Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна
Навчально-науковий інститут «Українська інженерно-педагогічна академія»
Кафедра Автоматизації, метрології та енергоефективних технологій

До захисту допущено
кафедрою АМЕТ *протокол №* ____ *від* _____

завідувач кафедри _____ Геннадій КАНЮК
(підпис) (ім'я, прізвище)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

здобувача першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
(першого (бакалаврського) / другого (магістерського))

Системи керування електроприводами основних механізмів роторного екскаватора продуктивністю 1700 м³/год з урахуванням взаємодії складних кінематичних ланцюгів. Тема комплексна. Спеціальна частина. Розробка та аналіз системи керування електроприводом механізму обертання колеса роторного екскаватора з застосуванням LQR-регулятора
(тема роботи)

Спеціальність 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
(назва освітньої програми)

Здобувач _____ Олексій АГЄЄВ
(підпис) (ім'я, прізвище)

Науковий курівник _____ Геннадій КАНЮК
(підпис) (ім'я, прізвище)

Харків – 2026

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна

Навчально-науковий інститут «Українська інженерно-педагогічна академія»

Кафедра Автоматизації, метрології та енергоефективних технологій

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Завідувач кафедри

_____
(ім'я, прізвище)

_____
(підпис)

«___»_____2026 р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувача _____першого (бакалаврського)_____ рівня вищої освіти
(першого (бакалаврського) / другого (магістерського))

_____Олексій АГЕЄВ_____
(прізвище, ім'я, по батькові здобувача)

Спеціальність 151 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
(назва освітньої програми)

1. Тема роботи Системи керування електроприводами основних механізмів роторного екскаватора продуктивністю 1700 м³/год з урахуванням взаємодії складних кінематичних ланцюгів. Тема комплексна. Спеціальна частина. Розробка та аналіз системи керування електроприводом механізму обертання колеса роторного екскаватора з застосуванням LQR-регулятора

керівник роботи _____Канюк Геннадій Іванович, д.т.н., професор_____
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по Університету від « 15 » грудня 2025 року
№ 4801-5/4400

2. Строк подання здобувачем роботи « 15 » червня 2026 року

3. Вихідні дані до роботи Проєктна продуктивність за об'ємом рихлої маси Q=1700 м^3/год; діаметр роторного колеса $D_р$=8 м; Бокова складова зусилля різання $F_б$=11,2·10^{6}Н; Питомий опір процесу копання $к_f$=0,8·10^6 кг/м^2; радіус різання R_0=66 м; кутова швидкість обертання поворотної платформи $\omega_{пл}$=0,8·10^{-2} с$^{-1}$; маса поворотної платформи $m_{пл}$=2450·10^3 кг; частота обертання ротора $\omega_р$=4,5 рад/хв; момент інерції поворотної платформи $J_{пл}$=100·10^7 кг.м^2; діаметр роликового круга $D_{кр}$=17 м, Перерегулювання швидкості за задавальним впливом 10%, час регулювання до 5 с.

4. Перелік питань, які потрібно розробити:
1) Аналіз вимог до систем керування основними механізмами роторних екскаваторів
2) Проєктування системи регулювання координат електроприводу
3) Дослідження динаміки системи з урахуванням пружних елементів
4) Синтез системи автоматичного керування з LQR-регулятором

5. План роботи

№ з/п	Назва етапів роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Дослідження функціонування промислової установки та обґрунтування вибору структури системи автоматичного керування.	15.12.2025-05.01.2026	
2	Проєктування системи автоматичного регулювання координат електроприводу, включаючи вибір електродвигуна та основного електрообладнання силового кола електроприводу, визначення динамічних параметрів об'єкта керування, синтез системи автоматичного регулювання координат електроприводу з подальшим комп'ютерним моделюванням системи на ПЕОМ.	06.01.2026-06.03.2026	
3	Аналіз роботи системи з урахуванням пружних елементів, розроблення математичної моделі двомасової електромеханічної системи, моделювання двомасової системи на ПЕОМ.	07.03.2026-15.04.2026	
4	Синтез оптимальної системи автоматичного керування на основі інтегрального квадратичного критерію якості, а також розрахунок перехідних процесів двомасової системи з оптимальним регулятором із використанням ПЕОМ.	16.04.2026-31.05.2026	
5	Оформлення роботи.	01.06.2026-15.06.2026	

6. Дата видачі завдання «_15_» __грудня___ 2025 року

Здобувач вищої освіти _____ __Олексій АГЄЄВ__
(підпис) (ім'я, прізвище)

Керівник роботи _____ __Геннадій КАНЮК__
(підпис) (ім'я, прізвище)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка бакалаврської кваліфікаційної роботи викладена на 132 сторінках і містить 47 рисунків, 2 таблиці, список використаних джерел із 28 найменувань, а також 2 додатки.

Кваліфікаційна бакалаврська робота присвячена розробці та дослідженню системи автоматичного керування електроприводом механізму обертання роторного колеса роторного екскаватора продуктивністю 1700 м³/год із застосуванням оптимального LQR-регулятора та врахуванням впливу складних кінематичних ланцюгів і пружних зв'язків у механічній частині привода.

Метою роботи є синтез ефективної системи автоматичного керування електроприводом обертання роторного колеса, яка забезпечує покращення динамічних властивостей, підвищення точності регулювання швидкості та зменшення впливу пружних коливальних процесів у багатомасовій механічній системі.

Об'єктом дослідження є електромеханічна система привода механізму обертання роторного колеса роторного екскаватора продуктивністю 1700 м³/год.

Предметом дослідження є процеси автоматичного керування електроприводом обертання роторного колеса, математичні моделі електромеханічних систем із пружними зв'язками, а також методи синтезу оптимальних систем керування на основі лінійно-квадратичного критерію якості.

Під час виконання роботи використано **методи** теорії електропривода, теорії автоматичного керування, математичного моделювання складних електромеханічних систем, методи аналізу перехідних процесів, подання систем у просторі станів, а також методи оптимального керування із застосуванням LQR-підходу та побудови спостерігачів стану.

У роботі виконано аналіз конструктивних особливостей роторних екскаваторів та сучасних підходів до керування їх електроприводами. Проведено ви-

бір основного електрообладнання механізму обертання роторного колеса, здійснено розрахунок параметрів електропривода та досліджено його статичні й динамічні характеристики. Розроблено математичну модель двомасової електромеханічної системи з урахуванням пружності елементів кінематичного ланцюга та інерційності навантаження. На основі інтегрального квадратичного критерію якості синтезовано LQR-регулятор, а також розроблено спостерігач стану та компенсатор зовнішніх збурень.

Результати моделювання підтвердили підвищення якості перехідних процесів, зменшення коливальності системи, скорочення часу встановлення режиму та підвищення точності стабілізації швидкості обертання роторного колеса. Це свідчить про ефективність застосування оптимального керування для складних багатомасових електромеханічних систем.

Практичне значення роботи полягає у можливості використання отриманих результатів при проєктуванні та модернізації електроприводів роторних екскаваторів, що дозволяє підвищити надійність роботи обладнання, зменшити динамічні навантаження на механічні елементи та покращити енергетичні показники системи.

За результатами дослідження встановлено, що застосування LQR-регулятора у системі керування електроприводом обертання роторного колеса забезпечує ефективне демпфування пружних коливань та значне покращення динамічних характеристик у порівнянні з класичними законами керування.

Ключові слова: роторний екскаватор, електропривод, роторне колесо, система автоматичного керування, LQR-регулятор, оптимальне керування, двомасова система, математичне моделювання, спостерігач стану, перехідні процеси

ABSTRACT

The explanatory note of the bachelor's qualification thesis comprises 132 pages and includes 47 figures, 2 tables, a list of references containing 28 sources, as well as 2 appendices.

The bachelor's qualification thesis is devoted to the development and investigation of an automatic control system for the electric drive of the bucket wheel rotation mechanism of a bucket-wheel excavator with a productivity of 1700 m^3/h, using an optimal LQR controller and taking into account the influence of complex kinematic chains and elastic couplings within the mechanical part of the drive.

The aim of the work is to synthesize an efficient automatic control system for the bucket wheel rotation electric drive, which ensures improved dynamic performance, higher speed control accuracy, and reduced influence of elastic oscillatory processes in a multi-mass mechanical system.

The object of the study is the electromechanical system of the bucket wheel rotation drive of a bucket-wheel excavator with a productivity of 1700 m^3/h.

The subject of the study is the automatic control processes of the bucket wheel rotation electric drive, mathematical models of electromechanical systems with elastic couplings, and methods for synthesizing optimal control systems based on a linear-quadratic performance criterion.

During the work, **methods** of electric drive theory, automatic control theory, mathematical modeling of complex electromechanical systems, analysis of transient processes, state-space representation of systems, as well as optimal control methods using the LQR approach and state observer design were applied.

The thesis analyzes the structural features of bucket-wheel excavators and modern approaches to controlling their electric drives. The main electrical equipment for the bucket wheel rotation mechanism was selected, drive parameters were calculated, and its static and dynamic characteristics were studied. A mathematical model of a two-mass electromechanical system was developed, taking into account the elas-

ticity of kinematic chain elements and the inertia of the load. Based on the linear-quadratic performance criterion, an LQR controller was synthesized, as well as a state observer and a disturbance compensator.

Simulation results confirmed an improvement in transient performance, reduced oscillations, shorter settling time, and increased accuracy of speed stabilization of the bucket wheel rotation mechanism. This demonstrates the effectiveness of optimal control methods for complex multi-mass electromechanical systems.

The practical significance of the work lies in the possibility of using the obtained results in the design and modernization of electric drives of bucket-wheel excavators, which allows improving equipment reliability, reducing dynamic loads on mechanical components, and enhancing the energy performance of the system.

The study shows that the application of an LQR controller in the control system of the bucket wheel rotation drive ensures effective damping of elastic oscillations and significantly improves dynamic performance compared to classical control methods.

Keywords: bucket-wheel excavator, electric drive, bucket wheel, automatic control system, LQR controller, optimal control, two-mass system, mathematical modeling, state observer, transient processes.

ЗМІСТ

ВСТУП 9
РОЗДІЛ 1. СФЕРА ЗАСТОСУВАННЯ, КОНСТРУКТИВНА ПОБУДОВА ТА СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДАМИ РОТОРНИХ ЕКСКАВАТОРІВ 12
1.1 Узагальнена характеристика роторних екскаваторів та області їх застосування 12
1.2 Конструктивні особливості роторного екскаватора та структура електроприводів основних механізмів 13
1.3 Технологічні особливості робочого процесу та взаємодія основних вузлів роторного екскаватора 17
1.4 Особливості функціонування електропривода механізму обертання роторного колеса 19
1.5 Аналіз існуючих систем керування електроприводами роторних екскаваторів 20
1.6 Сучасні методи автоматичного керування електроприводами 21
1.7 Обґрунтування напрямку дослідження 22
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1 24
РОЗДІЛ 2. СИНТЕЗ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ МЕХАНІЗМОМ ПОВОРОТУ СТРІЛИ РОТОРНОГО ЕКСКАВАТОРА 26
2.1 Вихідні технічні параметри роторного екскаватора 26
2.2 Вибір електродвигуна механізму обертання роторного колеса 28
2.3 Вибір електрообладнання силового кола електропривода 31
2.4 Аналіз статичних режимів роботи розімкненої системи електропривода роторного колеса 33
2.5 Формування екскаваторної характеристики та аналіз статичних режимів замкненої системи електропривода роторного колеса 40
2.6 Аналіз динаміки системи автоматичного керування 49
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2 70

РОЗДІЛ 3. АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕКТРОПРИВОДА З УРАХУВАННЯМ ПРУЖНОСТІ МЕХАНІЧНОЇ ЧАСТИНИ 72
3.1 Побудова математичного опису двомасової пружно-інерційної системи 72
3.2 Дослідження динамічної поведінки двомасової електромеханічної системи 80
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 3 88
РОЗДІЛ 4. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЇ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ НА ОСНОВІ ІНТЕГРАЛЬНОГО КВАДРАТИЧНОГО КРИТЕРІЮ ЯКОСТІ 90
4.1 Визначення параметрів оптимального регулятора 90
4.2 Визначення параметрів оптимального спостерігача стану 103
4.3 Синтез оптимального компенсатора 112
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 4 121
ВИСНОВКИ 122
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 124
ДОДАТОК А. ФАЙЛ ВИХІДНИХ ДАНИХ 127
ДОДАТОК Б. ПРОТОКОЛ РОЗРАХУНКУ 129

ВСТУП

Актуальність теми. Роторні екскаватори належать до високопродуктивних гірничих машин безперервної дії, які широко застосовуються на відкритих гірничих розробках для видобутку корисних копалин та переміщення розкривних порід. Ефективність їх роботи значною мірою визначається якістю функціонування електроприводів основних виконавчих механізмів, серед яких ключову роль відіграє механізм обертання роторного колеса. Саме він забезпечує безперервний процес черпання гірської маси та суттєво впливає на продуктивність екскаватора, рівномірність навантаження та динамічний стан усієї конструкції.

Особливістю роторних екскаваторів великої продуктивності є наявність складних багатоланкових кінематичних ланцюгів, у яких взаємодіють значні інерційні маси та пружні елементи передач. У процесі роботи такі системи зазнають суттєвих змін навантаження, що супроводжуються виникненням пружних деформацій, коливальних процесів і перехідних режимів. Це ускладнює забезпечення високої точності та стабільності роботи електропривода, особливо під час швидких змін режимів навантаження.

Традиційні системи автоматичного керування не завжди здатні ефективно компенсувати вплив пружних зв’язків та інерційності механічної частини, що призводить до погіршення якості перехідних процесів, збільшення динамічних навантажень і зниження енергоефективності. У зв’язку з цим актуальним є застосування сучасних методів синтезу систем керування, зокрема оптимальних підходів на основі лінійно-квадратичного критерію якості (LQR).

Методи LQR дозволяють враховувати багатовимірність і взаємозв’язки між змінними стану електромеханічної системи, забезпечують оптимальний компроміс між швидкодією, точністю та енергетичними витратами, а також підвищують стійкість системи до зовнішніх збурень.

Отже, розробка та дослідження системи автоматичного керування електроприводом механізму обертання роторного колеса роторного екскаватора про-

дуктивністю 1700 м³/год із використанням LQR-регулятора та врахуванням складних кінематичних зв’язків є актуальним науково-прикладним завданням.

Мета і завдання роботи.

Метою роботи є розробка та аналіз оптимальної системи автоматичного керування електроприводом механізму обертання роторного колеса роторного екскаватора продуктивністю 1700 м³/год на основі LQR-регулятора, що забезпечує підвищення якості динамічних процесів, точності керування та зменшення впливу пружних коливань у кінематичній системі.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі **завдання:**

1. Проаналізувати конструктивні особливості роторних екскаваторів, умови роботи електроприводів та сучасні підходи до їх автоматичного керування.
2. Розробити систему електропривода механізму обертання роторного колеса, виконати вибір основного електрообладнання та дослідити його статичні й динамічні характеристики.
3. Сформувати математичну модель електромеханічної системи з урахуванням пружних елементів кінематичного ланцюга та оцінити вплив коливальних процесів на якість керування.
4. Виконати синтез оптимального LQR-регулятора, спостерігача стану та компенсатора збурень для системи автоматичного керування.
5. Оцінити ефективність запропонованої системи за результатами математичного моделювання та визначити можливості її практичного впровадження.

Об’єкт і предмет дослідження.

Об’єктом дослідження є електромеханічна система механізму обертання роторного колеса роторного екскаватора продуктивністю 1700 м³/год.

Предметом дослідження є процеси автоматичного керування електроприводом обертання роторного колеса, математичні моделі електромеханічних систем із пружними зв’язками, а також методи синтезу оптимального керування на основі лінійно-квадратичного критерію якості.

Методи дослідження. У роботі використано методи теорії електропривода та автоматичного керування, методи математичного моделювання складних

електромеханічних систем, аналізу перехідних процесів, представлення систем у просторі станів, а також методи оптимального керування на основі інтегрального квадратичного критерію якості. Для дослідження та перевірки отриманих результатів застосовано комп'ютерне моделювання із використанням сучасних програмних засобів.

Практичне значення отриманих результатів. Практична цінність роботи полягає у розробці системи автоматичного керування електроприводом механізму обертання роторного колеса на основі LQR-регулятора, яка забезпечує покращення якості перехідних процесів, зменшення динамічних навантажень на механічні елементи та підвищення точності стабілізації швидкості.

Отримані результати можуть бути використані під час модернізації електроприводів роторних екскаваторів великої продуктивності, при проєктуванні сучасних систем керування гірничими машинами, а також у навчальному процесі підготовки фахівців за спеціальністю «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка». Розроблені математичні моделі також можуть бути базою для подальших наукових досліджень у сфері оптимального керування електромеханічними системами.

РОЗДІЛ 1

РОЗДІЛ 1. СФЕРА ЗАСТОСУВАННЯ, КОНСТРУКТИВНА ПОБУДОВА ТА СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДАМИ РОТОРНИХ ЕКСКАВАТОРІВ

1.1 Узагальнена характеристика роторних екскаваторів та області їх застосування

Роторні екскаватори відносяться до категорії потужних гірничо-транспортних машин безперервної дії, які призначені для ведення масштабних відкритих гірничих робіт. Вони є ключовим елементом технологічних комплексів у кар'єрній розробці родовищ корисних копалин, а також широко застосовуються при виконанні великих обсягів земляних і розкривних робіт у промисловому будівництві та гірничодобувній галузі.

Головною перевагою роторних екскаваторів є безперервний характер робочого процесу, що забезпечує стабільний потік видобутого матеріалу без циклічних пауз, характерних для машин періодичної дії. Завдяки цьому досягається висока технічна продуктивність, яка для сучасних великогабаритних установок може становити 1700 м³/год і більше, що робить їх незамінними при розробці потужних родовищ із великими обсягами порід.

Центральним робочим органом таких машин є роторне колесо, оснащене ковшами, яке здійснює безпосереднє руйнування масиву породи та її захоплення з подальшою передачею на транспортувальні системи. Саме параметри роботи роторного колеса – зокрема кутова швидкість обертання, стабільність створюваного моменту та динамічна узгодженість із навантаженням – визначають ефективність усього технологічного процесу.

Від характеристик його функціонування залежить рівномірність подачі гірничої маси, ступінь навантаження на стрічкові конвеєри та загальна стабільність роботи технологічного ланцюга. Таким чином, роторне колесо є найбільш відповідальним і динамічно навантаженим вузлом екскаватора.

Експлуатаційні умови роботи роторних екскаваторів характеризуються значною нестабільністю навантажень, високою неоднорідністю розроблюваних порід, наявністю твердих включень, а також впливом зовнішніх механічних і кліматичних факторів. Усе це призводить до складних динамічних режимів роботи електроприводів, що супроводжуються різкими змінами моменту опору, виникненням коливальних процесів та підвищеним навантаженням на механічні елементи привода.

У зв’язку з цим до електроприводів роторних екскаваторів висуваються підвищені вимоги щодо надійності, енергоефективності, стабільності регулювання та здатності працювати в умовах інтенсивних динамічних збурень. Особливого значення набуває забезпечення стійкості системи керування та мінімізація впливу коливальних процесів на технологічну точність і довговічність обладнан

1.2 Конструктивні особливості роторного екскаватора та структура електроприводів основних механізмів

Роторний екскаватор є однією з найбільш складних машин безперервної дії, що застосовуються в гірничодобувній промисловості. Його конструкція являє собою багатокомпонентну електромеханічну систему, до складу якої входять численні робочі та допоміжні механізми, об'єднані спільним технологічним процесом. Основним призначенням машини є безперервне виконання операцій різання, транспортування та перевантаження гірничої маси на зовнішні транспортні засоби без зупинки процесу видобутку.

Загальна конструктивна схема роторного екскаватора наведена на рис. 1.1. Машина складається з верхньої поворотної надбудови та нижньої опорної частини, які з'єднані між собою за допомогою опорно-поворотного пристрою 1. Цей вузол забезпечує можливість обертання всієї верхньої конструкції відносно вертикальної осі та сприймає значні статичні й динамічні навантаження, що виникають під час роботи.

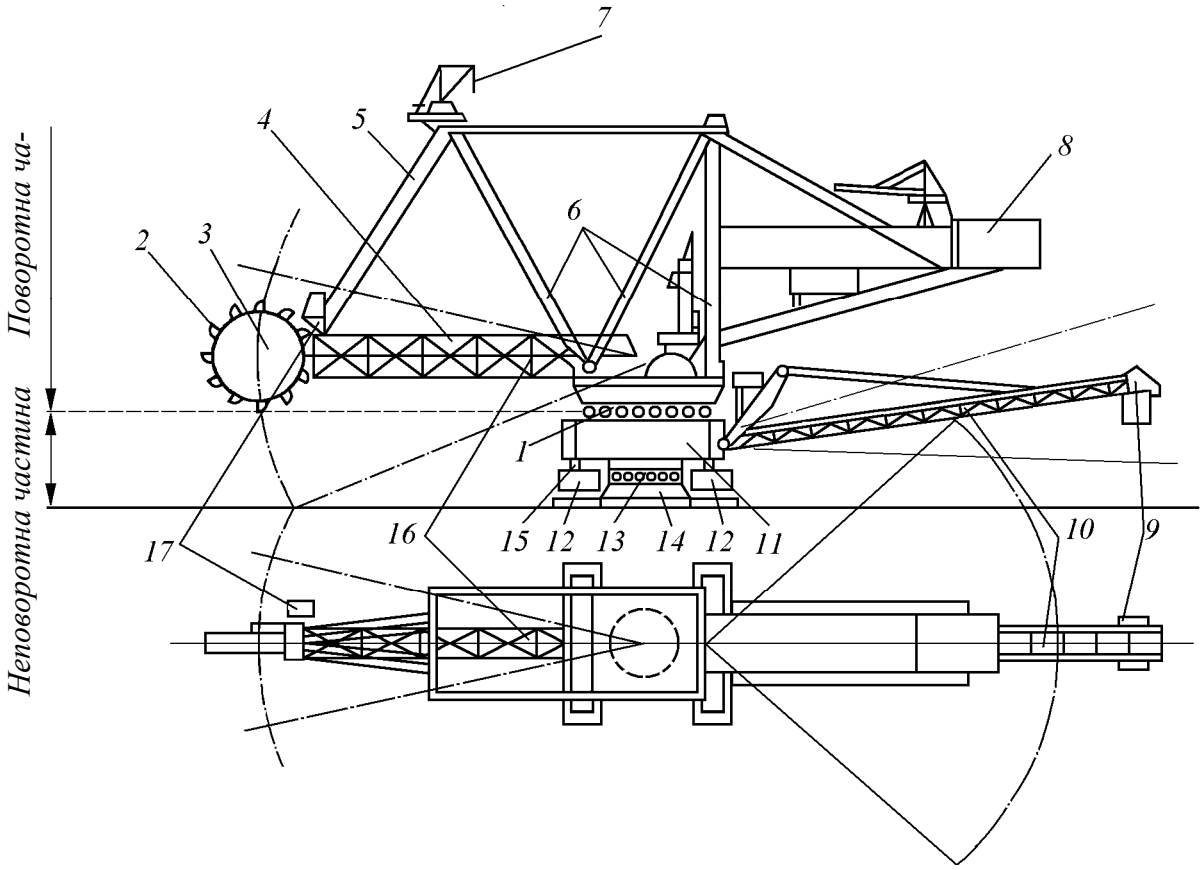


Рисунок 1.1 – Загальна конструктивна схема роторного екскаватора

На поворотній платформі встановлена роторна стріла 4, на кінці якої розташований головний робочий орган машини – роторне колесо 3. По зовнішньому колу ротора рівномірно закріплені ковші 2, призначені для безпосереднього руйнування та забору породи з вибою.

У процесі функціонування екскаватора роторне колесо здійснює безперервне обертання, а ковші послідовно врізаються в масив породи, зрізаючи матеріал заданої товщини. Після виходу із зони різання порода висипається з ковшів на приймальний пристрій і далі надходить на стріловий конвеєр 16, розташований усередині металоконструкції стріли. Через систему транспортувальних пристроїв матеріал переміщується до центральної частини екскаватора, проходить через вузол додаткового подрібнення, після чого через опорно-поворотний вузол подається на нижній конвеєр та далі на конвеєр розвантажувальної консолі 10.

Регулювання положення робочого органу у вертикальній площині здійснюється за рахунок механізму підйому стріли. Роторна стріла підвішена на ка-

натній системі 5 та може повертатися відносно горизонтальної осі в певному кутовому діапазоні. Завдяки цьому забезпечується можливість зміни висоти розробки вибою, а також виконання копання нижче рівня розташування ходової частини машини.

Канатна підвіска закріплюється на портальній конструкції 6. Для врівноваження маси роторної стріли та робочого обладнання на протилежній стороні поворотної платформи розташовується система противаг, змонтована на консольній надбудові 8. Таке конструктивне рішення дозволяє знизити навантаження на опорно-поворотний пристрій та забезпечити необхідну стійкість машини.

Нижня частина екскаватора утворює несучу базу машини. Під опорно-поворотним вузлом розташовується силова рама 11, яка через опорну основу 14 передає навантаження на ходову систему. Для підвищення стійкості конструкції використовуються гідравлічні опори 15, що забезпечують додаткове розвантаження ходового обладнання та компенсацію нерівностей робочого майданчика.

Важливим елементом конструкції є розвантажувальна консоль 10, яка призначена для передачі видобутої породи на зовнішню транспортну систему. Консоль має можливість повертатися у горизонтальній площині на значний кут відносно осі руху екскаватора, що дозволяє організувати процес навантаження незалежно від положення самої машини. Крім того, конструкція передбачає зміну положення консолі у вертикальній площині, що забезпечує необхідну гнучкість при роботі з транспортними засобами різної висоти.

Контроль та керування технологічними процесами здійснюється з декількох операторських постів, розташованих у найбільш відповідальних точках машини. Це забезпечує можливість оперативного контролю процесу екскавації, транспортування та розвантаження породи.

Для зміни орієнтації машини відносно фронту робіт у конструкції передбачений окремий механізм повороту екскаватора 13, який забезпечує розворот усієї конструкції разом із ходовою частиною.

З метою спрощення технічного обслуговування на основних металоконструкціях встановлюються допоміжні вантажопідіймальні механізми, які використовуються під час монтажних та ремонтних робіт.

До складу основного технологічного обладнання роторного екскаватора входять такі механізми: привід роторного колеса, механізм повороту стріли, механізм підйому стріли, система стрілових конвеєрів, механізм повороту розвантажувальної консолі, привід розвороту машини та ходове обладнання.

Для забезпечення роботи кожного з перелічених механізмів використовуються індивідуальні електроприводи. Типова схема їх розташування наведена на рис. 1.2.

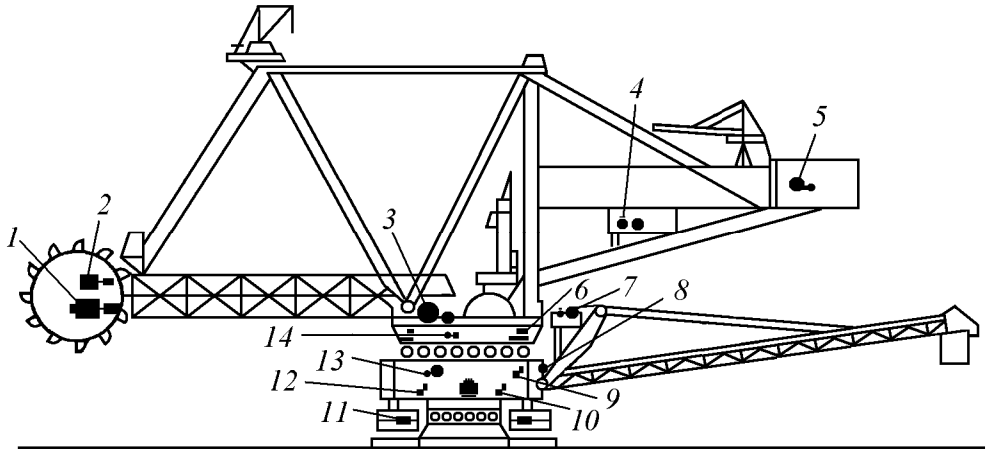


Рисунок 1.2 – Схема розташування електроприводів основних механізмів роторного екскаватора

У безпосередній близькості до роторного колеса встановлюються приводи ротора 1, які через редукторні передачі забезпечують створення необхідного крутного моменту для процесу різання породи. Поряд розміщується привід живильника 2, який виконує функцію рівномірного спрямування потоку матеріалу на стріловий конвеєр.

У центральній частині стріли розташовується привід стрілового конвеєра 3, який забезпечує транспортування гірничої маси до центрального вузла машини. У зоні опорно-поворотного пристрою встановлюються приводи повороту 6, що реалізують робочий рух стріли та забезпечують її переміщення у горизонтальній площині.

Механізм підйому стріли приводиться в дію електроприводом 5, розташованим у противажній надбудові. Тут же встановлюються системи вентиляції

та охолодження обладнання 4. У районі вузла додаткового подрібнення розміщуються приводи 14, які забезпечують роботу допоміжних механізмів транспортування та дроблення породи.

Зміна положення розвантажувальної консолі у вертикальній площині здійснюється за допомогою приводів 7. Для її повороту в горизонтальній площині використовується окремий привід 9, конструктивно подібний до приводу повороту стріли, але меншої потужності. Переміщення матеріалу до місця розвантаження забезпечується конвеєром з приводом 8, розташованим усередині металоконструкції консолі.

У неповоротній частині машини розміщуються привід розвороту екскаватора 12, привід нижнього конвеєра 13, а також силове електрообладнання 10, до складу якого входять трансформаторні установки, комутаційна апаратура, струмоприймачі та розподільчі пристрої.

Ходова система екскаватора оснащується окремими електроприводами 11, які забезпечують пересування машини по фронту робіт. Як правило, для цього використовуються лебідкові або рейково-крокуючі механізми, здатні переміщувати багатотисячотонну конструкцію з необхідною точністю та безпекою.

Таким чином, роторний екскаватор являє собою складну багатоприводну електромеханічну систему, в якій робота окремих механізмів тісно взаємопов'язана. Особливе значення для забезпечення необхідної продуктивності має електропривод механізму повороту стріли, оскільки саме він визначає швидкість подачі робочого органу на вибій та безпосередньо впливає на навантаження приводу ротора і ефективність процесу екскавації в цілому.

1.3 Технологічні особливості робочого процесу та взаємодія основних вузлів роторного екскаватора

Робочий процес роторного екскаватора базується на безперервному циклі руйнування гірського масиву, який здійснюється роторним колесом із подаль-

шим транспортуванням відокремленого матеріалу системою стрічкових конвеєрів. Уся машина функціонує як єдиний взаємопов'язаний технологічний комплекс, де кожен механізм виконує чітко визначену роль у забезпеченні безперервності видобувного процесу.

Під час роботи роторне колесо здійснює зрізання породи з робочого забою, формуючи нерівномірний потік матеріалу, який передається на приймальні та транспортні конвеєрні системи. При цьому всі основні механізми — роторний привід, стрілова система, конвеєри та опорні конструкції — працюють у тісній динамічній взаємодії, утворюючи складну багатоланкову механічну систему з розподіленими масами та пружними зв'язками.

Однією з ключових особливостей технологічного процесу є істотна мінливість навантаження на роторне колесо. Зміни фізико-механічних властивостей розроблюваної породи, наявність твердих включень, неоднорідність структури масиву та нерівномірність подачі матеріалу призводять до постійних коливань моменту опору. У свою чергу це безпосередньо впливає на електропривод, викликаючи зміни швидкісного режиму та формування перехідних процесів із вираженою коливальною складовою.

За наявності пружних елементів у кінематичному ланцюзі такі збурення можуть трансформуватися у механічні коливання, які поширюються на суміжні вузли привода. Це призводить до виникнення додаткових динамічних навантажень, зниження плавності ходу, а також потенційного погіршення умов роботи механічних передач і опорних конструкцій.

Взаємодія між роторним колесом, електроприводом та несучими елементами екскаватора формує складну багатомасову електромеханічну систему з розподіленими параметрами. Така система характеризується наявністю інерційних зв'язків, пружних деформацій і взаємозалежних коливальних процесів, що суттєво ускладнює її аналітичний опис і керування.

У зв'язку з цим для адекватного аналізу та синтезу системи керування необхідно застосовувати спеціалізовані математичні моделі, які враховують багатомасовість конструкції, пружні зв'язки та динамічну взаємодію всіх основних елементів технологічного комплексу.

1.4 Особливості функціонування електропривода механізму обертання роторного колеса

Електропривод роторного колеса функціонує в умовах суттєво змінного та нерівномірного навантаження, характер якого визначається фізико-механічними властивостями гірської породи, її неоднорідністю, а також наявністю твердих включень у масиві. У процесі роботи момент опору може змінюватися в широких межах, що створює складні динамічні режими та висуває підвищені вимоги до стабільності системи керування.

Основним функціональним завданням електропривода є забезпечення максимально рівномірного обертання роторного колеса з мінімальними відхиленнями кутової швидкості як у сталих, так і в перехідних режимах. При цьому особлива увага приділяється здатності системи швидко реагувати на різкі зміни навантаження без виникнення значних коливань швидкості або перевищення допустимих динамічних навантажень.

З точки зору технологічного процесу реверсування обертання роторного колеса, як правило, не передбачається, що дозволяє спростити структуру електропривода та систему керування за рахунок відмови від реверсивних режимів роботи. Така особливість позитивно впливає на надійність системи та зменшує складність силової частини привода.

Водночас технологічні умови експлуатації вимагають забезпечення достатньо широкого діапазону регулювання кутової швидкості, що дає можливість адаптувати режим роботи роторного колеса до змінних характеристик розроблюваного середовища. Це є важливим фактором підвищення ефективності процесу різання та стабілізації навантаження на механічні елементи.

Окремої уваги потребує забезпечення необхідної жорсткості механічної характеристики електропривода. Недостатня жорсткість системи може призводити до значних коливань швидкості при змінному моменті опору, що, у свою чергу, викликає нестабільність процесу різання та сприяє виникненню резонансних явищ у механічній структурі екскаватора.

Такі коливальні процеси є особливо небезпечними в умовах наявності пружних елементів у кінематичному ланцюзі, оскільки можуть призводити до накопичення динамічних навантажень, погіршення плавності роботи привода та зниження загальної довговічності механічної системи.

1.5 Аналіз існуючих систем керування електроприводами роторних екскаваторів

У сучасній практиці експлуатації роторних екскаваторів переважна більшість електроприводів основних механізмів, зокрема привода роторного колеса, реалізується на базі систем типу генератор–двигун (Г–Д). Така структура історично сформувалася як найбільш надійне та технологічно відпрацьоване рішення для потужних регульованих електроприводів постійного струму, що працюють в умовах значних і тривалих навантажень.

Система Г–Д дозволяє забезпечити плавне та широкодіапазонне регулювання кутової швидкості електродвигуна за рахунок зміни напруги живлення якоря двигуна через керований генератор. Це особливо важливо для роторних екскаваторів, де режим роботи характеризується суттєвою нерівномірністю навантаження та необхідністю адаптації швидкості різання до властивостей гірської породи.

Система керування такими електроприводами традиційно реалізується на основі аналогових структур із застосуванням підсумовуючих підсилювачів, які формують керуючий сигнал шляхом алгебраїчного сумування сигналів зворотних зв’язків і задаючих впливів. Такий підхід забезпечує достатню простоту реалізації, високу надійність та стійкість до експлуатаційних факторів, що є критично важливим для важкої гірничої техніки.

Водночас подібні системи мають обмежені можливості щодо компенсації складних динамічних процесів, які виникають у багатомасових механічних системах із пружними зв’язками. У таких умовах спостерігаються коливальні пе-

рехідні процеси, зниження точності стабілізації швидкості та підвищені динамічні навантаження на елементи кінематичного ланцюга.

Крім того, класичні системи з підсумовуючим підсилювачем, як правило, не враховують повну внутрішню структуру об’єкта керування, обмежуючись локальними зворотними зв’язками за окремими координатами. Це знижує їх ефективність при роботі в режимах різких змін навантаження, характерних для процесу різання породи роторним колесом.

Таким чином, незважаючи на високу надійність і промислову відпрацьованість систем типу Г–Д із аналоговими підсумовуючими підсилювачами, вони не забезпечують повною мірою необхідного рівня динамічної якості в умовах складних багатомасових електромеханічних систем. Це зумовлює необхідність застосування більш сучасних методів керування, що базуються на математичному моделюванні у просторі станів та оптимальних алгоритмах синтезу регуляторів.

1.6 Сучасні методи автоматичного керування електроприводами

Сучасний розвиток теорії автоматичного керування електроприводами ґрунтується на використанні математичних моделей у просторі станів, що дозволяє описувати динаміку електромеханічних систем у багатовимірному вигляді. Такий підхід є особливо ефективним для складних об’єктів керування, до яких належать роторні екскаватори, оскільки дає можливість враховувати взаємозв’язки між електричною та механічною частинами привода, а також вплив пружних і інерційних елементів кінематичного ланцюга.

Одним із найбільш перспективних напрямів є застосування методів оптимального керування, серед яких провідне місце займають алгоритми, побудовані на основі лінійно-квадратичного критерію якості. Такі методи дозволяють формалізувати задачу синтезу регулятора як задачу мінімізації функціоналу, що одночасно враховує відхилення координат стану та енергетичні витрати на керування.

