Knox R.M. Rectangular Dielectric Image Lines Using Casting Resins and the Properties of the Lines in the Millimeter wave Range. – *IEEE Trans/ on MTT*, 1976, v. MTT-24, N11, p. 879-881.
34. Ryabov B.A. Attenuation in reflective dielectric waveguides due to the finite conductivity of the metal substrate. – In: *Microwave Devices and Technology / Proceedings of the Power Engineering Institute*, 1979, issue 397, pp. 14–16:
- 35.1. Kroon D.J., van Nieuwland J.M. Techniques of propagation at millimetre and submillimetre wave lengths. – В кн.: Marlin D.H. *Spectroscopic techniques for far infra-red submillimetre and millimetre waves*. - Amsterdam, North-Holland Publ. Co., 1967, p. 308-380.

36. Shindo S., Itanami T. Low-Loss Rectangular Dielectric Image Line for Millimeter-Wave Integrated Circuits. – IEEE Trans. on MTT, 1978, v. MTT-26, N 10, p. 747-750.
37. Crombach U. Wellentypen auf einzelnen und gekoppelten dielektrischen wellenleitern. – Frequenz, 1985, B. 39, H. 1-2, S. 26-33.
38. Knox R.M., Toullos P.P., Howell J.Q. Radiation losses in carved dielectric image waveguides of rectangular cross section. – IEEE MTT-S, International Microwave Symposium, Boulder. CO, 1973, June, p. 25-27.
39. Gelsthorpe R.V., Williams N., Dawey N.M. Dielectric waveguide: a low-cost technology for millimeter wave integrated circuits. – The Radio and Electronic Engineer, 1982, vol. 52, N 11/12, p. 522-528.
40. Ryabov B.A. Optimierung dielektrischer Wellenleiter für integrierte Schaltungen im EHF-Bereich. – In: Fragen der optimalen Konstruktion von radioelektronischen Geräten / Arbeiten des MEI, 1980, Ausgabe 498, S. 43-49.
41. Gassanov L.G., Kosheva S.V., Sokolov G.E. Dispersion and propagation losses of electromagnetic waves in a dielectric waveguide on a combined substrate / Izvestiya VUZov. Radioelectronics. – 1987. – Vol. 30, No. 5. – pp. 51–52.
42. Williavs N., Rudge A.W. Development of a frequency scanned array: Technology Evaluation, Final report on MoD Contract. / ERA-IITRI. RF Technology Centre, Leatherhead/ June 1976.
43. R.K. Arora, S. Vijayaraghavan and R. Madhavan. "Modes of Propagation in a Coaxial Waveguide with Lossless Reactive Guiding Surfaces." 1972. Transactions on Microwave Theory and Techniques 20.3 (Mar. 1972 [T-MTT]): 210-214.
44. A.P. Orfanidis, G.A. Kyriacou and J.N. Sahalos. "A mode matching technique for the study of circular and coaxial waveguide discontinuities based on closed-

- form coupling integrals."2000 Transactions on Microwave Theory and Techniques 48.5 (May 2000 [T-MTT]):880-883.
- 45.R.E. McIntosh and L.J. Turgeon. "Propagation Along Transversely Inhomogeneous Coaxial Transmission Lines (Short papers)." 1973 Transactions on Microwave Theory and Techniques 21.3 (Mar. 1973 [T-MTT]): 139-142.
46. Marcatili E.A.J. Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics / BSTJ: 1969. - V. 48. – N.7. – P. 2071-2102.
47. Kovalenko A.N. Natural waves of microstrip lines // Izv. Vuzov. Radiofizika. – 1978. – Vol. 21, No. 2. – Pp. 188–194.
48. Veselov G.I., Platonov N.I., Ageev V.E. On the electromagnetic field near the edge of a conducting half-plane // Radio Engineering. – 1979. – Vol. 34, No. 7. – PP. 66–69.
49. Olver F. Bessel functions of integer order. – In: Handbook of Special Functions, 1979. – pp. 177–254.
- 48.W. Lawson. "Theoretical Mode Conversion in Overmoded Nonlinear Coaxial Waveguide Tapers." 1994 Transactions on Microwave Theory and Techniques 42.1 (Jan. 1994 [T-MTT]):127-131.
- 51.N.-E. Belhadj-Tahar and A. Fourier-Lamer. "Broad-Band Simultaneous Measurement of the Complex Permittivity Tensor for Uniaxial Materials Using a Coaxial Discontinuity." 1991 Transactions on Microwave Theory and Techniques 39.10 (Oct. 1991 [T -MTT]): 1718-1724.
- 52.N.-E. Belhadj-Tahar, A. Fourier-Lamer and H. de Chanterac. "Broad-Band Simultaneous Measurement of Complex Permittivity and Permeability Using a Coaxial Discontinuity." 1990 Transactions on Microwave Theory and Techniques 38.1 (Jan. 1990 [T-MTT]): 1-7.