

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В.Н. КАРАЗІНА

(повне найменування вищого навчального закладу)

ІННІ «ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ»

(назва факультету)

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ ФІЗИКИ ТА ФІЗИКИ ПЛАЗМИ

(повна назва кафедри)

Пояснювальна записка

до дипломного проекту (роботи)

БАКАЛАВРА

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему

укр. «Оптимізація розташування діагностик швидких іонів в токамаках та
стелараторах з використанням діагностичних вагових функцій»
англ. «Optimization of fast-ion diagnostic sets in tokamaks and stellarators using
diagnostic weight functions»

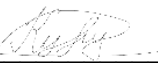
Виконав(ла): студент 4 курсу навчання

за ОПП бакалавр

напрям підготовки 105 Прикладна фізика та
наноматеріали

Кузьмич І. В.

(прізвище та ініціали)



(особистий підпис)

Керівник: доц. Афанасьєва І.О.

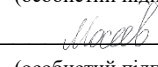
(прізвище та ініціали)



(особистий підпис)

Керівник: проф. Мосєєв Д.

(прізвище та ініціали)



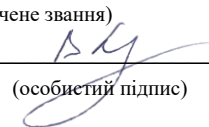
(особистий підпис)

Рецензент: доктор фіз.-мат. наук

(вчений ступінь, вчене звання)

Лісовський В.О.

(прізвище та ініціали)



(особистий підпис)

АНОТАЦІЯ

У термоядерній плазмі швидкі іони мають немаксвелівську функцію розподілу за швидкостями. Її реконструкція має вирішальне значення для розуміння фізики палаючої плазми. У тороїдально-симетричних токамаках функція розподілу швидких іонів у фазовому просторі є тривимірною. У стелараторах вона може бути п'ятивимірною. Таким чином, функція розподілу швидких іонів у фазового простору завжди недостатньо діагностується, і кожен нову діагностику швидких іонів слід ретельно оцінювати перед встановленням для мінімізації надмірностей у вимірюваннях і максимізації інформації з ще недіагностованої частини фазового простору функції розподілу. В роботі пропонується новий метод оцінки додаткової інформації розглянутих діагностик швидких іонів, з врахуванням фактичної геометрії та існуючого набору діагностик. Новий метод базується на переформулюванні діагностичних вагових функцій у константах руху. Запропонований метод порівнюється з попереднім підходом, в якому для розв'язку аналогічних задач використовується моделювання Монте-Карло.

ABSTRACT

In thermonuclear plasma, fast ions have a non-Maxwellian velocity distribution function. Reconstruction of this function is crucial for understanding the physics of burning plasma. In toroidally symmetric tokamaks, the fast ion phase space distribution function is three dimensional. In stellarators it can be five-dimensional. Thus, the fast ion phase space distribution function is always underdiagnosed, and any new fast ion diagnostic should be carefully evaluated before installation to minimize measurement redundancy and maximize information from the undiagnosed part of the distribution function phase space. The paper proposes a new method to evaluate the additional information of the considered fast ion diagnostics, taking into account the actual geometry and the existing set of diagnostics. The new method is based on the reformulation of diagnostic weighting functions in terms of motion constants. The proposed method is compared with the previous approach using Monte Carlo simulation to solve similar problems.

ЗМІСТ

Вступ.....	5
Розділ 1. Літературний огляд	9
Розділ 2. Вступ у поняття вагових функцій.....	12
2.1. Вагова функція для діагностики FIDA.....	12
2.2. Вагова функція для діагностики CTS.....	17
2.3. Інтервали застосування.....	18
Розділ 3. Модель W7-X.....	19
3.1. Реальна модель W7-X	19
3.2. Спрощена модель	20
3.3. Позначення та класифікація.....	24
Розділ 4. Метод порівняння діагностичних об'єктів	26
4.1. Побудова кореляційної матриці	26
4.2. Програмне забезпечення	28
Висновки	32
Додатки.....	33
Список використаних джерел	36

ВСТУП

У світі зростання кількості споживаної енергії, зростає необхідність у «нескінченних» її джерелах. Перспективним напрямком досягнення даної мети є застосування, в якості джерела енергії, термоядерного синтезу. Одним з методів його реалізації є магнітне утримання гарячої плазми. На жаль, на шляху до керованого термоядерного синтезу, стоять, наразі, не вирішені фундаментальні проблеми, пов'язані з утримання плазми, її стійкості та досягнення критерія Лоусона.

Прототипами термоядерного реактора на основі утримання гарячої плазми сильним магнітним полем є токамаки та стеларатори. Вони мають вигляд тороїда і явно відрізняються тим, що стеларатори мають більш складну 3D форму, що дає змогу використовувати для створення магнітного поля лише зовнішні котушки.