LQR-регулятори забезпечують формування оптимального керуючого впливу для багатовимірних систем із взаємопов’язаними змінними стану. Їх застосування дає змогу досягти раціонального компромісу між швидкодією перехідних процесів, рівнем перерегулювання та енергоспоживанням. Крім того, такі регулятори ефективно пригнічують коливальні процеси, що особливо важливо для багатомасових електромеханічних систем із пружними зв’язками, характерних для приводів роторних екскаваторів.

Додатковим елементом сучасних систем керування є використання спостерігачів стану, які дозволяють відновлювати невимірювані змінні на основі доступних вихідних сигналів. Це підвищує інформативність системи керування та забезпечує можливість реалізації повного векторного регулювання навіть за обмеженого набору датчиків.

Також у сучасних підходах застосовуються компенсатори зовнішніх збурень, які дозволяють зменшити вплив змінного навантаження на якість перехідних процесів. Їх використання є особливо актуальним для роторних екскаваторів, де момент опору суттєво змінюється залежно від фізико-механічних властивостей гірської породи.

Таким чином, сучасні методи автоматичного керування електроприводами базуються на комплексному використанні простору станів, оптимальних алгоритмів синтезу та інструментів оцінювання стану, що забезпечує суттєве підвищення динамічної якості та стійкості електромеханічних систем.

1.7 Обґрунтування напрямку дослідження

Враховуючи конструктивну складність механізму обертання роторного колеса, наявність багатоланкових кінематичних зв’язків, а також суттєвий вплив пружних елементів у механічній частині привода, електромеханічна система характеризується вираженою багатомасовістю та складною динамікою. У процесі роботи така система зазнає значних змін навантаження, що супроводжуються коливальними процесами та виникненням перехідних режимів із підвищеною динамічною напруженістю.

У подібних умовах застосування класичних підходів до синтезу систем керування не дозволяє повною мірою забезпечити необхідну якість регулювання, оскільки вони, як правило, не враховують повну структуру внутрішніх станів об’єкта та взаємозв’язок між механічними координатами. Це обумовлює необхідність використання більш сучасних методів аналізу та синтезу, які базуються на багатовимірному представленні системи.

З огляду на це, у даній роботі як основний напрям дослідження обрано застосування методів оптимального керування у просторі станів для електропривода обертання роторного колеса. Особлива увага приділяється синтезу LQR-регулятора, який дозволяє формалізувати задачу керування у вигляді мінімізації інтегрального квадратичного критерію якості та забезпечує оптимальний компроміс між швидкодією, точністю регулювання та енергетичними витратами.

Важливою складовою дослідження є побудова адекватної математичної моделі електромеханічної системи у вигляді двомасової структури з урахуванням пружних зв’язків між елементами кінематичного ланцюга. Така модель дозволяє більш точно описати реальні динамічні процеси, включаючи коливання та взаємодію інерційних мас, що є критично важливим для аналізу перехідних режимів роботи привода.

Додатково в роботі передбачається синтез спостерігача стану та компенсатора зовнішніх збурень, що дає можливість підвищити якість керування в умовах обмеженої вимірювальної інформації та змінного навантаження, характерного для процесу різання гірської породи.

Таким чином, обраний підхід до дослідження дозволяє комплексно вирішити задачу підвищення динамічної якості електропривода роторного колеса, зменшення коливальності перехідних процесів, зниження динамічних навантажень на механічні елементи та покращення енергетичної ефективності системи. Отримані результати є основою для подальших розділів роботи, пов’язаних із розрахунком параметрів привода, моделюванням динаміки та синтезом оптимальної системи керування.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

У першому розділі виконано комплексний аналіз конструктивних особливостей, умов експлуатації та підходів до керування електроприводами роторних екскаваторів, з акцентом на механізм обертання роторного колеса як одного з найбільш навантажених і динамічно складних вузлів.

Встановлено, що роторні екскаватори характеризуються високою продуктивністю та безперервністю технологічного процесу, однак їх робота супроводжується значними та нерівномірними навантаженнями, зумовленими неоднорідністю гірської породи та змінністю умов різання. Це призводить до складних динамічних режимів роботи електроприводів і висуває підвищені вимоги до їх керованості та стійкості.

Показано, що електропривод роторного колеса функціонує в умовах істотних коливань моменту опору, що обумовлює необхідність забезпечення високої жорсткості механічної характеристики та стабільності кутової швидкості. Недостатня динамічна якість системи може призводити до виникнення коливальних процесів, зниження точності технологічного процесу та підвищення навантажень на елементи кінематичного ланцюга.

Проаналізовано існуючі системи керування електроприводами роторних екскаваторів, серед яких переважають системи типу «генератор–двигун» із аналоговими структурами керування на основі підсумовуючих підсилювачів. Встановлено, що, незважаючи на їх промислову відпрацьованість і надійність, такі системи мають обмежені можливості щодо компенсації складних багатомасових коливальних процесів.

Обґрунтовано, що сучасні підходи до керування електромеханічними системами доцільно базувати на методах простору станів та оптимального синтезу, які дозволяють враховувати багатовимірність об’єкта та взаємозв’язок його динамічних координат. Особливо перспективним є застосування LQR-підходу, що забезпечує оптимальний баланс між якістю перехідних процесів і енергетичними витратами.

Визначено напрям подальших досліджень, який полягає у побудові двомасової математичної моделі електропривода роторного колеса з урахуванням пружних зв’язків та синтезі оптимальної системи керування на основі LQR-регулятора, що дозволяє підвищити динамічну якість і зменшити коливальність процесів у механічній системі.

РОЗДІЛ 2
СИНТЕЗ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ МЕХАНІЗМОМ ПОВОРОТУ СТРІЛИ РОТОРНОГО ЕКСКАВАТОРА

2.1 Вихідні технічні параметри роторного екскаватора

У межах бакалаврської кваліфікаційної роботи здійснюється розроблення та подальший аналіз системи автоматичного керування електроприводом механізму повороту стріли роторного екскаватора. Базою для подальших розрахунків є основні конструктивні та експлуатаційні характеристики машини, які наведено в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Основні параметри роторного екскаватора

	Параметри	Одиниці вимірювання	Позначення	Значення
1	Проєктна продуктивність за об'ємом рихлої маси	$м^3 / год$	Q	1700
2	Діаметр роторного колеса	$м$	$D_р$	8
3	Питомий опір процесу копання	$Н$	k_f	$1,2 \cdot 10^6$
7	Бокова складова зусилля різання	$кг/м^2$	$F_б$	$3,8 \cdot 10^4$
5	Радіус різання	$м$	R_0	23,3
6	Кутова швидкість обертання поворотної платформи	$с^{-1}$	$\omega_{пл}$	$2,9 \cdot 10^{-2}$
7	Вітровий момент, що діє на поворотну частину відносно осі обертання	$м^2 \cdot м$	$M_{пв}$	430
8	Лінійна швидкість стрічкового транспортера	$м/с$	$V_т$	3,5
9	Маса поворотної платформи	$кг$	$m_{пл}$	$500 \cdot 10^3$

Продовження таблиці 2.1

	Параметри	Одиниці вимірювання	Позначення	Значення
10	Маса приймальної частини	$кг$	$m_{\text{пч}}$	$127 \cdot 10^3$
11	Маса відвальної частини	$кг$	$m_{\text{вч}}$	$120 \cdot 10^3$
12	Діаметр роликового круга	$м$	$D_{\text{кр}}$	8,7
13	Діаметр опорних роликів	$м$	$d_{\text{тк}}$	0,8
14	Зведений момент інерції поворотної системи	$кг \cdot м^2$	$J_{\text{пл}}$	$17 \cdot 10^7$
15	Частота обертання ротора	$рад/хв$	$\omega_{\text{р}}$	6
16	Щільність грунта	$кг/м^3$	$\gamma_{\text{п}}$	$1,8 \cdot 10^3$
17	Коефіцієнт аеродинамічного опору		$k_{\text{ад}}$	1,4
18	Максимально допустиме вітрове навантаження	$Па$	$\lambda_{\text{вт}}$	300
19	Граничний кут підйому/ухилу робочої зони		γ	10°
20	Кількість електродвигунів у приводі повороту		k	2
21	Допустимі значення прискорення та уповільнення поворотної системи	$с^{-2}$	$\dot{\omega}_{\text{пл}}$	0,005
22	Коефіцієнт корисної дії редуктора роторного приводу		$\eta_{\text{р}}$	0,8
23	Коефіцієнт корисної дії редукторного вузла механізму повороту		$\eta_{\text{п}}$	$0,45 - 0,65$
24	Максимальний кут повороту платформи		$\alpha_{\text{п max}}$	$\pm 75^{\text{O}}$

Вимоги до якості функціонування системи керування

Проєктована система автоматичного керування повинна забезпечувати астатичний характер регулювання швидкості повороту стріли, що гарантує відсутність сталих похибок у встановлених режимах роботи. При реакції на ступінчасті впливи допустиме перерегулювання не повинно перевищувати 10%, що є необхідною умовою для забезпечення стійкої роботи механізму без виникнення значних динамічних перевантажень.

Час перехідного процесу встановлення швидкості має бути обмежений значенням не більше 5 секунд, що забезпечує достатню швидкодію системи при збереженні плавності зміни режимів руху. Такі вимоги обумовлені необхідністю мінімізації динамічних навантажень на елементи кінематичного ланцюга та забезпечення стабільного процесу різання гірської породи в умовах змінного опору середовища.

2.2 Вибір електродвигуна механізму обертання роторного колеса

Одним із найважливіших етапів проєктування електропривода механізму обертання роторного колеса є визначення необхідної потужності привідного двигуна та вибір його типу. Від правильності цього вибору залежать надійність функціонування робочого органа екскаватора, стабільність технологічного процесу копання, енергетична ефективність установки та довговічність механічного обладнання.

Механізм обертання роторного колеса працює в тривалому режимі навантаження, оскільки процес розробки породи здійснюється безперервно протягом усього робочого циклу екскаватора. У зв’язку з цим потужність електродвигуна визначається виходячи з необхідної потужності на валу роторного колеса з урахуванням втрат енергії в механічній передачі:

$$P_{\text{д}} = \frac{P_{\text{р}\Sigma}}{\eta_{\text{р}}},$$

де $P_{р\Sigma}$ – сумарна потужність, необхідна для забезпечення роботи роторного колеса.

Загальна потужність на валу роторного колеса складається з потужності, яка витрачається безпосередньо на процес руйнування та відділення породи від масиву, а також потужності, необхідної для підйому відокремленої породи у верхню частину траєкторії руху ковшів:

$$P_{р\Sigma} = k_{т} \cdot (P_{р} + P_{п})$$

де $k_{т} = 1,03 \div 1,05$ – коефіцієнт, що враховує додаткові навантаження, пов'язані з тертям ковшів об породу, нерівномірністю процесу різання та витратами енергії на надання породі кінетичної енергії;

Потужність копання $P_{р}$ визначається залежно від продуктивності екскаватора та фізико-механічних властивостей породи:

$$P_{р} = \frac{Q \cdot k_{f}}{3600 \cdot k_{р}} \cdot 10^{-3}$$

де $k_{р}$ – коефіцієнт розпушування породи; $k_{р} = 1,1 \div 1,5$, приймаємо $k_{р} = 1,3$;

$$P_{р} = \frac{1700 \cdot 1,2 \cdot 10^{6}}{3600 \cdot 1,2} \cdot 10^{-3} = 472 \ кВт$$

Окрім виконання роботи з руйнування масиву, електропривод повинен забезпечувати піднімання відокремленої породи на висоту, що визначається геометричними параметрами роторного колеса. Відповідна складова потужності $P_{п}$ розраховується за виразом:

$$P_{п} = Q \cdot \frac{\gamma_{п} \cdot g \cdot D_{р}}{k_{р} \cdot 7200} \cdot 10^{-3},$$

де g – прискорення вільного падіння;

$$P_{\text{п}} = 1700 \cdot \frac{1{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81 \cdot 8{,}7}{1{,}2 \cdot 7200} \cdot 10^{-3} = 30{,}22 \ кВт.$$

Після визначення складових виконується розрахунок сумарної потужності на валу роторного колеса:

$$P_{\text{р}\Sigma} = 1{,}04 \cdot (472 + 30{,}22) = 522{,}3 \ кВт,$$

та потужності, яку повинен розвивати приводний електродвигун:

$$P_{\text{д}} = \frac{522{,}3}{0{,}8} = 653 \ кВт.$$

За результатами проведених розрахунків для привода механізму обертання роторного колеса обрано двигун постійного струму типу ПСЕ-174-7К. Обраний двигун має такі основні технічні характеристики: номінальна потужність $P_{\text{н}} = 860 \ кВт$, номінальна напруга $U_{\text{н}} = 480 \ В$, номінальна частота обертання $n_{\text{н}} = 560 \ об/хв$, номінальний струм якоря $I_{\text{н}} = 1900 \ А$, опір обмотки якоря $R_{\text{я д}} = 0{,}00229 \ Ом$, опір обмотки додаткових полюсів $R_{\text{дп д}} = 0{,}00091 \ Ом$, опір компенсаційної обмотки $R_{\text{ко д}} = 1{,}23 \cdot 10^{-3} Ом$, номінальний магнітний потік $\Phi_{\text{н д}} = 0{,}0185 \ Вб$, число пар полюсів $2p = 8$, число пар паралельних гілок обмотки якоря $2a = 12$, ККД $\eta_{\text{д}} = 0{,}93$, момент інерції $J_{\text{д}} = 380 \ кг \cdot м^2$, тривалість включення ПВ=100%.

Вибір двигуна постійного струму обумовлений необхідністю забезпечення широкого діапазону регулювання швидкості, високої жорсткості механічних характеристик та можливості ефективного керування режимами роботи роторного колеса при значних змінах моменту навантаження.

Оскільки електропривод роторного колеса працює переважно у тривалому режимі з практично сталим навантаженням, а тривалість процесів пуску та гальмування є незначною порівняно із загальним часом роботи, додаткова перевірка двигуна за умовами нагрівання не виконується.

У перехідних режимах роботи обмеження динамічних навантажень забезпечується відповідним вибором інтенсивності розгону та гальмування електропривода. Це дозволяє знизити механічні напруження в елементах кінематичного ланцюга, зменшити вплив пружних коливань та забезпечити надійну роботу механізму в умовах змінних технологічних навантажень.

2.3 Вибір електрообладнання силового кола електропривода

Після вибору приводного електродвигуна необхідно визначити склад та параметри основного електрообладнання силового кола системи керування. Для привода механізму обертання роторного колеса прийнято систему «генератор–двигун» (Г–Д), яка забезпечує плавне регулювання швидкості, достатню жорсткість механічних характеристик та високу надійність роботи в умовах значних і змінних навантажень.

Одним із основних елементів системи є генератор постійного струму, який забезпечує живлення якоря приводного двигуна регульованою напругою. Потужність генератора визначається з умови забезпечення необхідної потужності електродвигуна в номінальному режимі роботи:

$$P_{\text{нг}} \geq \frac{P_{\text{нд}}}{\eta_{\text{д}}},$$

$$P_{\text{нг}} \geq \frac{860}{0{,}93} = 925 \ кВт$$

Під час вибору генератора також повинні виконуватися умови узгодження його основних електричних параметрів із параметрами приводного двигуна: $I_{\text{нг}} \geq I_{\text{нд}}$; $U_{\text{нг}} \geq U_{\text{нд}}$.

За результатами розрахунків і перевірки умов сумісності для роботи у складі системи Г–Д обрано генератор постійного струму типу ПЕ-172-7К. Основні технічні характеристики генератора: номінальна потужність

$P_{н} = 950\ кВт$; номінальна напруга $U_{н} = 500\ В$; номінальна частота обертання $n_{н} = 1000\ об/хв$; номінальний струм $I_{н} = 1900\ А$; опір обмотки якоря $R_{я\,г} = 0,0229\ Ом$, опір обмотки додаткових полюсів $R_{дп\,г} = 0,7 \cdot 10^{-3}\ Ом$; опір компенсаційної обмотки $R_{ко\,г} = 0,00123\ Ом$; число пар полюсів $2p = 8$; номінальна напруга збудження $U_{н\,зб} = 220\ В$; опір обмотки збудження $R_{зб\,г} = 5,76\ Ом$; номінальний магнітний потік полюса $Ф_{н\,г} = 69,5\ мВб$; число витків обмотки збудження $W_{зб} = 336$; ККД $\eta_{г} = 0,938$.

Струм обмотки збудження генератора визначається за законом Ома:

$$I_{з\,г} = \frac{U_{н\,з}}{R_{зб\,г}}$$

$$I_{з\,г} = \frac{220}{5,76} = 38,19\,А.$$

Для живлення обмотки збудження генератора використовується окремий керований випрямляч, який дозволяє плавно змінювати струм збудження та, відповідно, вихідну напругу генератора. Як джерело живлення обмотки збудження обрано тиристорний збудник типу БТУ-3601-3627.

Використання тиристорного перетворювача забезпечує високу точність регулювання напруги збудження, швидке формування керуючих впливів та необхідну стабільність роботи системи керування електроприводом. Основні технічні характеристики тиристорного збудника: номінальна потужність $P_{тз\,н} = 9,2\ кВт$; номінальна випрямлена напруга $U_{dн} = 230В$; номінальній випрямлений струм $I_{dн} = 40А$; схема випрямляння – реверсивна трифазна нульова; спосіб керування тиристорними групами – роздільний.

Живлення тиристорного збудника здійснюється через анодний трансформатор типу ТСЗП-25/0,7-74, який забезпечує необхідний рівень напруги та електричну ізоляцію силової частини системи.

Основними параметрами трансформатора є: втрати холостого ходу $P_{хх} = 170\ Вт$, втрати короткого замикання $P_{кз} = 1300\ Вт$.

Обране електрообладнання силового кола повністю відповідає вимогам системи електропривода механізму обертання роторного колеса та забезпечує необхідні показники надійності, перевантажувальної здатності й точності регулювання в умовах тривалої експлуатації роторного екскаватора.

2.4 Аналіз статичних режимів роботи розімкненої системи електропривода роторного колеса

Після завершення вибору основного електрообладнання та формування структури системи керування необхідно провести дослідження її статичних характеристик. Такий аналіз дозволяє оцінити регулювальні властивості електропривода, визначити жорсткість механічних характеристик, дослідити вплив зміни керуючої напруги на швидкість обертання роторного колеса та оцінити ефективність застосування зворотних зв'язків.

Статичні характеристики є одним із найважливіших показників якості електропривода, оскільки вони визначають здатність системи підтримувати необхідну швидкість обертання при зміні навантаження на робочому органі екскаватора. Для механізму обертання роторного колеса це має особливе значення, оскільки навантаження безпосередньо залежить від фізико-механічних властивостей гірської породи та умов ведення гірничих робіт.

Для дослідження характеристик використовується електропривод, виконаний за системою «генератор–двигун» (Г–Д), принципову структурну схему якого наведено на рис. 2.1.

На схемі прийняті наступні позначення: M – двигун привода роторного колеса; G – генератор постійного струму; $M1$– приводний двигун генератора; $КОГ$ – компенсаційна обмотка генератора; $ДПД$, $ДПГ$ – обмотки додаткових полюсів двигуна і генератора; $I_{я}$ – струм якірного кола; $I_{зб\,д}$ – струм обмотки збудження двигуна M; $I_{зб\,г}$ – струм незалежної обмотки збудження генератора G; $РМ$ механізм обертання роторного колеса.

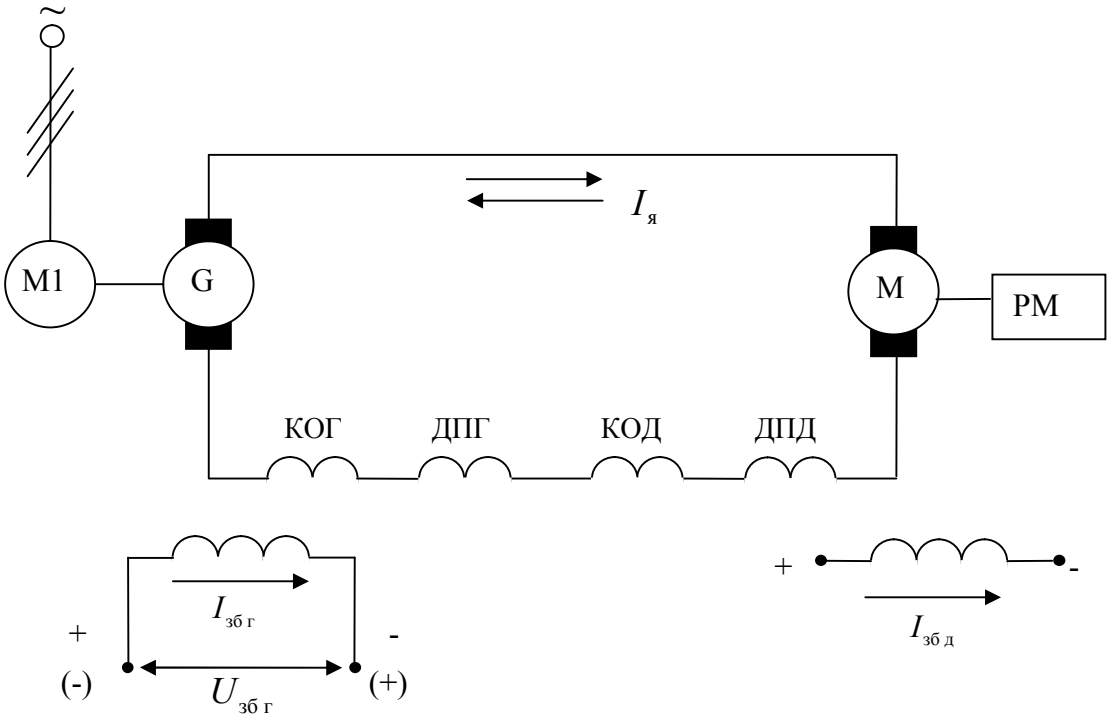


Рисунок 2.1 – Принципова електрична схема системи «генератор–двигун» електропривода роторного колеса

На відміну від багатодвигунних приводів окремих механізмів роторного екскаватора, привід роторного колеса реалізується одним двигуном великої потужності ($k = 1$). Тому розрахункова схема відповідає однодвигунному електроприводу.

Особливістю системи Г–Д є те, що якірні обмотки генератора та двигуна з'єднані послідовно й утворюють спільне силове коло. За таких умов електрорушійну силу генератора $E_г$ можна розглядати як регульоване джерело живлення для двигуна постійного струму.

Електромеханічна характеристика системи Г-Д визначається залежністю кутової швидкості від струму якоря $I_я$:

$$\omega_д = \frac{E_г}{k\ k_д \Phi_{нд}} - I_я \frac{R_{яΣ}}{k\ k_д \Phi_{нд}} = \omega_0 - \Delta\omega_{ст}\ ; \qquad (2.1)$$

а механічна характеристика – залежністю швидкості від електромагнітного моменту $M_д$:

$$\omega_{д} = \frac{E_{г}}{k\ k_{д}\Phi_{нд}} - M_{д}\frac{R_{яΣ}}{k\ \left(k_{д}\Phi_{нд}\right)^{2}} = \omega_{0} - \Delta\omega_{ст} \qquad (2.2)$$

Для подальших розрахунків необхідно визначити сумарний активний опір $R_{яΣ}$ якірного кола системи Г-Д , який включає опори всіх елементів силового ланцюга:

$$R_{яΣ} = R_{яΣд} + R_{яΣг}\,.$$

Опір якірного кола двигуна $R_{яΣд}$ складається з опору обмотки якоря $R_{я\,д}$, додаткових полюсів $R_{дп\,д}$ та компенсаційної обмотки $R_{ко\,д}$:

$$R_{яΣд} = k_{t}\ \left(R_{я\,д} + R_{дп\,д} + R_{ко\,д}\right)\ ;$$

Оскільки паспортні значення опорів електричних машин наводяться для температури 20°С, під час розрахунків необхідно враховувати нагрівання обмоток у робочому режимі. Для цього використовується температурний коефіцієнт перерахунку k_{t} (для машин з класом ізоляції Н $k_{t} = 1{,}36$):

$$R_{яΣд} = 1{,}36 \cdot (0{,}00229 + 0 + 0{,}00091) = 4{,}352 \cdot 10^{-2}\ Ом\,,$$

Аналогічно визначається опір генератора $R_{яΣг}$:

$$R_{яΣг} = k_{t}\ \left(R_{я\,г} + R_{дп\,г} + R_{ко\,г}\right),$$

$$R_{яΣг} = 1{,}36 \cdot (0{,}0229 + 0{,}00123 + 0{,}0007) = 3{,}377 \cdot 10^{-2}\ Ом\,.$$

Після приведення опорів до робочої температури визначається повний опір якірного кола системи.

$$R_{яΣ} = 4{,}352 \cdot 10^{-2} + 3{,}377 \cdot 10^{-2} = 3{,}812 \cdot 10^{-2}\ Ом\,.$$

Для побудови характеристик необхідно також визначити добуток конструктивний коефіцієнт двигуна $k_{д}$ на номінальний магнітний потік двигуна

$\Phi_{\text{н д}}$ (позначимо надалі як c). Його значення знаходиться з рівняння природної характеристики двигуна за номінальними даними:

$$c = k_{\text{д}}\Phi_{\text{н д}} = \frac{U_{\text{н д}} - I_{\text{н д}}\, R_{\text{яΣд}}}{\omega_{\text{н д}}} \ ;$$

де $\omega_{\text{н}}$ – номінальна частота обертання двигуна:

$$\omega_{\text{н}} = \frac{\pi \cdot n_{\text{н}}}{30} \ ,$$

$$\omega_{\text{н}} = \frac{3{,}14 \cdot 560}{30} = 58{,}6 c^{-1} ,$$

$$c = k_{\text{д}}\Phi_{\text{н д}} = \frac{480 - 1900 \cdot 4{,}352 \cdot 10^{-3}}{58{,}6} = 8{,}02 \ B \cdot c \,/\, рад$$

При дослідженні статичних режимів максимальною ЕРС генератора приймається номінальна напруга двигуна, тобто

Під час побудови механічних та електромеханічних характеристик системи «генератор–двигун» (Г–Д) максимальне значення електрорушійної сили генератора приймається рівним номінальній напрузі електродвигуна, тобто $E_{\text{г}} = U_{\text{н}} = 480 \ B$.

Після підстановки числових значень параметрів системи у вирази (2.1) та (2.2) одержуємо рівняння механічних і електромеханічних характеристик у числовому вигляді:

$$\omega_{\text{д}} = \frac{E_{\text{г}}}{8{,}02} - I_{\text{я}} \frac{0{,}03812}{8{,}02} = E_{\text{г}} \cdot 0{,}1246 - I_{\text{я}} \cdot 4{,}75 \cdot 10^{-3} ;$$

$$\omega_{\text{д}} = \frac{E_{\text{г}}}{8{,}02} - M_{\text{д}} \frac{0{,}03812}{(8{,}02)^2} = E_{\text{г}} \cdot 0{,}1246 - M_{\text{д}} \cdot 0{,}59 \cdot 10^{-3} .$$

Отримані залежності є лінійними функціями, тому їх графічне зображення являє собою прямі лінії. У зв'язку з цим для побудови кожної характеристи-

ки достатньо визначити координати лише двох характерних точок. Як правило, такими точками є точка ідеального холостого ходу та точка, що відповідає номінальному навантаженню електропривода.

Для більш повного аналізу роботи системи характеристики будуються не тільки для номінального значення ЕРС генератора $E_{\text{г}} = U_{\text{н}} = 480\ B$, а й для декількох інших значень напруги, зокрема:

$$E_{\text{г}2} = 0,75 \cdot E_{\text{з max}} = 0,75 \cdot 480 = 360\ B,$$

$$E_{\text{г}3} = 0,5 \cdot E_{\text{з max}} = 0,5 \cdot 480 = 240\ B,$$

а також для випадку

$$E_{\text{г}5} = 0,$$

що відповідає режиму динамічного гальмування електродвигуна.

Точка 1 – режим ідеального холостого ходу.

У режимі холостого ходу навантажувальний момент на валу двигуна відсутній, а струм якоря практично дорівнює нулю. За цих умов швидкість обертання досягає свого максимального значення для заданої ЕРС генератора.

$$I_{\text{я}} = 0,\ \ M = 0$$

$$\omega_{01} = E_{\text{г}1} \cdot 0,1246 = 480 \cdot 0,1246 = 59,8\ c^{-1}$$

$$\omega_{02} = E_{\text{г}2} \cdot 0,1246 = 360 \cdot 0,125 = 44,9\ c^{-1}$$

$$\omega_{03} = E_{\text{г}3} \cdot 0,1246 = 240 \cdot 0,1246 = 29,9\ c^{-1}$$

$$\omega_{04} = E_{\text{г}4} \cdot 0,125 = 120 \cdot 0,1246 = 15,6\ c^{-1}$$

$$\omega_{05} = 0$$

Точка 2 – номінальний режим роботи.

Друга точка відповідає роботі електропривода при номінальному навантаженні, коли струм якоря та електромагнітний момент набувають своїх номінальних значень:

$$I_{я} = I_{н\,д} = 1900\ A,$$

$$M = M_{н} = k_{д}\Phi_{н\,д} \cdot I_{н\,д} = 8{,}023 \cdot 1900 = 15244\ Нм$$

$$\omega_1 = 480 \cdot 0{,}1246 - 1900 \cdot 4{,}75 \cdot 10^{-3} = 64{,}3\ c^{-1}$$

$$\omega_2 = 360 \cdot 0{,}1246 - 1900 \cdot 4{,}75 \cdot 10^{-3} = 49{,}1\ c^{-1}$$

$$\omega_3 = 240 \cdot 0{,}1246 - 1900 \cdot 4{,}75 \cdot 10^{-3} = 24{,}4\ c^{-1}$$

$$\omega_4 = 120 \cdot 0{,}1246 - 1900 \cdot 4{,}75 \cdot 10^{-3} = 20{,}1\ c^{-1}$$

$$\omega_5 = 0 \cdot 0{,}1246 - 1900 \cdot 4{,}75 \cdot 10^{-3} = -4{,}514\ c^{-1}$$

За отриманими результатами будуються сімейства електромеханічних та механічних характеристик для різних рівнів напруги керування (рис. 2.2, пунктирні прямі). Для від’ємних значень напруги характеристики являються симетричними відносно початку координат.

Аналіз отриманих залежностей показує, що в розімкненій системі зі збільшенням навантажувального моменту спостерігається помітне зниження швидкості обертання двигуна. Це пояснюється додатковими втратами напруги на сумарному опорі якірного кола генератора та двигуна.

У порівнянні з природною характеристикою двигуна механічні характеристики системи Г–Д мають меншу жорсткість, що обумовлено збільшенням сумарного активного опору силового кола. Внаслідок цього зміна навантаження викликає більш значне відхилення швидкості обертання.

Введення замкненого контуру керування із зворотним зв’язком дозволяє істотно підвищити жорсткість механічних характеристик, зменшити статичну

похибку регулювання та забезпечити більш стабільну роботу роторного колеса при зміні умов копання. Це особливо важливо для роторних екскаваторів великої продуктивності, де навіть незначні коливання швидкості можуть негативно впливати на рівномірність процесу різання породи та навантаження на механічні елементи технологічного комплексу.

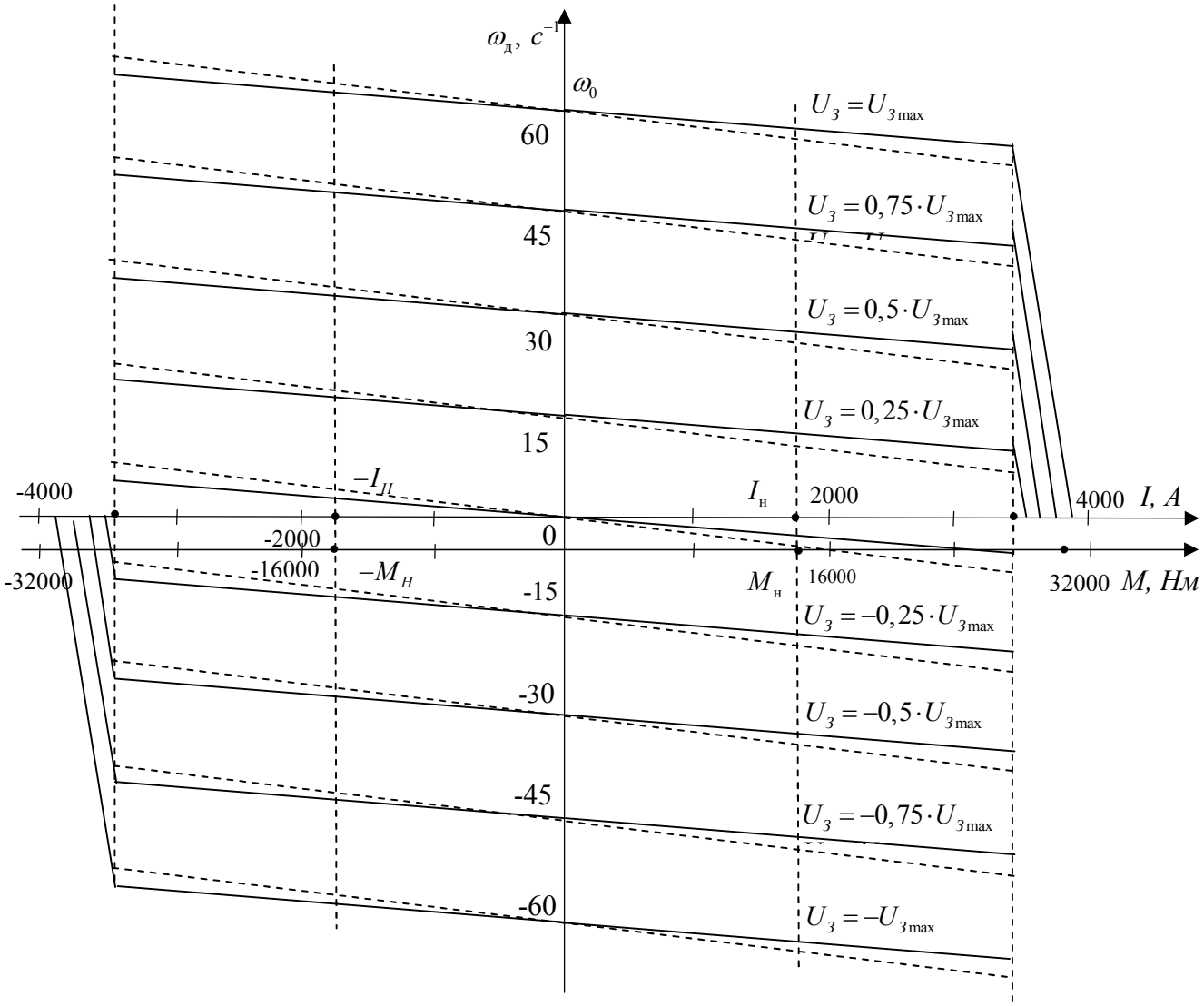


Рисунок 2.2 – Статичні електромеханічні та механічні характеристики системи «генератор–двигун»: розімкнений режим (штрихові лінії) та режим зі зворотним зв’язком (суцільні лінії)

2.5 Формування екскаваторної характеристики та аналіз статичних режимів замкненої системи електропривода роторного колеса

До електроприводів основних механізмів роторних екскаваторів висувається комплекс підвищених вимог, ключовими серед яких є забезпечення високої жорсткості робочої ділянки механічної характеристики та обмеження максимально допустимого моменту навантаження. Сукупність цих вимог визначає необхідність формування так званої «екскаваторної» характеристики електропривода, яка забезпечує оптимальну поведінку системи в умовах різко змінного технологічного навантаження (рис. 2.3).

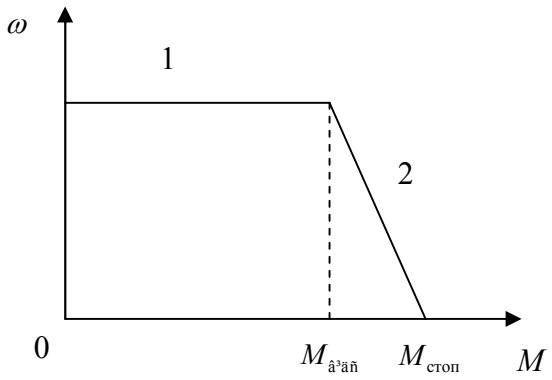


Рисунок 2.3 – Екскаваторна механічна характеристика

На робочій ділянці характеристики (ділянка 1) зі зростанням навантаження до значення струму відсічення $I_я = I_{\text{відс}}$), що відповідає моменту відсічення $M_{\text{відс}}$, система повинна забезпечувати пропорційне збільшення ЕРС генератора $E_г$. Це дозволяє компенсувати падіння напруги на внутрішніх опорах силового кола $R_{яΣ}$ та підтримувати достатньо високу жорсткість механічної характеристики в робочому режимі.

Подальше збільшення навантаження після досягнення струму відсічення повинно супроводжуватися зниженням ЕРС генератора $E_г$ пропорційно $\Delta I_я = I_я - I_{\text{відс}}$ та відповідним зменшенням кутової швидкості привода. У граничному випадку, при досягненні струму стопоріння $I_я = I_{\text{стоп}}$, що відповідає моменту повної зупинки механізму $M_д = M_{\text{стоп}}$, швидкість обертання зменшується до нуля, а напруга генератора наближається до значення $E_г = I_{\text{стоп}} R_{яΣ}$ (ділянка 2 характеристики).

Формування подібної нелінійної статичної характеристики можливе виключно в умовах замкнутої системи автоматичного керування, оскільки саме зворотні зв'язки дозволяють реалізувати необхідні залежності між струмом, швидкістю та напругою керування.

