

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики імені академіка І.М. Ліфшиця

«Допущено до захисту»
Зав. кафедри теоретичної фізики імені
академіка І.М. Ліфшиця
доц. Г. Рашба _____ 2025 р.

Оцінка « _____ »
Голова ЕК
доктор фіз.-мат. наук,
пров. наук. співр.
ФТІНТ НАН України
С.І. Шевченко _____ 2025 р.

Ткаченко Еліна Едуардівна
МАГНІТНІ ВЛАСТИВОСТІ НАНОТРУБОК

Кваліфікаційна робота на здобуття освітньо-
кваліфікаційного рівня «Магістр»
спеціальність 104 – «фізика та астрономія»
освітньо-професійна програма «фізика та
астрономія в закладах освіти»



(підпис студента)

Науковий керівник – доцент кафедри
теоретичної фізики імені академіка І.М.
Ліфшиця, канд.фіз.-мат. Г. Рашба



(підпис керівника)

Харків 2025

Анотація

Ткаченко Е. Е. «Магнітні властивості нанотрубок» - Рукопис.

Дипломна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня “Магістр” за спеціальністю 104 – «фізика та астрономія» освітньо-професійної програми «фізика та астрономія в закладах освіти». - Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2025.- 49 с. – Табл. 1. Іл. 23.

У дипломній роботі розглянуто повздовжню надгратку на поверхні напівпровідникової циліндричної нанотрубки. Вісь цієї надгратки паралельна осі трубки.

У запропонованій роботі досліджується спінова намагніченість електронного газу на поверхні циліндричної нанотрубки з повздовжньою надграткою в магнітному полі, паралельному осі трубки та надгратки. Намагніченість розрахована у квантовій межі та у квазікласичному випадку.

У подальшій роботі передбачається розв’язати конкретну фізичну задачу – отримати спінову намагніченість електронного газу нанотрубки з надграткою при наявності магнітного поля для визначення властивостей електронного енергетичного спектру цих систем та їх характеристик, необхідних для подальших розрахунків фізичних властивостей.

Достовірність отриманих у роботі результатів підтверджується тим, що в ході її виконання були використані відомі й добре апробовані методи квантової фізики, статистичної фізики та фізики магнетизму.

Наукова обґрунтованість отриманих у роботі результатів підтверджується тим, що при здійсненні граничного переходу до випадку двовимірного електронного газу можна одержати відомі в науковій літературі результати.

Ключові слова: надгратка, нанотрубка, наноплазмоніка, імпульс Фермі, ферміони.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ НАНОТРУБОК..	6
1.1 Наноструктури та наноматеріали: загальні положення	6
1.2 Квантові властивості нанотрубок як одно- і квазіодновимірних структур	9
1.3 Електронні властивості та зонна структура нанотрубок	10
1.4 Магнітні властивості нанотрубок і вплив дефектів.....	13
РОЗДІЛ 2. СИНТЕЗУВАННЯ НАНОТРУБОК.....	18
2.1 Розрядно-дуговий метод синтезу нанотрубок.....	18
2.2 Метод хімічного осадження з газової фази (CVD).....	20
2.3 Метод лазерної абляції	21
2.4 Синтез нанотрубок із використанням спиртів	22
2.5 Диспергування та післясинтезна обробка нанотрубок.....	22
2.6 Керований ріст упорядкованих масивів нанотрубок.....	23
2.7 Отримання довгих ниток із нанотрубок	24
2.8 Особливості синтезу напівпровідникових нанотрубок.....	25
РОЗДІЛ 3. НАНОТРУБКИ З НАДГРАТКАМИ: СИНТЕЗ І ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ.....	26
РОЗДІЛ 4. ЕНЕРГЕТИЧНИЙ СПЕКТР ЕЛЕКТРОНІВ НА ПОВЕРХНІ НАПІВПРОВІДНИКОВОЇ НАНОТРУБКИ	31
РОЗДІЛ 5. ГУСТИНА ЕЛЕКТРОННИХ СТАНІВ НА ПОВЕРХНІ НАНОТРУБКИ З НАДГРАТКОЮ	36
РОЗДІЛ 6. ПАРАМАГНЕТИЗМ ПАУЛІ НА ТРУБЦІ З УРАХУВАННЯМ НАДГРАТКИ.....	39
6.1. Спінова намагніченість електронного газу	39
6.2. Спінова намагніченість у квантовій границі.....	40
6.3. Спінова намагніченість у квазікласичному випадку.....	41
ВИСНОВКИ	46
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	48

ВСТУП

Вуглецеві нанотрубки відкрив японський фізик Іїджима у 1991 році. Разом з фуллеренами й мезопористими вуглецевими структурами вони утворюють новий клас наноматеріалів, властивості яких суттєво відрізняються від властивостей інших форм вуглецю – графіту й алмазу. Інтерес до цих систем обумовлений їхніми унікальними властивостями – високою міцністю й провідністю, магнітними, оптичними, капілярними властивостями. Зазвичай їх створюють згортанням листа графена в трубку. Залежно від способу згортання трубка має металеві, напівпровідникові або діелектричні властивості. Пізніше були синтезовані напівпровідникові нанотрубки, а також нанотрубки зі надґратками. Нова ера у фізиці вуглецевих нанотрубок почалася у 2004 році після отримання для них будівельного матеріалу – шарів графену. Метод контрольованої адсорбції атомів, а також літографічний метод дозволяють створювати надґратки на шарах графена й на вуглецевих і напівпровідникових нанотрубках.

Привабливі перспективи використання нанотрубок у польових транзисторах, у високочутливих сенсорах, рідкокристалічних дисплеях, сонячних батареях, спінових транзисторах. У науковій літературі зараз жваво обговорюється можливість використання нанотрубок у якості елементної бази спінтроники. Фізиків ці структури цікавлять насамперед тому, що нанотрубки бувають діелектричними, напівпровідниковими, металевими, тому методи, розроблені для вивчення цих систем, переносяться на нанотрубки та інші електронні наносистеми на кривих поверхнях. Для вивчення їх властивостей необхідний синтез методів квантової механіки, статистики та кінетики, ріманової геометрії. Таким чином, у теорії з'являється новий параметр – кривизна структури, який сприяє збагаченню картини явищ у наносистемах, та збільшує способи керування їх властивостями.

В електронних системах на кривих поверхнях вже відкрита низка ефектів, яким немає аналогу у системах з плоскою геометрією. До них відносяться ефекти гібридизації розмірного і магнітного квантування руху електронів провідності, специфічні резонанси при розсіюванні електронів в вуглецевих нанотрубках і квантових дротах домішковими атомами.

У дипломній роботі досліджується спінова намагніченість електронного газу на поверхні циліндричної нанотрубки з повздовжньою надграткою в магнітному полі, паралельному осі трубки та надгратки. Намагніченість розрахована у квантовій межі та у квазікласичному випадку.

Розв’язувана у роботі задача – складова частина актуальної наукової проблеми «Електронні наносистеми на кривих поверхнях», яка є базою сучасного напрямку нанотехнології – вуглецевого та напівпровідникового наноматеріалознавства. У подальшій роботі передбачається розв’язати конкретну фізичну задачу – отримати спінову намагніченість електронного газу нанотрубки з надграткою при наявності магнітного поля для визначення властивостей електронного енергетичного спектру цих систем та їх характеристик, необхідних для подальших розрахунків фізичних властивостей.

Об’єкт дослідження – електронні наносистеми на кривих поверхнях, зокрема, вуглецеві і напівпровідникові нанотрубки з надгратками у магнітному полі.

Предмет дослідження: спінова намагніченість виродженого електронного газу в магнітному полі з урахуванням зонної структури, зумовленої надграткою.

Мета роботи: дослідити парамагнетизм Паулі електронного газу на поверхні нанотрубки з повздовжньою надграткою та визначити залежності спінової намагніченості у квантовій межі та квазікласичному випадку.

Практична цінність. Результати можуть бути використані:

- для розробки спітронних компонентів;
- у теорії електронного транспорту в наносистемах.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ НАНОТРУБОК

1.1 Наноструктури та наноматеріали: загальні положення

Наноматеріали — це класи матеріалів, у яких характерні розміри структурних елементів (частинок, пор, шарів, дефектів) лежать у нанометровому діапазоні ($\sim 1\text{--}100$ нм). На таких масштабах починають домінувати квантові й поверхневі ефекти: співвідношення об'єму до поверхні зростає, хвильова природа носіїв стає визначальною, а класична «неперервна» картина властивостей твердого тіла замінюється дискретними або квазідискретними ефектами. Це призводить до суттєвих відмінностей електричних, оптичних, термічних і магнітних властивостей у порівнянні з макроскопічними зразками [1].

Особливе місце посідають нанотрубки — циліндричні оболонки, утворені згортанням моношару (вуглецеві нанотрубки) або шляхом згортання напружених гетероплівки (напівпровідникові нанотрубки). Схематичне зображення нанотрубки зображено на рис. 1.1.

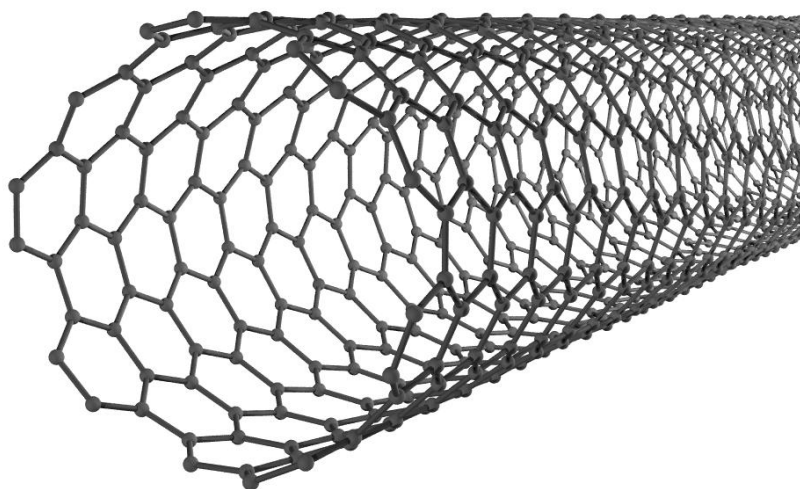


Рисунок 1.1 Схематичне зображення нанотрубки

Основні характеристики нанотрубок визначаються:

- радіусом і товщиною стінки;
- хіральністю;
- наявністю зовнішніх полів, домішок і поверхневих модифікацій.

Як виходить з визначення, загальна класифікація таких нанотрубок проводиться за допомогою методу згортання графітової площини. Даний спосіб згортання визначається двома числами n і m , що задають розкладання напрямку згортання на вектор трансляції графітових ґраток.

За значенням таких параметрів як n , m розрізняють:

- зигзагоподібні $m=0$ або $n=0$ (zigzag);
- прямі нанотрубки (ахіральні);
- «крісло» $n=m$ (armchair) ;
- спіральні нанотрубки (хіральні) (рис 1.2).

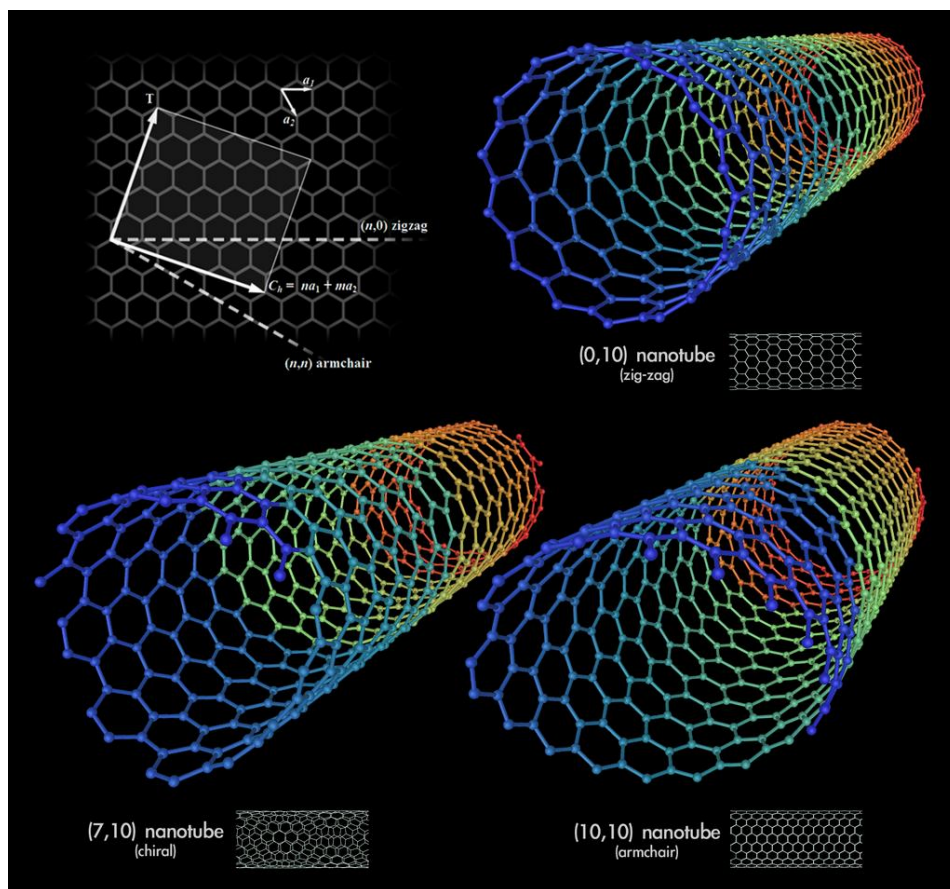


Рисунок 1.2 Класифікація нанотрубок

Легко бачити, що операція дзеркального відображення перетворює нанотрубку з хіральними індексами (n, m) у нанотрубку типу (m, n) . Звідси випливає, що нанотрубки загального хірального типу не володіють дзеркальною симетрією. Водночас для так званих «прямих» нанотрубок ситуація інша: конфігурація типу «крісло» залишається інваріантною щодо дзеркального відображення, тоді як інші прямі структури можуть переходити в еквівалентний стан з точністю до просторового повороту.

