

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Факультет радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

Кафедра теоретичної радіофізики

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри



Хардіков В. В.

«__» _____ 2024 року

**Кваліфікаційна робота
магістра**

на тему: ВИРІШЕННЯ ЗВОРОТНОЇ ЗАДАЧІ ЩОДО ВІДНОВЛЕННЯ
ПРОСТОРОВОЇ КОНФІГУРАЦІЇ ВЕКТОРІВ ЩІЛЬНОСТІ СТРУМІВ У
МАГНІТОКАРДІОГРАФІЇ

Виконав: студент II курсу магістратури, групи РР-61
спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали,
освітньо-професійна програма «Радіофізика і електроніка»



Меглій О.В.

керівник

доктор фіз.-мат. наук,

професор



Шульга С.М.

2024 рік

АНОТАЦІЯ

Меглій Олексій. Вирішення зворотної задачі щодо відновлення просторової конфігурації векторів щільності струмів у магнітокардіографії. Харків. Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, кафедра теоретичної радіофізики, 2024, 8 рис., 35 стор., 33 посилання.

У роботі представлено аналітичний підхід до відновлення розподілу струмів у площині перетину людського серця. Запропонована методика базується на використанні закону Біо-Савара, перетворення Фур'є та методів сингулярного розкладу, що дозволяє високоточний аналіз електричної активності серцевої тканини. Розроблено числовий метод для моделювання шару струмів як джерела магнітного поля, яке реєструється за допомогою SQUID-магнітометрів. Для зниження рівня фонового шуму застосовано підхід програмно реалізованих градіометрів. Отримані числові результати демонструють ефективність запропонованого методу в реконструкції просторової конфігурації струмів та вивченні електрофізіологічних процесів у серці.

Ключові слова: біомагнетизм, градіометр, магнітометр, закон Біо-Савара, слабе магнітне поле, просторовий аналіз

ABSTRACT

Mehlii Oleksii. Solution to the Inverse Problem of Reconstructing the Spatial Configuration of Current Density Vectors in Magnetocardiography. Kharkiv. V.N. Karazin Kharkiv National University, Department of Theoretical Radiophysics, 2024, 8 figs., 35 pages, 33 references.

The study presents an analytical approach for reconstructing the current distribution in the cross-sectional plane of the human heart. The proposed methodology is based on the Biot-Savart law, Fourier transform, and singular value decomposition methods, enabling high-precision analysis of the heart's electrical activity. A numerical method has been developed to model a planar current layer as a source of the magnetic field recorded using SQUID magnetometers. To reduce background noise levels, the approach of software-implemented gradiometers was applied. The numerical results demonstrate the efficiency of the proposed method in reconstructing the spatial configuration of currents and studying the electrophysiological processes in the heart.

Keywords: biomagnetism, gradiometer, magnetometer, Biot-Savart law, weak magnetic field, spatial analysis

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ	5
2. ЧУТЛИВОСТІ МАГНІТОМЕТРІВ І ГРАДІОМЕТРІВ ПЕРШОГО ТА ДРУГОГО ПОРЯДКІВ ДЛЯ ЗАДАЧ МАГНІТОКАРДИОЛОГІЇ.....	7
2.1. Постановка задачі.....	7
2.2. Функція нев'язки для зворотної задачі.....	10
2.3. Аналіз чисельних результатів	13
3. АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ РОЗПОДІЛУ СТРУМУ У ЗАДАНІЙ ПЛОЩИНІ ПЕРЕТИНУ ЛЮДСЬКОГО СЕРЦЯ	17
3.1. Реконструкція джерела магнітного поля у вигляді струмів у площини розрізу серця	17
3.2. Метод реконструкції необхідних даних для чисельного експерименту з у зворотній задачі магнітокардіології.....	20
3.3. Двовимірне перетворення Фур'є.....	21
3.4. Фур'є образ функції Гріна	21
3.5. Фур'є образ для магнітного поля і його зв'язок з Фур'є образом вимірної величини.....	23
3.6. Вираз для компонентів поля через образ Фур'є для	24
4. ЧИСЛОВЕ РІШЕННЯ ЗВОРТНОЇ ЗАДАЧІ	26
4.1. Дискретизація задачі за допомогою методу моментів	26
ВИСНОВКИ.....	28
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	30

ВСТУП

У цій роботі представлено аналітичний метод визначення розподілу струму в заданій площині перетину людського серця. Запропонований підхід базується на законі Біо-Савара, перетворенні Фур'є та методах сингулярного розкладу, що забезпечують можливість високоточного аналізу електричної активності серця. У роботі наведено числові результати для оберненої задачі, які демонструють можливості методу в реконструкції струмового розподілу в горизонтальній площині. Це дозволяє отримати надійну інформацію про електрофізіологічні процеси, що відбуваються в серці.

Запропонована аналітична техніка та розроблене програмне забезпечення є важливими для медичних досліджень електричної активності біологічних об'єктів, зокрема людського серця та мозку.

Розробка магнітометричних систем на основі надпровідних квантових інтерференційних пристроїв (SQUID), що мають унікальну чутливість та точність, стимулювала дослідження в галузі просторового аналізу слабких магнітних полів [1]. На рівні чутливості SQUID будь-яке тіло, що має навіть найменший магнетизм, може бути досліджене: від тіл, що містять залізо або його сплави, до об'єктів на зразок затонулих кораблів, магнітних аномалій у рудних родовищах та техніки [2]. Суть таких задач полягає в обробці результатів вимірювань з метою отримання певної інформації про джерело поля.

Таким чином, обробка результатів вимірювань магнітних полів дає змогу відновити детальну інформацію про джерело цих полів. Це має велике значення для біомедичної діагностики, зокрема у випадках, коли традиційні методи не забезпечують достатньої точності або деталізації.

На даний момент найбільших успіхів досягнуто у дослідженні магнітних полів біологічного походження, що входять до сфери біомагнетизму.

Використання сучасних SQUID-градіометрів та магнітометрів дозволяє з високою чутливістю реєструвати надзвичайно слабкі магнітні поля, що виникають у результаті електричної активності серця, мозку та м'язів людини [3]. Інтерпретація цих даних вимагає застосування спеціалізованих методів і алгоритмів обробки, здатних перетворити отриману інформацію в форму, придатну для поглибленого аналізу фізіологічних процесів.

У цій роботі ми розробили як теоретичний, так і числовий метод для моделювання планарного шару струмів, які виконують роль джерела магнітного поля, що реєструється при вимірах. Це є основною метою нашого дослідження та ключовим елементом запропонованого підходу до вивчення електричних процесів у серцевій тканині.

Водночас важливим етапом дослідження стало вивчення чутливості магнітометрів і градіометрів першого та другого порядків у контексті магнітокардіологічних задач. Отже, маючи набір датчиків, ми в першому розділі формували з них програмно реалізовані градіометри (ПРГ), що дозволяє знизити рівень фонового шуму. Цей підхід забезпечує більшу зручність у конфігурації сенсорів, що необхідна для вирішення зворотної задачі. Основна мета цього розділу — визначити оптимальну чутливу конфігурацію, яка дозволить ефективно об'єднати наявний набір елементарних сенсорів та отримати максимально точну інформацію про джерела магнітних полів.

1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

У дослідженнях біомагнетизму значна увага приділяється підвищенню чутливості магнітометрів і градіометрів для реєстрації магнітних полів біологічного походження. Ця чутливість необхідна для ефективного аналізу слабких магнітних полів серця та мозку, що дозволяє покращити діагностичні можливості методів магнітокардіографії та магнітоенцефалографії.

Використання градіометрів із СКВІД дозволяє знижувати рівень фонового шуму при реєстрації сигналів магнітного поля серця в лабораторних умовах. У роботі [4] представлено результати досліджень конструкції СКВІД-градіометрів першого та другого порядку з електронним відніманням, що показали високу точність та стабільність сигналу MCG. Такі результати підтверджують ефективність використання градіометрів для підвищення точності реєстрації магнітних полів у біомедичних дослідженнях.