- У практиці керування роторними екскаваторами застосовуються системи автоматичного регулювання зі структурою на основі підсумовуючого підсилювача, на вході якого алгебраїчно об'єднуються сигнали завдання та сигнали зворотних зв'язків. Залежно від функціонального призначення, зворотні зв'язки можуть бути: жорсткі та гнучкі зворотні зв'язки за напругою генератора; зворотний зв'язок за швидкістю двигуна; зворотний зв'язок за струмом із відсіченням.

У даній роботі для електропривода роторного колеса прийнято комбіновану структуру системи керування, яка включає: зворотний зв'язок за швидкістю; гнучкий (диференційний) зворотний зв'язок за струмом; нелінійний зворотний зв'язок за струмом із відсіченням.

Функціональна схема такої системи наведена на рис. 2.4.

У схемі використано такі позначення: AJ – задатчик інтенсивності; AW – підсумовуючий підсилювач; UL – збудник генератора; UA – датчик струму; BR – тахогенератор (датчик швидкості); $НЕ$ – нелінійний елемент; $ДЕ$ – диференціюючий елемент.

Задатчик інтенсивності AJ забезпечує формування плавного закону зміни керуючого сигналу $U_{вх}$, перетворюючи довільний вхідний вплив у лінійно зростаючу функцію часу $U_з$ до моменту досягнення умови рівноваги:

$$U_з = k' \cdot U_{вх},$$

де k' – коефіцієнт інтенсивності зміни сигналу.

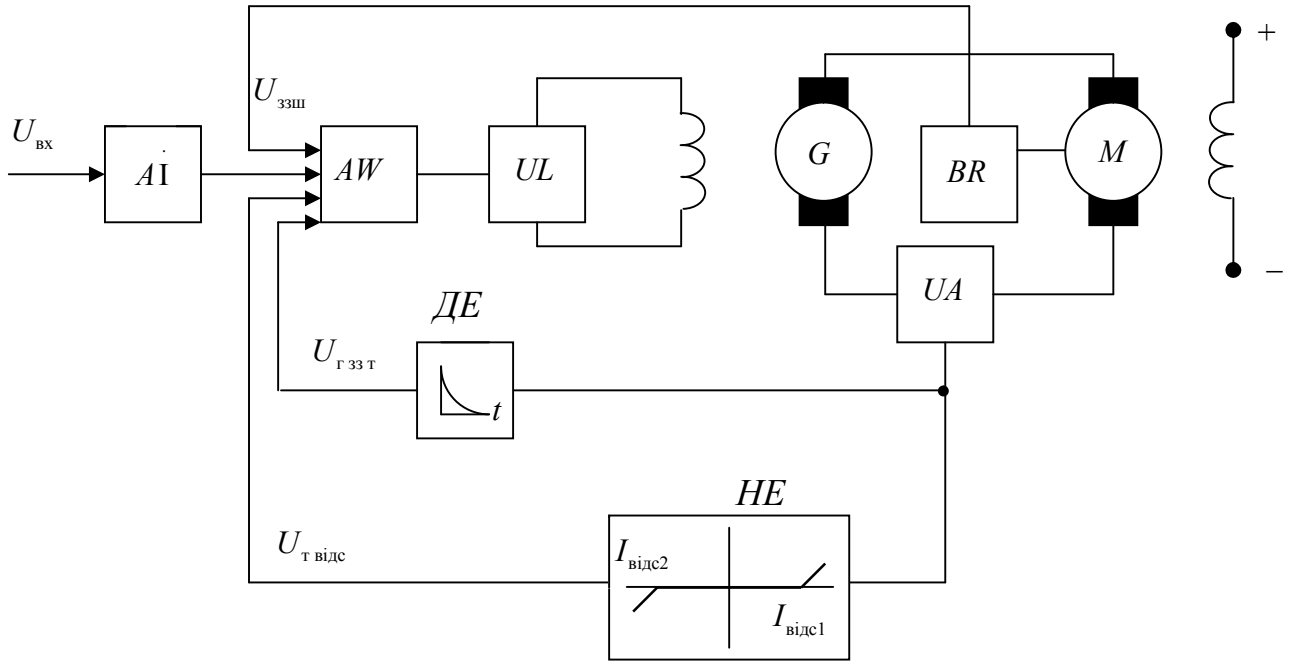


Рисунок 2.4 – Функціональна структура системи автоматичного керування електроприводом «генератор–двигун» роторного колеса

Диференціюючий елемент *ДЕ* формує складову сигналу $U_{г\ ззт}$, пропорційну похідній струму якоря, реалізуючи так званий гнучкий зворотний зв'язок за струмом. Цей канал не впливає на статичні характеристики системи, однак суттєво покращує динамічні властивості та демпфування коливань.

Нелінійний елемент *НЕ* у каналі струмового відсічення визначає принципову нелінійність системи. Його передавальна характеристика містить зону нечутливості, в межах якої зворотний зв'язок за струмом не активується:

$$I_{відс2} \le I_{я} \le I_{відс1} .$$

Тільки після перевищення заданого порогу струму:

$$I_{відс1} = \left| I_{відс2} \right| = I_{відс} = 2\, I_{н\,д}$$

система переходить у режим обмеження, що дозволяє захистити механічну частину привода від перевантажень.

$$\omega_{\text{д}} = U_{\text{з}} \frac{k_{\Sigma}}{c + k_{\Sigma} k_{\text{ззш}}} - I_{\text{я}} \frac{R_{\text{я}\Sigma}}{c + k_{\Sigma} k_{\text{ззш}}} - 1(\Delta I)\left(I_{\text{я}} - I_{\text{відс}}\right) \frac{k_{\text{т відс}}\, k_{\Sigma}}{c + k_{\Sigma} k_{\text{ззш}}} =$$

$$= \omega_0 - \Delta\omega_{\text{ст 1}} - 1(\Delta I)\Delta\omega_{\text{ст 2}} , \qquad (2.3)$$

де k_{Σ} – сумарний коефіцієнт підсилення системи керування, який характеризує загальний вплив усіх підсилювальних ланок на формування керуючого сигналу;

$k_{\text{ззш}}$, $k_{\text{т відс}}$ – коефіцієнти зворотного зв'язку відповідно за швидкістю обертання та струмом якоря з відсіченням, що визначають ступінь впливу відповідних сигналів зворотного зв'язку на роботу електропривода;

$1(\Delta I)$ – одинична функція (функція Хевісайда), яка використовується для опису режиму відсічення струмового зворотного зв'язку і набуває таких значень: 0 при $|I_{\text{я}}| \le I_{\text{відс}}$ і 1 при $|I_{\text{я}}| > I_{\text{відс}}$.

Тобто функція $1(\Delta I)$ дорівнює нулю за від'ємних значень аргументу та одиниці за додатних або нульового значення аргументу. Її застосування дозволяє враховувати включення або виключення струмового зворотного зв'язку залежно від режиму роботи електропривода.

Сумарний коефіцієнт підсилення визначається як добуток підсилень окремих ланок AW, UL і G на лінійній частині їх характеристики вхід-вихід:

$$k_{\Sigma} = k_{AW}\, k_{UL}\, k_{\text{г}};$$

З теоретичної точки зору, при необмеженому зростанні коефіцієнтів зворотного зв'язку k_{Σ} або $k_{\text{ззш}}$ до ∞ жорсткість механічної характеристики прямує до нескінченності. Однак на практиці її значення обмежується умовами стійкості системи та фізичною реалізовністю підсилюючих елементів.

Коефіцієнт підсилення генератора визначається як відношення номінальної ЕРС генератора $E_{\text{н г}}$ до номінальної напруги його обмотки збудження $U_{\text{н зб г}}$ та розраховується за формулою:

$$k_{\text{г}} = \frac{E_{\text{н г}}}{U_{\text{н зб г}}} \ ,$$

Номінальна ЕДС генератора обчислюється за виразом:

$$E_{\text{н г}} = U_{\text{н г}} + I_{\text{н г}} \ R_{\text{яΣг}} \ .$$

Підставляючи паспортні дані машини у наведений вираз, отримуємо:

$$E_{\text{г}} = 500 + 1900 \cdot 3{,}377 \cdot 10^{-2} = 564 \ B$$

$$k_{\text{г}} = \frac{564}{220} = 2{,}56 \, .$$

Далі визначаємо коефіцієнт підсилення тиристорного збудника k_{UL}. Для інженерних розрахунків його допускається оцінювати наближено за співвідношенням:

$$k_{UL} = \frac{U_{\text{d н зб}}}{U_{\text{у}}},$$

де $U_{\text{d н зб}}$ – номінальна випрямлена напруга тиристорного збудника. У подальших розрахунках приймаємо $U_{\text{d н зб}} = U_{\text{н зб г}}$;

$U_{\text{у}}$ – керуюча напруга на вході тиристорного перетворювача. Оскільки її значення відсутнє у довідкових даних, приймаємо $U_{\text{у}} = 10 \ B$;

Тоді коефіцієнт підсилення тиристорного збудника становить:

$$k_{UL} = \frac{230}{10} = 23 \, .$$

Коефіцієнт посилення суматора приймаємо $k_{AW} = 0{,}1 \, .$

Після підстановки числових значень отримуємо загальний коефіцієнт підсилення системи:

$$k_{\Sigma} = 0{,}1 \cdot 23 \cdot 2{,}56 = 5{,}89 \, .$$

Для забезпечення необхідної жорсткості механічних характеристик визначаємо коефіцієнт зворотного зв'язку за швидкістю $k_{\text{ззш}}$. Його значення обирається виходячи із заданого статичного перепаду швидкості $\Delta\omega_{\text{ст 1}}$ при номінальному струмі двигуна.

Відповідно до умови:

$$\Delta\omega_{\text{ст1}} = I_{\text{н д}} \frac{R_{\text{я}\Sigma}}{c + k_{\Sigma} k_{\text{ззш}}},$$

звідки

$$k_{\text{ззш}} = I_{\text{нд}} \frac{R_{\text{я}\Sigma}}{k_{\Sigma}\Delta\omega_{\text{ст 1}}} - \frac{c}{k_{\Sigma}}.$$

Значення допустимого статичного перепаду швидкості в замкненій системі $\Delta\omega_{\text{ст1}}$ приймається рівним половині відповідного перепаду в розімкненій системі $\Delta\omega_{\text{ст}}$ при номінальному навантаженні:

$$\Delta\omega_{\text{ст1}} = 0,5\Delta\omega_{\text{ст}} = 0,5(\omega_0 - \omega_{\text{н}}) = 0,5\frac{I_{\text{н}} R_{\text{я}\Sigma}}{k_{\text{д}} \Phi_{\text{нд}}},$$

$$\Delta\omega_{\text{ст1}} = 0,5 \cdot \frac{1900 \cdot 3,812 \cdot 10^{-2}}{8,02} = 4,514\ c^{-1}.$$

Тоді

$$k_{\text{ззш}} = 1900 \cdot \frac{3,812 \cdot 10^{-2}}{5,89 \cdot 4,514} - \frac{8,02}{5,89} = 1,33.$$

Наступним етапом є визначення коефіцієнта відсічення за струмом $k_{\text{т відс}}$. Його розрахунок виконується з метою забезпечення необхідного максимального струму стопоріння двигуна. Для цього використовується формула:

$$k_{\text{т відс}} = \frac{U_{\text{з max}} - I_{\text{стоп}} R_{\text{я}\Sigma} / k_{\Sigma}}{I_{\text{стоп}} - I_{\text{відс}}}. \qquad (2.4)$$

Величини струмів відсічення $I_{\text{відс}}$ і стопоріння $I_{\text{стоп}}$ приймаємо рівними:

$$I_{\text{відс}} = 2I_{\text{н д}}; \quad I_{\text{стоп}} = 2{,}3I_{\text{н д}}.$$

$$I_{\text{відс}} = 2I_{\text{н д}} = 2 \cdot 1900 = 3800\ A,$$

$$I_{\text{стоп}} = 2{,}3I_{\text{н д}} = 2{,}3 \cdot 1900 = 4370\ A.$$

Далі визначаємо напругу завдання $U_{\text{з max}}$, яка повинна забезпечувати отримання швидкості ідеального холостого ходу замкненої системи, рівної швидкості ідеального холостого ходу розімкненої системи при $E_{\text{г}} = k\ U_{\text{н д}}$.

Із рівняння електромеханічної характеристики маємо:

$$\omega_0 = U_{\text{з max}}\ \frac{k_\Sigma}{c + k_\Sigma k_{\text{ззш}}} = \frac{U_{\text{н д}}}{c},$$

звідки

$$U_{\text{з max}} = \frac{U_{\text{нд}}\left(c + k_\Sigma k_{\text{ззш}}\right)}{c\ k_\Sigma}.$$

Після обчислень отримуємо:

$$U_{\text{з max}} = \frac{480 \cdot (8{,}02\ +\ 5{,}89 \cdot 1{,}33)}{8{,}02 \cdot 5{,}89} = 192\ B,$$

$$k_{\text{т відс}} = \frac{192 - 4370 \cdot 3{,}812 \cdot 10^{-2} / 5{,}89}{4370 - 3800} = 0{,}287.$$

Аналіз виразу (2.4) показує, що для отримання абсолютно м'якої характеристики на ділянці струмового відсічення (при $I_{\text{відс}} = I_{\text{стоп}}$) необхідно забезпечити нескінченно велике значення коефіцієнта підсилення $k_{\text{т відс}}$. Реалізувати таку умову на практиці неможливо через фізичні обмеження елементів системи керування та вимоги до забезпечення її стійкої роботи. Тому максимальне значення коефіцієнта підсилення $k_{\text{т відс}}$ обмежується реально досяжними параметрами підсилювальних пристроїв і умовами стійкості електропривода в режимі стопоріння.

Після завершення розрахунків виконується побудова статичних характеристик замкненої системи автоматичного керування. Оскільки електромеханічні характеристики мають лінійний характер, для їх побудови достатньо визначити координати трьох характерних точок: точки ідеального холостого ходу, номінальної робочої точки та точки стопоріння.

Враховуючи, що електромагнітний момент двигуна прямо пропорційний струму якоря ($M_{\text{д}} = k_{\text{д}} \Phi_{\text{н д}} I_{\text{д}} \Rightarrow M_{\partial} \equiv I_{\text{д}}$), окремий розрахунок механічних характеристик не виконується. Для аналізу роботи системи достатньо побудувати електромеханічні характеристики $\omega_{\text{д}} = f(I_{\text{я}})$.

Підставивши розраховані параметри у рівняння електромеханічної характеристики замкненої системи (2.3), отримуємо

$$\omega_{\text{д}} = U_{\text{з}} \frac{k_{\Sigma}}{c + k_{\Sigma} k_{\text{ззш}}} - I_{\text{я}} \frac{R_{\text{я}\Sigma}}{c + k_{\Sigma} k_{\text{ззш}}} - 1(\Delta I)\left(I_{\text{я}} - I_{\text{відс}}\right) \frac{k_{\text{т відс}}\, k_{\Sigma}}{c + k_{\Sigma} k_{\text{ззш}}} =$$

$$= U_{\text{з}} \frac{5{,}89}{8{,}02 + 5{,}89 \cdot 1{,}33} - I_{\text{я}} \frac{3{,}812 \cdot 10^{-2}}{8{,}02 + 5{,}89 \cdot 1{,}33} - 1(\Delta I)\left(I_{\text{я}} - 3800\right) \cdot \frac{0{,}287 \cdot 5{,}89}{8{,}02 + 5{,}89 \cdot 1{,}33} =$$

$$= U_{\text{з}} \cdot 0{,}37 - I_{\text{я}} \cdot 0.24 \cdot 10^{-2} - 1(\Delta I)\left(I_{\text{я}} - 3800\right) \cdot 0{,}105.$$

На основі отриманого рівняння будуються електромеханічні характеристики замкненої системи для кількох значень напруги завдання $U_{\text{з}}$. Зокрема, розглядаються режими, що відповідають значенням $U_{\text{з}} = (1;\ 0{,}75;\ 0{,}5;\ 0{,}25;\ 0;\ -0{,}25;\ -0{,}5;\ -0{,}75;\ -1) U_{\text{з max}}$.

Порівняння отриманих характеристик дозволяє оцінити вплив рівня керуючої напруги на швидкість обертання двигуна, жорсткість характеристик та перевантажувальну здатність електропривода в різних режимах роботи.

Для побудови кожної характеристики визначаються координати трьох характерних точок.

$U_з = U_{з\max} = 192\ B$.

Перша точка відповідає режиму ідеального холостого ходу. У цьому режимі струм якоря дорівнює нулю, а швидкість двигуна набуває максимального значення для заданої напруги завдання:

$$I_я = 0, \quad \omega_д = 192 \cdot 0{,}37 - 0 \cdot 0.24 \cdot 10^{-2} - 0 \cdot (-3800) \cdot 0{,}105 = 59{,}8\ c^{-1}.$$

Друга точка характеризує номінальний режим роботи електропривода, коли двигун працює при номінальному навантаженні:

$$I_я = I_{н\,д} = 1900\ A, \quad \omega_д = 192 \cdot 0{,}37 - 1900 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-3} - 0 = 53{,}7\ c^{-1}$$

Третя точка відповідає режиму стопоріння. У цьому випадку швидкість обертання двигуна дорівнює нулю, а струм досягає свого максимального допустимого значення:

$$\omega_д = 0, \quad I_я = I_{\text{стоп}} = 4370\ A.$$

Аналогічні розрахунки виконуються для всіх прийнятих значень напруги завдання $U_З = 0{,}75U_{З\max}$; $0{,}5U_{З\max}$; $0{,}25U_{З\max}$; 0. Для $-0{,}25U_{З\max}$; $-0{,}5U_{З\max}$; $-0{,}75U_{З\max}$. Для від'ємних значень $U_з$ електромеханічні характеристики будуються за тими самими розрахунковими точками, однак усі координати мають протилежний знак. Таким чином, характеристики для від'ємних значень керуючої напруги є дзеркально симетричними відносно початку координат.

Отримані результати розрахунків зведені до таблиці 2.1.

За результатами розрахунків побудовано графіки електромеханічних та механічних характеристик замкнутої системи, які наведені на рисунку 2.2 суцільними лініями.

Аналіз отриманих залежностей показує, що замкнена система забезпечує суттєво вищу жорсткість характеристики, а також стабілізацію швидкості обер-

тання роторного колеса при зміні навантаження. Це особливо важливо для процесів копання, де момент опору є випадковою та різко змінною величиною.

Крім того, реалізація зворотних зв’язків у замкненій системі дозволяє формувати так звану «екскаваторну характеристику», яка забезпечує обмеження максимального моменту та плавне зниження швидкості при перевантаженнях без втрати керованості.

Таблиця 2.1 – Результати розрахунку статичних характеристик системи

$U_З$	$U_З, В$	$\omega_д$, $с^{-1}$ при $I_я = 0$	$\omega_д$, $с^{-1}$ при $I_я = I_{н\,д}$	$I_{стоп}, А$ $\omega_д = 0$
$U_{З\max}$	192	59,8	55,7	4370
$0.75U_{З\max}$	143,7	44,9	40,6	4206
$0.5U_{З\max}$	95,8	29,9	25,3	4042
$0.25U_{З\max}$	47,9	15,6	10,07	3879
0	0	0	-4,5	-

2.6 Аналіз динаміки системи автоматичного керування

Важливим етапом дослідження системи є вивчення її динамічних властивостей. Динамічний аналіз дозволяє оцінити поведінку системи під час перехідних процесів, які виникають внаслідок зміни керуючих або збурюючих впливів. Основними зовнішніми діями, що визначають роботу системи автоматичного керування, є задаючий сигнал $U_з$ та збурюючий вплив з боку навантаження $I_{ст}$.

Для дослідження динамічних характеристик використовується алгоритмічна схема системи автоматичного керування електроприводом типу Г–Д, наведена на рисунку 2.5. Вона побудована на основі функціональної схеми системи та відображає взаємозв'язок між її основними елементами і сигналами.

У наведеній алгоритмічній схемі не враховується контур струмового зворотного зв'язку з відсіченням, оскільки в усталених робочих режимах він не бере участі у формуванні керуючого впливу. Також не розглядається задатчик інтенсивності, адже його вплив може бути врахований шляхом задання керуючого сигналу $U_з(t)$, що змінюється в часі за відповідним законом.

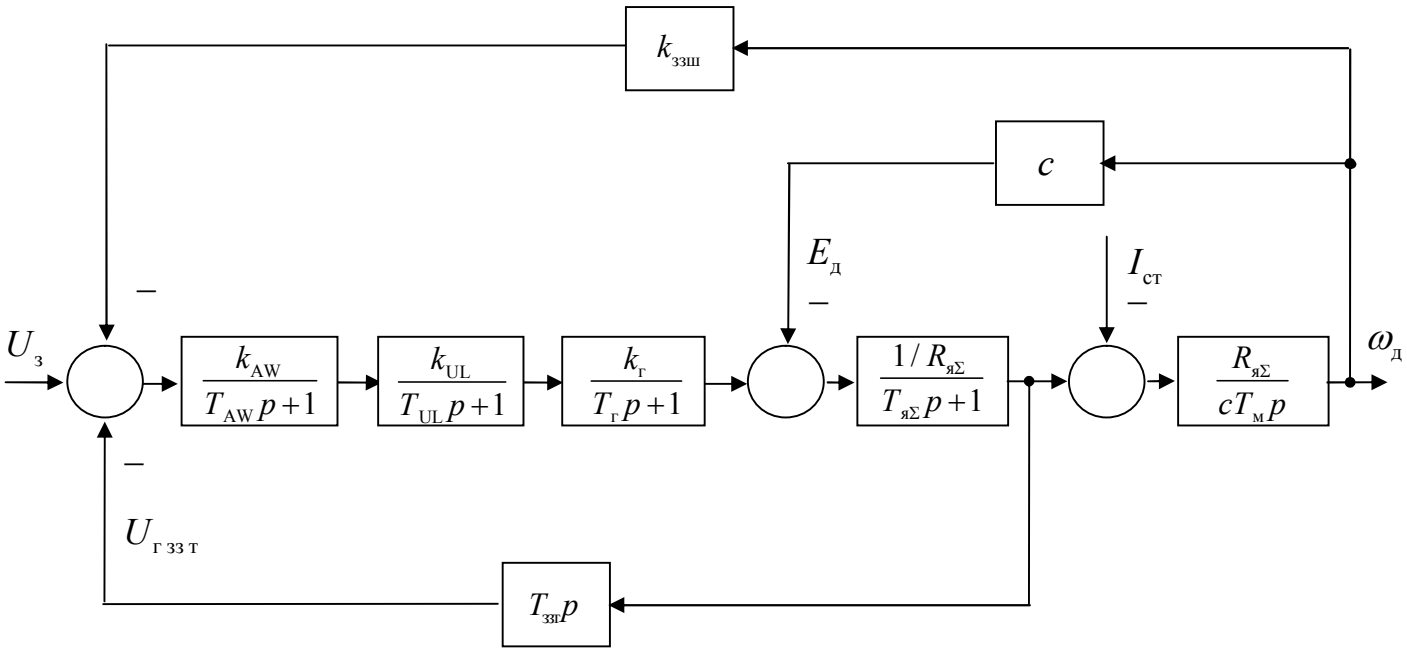


Рисунок 2.5 – Структурна схема замкненої системи автоматичного керування електроприводом Г–Д

Для спрощення подальших розрахунків доцільно знехтувати постійними часу напівпровідникових суматорів AW та тиристорних збудників UL. Це припущення є цілком обґрунтованим, оскільки зпостійні часу азначених елементів більш ніж у 50 разів менші за найбільшу електромеханічну постійну часу $T_г$ сгенератора і практично не впливають на характер перехідних процесів. У результаті одержуємо спрощену алгоритмічну схему, представлену на рис. 2.6.

Для проведення аналізу динамічних властивостей електропривода необхідно визначити передавальні функції системи за каналами задаючого та збурюючого впливів. Подальші дослідження виконуються на основі спрощеної структурної схеми системи, наведеної на рисунку 2.6.

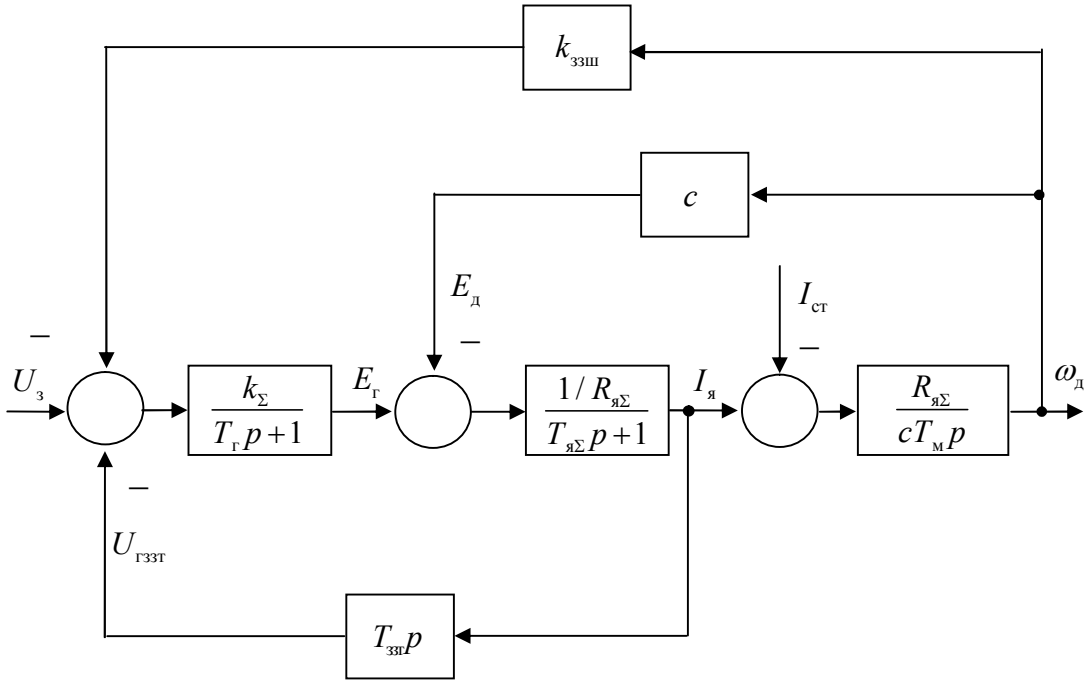


Рисунок 2.6 – Спрощена структурна схема системи автоматичного керування

З метою скорочення математичних записів і спрощення подальших структурних перетворень введемо умовні позначення для передавальних функцій окремих ланок системи:

$$G1 = \frac{k_\Sigma}{T_г p + 1}, \qquad G3 = \frac{R_{яΣ}}{cT_м p}, \qquad G5 = k_{ззш};$$

$$G2 = \frac{1/R_{яΣ}}{T_{яΣ} p + 1}, \qquad G4 = c, \qquad G6 = T_{ззт} p.$$

Після введення зазначених позначень структурна схема набуває більш компактного вигляду, що значно спрощує виконання подальших перетворень та аналіз системи (рис. 2.7).

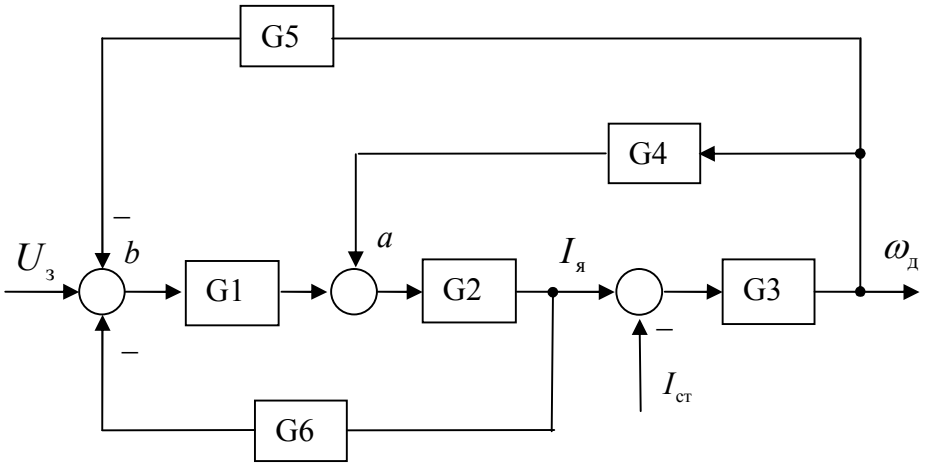


Рисунок 2.7 – Структурна схема системи з введеними позначеннями передавальних функцій

Для подальшого спрощення моделі перенесемо зворотний зв'язок за ЕРС двигуна з внутрішньої точки схеми a до її входу b. Відповідно до правил структурних перетворень при цьому до контуру зворотного зв'язку вводиться додаткова ланка з передавальною функцією:

$$\frac{1}{G1} = \frac{T_г p + 1}{k_\Sigma}.$$

У результаті виконаного перетворення отримуємо еквівалентну структурну схему, подану на рис. 2.8.

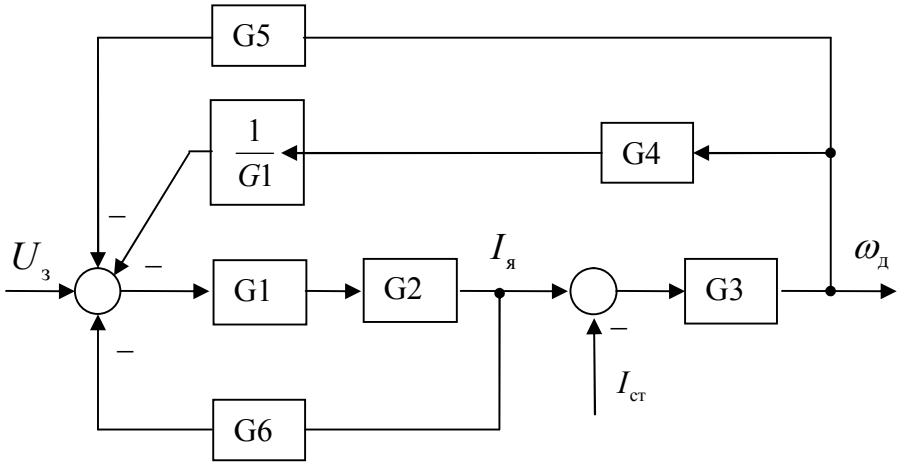


Рисунок 2.8 – Еквівалентна структурна схема після перенесення контуру зворотного зв'язку

Наступним етапом є об'єднання послідовно з'єднаних ланок з передавальними функціями $G1 \cdot G2$ та $G6$. в одну еквівалентну ланку. Таке перетворення дозволяє зменшити складність структурної схеми без зміни її математичного опису.

Після виконання зазначеного перетворення отримуємо схему, наведену на рисунку 2.9.

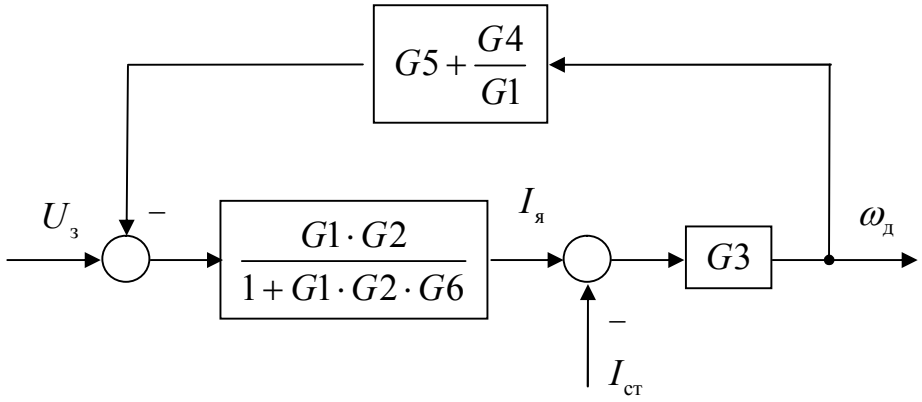


Рисунок 2.9 – Структурна схема після об'єднання ланок $G1 \cdot G2$ та $G6$

Для подальших розрахунків введемо нові позначення:

$$G7 = \frac{G1 \cdot G2}{1 + G1 \cdot G2 \cdot G6}; \qquad G8 = G5 + \frac{G4}{G1}.$$

З урахуванням прийнятих позначень отримуємо остаточну структурну схему, представлену на рисунку 2.10. Саме ця схема використовується надалі для визначення передавальних функцій швидкості обертання та струму якоря за задаючим і збурюючим впливами.

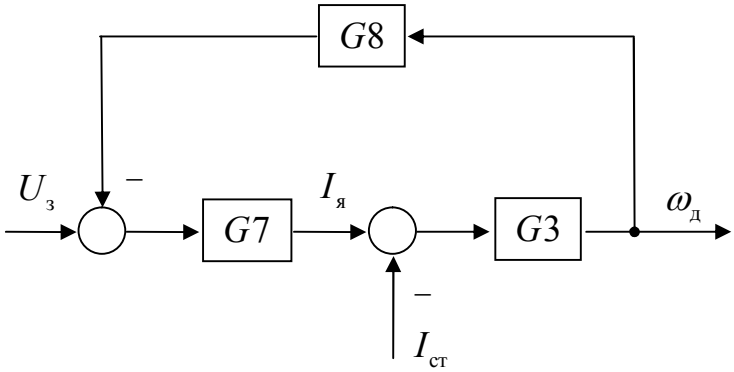


Рисунок 2.10 – Розрахункова структурна схема для визначення передавальних функцій системи

Отримана структурна схема є зручною для подальшого аналізу динамічних процесів, оскільки дозволяє застосовувати стандартні методи теорії автоматичного керування для визначення передавальних функцій системи за задавальню і збурюючою діями..

При визначенні передавальної функції швидкості за задаючою дією $W_{\omega_д U_з}(p)=\dfrac{\omega_д(p)}{U_з(p)}$ приймаємо рівним нулю збурюючий вплив, тобто $I_{ст}=0$. За таких умов структурна схема спрощується до вигляду, наведеного на рис. 2.11.

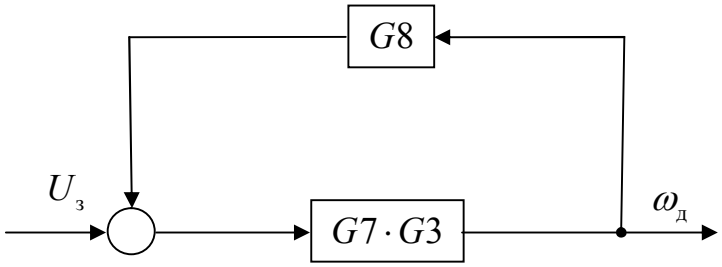


Рисунок 2.11 – Структурна схема для визначення передавальної функції швидкості за задаючим впливом $W_{\omega_д U_з}(p)=\dfrac{\omega_д(p)}{U_з(p)}$

Передавальні функції окремих ланок, що входять до структури системи, мають вигляд:

$$G1\cdot G2=\frac{k_\Sigma}{T_г p+1}\cdot\frac{1/R_{яΣ}}{T_{яΣ}p+1}=\frac{k_\Sigma/R_{яΣ}}{(T_г p+1)(T_{яΣ}p+1)};$$

$$G7=\frac{G1\cdot G2}{1+G1\cdot G2\cdot G6}=\frac{\dfrac{k_\Sigma/R_{яΣ}}{(T_г p+1)(T_{яΣ}p+1)}}{1+\dfrac{k_\Sigma/R_{яΣ}}{(T_г p+1)(T_{яΣ}p+1)}\cdot T_{ззт}p}=$$

$$=\frac{k_\Sigma/R_{яΣ}}{(T_г p+1)(T_{яΣ}p+1)+k_\Sigma T_{ззт}p/R_{яΣ}}.$$

$$G7\cdot G3=\frac{k_\Sigma/R_{яΣ}}{(T_г p+1)(T_{яΣ}p+1)+k_\Sigma T_{ззт}p/R_{яΣ}}\cdot\frac{R_{яΣ}}{cT_м p}=$$

$$= \frac{k_{\Sigma}}{cT_{\text{м}}p[(T_{\text{г}}p+1)(T_{\text{яΣ}}p+1)+k_{\Sigma}T_{\text{ззт}}p/R_{\text{яΣ}}]}$$

$$G8 = G5 + \frac{G4}{G1} = k_{\text{ззш}} + \frac{c}{\dfrac{k_{\Sigma}}{T_{\text{г}}p+1}} = \frac{k_{\text{ззш}}k_{\Sigma} + c(T_{\text{г}}p+1)}{k_{\Sigma}}.$$

Після підстановки та структурних перетворень алгоритмічна схема, наведена на рис. 2.11, зводиться до еквівалентної узагальненої структури, показаної на рис.2.12.