Практичні методи виробництва та їх застосування описані у фундаментальних роботах з наноструктур та надґраткових систем [2, 3].

Окрім хіральних індексів (n, m) , геометричні характеристики нанотрубки описують через довжину кола циліндра C та кут хіральності Φ . У випадку, коли вектор C орієнтований уздовж вертикальної або похилої лінії гексагональної ґратки, формується нехіральна структура, що відповідає трубкам $(n, 0)$ і (n, n) [2]. Будова моделі трубки наведена на рис. 1.3.

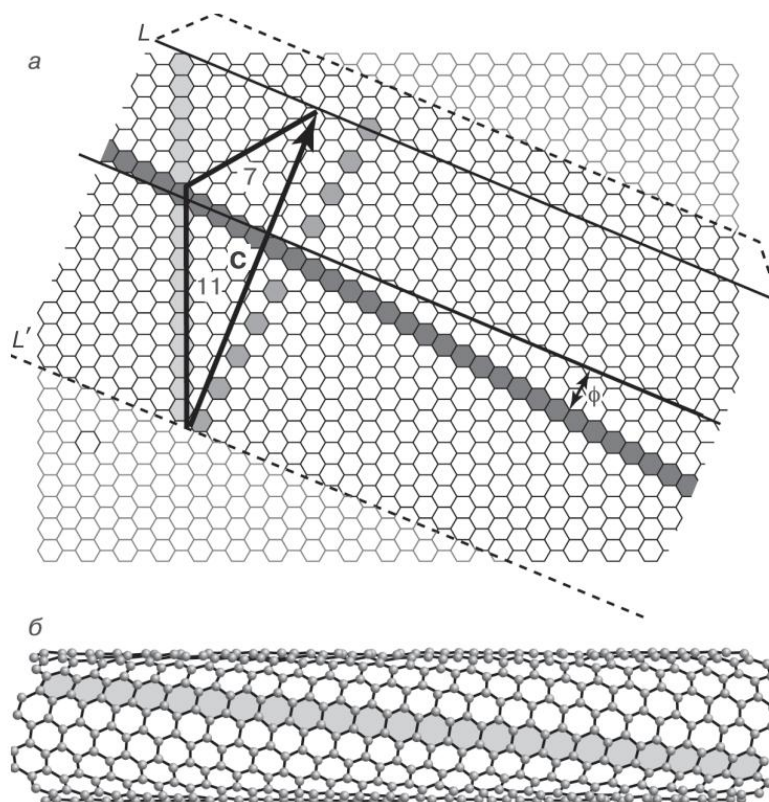


Рисунок 1.3 Будова структурної моделі нанотрубки: а – графітовий прошарок і стрічка (11,7); б – нанотрубка (11,7).

Практичні методи виробництва та їх застосування описані у фундаментальних роботах з наноструктур та надґраткових систем [4].

1.2 Квантові властивості нанотрубок як одно- і квазіодновимірних структур

Вуглецеві нанотрубки (ВНТ) є типовими представниками одно- та квазіодновимірних наноструктур, у яких рух носіїв заряду суттєво обмежений двома просторовими координатами. Така геометрична обмеженість призводить до появи виражених квантово-розмірних ефектів, котрі визначають електронні, оптичні, теплові та магнітні властивості нанотрубок [3].

У ВНТ електрони можуть вільно рухатися вздовж осі трубки, але їхній рух у радіальному та азимутальному напрямках квантується. Через це енергетичний спектр електронів стає дискретним і формуються так звані одновимірні підзони провідності та валентної зони. Від конфігурації згортання графенового листа — хіралітету (n,m) — залежить, чи буде нанотрубка металічною, напівпровідниковою, чи транзиторною за своїми властивостями.

Одновимірність спектра веде до виникнення характерних піків густини електронних станів — сингулярностей Вант-Гофа, які спостерігаються в оптичних спектрах поглинання та люмінесценції, і дозволяють експериментально визначити структуру нанотрубок [3].

Оскільки довжина вуглецевої нанотрубки може суттєво перевищувати середню довжину вільного пробігу електронів у металі, у ВНТ можливий баллістичний транспорт заряду. За таких умов електрони рухаються практично без розсіяння, а провідність досягає квантованих значень:

$$G = \frac{2e^2}{h} M \quad (1.1)$$

де M — кількість доступних квантових каналів.

Ця властивість відкриває можливість використання ВНТ як ідеальних нанопровідників у наноелектроніці.

Як квазіодновимірні структури, нанотрубки демонструють унікальні магнітні властивості квантового походження. Одним з ключових ефектів є ефект Ааронова — Бома, при якому магнітний потік крізь переріз нанотрубки змінює її електронну структуру. У присутності зовнішнього магнітного поля можливі такі явища [4]:

- зміна енергетичної щільності напівпровідникових ВНТ;
- перехід "метал — напівпровідник" та навпаки;
- осциляції провідності з періодом одного квантового потоку.

Ці магнітні явища мають потенційні застосування у створенні наномагнітних сенсорів та квантових елементів пам'яті.

У ВНТ електрон-електронні взаємодії посилюються через одно- та квазіодновимірність, що приводить до формування корельованих електронних станів, зокрема рідини Томонаги — Латтінджера. У таких системах провідність, щільність станів та поведінка квазічастинок суттєво відрізняються від тривимірних матеріалів, що є важливим з погляду фундаментальної фізики мезоскопічних структур.

Електрони й дірки у ВНТ зв'язуються в екситони з великою енергією зв'язку, що обумовлено низьким екрануванням у 1D-системах. Це визначає їхні виняткові оптичні властивості, важливі для фотоніки та сенсорики [4].

1.3 Електронні властивості та зонна структура нанотрубок

Вуглецеві нанотрубки (ВНТ) демонструють унікальні електронні властивості, які безпосередньо впливають із їхньої структури, хіралітету та одновимірності електронного руху. Їхня зонна структура визначається згортанням графенового листа в циліндр, що накладає періодичні граничні умови на хвильові функції електронів. У результаті енергетичний спектр ВНТ суттєво відрізняється від спектра плоского графену [3].

Зонна структура ВНТ утворюється проєкцією двовимірної зонної структури графену на одновимірну хвильову трубку. Через обмеження руху електронів у поперечному напрямку дозволені значення хвильового вектора квантовані, і утворюються одновимірні підзони (рис. 1.4).

ГРАФЕНОВА ЗОННА СТРУКТУРА



КВАНТОВАНІ ЛІНІЇ К



ПІДЗОНИ НАНОТРУБКИ

Рисунок 1.4 Схема формування зонної структури нанотрубки з графену

Особливо важливо, що лінії квантованих k можуть перетинати або не перетинати точки K графену. Звідси:

- якщо лінія проходить через точку $K \rightarrow$ нанотрубка металева;
- якщо ні $\rightarrow$ напівпровідникова.

Типи нанотрубок за електронними властивостями повністю визначає хіралітет (n, m) . Нанотрубка буде металевою, якщо:

$$n - m = 3q, q \in Z \quad (1.2)$$

У всіх інших випадках трубка проявляє напівпровідникову поведінку [5].

Узагальнені дані щодо електронних властивостей нанотрубок залежно від хіралітету подано у таблиці 1.2.

У циліндричній геометрії (поверхня трубки) електронний рух розділяється на два незалежні типи: квантування по колу (дискретні орбітальні рівні) і квазінеперервний рух вздовж осі трубки. Тому спектр системи має вигляд набору одновимірних підзон (parabolic subbands для напівпровідникових трубок або конічних для деяких структур), кожна з яких задовольняє умови квантування колового руху.

Таблиця 1.2 Електронні типи нанотрубок залежно від хіралітету

Тип нанотрубки	Умова для (n,m)	Електронні властивості	Приклад
Металева	$n - m = 3q$	Відсутність щілини, висока провідність	(9,0), (6,6)
Напівпровідникова	Інші значення	Енергетична щілина 0.1–1.0 eV	(10,0), (7,5)
Квазі-металева	Близько до $3q$, але з деформацією	Мала щілина через кривизну	(12,3)

Кривизна поверхні змінює умови граничних значень хвильової функції і додає геометричний параметр у постановку задачі: радіус трубки R стає новою фізичною величиною, яка входить у формули для енергії та густини станів [6]. Це призводить до:

- зміни енергетичних відстаней між підзонами;
 - модифікації густини станів (поява кореневих та логарифмічних особливостей при межах підзон);
 - появи специфічних резонансів при взаємодії з зовнішніми полями (наприклад, ефект Ааронова–Бома у поздовжньому магнітному полі).
- Така квазідвовимірна природа системи й її чутливість до геометричних параметрів детально розглядається у теоретичних дослідженнях з електронних наносистем на кривих поверхнях.

Практично це означає: змінюючи R , можна керувати положенням та щільністю підзон, а отже і транспортними і магнітними властивостями — важлива ідея для зонної інженерії в наноструктурах.

Надґратка — це штучно створена періодична модуляція потенціалу з періодом d , що значно перевищує кристалічну сталу. У випадку повздовжньої надґратки на поверхні нанотрубки модулюючий потенціал змінюється уздовж осі трубки (паралельно її довжині) і утворює одновимірну періодичну послідовність бар'єрів і ям. Наслідки:

1. Утворення мінізон — вузьких зон ширини $\sim 2\Delta$, де Δ визначається прозорістю бар'єрів/коефіцієнтом тунелювання і амплітудою модулюючого потенціалу. Формула (приблизна в слабкому або сильнозв'язному наближенні) для енергії повздовжнього руху набуває зонного характеру $\varepsilon(k_z)$ з дзеркальною структурою у першій зоні Бріллюена $|k_z| \leq \pi/d$.

2. Поява мініщілин між мінізонами — їхні ширини та розташування визначають амплітуда і період надґратки. При зміні енергії (або Фермі-енергії) можливі топологічні переходи із замкнених ізоенергетичних поверхонь у відкриті (відкриття каналів провідності) [6].

Технологічні способи створення надґраток включають контрольовану адсорбцію атомів, нанолітографію, періодичне легування та впровадження фулеренів або наночастинок у стінку трубки. Практичний приклад — модельювання локального потенціалу шляхом розміщення трубки на кристалічній підкладці з періодичною потенціальною картою (експерименти RIKEN та інші).

1.4 Магнітні властивості нанотрубок і вплив дефектів

Магнітні властивості вуглецевих нанотрубок визначаються їхньою одномірністю, електронною структурою, хіралітетом та наявністю дефектів. Завдяки π -електронній системі та квантовим розмірним ефектам нанотрубки демонструють як діамагнітну, так і парамагнітну поведінку, а також низку специфічних ефектів у зовнішньому магнітному полі, включно з квантовими осциляціями Ааронова—Бома [7].

Діамагнетизм є базовою властивістю вуглецевих матеріалів, що виникає через індукцію орбітальних струмів у зовнішньому магнітному полі. Для ВНТ індукована орбітальна магнітна сприйнятливість може бути виведена з моделі π -електронів графену, адаптованої до циліндричної геометрії.

Для одношарової нанотрубки орбітальна сприйнятливість уздовж осі описується:

$$\chi^{dia} = -\frac{e^2 v_F^2}{6\pi^2 \hbar c^2} \sum_m \frac{1}{\Delta m} \quad (1.3)$$

де

- e – заряд електрона,
- v_F – швидкість Фермі у графені ($\sim 10^6$ м/с),
- Δm – енергетична відстань між підзонами.