Застосування масиву з 21 градіометра першого порядку з оптичною накачкою для магнітоенцефалографії було проаналізовано в роботі [5]. Радіально орієнтовані датчики забезпечують зменшення лазерного, вібраційного та магнітного шуму. При середній чутливості $15,4 \text{ фТ/Гц}^{(1/2)}$ ця система демонструє високу ефективність у вимірюванні слабких магнітних полів, що відкриває перспективи використання в клінічній практиці. У статті [6] розглянуто підхід до отримання двовимірного зображення розподілу струму за магнітним полем, що дозволяє досягти високої просторової роздільної здатності завдяки зменшенню відстані між магнітометром і джерелом струму. Це відкриває можливості для точнішої візуалізації електрофізіологічних процесів у серцевій тканині. У роботі [7] представлено методику використання пасивного масиву мініатюрних котушок для реєстрації магнітокардіографічних сигналів у земному магнітному полі. Розроблений пристрій досягає точності у 99,13% у визначенні серцевих циклів, що підтверджує його перспективність для неінвазивної медичної діагностики в умовах, де немає екранування. Можливості магнітометрів з оптичною накачкою для магнітокардіографії

ізолюваних сердець досліджено в роботі [8]. Магнітометри на основі пар цезію показали здатність реєструвати магнітні поля при кімнатній температурі, що підтверджує можливість точного аналізу електрофізіологічних параметрів серця в реальному часі та відкриває нові перспективи для діагностики біомедичних процесів.

Завдяки розвитку чисельних методів у магнітокардіографії з'явилася можливість глибшого аналізу електромагнітної активності серця. Проте прямих чисельних методів часто недостатньо через обмеження точності і чутливості, особливо при врахуванні неоднорідності біологічних тканин. Це зумовило необхідність використання аналітичних підходів, які дозволяють розширити діапазон застосування та підвищити точність реконструкції джерел магнітних полів у біологічних об'єктах. Дослідження [9] представляє інтегральний метод, заснований на використанні перетворення Фур'є для відновлення розподілу щільності струму у серцевій тканині. Автори пропонують чисельний алгоритм для моделювання магнітного поля серця, що дозволяє точно визначати просторову структуру магнітних джерел у горизонтальній площині. Отримані результати були підтверджені за допомогою експериментальних даних і дозволяють з високою точністю оцінити електричну активність серця, що є важливим для кардіологічної діагностики. У роботі [10] розглянуто новий підхід для розв'язання зворотної задачі магнітостатики, зокрема для визначення просторового положення дипольного джерела. Використовуючи двовимірне перетворення Фур'є, автори досліджують магнітне поле серця і пропонують метод локалізації слабких магнітних полів. Результати підтверджують можливість високоточного аналізу за рахунок використання власних векторів та спеціально розроблених математичних моделей, що дозволяють ідентифікувати активність кардіомагнітних джерел.

У роботі [11] запропоновано аналітичний метод для визначення просторових координат дипольних джерел у магнітокардіографії. Автори застосовують метод локалізації для оцінки активності серцевих тканин і

демонструють високу точність чисельного моделювання, що має перспективи для практичного використання в кардіологічній діагностиці. Зокрема, методологія базується на аналітичних розрахунках імовірнісної локалізації, що дозволяє ідентифікувати джерела з великою точністю. Робота [12] описує методологію для оцінки просторового розподілу магнітного поля серця шляхом використання просторових градієнтів. Даний підхід дозволяє враховувати конфігурацію джерел у площині спостереження, що дає можливість ідентифікувати місцезнаходження активних електромагнітних зон у серці. Метод заснований на діаграмі Вороного для визначення координат та потужності джерел, що робить його ефективним у застосуванні для чисельного моделювання та діагностичних цілей.

Загалом, подальші дослідження у цій сфері зосереджені на розробці методів, що дозволять підвищити точність і чутливість діагностичних систем для аналізу біологічних магнітних полів, зокрема для застосування у магнітокардіографії та магнітоенцефалографії.

2. ЧУТЛИВОСТІ МАГНІТОМЕТРІВ І ГРАДІОМЕТРІВ ПЕРШОГО ТА ДРУГОГО ПОРЯДКІВ ДЛЯ ЗАДАЧ МАГНІТОКАРДИОЛОГІЇ

2.1. Постановка задачі

У магнітокардіології у неекранованих кімнатах використовують в якості приладів градіометри високого порядку для зменшення і фільтрації магнітних полів від віддалених джерел (це може бути геомагнітний фон і промисловий шум). Такі градіометри складаються з кількох котушок, підключених послідовно з різною (+/-) полярністю [1]. Сьогодні технологія (дешеві високорозрядні аналого-цифрові перетворювачі) дозволяє створювати замість апаратних градіометрів високого порядку програмно реалізовані градіометри (ПРГ), у яких спочатку сигнали незалежно знімаються з кожної котушки, а потім сумуються з потрібними з ваговими коефіцієнтами на комп'ютері. При використанні ПРГ ми будемо довільно використовувати «вимірний» сигнал з кожної окремої котушки. У цьому розділі ми чисельно порівнюємо характеристики чутливості створених систем датчиків, що складається з 4 шарів, які розташовані у ряд один над одним по осі z, кожен з яких складається з магнітометрів (у площині 20 см × 20 см), що дозволяють виміряти z-компоненту магнітного поля від серця людини. Таку систему датчиків в конкретному випадку можна розглядати як 144 незалежні магнітометри (всі котушки вимірюють сигнал окремо) або як 72 градіометри першого порядку (якщо об'єднувати котушки в пари вздовж осі z), або як 36 градіометрів другого порядку (кожен градіометр складається з 4 котушок зі своєю полярністю вздовж осі z). Чутливість системи датчиків будемо характеризувати так званою роздільною здатністю — це фізично є зсув джерела магнітного поля, що змінює сигнал на згаданих датчиках на задану величину. Цей параметр ми і використовуємо при розгляді вказаних конфігурації.

Як джерело магнітного поля візьмемо електричний диполь, розташований у вільному просторі. На рис. 1 показано геометрію задачі, де

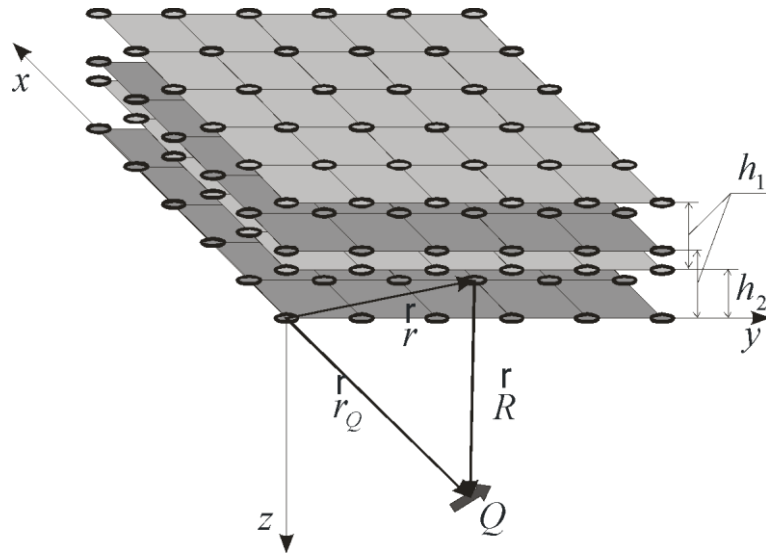


Рис. 1 Вимірювальна сітка и геометрія задачі.

використані такі позначення: \vec{r}_Q – вектор розташування диполя; \vec{Q} – електричний момент диполя [А·м]; \vec{r} – радіус-вектор положення датчика у точці вимірювання відносно початку декартової системи координат; $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_Q$ – радіус-вектор положення датчика у точці вимірювання відносно електричного диполя.

Магнітне поле електричного диполя описується наступною формулою (закон Біо-Савара-Лапласа):

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{Q} \times (\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3}. \quad (1)$$

Як вимірювальну систему ми виберемо наступний набір елементарних сенсорів: нехай це будуть 4 шари (розміром 20 см × 20 см), розташовані один над одним вздовж осі z. Кожен шар містить магнітометри, що вимірюють z-компоненту магнітного поля. Позначимо відстані між шарами 1-3 і 2-4 як h_1 (це є бази градіометрів 1-го порядку), а відстань між шарами 1-2 позначимо як h_2 (це база градіометра 2-го порядку).