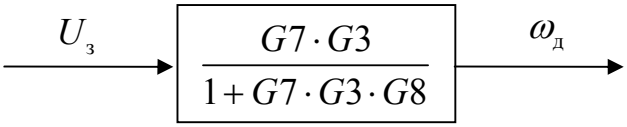


Рисунок 2.12 – Спрощена схема визначення передавальної функції швидкості за задаючою дією $W_{\omega_{\text{д}}U_{\text{з}}}(p) = \dfrac{\omega_{\text{д}}(p)}{U_{\text{з}}(p)}$

На основі отриманої структури визначаємо передавальну функцію швидкості $\omega_{\text{д}}$ за задаючим впливом $U_{\text{з}}$:

$$W_{\omega_{\text{д}}U_{\text{з}}}(p) = \frac{\omega_{\text{д}}(p)}{U_{\text{з}}(p)} = \frac{G7 \cdot G3}{1 + G7 \cdot G3 \cdot G8} =$$

$$= \frac{\dfrac{k_{\Sigma}}{cT_{\text{м}}p[(T_{\text{г}}p+1)(T_{\text{яΣ}}p+1)+k_{\Sigma}T_{\text{ззт}}p/R_{\text{яΣ}}]}}{1 + \dfrac{k_{\Sigma}}{cT_{\text{м}}p[(T_{\text{г}}p+1)(T_{\text{яΣ}}p+1)+k_{\Sigma}T_{\text{ззт}}p/R_{\text{яΣ}}]} \cdot \dfrac{k_{\text{ззш}}k_{\Sigma} + c(T_{\text{г}}p+1)}{k_{\Sigma}}} =$$

$$= \frac{k_{\Sigma}}{cT_{\text{м}}p[(T_{\text{г}}p+1)(T_{\text{яΣ}}p+1)+k_{\Sigma}T_{\text{ззт}}p/R_{\text{яΣ}}] + k_{\text{ззш}}k_{\Sigma} + c(T_{\text{г}}p+1)} =$$

$$= \frac{k_\Sigma}{cT_г T_м T_{яΣ} p^3 + \left(cT_г T_м + cT_{яΣ} T_м + c\frac{k_\Sigma T_м T_{ззт}}{R_{яΣ}} \right) p^2 + (cT_г + cT_м) p + c + k_\Sigma k_{ззш}}.$$

З урахуванням введеного позначення $k_д = \frac{1}{c}$, передавальна функція набуває вигляду:

$$W_{\omega_д U_з}(p) = \frac{\omega_д(p)}{U_з(p)} =$$

$$= \frac{k_\Sigma k_д}{T_г T_м T_{яΣ} p^3 + \left(T_г T_м + T_{яΣ} T_м + \frac{k_\Sigma T_м T_{ззт}}{R_{яΣ}} \right) p^2 + (T_г + T_м) p + 1 + k_\Sigma k_д k_{ззш}}.$$

Отриманий вираз характеризує динамічні властивості системи за каналом керування та дозволяє оцінити вплив параметрів регуляторів і елементів силової частини на швидкість обертання двигуна в перехідних режимах.

При визначенні передавальної функції швидкості за збурюючою дією $W_{\omega_д I_{ст}}(p) = \frac{\omega_д(p)}{I_{ст}(p)}$ приймаємо відповідні спрощення структурної схеми, що дозволяють ізолювати канал проходження збурення та виключити вплив задаючого сигналу, тобто задаючий сигнал приймається рівним нулю ($U_з = 0$). За цієї умови початкова алгоритмічна схема, наведена на рис. 2.10, трансформується до еквівалентного вигляду, представленого на рис.2.13.

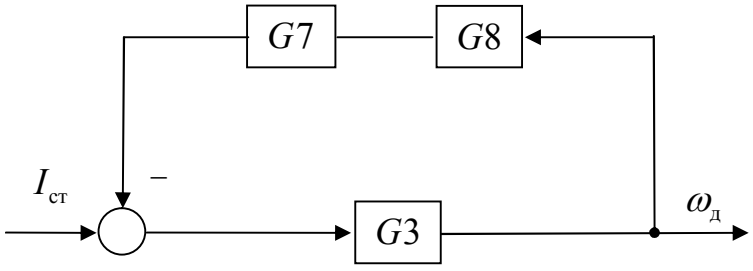


Рисунок 2.13 – Структурна схема для визначення передавальної функції швидкості за збурюючим впливом $W_{\omega_д I_{ст}}(p) = \frac{\omega_д(p)}{I_{ст}(p)}$

Для подальшого аналізу виконується додаткове структурне спрощення алгоритмічної схеми, представленої на рис. 2.13, в результаті чого отримуємо еквівалентну модель, показану на рисунку 2.14.

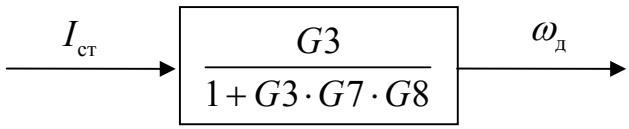


Рисунок 2.14 – Еквівалентна схема для розрахунку передавальної функції швидкості за збуренням $W_{\omega_д I_{ст}}(p)=\dfrac{\omega_д(p)}{I_{ст}(p)}$

Передавальна функція швидкості за збурюючою дією визначається наступним чином:

$$W_{\omega_д I_{ст}}(p)=\frac{\omega_д(p)}{I_{ст}(p)}=\frac{G3}{1+G3\cdot G7\cdot G8}=$$

$$=\frac{\dfrac{R_{яΣ}}{cT_м p}}{1+\dfrac{R_{яΣ}}{cT_м p}\cdot\dfrac{k_Σ/R_{яΣ}}{(T_г p+1)(T_{яΣ}p+1)+k_Σ T_{ззт}p/R_{яΣ}}\cdot\dfrac{k_{ззш}k_Σ+c(T_г p+1)}{k_Σ}}=$$

$$=\frac{R_{яΣ}/(cT_м p)}{\dfrac{cT_м p\cdot[(T_г p+1)(T_{яΣ}p+1)+k_Σ T_{ззт}p/R_{яΣ}]+k_{ззш}k_Σ+c(T_г p+1)}{cT_м p\cdot[(T_г p+1)(T_{яΣ}p+1)+k_Σ T_{ззт}p/R_{яΣ}]}}=$$

$$=\frac{R_{яΣ}T_г T_{яΣ}p^2+(R_{яΣ}T_г+R_{яΣ}T_{яΣ}+k_Σ T_{ззт})p+R_{яΣ}}{cT_г T_м T_{яΣ}p^3+\left(cT_г T_м+cT_{яΣ}T_м+\dfrac{ck_Σ T_м T_{ззт}}{R_{яΣ}}\right)p^2+(cT_г+cT_м)p+c+k_Σ k_{ззш}}.$$

З урахуванням введеного позначення $k_д=\dfrac{1}{c}$, передавальна функція набуває вигляду:

$$W_{\omega_д I_{ст}}(p)=\frac{\omega_д(p)}{I_{ст}(p)}=$$

$$= \frac{[R_{\text{яΣ}} T_{\text{г}} T_{\text{яΣ}} p^2 + (R_{\text{яΣ}} T_{\text{г}} + R_{\text{яΣ}} T_{\text{яΣ}} + k_{\Sigma} T_{\text{ззт}}) p + R_{\text{яΣ}}] k_{\text{д}}}{T_{\text{г}} T_{\text{м}} T_{\text{яΣ}} p^3 + \left(T_{\text{г}} T_{\text{м}} + T_{\text{яΣ}} T_{\text{м}} + \frac{k_{\Sigma} T_{\text{м}} T_{\text{ззт}}}{R_{\text{яΣ}}} \right) p^2 + (T_{\text{г}} + T_{\text{м}}) p + 1 + k_{\Sigma} k_{\text{д}} k_{\text{ззш}}}.$$

Отримана залежність характеризує реакцію системи автоматичного керування електроприводом на зовнішні навантажувальні збурення та дозволяє оцінити її здатність до компенсації моменту опору, а також ступінь впливу параметрів регуляторів на якість регулювання швидкості в динамічних режимах.

При визначенні передавальної функції струму за задаючою дією $W_{I_{\text{я}} U_{\text{з}}}(p) = \frac{I_{\text{я}}(p)}{U_{\text{з}}(p)}$ знову приймаємо відсутність збурюючої дії ($I_{\text{ст}} = 0$). За цих умов алгоритмічна схема, наведена на рис.2.11, набуває вигляду, показаного на рис. 2.15.

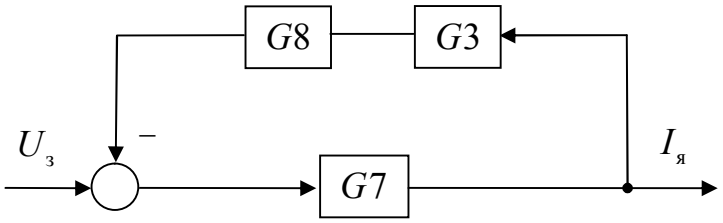


Рисунок 2.15 – Структурна схема визначення передавальної функції струму за задаючою дією $W_{I_{\text{я}} U_{\text{з}}}(p) = \frac{I_{\text{я}}(p)}{U_{\text{з}}(p)}$

Подальші структурні перетворення приводять схему до вигляду, представленого на рисунку 2.16.

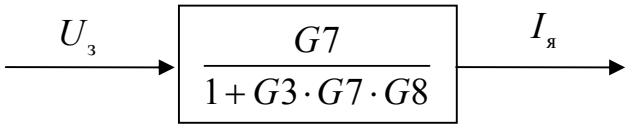


Рисунок 2.16 – Спрощена схема розрахунку передавальної функції струму за задаючим впливом $W_{I_{\text{я}} U_{\text{з}}}(p) = \frac{I_{\text{я}}(p)}{U_{\text{з}}(p)}$

Передавальна функція струму якоря за задаючою дією визначається як:

$$W_{I_я U_з}(p) = \frac{I_я(p)}{U_з(p)} = \frac{G7}{1 + G3 \cdot G7 \cdot G8} =$$

$$= \frac{\dfrac{k_\Sigma / R_{я\Sigma}}{(T_г p + 1)(T_{я\Sigma} p + 1) + k_\Sigma T_{ззт} p / R_{я\Sigma}}}{1 + \dfrac{R_{я\Sigma}}{cT_м p} \cdot \dfrac{k_\Sigma / R_{я\Sigma}}{(T_г p + 1)(T_{я\Sigma} p + 1) + k_\Sigma T_{ззт} p / R_{я\Sigma}} \cdot \dfrac{k_{ззш} k_\Sigma + c(T_г p + 1)}{k_\Sigma}} =$$

$$= \frac{\dfrac{k_\Sigma / R_{я\Sigma}}{(T_г p + 1)(T_{я\Sigma} p + 1) + k_\Sigma T_{ззт} p / R_{я\Sigma}}}{\dfrac{cT_м p \cdot [(T_г p + 1)(T_{я\Sigma} p + 1) + k_\Sigma T_{ззт} p / R_{я\Sigma}] + k_{ззш} k_\Sigma + c(T_г p + 1)}{cT_м p \cdot [(T_г p + 1)(T_{я\Sigma} p + 1) + k_\Sigma T_{ззт} p / R_{я\Sigma}]}} =$$

$$= \frac{ck_\Sigma T_м p / R_{я\Sigma}}{cT_г T_м T_{я\Sigma} p^3 + \left(cT_г T_м + cT_{я\Sigma} T_м + c\dfrac{k_\Sigma T_м T_{ззт}}{R_{я\Sigma}} \right) p^2 + (cT_г + cT_м) p + c + k_\Sigma k_{ззш}}.$$

З урахуванням введеного позначення $k_д = \dfrac{1}{c}$, передавальна функція набуває вигляду:

$$W_{I_я U_з}(p) = \frac{I_я(p)}{U_з(p)} =$$

$$= \frac{k_\Sigma T_м p / R_{я\Sigma}}{T_г T_м T_{я\Sigma} p^3 + \left(T_г T_м + T_{я\Sigma} T_м + \dfrac{k_\Sigma T_м T_{ззт}}{R_{я\Sigma}} \right) p^2 + (T_г + T_м) p + 1 + k_\Sigma k_д k_{ззш}}.$$

Аналогічно виконується визначення передавальної функції струму за збурюючою дією $W_{I_д I_{ст}}(p) = \dfrac{I_д(p)}{I_{ст}(p)}$. При цьому задаючий сигнал приймається рівним нулю ($U_з = 0$), що дозволяє розглядати виключно вплив навантаження на динаміку струму. За цих умов алгоритмічна схема, наведена на рисунку 2.10, трансформується до вигляду, показаного на рисунку 2.17.

При визначенні передавальної функції струму по обурюючій дії приймаємо . За цієї умови схема, зображена на рис.2.10, прийме вид, зображений на рис.2.17.

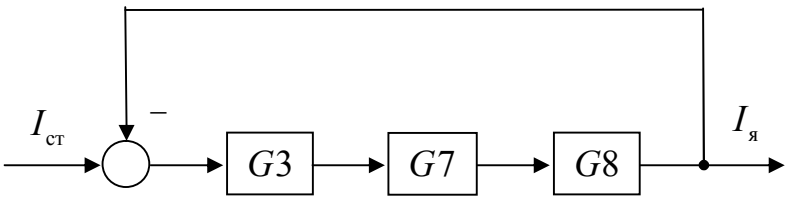


Рисунок 2.17 – Структурна схема для визначення передавальної функції струму за збурюючою дією $W_{I_я I_{ст}}(p) = \dfrac{I_я(p)}{I_{ст}(p)}$

Подальше спрощення приводить до еквівалентної структурної схеми, наведеної на рисунку 2.18.

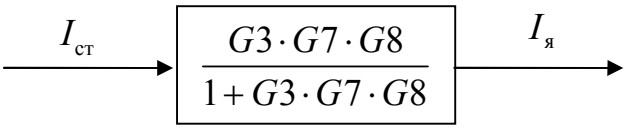


Рисунок 2.18 – Спрощена схема розрахунку передавальної функції струму за збуренням $W_{I_я I_{ст}}(p) = \dfrac{I_я(p)}{I_{ст}(p)}$

Передавальна функція струму за збурюючою дією визначається як:

$$W_{I_я I_{ст}}(p) = \frac{I_я(p)}{I_{ст}(p)} = \frac{G3 \cdot G7 \cdot G8}{1 + G3 \cdot G7 \cdot G8} =$$

$$= \frac{\dfrac{R_{яΣ}}{cT_м p} \cdot \dfrac{k_Σ / R_{яΣ}}{(T_г p + 1)(T_{яΣ} p + 1) + k_Σ T_{ззт} p / R_{яΣ}} \cdot \dfrac{k_{ззш} k_Σ + c(T_г p + 1)}{k_Σ}}{1 + \dfrac{R_{яΣ}}{cT_м p} \cdot \dfrac{k_Σ / R_{яΣ}}{(T_г p + 1)(T_{яΣ} p + 1) + k_Σ T_{ззт} p / R_{яΣ}} \cdot \dfrac{k_{ззш} k_Σ + c(T_г p + 1)}{k_Σ}} =$$

$$= \frac{\dfrac{k_{\text{ззш}}k_{\Sigma} + c(T_{\text{г}}p+1)}{cT_{\text{м}}p\cdot[(T_{\text{г}}p+1)(T_{\text{я}\Sigma}p+1)+k_{\Sigma}T_{\text{ззт}}p/R_{\text{я}\Sigma}]}}{\dfrac{cT_{\text{м}}p\cdot[(T_{\text{г}}p+1)(T_{\text{я}\Sigma}p+1)+k_{\Sigma}T_{\text{ззт}}p/R_{\text{я}\Sigma}]+k_{\text{ззш}}k_{\Sigma}+c(T_{\text{г}}p+1)}{cT_{\text{м}}p\cdot[(T_{\text{г}}p+1)(T_{\text{я}\Sigma}p+1)+k_{\Sigma}T_{\text{ззт}}p/R_{\text{я}\Sigma}]}} =$$

$$= \frac{k_{\text{ззш}}k_{\Sigma} + c(T_{\text{г}}p+1)}{cT_{\text{г}}T_{\text{м}}T_{\text{я}\Sigma}p^3 + \left(cT_{\text{г}}T_{\text{м}} + cT_{\text{я}\Sigma}T_{\text{м}} + c\dfrac{k_{\Sigma}T_{\text{м}}T_{\text{ззт}}}{R_{\text{я}\Sigma}}\right)p^2 + (cT_{\text{г}} + cT_{\text{м}})p + c + k_{\Sigma}k_{\text{ззш}}}.$$

З урахуванням введеного позначення $k_{\text{д}} = \dfrac{1}{c}$, передавальна функція набуває вигляду:

$$W_{I_{\text{я}}I_{\text{ст}}}(p) = \frac{I_{\text{я}}(p)}{I_{\text{ст}}(p)} =$$

$$= \frac{T_{\text{г}}p + 1 + k_{\Sigma}k_{\text{ззш}}k_{\text{д}}}{T_{\text{г}}T_{\text{м}}T_{\text{я}\Sigma}p^3 + \left(T_{\text{г}}T_{\text{м}} + T_{\text{я}\Sigma}T_{\text{м}} + \dfrac{k_{\Sigma}T_{\text{м}}T_{\text{ззт}}}{R_{\text{я}\Sigma}}\right)p^2 + (T_{\text{г}} + T_{\text{м}})p + 1 + k_{\Sigma}k_{\text{д}}k_{\text{ззш}}}.$$

Отримані залежності дозволяють проаналізувати динамічну реакцію струму якоря як на керуючі впливи, так і на збурення з боку навантаження, що є важливим для оцінки якості регулювання та стійкості електропривода в перехідних режимах.

Після отримання аналітичних залежностей виконується розрахунок параметрів, що входять до складу передавальних функцій. Правильність визначення цих параметрів має вирішальне значення для подальшого дослідження стійкості та якості перехідних процесів системи.

Для оцінки постійної часу генератора приймається припущення, що вона практично дорівнює постійній часу незалежної обмотки збудження. Таке припущення є справедливим за відсутності паралельної обмотки та нехтуванні впливом вихрових струмів у магнітопроводі машини.

$$T_{\text{г}} = T_{\text{зб г}} = \frac{2\, p_{\text{г}}\, W_{\text{зб}}\, k_{\text{ф}}}{R_{\text{зб}}} \ ,$$

де $W_{\text{зб}}$, – число витків на полюс незалежної обмотки збудження);

$R_{\text{зб}}$ – активний опір обмотки збудження, приведений до робочої температури (з урахуванням температурного коефіцієнта $k_t = 1{,}36$;

$p_{\text{г}}$ – число пар полюсів генератора;

$k_{\text{ф}}$ – коефіцієнт нахилу кривої намагнічування на лінійній (майже прямолінійній) ділянці характеристики намагнічування, який у розрахунках допускається приймати сталим: $k_{\text{ф}} = \Delta\Phi / \Delta I_{\text{зб}} = 0{,}29 \cdot 10^{-2}\ Ом \cdot с$.

Після підстановки вихідних даних отримуємо:

$$T_{\text{г}} = T_{\text{зб г}} = \frac{8 \cdot 186 \cdot 0{,}29 \cdot 10^{-2}}{5{,}76 \cdot 1{,}36} = 0{,}56\ с\ .$$

Цей параметр характеризує інерційність процесу наростання магнітного потоку генератора та визначає швидкодію каналу збудження.

Електромагнітна постійна часу якірного кола визначає швидкість зміни струму в обмотці якоря і є одним із ключових параметрів електромеханічної частини системи:

$$T_{\text{яΣ}} = \frac{L_{\text{яΣ}}}{R_{\text{яΣ}}} \ ,$$

де $L_{\text{яΣ}}$ – сумарна індуктивність якірного кола.

Сумарна індуктивність визначається як:

$$L_{\text{яΣ}} = L_{\text{я д}} + L_{\text{я г}} \ ,$$

$L_{\text{я д}}$, $L_{\text{я г}}$ – індуктивності двигуна та генератора відповідно.

Наближене значення індуктивності кожної машини може бути визначене за емпіричною формулою:

$$L_{\text{я д(г)}} = k_{\text{k}} \frac{U_{\text{н д(г)}}}{p_{\text{д(г)}}\ \omega_{\text{н д(г)}}\ I_{\text{н д(г)}}}\ ,$$

k_{k} – емпіричний коефіцієнт, що залежить від конструктивного виконання машини (для компенсованої машини $k_{\text{k}} = 0,25$, для некомпенсованої $k_{\text{k}} = 0,6$;

$U_{\text{н д(г)}}$, $I_{\text{н д(г)}}$, $\omega_{\text{н д(г)}}$ – номінальні величини напруги, струму і швидкості двигуна або генератора відповідно;

$p_{\text{д(г)}}$ – число пар полюсів двигуна або генератора.

Номінальна кутова швидкість генератора визначається за стандартним співвідношенням:

$$\omega_{\text{н г}} = \frac{\pi n_{\text{н г}}}{30}.$$

Після підстановки числових значень параметрів отримуємо:

$$\omega_{\text{н г}} = \frac{3,14 \cdot 1000}{30} = 104,7\ c^{-1},$$

$$L_{\text{я д}} = \frac{0,6 \cdot 480}{3 \cdot 58,6 \cdot 1900} = 2,578 \cdot 10^{-3}\ Гн$$

$$L_{\text{я г}} = \frac{0,25 \cdot 500}{3 \cdot 104,7 \cdot 1900} = 0,627 \cdot 10^{-3}\ Гн$$

$$L_{\text{яΣ}} = 2,578 \cdot 10^{-3} + 0,627 \cdot 10^{-3} = 3,2 \cdot 10^{-3}\ Гн$$

$$T_{\text{яΣ}} = \frac{3,2 \cdot 10^{-3}}{3,812 \cdot 10^{-2}} = 0,084\ c$$

Ця постійна часу визначає швидкість наростання струму якоря та суттєво впливає на форму перехідних процесів у системі, особливо в початковій фазі регулювання.

Електромеханічна постійна часу характеризує інерційність механічної частини системи та визначає швидкість зміни кутової швидкості двигуна під дією електромагнітного моменту:

$$T_{\text{м}} = \frac{J_{\Sigma}\, R_{\text{яΣ}}}{c^2};$$

де J_{Σ} – сумарний момент інерції системи, який включає момент інерції якоря двигуна та приведений до його вала момент інерції механізму. У розрахунках приймається: $J_{\Sigma} = 1{,}3 J_{\text{д}}$

Після підстановки числових значень отримуємо:

$$T_{\text{м}} = \frac{1{,}3 \cdot 380 \cdot 3{,}812 \cdot 10^{-2}}{8{,}02^2} = 0{,}29\ c\,.$$

Постійна часу $T_{\text{ззт}}$ визначається з використанням критерію Гурвіца. Характеристичне рівняння системи записується у вигляді:

$$T_{\text{м}} T_{\text{яΣ}} T_{\text{г}} p^3 + \left(T_{\text{г}} T_{\text{м}} + T_{\text{м}} T_{\text{яΣ}} + \frac{k_{\Sigma} T_{\text{м}} T_{\text{ззт}}}{R_{\text{яΣ}}} \right) p^2 + (T_{\text{г}} + T_{\text{м}}) p + 1 + k_{\text{ззш}} k_{\Sigma} k_{\text{д}} = 0\,.$$

У числовому вигляді воно набуває конкретної форми:

$$8{,}5 \cdot 10^{-3} p^3 + (0{,}207 + 10{,}15 T_{\text{ззт}}) p^2 + 0{,}969 p + 2{,}049 = 0$$

Для забезпечення стійкості необхідно виконання умов Гурвіца, які в загальному вигляді зводяться до позитивності всіх головних визначників. Для системи 3-го порядку ця умова зводиться до виконання нерівності:

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$$

де

$$a_1 = 0{,}969; \qquad a_2 = 0{,}204 + 10{,}15 T_{\text{ззт}};$$
$$a_3 = 8{,}3 \cdot 10^{-3}; \qquad a_0 = 2{,}049.$$

$$0,969(0,207+10,15T_{\text{ззт}})-2,05\cdot 8,3\cdot 10^{-3}>0$$

$$9,84T_{\text{ззт}}>-0,183$$

Аналіз отриманого співвідношення показує, що умова стійкості виконується для всіх допустимих значень параметра $T_{\text{ззт}}$. Це свідчить про достатній запас стійкості системи в досліджуваному діапазоні режимів роботи. З урахуванням цього для подальших розрахунків приймаємо $T_{\text{ззт}}=0,005\ c$ $T_{\text{ззт}}=0,01\ c$ і $T_{\text{ззт}}=0,02\ c$.

Дослідження динамічних характеристик системи виконується за допомогою програмного комплексу MATLAB, який дозволяє проводити як аналітичні розрахунки, так і комп'ютерне моделювання перехідних процесів. Використання сучасних засобів математичного моделювання значно спрощує аналіз складних систем автоматичного керування та дає можливість оцінити їх поведінку в різних режимах роботи.

Для перевірки правильності отриманих передавальних функцій розрахунок перехідних процесів здійснюється двома незалежними способами. Перший спосіб базується на використанні виведених передавальних функцій швидкості та струму. Другий полягає у моделюванні повної структурної схеми електропривода, реалізованої в середовищі SIMULINK (рис.7.14). Порівняння результатів, отриманих обома методами, дозволяє підтвердити коректність проведених аналітичних перетворень та адекватність побудованої математичної моделі.

За результатами моделювання побудовано графіки перехідних процесів швидкості обертання та струму якоря при відпрацюванні як задаючих, так і збурюючих впливів. Отримані часові залежності наведені на рис. 7.15 та 7.16.

На наведених графіках крива 1 відповідає значенню $T_{\text{ззт}}=0,005\ c$, крива 2 – значенню $T_{\text{ззт}}=0,01\ c$, а крива 3 – значенню $T_{\text{ззт}}=0,02\ c$.

Проведений аналіз показує, що зі зменшенням параметра $T_{\text{ззт}}$ покращуються показники якості перехідних процесів. Зокрема, скорочується час регулювання, підвищується швидкодія системи та зменшується відхилення регу-

льованих координат від усталених значень. Крім того, система швидше реагує на зміну задаючих і збурюючих впливів, що позитивно впливає на точність регулювання.

Разом з тим надмірне зменшення параметра $T_{\text{ззт}}$ не завжди є доцільним. Під час вибору його оптимального значення необхідно враховувати реальні технічні можливості елементів системи керування, обмеження силових перетворювачів, а також вимоги до забезпечення стійкості та надійності роботи електропривода. Тому остаточне значення параметра обирається як компроміс між високою швидкодією системи та можливістю практичної реалізації прийнятих технічних рішень.

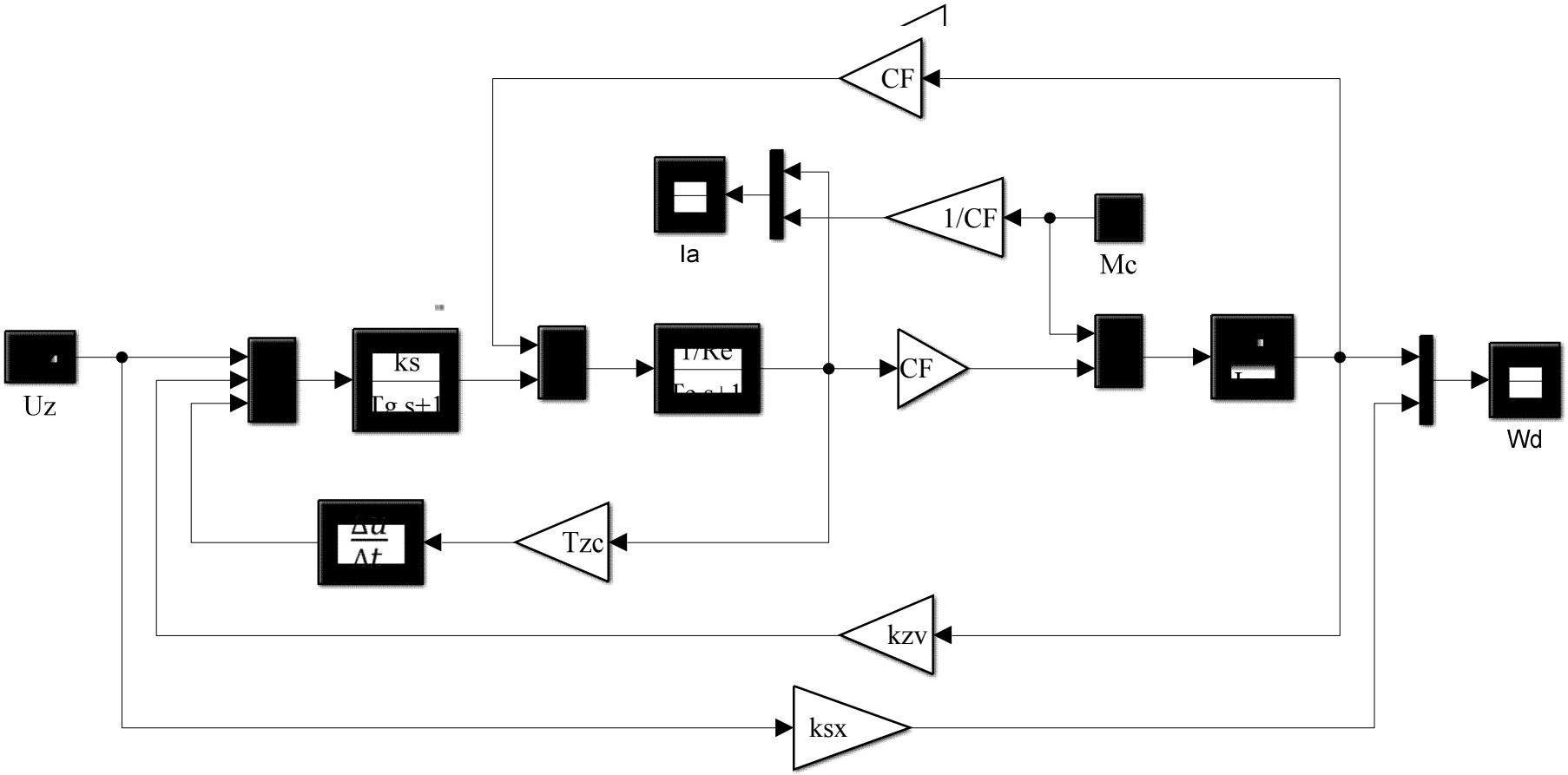
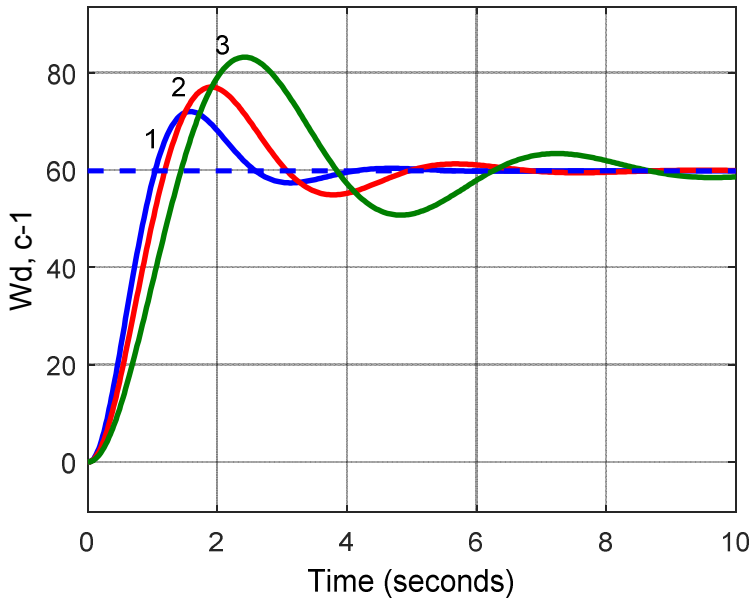
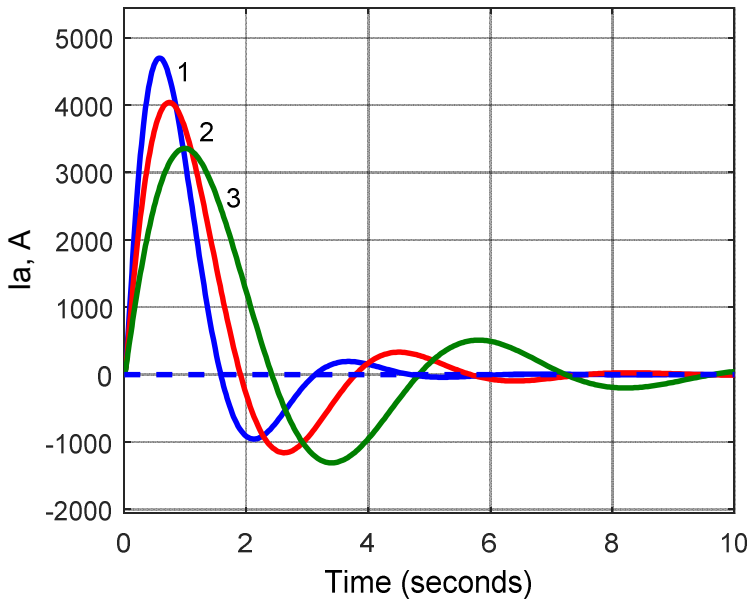


Рисунок 2.19 – Імітаційна модель системи автоматичного керування електроприводом, реалізована в середовищі SIMULINK



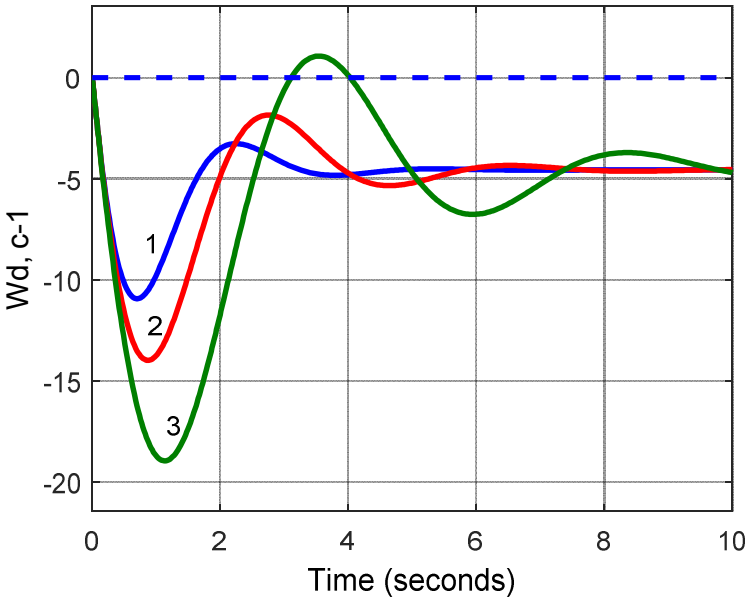
а)



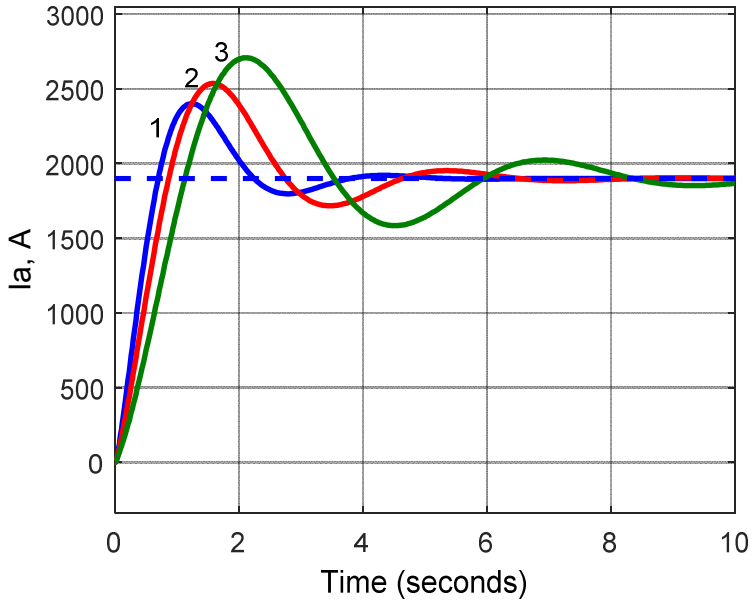
б)

Рисунок 2.20 – Часові характеристики швидкості (а) та струму якоря (б) при відпрацюванні задавального впливу для різних значень постійної часу $T_{\text{ззт}}$:

$1 - T_{\text{ззт}} = 0,005\ c;\ \ 2 - T_{\text{ззт}} = 0,01\ c;\ \ 3 - T_{\text{ззт}} = 0,02\ c$



а)



б)

Рисунок 2.21 – Часові характеристики швидкості швидкості (а) та струму якоря (б) при дії зовнішнього збурення для різних значень постійної часу $T_{\text{ззт}}$:

$1 - T_{\text{ззт}} = 0,005\ c;\ \ 2 - T_{\text{ззт}} = 0,01\ c;\ \ 3 - T_{\text{ззт}} = 0,02\ c$

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

У другому розділі виконано комплексне дослідження електропривода механізму обертання роторного колеса, що включало вибір силового обладнання, розрахунок основних енергетичних і електромеханічних параметрів, а також формування базової структури системи автоматичного керування. На основі аналізу технологічного процесу визначено складові навантаження, які діють на роторне колесо, зокрема зусилля різання, піднімання та втрати в кінематичних ланцюгах, що дозволило обґрунтувати необхідну встановлену потужність привода та вибір двигуна постійного струму для роботи в тривалому режимі зі змінним навантаженням.

Результати розрахунків та подальший вибір електрообладнання системи типу Г–Д показали, що запропонована конфігурація забезпечує необхідний запас потужності, стабільність роботи та можливість ефективного регулювання швидкості в широкому діапазоні. При цьому враховано специфічні умови експлуатації роторних екскаваторів, які характеризуються значними динамічними навантаженнями, вібраціями та нерівномірністю технологічного опору.

У процесі дослідження статичних характеристик розглянуто роботу як розімкненої, так і замкненої системи керування. Встановлено, що розімкнена система має знижену жорсткість механічної характеристики та значну залежність швидкості обертання від навантаження, що є небажаним для технологічного процесу копання. Натомість замкнена система з використанням зворотних зв’язків за швидкістю та струмом дозволяє сформувати більш жорстку регулювальну характеристику, обмежити максимальний момент та забезпечити стабілізацію швидкості роторного колеса при змінних навантаженнях.