Для поперечного поля:

$$\chi_{\perp}^{dia} = -\frac{e^2 R^2}{2mc^2} \quad (1.4)$$

де R — радіус нанотрубки.

Це означає, що для товстих трубок діамагнітний сигнал зростає як R^2 .

Параметри хіралітету (n,m) визначають, чи перетинає дозволена лінія k точку K . Для металевих armchair трубок діамагнетизм слабкий, у напівпровідникових — сильніший [7].

Парамагнетизм виникає завдяки спіновій та орбітальній поляризації електронів. У ВНТ можливі два основних механізми:

1. Спіновий парамагнетизм Паулі.

Для одно- та квазіодновимірних систем густина станів поблизу рівня Фермі є:

$$D(E_F) = \frac{4}{\pi \hbar v_F} \sum_m \frac{1}{\sqrt{E_F - E_m}} \quad (1.5)$$

звідси спінова сприйнятливість:

$$\chi_{\text{Pauli}} = \mu_0 \mu_B^2 D(E_F) \quad (1.6)$$

де μ_B — магнетон Бора.

Для металевих нанотрубок χ_{Pauli} істотно більша, ніж у напівпровідникових (де при кімнатній температурі майже відсутні носії).

2. Орбітальний парамагнетизм Ааронова—Бома

Для нанотрубки у магнітному полі, спрямованому уздовж її осі, енергія електронів змінюється:

$$E(k, m, B) = E(k, m) + \frac{e\phi}{\hbar} \quad (1.7)$$

Де $\phi = B\pi R^2$ — магнітний потік.

Звідси орбітальна сприйнятливість:

$$\chi_{orb} = -\frac{\partial^2 E}{\partial B^2} \propto \cos\left(\frac{2\pi\phi}{\phi_0}\right) \quad (1.8)$$

де квант потоку:

$$\phi_0 = \frac{h}{e} = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ Вб} \quad (1.9)$$

Це призводить до магнітних осциляцій провідності.

Вуглецеві нанотрубки демонструють сильну анізотропію:

$$|\chi_{\perp}| \gg |\chi_{\parallel}| \quad (1.10)$$

Це зумовлено тим, що поперечне поле індукує сильні орбітальні струми, а уздовж осі — суттєво слабші [8].

Повна магнітна сприйнятливість:

$$\chi_{tot} = \chi_{dia} + \chi_{Pauli} + \chi_{orb} \quad (1.11)$$

Дефекти у ВНТ можуть різко змінювати магнітну відповідь, оскільки вони:

- руйнують π -систему,
- створюють неспарені спіни,
- локалізують електрони,
- викликають локальні орбітальні струми.

Існують різні види дефектів у ВНТ: дефекти типу ваканцій, топологічні дефекти типу Stone–Wales, адсорбовані атоми.

1. Дефекти типу ваканцій.

Вакансія створює локалізований незаповнений π -електрон, що надає трубці локальний магнітний момент. Зображення дефекта в нанотрубці,

отримане за допомогою трансмісійної електронної мікроскопії і структурна модель цього дефекта у вигляді подвійної вакансії (відсутні два сусідні атоми C) зображено на рисунку 1.4 (а) [8].

Його значення можна оцінити як:

$$\mu \approx g\mu_B S \quad (1.12)$$

де

- $S=1/2$,
- $g \approx 2$.

Спричинена сприйнятливість:

$$\chi_{def} \approx \frac{\mu_0 n_{def} \mu^2}{k_B T} \quad (1.13)$$

тобто дефекти дають Кюрі-подібний парамагнетизм.

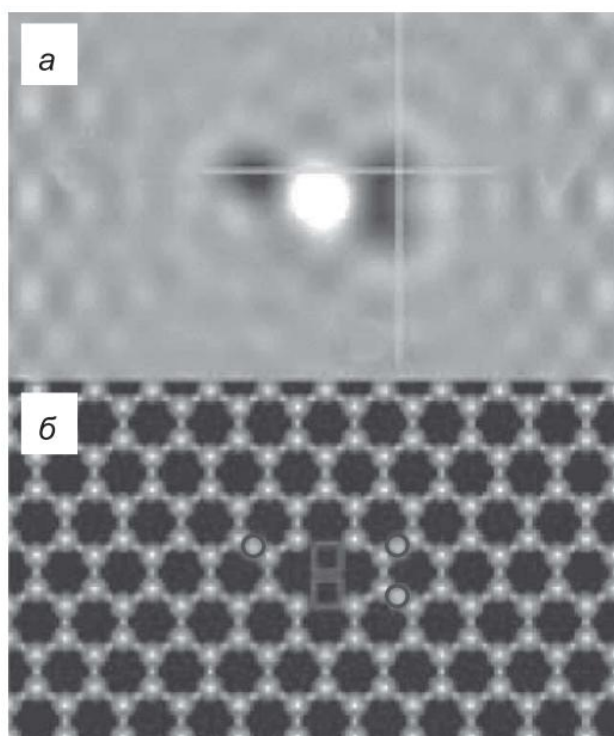


Рисунок 1.4 Зображення дефекта в нанотрубці, отримане за допомогою трансмісійної електронної мікроскопії (а) і структурна модель цього дефекта у вигляді подвійної вакансії (відсутні два сусідні атоми C) з трьома адсорбованими атомами на центрах зв'язків C-C (б)

2. Топологічні дефекти типу Stone–Wales.

Їхній вплив описують через локальне зменшення зонної щільності:

$$\Delta E_g = E_g^0 - \alpha \varepsilon \quad (1.14)$$

що змінює орбітальний внесок у χ .

3. Адсорбовані атоми (Н, О, метал).

Адсорбовані атоми на центрах зв'язків С-С наведені на рисунку 1.4 (б).

Адсорбція може створювати донорні/акцепторні рівні:

$$\Delta \chi = \frac{\partial \chi}{\partial n} \Delta n \quad (1.15)$$

Деякі адсорбовані атоми (наприклад, O_2) мають власний спін $\rightarrow$ додають парамагнітний сигнал.

Взаємодія нанотрубок з зовнішнім магнітним полем описується формулою:

$$E_{int} = - \vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (1.16)$$

Для одновимірних систем:

$$\mu_{orb} = \frac{ev_F R}{2} \quad (1.17)$$

Ця величина може бути великою для трубок із діаметром > 2 нм — орбітальний момент домінує над спіновим [9].

Ключові зауваження:

- у квантовій межі (низькі температури, сильні поля) орбітальні та спінові вкладки можуть конкурувати/гібридизувати;
- у квазікласичному випадку (більші температури або слабші поля) осциляції приглушуються, але структурні особливості мінізон все одно впливають на середню намагніченість;
- вимірювання частот та амплітуд осциляцій дозволяє визначити мікроскопічні параметри: ефективну масу, імпульс Фермі, радіус трубки та параметри надгратки (період d , амплітуда V_0).

РОЗДІЛ 2. СИНТЕЗУВАННЯ НАНОТРУБОК

Синтез вуглецевих нанотрубок (ВНТ) ґрунтується на здатності атомів Карбону зі sp^2 -гібридизацією самоорганізовуватися у циліндричні каркасні структури, споріднені з графеновою площиною. Як показано у фундаментальних роботах з фізики нанотрубок, одностінна нанотрубка може розглядатися як згорнута у циліндр стрічка графіту без утворення «шва», а її геометрія однозначно визначається індексами хіральності (n, m) . Саме умови синтезу значною мірою визначають, які типи нанотрубок утворюються — одностінні чи багатостінні, з яким діаметром, довжиною та ступенем дефектності [9].

У сучасному наноматеріалознавстві сформувалося кілька базових методів одержання нанотрубок. Класичними вважаються розрядно-дуговий метод, метод лазерної абляції, а також метод хімічного осадження з газової фази (CVD). Кожен із них має власні фізичні механізми росту, технологічні переваги та обмеження, а також різний ступінь керованості структурними параметрами нанотрубок [9].

Окрім вуглецевих, за аналогічними принципами можуть синтезуватися і напівпровідникові нанотрубки (наприклад, нітридоборні або карбідкремнієві), однак у цій частині роботи основна увага приділяється загальним фізико-хімічним засадам синтезу, сформульованим на прикладі вуглецевих нанотрубок.

2.1 Розрядно-дуговий метод синтезу нанотрубок

Розрядно-дуговий метод історично є першим способом, за допомогою якого були експериментально виявлені вуглецеві нанотрубки. Суть такого методу полягає у високотемпературному випаровуванні графітових електродів у плазмі електричної дуги, що горить в інертній атмосфері, найчастіше гелію [10].

Експериментальна установка зазвичай являє собою герметичну камеру, заповнену гелієм під тиском близько 500 Торр (рис. 2.1). У камері розміщують два графітові електроди — анод і катод, між якими підтримується електрична дуга. Напруга між електродами становить десятки вольт, а струм розряду — кілька десятків ампер. За таких умов температура в області дуги досягає значень, достатніх для інтенсивного випаровування Карбону з анода.

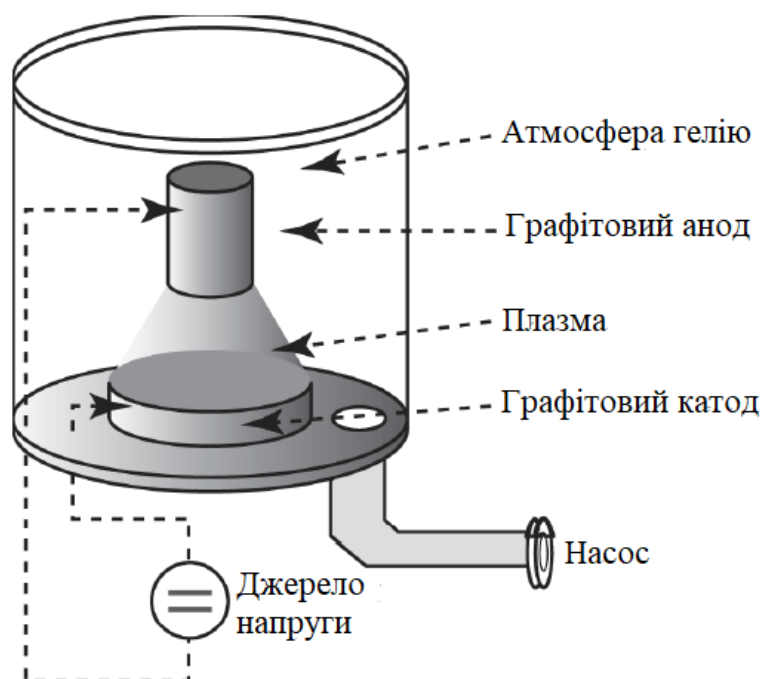


Рисунок 2.1 Камера для розрядно-дугового методу отримання нанотрубок в атмосфері гелію, що вмикає анод і катод з графіту, джерело напруги і насос

У процесі розряду близько 90 % матеріалу анода переноситься на катод, де утворюється так званий катодний депозит. Саме в цьому осаді формуються вуглецеві нанотрубки. Вони ростуть переважно перпендикулярно до торцевої поверхні катода і збираються у циліндричні пучки мікронних розмірів. Простір між такими пучками заповнений сумішшю аморфного Карбону, наночастинок і поодиноких нанотрубок [10].

Розрядно-дуговий метод дає змогу отримувати значні кількості матеріалу, що є важливим для дослідження механічних та електричних

властивостей нанотрубок. Водночас цей метод характеризується слабкою відтворюваністю розподілу нанотрубок за діаметрами та хіральністю, оскільки ці параметри чутливо залежать від режимів горіння дуги. За стандартних умов у такому процесі переважно утворюються багатостінні нанотрубки з діаметрами від одиниць до десятків нанометрів.

Для покращення якості матеріалу після синтезу застосовують процедури очищення, зокрема ультразвукове диспергування та окиснювальну обробку. Вони дозволяють зменшити кількість аморфного Карбону та частково відсортувати нанотрубки за структурною досконалістю.

2.2 Метод хімічного осадження з газової фази (CVD)

Метод хімічного осадження з газової фази є одним із найперспективніших з погляду керованості синтезу нанотрубок. Його принцип полягає у термічному розкладанні вуглеводневих молекул (метану, ацетилену, етилену) на поверхні наночастинок перехідних металів, які виконують роль каталізаторів [10].

Процес зазвичай реалізують у кварцовій трубці, розміщеній у печі, нагрітій до температур 500–800 °C (рис. 2.2) [10].