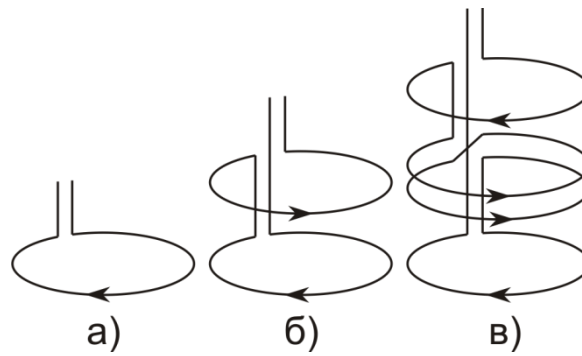


Рис.2 Види магнітометричних датчиків: а) магнітометр з однією котушкою; б) градіометр 1-го порядку; в) градіометр 2-го порядку.

Об'єднаємо цю систему датчиків з чотирьох шарів у чотири різні конфігурації:

- 1) Перша конфігурація - набір із 144 незалежних магнітометрів (рис. 2а);
- 2) Друга конфігурація - набір із 72 градіометрів 1-го порядку (рис. 2б). Тут датчики з шарів 1-3 і 2-4 об'єднувалися попарно з ваговими коефіцієнтами $+1/-1$;
- 3) Третя конфігурація - набір із 36 градіометрів 2-го порядку (рис. 2в). У цьому випадку датчики з шарів 1-2-3-4 об'єднувалися по 4 з ваговими коефіцієнтами $+1/-1/-1/+1$;
- 4) Четверта конфігурація - набір із 36 магнітометрів 1-го шару.

2.2. Функція нев'язки для зворотної задачі

Як відомо, розв'язок зворотної задачі полягає у знаходженні параметрів джерела, який збуджує на заданій вимірювальній сітці поле, найбільш наближене до вимірюваного розподілу. При цьому різницю полів визначають за допомогою функції нев'язки. Зазвичай використовують квадратичну функцію нев'язки (метод найменших квадратів), яка визначається як сума квадратів сигналів з усіх датчиків.

$$\chi^2(\vec{r}_Q, \vec{Q}) = \sum_{i=1}^N \left(f_i^{measured} - f_i^{model}(\vec{r}_Q, \vec{Q}) \right)^2 \quad (2)$$

де f_i — сигнал на i -му датчику, який відповідає:

для магнітометрів в 1-й та 4-й конфігураціях

$$f_i^{magn} = B_z(\vec{r}_i); \quad (3)$$

- для 2-ї конфігурації (градіометри 1-го порядку)

$$f_i^{grad_1} = B_z(\vec{r}_i) - B_z(\vec{r}_i - h_1 \vec{z}_0); \quad (4)$$

- для 3-ї конфігурації (градіометри 2-го порядку)

$$f_i^{grad_2} = B_z(\vec{r}_i) - B_z(\vec{r}_i - h_2 \vec{z}_0) - B_z(\vec{r}_i - h_1 \vec{z}_0) + B_z(\vec{r}_i - (h_2 + h_1) \vec{z}_0). \quad (5)$$

В формулах (3)-(5) поля розраховуються по формулі (1), тут і всюду \vec{r}_i — координати нижньої катушки відповідного датчика.

Коли визначена функція нев'язки (2), уточнимо поняття роздільної здатності. Будемо вважати, що роздільна здатність це величина зміщення джерела, що призводить до зміни введеної функції нев'язки на певну величину, яка пов'язана з рівнем шуму даних, які вимірюються датчиками. Далі будемо вважати, що рівень шуму в кожному з 144 приймальних каналів однаковий (він може складатися з шуму, внесеного вимірювальним трактом, і залишкового шуму після фільтрації перешкод від зовнішніх джерел). Нехай рівень шуму у всіх каналах наших сенсорів (дисперсія вимірюваного сигналу $B_z(\vec{r})$ буде δB . З формули (2) можна показати, що в конфігураціях 1-3 дисперсія нев'язки як функції випадкових величин сигналу в кожному каналі буде

$$\delta\chi^2 = \begin{cases} 144(\delta B)^2 & 1-3 \text{ конфігурація;} \\ 36(\delta B)^2 & 4 \text{ конфігурація,} \end{cases} \quad (6)$$

оскільки в четвертій конфігурації використовуються сигнали лише з нижнього шару з 36 датчиків, а в першій-третій конфігураціях – сигнали з 144 датчиків. Таким чином, роздільну здатність (δp) ми будемо визначати як зміну параметрів шуканого диполя $p = \{\vec{r}_Q, \vec{Q}\}$, для якій функція нев'язки виміряного сигналу перевищує рівень дисперсії $\chi^2(p + \delta p) = \delta\chi^2(p)$. Підкреслимо, оскільки поля диполя лінійно залежать від моменту диполя, то логічне визначати роздільну здатність за амплітудою диполя в нормованому вигляді:

$$\frac{\delta Q}{Q} = \sqrt{(\delta Q_x)^2 + (\delta Q_y)^2} / |\vec{Q}|. \quad (7)$$

Чутливість до вертикальної компоненти Q_z у нашої конфігурації сенсорів не визначається, оскільки вимірювана величина магнітного поля B_z не залежить від вертикальної компоненти електричного струмового диполя Q_z .

Водночас роздільну здатність (δp) за координатами ми не будемо нормувати, тому що поля нелінійно залежать від відстані до диполя, тому будемо приводити її в абсолютних одиницях (см).

Обчислення чутливості будемо проводити в лінійному наближенні, вважаючи рівень шуму невеликим. Визначимо похідні функції нев'язки за параметрами диполя:

$$\alpha_{ij} = \frac{\partial^2 \chi^2(\vec{r}_Q, \vec{Q})}{\partial p_i \partial p_j}, \quad (8)$$

де p_i — компоненти диполя (проекції векторів \vec{Q} і \vec{r}_Q). Ця матриця називається гессіаном [2, Гл. 15]. Корінь із діагональних елементів оберненої до гессіана (8) матриці відповідатиме коефіцієнту пропорційності між зміною параметра диполя і зміною нев'язки:

$$\Delta\chi^2(p)\sqrt{(\alpha^{-1})_{ii}} \approx \Delta p_i, \quad \delta p_i \approx \delta\chi^2\sqrt{(\alpha^{-1})_{ii}}$$

$$p = \{r_{Q_x}, r_{Q_y}, r_{Q_z}, Q_x, Q_y\}$$
(9)

Таку схему обчислення зазвичай використовують для визначення довірчих інтервалів у методі найменших квадратів [2, Гл. 15]. У результаті, задавши рівень шуму (3 % от максимального сигнала, це типовий рівень шуму для SQUID-датчиків – надпровідних квантових інтерференційних датчиків) в вимірювальних каналах δB , ми визначаємо допустиму зміну нев'язки за формулою (6), і можемо визначити відповідний діапазон зміни параметрів δp_i , який і приймемо за характеристику чутливості обраної конфігурації до зміни параметрів диполя.