Дослідження динамічних властивостей системи, виконане на основі передавальних функцій та імітаційного моделювання в середовищі MATLAB/Simulink, підтвердило адекватність математичної моделі та правильність прийнятих припущень. Отримані результати свідчать про наявність коливального характеру перехідних процесів, що зумовлено інерційністю електро-

механічної системи та змінністю технологічного навантаження. Водночас встановлено, що зменшення сталих часу позитивно впливає на швидкодію системи, однак потребує обережного підходу через обмеження, пов’язані зі стійкістю та фізичною реалізованістю елементів привода.

Таким чином, проведені дослідження підтверджують доцільність використання замкненої системи керування електроприводом роторного колеса як базової структури, що забезпечує покращення статичних і динамічних характеристик. Отримані результати створюють необхідне підґрунтя для подальшого синтезу оптимальної системи керування з використанням LQR-підходу з метою підвищення якості перехідних процесів та зменшення динамічних навантажень на елементи механізму.

РОЗДІЛ 3
АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕКТРОПРИВОДА З УРАХУВАННЯМ ПРУЖНОСТІ МЕХАНІЧНОЇ ЧАСТИНИ

3.1 Побудова математичного опису двомасової пружно-інерційної системи

Під час розроблення та дослідження системи автоматичного керування електроприводом механізму обертання роторного колеса екскаватора механічна частина приводу на попередніх етапах аналізу розглядалася як абсолютно жорстка приведена ланка. Така модель є достатньо зручною для виконання первинних розрахунків і синтезу регуляторів, оскільки дозволяє суттєво спростити математичний апарат та зменшити складність дослідження перехідних процесів. Однак подібне спрощення не враховує особливостей реальної механічної системи, у якій елементи трансмісії, вали, зубчасті передачі та інші конструктивні вузли мають певну пружність і не можуть вважатися абсолютно жорсткими.

У реальних умовах роботи електропривода будь-яка зміна електромагнітного моменту двигуна або раптова зміна навантаження на робочому органі супроводжується виникненням деформацій у механічних зв’язках. Внаслідок цього між окремими інерційними масами виникають відносні кутові переміщення, які стають причиною пружних коливань. Такі коливальні процеси можуть призводити до появи додаткових динамічних навантажень у вузлах передачі моменту, збільшення механічних напружень, прискореного зношування елементів привода, а також погіршення точності позиціонування та відпрацювання заданих режимів руху роторного колеса.

З метою отримання більш достовірного опису динамічних процесів, що відбуваються в електромеханічній системі, необхідно врахувати пружні властивості механічної частини привода. Для цього замість моделі з абсолютно жорстким механічним зв’язком використовується модель пружно-інерційної системи. Практика моделювання складних електромеханічних комплексів показує, що для достатньо точного відтворення основних динамічних явищ доцільно ви-

ділити найбільш значущі інерційні маси та врахувати найменш жорсткі елементи, через які передається механічна енергія. У такому випадку реальний механізм може бути зведений до еквівалентної двомасової моделі, структурну схему якої наведено на рис. 3.1.

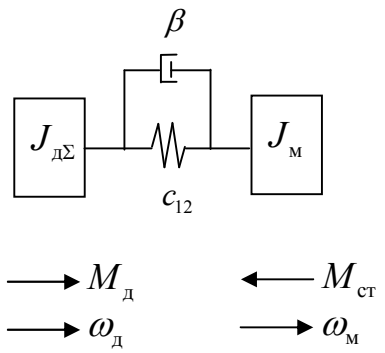


Рисунок 3.1 – Еквівалентна двомасова пружно-інерційна модель механізму обертання роторного колеса

Застосування двомасової моделі дозволяє досягти раціонального балансу між точністю математичного опису та складністю подальших розрахунків. Такий підхід забезпечує можливість дослідження впливу пружних деформацій на динамічні характеристики системи без надмірного ускладнення математичної моделі.

У межах прийнятої моделі перша інерційна маса характеризується моментом інерції $J_{д\Sigma}$, який включає момент інерції якоря електродвигуна, а також усіх елементів привода, жорстко з'єднаних з валом двигуна. До другої інерційної маси відноситься приведений до вала двигуна сумарний момент інерції роторного колеса разом із механізмами його обертання та допоміжними конструктивними елементами. Ця маса характеризується моментом інерції $J_м$.

Взаємодія між зазначеними інерційними масами здійснюється через пружний зв'язок, який у рамках математичної моделі вважається безінерційним. Його властивості визначаються еквівалентною жорсткістю c_{12}, що характеризує здатність механічної системи чинити опір пружним деформаціям під дією прикладеного моменту. Крім того, для врахування процесів розсіювання механіч-

ної енергії в елементах передачі та з'єднаннях між масами вводиться коефіцієнт внутрішнього в'язкого тертя β. Наявність цього параметра дозволяє описати демпфувальні властивості системи та врахувати зменшення амплітуди коливань у процесі їх затухання.

Таким чином, двомасова пружно-інерційна модель дає можливість врахувати основні фізичні явища, пов'язані з накопиченням і передаванням механічної енергії між окремими частинами електропривода, а також дослідити вплив пружних коливань на якість регулювання швидкості та положення роторного колеса екскаватора. Отриманий математичний опис є основою для подальшого аналізу динамічних характеристик системи та розроблення заходів щодо підвищення її стійкості, швидкодії та точності функціонування.

Після приведення всіх інерційних елементів механічної системи та параметрів пружних зв'язків до єдиної узагальненої координати – кутової швидкості вала електродвигуна, можна сформувати математичний опис динаміки електропривода у вигляді системи диференціальних рівнянь. Такий підхід забезпечує можливість комплексного врахування взаємодії між окремими інерційними масами, з'єднаними пружними елементами, а також дозволяє досліджувати виникнення та розвиток пружних коливань у механічній частині привода.

Отримана система рівнянь описує динамічну поведінку двомасового електромеханічного комплексу механізму обертання роторного колеса екскаватора та є основою для подальшого аналізу його перехідних процесів і синтезу систем керування:

$$\begin{cases} J_{\text{м}} \dfrac{d\omega_{\text{м}}}{dt} = M_{\Sigma} - M_{\text{ст}}; \\ \dfrac{dM_{\text{пр}}}{dt} = c_{12}(\omega_{\text{д}} - \omega_{\text{м}}); \\ J_{\text{д}\Sigma} \dfrac{d\omega_{\text{д}}}{dt} = k\Phi_{\text{н}} I_{\text{я}} - M_{\Sigma}, \end{cases} \tag{3.1}$$

де M_{Σ} – момент, який передається між інерційними масами через пружний зв'язок. Його величина визначається сумою двох складових: пружного моменту

$M_{\text{пр}}$, що виникає внаслідок деформації пружного елемента, та демпфувального моменту $M_{\text{вт}} = \beta(\omega_{\text{д}} - \omega_{\text{м}})$, обумовленого внутрішнім в'язким тертям у механічній передачі.

Передаваний момент визначається залежністю

$$M_{\Sigma} = M_{\text{пр}} + \beta(\omega_{\text{д}} - \omega_{\text{м}}), \tag{3.2}$$

β – приведений коефіцієнт внутрішнього в'язкого тертя між інерційними масами, який характеризує процеси розсіювання механічної енергії та забезпечує поступове затухання коливань у системі;

$\omega_{\text{д}}$, $\omega_{\text{м}}$ – кутова швидкість двигуна та виконавчого механізму відповідно;

$M_{\text{ст}}$ – момент статичного навантаження, прикладений до виконавчого механізму та приведений до другої інерційної маси;

Підставивши вираз (3.2) до системи рівнянь (3.1), отримаємо математичну модель двомасового електромеханічного об'єкта у розгорнутій формі:

$$\begin{cases} \dfrac{d\omega_{\text{м}}}{dt} = \dfrac{1}{J_{\text{м}}} M_{\text{пр}} + \dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} \omega_{\text{д}} - \dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} \omega_{\text{м}} - \dfrac{1}{J_{\text{м}}} M_{\text{ст}}; \\ \dfrac{dM_{\text{пр}}}{dt} = c_{12}\omega_{\text{д}} - c_{12}\omega_{\text{м}}; \\ \dfrac{d\omega_{\text{д}}}{dt} = \dfrac{k\Phi_{\text{н}}}{J_{\text{д}\Sigma}} I_{\text{д}} - \dfrac{1}{J_{\text{д}\Sigma}} M_{\text{пр}} - \dfrac{\beta}{J_{\text{д}\Sigma}} \omega_{\text{д}} + \dfrac{\beta}{J_{\text{д}\Sigma}} \omega_{\text{м}}. \end{cases} \tag{3.3}$$

Для побудови повної моделі електропривода необхідно також врахувати електромагнітні процеси, що відбуваються в системі управління. Для раніше розглянутої одномасової системи взаємозв'язок між електричними та механічними координатами описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} T_{\text{м}} \dfrac{d\omega_{\text{д}}}{dt} = \dfrac{R_{\text{я}\Sigma}}{c}(I_{\text{я}} - I_{\text{ст}}); \\ T_{\text{я}\Sigma} \dfrac{dI_{\text{я}}}{dt} + I_{\text{я}} = \dfrac{1}{R_{\text{я}\Sigma}}(E_{\text{г}} - c\omega_{\text{д}}); \\ T_{\text{г}} \dfrac{dE_{\text{г}}}{dt} + E_{\text{г}} = k_{\Sigma} U_{\text{з}} - k_{\text{ззш}} k_{\Sigma} \omega_{\text{д}} - k_{\Sigma} U_{\text{г зз т}}; \\ T_{\text{ззт}} \dfrac{dI_{\text{я}}}{dt} = U_{\text{г зз т}}. \end{cases} \tag{3.4}$$

Для подальшого аналізу доцільно перейти до опису системи у просторі станів. З цією метою систему рівнянь (3.4) записують у нормальній формі Коші, враховуючи, що $I_{\text{ст}} = M_{\text{ст}} / c$, $T_{\text{м}} = J_{\text{д}\Sigma} \dfrac{R_{\text{я}\Sigma}}{(k\Phi_{\text{н}})^2} = J_{\text{д}\Sigma} \dfrac{R_{\text{я}\Sigma}}{c^2}$.. Після об'єднання системи (3.3) та (3.4), а також виконання необхідних алгебраїчних перетворень отримуємо повний математичний опис двомасового електропривода у формі рівнянь стану:

$$\begin{cases} \dfrac{d\omega_{\text{д}}}{dt} = +\dfrac{\beta}{J_{\text{д}\Sigma}} \omega_{\text{м}} - \dfrac{1}{J_{\text{д}\Sigma}} M_{\text{пр}} - \dfrac{\beta}{J_{\text{д}\Sigma}} \omega_{\text{д}} + \dfrac{c}{J_{\text{д}\Sigma}} I_{\text{я}}; \quad / \\ \dfrac{dM_{\text{пр}}}{dt} = -c_{12} \omega_{\text{м}} + c_{12} \omega_{\text{д}}; \\ \dfrac{d\omega_{\text{м}}}{dt} = -\dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} \omega_{\text{м}} + \dfrac{1}{J_{\text{м}}} M_{\text{пр}} + \dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} \omega_{\text{д}} - \dfrac{1}{J_{\text{м}}} M_{\text{ст}}; \\ \dfrac{dI_{\text{я}}}{dt} = -\dfrac{c}{T_{\text{я}\Sigma} R_{\text{я}\Sigma}} \omega_{\text{д}} - \dfrac{1}{T_{\text{я}\Sigma}} I_{\text{я}} + \dfrac{1}{T_{\text{я}\Sigma} R_{\text{я}\Sigma}} E_{\text{г}}; \\ \dfrac{dE_{\text{г}}}{dt} = \left(\dfrac{c k_{\Sigma} T_{\text{ззт}}}{T_{\text{я}\Sigma} R_{\text{я}\Sigma} T_{\text{г}}} - \dfrac{k_{\text{ззш}} k_{\Sigma}}{T_{\text{г}}} \right) \omega_{\text{д}} + \dfrac{k_{\Sigma} T_{\text{ззт}}}{T_{\text{я}\Sigma} T_{\text{г}}} I_{\text{я}} + \left(-\dfrac{k_{\Sigma} T_{\text{ззт}}}{T_{\text{я}\Sigma} R_{\text{я}\Sigma} T_{\text{г}}} - \dfrac{1}{T_{\text{г}}} \right) E_{\text{г}} + \dfrac{k_{\Sigma}}{T_{\text{г}}} U_{\text{з}}. \end{cases} \tag{3.5}$$

Для компактного подання моделі введемо вектор стану:

$$\vec{X}(t) = \left[\omega_{\text{м}}(t);\ M_{\text{пр}}(t);\ \omega_{\text{д}}(t);\ I_{\text{я}}(t);\ E_{\text{г}}(t) \right]^T,$$

компоненти якого характеризують поточний стан електромеханічної системи, а також вектор зовнішніх впливів:

$$\vec{U}(t) = \left[U_{з}(t);\ M_{ст}(t)\right]^{T} \ .$$

Тоді математичну модель двомасової системи разом із рівнянням виходу можна подати в узагальненій матрично-векторній формі:

$$\begin{cases} \dot{\vec{X}}(t) = \mathbf{A}\vec{X}(t) + \mathbf{B}\vec{U}(t); \\ \vec{Y}(t) = \mathbf{C}\vec{X}(t), \end{cases} \tag{3.6}$$

де **A** – матриця стану, що визначає внутрішню динаміку системи та взаємозв'язки між координатами стану;

B – матриця керування, яка характеризує вплив зовнішніх керуючих і збурювальних дій на динаміку об'єкта;

C – матриця виходу, що встановлює зв'язок між змінними стану та контрольованими вихідними величинами;

$\vec{Y}(t)$ – вектор вихідних координат системи.

Структура матриць **A** та **B** визначається параметрами електричної та механічної частин привода і має такий вигляд:

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \omega_{\text{м}} & M_{\text{пр}} & \omega_{\text{д}} & I_{\text{я}} & E_{\text{г}} \end{matrix} \\ \begin{vmatrix} -\dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} & \dfrac{1}{J_{\text{м}}} & \dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} & 0 & 0 \\ -c_{12} & 0 & c_{12} & 0 & 0 \\ \dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} & -\dfrac{1}{J_{\text{м}}} & -\dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} & \dfrac{c}{J_{\text{м}}} & 0 \\ 0 & 0 & -\dfrac{c}{T_{\text{яΣ}} R_{\text{яΣ}}} & -\dfrac{1}{T_{\text{яΣ}}} & \dfrac{1}{T_{\text{яΣ}} R_{\text{яΣ}}} \\ 0 & 0 & \dfrac{c k_{\Sigma} T_{\text{ззт}}}{T_{\text{яΣ}} R_{\text{яΣ}} T_{\text{г}}} - \dfrac{k_{\text{ззш}} k_{\Sigma}}{T_{\text{г}}} & \dfrac{k_{\Sigma} T_{\text{ззт}}}{T_{\text{яΣ}} T_{\text{г}}} & \dfrac{-k_{\Sigma} T_{\text{ззт}}}{T_{\text{яΣ}} R_{\text{яΣ}} T_{\text{г}}} - \dfrac{1}{T_{\text{г}}} \end{vmatrix} \end{array} \quad \mathbf{B} = \begin{array}{c} \begin{matrix} U_{\text{з}} & M_{\text{ст}} \end{matrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & -\dfrac{1}{J_{\text{м}}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dfrac{k_{\Sigma}}{T_{\text{г}}} & 0 \end{vmatrix} \end{array}$$

Представлення математичної моделі у просторі станів є особливо зручним для комп'ютерного моделювання, аналізу стійкості, дослідження власних коливальних режимів та синтезу сучасних багатоконтурних систем автоматичного керування. Крім того, такий підхід дозволяє застосовувати методи оптимального, адаптивного та робастного керування для підвищення динамічних показників електропривода.

На рис. 3.2 зображено алгоритмічну схему двомасової системи

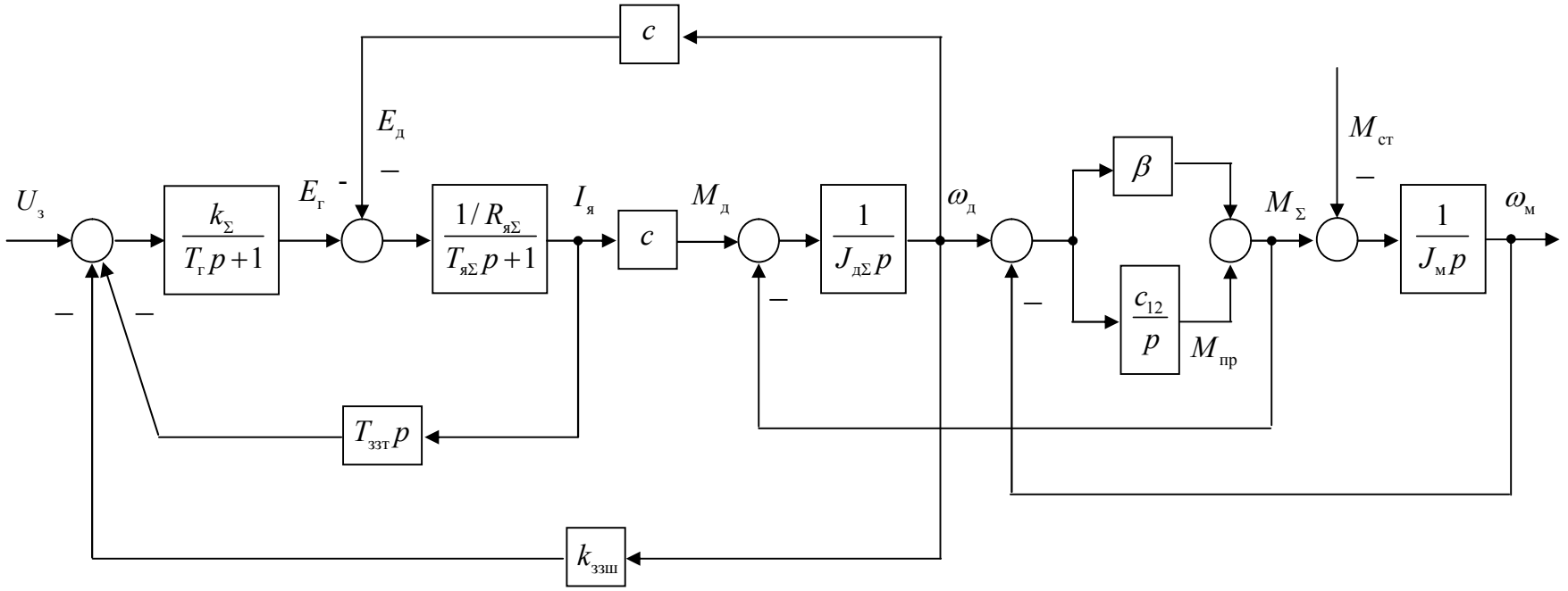


Рисунок 3.2 – Алгоритмічна структура двомасової пружно-інерційної моделі електропривода механізму обертання роторного колеса

3.2 Дослідження динамічної поведінки двомасової електромеханічної системи

Для оцінювання динамічних властивостей електропривода та аналізу впливу пружних зв'язків на характер перехідних процесів було виконано моделювання системи на основі отриманої математичної моделі, представленої у просторі станів рівняннями (3.6). Проведені дослідження дали можливість визначити реакцію системи як на керуючі впливи, так і на зовнішні збурення, що виникають під час роботи механізму обертання роторного колеса.

Усі розрахунки виконувалися із застосуванням сучасних засобів комп'ютерного моделювання в середовищі MATLAB. Використання цього програмного комплексу дозволяє ефективно реалізовувати математичні моделі високої складності, проводити чисельне інтегрування систем диференціальних рівнянь та отримувати графічне відображення результатів досліджень.

Вихідні параметри моделі, а також значення матриць стану та керування наведено в додатку А. Для дослідження перехідних процесів було створено модель у середовищі SIMULINK із використанням стандартного блоку State-Space, який реалізує математичний опис системи у вигляді рівнянь стану. Загальний вигляд розробленої моделі наведено на рис. 3.3.

У параметрах блоку State-Space задаються матриці $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ і $\mathbf{D}$, які визначають структуру математичної моделі двомасової системи. Кількість вихідних координат системи, тобто розмірність вектора виходу $\vec{Y}(t)$, встановлюється відповідно до поставленої задачі дослідження. Від цього параметра також залежить кількість вікон Scope, у яких відображаються графіки досліджуваних перехідних процесів.

Вікно налаштування параметрів блоку State-Space, призначене для введення матриць моделі, наведене на рис. 3.4. Воно відкривається після вибору відповідного блоку та надає можливість оперативно змінювати параметри системи під час проведення серії експериментів.

У випадку, коли необхідно отримати графіки для всіх змінних стану, матриця виходу **C** формується у вигляді одиничної матриці. Якщо ж дослідженню підлягають лише окремі координати стану, одиничні елементи розміщуються тільки в тих рядках матриці **C**, які відповідають потрібним змінним виходу (вектора виходу $\vec{Y}(t)$. Матриця прямого проходження **D** у даній моделі приймається нульовою, оскільки миттєвий вплив вхідних сигналів на вихідні координати відсутній.

Для перевірки результатів та більш детального аналізу коливальних процесів було також використано альтернативну імітаційну модель, схема якої представлена на рис. 3.5. Дана модель дозволяє наочно простежити взаємозв'язок між електромагнітними та механічними процесами, що відбуваються в електроприводі під час зміни режимів роботи.

Результати комп'ютерного моделювання наведені на рис. 3.6–3.9. Представлені графіки відображають часові залежності основних змінних стану системи та дозволяють оцінити особливості її динамічної поведінки як при відпрацюванні задаючих сигналів, так і при дії зовнішніх збурень.

Аналіз отриманих характеристик свідчить про наявність виражених коливальних процесів, обумовлених пружністю механічного зв'язку між інерційними масами. У перехідних режимах спостерігаються значні коливання швидкості, струму та пружного моменту, що призводить до зростання динамічних навантажень на елементи механічної передачі. Наявність таких явищ негативно впливає на довговічність обладнання, погіршує якість регулювання та може спричиняти додаткові механічні напруження в конструкції привода.

Отримані результати підтверджують необхідність подальшого вдосконалення системи керування з метою зменшення амплітуди коливань, підвищення демпфувальних властивостей електропривода та забезпечення більш плавного перебігу перехідних процесів.

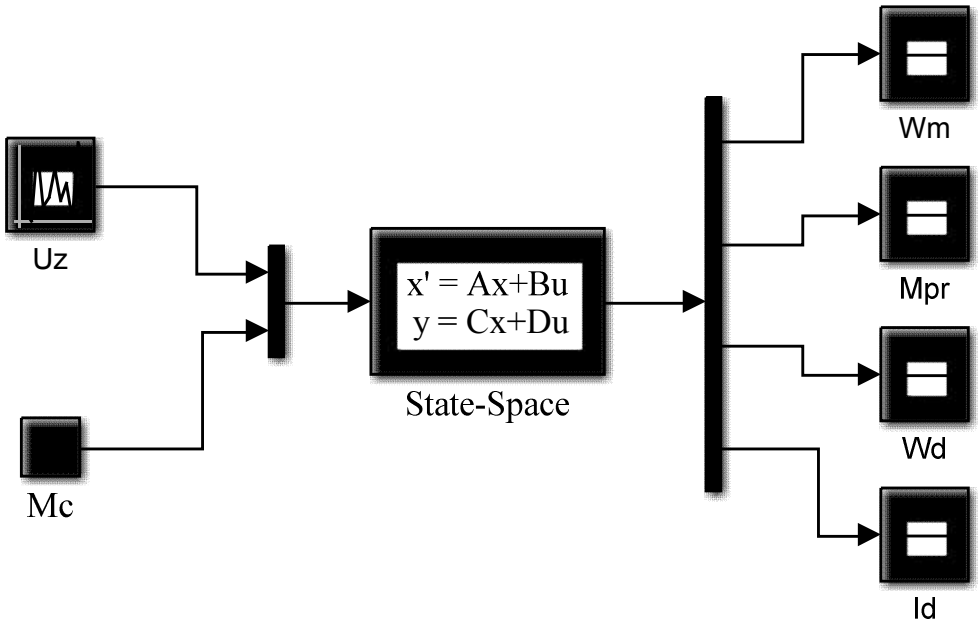


Рисунок 3.3 – Імітаційна модель системи в середовищі SIMULINK із використанням блоку State-Space

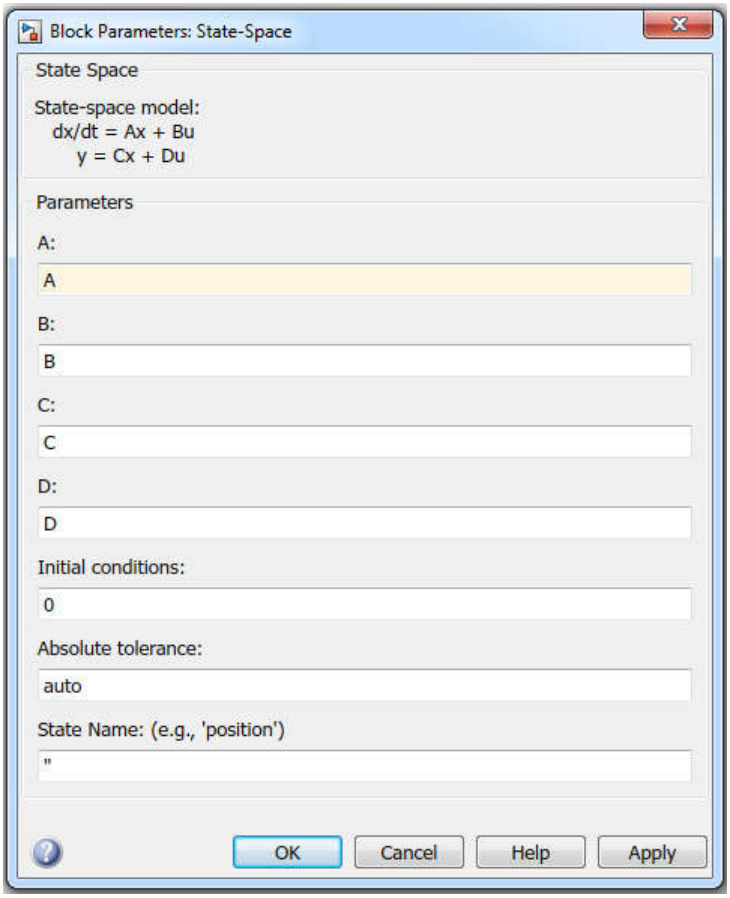


Рисунок 3.4 – Рисунок 3.5 – Вікно налаштування матриць стану **A**, керування **B**, виходу **C та** матриці прямого зв'язку **D** блоку State-Space

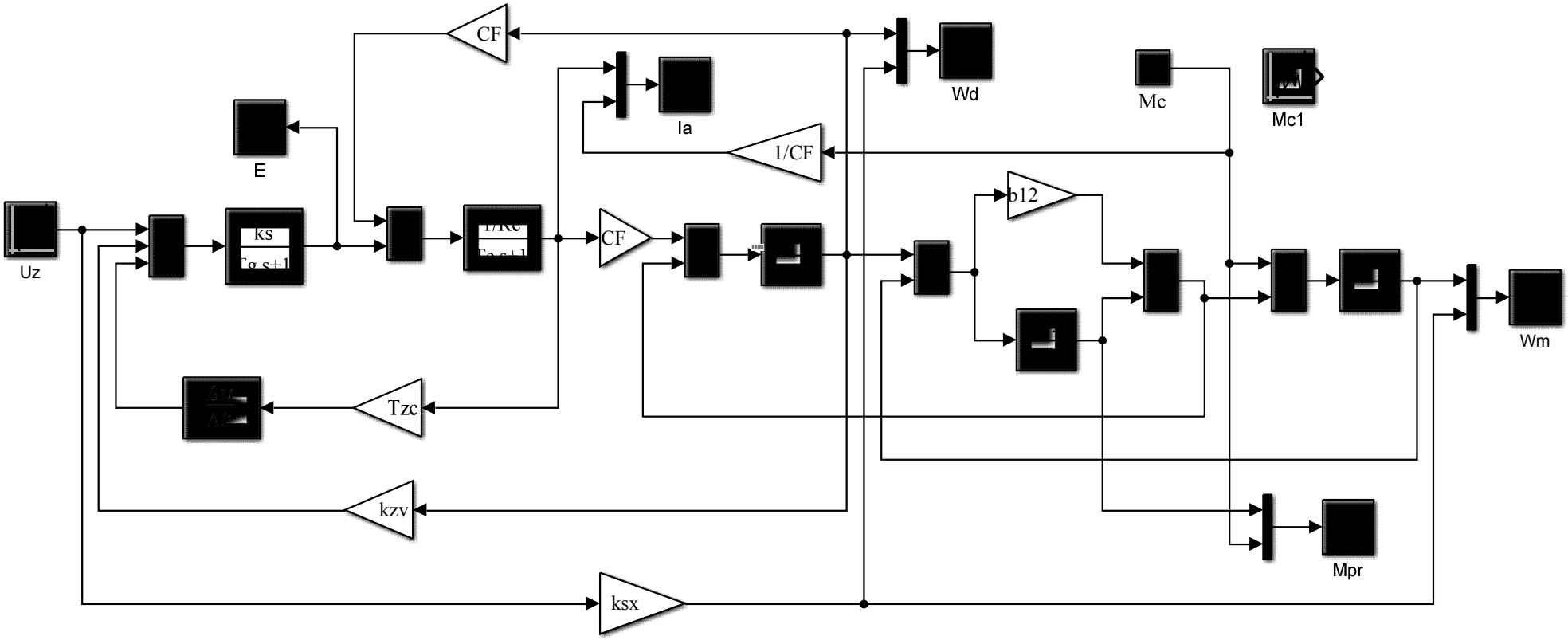
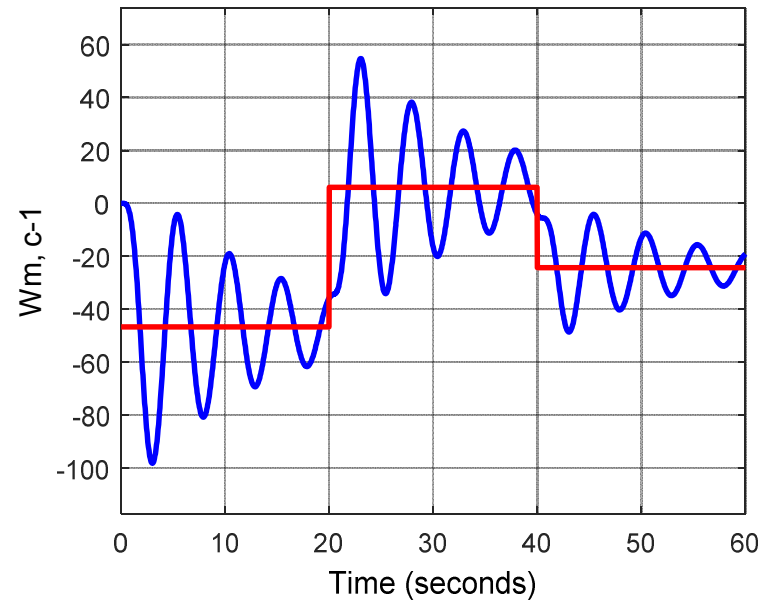
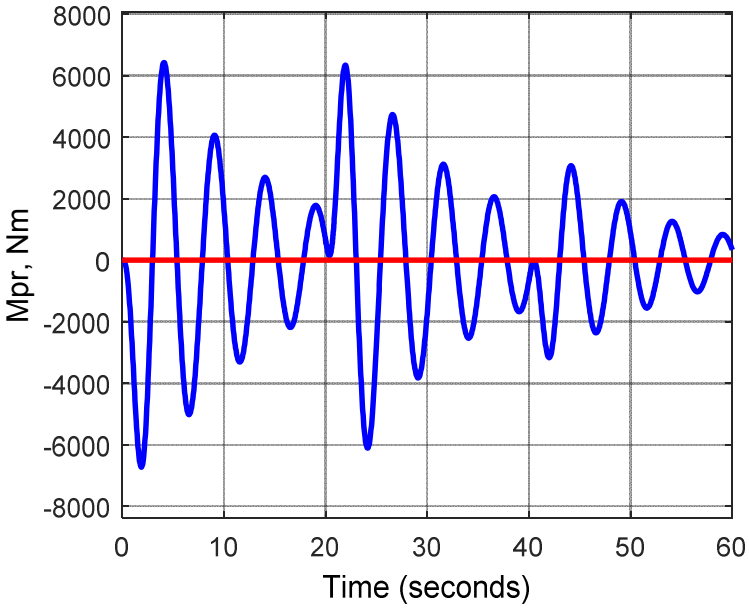


Рисунок 3.5 – Структурна модель двомасової електромеханічної системи, реалізована засобами комп’ютерного моделювання

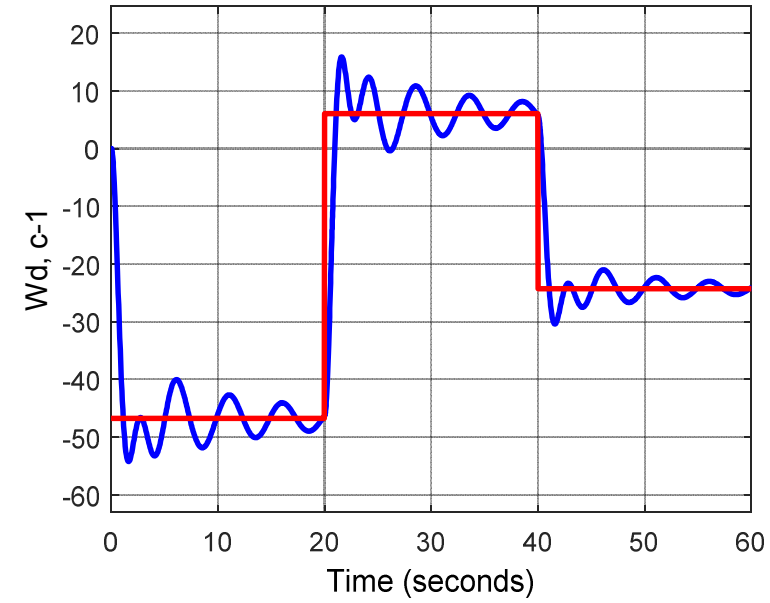


а)

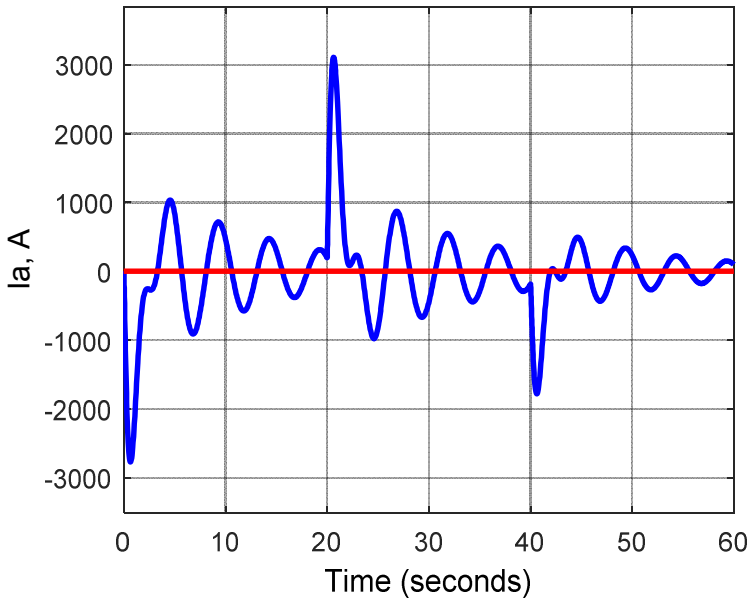


б)

Рисунок 3.6 – Реакція двомасової системи на задаючий вплив: а – зміна кутової швидкості виконавчого механізму $\omega_{м} = f(t)$; б – зміна пружного моменту механічного зв'язку $M_{пр} = f(t)$

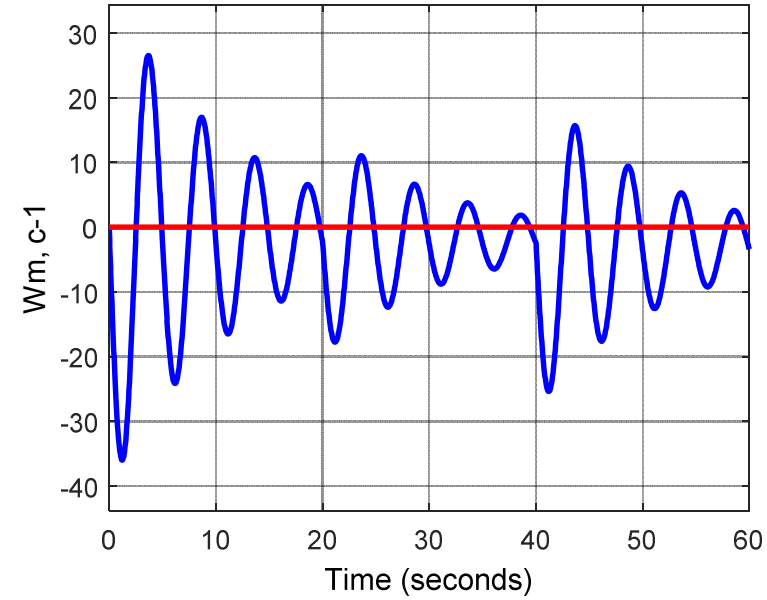


а)

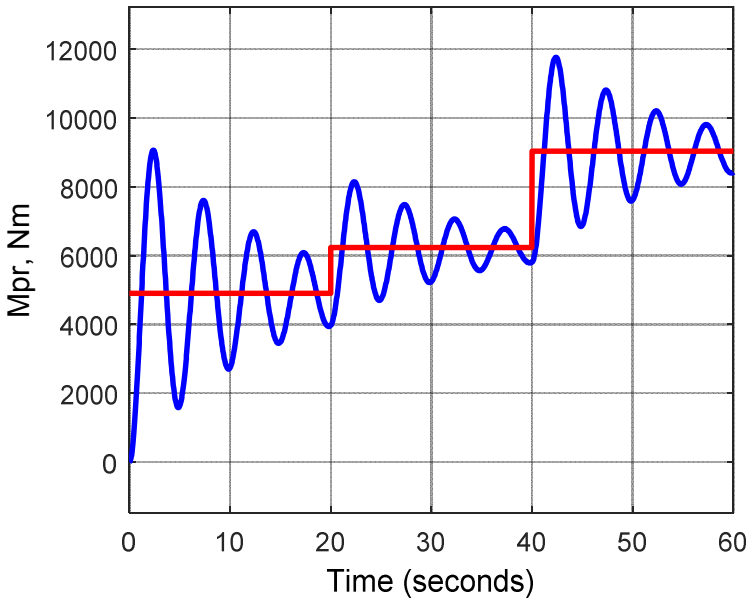


б)

Рисунок 3.7 – Реакція двомасової системи на задаючий вплив: : а – зміна кутової швидкості двигуна $\omega_д = f(t)$; б – зміна струму електродвигуна $I_д = f(t)$

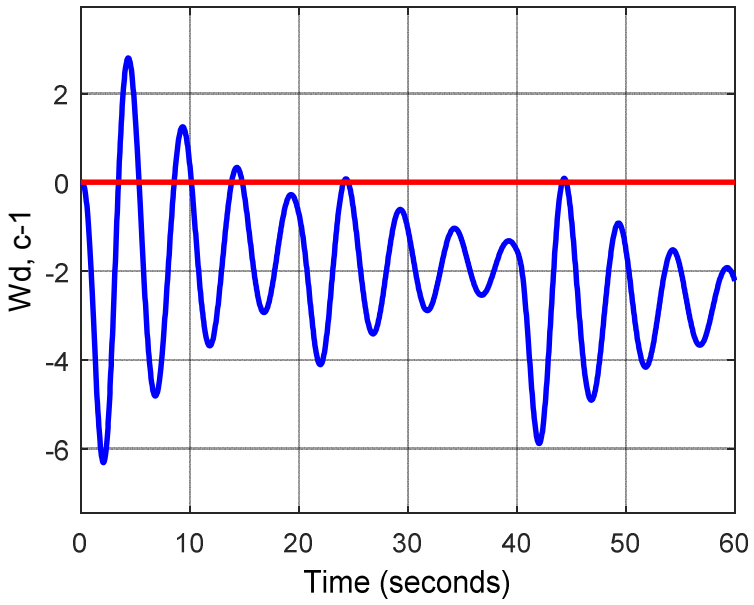


а)

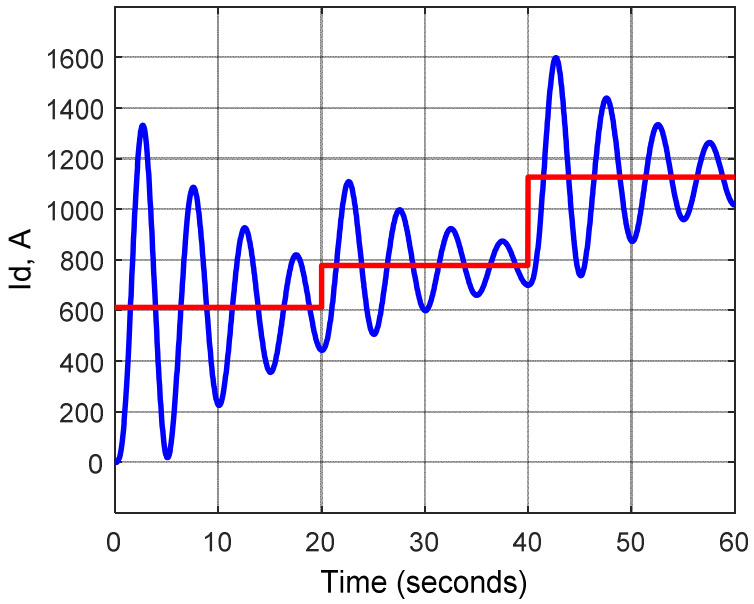


б)

Рисунок 3.8 – Реакція двомасової системи на збурюючий вплив: а – зміна кутової швидкості виконавчого механізму $\omega_{м} = f(t)$; б – зміна пружного моменту механічного зв'язку $M_{пр} = f(t)$



а)



б)

Рисунок 3.9 – Реакція двомасової системи на збурюючий вплив: а – зміна кутової швидкості двигуна $\omega_д = f(t)$; б – зміна струму електродвигуна $I_д = f(t)$

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 3

У даному розділі було виконано дослідження динамічних характеристик електропривода механізму обертання роторного колеса з урахуванням пружних властивостей механічної частини. На відміну від раніше розглянутої одномасової моделі, яка передбачала абсолютно жорсткий механічний зв’язок між елементами привода, була розроблена та досліджена двомасова пружно-інерційна модель, що більш адекватно відображає реальні процеси, які відбуваються в електромеханічній системі.