Ключовим компонентом палаючої термоядерної плазми є швидкі іони оскільки вони використовуються для нагрівання, отож і підтримки термоядерного синтезу, а також слугують джерелами імпульсу та струму в плазмі. Зазвичай, вони вносять незначний внесок у щільність плазми, але можуть становити до 30% тиску плазми. На сучасних пристроях, основним джерелом швидких іонів є інжектори нейтральних пучків (NBI) та системи іонно-циклотронного нагріву. У плазмі термоядерного синтезу основним джерелом нагріву будуть швидкі альфа-частинки, для яких типова температура сягає 3.5 MeV і які є вихідними продуктами синтезу ядер ізотопів водню [1].

На жаль, існує певна кількість транспортних механізмів, які призводять до перерозподілу швидких іонів, який супроводжується погіршенням ефективності швидкоіонного нагріву, отож і до втрат, що знижує потужність реактора, а в найгіршому ж випадку, призводить й до пошкодження машини [1]. Основною причиною перенесення швидких іонів є магнітогідродинамічні флуктуації [2]. Щоб зрозуміти властивості та механізми магнітогідродинамічного перенесення швидких іонів необхідні точні

вимірювання розподілу швидких іонів у фазовому просторі з роздільною здатністю у часі [1]. Однак, швидкі іони не підкорюються максвелівській функції розподілу, тобто вона може бути довільною, що ускладнює діагностування.

У тороїдально-симетричному токамаці функція розподілу в фазовому просторі може бути записана у трьох координатах [3], але, формально, реальні токамаки не є тороїдально-симетричними, оскільки система котушок складається з 10-20 окремих, а не щільного соленоїда, що призводить до пульсації магнітного поля [4] і кутовий тороїдальний момент вже не є константою руху, отож і функція розподілу не зводиться до тривимірної.

Стеларатори ж мають тороїдальну асиметрію, отож частина конфігураційного простору функції розподілу повинна бути тривимірною. Завдяки швидкому обертанню іонів, функцію розподілу за швидкостями можна виразити у двовимірному просторі, обравши швидкості відносно магнітного поля, тобто $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ [5]. Таким чином, функція розподілу швидких іонів у фазовому просторі для стелараторів зводиться до п'ятивимірної (5D).

На даний час не існує єдиної діагностики, здатної реконструювати всю функцію розподілу у фазовому просторі. Такі реконструкції наразі можливі лише в просторі швидкостей і в тороїдально-симетричних токамаках, але надзвичайно складні в 5D, оскільки ми завжди маємо недостатньо діагностичних даних, а кількість ліній зору обмежена простором навколо машини і оптичним доступом до машини [5].

Але вимірювальні величини, такі як інтенсивність випромінювання, можуть бути пов'язані з функцією розподілу швидких іонів у фазовому просторі за допомогою деяких вагових функцій. Аналізуючи вагові функції можна визначити, як кожна діагностика доповнює одна одну. Вагові функції використовують під час встановлення нової діагностики для максимального охоплення фазового простору швидких іонів усім діагностичним комплексом на даному пристрої. Це дає змогу стратегічно розмістити діагностики задля максимізації додаткової інформації, та сформулювати обернену задачу, яка

може бути розв'язана методами томографії, коли функцію розподілу швидких іонів реконструюють за допомогою світлопросторової томографії [1].

Останніми роками відзначається значний прогрес у реконструкції функції розподілу швидких іонів у фазовому просторі такими методами, як томографія швидкісного простору [6–12] з різними типами регуляризації та орбітальна томографія [13–15]. Придатним способом реконструкції функції розподілу фазового простору для швидких іонів як в токамаках, так і в стелараторах є томографія простору швидкостей з використанням уповільнення регуляризації [12,16].

Діагностики швидких іонів часто покладаються на вимірювання випромінення від швидких іонів. Прикладом цього є зарядообмінна рекомбінаційна спектроскопія (CXRS), яка досліджує випромінювання в наслідок зарядообміну. Іншими прикладами є: колективне розсіяння Томсона, коли за допомогою гіротрона вводять електромагнітні хвилі, які спочатку розсіюються на електронах, а потім вимірюються; гамма спектроскопія [4].

В даній роботі ми будемо працювати з діагностикою швидких іонів на основі CXRS, а саме спектроскопії швидких іонів D_α (FIDA), а також з діагностикою колективного томсонівського розсіювання (CTS) на базі стеларатора Wendelstein 7-X (W7-X), який оснащений і діагностикою FIDA [22, 23] і CTS [24-26], хоча результати можуть бути розширені і на інші діагностики швидких іонів.

Наша мета полягає в створенні методу оцінки додаткової інформації для різних ліній зору та положень діагностичного елемента, з урахуванням фактичної геометрії та існуючого набору діагностики швидких іонів.