2.3. Аналіз чисельних результатів

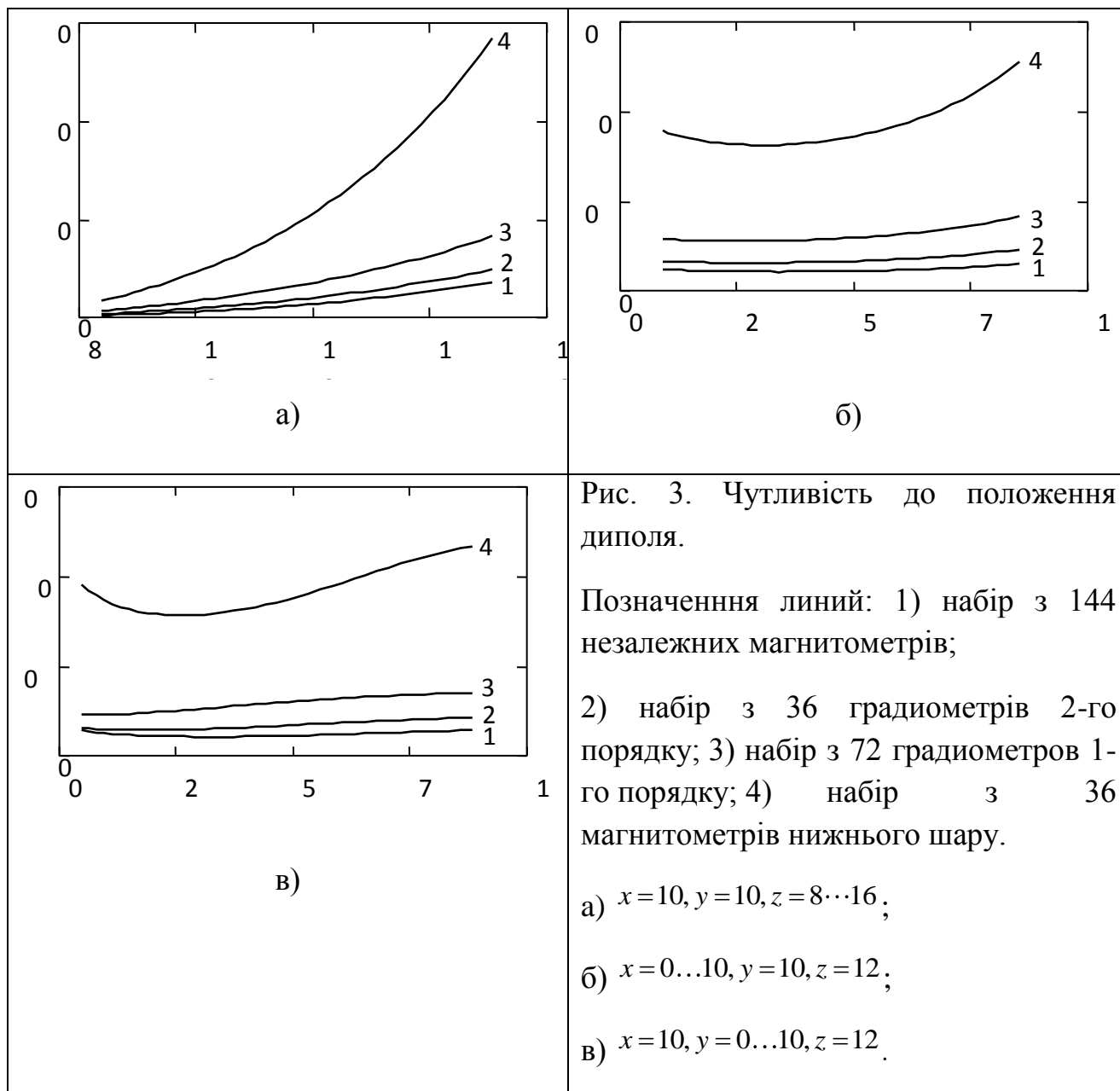
Числовий експеримент проводився для різних положень диполя за координатами з компонентами $Q = (0.8; -0.2; 0.0)^T$, при цьому центр системи координат був розташований в лівому нижньому куті нижнього шару датчиків (рис. 1).

Оскільки у розглянутій схемі величина роздільної здатності лінійно пропорційна рівню шуму (9), то рівень шуму впливатиме лише на масштаб зміни величин, тому на наведених графіках шкала на осі ординат не приводиться. Для нашої задачі, розглянутої у кваліфікаційної роботі важливим є лише взаємне розташування кривих для різних конфігурацій.

На рис. 3 представлені графіки залежності роздільної здатності конфігурації від положення диполя, а саме: на рис. 3а для зміщення диполя вздовж осі z , на рис. 3б – вздовж осі x , на рис. 3в – вздовж осі y .

З рис. 3 видно, що за всіма параметрами конфігурації розташувалися в такому порядку зменшення чутливості: найбільшою чутливістю володіє конфігурація зі 144 магнітометрів, потім йдуть 36 градіометри 2-го порядку, 72 градіометрів 1-го порядку, і найменшою чутливістю володіє система з 36

магнітометрів. Різниця між найкращою і найгіршою конфігураціями становить від 1.5 до ~8 разів.



Графіки чутливості до компонент диполя $\delta Q / Q$ для різних положень диполя показані на рис. 4. Порядок зменшення чутливості такий самий, як і для рис. 3.

Як зазначалося вище, окрім чутливості система датчиків також характеризується сприйнятливістю до шумів від зовнішніх джерел. У цьому відношенні градіометри високого порядку є значно кращими за магнітометри, оскільки похідні поля спадають із відстанню від джерела значно швидше, ніж самі поля. Тому в наступному розділі ми будемо використовувати дані від градіометрів другого порядку, які були отримані в США в концерні Cfrdiomag.

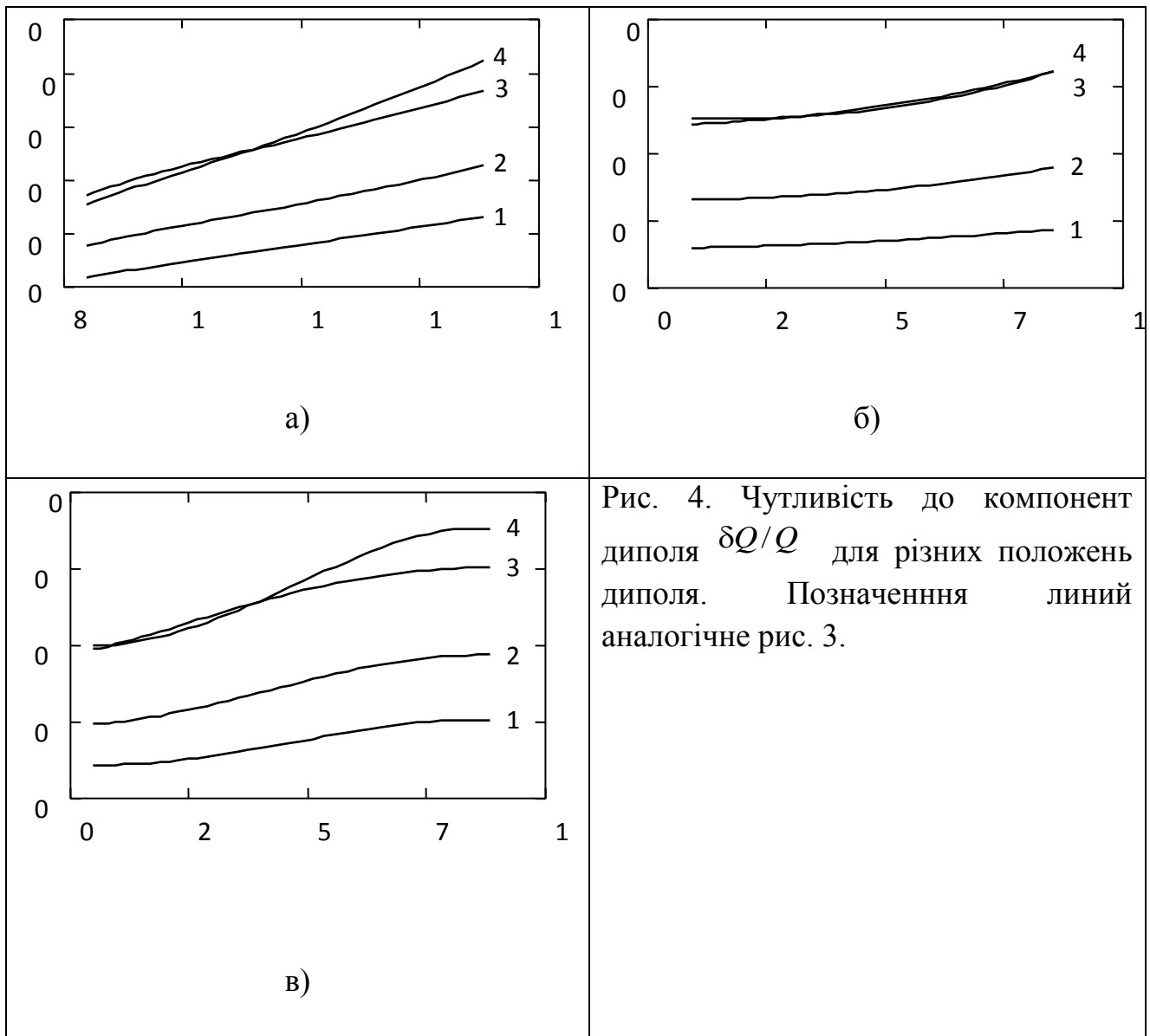


Рис. 4. Чутливість до компонент диполя $\delta Q/Q$ для різних положень диполя. Позначення ліній аналогічне рис. 3.