На основі фізичної структури механізму було сформовано математичний опис двомасової системи, в якому враховано інерційні параметри електродвигуна та виконавчого механізму, а також пружність і демпфувальні властивості механічного зв’язку між ними. Отриману систему диференціальних рівнянь було подано у просторі станів, що дозволило застосувати сучасні методи комп’ютерного моделювання та аналізу динамічних процесів.

Для дослідження роботи системи було створено імітаційну модель у середовищі MATLAB/Simulink із використанням блоку State-Space. Проведено моделювання реакції електропривода на задаючі та збурювальні впливи, отримано графіки зміни швидкості, струму електродвигуна та пружного моменту в механічному зв’язку.

Аналіз результатів моделювання показав, що наявність пружних елементів суттєво впливає на характер перехідних процесів. У системі виникають коливання швидкості та моменту, які супроводжуються збільшенням динамічних навантажень на елементи механічної передачі. Найбільш помітними є коливання пружного моменту та швидкості виконавчого механізму, що свідчить про необхідність урахування пружно-інерційних властивостей при проектуванні систем керування електроприводами роторних екскаваторів.

Отримані результати підтвердили, що використання спрощеної одномасової моделі не дозволяє повною мірою оцінити динамічні навантаження та коливальні процеси, які виникають у реальному приводі. Двомасова модель за-

безпечує більш точний опис електромеханічної системи та створює основу для подальшого вдосконалення системи керування.

Таким чином, проведене дослідження довело необхідність застосування спеціальних методів демпфування коливань та корекції структури системи керування. Отримані в розділі результати будуть використані надалі для розроблення заходів щодо підвищення якості регулювання, зменшення динамічних навантажень і покращення експлуатаційних характеристик електропривода механізму обертання роторного колеса екскаватора.

РОЗДІЛ 4
СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЇ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ НА ОСНОВІ ІНТЕГРАЛЬНОГО КВАДРАТИЧНОГО КРИТЕРІЮ ЯКОСТІ

4.1 Визначення параметрів оптимального регулятора

Щоб надати системі потрібні динамічні характеристики (зокрема, забезпечити бажану якість перехідного процесу), застосовують метод аналітичного синтезу регуляторів.

Розв'язання детермінованої задачі лінійного оптимального керування дає змогу точно визначити перехідні процеси у випадку, коли система перебуває у збудженому початковому стані й необхідно якнайшвидше перевести її в нульовий стан за наявності обмежень на величину керуючого впливу. Водночас більш складними є задачі, де збурення діють на систему безперервно та намагаються відхилити її від рівноваги. У таких ситуаціях потрібно сформувати таку структуру зворотного зв'язку, яка забезпечить швидке згасання початкових відхилень і водночас компенсуватиме вплив збурень у сталому режимі.

Розглянемо випадок, коли повний вектор стану системи доступний для спостереження в будь-який момент часу.

Об'єкт керування описується лінійною системою з незмінними параметрами, яку можна подати у вигляді диференціальних рівнянь стану:

$$\dot{\vec{X}}(t) = \mathbf{A}\ \vec{X}(t) + \mathbf{B}\ \vec{U}(t)\ . \tag{4.1}$$

$$\vec{Y}(t) = \mathbf{C} \cdot \vec{X}(t). \tag{4.2}$$

Структурна схема відповідної системи автоматичного керування наведена на рис. 4.1.

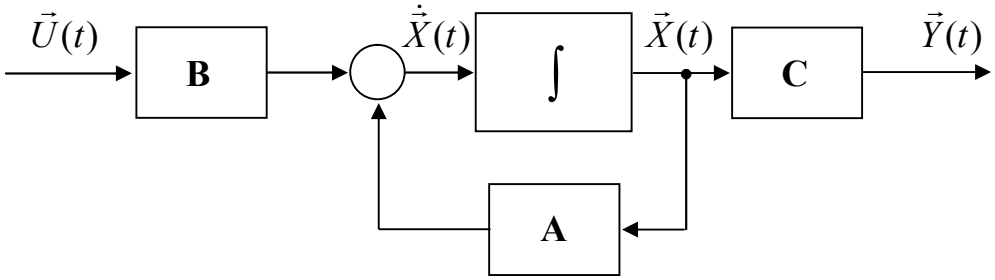


Рисунок 4.1 – Блок-схема системи автоматичного керування, що описується рівняннями (4.1) та (4.2)

Застосовуємо функціонал якості:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \left[\vec{X}^T(t)\ \mathbf{R_1}\ \vec{X}(t) + \vec{U}^T(t)\ \mathbf{R_2}\ \vec{U}(t) \right] dt\,. \tag{4.3}$$

$\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$ – симетричні додатно визначені вагові матриці; t_0, t_1 – початковий і кінцевий моменти часу відповідно.

Задача полягає у визначенні такого керуючого впливу $\vec{U}(t)$ для будь-якого моменту часу $t \in [t_0,\ t_1]$, який забезпечує оптимальну поведінку об'єкта керування за заданих початкових $X(t_0)$ та кінцевих $X(t_1)$ значень вектора стану $\vec{X}(t)$. При цьому функціонал якості (4.3) повинен набувати мінімального значення. Така задача називається задачею синтезу лінійного оптимального регулятора.

Розв'язання цієї задачі передбачає вибір керуючого впливу відповідно до лінійного закону керування:

$$\vec{U}(t) = -\mathbf{F}(t) \cdot \vec{X}(t)\,, \tag{4.4}$$

де $\mathbf{F}(t)$ – матриця коефіцієнтів підсилення оптимального регулятора.

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{R_2^{-1}} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P}(t)\,. \tag{4.5}$$

У цьому рівнянні симетрична матриця визначається як розв'язок матричного рівняння Ріккаті:

$$-\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{R_1}(t) - \mathbf{P}(t)\cdot\mathbf{B}\cdot\mathbf{R_2}^{-1}\cdot\mathbf{B}^T\cdot\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\cdot\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\cdot\mathbf{P}(t) \qquad (4.6)$$

з граничною умовою

$$\mathbf{P}(t_1) = \mathbf{P_1}. \qquad (4.7)$$

Якщо t_1 прямує до нескінченності, то розв'язок $\mathbf{P}(t)$ матричного рівняння Ріккаті (4.6) з умовою (4.7), як правило, сходиться до сталого значення $\mathbf{P_1}$, яке не залежить від часу.

Для систем зі сталими параметрами (тобто коли матриці $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{R_1}$ і $\mathbf{R_2}$ є незмінними) усталений розв'язок також є сталим і визначається з алгебраїчного рівняння Ріккаті:

$$0 = \mathbf{R_1} - \overline{\mathbf{P}}\cdot\mathbf{B}\cdot\mathbf{R_2}^{-1}\cdot\mathbf{B}^T\cdot\overline{\mathbf{P}} + \overline{\mathbf{P}}\cdot\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\cdot\overline{\mathbf{P}}.$$

Це рівняння часто називають рівнянням Лур'є.

У результаті синтезу оптимального регулятора визначається така матриця підсилення $\mathbf{F}$, за якої система забезпечує задані показники якості перехідного процесу. Це досягається шляхом відповідного вибору вагових матриць $\mathbf{R_1}$ і $\mathbf{R_2}$.

Замкнена система автоматичного керування з регулятором за всіма змінними вектора стану $\vec{X}(t)$ у загальному випадку, коли на систему подається задавальний вплив $\vec{U}_з(t)$, описується рівнянням:

$$\dot{\vec{X}}(t) = \left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\cdot\mathbf{F}\right)\cdot\ \vec{X}(t) + \mathbf{B}\cdot\vec{U}_з(t), \qquad (4.8)$$

або

$$\dot{\vec{X}}(t) = \mathbf{Ar}\cdot\ \vec{X}(t) + \mathbf{B}\cdot\vec{U}_з(t),$$

де $\mathbf{Ar} = \mathbf{A} - \mathbf{B}\cdot\mathbf{F}$ – матриця стану системи з урахуванням оптимального регулятора.

Полюси замкненої системи з оптимальним регулятором визначаються як

$$\det(\mathbf{Ar} - \boldsymbol{\lambda}\cdot\mathbf{I}) = 0\ .$$

Блок-схема системи з оптимальним регулятором, побудована відповідно до рівнянь (4.2) і (4.2), наведена на рис. 4.2. Для спрощення у схемі прийнято $\vec{U}_з(t) = 0$.

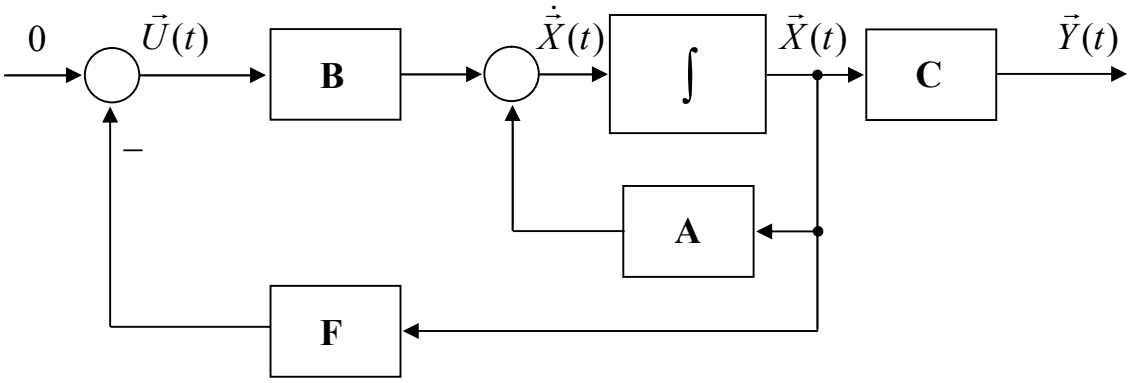


Рисунок 4.2 – Блок-схема системи автоматичного керування з оптимальним регулятором

Істотним недоліком розглянутого оптимального регулятора є те, що система втрачає астатичні властивості навіть у випадку, коли сам об'єкт керування є астатичним. Це пояснюється введенням жорсткого зворотного зв'язку за повним вектором стану. Для багатьох систем такий ефект є небажаним, оскільки необхідно забезпечити нульову усталену похибку за регульованою величиною. Тому виникає потреба у синтезі регулятора, який зберігає астатизм – так званого астатичного регулятора.

Розглянемо систему, що задається рівнянням стану:

$$\dot{\vec{X}}(t) = \mathbf{A}\,\vec{X}(t) + \mathbf{B}\,\vec{U}(t)\ .$$

а регульована змінна визначається як:

$$y(t) = \mathbf{C} \cdot \vec{X}(t)\,.$$

Введемо додаткову змінну $z(t)$, яка пов'язує регульовану координату $y(t)$ із її заданим значенням $y_з(t)$ за допомогою співвідношення:

$$\dot{z}(t) = y_з(t) - y(t)$$

Далі розглянемо розширену систему, що об'єднує початкову систему та введену допоміжну змінну:

$$\begin{bmatrix} \dot{\vec{X}}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \left|\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & 0 \\ \hline -\mathbf{C} & 0 \end{array}\right| \begin{bmatrix} \vec{X}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \left|\begin{array}{c} \mathbf{B} \\ \hline 0 \end{array}\right| \vec{U}(t) + \left|\begin{array}{c} 0 \\ \hline 1 \end{array}\right| y_з(t)$$

На початковому етапі приймемо $y_з(t) = 0$ і не враховуватимемо її під час синтезу оптимального регулятора. У такому випадку розширена система з вектором стану $\tilde{\vec{X}}^{\mathrm{T}}(t) = \vec{X}^{\mathrm{T}}(t), z^{\mathrm{T}}(t)$ описується рівняннями:

$$\dot{\tilde{\vec{X}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\, \tilde{\vec{X}}(t) + \tilde{\mathbf{B}}\, \vec{U}(t),$$

де

$$\tilde{\mathbf{A}} = \left|\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & 0 \\ \hline -\mathbf{C} & 0 \end{array}\right|, \qquad \tilde{\mathbf{B}} = \left|\begin{array}{c} \mathbf{B} \\ \hline 0 \end{array}\right|.$$

Розв'язавши задачу синтезу оптимального регулятора для цієї розширеної системи, отримаємо оптимальний закон керування:

$$\vec{U}(t) = -\tilde{\mathbf{F}} \cdot \tilde{\vec{X}}(t).$$

Тоді замкнена система з урахуванням задавального впливу $y_з(t)$ описується рівнянням стану:

$$\dot{\tilde{\vec{X}}}(t) = \tilde{\tilde{\mathbf{A}}}\, \tilde{\vec{X}}(t) + \tilde{\tilde{\mathbf{B}}}\, y_з(t),$$

де $\tilde{\tilde{\mathbf{A}}} = \tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{B}}\, \tilde{\mathbf{F}}$, $\tilde{\tilde{\mathbf{B}}} = \left|\begin{array}{c} 0 \\ \hline 1 \end{array}\right|$.

Можна показати, що в усталеному режимі, тобто при $t \to 0$, $y(t) \to y_з(t)$. Отже, система набуває астатичних властивостей за регульованою координатою.

Запишемо повну систему рівнянь стану для двомасової моделі системи зі зворотним зв'язком за ЕРС з урахуванням інтеграла похибки, тобто при введенні допоміжної змінної $z(t)$:

$$
\begin{cases}
\dfrac{d\omega_{\text{д}}}{dt} = +\dfrac{\beta}{J_{\text{д}\Sigma}}\omega_{\text{м}} - \dfrac{1}{J_{\text{д}\Sigma}}M_{\text{пр}} - \dfrac{\beta}{J_{\text{д}\Sigma}}\omega_{\text{д}} + \dfrac{c}{J_{\text{д}\Sigma}}I_{\text{я}}; \\
\dfrac{dM_{\text{пр}}}{dt} = -c_{12}\omega_{\text{м}} + c_{12}\omega_{\text{д}}; \\
\dfrac{d\omega_{\text{м}}}{dt} = -\dfrac{\beta}{J_{\text{м}}}\omega_{\text{м}} + \dfrac{1}{J_{\text{м}}}M_{\text{пр}} + \dfrac{\beta}{J_{\text{м}}}\omega_{\text{д}} - \dfrac{1}{J_{\text{м}}}M_{\text{ст}}; \\
\dfrac{dI_{\text{я}}}{dt} = -\dfrac{c}{T_{\text{я}\Sigma}R_{\text{я}\Sigma}}\omega_{\text{д}} - \dfrac{1}{T_{\text{я}\Sigma}}I_{\text{я}} + \dfrac{1}{T_{\text{я}\Sigma}R_{\text{я}\Sigma}}E_{\text{г}}; \\
\dfrac{dE_{\text{г}}}{dt} = \left(\dfrac{ck_{\Sigma}T_{\text{ззт}}}{T_{\text{я}\Sigma}R_{\text{я}\Sigma}T_{\text{г}}} - \dfrac{k_{\text{ззш}}k_{\Sigma}}{T_{\text{г}}}\right)\omega_{\text{д}} + \dfrac{k_{\Sigma}T_{\text{ззт}}}{T_{\text{я}\Sigma}T_{\text{г}}}I_{\text{я}} + \left(-\dfrac{k_{\Sigma}T_{\text{ззт}}}{T_{\text{я}\Sigma}R_{\text{я}\Sigma}T_{\text{г}}} - \dfrac{1}{T_{\text{г}}}\right)E_{\text{г}} + \dfrac{k_{\Sigma}}{T_{\text{г}}}U_{\text{з}}; \\
\dfrac{dz}{dt} = \dfrac{k_{\Sigma}}{kc + k_{\Sigma}k_{\text{ззш}}}U_{\text{з}} - \omega_{\text{м}}.
\end{cases}
$$

Далі представимо цю систему у векторно-матричній формі. Вектор стану $\vec{X}(t)$ та вектор керування $\vec{U}(t)$ задамо таким чином:

$$\vec{X}(t) = \left[\, \omega_{\text{м}}(t),\ M_{\text{пр}}(t),\ \omega_{\text{д}}(t),\ I_{\text{я}}(t),\ E_{\text{г}}(t),\ z(t) \right]^T$$

$$\vec{U}(t) = \left\{ U_{\text{зе}}(t),\ M_{\text{ст}}(t) \ \right\}^T ,$$

Структура матриць **A** і **B** для розширеної двомасової системи визначається наступним чином:

$$
\mathbf{A} = \begin{array}{c}
\begin{matrix} \omega_{\text{м}} & M_{\text{пр}} & \omega_{\text{д}} & I_{\text{я}} & E_{\text{г}} & z \end{matrix} \\
\begin{vmatrix}
-\dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} & \dfrac{1}{J_{\text{м}}} & \dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} & 0 & 0 & 0 \\
-c_{12} & 0 & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\
\dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} & -\dfrac{1}{J_{\text{м}}} & -\dfrac{\beta}{J_{\text{м}}} & \dfrac{c}{J_{\text{м}}} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\dfrac{c}{T_{\text{я}\Sigma}R_{\text{я}\Sigma}} & -\dfrac{1}{T_{\text{я}\Sigma}} & \dfrac{1}{T_{\text{я}\Sigma}R_{\text{я}\Sigma}} & 0 \\
0 & 0 & \dfrac{ck_{\Sigma}T_{\text{ззт}}}{T_{\text{я}\Sigma}R_{\text{я}\Sigma}T_{\text{г}}} - \dfrac{k_{\text{ззш}}k_{\Sigma}}{T_{\text{г}}} & \dfrac{k_{\Sigma}T_{\text{ззт}}}{T_{\text{я}\Sigma}T_{\text{г}}} & -\dfrac{k_{\Sigma}T_{\text{ззт}}}{T_{\text{я}\Sigma}R_{\text{я}\Sigma}T_{\text{г}}} - \dfrac{1}{T_{\text{г}}} & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
\end{array}
$$

$$
\mathbf{B} = \begin{array}{c}
\begin{matrix} U_{\text{з}} & M_{\text{ст}} \end{matrix} \\
\begin{vmatrix}
0 & \dfrac{1}{J_{\text{м}}} \\
0 & 0 \\
0 & 0 \\
0 & 0 \\
\dfrac{k_{\Sigma}}{T_{\text{г}}} & 0 \\
\dfrac{k_{\Sigma}}{kc + k_{\Sigma}k_{\text{ззш}}} & 0
\end{vmatrix}
\end{array}
$$

Синтез оптимального лінійного регулятора для неперервної системи автоматичного керування в середовищі MATLAB здійснюється за допомогою функції lqr.

Синтаксис виклику: **[F, S, E] =** lqr**(A, B, Q, R).**

Ця функція обчислює матрицю коефіцієнтів підсилення зворотного зв'язку $\mathbf{F}$, за якої закон керування (4.4) забезпечує мінімізацію інтегрального квадратичного критерію якості (4.3) для безперервної моделі, заданої у просторі станів (4.1).

Окрім матриці підсилення $\mathbf{F}$, функція lqr також повертає: матрицю $\mathbf{S}$ (яку раніше було позначено як $\mathbf{P}$) – розв'язок рівняння Ріккаті (4.6) і власні значення матриці замкненої системи $\mathbf{E} = \text{eig}(\mathbf{A} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{F})$.

Як матрицю **B** доцільно використовувати матрицю, що містить перший стовпець вихідної матриці **B**, при цьому елемент $\frac{k_\Sigma}{kc + k_\Sigma k_{\text{ззш}}}$ в останньому рядку слід замінити на 0.

Під час синтезу оптимального регулятора виконувалося варіювання елементів вагових матриць **Q** та **R** (у попередніх розрахунках позначених відповідно як $\mathbf{R}_1$ таі $\mathbf{R}_2$)), які визначають компроміс між швидкодією системи та величиною керуючих впливів. Для кожного варіанта параметрів проводився аналіз перехідних процесів і оцінювання показників якості регулювання. У результаті було обрано набір коефіцієнтів, за якого забезпечуються найкращі динамічні характеристики системи: мінімальна коливальність, прийнятний час перехідного процесу та відсутність надмірних перевищень координат стану. Крім того, раціональний вибір вагових коефіцієнтів дозволяє обмежити значення всіх змінних стану та керуючих впливів у межах, допустимих для реального електропривода.

Для дослідження динамічних властивостей оптимізованої двомасової системи автоматичного керування використано середовище MATLAB/Simulink. Розрахунок перехідних процесів може бути виконаний за допомогою блоку *State-Space*, у якому задаються матриці стану системи, сформовані з урахуван-

ням оптимального регулятора. Такий підхід забезпечує безпосередню реалізацію математичної моделі в просторі станів та дозволяє ефективно аналізувати вплив параметрів регулятора на поведінку системи.

Окрім цього, для наочного відображення принципів функціонування системи було використано структурну модель двомасового електропривода, розглянуту в попередньому розділі, до якої додано блок оптимального регулятора. Така реалізація дозволяє не лише виконувати моделювання, а й простежити формування сигналів керування та взаємодію регулятора з об’єктом керування. Схему імітаційної моделі двомасової системи з оптимальним регулятором наведено на рисунку 4.3.

Результати чисельних розрахунків наведені у додатку Б. Перехідні процеси перших шести змінних стану системи з оптимальним регулятором представлені на рисунках 4.4–4.7. Аналіз отриманих характеристик свідчить про суттєве покращення динамічних властивостей системи порівняно з випадком без оптимального керування. Зокрема, спостерігається ефективне пригнічення коливань, зменшення амплітуди відхилень координат стану та скорочення тривалості перехідних процесів.

Отримані результати підтверджують високу ефективність застосування оптимального регулятора для керування двомасовою електромеханічною системою. Використання оптимального закону керування дозволяє забезпечити необхідну швидкодію та точність регулювання, одночасно обмежуючи рівень керуючих впливів і знижуючи динамічні навантаження на механічні елементи привода. Це створює передумови для підвищення надійності та довговічності роботи механізму повороту стріли в реальних умовах експлуатації.

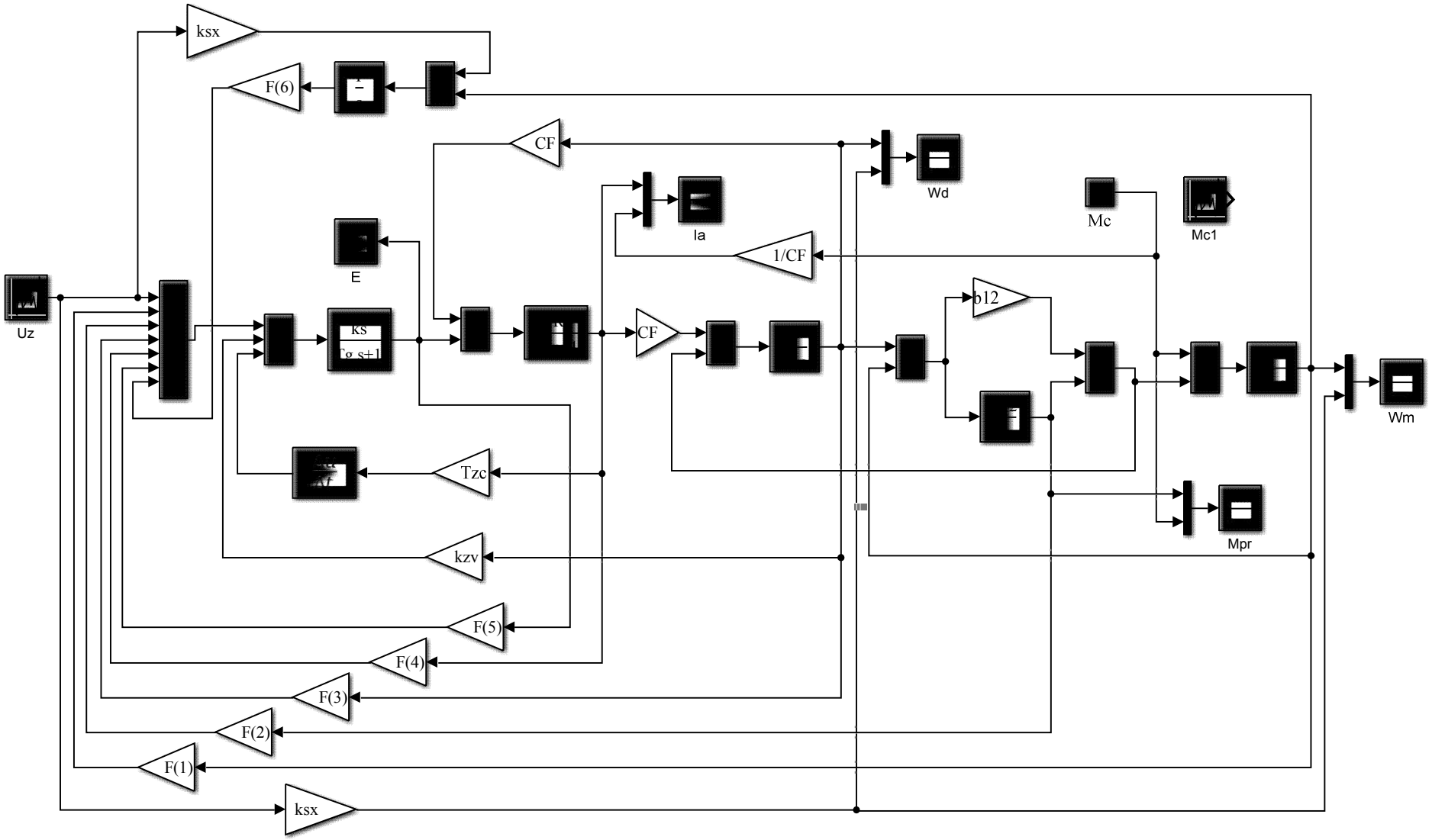
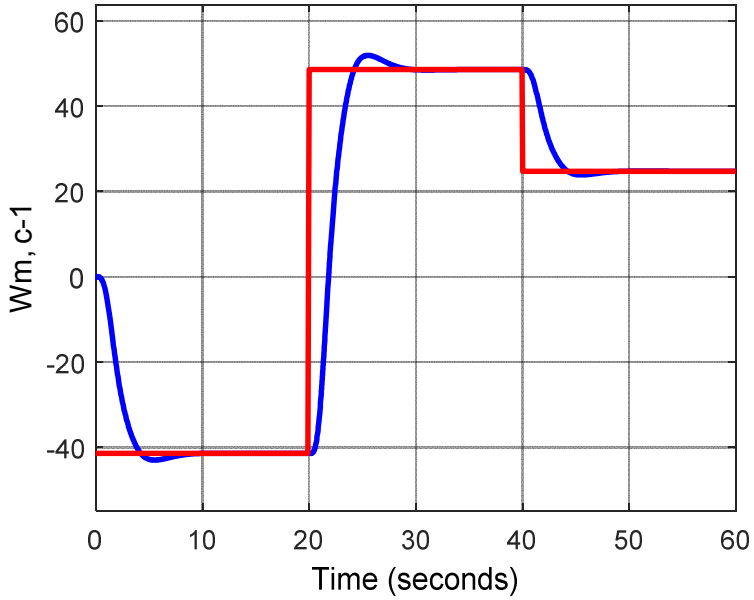
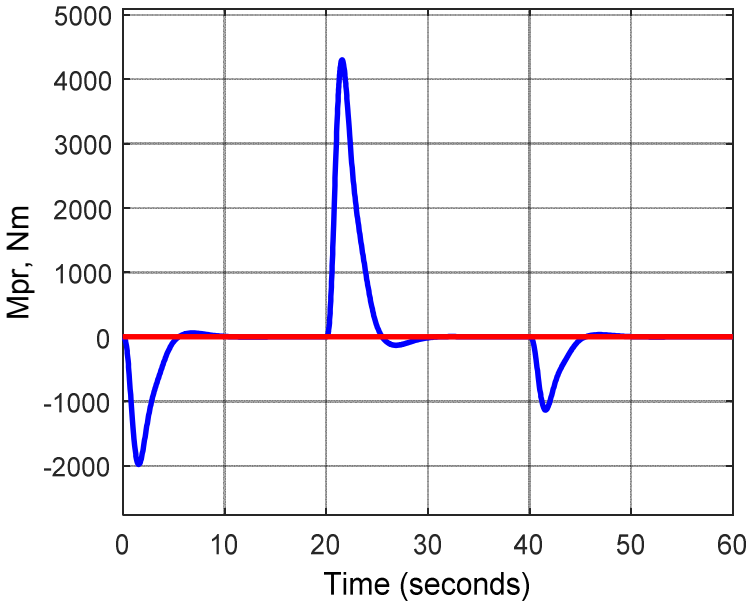


Рисунок 4.3 – Структура моделі двомасової системи в середовищі SIMULINK із реалізацією оптимального регулятора

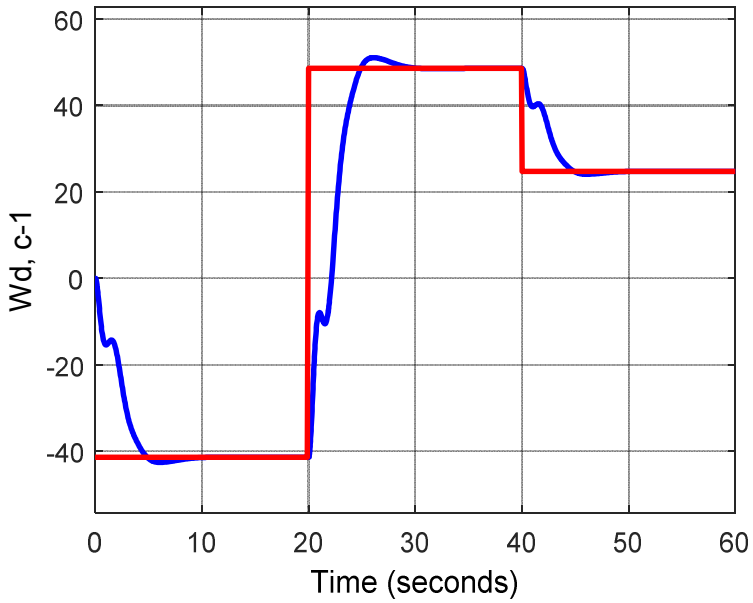


а)

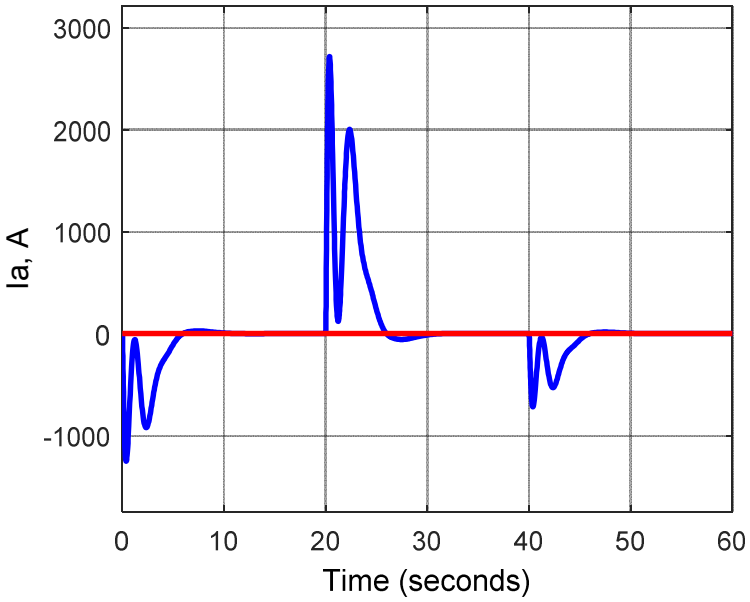


б)

Рисунок 4.4 – Реакція двомасової системи з оптимальним регулятором на задаючий вплив: а – зміна кутової швидкості виконавчого механізму $\omega_{м} = f(t)$; б – зміна пружного моменту механічного зв'язку $M_{пр} = f(t)$

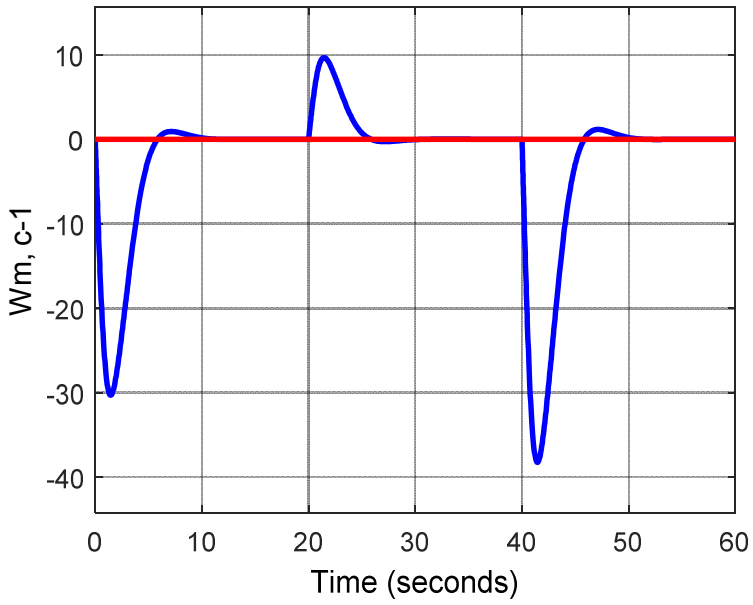


а)