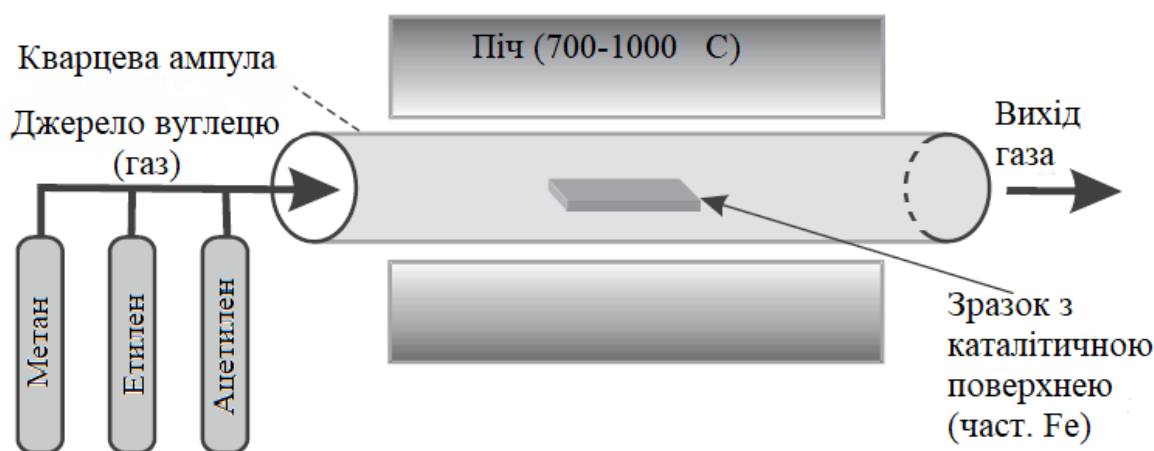


Рисунок 2.2 Схема установки для отримання нанотрубок методом хімічного осадження з пари

Через трубку пропускають потік газу-носія з домішкою вуглеводню. Наночастинки нікелю, кобальту або заліза, нанесені на підкладку або введені у газову фазу, ініціюють розкладання молекул і подальшу самозбірку атомів Карбону в нанотрубки.

Дослідження механізму росту показали, що нанотрубка формується безпосередньо на поверхні каталізатора і росте доти, доки зберігається контакт між частинкою металу та вуглеводневою фазою. Діаметр утворюваної нанотрубки виявляється близьким до діаметра каталізаторної частинки, що відкриває можливості для керування геометричними параметрами структури.

Метод CVD дозволяє синтезувати як багатостінні, так і одностінні нанотрубки, а також реалізовувати упорядкований ріст нанотрубок на підкладках. Саме ця технологія вважається найбільш сумісною з кремнієвою мікроелектронікою та перспективною для створення наноелектронних і наноелектромеханічних пристроїв.

2.3 Метод лазерної абляції

Метод лазерної абляції полягає в опроміненні графітової мішені імпульсним лазерним випромінюванням у вакуумі або в інертній атмосфері. Під дією коротких і потужних лазерних імпульсів відбувається вибивання атомів і кластерів Карбону, які згодом конденсуються на холодній підкладці у вигляді нанотрубок [10].

Додавання до графітової мішені каталізаторів, таких як нікель або кобальт, сприяє утворенню одностінних нанотрубок з відносно вузьким розподілом за діаметрами. Удосконалення цього методу дозволило відмовитися від використання виключно гелієвої атмосфери та здійснювати синтез також у середовищі водню або азоту, що значно зменшило вартість процесу.

Метод лазерної абляції забезпечує високу чистоту продукту та великий вміст одностінних нанотрубок, проте потребує складного й енергоємного обладнання. Тому його застосування здебільшого обмежується лабораторними дослідженнями та отриманням еталонних зразків.

2.4 Синтез нанотрубок із використанням спиртів

Окремий інтерес становить метод синтезу вуглецевих нанотрубок із використанням спиртів як джерела Карбону. Як показали експериментальні дослідження, пари етилового або метилового спирту в присутності металевих каталізаторів здатні ефективно забезпечувати ріст одностінних нанотрубок. У такому процесі каталізаторами зазвичай слугують ацетати заліза та кобальту, нанесені на пористий носій, зокрема цеоліти [9].

Підготовлений каталізатор вводять у реакційну камеру та нагрівають у потоці інертного газу до температур 600–800 °С. Після цього в зону реакції подають пари спирту. За цих умов відбувається термічний розклад молекул спирту, а атоми Карбону, що вивільняються, беруть участь у формуванні нанотрубок. Важливою особливістю цього методу є наявність гідроксильних радикалів ОН, які сприяють окисненню та видаленню аморфного Карбону, завдяки чому зростає структурна досконалість отриманих нанотрубок.

Дослідження показують, що середній діаметр нанотрубок, синтезованих зі спиртів, становить близько 1 нм і зростає зі збільшенням температури процесу. Порівняно з іншими методами, цей підхід характеризується відносною простотою та високою чистотою кінцевого продукту.

2.5 Диспергування та післясинтезна обробка нанотрубок

У результаті більшості методів синтезу нанотрубки утворюються у вигляді пучків або жгутів, зумовлених сильними ван-дер-ваальсовими

взаємодіями між окремими трубками. Для практичного використання, а також для дослідження індивідуальних властивостей нанотрубок, необхідним є їх диспергування [9].

Найпоширенішим способом розділення нанотрубок є ультразвукова обробка в рідкому середовищі (рис. 2.3) [9]. При цьому пучки поступово розпадаються на окремі нанотрубки. Однак надмірна інтенсивність ультразвуку може призводити до механічних пошкоджень і скорочення довжини трубок. Тому часто застосовують поверхнево-активні речовини або полімери, які адсорбуються на поверхні нанотрубок і зменшують їх взаємне притягання [11].

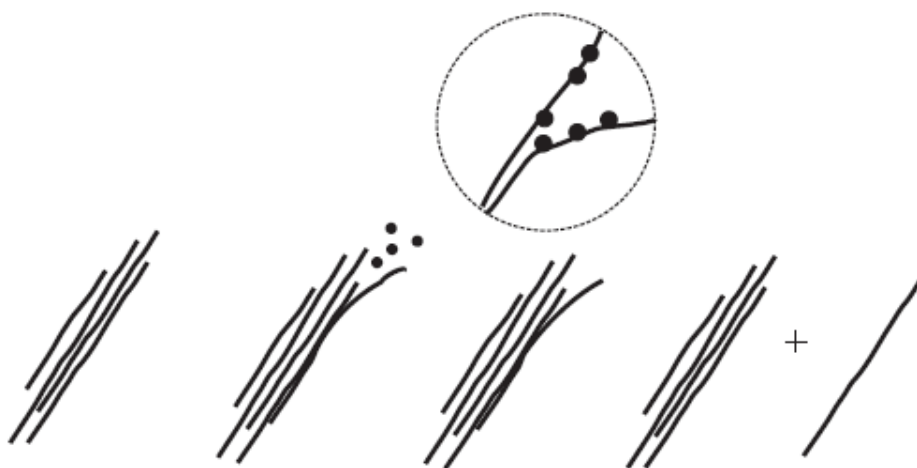


Рисунок 2.3 Механізм відділення нанотрубки від пучка (у напрямку зліва направо)

У результаті такої обробки формуються стабільні колоїдні розчини нанотрубок у водних або органічних середовищах. Це має принципове значення для виготовлення композитних матеріалів, тонких плівок та елементів наноелектроніки.

2.6 Керований ріст упорядкованих масивів нанотрубок

Важливим напрямом розвитку технологій синтезу є керований ріст упорядкованих масивів нанотрубок на твердих підкладках [11]. Такі

структури необхідні для створення інтегральних схем, польових транзисторів, сенсорів та нанoeлектромеханічних систем.

Керований ріст реалізується переважно в межах методу хімічного осадження з газової фази з використанням каталізаторів. За допомогою літографічних методів на поверхні підкладки (найчастіше кремнію з шаром оксиду кремнію) задають області локалізації каталізатора. Нанотрубки ростуть лише в цих ділянках, причому їх орієнтація — вертикальна або горизонтальна — визначається геометрією підкладки та умовами процесу (рис. 2.4) [11].

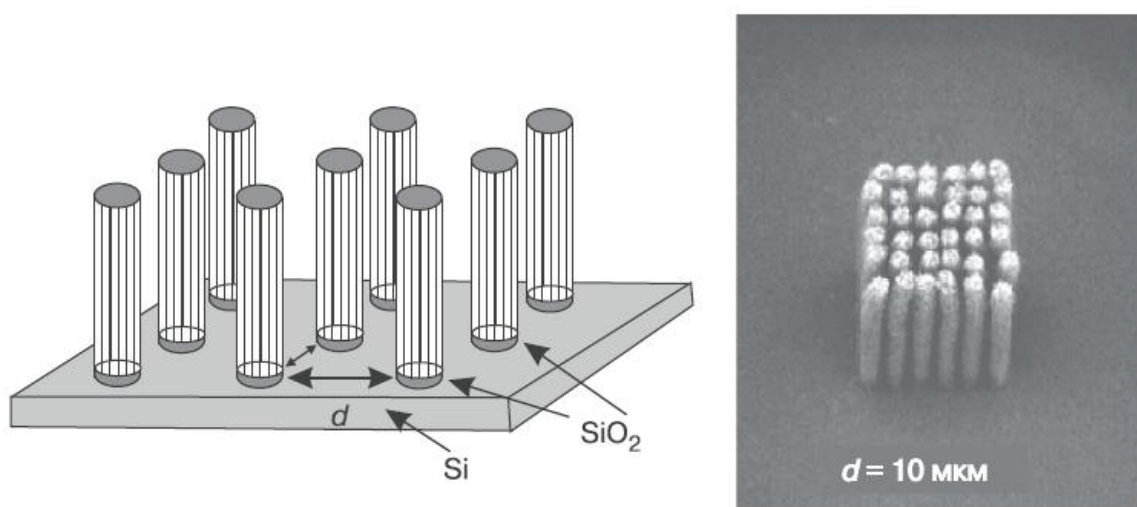


Рисунок 2.4 Отримання колон з вертикально впорядкованих блоків багатостінних нанотрубок

Експериментально продемонстровано можливість одночасного формування вертикально та горизонтально орієнтованих нанотрубок на одній підкладці. Такий підхід є повністю сумісним із традиційною кремнієвою технологією, що робить його перспективним для промислового застосування.

2.7 Отримання довгих ниток із нанотрубок

Окремим досягненням сучасних технологій є синтез макроскопічних ниток, сформованих з упорядкованих одностінних нанотрубок. Такі нитки

можуть мати довжину в десятки сантиметрів і товщину міліметрового масштабу, зберігаючи при цьому унікальні механічні та електричні властивості нанотрубок [10].

Отримання ниток здійснюється методом каталізованого осадження з газової фази, зокрема під час піролізу вуглеводнів у вертикальних реакторах. У процесі росту нанотрубки самовпорядковуються та об'єднуються у протяжні волокна. Такі структури розглядаються як основа для створення надміцних і високопровідних мікрокабелів та елементів силової нанoeлектроніки.

2.8 Особливості синтезу напівпровідникових нанотрубок

Поряд із вуглецевими, значну наукову й практичну цінність мають напівпровідникові нанотрубки, зокрема борон-нітридні та карбідкремнієві. За своєю геометрією вони подібні до вуглецевих нанотрубок, однак відрізняються типом хімічного зв'язку та електронною структурою.

Синтез борон-нітридних нанотрубок здійснюється методами, аналогічними до синтезу вуглецевих, з використанням дугового розряду, лазерної абляції або CVD-процесів, але за участю сполук бору та азоту. Отримані структури характеризуються широкою забороненою зоною та високою термічною й хімічною стійкістю [11].

Таким чином, різноманіття методів синтезу нанотрубок дозволяє цілеспрямовано керувати їх структурними й фізичними властивостями, що створює передумови для широкого використання як вуглецевих, так і напівпровідникових нанотрубок у сучасних технологіях.

РОЗДІЛ 3. НАНОТРУБКИ З НАДГРАТКАМИ: СИНТЕЗ І ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ

Особливу зацікавленість викликають штучно створені матеріали, які не мають природних аналогів. Наприклад, ретельно підібравши чергування шарів напівпровідника та діелектрика, можна досягти ситуації, коли рух електронів у напрямку, перпендикулярному до шарів (вздовж осі Z), суттєво відрізняється від їхнього руху в площині шарів XY. Якщо діелектричні прошарки настільки товсті, що електрони не можуть їх долати, то кожен напівпровідниковий шар функціонує незалежно, і електрони переміщуються лише всередині нього [1]. Припускаючи, що рух електронів у площині шарів подібний до руху у вільному просторі, можна записати стандартний вираз для енергії:

$$\varepsilon = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_*}, \quad (3.1)$$

де ε – енергія, p_x , p_y – декартові компоненти імпульсу, а m_* – ефективна маса електрона. Відмінність m_* від маси вільного електрона m_{0e} свідчить про вплив іонів кристалічної ґратки на рух електрона. Цікаво, що величина m_* може бути як більшою, так і меншою за m_{0e} .