Тим не менш, при використанні ПРГ можлива поетапна обробка сигналу. На першому етапі сигнали з котушок об'єднуються в градіометри високого порядку для визначення сигналу від близько розташованих джерел за допомогою «просторової фільтрації»; далі, на основі цієї інформації можна

здійснити розподіл сигналів, прийнятих у кожному каналі, на сигнал від фонового шуму та корисний сигнал від близько розташованих джерел (електричної активності серця).

Отже, ми показали, що при використанні програмних градіометрів можна комбінувати отримані сигнали для вирішення різних завдань. Для фільтрації фонових перешкод зручно поєднувати датчики в градіометри, але після того, як фонові перешкоди відфільтровані, ми можемо для задач локалізації використовувати сигнали з датчиків окремо, отримуючи сітку з незалежних магнітометрів.

3. АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ РОЗПОДІЛУ СТРУМУ У ЗАДАНИЙ ПЛОЩИНІ ПЕРЕТИНУ ЛЮДСЬКОГО СЕРЦЯ

3.1. Реконструкція джерела магнітного поля у вигляді струмів у площині розрізу серця

Розглянемо загальне формулювання закону Біо-Савара:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{[\vec{J} \times (\vec{R} - \vec{R}')] dV'}{|\vec{R} - \vec{R}'|^3} \quad (10)$$

В цій формулі, \vec{J} означає струми у певному об'ємі V' . Вектори положення точки спостереження поля \vec{R} та точка розташування джерела \vec{R}' показані на Рис. 5.

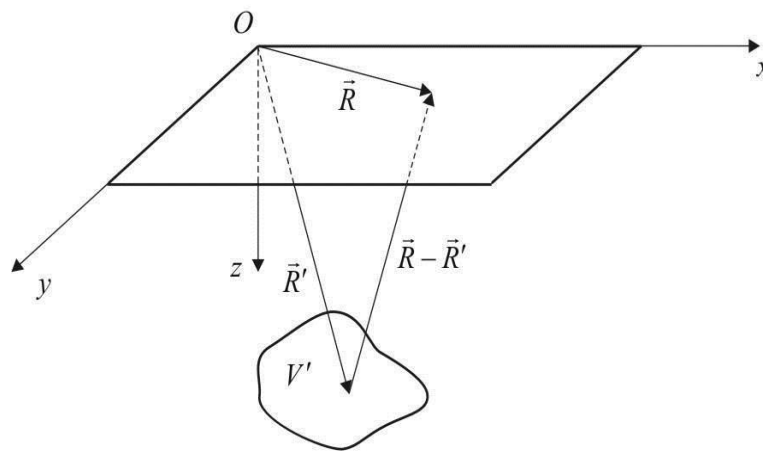


Рис.5. Геометрія задачі.

Уявімо ситуацію, де струми розподілені в площині S' , яка розташована на глибині z_d локалізованого магнітного диполя [13]. У цьому випадку формула (10) виглядає так:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{[\vec{J}_s \times (\vec{R} - \vec{R}')]}{|\vec{R} - \vec{R}'|^3} dS' , \quad (11)$$

а рис. 5 більш доречно виглядає наступним чином:

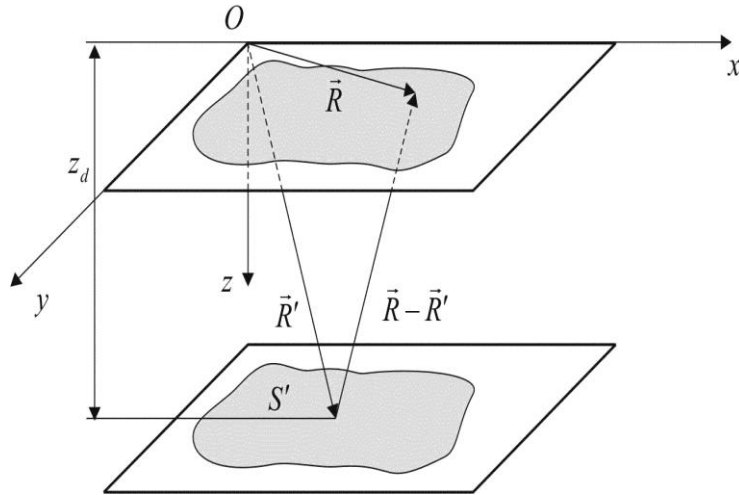


Рис. 6. Геометрія задачі зі струмами, розподіленими в площині.

Область S' має довільну форму. У найпростішому випадку вона збігається з сіткою вимірювань.

Розглянемо проекції компонент виміряного магнітного поля на координатні осі x, y, z інтегрального рівняння (11).

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{J_{y_s} z_d}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z_d^2}} dS' , \quad (12)$$

$$B_y = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{J_{x_s} z_d}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z_d^2}} dS' , \quad (13)$$

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{J_{x_s} (y-y_s) - J_{y_s} (x-x_s)}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z_d^2}} dS' . \quad (14)$$

У цих формулах, J_{x_S} та J_{y_S} є невідомими проекціями векторів струму, які необхідно визначити в площині S' . Коли J_{x_S} та J_{y_S} відомі, то вектор струму \vec{J} в площині S' є:

$$\vec{J}_S = \vec{x}_0 J_{x_S} + \vec{y}_0 J_{y_S}, \quad (15)$$

де \vec{x}_0 та \vec{y}_0 є одиничними векторами відповідних координатних осей.

На практиці (у корпорації Cardiomag зі США) вимірювалась величина (аналогічна даним з градіометра 2-го порядку з формули (5), коли $h_1 = h_2 = l$)

$$d_{2z} = B_z(x, y, z_0) - 2B_z(x, y, z_0 + l) + B_z(x, y, z_0 + 2l), \quad (16)$$

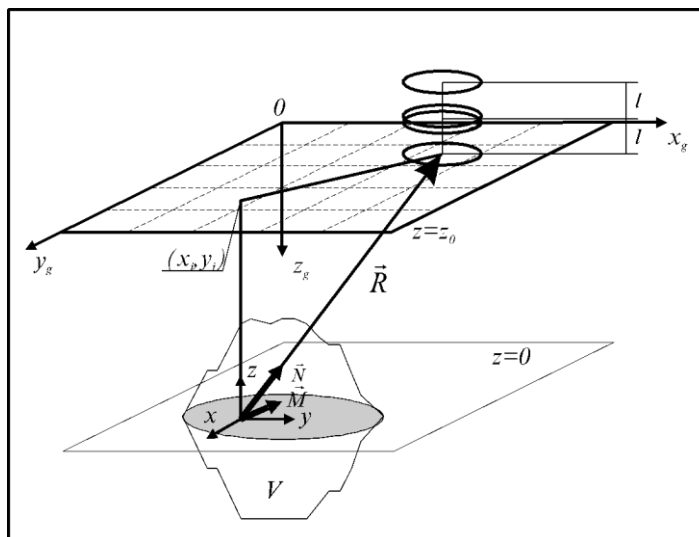


Рис. 7. Геометрія задачі з магнітним диполем.

яка пропорційна компоненті B_z і залежить від бази градіометрів l і пропорційна другій похідній компоненти магнітного поля (див. рис. 7), тоді як для цілей розв'язання поставленої задачі по реконструкції струмів в площині нам необхідно мати значення компонентів магнітного поля B_x та B_y (див. формули (12) та (13) відповідно), оскільки їх вирази через інтеграл по поверхні розташування струмів включають лише одну невідому компоненту вектора

струму: або J_{x_S} , або J_{y_S} відповідно. Як отримати вирази для компонентів B_x та B_y через відому компоненту B_z ми покажемо в наступних підрозділах.