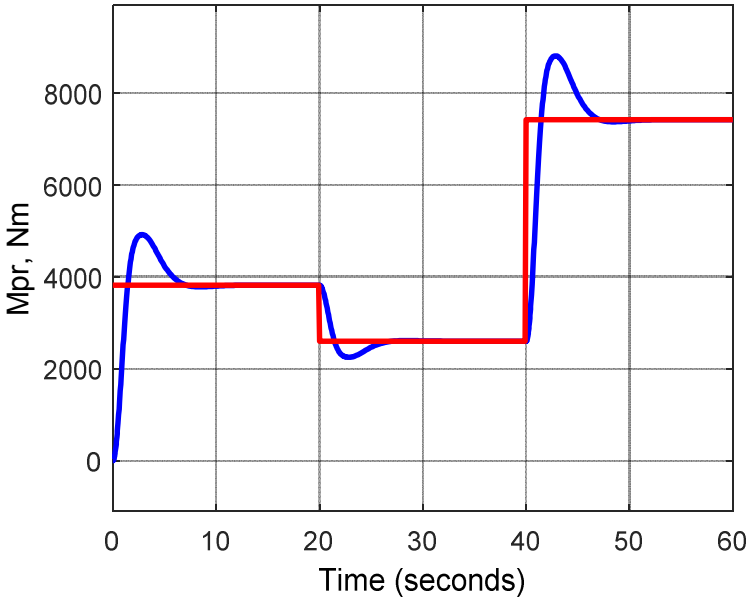


б)

Рисунок 4.5 – Реакція двомасової системи з оптимальним регулятором на задаючий вплив: а – зміна кутової швидкості двигуна $\omega_{д} = f(t)$; б – зміна струму електродвигуна $I_{д} = f(t)$

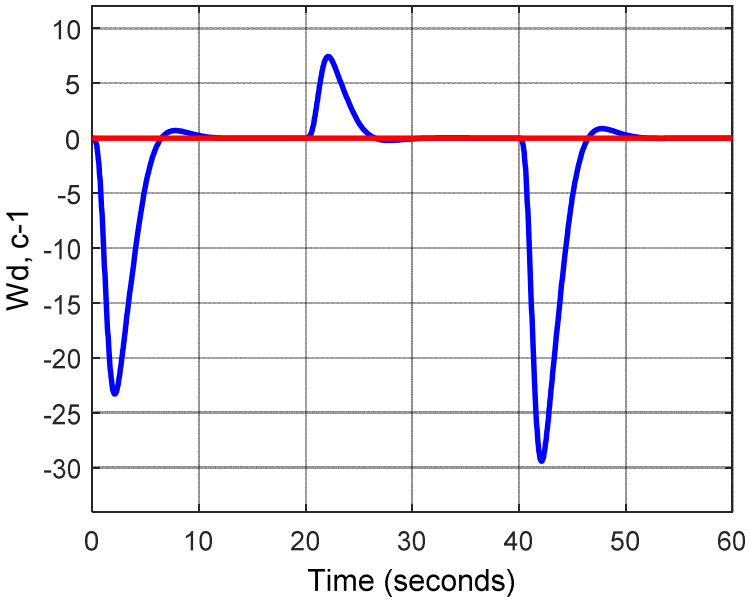


а)

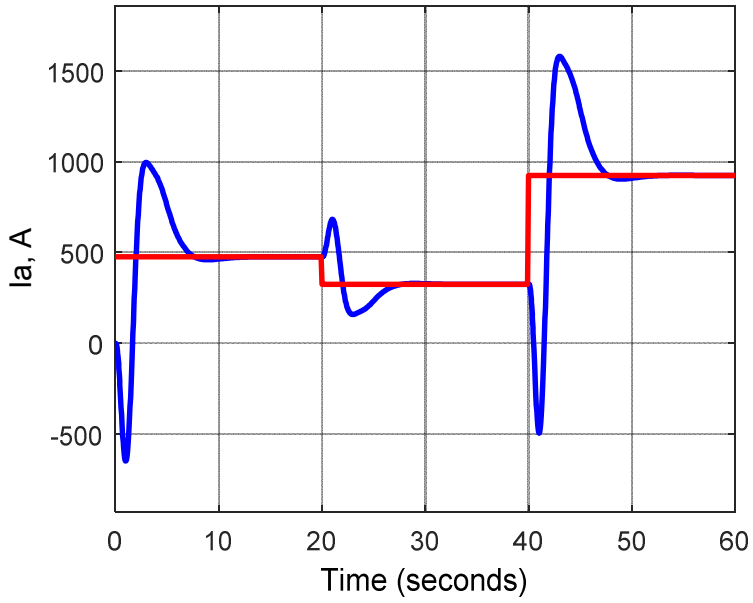


б)

Рисунок 4.6 – Реакція двомасової системи з оптимальним регулятором на збурюючий вплив: а – зміна кутової швидкості виконавчого механізму $\omega_{м} = f(t)$; б – зміна пружного моменту механічного зв'язку $M_{пр} = f(t)$



а)



б)

Рисунок 4.7 – Реакція двомасової системи з оптимальним регулятором на збурюючий вплив: а – зміна кутової швидкості двигуна $\omega_д = f(t)$; б – зміна струму електродвигуна $I_д = f(t)$

4.2 Визначення параметрів оптимального спостерігача стану

Під час синтезу оптимального регулятора виникає необхідність у вимірюванні всіх змінних вектора стану $\vec{X}(t)$ за допомогою відповідних датчиків, які встановлюються безпосередньо на об'єкті керування (датчики швидкості, положення, струму, напруги тощо). Однак на практиці таке повне вимірювання не завжди є можливим. Крім того, процес вимірювання зазвичай супроводжується наявністю завад, унаслідок чого точне значення стану системи залишається невідомим.

Найчастіше зустрічається ситуація, коли безпосередньо вимірюється лише певна лінійна комбінація змінних стану. У зв'язку з цим замість повного набору датчиків використовують спеціальні динамічні пристрої – спостерігачі стану.

Термін «спостерігач» означає динамічну систему, вихід якої з часом наближається до невідомого стану об'єкта, що підлягає відновленню. Повністю точне відтворення вектора стану $\vec{X}(t)$ у реальних умовах недосяжне, тому спостерігач формує його оцінку $\hat{\vec{X}}(t)$, яка використовується як наближене значення істинного стану $\vec{X}(t)$.

Розглянемо лінійну систему з постійними параметрами, яка у просторі станів описується рівняннями:

$$\dot{\vec{X}}(t) = \mathbf{A}\,\vec{X}(t) + \mathbf{B}\,\vec{U}(t) + \vec{W}_1(\mathrm{t}), \tag{4.9}$$

$$\vec{Y}(t) = \mathbf{C}\,\vec{X}(t) + \vec{W}_2(t), \tag{4.10}$$

Тут $\vec{W}_1(\mathrm{t})$ позначає шум збурення стану, а $\vec{W}_2(t)$ – шум вимірювання та спостереження. Припускається, що сумарний процес $[\vec{W}_1(\mathrm{t}), \vec{W}_2(\mathrm{t})]$ може бути представлений як білий шум із щільністю:

$$\mathbf{V}(t)=\begin{pmatrix} \mathbf{V}_1(t) & \mathbf{V}_{12}(t) \\ \mathbf{V}_{12}(t) & \mathbf{V}_2(t) \end{pmatrix}.$$

Якщо шум збурення стану та шум вимірювань є некорельованими, то $\mathbf{V}_{12}(t)=0$.

Блок-схема схема системи за наявності шумів збурення та вимірювання наведена на рис. 4.8.

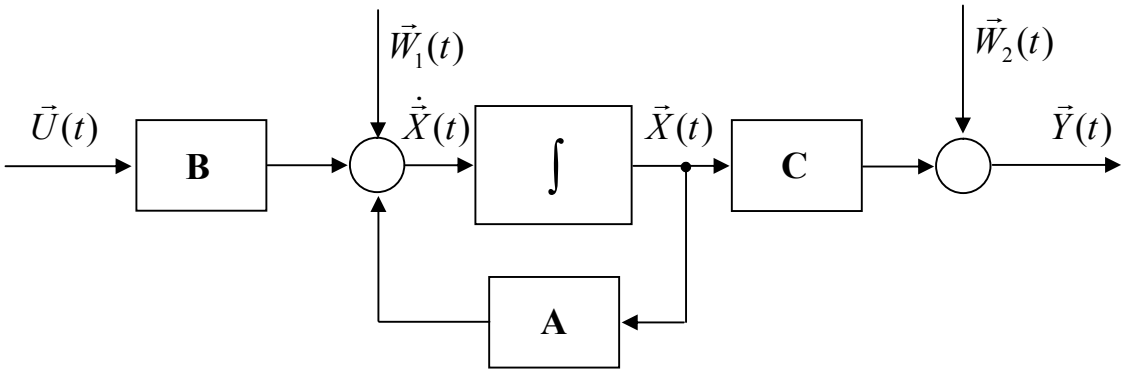


Рисунок 4.8 – Блок-схема системи автоматичного керування,
що відповідає рівнянням (4.12) і (4.13)

Початковий стан системи $\vec{X}(t_0)$ вважається некорельованим із $\vec{W}_1(t)$ та $\vec{W}_2(t)$.

$$M\vec{X}(t_0)=\bar{\vec{X}}_0; \qquad M\{[\vec{X}^0(t_0)-\bar{\vec{X}}_0(t)]^T[\vec{X}_0(t_0)-\bar{\vec{X}}_0(t_0)]\}=\mathbf{Q}_0.$$

Необхідно, використовуючи виміряні значення вихідної змінної $\vec{Y}(t)$ на інтервалі $[t_0, t_1]$, визначити оцінку $\hat{\vec{X}}(t)$ вектора стану $\vec{X}(t)$, яка забезпечує мінімізацію середньоквадратичної помилки:

$$J_0=M\{[\vec{X}(t)-\hat{\vec{X}}(t)]^T[\vec{X}(t)-\hat{\vec{X}}(t)]\}\to\min.$$

Розв'язок задачі оцінювання (фільтрації), тобто оптимальна оцінка $\hat{\vec{X}}(t)$, визначається з рівняння:

$$\dot{\hat{\vec{X}}}(t) = \mathbf{A} \cdot \hat{\vec{X}}(t) + \mathbf{B} \cdot \vec{U}(t) + \mathbf{K}(t) \cdot [\vec{Y}(t) - \mathbf{C} \cdot \hat{\vec{X}}(t)], \qquad (4.11)$$

де матриця коефіцієнтів підсилення має вигляд:

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{V}_2^{-1}(t), \qquad (4.12)$$

У виразі (4.12) $\mathbf{Q}(t)$ є дисперсійною матрицею похибки оцінювання $\vec{\varepsilon}(t)=\vec{X}(t) - \hat{\vec{X}}(t)$, а $\mathbf{Q}(t) = M[\vec{\varepsilon}(t)\ \vec{\varepsilon}^T(t)]$ визначається з матричного рівняння Ріккаті:

$$\dot{\mathbf{Q}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Q}(t) + \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{V}_1(t) - \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{V}_2^{-1}(t) \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{Q}(t); \quad t \geq t_0. \qquad (4.13)$$

з початковою умовою $\mathbf{Q}(t_0) = \mathbf{Q}_0$.

Розв'язок задачі оцінювання (4.11)–(4.13), що відповідає оптимальному спостерігачу, називають спостерігачем стану або фільтром Калмана–Б'юсі фільтр.

Розглянемо асимптотичні властивості оптимального спостерігача. При нежорстких обмеженнях розв'язок $\mathbf{Q}(t)$ рівняння Ріккаті (4.13) збігається до сталого значення, яке не залежить від початкового значення $\mathbf{Q}_0$, коли початковий момент часу t_0 прямує до нескінченності. Для систем зі сталими параметрами всі матриці моделі є константними, тому усталений розв'язок також є сталою матрицею і в загальному випадку є єдиним невід'ємно визначеним розв'язком алгебраїчного рівняння Ріккаті для спостерігача.

$$0 = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{V}_1 - \mathbf{Q} \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{V}_2^{-1} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{Q}$$

Відповідно до усталеного розв'язку рівняння Ріккаті отримуємо сталу матрицю коефіцієнтів підсилення оптимального спостерігача:

$$\mathbf{K} = \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{V}_2^{-1},$$

Таким чином, спостерігач є динамічною системою, яка описується рівнянням (4.11). Це рівняння можна подати у вигляді:

$$\dot{\hat{\vec{X}}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}) \cdot \hat{\vec{X}}(t) + \mathbf{B} \cdot \vec{U}(t) + \mathbf{K} \cdot \vec{Y}(t)$$

або

$$\dot{\hat{\vec{X}}}(t) = \mathbf{An} \cdot \hat{\vec{X}}(t) + \mathbf{B} \cdot \vec{U}(t) + \mathbf{K} \cdot \vec{Y}(t)$$

де $\mathbf{An} = \mathbf{A} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}$ – матриця стану оптимального спостерігача.

Полюси спостерігача визначаються як

$$\det(\mathbf{An} - \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{I}) = 0 \ .$$

Блок-схема оптимального спостерігача, побудована відповідно до рівняння (4.11) показана на рис. 4.11.

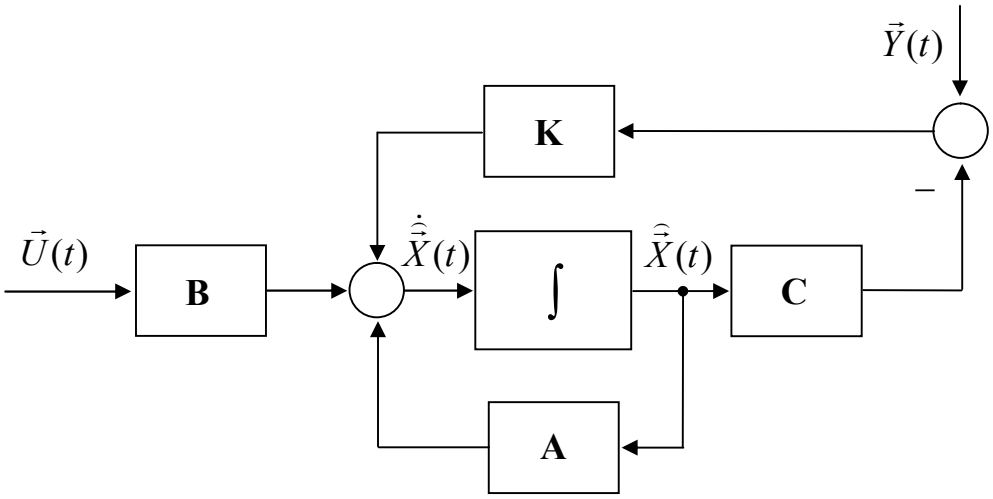


Рисунок 4.9 – Блок-схема спостерігача стану Калмана–Б’юсі

Порівнюючи рівняння об’єкта (4.8) та рівняння оптимального спостерігача (4.11), можна відзначити, що їх права частина відрізняється лише останнім доданком: у рівнянні спостерігача замість шумового збурення системи з’являється складова, пропорційна $\vec{Y}(t) - \mathbf{C} \cdot \hat{\vec{X}}(t)$. Різниця між виміряним зна-

ченням вихідної величини та її оцінкою $\hat{\hat{Y}}(t) = \mathbf{C} \cdot \hat{X}(t)$ називається нев'язкою (помилкою спостереження).

Структурна схема спостерігача Калмана–Б'юсі (рис. 4.11) містить у своїй основі модель вихідної системи без урахування шумів (див. рис. 4.3). Її ключова відмінність від вихідної системи полягає у наявності додаткового зворотного зв'язку за нев'язкою. За своєю структурою спостерігач Калмана–Б'юсі еквівалентний спостерігачу повного порядку для детермінованих систем.

Синтез оптимального спостерігача в середовищі MATLAB виконується за допомогою функції lqe.

Синтаксис: [**K , P, E**] = lqe(**A, G, C, Q, R**).

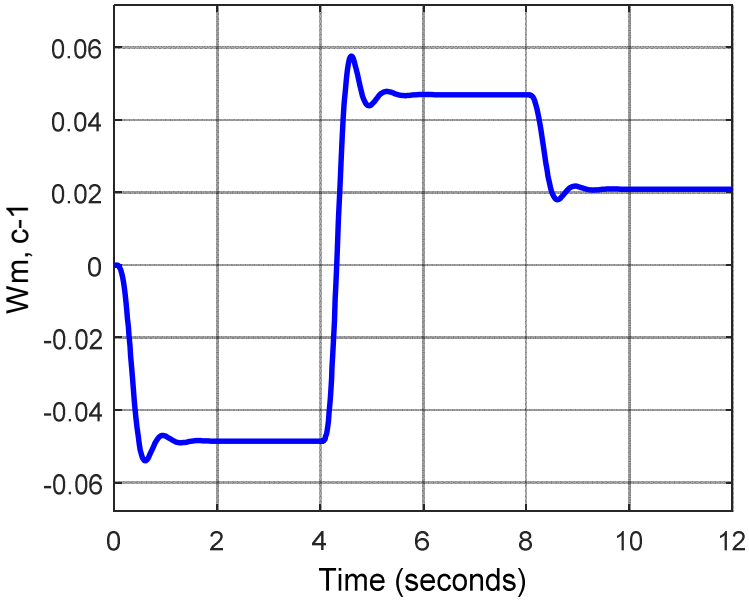
Функція [**K , P, E**] = lqe(**A, G, C, Q, R**) обчислює матрицю коефіцієнтів підсилення спостерігача **K**, за якої стаціонарний фільтр Калмана–Б'юсі фільтр забезпечує оптимальну оцінку вектора стану $\hat{\hat{X}}(t)$ на основі вимірюваної вихідної змінної $Y(t)$. Додатково функція повертає: матрицю **P** (вище позначено як **Q**) – розв'язок рівняння Ріккаті (4.13) і власні значення (полюси) спостерігача $\mathbf{E} = \text{eig}(\mathbf{A} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{C})$.

Як матрицю шумів стану **G** можна використовувати матрицю **B**, отриману під час синтезу оптимального регулятора.

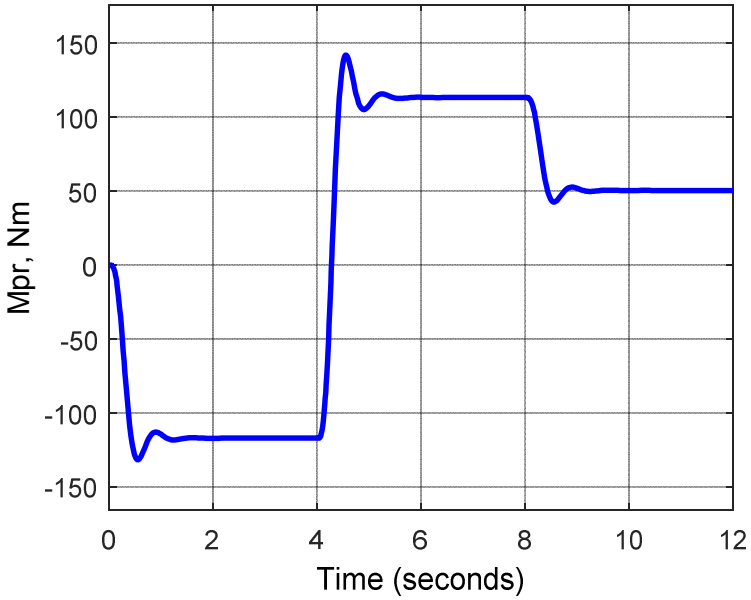
Під час синтезу оптимального спостерігача задаються значення **Q** та **R** (раніше позначені як $\mathbf{V}_1$ та $\mathbf{V}_2$). У ході роботи ці параметри змінювалися, після чого було обрано такий варіант, за якого перехідні процеси змінних стану системи з матрицею стану $\mathbf{An} = \mathbf{A} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}$ мають прийнятні характеристики та забезпечують високу швидкодію спостерігача.

Для моделювання перехідних процесів використовувалась SIMULINK-модель із блоком State-Space, у якому задавались відповідні матриці системи. Отримані результати моделювання наведені на рис. 4.10–4.13.

Таким чином, синтезовано матрицю коефіцієнтів оптимального спостерігача **K**, яка забезпечує високу точність оцінювання вектора стану системи.

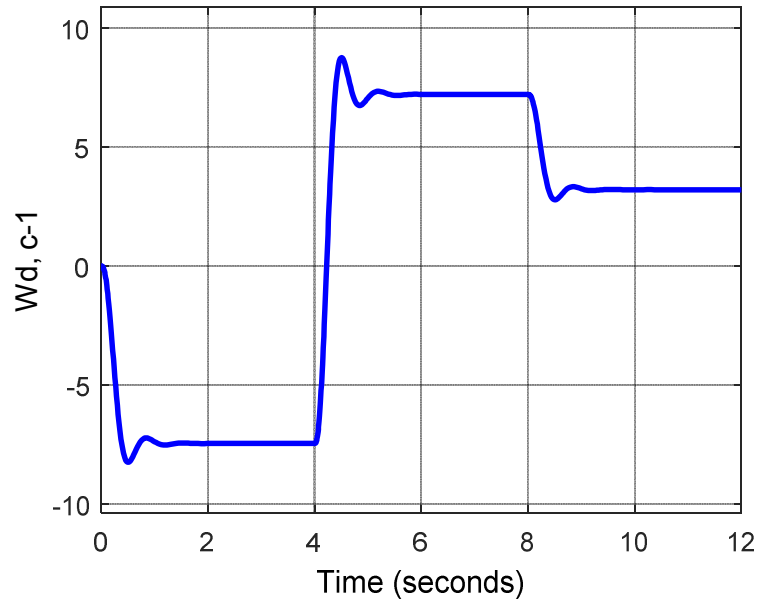


а)

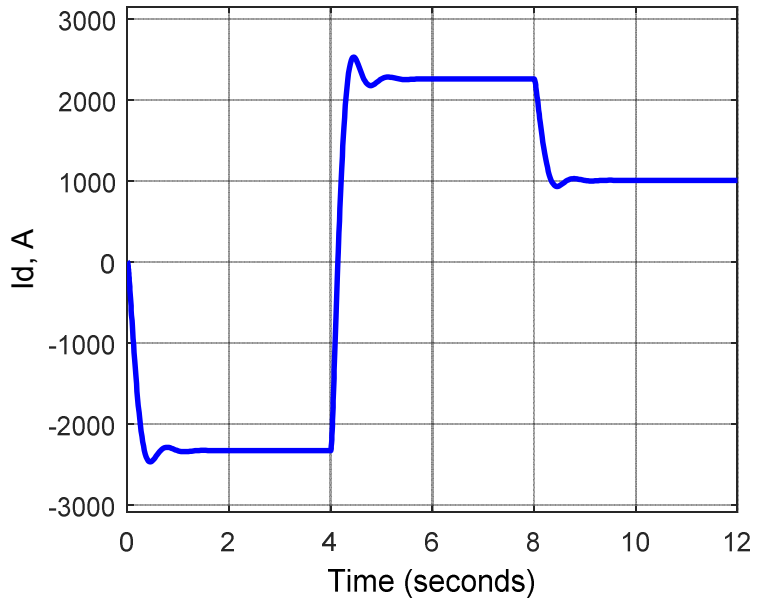


б)

Рисунок 4.10 – Реакція системи з матрицю стану $\mathbf{An} = \mathbf{A} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}$ на задаючий вплив: а – зміна кутової швидкості виконавчого механізму $\omega_{\text{м}} = f(t)$; б – зміна пружного моменту механічного зв'язку $M_{\text{пр}} = f(t)$

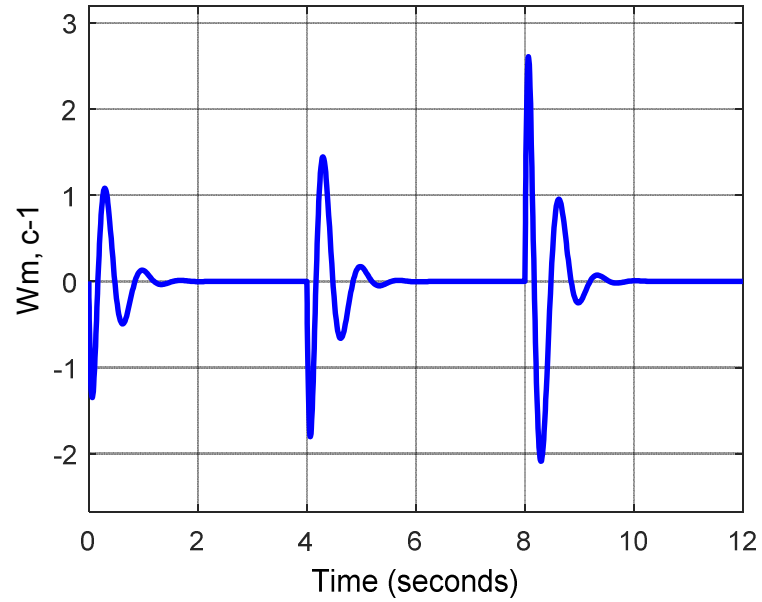


а)

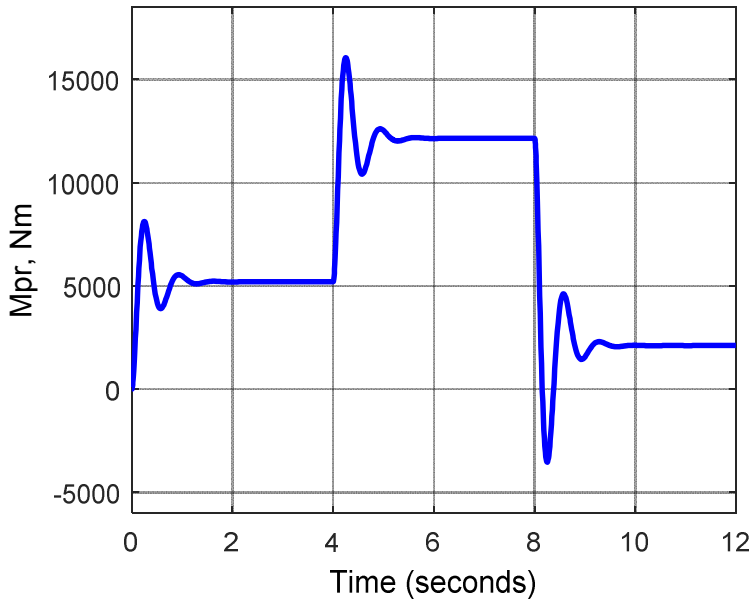


б)

Рисунок 4.11 – Реакція системи з матрицю стану $\mathbf{An} = \mathbf{A} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}$ на задаючий вплив: : а – зміна кутової швидкості двигуна $\omega_д = f(t)$; б – зміна струму електродвигуна $I_д = f(t)$

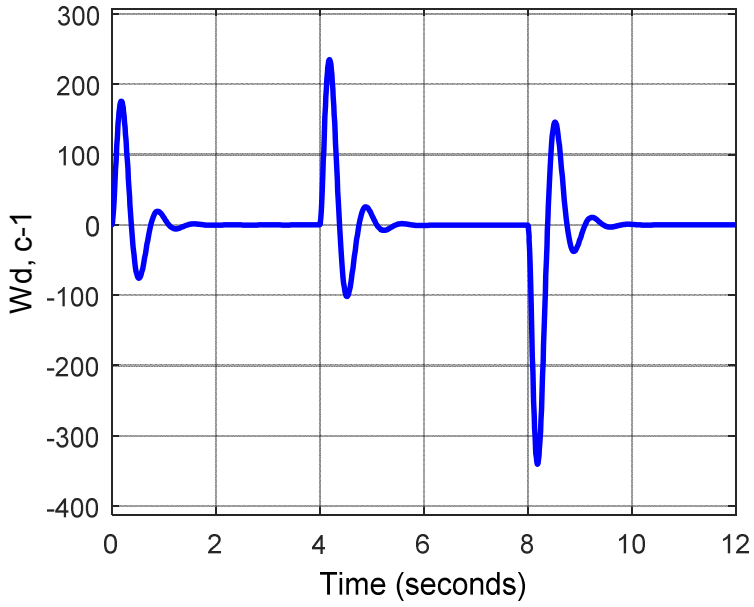


а)

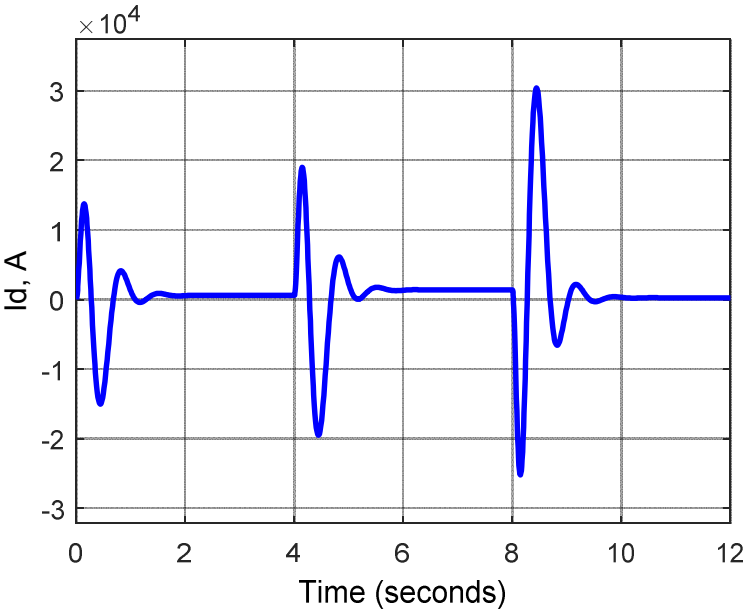


б)

Рисунок 4.12 – Реакція системи з матрицю стану $\mathbf{An} = \mathbf{A} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}$ на збурюючий вплив: а – зміна кутової швидкості виконавчого механізму $\omega_{\text{м}} = f(t)$; б – зміна пружного моменту механічного зв'язку $M_{\text{пр}} = f(t)$



а)



б)

Рисунок 4.13 – Реакція системи з матрицю стану $\mathbf{An} = \mathbf{A} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}$ на збурюючий вплив: а – зміна кутової швидкості двигуна $\omega_д = f(t)$; б – зміна струму електродвигуна $I_д = f(t)$

4.3 Синтез оптимального компенсатора

Під оптимальним компенсатором розуміють динамічну систему, що поєднує в собі оптимальний регулятор (матриця $\mathbf{F}$) та оптимальний спостерігач (матриця $\mathbf{K}$).

Розглянемо лінійну систему зі сталими параметрами:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{X}}(t) &= \mathbf{A}\ \vec{X}(t) + \mathbf{B}\ \vec{U}(t) + \vec{W}_1(\mathrm{t});\\ \vec{X}(t_0) &= \vec{X}_0,\end{aligned}, \quad t \ge t_0,$$

де $\vec{X}_0$ – стохастичний вектор із математичним сподіванням $\bar{\vec{X}}_0$ та дисперсійною матрицею $\mathbf{Q}_0$. Вихідна (вимірювана) змінна задається співвідношенням:

$$\vec{Y}(t) = \mathbf{C}\ \vec{X}(t) + \vec{W}_2(t), \quad t \ge t_0,$$

Сумарний випадковий процес $[\vec{W}_1(\mathrm{t}), \vec{W}_2(\mathrm{t})]$ розглядається як білий шум із інтенсивністю:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_1(t) & \mathbf{V}_{12}(t) \\ \mathbf{V}_{12}(t) & \mathbf{V}_2(t) \end{pmatrix}, \quad t \ge t_0.$$

За умови некорельованості шуму збурення стану та шуму вимірювань $\mathbf{V}_{12}(\mathrm{t})=0$..

Задача полягає у визначенні керуючого впливу $\vec{U}(t)$ для довільного моменту часу $t \in [t_0,\ t_1]$, який мінімізує функціонал якості:

$$\sigma = M\left\{\int_{t_0}^{t_1}\left[\vec{X}^T(t)\ \mathbf{R_1}\ \vec{X}(t) + \vec{U}^T(t)\ \mathbf{R_2}\ \vec{U}(t)\right] dt\right\}.$$

Тут M – оператор математичного сподівання; $\mathbf{R_1}$ та $\mathbf{R_2}$ – симетричні додатно визначені вагові матриці, що задовольняють умови $\mathbf{R_1} > 0$; $\mathbf{R}_2 > 0$.

Розв'язок задачі, тобто оптимальний закон керування, має вигляд:

$$\vec{U}(t) = -\mathbf{F}(t) \cdot \hat{\vec{X}}(t), \qquad (4.14)$$

де $\mathbf{F}(t)$ – матриця коефіцієнтів підсилення оптимального регулятора, яка визначається співвідношенням:

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{R}_2^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P}(t), \qquad (4.15)$$

Симетрична матриця $\mathbf{P}(t)$ знаходиться як розв'язок матричного рівняння Ріккаті:

$$-\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{R}_1(t) - \mathbf{P}(t) \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{R}_2^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t) \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P}(t), \quad \mathbf{P}(t_1) = \mathbf{P}_1; \qquad (4.16)$$

Оцінка стану $\hat{\vec{X}}(t)$ є оптимальною і визначається рівняннями спостерігача:

$$\dot{\hat{\vec{X}}}(t) = \mathbf{A} \cdot \hat{\vec{X}}(t) + \mathbf{B} \cdot \vec{U}(t) + \mathbf{K}(t) \cdot [\vec{Y}(t) - \mathbf{C} \cdot \hat{\vec{X}}(t)]; \quad \hat{\vec{X}}(t_0) = \overline{\vec{X}}_0,$$

де матриця підсилення спостерігача має вигляд:

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{V}_2^{-1}(t).$$

Матриця дисперсії похибки оцінювання $\mathbf{Q}(t)$ є розв'язком відповідного рівняння Ріккаті:

$$\dot{\mathbf{Q}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Q}(t) + \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{V}_1(t) - \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{V}_2^{-1}(t) \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{Q}(t); \quad \mathbf{Q}(t_0) = \mathbf{Q}_0;$$

Співвідношення (4.14)–(4.16) повністю узгоджуються з виразами (4.4)–(4.7), що описують синтез детермінованого оптимального регулятора. Єдина принципова відмінність полягає в тому, що у стохастичному випадку використовується оцінка $\hat{\vec{X}}(t)$ замість точного вектора стану $\vec{X}(t)$.

Таким чином, стохастичний лінійний оптимальний регулятор реалізується як поєднання оптимального спостерігача та детермінованого оптимального регулятора, що утворює структуру оптимального компенсатора (рис. 4.14).

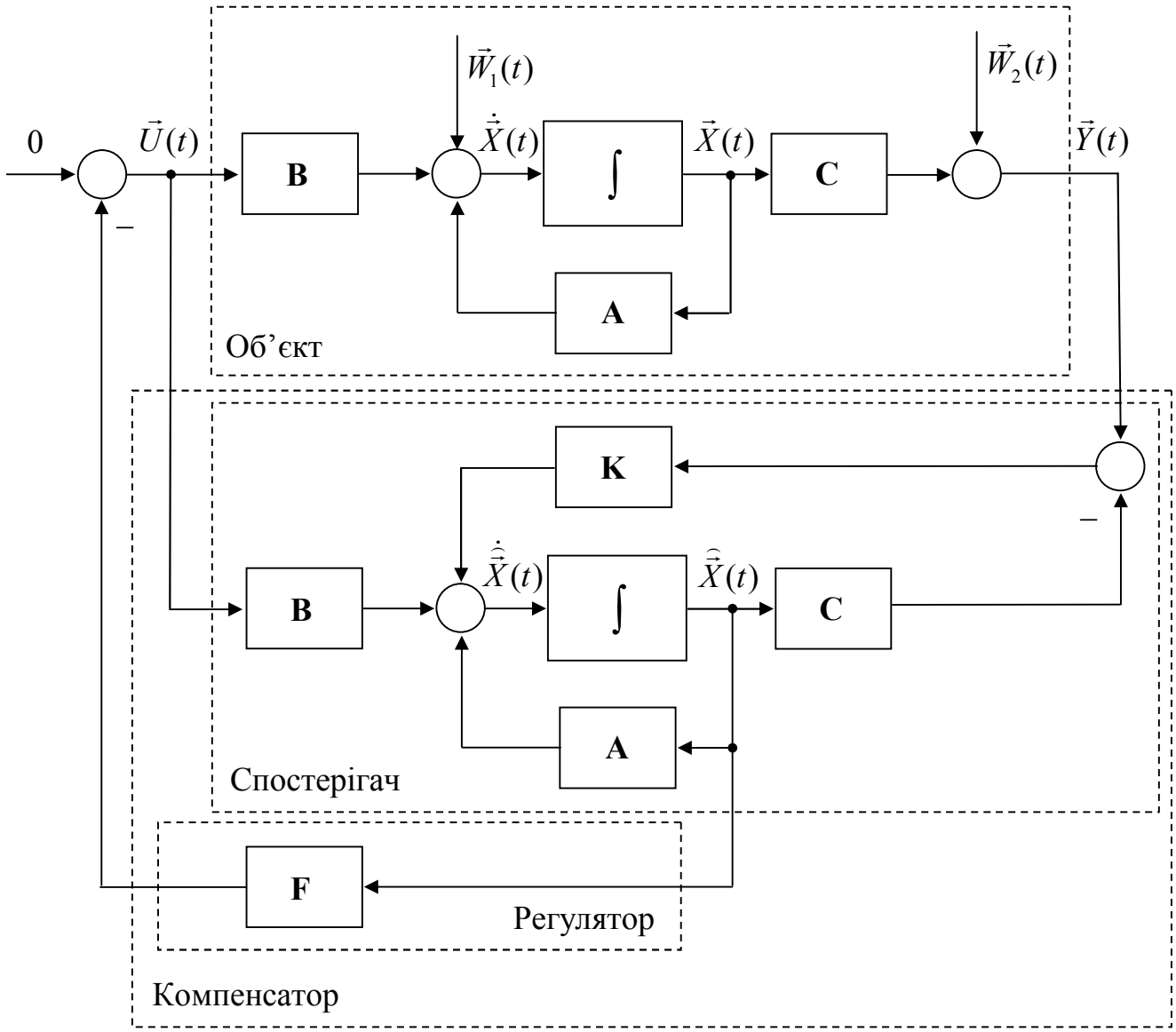


Рисунок 4.14 – Блок-схема системи автоматичного керування з оптимальним компенсатором

Отриманий результат відомий як принцип розподілу або принцип стохастичної еквівалентності. Згідно з цим принципом задача синтезу стохастичної лінійної оптимальної системи керування за умов неповної інформації про стан

розділяється на дві незалежні підзадачі: синтез лінійного оптимального спостерігача та розв'язання детермінованої задачі синтезу оптимального регулятора.