Маса частинки є мірою її здатності рухатися. Швидкість частинки маси m з енергією ε дорівнює $v = \sqrt{2\varepsilon/m}$. Отже, чим більша маса, тим менша швидкість. Експериментальні вимірювання ефективних мас електронів у напівпровідниках показують, що m_* електронів зони провідності може бути в кілька разів меншою за m_{0e} . Наприклад, в GaAs $m_*/m_{0e} = 0,07$, а в InSb $m_*/m_{0e} = 0,01$.

Якщо діелектричний прошарок частково пропускає електрони (через тунельний ефект), то у вираз (3.1) необхідно підставити доданок, який описує рух електронів у напрямку, перпендикулярному до шарів (вздовж осі Z). При

низькій проникності бар'єрів, що відокремлюють провідні шари, отримаємо [1]:

$$\varepsilon = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_*} + \Delta \left(1 - \cos \frac{p_z d}{\hbar} \right). \quad (3.2)$$

Тут d – період надгратки уздовж осі Z , $\hbar$ – квантова стала, а Δ – величина розмірності енергії, яка пропорційна електронному коефіцієнту прозорості діелектричного прошарку. Звідси слідує, що значення енергії повздовжнього руху електронів заповнюють зону шириною 2Δ [1, 12, 13].

Енергія руху електронів уздовж шарів також має періодичну залежність від компонентів імпульсу, а допустимі значення енергії утворюють енергетичну зону – зону провідності напівпровідникового прошарку. Водночас ширина цієї зони провідності значно перевищують величину 2Δ , тому при розгляді можна обмежитися виразом для енергії поперечного руху поблизу мінімуму зони провідності, що показано у формулах (3.1) і (3.2).

Енергетичний спектр електрона в надгратці характеризується мінімумом при $p_x = p_y = p_z = 0$, причому значення енергії в цій точці прийняте рівним нулю. В зоні мінімуму енергія квадратично залежить від компонентів імпульсу:

$$\varepsilon = \frac{p_x^2}{2m_*} + \frac{p_y^2}{2m_*} + \frac{p_z^2}{2m_z}, \quad (3.3)$$

де $m_z = \hbar^2 / (\Delta d^2)$ – ефективна маса руху електрона уздовж осі Z . Зазвичай виконується нерівність $m_z > m_*$ при чому зі зменшенням коефіцієнта прозорості діелектричних прошарків величина m_z зростає, що пов'язано зі зменшенням параметра Δ .

З аналізу формули (3.2) впливає характер зміни форми ізоенергетичних поверхонь зі зростанням енергії. При малих енергіях, коли справедливий квадратичний наближений вираз (3.3), ізоенергетичні поверхні

мають вигляд еліпсоїдів, які тим сильніше витягнуті вздовж осі Z, чим менш прозорими є діелектричні прошарки для електронів. Зі збільшенням енергії ізоенергетичні поверхні в імпульсному просторі трансформуються у відкриті поверхні типу гофрованих циліндрів. Такий топологічний перехід від замкнутих до відкритих поверхонь характерний не лише для штучних надґраток, але й для природних кристалів, і може бути детально досліджений на прикладі надґраткових структур.

На сьогодні активно досліджуються властивості вуглецевих і напівпровідникових нанотрубок (НТ) [11, 12]. Енергетичний спектр електронів на поверхні вуглецевих нанотрубок має конічний характер, тоді як для напівпровідникових нанотрубок він є параболічним [12]. Підвищений інтерес до напівпровідникових НТ зумовлений низкою факторів, зокрема їх широким застосуванням у наноелектронних пристроях. Крім того, сучасні експериментальні методи дозволяють успішно синтезувати такі структури в лабораторних умовах (рис. 3.1).

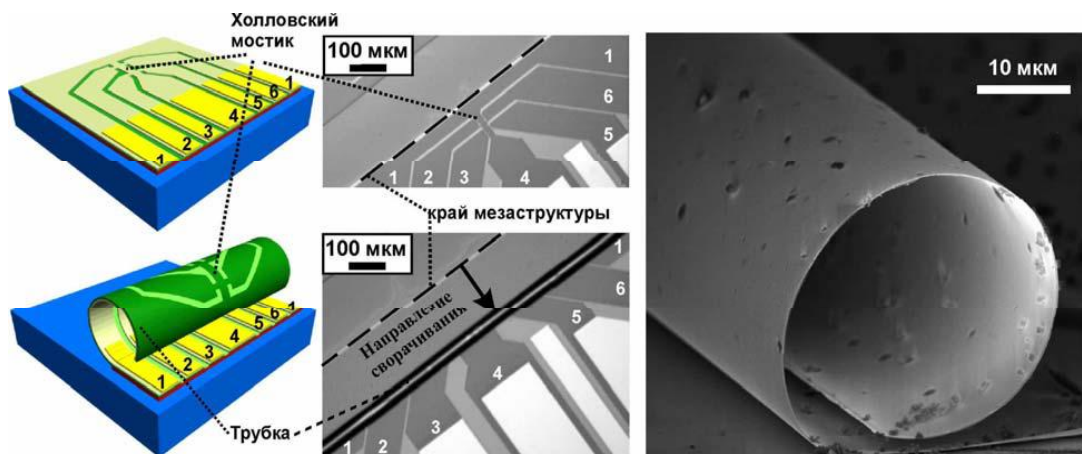


Рисунок 3.1. Синтез напівпровідникових нанотрубок

Експериментально встановлено, що на циліндричній поверхні з радіусом кривизни порядку $10^{-7} - 10^{-6}$ см можливе утворення двовимірного електронного газу з високою рухливістю. Це досягається шляхом контрольованого згортання тонких вільних плівок під дією вбудованих

механічних напружень у гетероструктурах $\text{GaAs}/\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. Технологія формування циліндричних оболонок зі напружених гетероплівки базується на використанні внутрішніх напружень, що виникають через невідповідність параметрів ґраток шарів, які утворюють гетероплівку. На рис. 3.1 наведено процес формування згорнутих холлівських містків.

З теоретичної точки зору становить інтерес адаптація методів, розроблених для плоских систем, до опису двовимірного електронного газу на циліндричній поверхні. Поява додаткового параметра — кривизни структури — істотно розширює можливості керування фізичними властивостями системи. У межах даної роботи розглядаються одностінні нанотрубки (рис. 3.2).

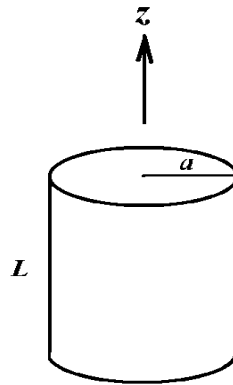


Рисунок 3.2. Схематичне зображення одностінної нанотрубки

Для практичного використання напівпровідникових нанотрубок у наноелектроніці необхідно забезпечити можливість модулювання їх електронної структури вздовж осі трубки. У шаруватих напівпровідникових надґратках така модуляція досягається шляхом періодичного легування або зміни хімічного складу вздовж напрямку росту структури, тобто перпендикулярно до шарів. Проте застосування аналогічного підходу до нанотрубок є ускладненим через високу хімічну стабільність їхніх стінок. Альтернативним способом періодичної модуляції ширини забороненої зони є введення фулеренів усередину нанотрубки (рис. 3.3а) [11].

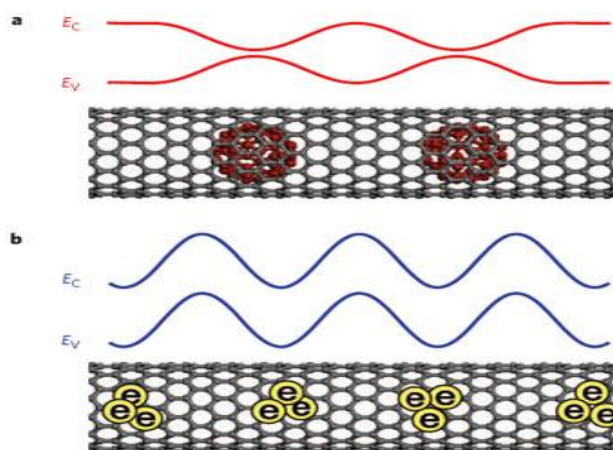


Рисунок 3.3. Засоби модулювання нанотрубки уздовж вісі Z

У результаті в нанотрубці формується одновимірна надґратка, що складається з квантових точок. Водночас технологія створення так званих «стручків» із нанотрубок і фулеренів є досить складною та малопридатною для масштабного виробництва [12].

Більш простий і технологічно перспективний метод формування регулярних ланцюжків квантових точок в одностінних нанотрубках був запропонований японськими дослідниками з корпорації RIKEN (Токіо) [14]. Вони розміщували нанотрубку на поверхні монокристалічної срібної підкладки та вимірювали тунельні спектри вздовж її осі. У результаті було виявлено періодичну модуляцію вершини валентної зони та мінімуму зони провідності (рис. 3.3б). Таким чином, можна зробити висновок про існування нанотрубок із поздовжньою надґратковою структурою (рис. 3.4).

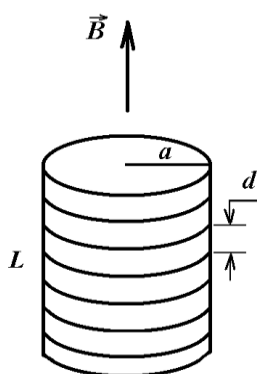


Рисунок 3.4. Одностінна нанотрубка з надґраткою

РОЗДІЛ 4. ЕНЕРГЕТИЧНИЙ СПЕКТР ЕЛЕКТРОНІВ НА ПОВЕРХНІ НАПІВПРОВІДНИКОВОЇ НАНОТРУБКИ

Зонно-структурні ефекти, зумовлені кристалічним порядком матеріалу, враховуються шляхом введення поняття ефективної маси електрона m_* . Завдяки осьовій симетрії системи існує низка інтегралів руху, які можна знайти, а саме: M - проєкція кутового моменту електрона на вісь циліндра Z , а також проєкція його імпульсу на цю ж вісь $\hbar k$, яка визначається хвильовим числом k , $(-\infty < k < +\infty)$ імпульсу на цю вісь. Енергія електрона, пов'язана з його рухом по колу на поверхні нанотрубки, визначається моментом інерції $M^2/2J$ ($M = M_z = l\hbar$, $l = 0, 1, 2, \dots$, $J = m_* a^2$) і має вигляд:

$$\varepsilon_l = \frac{\hbar^2 l^2}{2m_* a^2} = \varepsilon_0 l^2 \quad (4.1)$$

де $\varepsilon_0 = \frac{\hbar^2}{2m_* a^2}$ – оберতальне квантове число. Для нанотрубок на основі арсеніду галію при $m_* = 10^{-28}$ г при $a = 10^{-6}$ см груба оцінка дає:

$$\varepsilon_0 = \frac{10^{-54}}{10^{-28} 10^{-12}} \text{ erg} = 10^{-14} \text{ erg} \quad (4.2)$$

що еквівалентно температурному порядку $\frac{10^{-14}}{10^{-16}} \text{ K} = 100 \text{ K}$.

Рух електрона вздовж осі трубки характеризується кінетичною енергією:

$$\varepsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_*} \quad (4.3)$$

Таким чином, повна енергія електрона у стаціонарному квантовому стані на циліндричній поверхні може бути записана у вигляді:

$$\varepsilon_{lk} = \varepsilon_l + \varepsilon_k \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_{lk} = \varepsilon_0 l^2 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_*} \quad (4.5)$$

Рівні, що відповідають круговому руху електрона, мають двократну виродженість за знаком обертового моменту при $l \neq 0$, тоді як основний нульовий рівень $l = 0$ є не виродженим.

На рис. 4.1 наведено залежності енергії від хвильового числа у вигляді набору парабол для різних значень l .

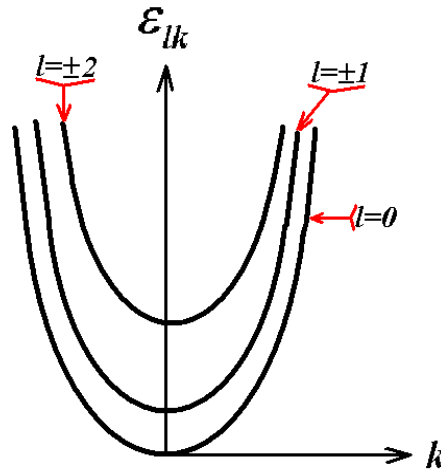


Рис. 4.1. Схематичне зображення спектру електрона на поверхні нанотрубки при відсутньому магнітному полі.