3.2. Метод реконструкції необхідних даних для чисельного експерименту з у зворотній задачі магнітокардіології

Апроксимуємо в цьому підрозділі джерело магнітного поля точковим диполем з моментом \vec{M} , що знаходиться на початку декартової системи координат xyz , (рис. 7).

$$\vec{B}(\vec{R}) = \mu_0(\vec{M} \cdot \nabla)\nabla\Psi(\vec{R}). \quad (17)$$

Тут \vec{M} - магнітний момент диполя, $\Psi(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi R}$ - функція Гріна вільного простору, яка задовольняє рівнянню

$$\Delta\Psi(\vec{R}) = \delta(\vec{R}), \quad (18)$$

де $\delta(\vec{R})$ - дельта-функція. Цей розділ описує метод, який використовується для визначення компонент x, y, z вектора магнітної індукції \vec{B} . Згаданий метод базується на перетворенні Фур'є. Тут і далі $\vec{R} = (x, y, z)$.

3.3. Двовимірне перетворення Фур'є

Давайте оберемо пару прямого і оберненого двовимірного перетворення Фур'є наступним чином:

$$\vec{B}(f_x, f_y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{B}(\vec{R}) e^{2\pi i(f_x x + f_y y)} dx dy, \quad (19)$$

$$\vec{B}(\vec{R}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{B}(f_x, f_y, z) e^{-2\pi i(f_x x + f_y y)} df_x df_y. \quad (20)$$

Така форма цих перетворень є необхідною для подальшого використання стандартної схеми FFT з [14].

3.4. Фур'є образ функції Гріна

Застосовуючи (20) до функції $\Psi(\vec{R})$

$$\Psi(\vec{R}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(f_x, f_y, z) e^{-2\pi i(f_x x + f_y y)} df_x df_y \quad (21)$$

і підставивши отриманий вираз у (18), ми отримуємо наступне:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(f_x, f_y, z) e^{-2\pi i(f_x x + f_y y)} df_x df_y = \delta(z) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi i(f_x x + f_y y)} df_x df_y \quad (22)$$

Тут використовується властивість дельта-функції

$$\delta(\vec{R}) = \delta(x)\delta(y)\delta(z) = \delta(z) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi i(f_x x + f_y y)} df_x df_y.$$

Порівняння обох сторін (22) веде до крайової задачі для $\Psi(f_x, f_y, z)$ в просторі Фур'є:

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - 4\pi^2 f_x^2 - 4\pi^2 f_y^2 \right] \Psi(f_x, f_y, z) = \delta(z), \\ \Psi(f_x, f_y, z) \xrightarrow{z \rightarrow \pm\infty} 0. \end{cases} \quad (23)$$

Коли $z \neq 0$, рівняння (23) має наступний розв'язок:

$$\Psi(f_x, f_y, z) = \begin{cases} A e^{-\gamma z}, & z > 0, \\ B e^{\gamma z}, & z < 0, \end{cases} \quad (24)$$

де

$$\gamma = 2\pi \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \quad (25)$$

Враховуючи, що $\Psi(f_x, f_y, z)$ є неперервною функцією, ми отримуємо першу крайову умову

$$\Psi(f_x, f_y, z)\Big|_{z=+0} = \Psi(f_x, f_y, z)\Big|_{z=-0}. \quad (26)$$

З цього випливає, що в (24) $A = B$ і (24) можна переписати у компактній формі

$$\Psi(f_x, f_y, z) = A e^{-\gamma|z|}. \quad (27)$$

Наступна крайова умова

$$\frac{\partial}{\partial z} \Psi(f_x, f_y, z)\Big|_{z=+0} - \frac{\partial}{\partial z} \Psi(f_x, f_y, z)\Big|_{z=-0} = 1, \quad (28)$$

впливає з інтегрування (23) навколо дуже малої околиці точки $z = 0$. Тут було використано формулу $\int_{-0}^{+0} \delta(z) dz = 1$. Повертаючись до рівняння (27) за допомогою останньої крайової умови (28), ми отримуємо, що $A = -\frac{1}{2\gamma}$.

Отже, остаточний вираз для Ψ виглядає наступним чином

$$\begin{cases} \Psi(f_x, f_y, z) = -\frac{1}{2\gamma} e^{-\gamma|z|}, \\ \gamma = 2\pi \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \end{cases} \quad (29)$$

3.5. Фур'є образ для магнітного поля і його зв'язок з Фур'є образом вимірної величини $d_{2z}(x, y)$

З виразів (17) та (21), випливає представлення Фур'є для $\vec{B}(\vec{R})$:

$$\vec{B}(\vec{R}) = -\frac{\mu_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{df_x df_y}{\gamma} \left(M_x \frac{\partial}{\partial x} + M_y \frac{\partial}{\partial y} + M_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \left(\vec{x}_0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}_0 \frac{\partial}{\partial y} + \vec{z}_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) e^{-2\pi i(f_x x + f_y y) - \gamma|z|} \quad (30)$$

Порівнюючи останнє рівняння з (20) і використовуючи прості алгебраїчні дії, легко отримати образ Фур'є для $\vec{B}(f_x, f_y, z)$:

$$\vec{B}(f_x, f_y, z) = -\frac{\mu_0}{2\gamma} \left(2\pi i f_x M_x + 2\pi i f_y M_y - M_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \left(\vec{x}_0 2\pi i f_x + \vec{y}_0 2\pi i f_y - \vec{z}_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) e^{-\gamma|z|}. \quad (31)$$

З останніх двох формул для $z \geq 0$ (таке обмеження випливає з фізичного змісту даної задачі) та формули (16) легко вивести, що в просторі Фур'є (див. також [13])

$$B_z(f_x, f_y) = \frac{d_{2z}(f_x, f_y)}{1 - 2e^{-\gamma l} + e^{-2\gamma l}}, \quad (32)$$

Де $d_{2z}(f_x, f_y)$ — це образ Фур'є вимірної величини $d_{2z}(x, y)$ (16), а l — це "база" між котушками градіометра [13]. Якщо ми знаємо $\vec{B}(f_x, f_y, z)$, то легко обчислити $B_z(\vec{R})$, виконуючи обернене перетворення Фур'є.

Наведений вище результат є дуже важливим, оскільки дозволяє визначити всі компоненти $\vec{B}(\vec{R})$ з образу Фур'є для $B_z(\vec{R})$. Далі покажемо як це зробити.

3.6. Вираз для компонентів поля через образ Фур'є для $B_z(\vec{R})$.

Запишемо рівняння Максвелла $rot\vec{B}(\vec{R}) = 0$ в декартовій системі координат

$$\frac{\partial}{\partial y} B_z(\vec{R}) - \frac{\partial}{\partial z} B_y(\vec{R}) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial z} B_x(\vec{R}) - \frac{\partial}{\partial x} B_z(\vec{R}) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x} B_y(\vec{R}) - \frac{\partial}{\partial yx} B_x(\vec{R}) = 0.$$

і підставимо замість компонент магнітного поля в декартовій системі координат їх вирази з формули (20), ми отримуємо:

$$\begin{cases} -2\pi i f_y B_z(f_x, f_y, z) - \frac{\partial}{\partial z} B_y(f_x, f_y, z) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial z} B_x(f_x, f_y, z) + 2\pi i f_x B_z(f_x, f_y, z) = 0, \\ f_x B_y(f_x, f_y, z) - f_y B_x(f_x, f_y, z) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

Перепишемо рівняння (31) у вигляді (для $z \geq 0$):

$$\vec{B}(f_x, f_y, z) = \vec{B}(f_x, f_y) e^{-\gamma z} \quad (34)$$

де ми визначаємо $\vec{B}(f_x, f_y)$ як:

$$\vec{B}(f_x, f_y) = -\frac{\mu_0}{2\gamma} (2\pi i f_x M_x + 2\pi i f_y M_y + \gamma M_z) \cdot (\vec{x}_0 2\pi i f_x + \vec{y}_0 2\pi i f_y + \vec{z}_0 \gamma) \quad (35)$$

Диференціювання (34) по z призводить до наступної тотожності:

$$\frac{\partial}{\partial z} \vec{B}(f_x, f_y, z) = -\gamma \vec{B}(f_x, f_y) e^{-\gamma z} \equiv -\gamma \vec{B}(f_x, f_y, z) \quad (36)$$