Таким чином, замкнена система з оптимальним компенсатором утворюється шляхом об'єднання об'єкта керування, оптимального регулятора та оптимального спостерігача і являє собою лінійну систему розмірності $2n$, яку можна описати рівняннями (4.17). При цьому враховано задавальний вплив $\vec{U}_з(t)$ (у схемі на рис. 4.5 для спрощення прийнято $\vec{U}_з(t) = 0$).

$$\begin{aligned} \dot{\vec{X}}(t) &= \mathbf{A}\cdot\vec{X}(t) - \mathbf{B}\cdot\mathbf{F}\cdot\hat{\vec{X}}(t) + \mathbf{B}\cdot\vec{U}_з(t) + \vec{W}_1(\mathrm{t}); \\ \dot{\hat{\vec{X}}}(t) &= \mathbf{K}\cdot\mathbf{C}\cdot\vec{X}(t) + (\mathbf{A} - \mathbf{K}\cdot\mathbf{C} - \mathbf{B}\cdot\mathbf{F})\cdot\hat{\vec{X}}(t) + \mathbf{B}\cdot\vec{U}_з(t). \end{aligned} \tag{4.17}$$

Рівняння виходу

$$\vec{Y}(t) = \mathbf{C}\,\vec{X}(t) + \vec{W}_2(t).$$

У разі нехтування шумами ці рівняння можуть бути записані у вигляді:

$$\begin{bmatrix} \dot{\vec{X}}(t) \\ \dot{\hat{\vec{X}}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}\times\mathbf{F} \\ \mathbf{K}\times\mathbf{C} & \mathbf{A} - \mathbf{KC} - \mathbf{BF} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{X}(t) \\ \hat{\vec{X}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} \cdot \vec{U}_з(t) \tag{4.18}$$

або

$$\dot{\vec{X}}_к(t) = \mathbf{A_к}\cdot\vec{X}_к(t) + \mathbf{B_к}\cdot\vec{U}(t);$$

де $\mathbf{A_к}$ – матриця стану системи автоматичного керування з компенсатором розмірності $2n\times 2n$.

$$\mathbf{A_к} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}\times\mathbf{F} \\ \mathbf{K}\times\mathbf{C} & \mathbf{A} - \mathbf{KC} - \mathbf{BF} \end{bmatrix};$$

$\mathbf{B_к}$ – матриця керування системи розмірності $2n\times m$

$$\mathbf{B_к} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix};$$

$\vec{X}_{\text{к}}(t)$ – вектор стану системи розмірності $2n$

$$\vec{X}_{\text{к}}(t)=\begin{bmatrix}\dot{\vec{X}}(t)\\ \ddot{\vec{X}}(t)\end{bmatrix}.$$

Рівняння виходу системи з оптимальним компенсатором має вигляд:

$$\vec{Y}_{\text{к}}(t)=\mathbf{C}_{\mathbf{к}}\cdot\vec{X}_{\text{к}}(t),$$

$\mathbf{C}_{\mathbf{к}}$ – матриця виходу системи розмірності $2r\times 2n$;

$\vec{Y}_{\text{к}}(t)$ – вектор виходу системи розмірності $2r$.

Характеристичні числа системи (4.18) одночасно є нулями відповідного виразу:

$$\det\begin{bmatrix}s\mathbf{I}-\mathbf{A} & -\mathbf{B}\cdot\mathbf{F}\\ \mathbf{K}\cdot\mathbf{C} & s\mathbf{I}-\mathbf{A}+\mathbf{KC}+\mathbf{B}\cdot\mathbf{F}\end{bmatrix}=\det\left[s\mathbf{I}-\mathbf{A}+\mathbf{B}\cdot\mathbf{F}\right]\cdot\det\left[s\mathbf{I}-\mathbf{A}+\mathbf{K}\cdot\mathbf{C}\right].$$

Власні значення об'єднаної системи складаються з полюсів регулятора (власні значення матриці $\mathbf{A}+\mathbf{B}\cdot\mathbf{F}$) та полюсів спостерігача (власні значення матриці $\mathbf{A}+\mathbf{K}\cdot\mathbf{C}$). Таким чином, динаміка регулятора і спостерігача є взаємно незалежною, тобто вони не впливають один на одного. Це дозволяє виконувати синтез підсистем окремо: спочатку синтезується регулятор за умови повної інформації про стан, а потім окремо – спостерігач як незалежна система.

У випадку розширеної системи (з додаванням змінної $z(t)$), до матриці $\mathbf{K}$ додається нульовий рядок знизу, а до матриці $\mathbf{C}$ – нульовий стовпець справа, оскільки синтез спостерігача виконується без урахування інтегрального зворотного зв'язку за похибкою.

Таким чином, замкнена розширена система автоматичного керування з оптимальним компенсатором із урахуванням змінної є лінійною системою розмірності $2n+2$.

Для аналізу перехідних процесів оптимальної двомасової системи керування використовується модель у середовищі Simulink із блоком State-Space, де необхідно збільшити кількість вихідних змінних удвічі. У цьому блоці задаються відповідні матриці оптимального компенсатора (див. М-файли у додатку В).

Для моделювання також можуть використовуватися раніше розглянута схема двомасової системи з оптимальним регулятором (рис. 4.3), доповнена блоком оптимального спостерігача. На рис. 4.15 наведено SIMULINK-модель двомасової системи з оптимальним компенсатором. Для порівняння також показані варіанти з оптимальним регулятором при повній та неповній інформації про стан.

Результати розрахунків показали, що завдяки високій швидкодії спостерігача перехідні процеси системи з оптимальним компенсатором практично збігаються з процесами системи з повним доступом до стану, тому окремі графіки в роботі не наводяться.

На рис. 4.16 показано залежність похибки між виміряною вихідною змінною $\vec{Y}(t)$ та її оцінкою $\hat{\vec{Y}}(t) = \mathbf{C} \cdot \hat{\vec{X}}(t)$, тобто різницю між швидкістю механізму $\omega_{\text{м}} = f(t)$ та її оцінкою $\hat{\omega}_{\text{м}} = f(t)$. З графіка видно, що похибка оцінювання має порядок 10^{-6}.

На рис. 4.17–4.18 наведено різницю між змінними стану системи з оптимальним компенсатором та системи з оптимальним регулятором. Значення різниць мають порядок $10^{-2} \div 10^{-4}$.

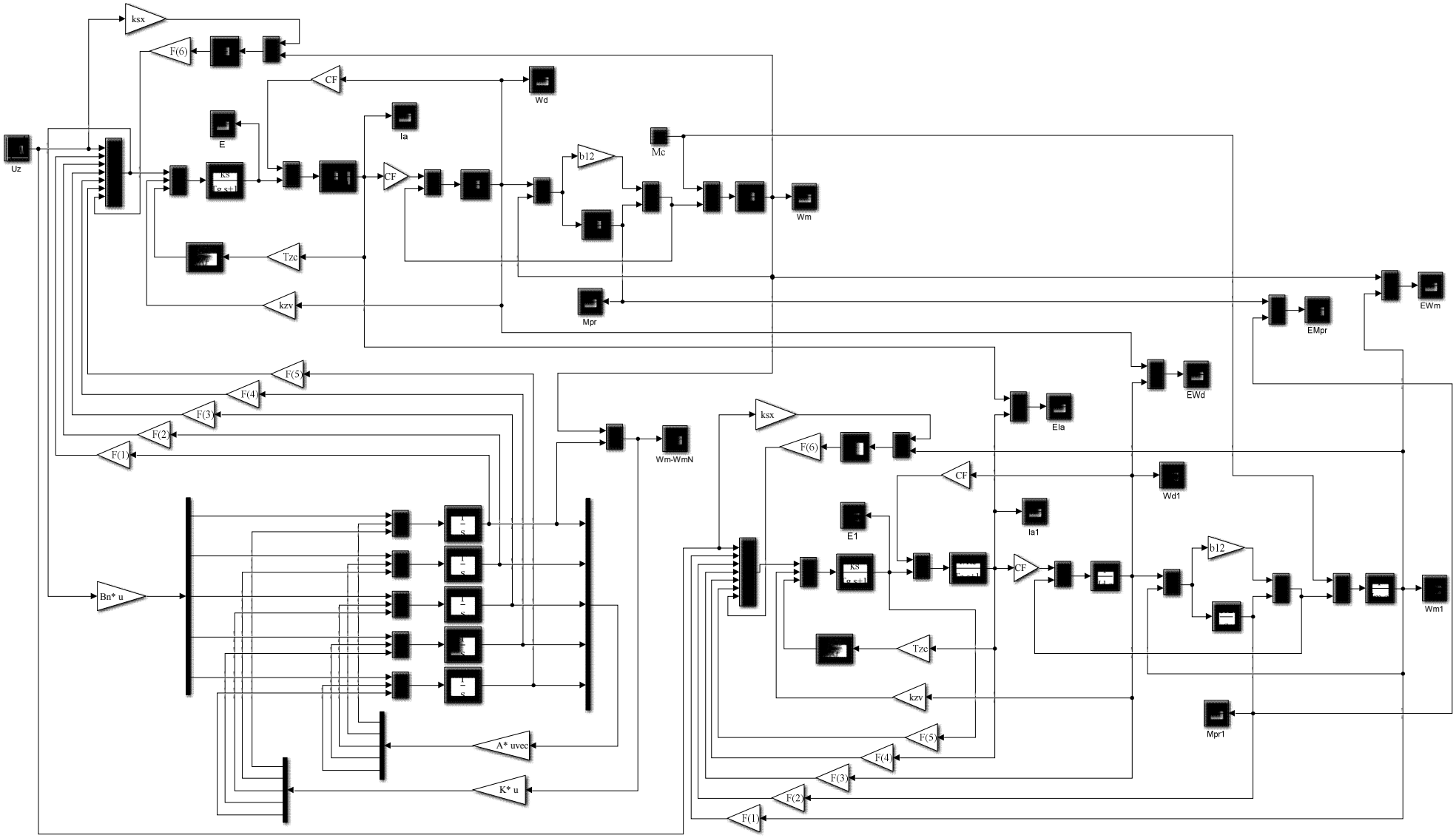


Рисунок 4.15 – SIMULINK-модель двомасової системи з реалізацією оптимального компенсатора

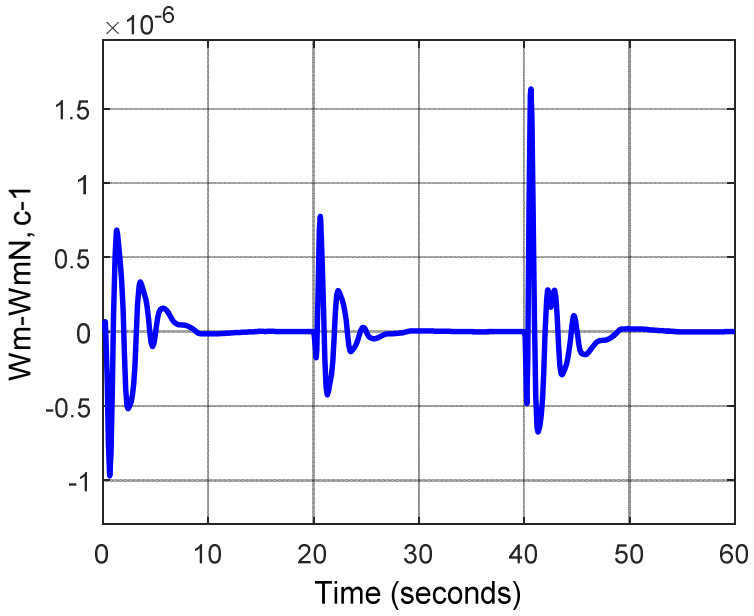


Рисунок 4.16 – Залежність похибки між виміряним значенням вихідної змінної $\omega_{\text{м}} = f(t)$ (швидкості механізму) та її оцінкою $\hat{\omega}_{\text{м}} = f(t)$

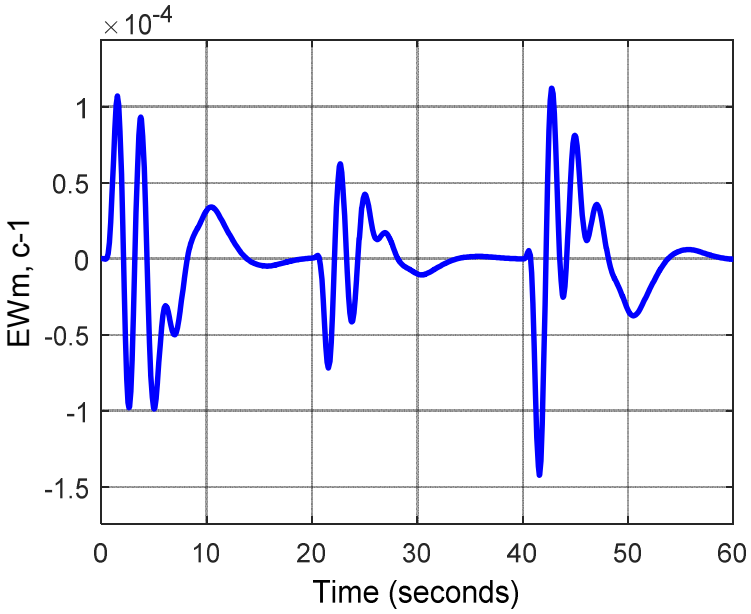
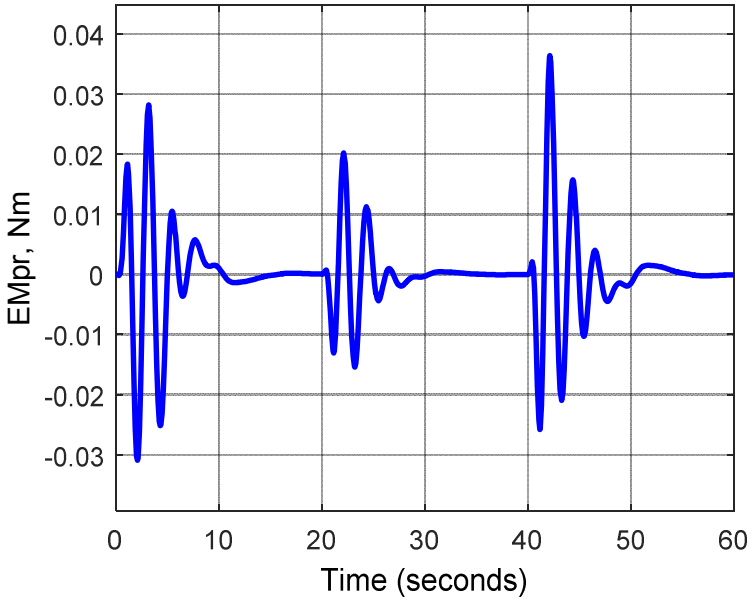
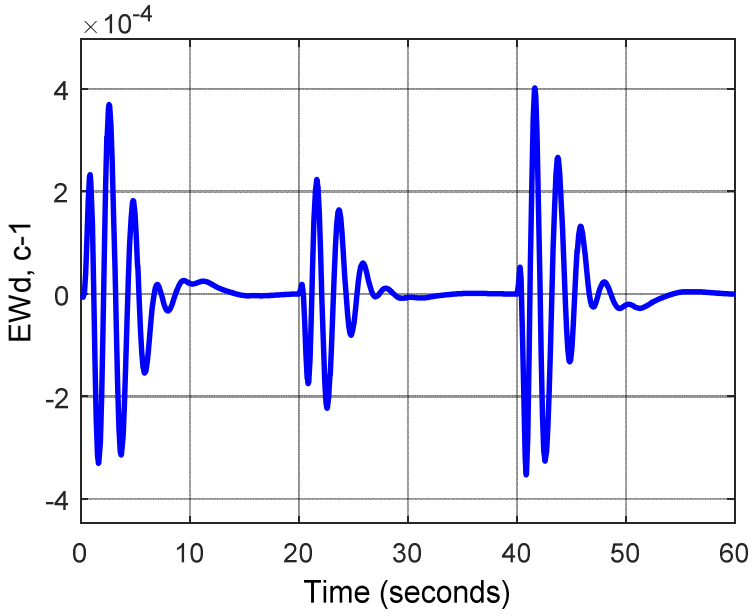


Рисунок 4.17 – Залежність різниці між значеннями швидкістю механізму $\omega_{\text{м}} = f(t)$ в системі з оптимальним компенсатором і в системі з оптимальним регулятором



а)



б)

Рисунок 4.18 – Залежність різниці між значеннями моменту пружності $M_{\text{пр}} = f(t)$ (а) і швидкості двигуна $\omega_{\text{д}} = f(t)$ (б) в системі з оптимальним компенсатором і в системі з оптимальним регулятором

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 4

У четвертому розділі розглянуто методи синтезу оптимальних систем автоматичного керування на основі інтегрального квадратичного критерію якості, включаючи побудову оптимального регулятора, оптимального спостерігача та їх спільну реалізацію у вигляді оптимального компенсатора.

Показано, що застосування методу аналітичного конструювання регуляторів і розв'язання матричного рівняння Ріккаті дозволяє отримати оптимальні коефіцієнти зворотного зв'язку, які забезпечують задані показники якості перехідних процесів та обмеження на керуючі та координатні змінні.

Розглянуто проблему неповної інформації про стан системи та обґрунтовано необхідність використання спостерігача стану. Показано, що фільтр Калмана–Б'юсі забезпечує оптимальну оцінку вектора стану за наявності шумів збурення та вимірювання, мінімізуючи середньоквадратичну похибку оцінювання.

На основі принципу розподілу доведено, що задача синтезу стохастичної оптимальної системи може бути розділена на дві незалежні задачі – синтез регулятора та спостерігача, що істотно спрощує процедуру проєктування.

Побудовано структуру оптимального компенсатора, який об'єднує регулятор і спостерігач, та показано, що динаміка замкненої системи розкладається на незалежні складові. Це дозволяє виконувати синтез підсистем окремо без втрати загальної оптимальності.

Результати моделювання в середовищі Simulink підтвердили ефективність запропонованого підходу. Отримані перехідні процеси мають задовільні динамічні властивості, а похибка оцінювання стану є незначною. Порівняння систем із повною та неповною інформацією показало їх практичну еквівалентність за рахунок високої швидкодії спостерігача.

Загалом доведено, що використання оптимального компенсатора забезпечує високу точність керування, стійкість системи та якісне відтворення динаміки об'єкта при обмеженій інформації про його стан.

ВИСНОВКИ

У межах бакалаврської кваліфікаційної роботи розроблено автоматизовану систему керування електроприводом механізму обертання роторного колеса екскаватора. Запропоноване технічне рішення спрямоване на підвищення точності керування та надійності роботи одного з ключових вузлів гірничої машини, що безпосередньо впливає на ефективність технологічного процесу.

1. На основі аналізу існуючих структур електроприводів для подібних механізмів обґрунтовано доцільність використання електропривода постійного струму за схемою «генератор – двигун». Вибране рішення забезпечує якісне регулювання кутової швидкості та стійкість роботи приводу в умовах змінного навантаження. Виконано необхідні інженерні розрахунки потужності, здійснено підбір двигуна та компонентів силової частини системи.

2. Розроблено структуру системи автоматичного регулювання координат електропривода з використанням сумувального підсилювача. Система містить канали зворотного зв’язку за швидкістю та струмом, включаючи механізми обмеження струму. Така організація керування дозволяє підвищити стійкість системи, мінімізувати ризик перевантажень і забезпечити стабільну роботу при різких змінах навантажувальних умов.

3. Побудовано математичну модель електромеханічної системи в припущенні жорстких механічних зв’язків між елементами. Отриману модель реалізовано у вигляді системи диференціальних рівнянь та досліджено шляхом комп’ютерного моделювання, що дозволило оцінити базові динамічні характеристики приводу.

4. Для більш адекватного опису реальних фізичних процесів розроблено розширену динамічну модель з урахуванням пружних властивостей механічних з’єднань. Механічна частина представлена у вигляді двомасової системи з урахуванням інерційних, пружних і демпфуючих параметрів, що дозволило детальніше дослідити коливальні явища в приводі.

5. Дослідження двомасової моделі показало, що врахування кінцевої жорсткості механічних елементів суттєво впливає на характер перехідних процесів, зумовлюючи виникнення коливань. Це призводить до погіршення точності відпрацювання керуючих впливів, підвищення навантажень у вузлах системи та зниження її динамічної ефективності.

6. З метою покращення динамічних властивостей системи здійснено синтез оптимального регулятора на основі інтегрального квадратичного критерію якості. Реалізовані рішення дозволили зменшити коливальність процесів, підвищити точність керування та мінімізувати середньоквадратичну похибку відпрацювання сигналів керування. Додатково розроблено оптимальний спостерігач і компенсатор зовнішніх збурень та похибок вимірювання.

7. Аналіз результатів моделювання оптимізованої системи підтвердив її покращені динамічні характеристики, зокрема стійкість перехідних процесів і відсутність надмірних коливань. Отримані результати свідчать про практичну придатність розробленої системи автоматизованого керування для впровадження в реальні промислові електроприводи екскаваторного обладнання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Теорія автоматичного керування : навчальний посібник / П. В. Леонтьєв та ін. ; за заг. ред. П. В. Леонтьєва. – Суми : Сумський державний університет, 2024. – 296 с.
2. Теорія автоматичного управління : навчальний посібник [Електронний ресурс] : навч. посіб. / О. Й. Штіфзон, П. В. Новіков, В. П. Бунь. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 144 с.
3. Теорія автоматичного управління. Нелінійні та дискретні системи [Електронний ресурс] : навчальний посібник / О. Й. Штіфзон, П. В. Новіков. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 98 с.
4. Теорія автоматичного керування : навчальний посібник / П. В. Леонтьєв та ін. ; за заг. ред. П. В. Леонтьєва. – Суми : Сумський державний університет, 2024. – 296 с.
5. Теорія автоматичного керування : навчальний посібник / О. К. Аблесімов – К. : «Освіта України», 2019. – 270 с.
6. Навчальний посібник з дисципліни "Теорія автоматичного керування" : у 2 ч. Ч. 1 / А. П. Гуров, С. І. Ольшевський, О. О. Черно, Л. І. Бугрім. – Миколаїв : НУК, 2018. – 111 с.
7. Теорія автоматичного управління : курс лекцій / Т. М. Боровська. – Вінниця : ВНТУ, 2018. – 256 с.
8. Теорія автоматичного управління: Навчальний посібник [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології», освітньо-професійна програма «Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології кібер-енергетичних систем»; уклад.: О. Й. Штіфзон, П. В. Новіков, В.П. Бунь. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,2 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 144 с
9. Лістровий С. В., Мірошник М. А., Клименко Л. А. Теорія автоматичного керування, штучний інтелект і автоматизація процесу прийняття рішення: Навч. посібник. – Харків: УкрДУЗТ, 2019. – 120 с.

10. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування: Підручник. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К. : Либідь, 2007. – 656 с.
11. Голюк П.Ф., Гречин Т.М. Теорія автоматичного керування: Навчальний посібник. – Л: Видавництво Львівської політехніки, 2012. – 280 с.
12. Головінський Б.Л., Шуруб Ю.В., Лисенко В.П. Теорія автоматичного управління: навч. посіб. – К.: Вид. Центр НУБіП України, 2012. – 240 с.
13. Ладанюк А.П. Теорія автоматичного керування технологічними об'єктами : навч. посіб. / Ладанюк А.П., Архангельська К.С., Власенко Л.О. – К.: НУХТ, 2014 – 274 с.
14. Сорока К.О. Теорія автоматичного керування і комп'ютерне моделювання (неперервні лінійні системи). Частина перша. Основи теорії систем автоматичного керування. : навч. посібник. – Харків : ФОП Тімченко, 2010. – 218 с.
15. Сорока К.О. Теорія автоматичного керування і комп'ютерне моделювання (неперервні лінійні системи). Частина друга. Аналіз систем автоматичного керування засобами комп'ютерного моделювання : навч. посібник. – Харків : ФОП Тімченко, 2010. – 156 с.
16. Автоматизований електропривод. Розділ 1. Теорія електропривода. Навчальний посібник. / Н.Д. Красношапка – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського. - 2023. – 101 с.
17. Автоматизований електропривод ч. 2 [Електронний ресурс]: навчальний посібник для студентів освітньої програми «Електромеханічні системи автоматизації, електропривод та електромобільність» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / В.І. Теряєв. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022.– 204 с.
18. Василега П. О. Електропривод робочих машин : підручник / П. О. Василега. – Суми: Сумський державний університет, 2022. – 290 с.
19. Возняк, О.М., Штуць. А.А., Колісник М.А. Сучасні системи електроприводів. Теорія та практика. Частина 1. Навчальний посібник. – Вінниця: ТВОРИ, 2021. – 280 с.
20. А. А. Видмиш, Л. В. Ярошенко. Основи електропривода. Теорія та прак-

тика. Частина 1. Навчальний посібник. – Вінниця: ВНАУ, 2020. – 387 с.

21. Шефер О.В. Автоматизований електропривод загальнопромислових механізмів: конспект лекцій. – Полтава: ПолтНТУ, 2020. – 154 с.

22. Електропривод виробничих машин і механізмів: Навчальний посібник / О.Ю. Синявський, В.В. Савченко, В.Я. Бунько, В.Ю. Рамш; За ред. О.Ю. Синявського. – К.: ФОП Ямчинський О.В. , 2020. – 444 с.

23. Панкратов А.І. Системи керування електроприводами. Видання 2: Навч. посібник з дисципліни «Системи керування електроприводами» (для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерноінтегровані технології» денної і заочної форми навчання) – Краматорськ: ДДМА, 2018. – 225 с.

24. Павленко Т. П. Автоматизований електропривод загальнопромислових механізмів / Т. П. Павленко, О. В. Донець, О. М. Петренко ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 132 с.

25. Філіпп Ю. Б. Автоматизований електропривод гірничо-металургійного виробництва : підручник / Ю.Б. Філіпп ; під редакцією О.М. Сінчука. - Кременчук : Щербатих О.В., 2018. – 236 с.

26. Колб Ант. А, Колб А. А.Теорія електроприводу: Навчальний посібник. – 2-е вид. перероб. і доп. – Д., Національний гірничий університет, 2011. – 540 с

27. Гурко О.Г. Аналіз та синтез систем автоматичного управління у MATLAB: Навчальний посібник / О.Г. Гурко, І.Ф. Єрьоменко. Харків, ХНАДУ, 2012. – 284 с.

28. Моделювання систем управління в SIMULINK : навч. посібник / В. О. Богомолов, О. Г. Гурко, В. І. Клименко, Д. М. Леонтьєв, О. М. Красюк. Харків ХНАДУ, 2018. – 220 с.

ДОДАТОК А

Файл вихідних даних

```
clear;clc;echo on;

% Система управління ектроприводом обертання
% роторного колеса екскаватора
% 2025 рік

% Вихідні дані
kzv=1.3;
ks=7.82;
Tg=1.002;
Tzc=0.01;
Te=0.034;
Re=0.021;
CF=10.5;
In=2280;
Mn=CF*In;
Jd=775;
Jm=233;
b12=0;
c12=250;
Js=Jd+Jm;
Uz=158,6;
kcx=ks/(CF+ks*kzv);

% Матриці
A=[-b12/Jm 1/Jm b12/Jm 0 0;
-c12 0 c12 0 0;
b12/Jd -1/Jd -b12/Jd CF/Jd 0;
0 0 -CF/(Te*Re) -1/Te 1/(Te*Re) ;
0 0 (CF*ks*Tzc/(Te*Re*Tg)-kzv*ks/Tg) ks*Tzc/(Te*Tg) (-
ks*Tzc/(Te*Re*Tg)-1/Tg)];
B=[0 -1/Jm;
zeros(3,2);
ks/Tg 0];
C=zeros(4,5);
C(1,1)=1;C(2,2)=1; C(3,3)=1;C(4,4)=1;
D=zeros(4,2);
%Власні значення матриці A
eig(A);
% Попередній перегляд графиків
%subplot(211);step(A,B,C,D,1);%pause;

% Синтез регулятора
% Змінюємо кількість входів системи
% (управління тільки по задаючій дії
Br=B(:,1);
Dr=zeros(5,1);
% Вагові матриці і множник
```

```
Q=zeros(5,5);
%Q(1,1)=1;
Q(2,2)=0.5e-1;
%Q(3,3)=1e4;
%Q(4,4)=1e-1;
%Q(5,5)=5e2;
R=150;
S=zeros(5,2);
% Власне синтез регулятора
[F,S,E] = lqr(A,Br,Q,R)
% Формуємо систему з регулятором
Ar=A-Br*F;
% Попередній перегляд графиків
%subplot(212);step(Ar,Br,C,Dr,1); pause;

% Синтез спостерігача
% Змінюємо кількість виходів системи
% (одна вимірювана координата-швидкість механизму)
Cn=zeros(1,5); Cn(1,1)=1;
% Власне синтез спостерігача
Qn=10000;
Rn=0.001
[K,P,E] = lqe(A,Br,Cn,Qn,Rn)
% Формиуємо систему з спостерігачем
An=A-K*Cn;
eig(An)
%subplot(211);step(An,Br,C,Dr,1);pause;

% Синтез компенсатора
Ak2=-Br*F; Ak3=K*Cn; Ak4=A-Br*F-K*Cn;
Ak=[A Ak2;
    Ak3 Ak4];
    Bk=[B;B];
Ck=zeros(4,10);
Ck(1,1)=1;Ck(2,2)=1; Ck(3,3)=1;Ck(4,4)=1;
Dk=zeros(4,2);
eig(Ak)
%subplot(212);step(Ak,Bk,Ck,Dk,1);pause;

% Формування матриць одномасової системи

A1=A(3:5,3:5);
B1=B(3:5,:);
A1(1,1)=0;A1(1,2)=CF/Js;
B1(1,2)=-1/Js;
C1=zeros(2,3);
C1(1,1)=1;C1(2,2)=1;
D1=zeros(2,2);
%subplot(111);step(A1,B1,C1,D1,1);
```

ДОДАТОК Б

Протокол розрахунку

```
% Система управління ектроприводом обертання
% роторного колеса екскаватора
% 2025 рік

% Вихідні дані
kzv=1.3;
ks=7.82;
Tg=1.002;
Tzc=0.01;
Te=0.034;
Re=0.021;
CF=10.5;
In=2280;
Mn=CF*In;
Jd=775;
Jm=233;
b12=0;
c12=250;
Js=Jd+Jm;
Uz=158,6;

Uz =

   158

kcx=ks/(CF+ks*kzv);

% Матриці
A=[-b12/Jm 1/Jm b12/Jm 0 0;
-c12 0 c12 0 0;
b12/Jd -1/Jd -b12/Jd CF/Jd 0;
0 0 -CF/(Te*Re) -1/Te 1/(Te*Re) ;
0 0 (CF*ks*Tzc/(Te*Re*Tg)-kzv*ks/Tg) ks*Tzc/(Te*Tg) (-
ks*Tzc/(Te*Re*Tg)-1/Tg)];
B=[0 -1/Jm;
zeros(3,2);
ks/Tg 0];
C=zeros(4,5);
C(1,1)=1;C(2,2)=1; C(3,3)=1;C(4,4)=1;
D=zeros(4,2);
%Власні значення матриці A
eig(A);
% Попередній перегляд графиків
%subplot(211);step(A,B,C,D,1);%pause;

% Синтез регулятора
% Змінюємо кількість входів системи
% (управління тільки по задаючій дії
```

```
Br=B(:,1);
Dr=zeros(5,1);
% Вагові матриці і множник
Q=zeros(5,5);
%Q(1,1)=1;
Q(2,2)=0.5e-1;
%Q(3,3)=1e4;
%Q(4,4)=1e-1;
%Q(5,5)=5e2;
R=150;
S=zeros(5,2);
% Власне синтез регулятора
[F,S,E] = lqr(A,Br,Q,R)

F =

  -2.7377e+00   1.1448e-02   1.0148e+00   1.2998e-02   1.6409e-01


S =

   1.9222e+03  -2.2484e+00  -1.6778e+02  -4.1528e+00  -5.2618e+01
  -2.2484e+00   5.2670e-02   4.2791e+00   1.7709e-02   2.2002e-01
  -1.6778e+02   4.2791e+00   4.4412e+02   1.5762e+00   1.9504e+01
  -4.1528e+00   1.7709e-02   1.5762e+00   1.9792e-02   2.4982e-01
  -5.2618e+01   2.2002e-01   1.9504e+01   2.4982e-01   3.1537e+00


E =

  -1.3808e+02 + 0.0000e+00i
  -8.1899e-01 + 1.9197e+00i
  -8.1899e-01 - 1.9197e+00i
  -6.3880e-01 + 5.3858e-01i
  -6.3880e-01 - 5.3858e-01i

% Формуємо систему з регулятором
Ar=A-Br*F;
% Попередній перегляд графиків
%subplot(212);step(Ar,Br,C,Dr,1); pause;

% Синтез спостерігача
% Змінюємо кількість виходів системи
% (одна вимірювана координата-швидкість механизму)
Cn=zeros(1,5); Cn(1,1)=1;
% Власне синтез спостерігача
Qn=10000;
Rn=0.001

Rn =

   1.0000e-03
```

```
[K,P,E] = lqe(A,Br,Cn,Qn,Rn)

K =

   1.8416e+01
   3.9511e+04
   8.2079e+02
   1.1788e+05
   1.0837e+04


P =

   1.8416e-02   3.9511e+01   8.2079e-01   1.1788e+02   1.0837e+01
   3.9511e+01   1.2280e+05   3.1617e+03   5.8949e+05   4.4432e+04
   8.2079e-01   3.1617e+03   9.9227e+01   2.5164e+04   1.5286e+03
   1.1788e+02   5.8949e+05   2.5164e+04   1.1512e+07   5.1094e+05
   1.0837e+01   4.4432e+04   1.5286e+03   5.1094e+05   2.8626e+04


E =

  -1.3808e+02 + 0.0000e+00i
  -7.0899e+00 + 3.0126e+00i
  -7.0899e+00 - 3.0126e+00i
  -2.9356e+00 + 7.2598e+00i
  -2.9356e+00 - 7.2598e+00i

% Формиуємо систему з спостерігачем
An=A-K*Cn;
eig(An)

ans =

  -2.9356e+00 + 7.2598e+00i
  -2.9356e+00 - 7.2598e+00i
  -7.0899e+00 + 3.0126e+00i
  -7.0899e+00 - 3.0126e+00i
  -1.3808e+02 + 0.0000e+00i

%subplot(211);step(An,Br,C,Dr,1);pause;

% Синтез компенсатора
Ak2=-Br*F; Ak3=K*Cn; Ak4=A-Br*F-K*Cn;
Ak=[A Ak2;
    Ak3 Ak4];
    Bk=[B;B];
Ck=zeros(4,10);
Ck(1,1)=1;Ck(2,2)=1; Ck(3,3)=1;Ck(4,4)=1;
Dk=zeros(4,2);
eig(Ak)

ans =
```

```
  -2.9356e+00 + 7.2598e+00i
  -2.9356e+00 - 7.2598e+00i
  -7.0899e+00 + 3.0126e+00i
  -7.0899e+00 - 3.0126e+00i
  -8.1899e-01 + 1.9197e+00i
  -8.1899e-01 - 1.9197e+00i
  -6.3880e-01 + 5.3858e-01i
  -6.3880e-01 - 5.3858e-01i
  -1.3808e+02 + 0.0000e+00i
  -1.3808e+02 + 0.0000e+00i

%subplot(212);step(Ak,Bk,Ck,Dk,1);pause;

% Формування матриць одномасової системи

A1=A(3:5,3:5);
B1=B(3:5,:);
A1(1,1)=0;A1(1,2)=CF/Js;
B1(1,2)=-1/Js;
C1=zeros(2,3);
C1(1,1)=1;C1(2,2)=1;
D1=zeros(2,2);
%subplot(111);step(A1,B1,C1,D1,1);
```