При накладенні магнітного поля з індукцією $\vec{B}$, спрямованого вздовж осі трубки, електрони починають здійснювати додаткове обертання навколо циліндра — за або проти годинникової стрілки залежно від орієнтації поля (рис. 4.2).

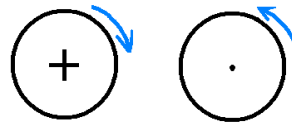


Рис. 4.2. Напрямок обертового руху електронів на трубці в поздовжньому магнітному полі

За наявності такого поля енергія орбітального руху модифікується і набуває вигляд [15]:

$$\varepsilon_l = \varepsilon_0 (l + \eta)^2 \quad (4.6)$$

де $\eta = \Phi / \Phi_0$, $\Phi = \pi a^2 B$ – магнітний потік через поперечний переріз нанотрубки, $\Phi_0 = 2\pi\hbar/e$ – квант магнітного потоку, c – швидкість світла, e – заряд електрона. Отриманий вираз безпосередньо випливає з рівняння Шредінгера в циліндричній системі координат:

$$\frac{1}{2m_*} \left(-i\hbar\nabla - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 \psi = \varepsilon \psi \quad (4.7)$$

де ψ – хвильова функція електрона, $\vec{A}$ – векторний потенціал магнітного поля. У поздовжньому магнітному полі $\vec{B}$ повна енергія електрона визначається як:

$$\varepsilon_{lk} = \varepsilon_0 (l + \eta)^2 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_*} + \sigma \mu_B B \quad (4.8)$$

а стаціонарні стани описуються відповідними власними функціями

$$\langle \varphi z | lk \rangle = \frac{e^{il\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikz} \quad (4.9)$$

Дія магнітного поля призводить до зсуву основного енергетичного рівня та до зняття двократної виродженості рівнів з $l \neq 0$, що схематично показано на рисунку 4.3.

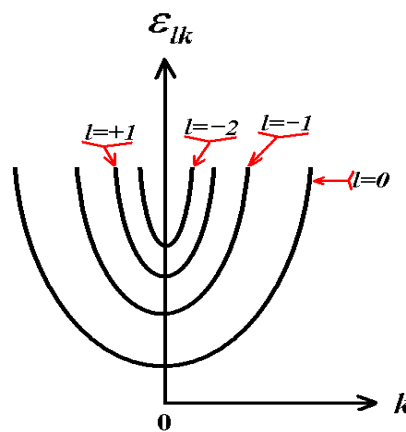


Рис. 4.3. Схематичне зображення перебудови енергетичного спектра електрона в нанотрубці під дією магнітного поля

У випадку якщо $0 < \eta < 1/2$, то рівні з різними ε_l впорядковуються в одну послідовність: $\varepsilon_0 \eta^2 < \varepsilon_{-1} < \varepsilon_{+1} < \varepsilon_{-2} < \dots$. Тоді, як при $1/2 < \eta < 1$, то послідовність рівнів ε_l та їх чергування інше: $\varepsilon_{-1} < \varepsilon_0 \eta^2 < \varepsilon_{-2} < \varepsilon_1 < \dots$

Оцінімо значення магнітного поля B , якщо виконується умова $\Phi = \Phi_0$:

$$B_m = \frac{2\pi c \hbar}{e \pi a^2} = \frac{10^{10} 10^{-27}}{10^{-10} 10^{-12}} G = 10^5 G \quad (4.10)$$

Зменшення радіуса нанотрубки в десять разів призводить до зростання відповідного поля у сто разів. У межах експериментально досяжних магнітних полів виконується умова $\eta \ll 1$. На рис. 4.4 (а) наведено спектр енергії електронів для випадку $\eta < 1/2$.

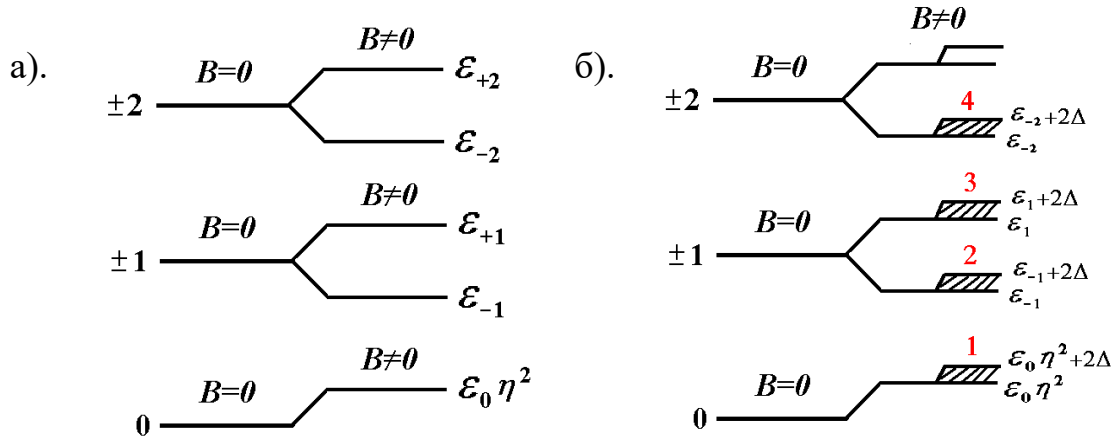


Рис 4.4 Схема енергетичних рівнів у поздовжньому магнітному полі

Запровадження поздовжньої надґратки зумовлює появу періодичного потенціалу вздовж осі нанотрубки. У межах наближення сильного зв'язку це призводить до формування енергетичного спектра [16]:

$$\varepsilon_{lk} = \varepsilon_0 (l + \eta)^2 + \Delta (1 - \cos kd) \quad (4.11)$$

де Δ й d відповідають амплітуді й періоду над ґратки відповідно.

Якщо виконується нерівність $kd \ll 1$, маємо $\varepsilon_k = \hbar^2 k^2 / 2m_*$, де $m_* = \hbar^2 / \Delta d^2$. Вважаючи, що ефективні маси електрона в поперечному (в ε_l) і поздовжньому (в ε_k) напрямках є однаковими, імпульс електрона уздовж осі трубки набуває властивостей квазіімпульсу $\hbar k$. Його значення обмежуються першою зоною Бріллюєна:

$$-\frac{\pi}{d} \leq k \leq +\frac{\pi}{d} \quad (4.12)$$

Унаслідок цього в енергетичному спектрі виникає система мінізон із характерною шириною $\sim 2\Delta$. Відповідна схема енергетичних рівнів для випадку $\eta < 1/2$ наведена на рис. 4.4 (б).

На рис. 4.5 показано залежність енергії електрона ε_{lk} від хвильового вектора в межах першої зони Бріллюєна $\left[-\frac{\pi}{d}, \frac{\pi}{d}\right]$.

У конфігурації (а) мінізони не перекриваються, тоді як у випадку (б) спостерігається їх взаємне перекриття.

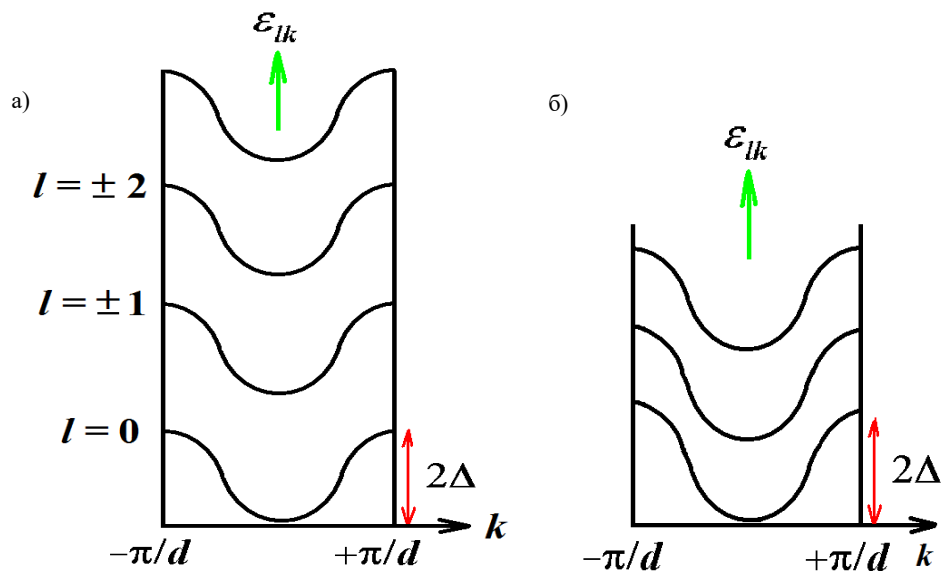


Рисунок 4.5 Схема рівнів мінізон

РОЗДІЛ 5. ГУСТИНА ЕЛЕКТРОННИХ СТАНІВ НА ПОВЕРХНІ НАНОТРУБКИ З НАДГРАТКОЮ

У межах однозонної моделі енергія електрона, що характеризується ефективною масою m_* та спіновим магнітним моментом μ_B , на поверхні циліндричної нанотрубки з поздовжньою надгратковою модуляцією в зовнішньому магнітному полі, спрямованому вздовж осі трубки, описується виразом (докладний вивід наведено в розділі 3):

$$\varepsilon_{lk\sigma} = \varepsilon_0(l + \eta)^2 + \Delta(1 - \cos kd) + \sigma\mu_B B \quad (5.1)$$

У формулі величини $l = 0, \pm 1, \dots$ і k відповідають проекціям кутового моменту та імпульсу електрона на вісь нанотрубки відповідно, $\sigma = \pm 1$ – спінове квантове число, $\varepsilon_0 = (2m_* a^2)^{-1}$ – оберতальне квантове число, a – радіус трубки, параметр $\eta = \Phi/\Phi_0$ визначає відношення магнітного потоку $\Phi = \pi a^2 B$ магнітної індукції B , що пронизує переріз трубки до елементарного кванта потоку $\Phi_0 = 2\pi/e$ [16], d і Δ – період та амплітуда потенціалу, який задає поздовжню ґратку. Надалі вважаємо квантову сталу рівною одиниці.

За відсутності надграткової модуляції $d \rightarrow 0$, $\Delta \rightarrow \infty$, $d^2 \Delta \rightarrow m_*^{-1}$ спектр суттєво спрощується: поздовжня складова енергії електрона зводиться до $k^2/2m_*$. При цьому приймається, що ефективна маса електрона вздовж осі трубки збігається з його поперечною ефективною масою. У такому випадку спектр (5.1) перетворюється на сукупність одновимірних дотичних підзон, межі яких $\varepsilon_l^\sigma = \varepsilon_0(l + \eta)^2 + \sigma\mu_B B$ не є рівновіддаленими.

Порядок розташування енергетичних рівнів ε_l^σ визначається величиною відношення магнітного потоку до потоку кванта η . Якщо виконується умова $\eta < 1/2$, рівні впорядковуються в одну послідовність $\varepsilon_0^- < \varepsilon_0^+ < \varepsilon_{-1}^- < \varepsilon_{-1}^+ < \varepsilon_1^- < \varepsilon_1^+ < \dots$, тоді як за $\eta > 1/2$ їх чергування змінюється $\varepsilon_{-1}^- < \varepsilon_{-1}^+ < \varepsilon_0^- < \varepsilon_0^+ < \varepsilon_{-2}^- < \varepsilon_{-2}^+ < \dots$. Індокси $\pm$ відповідають двом можливим орієнтаціям спіну електрона.

Густина електронних станів у відсутності надґратки характеризується кореневими сингулярностями в околі країв підзон і має вигляд [15]

$$\nu_{\sigma}(\varepsilon) = \frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{m_*}{2}} \sum_l \frac{1}{\sqrt{\varepsilon - \varepsilon_l^{\sigma}}} \quad (5.2)$$

де L – довжина нанотрубки.

Запровадження поздовжньої надґратки приводить до виникнення додаткового періодичного потенціалу вздовж осі Z . Отже, внаслідок цього спектр електронів, що рухаються вздовж трубки, набуває зонної структури. Формується система мінізон із характерною шириною 2Δ , які розділені енергетичними проміжками. За умови $\eta < 1/2$ ширини щілин з непарними номерами $p = 1, 3, 5, \dots$ між нижніми мінізонами дорівнюють $\delta\varepsilon_p = \Omega_0 - 2\Delta$, , тоді як для щілин із парними номерами $p = 2, 6, 10, \dots$ відповідні значення становлять $\delta\varepsilon_p = 1/2 p\varepsilon_0(1 - 2\eta) - \Omega_0 - 2\Delta$.