Тоді система (33) записується наступним чином:

$$\begin{cases} -2\pi i f_y B_z(f_x, f_y, z) + \gamma B_y(f_x, f_y, z) = 0, \\ -\gamma B_x(f_x, f_y, z) + 2\pi i f_x B_z(f_x, f_y, z) = 0, \\ f_x B_y(f_x, f_y, z) - f_y B_x(f_x, f_y, z) = 0. \end{cases} \quad (37)$$

Перші два рівняння в (37) дають прямі вирази для x та y компонент вектора магнітного поля $\vec{B}(f_x, f_y, z)$ у просторі Фур'є:

$$\begin{cases} B_y(f_x, f_y, z) = \frac{2\pi i f_y}{\gamma} B_z(f_x, f_y, z), \\ B_x(f_x, f_y, z) = \frac{2\pi i f_x}{\gamma} B_z(f_x, f_y, z). \end{cases} \quad (38)$$

За допомогою цих двох рівнянь ми можемо явно виразити $\vec{B}(f_x, f_y, z)$ лише через компоненту z цього вектора:

$$\begin{aligned} \vec{B}(f_x, f_y, z) &= \vec{x}_0 \vec{B}_x(f_x, f_y, z) + \vec{y}_0 \vec{B}_y(f_x, f_y, z) + \vec{z}_0 \vec{B}_z(f_x, f_y, z) \equiv \\ &\equiv \left[\frac{2\pi i f_x}{\gamma} \vec{x}_0 + \frac{2\pi i f_y}{\gamma} \vec{y}_0 + \vec{z}_0 \right] B_z(f_x, f_y, z). \end{aligned} \quad (39)$$

Підставляючи цей вираз у (20), ми отримаємо остаточний вираз для $\vec{B}(\vec{R})$:

$$\vec{B}(\vec{R}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{2\pi i f_x}{\gamma} \vec{x}_0 + \frac{2\pi i f_y}{\gamma} \vec{y}_0 + \vec{z}_0 \right] B_z(f_x, f_y, z) e^{-2\pi i (f_x x + f_y y)} df_x df_y \quad (40)$$

З цього рівняння ми можемо знайти остаточні явні вирази для потрібних нам компонентів поля $B_x(\vec{R})$ та $B_y(\vec{R})$ для знаходження невідомих проекцій векторів струму J_{x_S} та J_{y_S} в площині S' з системи рівнянь (13), (14).

4. ЧИСЛОВЕ РІШЕННЯ ЗВОРОТНЬОЇ ЗАДАЧІ

4.1. Дискретизація задачі за допомогою методу моментів

С цього моменту будемо розглядати інтегральні рівняння (12) і (13) відносно невідомих струмів J_{x_s} і J_{y_s} в площині паралельної вимірювальної сітці на глибині z_d . Причому глибина розташування магнітного диполя нам відома з результатів статті [13], в якій були використані експериментальні числові дані (5) для d_{2z} . Нехай вимірювальна сітка і площина S , в якій розташовані струми мають однакову площу 20×20 см.

Апроксимуємо невідомі струми J_{x_s} , J_{y_s} в площині (на глибині z_d) у вигляді шматково-постійних функцій:

$$J_{x_s, y_s}(\vec{r}) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N J_{mn}^{(x_s, y_s)} H_{mn}(\vec{r}), \quad (41)$$

а знайдені і вже відомі нам компоненти магнітного поля в вигляді:

$$B_{x, y}(\vec{r}) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N B_{mn}^{(x, y)} H_{mn}(\vec{r}), \quad (42)$$

де $H_{mn}(\vec{r})$ - функція форми елементарного прямокутного осередка S_{mn} площини S дорівнює

$$H_{mn}(\vec{r}) = \begin{cases} 1, & \vec{r} \in S_{mn} \\ 0, & \vec{r} \notin S_{mn}. \end{cases} \quad (43)$$

Тоді з системи інтегральних рівнянь (12), (13) отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} B_{mn}^x &= \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N K_{mn}^{m'n'} J_{m'n'}^{y_s}, \\ B_{mn}^y &= \sum_{m'=1}^M \sum_{n'=1}^N K_{mn}^{m'n'} J_{m'n'}^{x_s}. \end{aligned} \quad (44)$$

Тут

$$K_{mn}^{m'n'} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S_{m'n'}} \frac{z_d}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z_d^2}} dS' \quad (45)$$

Як було акцентовано вище, система алгебраїчних рівнянь (44) є системою рівнянь Фредгольма першого роду, тому ми застосовуємо SVD метод розв'язання. Після знаходження компонент струмів за осями координат J_{x_S}, J_{y_S} , знайдемо вектори струмів \vec{J}_S з формули (15) в площині S на глибині $z_d = 13,913 \text{ см}$ (див. рис. 8).

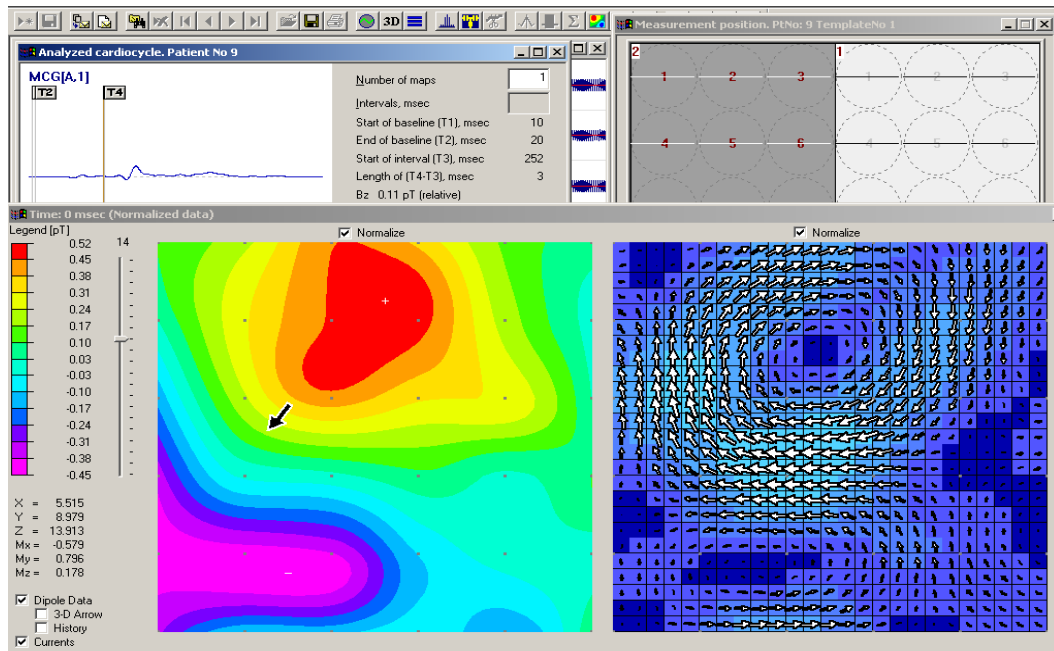


Рис.8. Розподіл струмів у горизонтальній площині серця

ВИСНОВКИ

У даній дипломній роботі було розроблено та апробовано метод аналізу електричної активності серця за допомогою магнітокардіографії, де носієм інформації про електрофізіологічні процеси виступають параметри магнітного поля, які реєструються безконтактно над грудною кліткою. Запропонований метод, що базується на законі Біо-Савара, перетворенні Фур'є та сингулярному розкладі, дозволяє точно реконструювати розподіл струмів у горизонтальній площині серця, що відкриває нові можливості для розширеного аналізу електрофізіологічних процесів серцевої тканини.

Важливою частиною дослідження було порівняння чутливості різних конфігурацій магнітометрів і градіометрів. Результати свідчать, що градіометри високого порядку забезпечують значно кращу фільтрацію фонового шуму завдяки здатності швидше затухати з відстанню. Програмно реалізовані градіометри (ПРГ) дозволили підвищити чутливість системи, зменшити вплив зовнішніх шумів, а також адаптувати датчики для ефективного розв'язання зворотної задачі локалізації джерел магнітного поля.