Якщо ж номери дорівнюють $p = 4, 8, 12, \dots$, маємо $\delta\varepsilon_p = p\varepsilon_0\eta - \Omega_0 - 2\Delta$, де $\Omega_0 = 2\mu_B B$. У цьому випадку $\eta > 1/2$ отримуємо $\delta\varepsilon_p = \Omega_0 - 2\Delta$, $p = 1, 3, 5, \dots$, $\delta\varepsilon_p = 1/2 p\varepsilon_0(2\eta - 1) - \Omega_0 - 2\Delta$, $p = 2, 6, 10, \dots$, $\delta\varepsilon_p = p\varepsilon_0(1 - \eta) - \Omega_0 - 2\Delta$, $p = 4, 8, 12, \dots$. З наведених формул випливає, що зі збільшенням радіуса нанотрубки $\delta\varepsilon_p$ деякі з мінізон набувають негативних ефективних ширин, що фізично відповідає їх перекриттю.

Для електронів із фіксованою орієнтацією спіну густина станів, що відповідає енергетичному спектру (4.1), визначається виразом [14]

$$\nu(\varepsilon) = \frac{L}{\pi d} \sum_l \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon - \varepsilon_l)(\varepsilon_l + 2\Delta - \varepsilon)}} \quad (5.3)$$

де $\varepsilon_l = \varepsilon_0(l + \eta)^2$. Сумування у формулі (5.3) проводиться лише за тими квантовими числами для яких підкореневий вираз є додатним.

На рис. 5.1 у вигляді залежності наведено безрозмірну густину електронних станів:

$$A = \pi \nu d \varepsilon_0 / 2L \quad (5.4)$$

Вона обчислена за формулою (5.3), для двох найнижчих мінізон як функцію безрозмірної енергії $\varepsilon/\varepsilon_0$ при параметрах $\eta = 0.1$ $\Delta/\varepsilon_0 = 0.1$, типових для сучасних експериментальних досліджень [6].

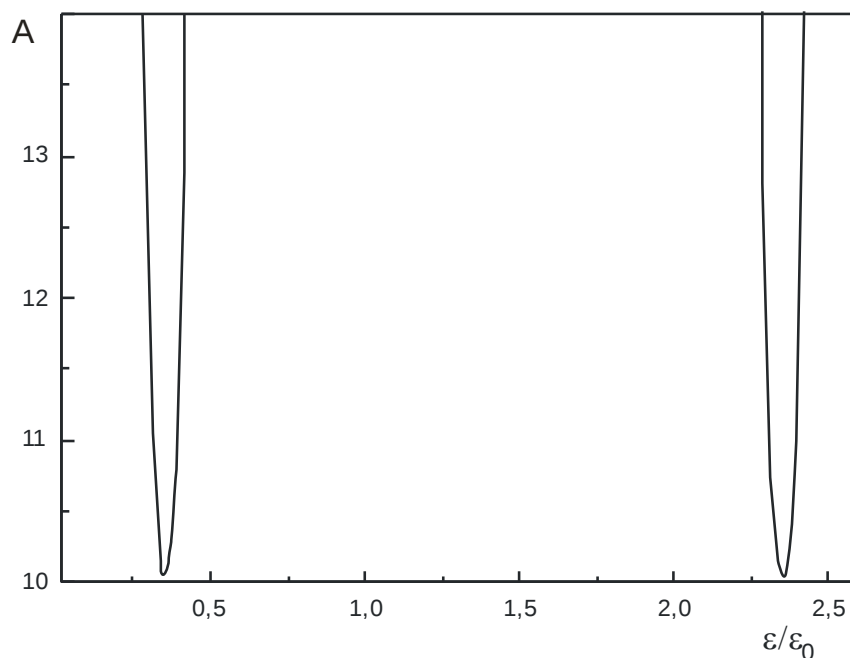


Рисунок 5.1. Густина енергетичних станів електронів (5.3) у двох найнижчих мінізонах для числових значень параметрів, наведених у тексті

РОЗДІЛ 6. ПАРАМАГНЕТИЗМ ПАУЛІ НА ТРУБЦІ З УРАХУВАННЯМ НАДГРАТКИ

6.1. Спінова намагніченість електронного газу

Фермі–діраківська функція розподілу електронів у нанотрубці з урахуванням проєкції спіна σ має вигляд [16]:

$$f_{\sigma}(\varepsilon_{lk}) = \left[e^{\beta(\varepsilon_{lk} + \sigma\mu_B B - \mu)} + 1 \right]^{-1} \quad (6.1)$$

де μ – хімічний потенціал, β – обернена температура. Спіновий магнітний момент електрона описується співвідношенням:

$$M = \mu_B \sum_{lk} [f_{-}(\varepsilon_{lk}) - f_{+}(\varepsilon_{lk})] \quad (6.2)$$

Зазвичай виконується умова $\mu_B B \ll \mu$ за якої вираз (6.2) набуває вигляд:

$$f_{-} - f_{+} = -2\mu_B B \frac{df(\varepsilon_{lk})}{d\varepsilon_{lk}}. \quad (6.3)$$

Для виродженого електронного газу в нанотрубці з формул (6.2) і (6.3) безпосередньо впливає формула Паулі для спінового магнітного моменту нанотрубки:

$$M = 2\mu_B^2 \nu(\mu_0), \quad (6.4)$$

де μ_0 – енергія Фермі.

За відсутності надгратки у формулі (6.4) фігурує густина електронних станів, визначена співвідношенням (5.2). У граничному випадку $a \rightarrow \infty$ підсумовування за квантовим числом l у виразі (5.2) можна замінити інтегруванням. З фточки зору фізики такий граничний перехід відповідає уявному розгортанню нанотрубки в двовимірну стрічку площею $S = 2\pi aL$. В такій ситуації намагніченість, описана формулою (6.4), переходить у магнітну сприйнятливість Паулі для двовимірного електронного газу на площині:

$$\chi = \frac{M}{SB} = \frac{m_* \mu_B^2}{\pi}. \quad (6.5)$$

де $S = 2\pi aL$ – площа бічної поверхні нанотрубки. Вираз (6.5) відповідає розрізанню нанотрубки вздовж твірної з розгортанням трубки на площину.

6.2. Спінова намагніченість у квантовій границі

Для нанотрубок, що зазвичай розглядаються в теоретичних і прикладних дослідженнях, характерні радіуси порядку $(10^{-7} - 10^{-6})$ см. За таких геометричних параметрів, якщо поверхнева концентрація електронів на стінці трубки не перевищує значення $(\pi ad)^{-1}$, то ферміївська енергія μ_0 розміщується в межах найнижчої мінізони енергетичного спектра $\varepsilon_0 \eta^2 < \mu_0 < \varepsilon_0 \eta^2 + 2\Delta$ (рис. 6.1).

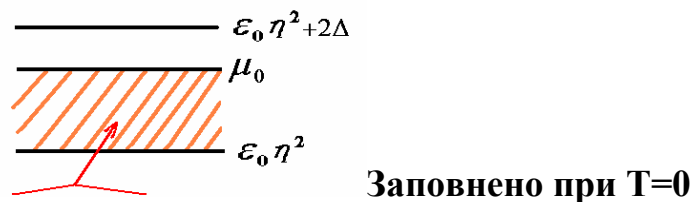


Рисунок 6.1. Енергія Фермі в межах нижньої мінізони

За цих умов спінова намагніченість системи визначається виразом:

$$M = \frac{2\mu_B BL}{\pi d} [(\mu_0 - \varepsilon_0 \eta^2)(\varepsilon_0 \eta^2 + 2\Delta - \mu_0)]^{-1/2} \quad (6.6)$$

Енергія Фермі μ_0 , яка входить до формули (6.6), пов'язана з поверхневою густиною електронів η співвідношенням:

$$\mu_0 = \varepsilon_0 \eta^2 + \Delta(1 - \cos \pi^2 a d n) \quad (6.7)$$

Функція $M(\mu_0)$, що фігурує у виразі (6.6), характеризується кореневими особливостями на межах відповідних мінізон. У міру заповнення нижньої мінізони рівень Фермі, згідно з виразом (6.7), зміщується від нижньої межі $\varepsilon_0 \eta^2$ при $n=0$ до верхньої межі $\varepsilon_0 \eta^2 + 2\Delta$ при $n = (\pi a d)^{-1}$.

6.3. Спінова намагніченість у квазікласичному випадку

У квазікласичному режимі $\mu_0 \gg \varepsilon_0$, коли нижче рівня Фермі розташовується значна кількість енергетичних рівнів ε_l , спектр можна вважати майже неперервним. За таких умов підсумовування за квантовим числом l , яке входить до виразів (5.2), (5.3) та (6.4), доцільно замінити обчисленням за допомогою формули Пуассона. У результаті спінова магнітна сприйнятливість розкладається на дві складові — плавну (монотонну) та осцилюючу :

$$\chi = \chi_{mon} + \chi_{osc} \quad (6.8)$$

У разі відсутності як надгратки, так і магнітного потоку Φ , обидві складові зводяться до добре відомого результату для двовимірного електронного газу, локалізованого на площині:

$$\chi = \frac{m_* \mu_B^2}{\pi} \left[1 + 2 \sum_{r=1}^{\infty} J_0 \left(2\pi r \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \right) \right] \quad (6.9)$$

де J_0 — функція Бесселя відповідного порядку.

Спінова сприйнятливість нанотрубки з надграткою та магнітним потоком Φ залежить від параметра $\mu_0/2\Delta$. Отже, якщо виконано $\mu_0 < 2\Delta$, то

$$\chi_{mon} = \frac{2\mu_B^2}{\pi^2 d} \sqrt{\frac{m_*}{\Delta}} K \left(\sqrt{\frac{\mu_0}{2\Delta}} \right) \quad (6.10)$$

де

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \quad (6.11)$$

— де $K(k)$ — повний еліптичний інтеграл I роду, а k — його модуль. За відсутності надгратки формула (6.10) природним чином переходить у класичний результат (6.5), що відповідає двовимірному електронному газу на площині.

Осцилююча складова спінової сприйнятливості при $\mu_0 < 2\Delta$ і $\mu_0 \gg \varepsilon_0$ має вигляд:

$$\chi_{osc} = \frac{2\mu_B^2}{\pi^2 a d \varepsilon_0} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2\Delta}} \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/4} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2\pi r \eta}{\sqrt{r}} \cos \left(2\pi r \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} - \frac{\pi}{4} \right) \quad (6.12)$$

Залежність (6.12) демонструє осциляції, за своєю природою близькі до ефекту де Гааза—ван Альфена, а також до осциляцій типу Ааронова—Бома. Фізичний механізм осциляцій де Гааза—ван Альфена пов'язаний з проходженням особливостей густини електронних станів, локалізованих поблизу рівнів ε_l , через рівень Фермі μ_0 у процесі зміни параметрів системи.

Які саме параметри можуть змінюватися в реальній ситуації? Як приклад розглянемо варіювання радіуса нанотрубки a . Практично це може бути реалізовано шляхом дослідження ансамблю нанотрубок із різними значеннями радіуса. У такому разі в аргументі косинуса у формулі (6.12) з'являється залежність від a , що й зумовлює осцилюючу поведінку:

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\hbar^2} 2m_* a^2} = \frac{\sqrt{2m_* \mu_0}}{\hbar} a = k_F a = v_a a \quad (6.13)$$

де $v_a = k_F$ – частота осциляцій при зміні параметра a . За своїм фізичним змістом вона збігається з ферміївським хвильовим числом двовимірного електронного газу (2DEG). Так, як густина електронного стану у 2DEG дорівнює $n = \frac{m_* \mu_0}{\pi \hbar^2}$, а густина електронних станів для фіксованої проєкції спіна є сталою і задається виразом $\nu = \frac{m_* S}{2\pi \hbar^2}$. За цих умов підкореневий вираз, що входить до аргументу косинуса у формулі (6.12), може бути приведений до такого вигляду:

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\pi \hbar^2 n 2m_* a^2}{m_* \hbar^2}} = \sqrt{2\pi a} \sqrt{n} = v_{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{n}, \quad v_{\sqrt{n}} = \sqrt{2\pi a}. \quad (6.14)$$

Звідси випливає, що при варіюванні параметра $\sqrt{n}$ характерна частота осциляцій визначається співвідношенням:

$$v_{\sqrt{n}} = \sqrt{2\pi a} \quad (6.15)$$

Варто зауважити, що осциляції типу де Гааза—ван Альфена в даній системі не залежать від величини прикладеного магнітного поля. Їх частоту зручно визначати з простої умови збігу ферміївського хвильового вектора μ_0 з відповідним квантовим масштабом системи $\varepsilon_0 l^2$:

$$\mu_0 = \varepsilon_0 l^2, \quad l = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0 m_* 2}{\hbar^2}} a \quad (6.16)$$

Якщо параметр a змінюється так, що l зростає на одиницю, то, використовуючи співвідношення між $l = k_F a$ та $l + 1 = k_F (a + \Delta a)$, можна знайти характерну зміну $1 = k_F \Delta a$. У результаті період осциляцій за параметром a набуває вигляду $\Delta a = \frac{1}{k_F} = \frac{1}{\nu_a}$

Аналогічним способом можуть бути отримані й інші характерні частоти осциляцій де Гааза—ван Альфена: $\cos\left(2\pi r \nu_a a - \frac{\pi}{4}\right)$.

У режимі, коли виконується умова $\mu_0 > 2\Delta$, монотонна складова спінової магнітної сприйнятливості визначається виразом:

$$\chi_{mon} = \frac{2\mu_B^2}{\pi^2 a d \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} K\left(\sqrt{\frac{2\Delta}{\mu_0}}\right) \quad (6.17)$$

Для граничного випадку $\mu_0 \gg 2\Delta$ можна отримати асимптотичне спрощення:

$$\chi_{mon} = \frac{\mu_B^2}{\pi a d \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (6.18)$$

яка є типовою для одновимірної електронної системи з енергетичною густиною станів $\nu \propto \varepsilon^{-1/2}$. Осцилююча складова спінової сприйнятливості у цьому ж режимі $\mu_0 > 2\Delta$, $\mu_0 - 2\Delta \gg \varepsilon_0$ описується виразом:

$$\chi_{osc} = \frac{2\mu_B^2}{\pi^2 a d \varepsilon_0} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2\Delta}} \times \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2\pi r \eta}{\sqrt{r}} \left[\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{1/4} \cos\left(2\pi r \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} - \frac{\pi}{4}\right) + \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0 - 2\Delta}\right)^{1/4} \cos\left(2\pi r \sqrt{\frac{\mu_0 - 2\Delta}{\varepsilon_0}} + \frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (6.20)$$

Порівняльний аналіз формул (6.12) та (6.20) показує, що спінова сприйнятливість як функція параметра $\sqrt{\mu_0}$ демонструє осциляційну поведінку, подібну до осциляцій де Гааза—ван Альфена, з характерним періодом $\sqrt{\varepsilon_0}$. Крім того, вирази описують осциляції Ааронова—Бома, які виникають при зміні магнітного потоку, що пронизує поперечний переріз нанотрубки. Період цих осциляцій визначається квантом магнітного потоку Φ_0 . Осциляції, описані формулою (6.12), зумовлені проходженням густини електронних станів, локалізованих у точках ε_l , через рівень Фермі при зміні параметрів системи. Поява двох осцилюючих доданків у формулі (6.20) пов'язана з тим, що у випадку $\mu_0 > 2\Delta$ при варіюванні геометричних параметрів нанотрубки через рівень Фермі μ_0 послідовно проходять не лише нижні границі мінізон, але й верхні, що зображено на рис. 6.2.

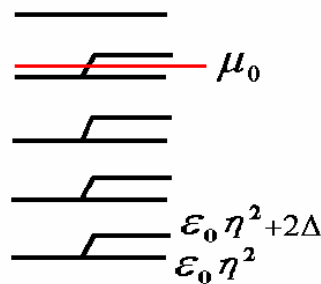


Рисунок 6.2. Енергетичний спектр нанотрубки з мінізонами

Перший доданок у виразі (6.20) відповідає проходженню нижньої межі мінізони ε_l через рівень Фермі μ_0 , а другий зумовлений перетином верхньої межі мінізони $\varepsilon_l + 2\Delta$ з рівнем μ_0 . Частоти осциляцій, пов'язані з другим доданком, можуть бути визначені з умови $\varepsilon_l + 2\Delta = \mu_0$. Наявність двох близьких за значенням частот осциляцій у випадку $2\Delta \ll \mu_0$ призводить до виникнення биття, які якісно проілюстровані на рис. 6.3. При зміні параметра a на основну осциляційну залежність k_F накладається додаткова модуляція з амплітудою $k_F \frac{\Delta}{\mu_0}$. Відносна різниця амплітуд складових коливань

визначається величиною $\Delta/2\mu_0$. Зі зростанням цього параметра биття поступово переходять у слабкі модуляції та при $\mu_0 < 2\Delta$ повністю зникають.

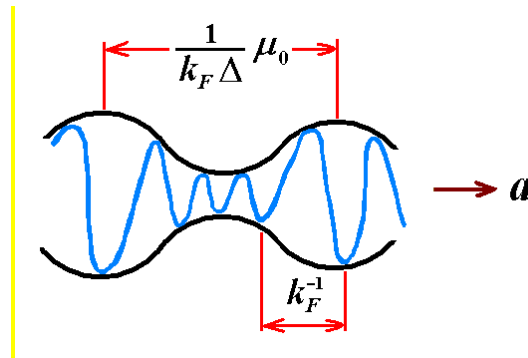


Рисунок 6.3 Схематичне зображення биттів осциляцій

Наведені вище рівняння і міркування потребують підтвердження шляхом прямого чисельного моделювання. Побудова відповідних залежностей на комп'ютері показує, що на графіках залежності спінової сприйнятливості χ від поверхневої густини електронів або радіуса нанотрубки дійсно спостерігається характерна картина биття (рис. 6.4). Відношення частоти биття до основної частоти осциляцій при $\Delta \ll \mu_0$ відповідає Δ/μ_0 , тоді як різниця амплітуд у формулі (6.20) є пропорційною параметру Δ/μ_0 . При зростанні μ_0/Δ ефект биттів стає більш вираженим, тоді як у граничному випадку $\mu_0 < 2\Delta$ биття повністю зникають.

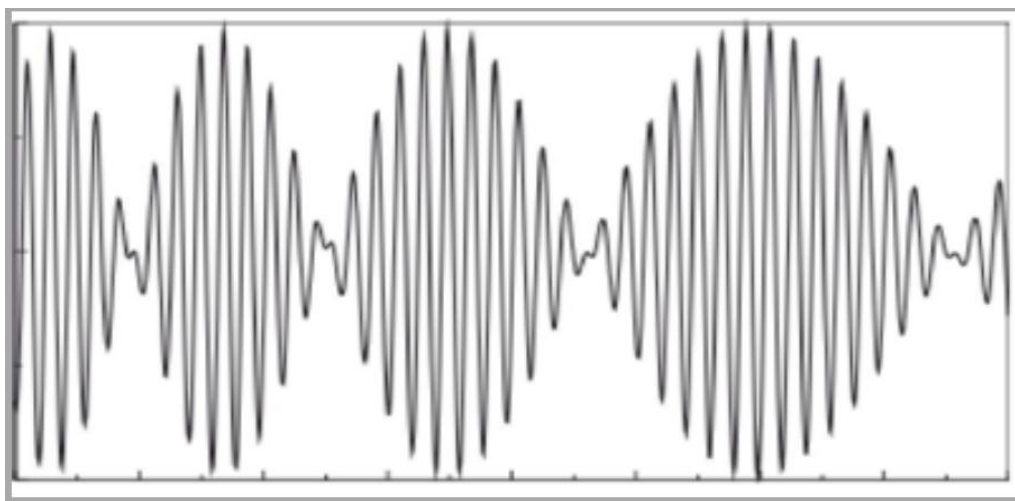


Рисунок 6.4. Биття у залежності спінової сприйнятливості χ від поверхневої густини електронів або радіусу нанотрубки

ВИСНОВКИ

Зростання інтересу до вуглецевих і напівпровідникових нанотрубок зумовлене сукупністю як фундаментальних, так і прикладних чинників. Ці об'єкти широко застосовуються як активні елементи сучасних наноелектронних і сенсорних пристроїв. Важливою особливістю нанотрубок є наявність додаткового керуючого параметра — кривизни простору, що істотно розширює можливості цілеспрямованого впливу на їхні електронні та магнітні властивості. Крім того, розвиток технологій нанофабрикації дає змогу формувати на поверхні нанотрубок періодичні потенціали, тобто надґратки. Наявність надґратки вводить нові характеристики системи — період і амплітуду модуляції потенціалу, що призводить до ускладнення фізичної картини процесів в електронному газі на поверхні трубки.

У даній дипломній роботі досліджено вплив повздовжньої надґратки на спінову намагніченість виродженого електронного газу, який локалізується на поверхні нанотрубки. Виконано аналіз в межах стандартної теоретичної моделі, в якій двовимірний електронний газ на площині згортається у квантовий циліндр. Такий підхід дозволяє адекватно врахувати як геометрію системи, так і квантові ефекти, пов'язані з періодичністю потенціалу.

У межах запропонованої моделі та проведеного аналізу отримано такі основні наукові результати:

1. Встановлено, що за умов заповнення обмеженої кількості мінізон спінова намагніченість як функція густини електронів характеризується кореневими особливостями на межах мінізон.
2. У режимі, коли заповнено велику кількість рівнів поперечного руху електронів, встановлено існування як монотонної, так і осцилюючої складових спінової намагніченості.
3. Показано, що характер осциляцій визначається співвідношенням між енергією Фермі та шириною мінізони. За великих значень цього

параметра на залежностях намагніченості від густини електронів виникає ефект биттів.

Отримані в роботі результати свідчать, що аналіз періодів осциляцій спінової намагніченості дозволяє отримувати інформацію про параметри енергетичного спектра електронів, а також про геометричні характеристики нанотрубки. Дослідження биттів дає змогу оцінити амплітуду модуляції потенціалу надгратки. Спостереження осциляцій магнітної сприйнятливості типу де Гааза—ван Альфена дає змогу визначення таких фундаментальних величин, як ефективна маса електрона, імпульс Фермі, обертальний квант і параметри надгратки, оскільки саме вони входять до виразів для амплітуди та періоду осциляцій.

Надійність отриманих у роботі результатів гарантується застосуванням апробованих і загальноновизнаних методів квантової механіки, статистичної фізики та фізики магнітних явищ. Наукова обґрунтованість проведеного аналізу підтверджується також тим, що у відповідних граничних випадках, зокрема при переході до моделі двовимірного електронного газу на площині, отримані результати узгоджуються з відомими даними, наведеними у науковій літературі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кєлдиш Л. В. Електронні властивості напівпровідників у сильному полі *Фізика твердого тіла*. – 1962. – Т. 4. – С. 2265–2273.
2. Герман М. Напівпровідникові надґратки. – Київ : Наукова думка, 1989. – 240 с.
3. Драгунов В. П., Невідомий І. Г., Гридчин В. А. Основи наноелектроніки. – Київ, 2006. – 496 с.
4. Marques M. A. L., D’Avezac M., Mauri F. Magnetic response and NMR spectra of carbon nanotubes from *ab initio* calculations *Physical Review B: Condensed Matter and Materials Physics*. – 2006. – Vol. 73, No. 12. – Art. 125433.
5. Harris P. J. F. Carbon nanotubes and related structures: new materials for the twenty-first century. – Cambridge : Cambridge University Press, 2001. – 279 p.
6. Басс Ф. Г., Булгаков А. А., Тетервов А. П. Високочастотні властивості напівпровідників із надґратками. – Київ : Наукова думка, 1989. – 288 с.
7. Hamada N., Sawada S., Oshiyama A. New one-dimensional conductors: graphitic microtubules // *Physical Review Letters*. – 1992. – Vol. 68, No. 10. – P. 1579–1581.
8. Iijima S., Ichihashi T. Single-shell carbon nanotubes of 1-nm diameter *Nature*. – 1993. – Vol. 363, No. 6430. – P. 603–605.
9. Popov V. N. Carbon nanotubes: properties and applications *Materials Science and Engineering: R: Reports*. – 2004. – Vol. 43, No. 3. – P. 61–102.
10. Ebbesen T. W., Ajayan P. M. Large-scale synthesis of carbon nanotubes *Nature*. – 1992. – Vol. 358, No. 6383. – P. 220–222.
11. Погорілий О. М., Рябченко С. М. Магнітні властивості низьковимірних електронних систем. *Український фізичний журнал*. – 2010. – № 6. – С. 37–44.

12. **Iijima S.** Helical microtubules of graphitic carbon *Nature*. – 1991. – Vol. 354. – P. 56–58.
13. **Platzman P. M., Wolff P. A.** Waves and interactions in solid state plasmas. – New York : Academic Press, 1973. – 436 p.
14. **Ishibashi K., Yorozu S., Arima T., Kawamura M., Tokura Y., Karube K., Nagaosa N.** Research on quantum materials and quantum technology at RIKEN. – 2025.
15. **Бурдейний В., Касіяненко В.** Енергетичний спектр електронів у електричному полі зарядженого квантового нанокільця. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. – 2024. – № 3(1). – С. 32–40.
16. **Єрмолаєв О. М., Рашба Г. І., Соляник М. А.** Квантові ефекти у низьковимірних системах. *Фізика низьких температур*. – 2011. – Т. 37. – С. 1033–1041.