Розроблені алгоритми обробки даних вимірювань були реалізовані у вигляді програмних модулів, що стали частиною програмного забезпечення для магнітокардіографів, які використовуються як для дослідницьких, так і для діагностичних цілей. Практичне застосування цих алгоритмів дозволило досягти значних успіхів у класифікації груп пацієнтів, продемонструвавши ефективність підходу та отримавши позитивну оцінку під час публічної апробації.

Крім того, запропоновані математичні моделі й методи розв'язання зворотної задачі можуть бути застосовані не тільки в конкретній магнітометричній системі, але й у будь-якій іншій галузі, де можливо використання аналогічної постановки задачі. Таким чином, робота є важливим внеском у розвиток неінвазивних методів діагностики, особливо на ранніх

стадіях серцевих захворювань, коли лікування є найбільш ефективним, а розвиток патології може бути зворотним.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Schwarz B., Foner S. Weak superconductivity. Quantum interferometers, their application. – М.: Mir, 1980. – 256 p.
2. Yarotsky V. Methods of detection and determination of location of objects by their permanent magnetic field. // Foreign radioelectronics. – 1984. – №3. – P. 45-55.
3. Wikswo J. SQUID Magnetometers for Biomagnetism and Nondestructive Testing: Important Questions and Initial Answers // IEEE Trans. Applied Superconductivity. – 1995. – Vol. 5, №2.
4. Baltag O., Rau C.M. SQUID Gradiometer for Biomagnetic Fields // IFMBE Proceedings. – 2016. – Vol. 44. – P. 139-144.
5. Nardelli N.V., Perry A.R., Krzyzewski S.P., Knappe S.A. A conformal array of microfabricated optically-pumped first-order gradiometers for magnetoencephalography // EPJ Quantum Technology. – 2020. – Vol. 7, No. 11.
6. Roth B.J., Sepulveda N.G., Wikswo Jr, J.P. Using a magnetometer to image a two-dimensional current distribution // Journal of Applied Physics. – 1989. – Vol. 65, No. 1. – P. 361–372.
7. Zhu K., Kiourti A. Real-Time Magnetocardiography with Passive Miniaturized Coil Array in Earth Ambient Field // Sensors. – 2023. – Vol. 23, Issue 12.
8. Jensen K., Skarsfeldt M. A., Stærkind H., Arnbak J., Balaba M. V., Olesen S. P., Bentzen B. H., Polzik E. S. Magnetocardiography on an isolated animal heart with a room-temperature optically pumped magnetometer // Scientific Report. – 2018.
9. Примін М. А., Недайвода І. В. Метод і алгоритм відновлення просторової конфігурації векторів щільності струмів у магнітокардіографії // Кібернетика і системний аналіз. – 2016. – Т. 52.
10. Primin M.A., Gumenijk-Sychevskij V.I., Nedayvoda I.V. Mathematical models and algorithms of information conversion in spatial analysis of weak magnetic

- fields // International Journal of Applied Electromagnetics in Materials. – 1994. – Vol. 5, No. 4. – P. 311-319.
11. Primin M.A., Nedayvoda I.V. A mathematical model and measurement algorithms for a dipole source location // International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics. – 1997. – Vol. 8, No. 2. – P. 119-131.
 12. Primin M.A., Nedayvoda I.V. Inverse problem solution algorithms in magnetocardiography: New analytical approaches and some results // International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics. – 2009. – Vol. 29, No. 2. – P. 65-81.
 13. Shulga S.N., Bagatskaya O.V., Petrenko E.V. Inverse problem in magnetocardiography // Bulletin of V.N. Karasin Kharkiv National University. 2004. № 622. - P. 155-158.
 14. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery. Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing, Second Edition. – Cambridge University Press. – 1992. – 996 p.
 15. O. Bagatskaya, A. Butrym, Yu. Durneva, S. Shulga, V. Tuz. Two-dipole inverse problem of magnetostatics for reconstruction of heart electric activity from magnetocardiography measurements. // Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, 2006 International Conference. –2006. –P. 132- 134.
 16. Бутрым А.Ю., Дурнева Ю.В., Шульга С.Н. Сравнение двух методов локализации источника магнитного поля в задачах магнитокардиологии. //Радиофизика и радиоастрономия. – 2006.– Т. 11, № 4. –С. 397.
 17. Stroink G. Forty Years of Magnetocardiology // 17th International Conference on Biomagnetism Advances in Biomagnetism – Biomag2010.
 18. Сосницький В. М., Войтович І. Д., Бойчак М. П., Мясніков Г. В., Чайковський І. А., Сосницька Т. В. Магнітне картування серця — нова інформаційна технологія неінвазивної електрофізіології // Доповіді Національної академії наук України. – 2011. – С. 166-172.

19. Чайковський І. А., Прімін М. А., Казмірчук А. П. Розроблення та впровадження в медичну практику нових інформаційних технологій і метрік для аналізу малих змін в електромагнітному полі серця людини // Статті та огляди. – 2021. – С. 33-43.
20. Удовіченко Є. Є. Методи аналізу даних, отриманих з допомогою магнітокардіографії // Електроніка та зв'язок. – 2016. – Т. 21. – С. 40-50.
21. Залеський В. М., Динник О. Б. Основные направления развития биоманнитных исследований в кардиологии (ишемиология и аритмология): современное состояние, проблемы и перспективы // Український медичний часопис. – 2006. – № 5. – С. 65-73.
22. Прімін М. А., Недайвода І. В. Магнітометричні дослідження біомагнітних сигналів: магнітокардіографія // Кібернетика та комп'ютерні технології. – 2022. – С. 28-41.
23. Dash D., Ferrari P., Babajani-Feremi A., Borna A., Schwindt P. D. D., Wang J. Magnetometers vs Gradiometers for Neural Speech Decoding // Annu Int Conf IEEE Eng Med Biol Soc. – 2021.
24. Kwong J. S. W., Leithäuser B., Park J. W., Yu C. M. Diagnostic value of magnetocardiography in coronary artery disease and cardiac arrhythmias: A review of clinical data // International Journal of Cardiology. – 2013. – Vol. 167, Issue 5. – P. 1835-1842.
25. Her A. Y., Dischl D., Kim Y. H., Kim S. W., Shin E. S. Magnetocardiography for the detection of myocardial ischemia // Frontiers in Cardiovascular Medicine. – 2023. – Vol. 10.
26. Остафійчук Д. І., Волощук В. В., Білобрицький Ю. А. Магнітне поле. Магнітобіологія. Магнітотерапія // Буковинський медичний вісник. – 2016. – Т. 20. – С. 215-218.
27. Fagaly R.L. Superconducting quantum interference device instruments and applications // Review of Scientific Instruments. – 2006. – Vol. 77, No. 10.

28. Voitovych I.D., Primin M.A. Application of SQUIDs for registration of biomagnetic signals // *Low Temperature Physics*. – 2012. – Vol. 38, No. 4. – P. 311-320.
29. Chaikovsky I.A., Primin M.A., Nedayvoda I.V., Budnyk M. Magnetocardiography in Unshielded Setting: Heart Electrical Image Based on 2-D and 3-D Data in Comparison with Perfusion Image Based on PET Results – Clinical Cases // *Coronary Artery Diseases*. – 2012. – P. 43-58.
30. Maslennikov Yu.V., Primin M.A., Slobodchikov V.Yu., Khanin V.V., Nedayvoda I.V., Krymov V.A., Okunev A.V., Moiseenko E.A., Beljaev A.V., Rybkin V.S., Tolcheev A.V., Gapelyuk A.V. The DC-SQUID-based Magnetocardiographic Systems for Clinical Use // *Physics Procedia*. – 2012. – Vol. 36. – P. 88-9.
31. Primin M.A., Nedayvoda I.V. Magnetometric Investigations of Biomagnetic Signals: Magnetocardiography // *Cybernetics and Computer Technologies*. – 2022. – Issue 1. – P. 28-41.
32. Garcés P., López-Sanz D., Maestú F., Pereda E. Choice of Magnetometers and Gradiometers after Signal Space Separation // *Sensors*. – 2017. – Vol. 17, No. 12.
33. Roth B.J. Biomagnetism: The First Sixty Years // *Sensors*. – 2023. – Vol. 23, No. 9.