Актуальність пов'язана з наявними експериментальними реалізаціями контрольованого термоядерного синтезу, для яких важливою задачею є визначення функції розподілу швидких іонів, яка у фазовому просторі є п'ятивимірною немаксвелівською функцією. Але фазовий простір 5D завеликий, і ми ніколи не маємо достатньо інформації для реалізації оберненої задачі, отож, нам потрібно стратегічно розмістити діагностику, щоб

максимізувати додану інформацію від кожної. Метод оцінки дає змогу отримати додаткову попередню інформацію. Цей метод допоможе оцінити які діапазони фазового простору вже охоплені існуючими діагностичними пристроями і запропонувати положення для встановлення нової. Наразі, метод вагових функцій використовується на більшості сучасних термоядерних пристроях.

Робота побудована наступним чином. У *розділі 1* представлені минулі дослідження з формалізму вагових функцій та методу порівняння ліній зору. Вступ до поняття ваговий функцій та переформулювання їх у системі з можливістю порівняння у різних діагностичних об'ємах представлені у *розділі 2*. У *розділі 3* описана спрощена модель стеларатора W7-X, а також класифікація та позначення місць розташування діагностик. Побудова кореляційної матриці та реалізація методу за допомогою програмного забезпечення описана у *розділі 4*. В кінці роботи представлені висновки даного дослідження.

РОЗДІЛ 1. ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД

У попередніх дослідження було проведене чисельне дослідження мінімізації похибок реконструкції томографії при виведенні функції розподілу швидкості швидких іонів з метою пошуку оптимального розташування нової діагностики швидких іонів FIDA для токамака ASDEX [17] та COMPAS [15].

На рис.1.1. представлена реконструкція функцій розподілу за швидкостями. Тут використовується система (E, p) , де $p = \frac{v_{\parallel}}{\sqrt{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}}$, а E – кінетична енергія. Детальніше у роботі [17].

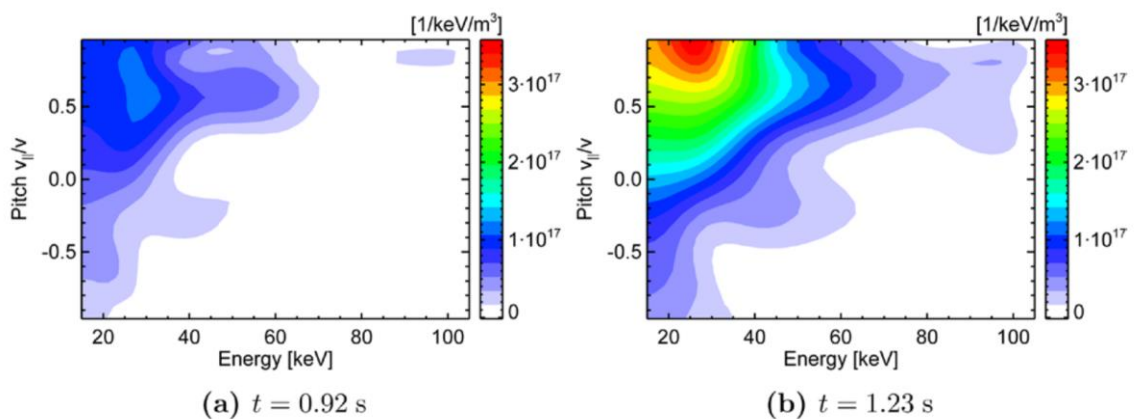


Рис.1.1. Томографічна реконструкція функції розподілу іонів за швидкостями. Томографія розраховується на сітці 462×5 і, отже, має 1150 пікселів, і використовується 280 вимірювань (тобто довжин хвиль FIDA) [17].

Але, як вже зазначалось, функція розподілу, у стелараторах, зокрема, у фазовому просторі, п'ятивимірна і щоб мати можливість реконструювати її, треба стратегічно розташовувати кожну діагностику. В цій роботі ми визначили за мету порівняння діагностичних місць розташування та ліній зору за допомогою вагових функцій. Але, як правило, вагові функції не виражені в координатах констант руху, що ускладнює порівняння чутливості діагностики в різних місцях простору. Щоб подолати цю проблему у стелараторах, було виконано масштабне моделювання, де шукали кореляції між об'ємами вимірювань FIDA на W7-X [5] використовуючи BEAMS3D Монте-Карло код [18,19] і виявили помітну надмірність у швидких іонних вимірюваннях.

На рис.1.2. зображена ймовірність виявлення однакових фотонів між каналами FIDA з різними напрямками зору на W7-X. Більш яскраві діапазони означають велику кількість одних і тих самих фотонів, а темні – більше додаткової інформації можна отримати. Детально про канали FIDA у розділі 3.

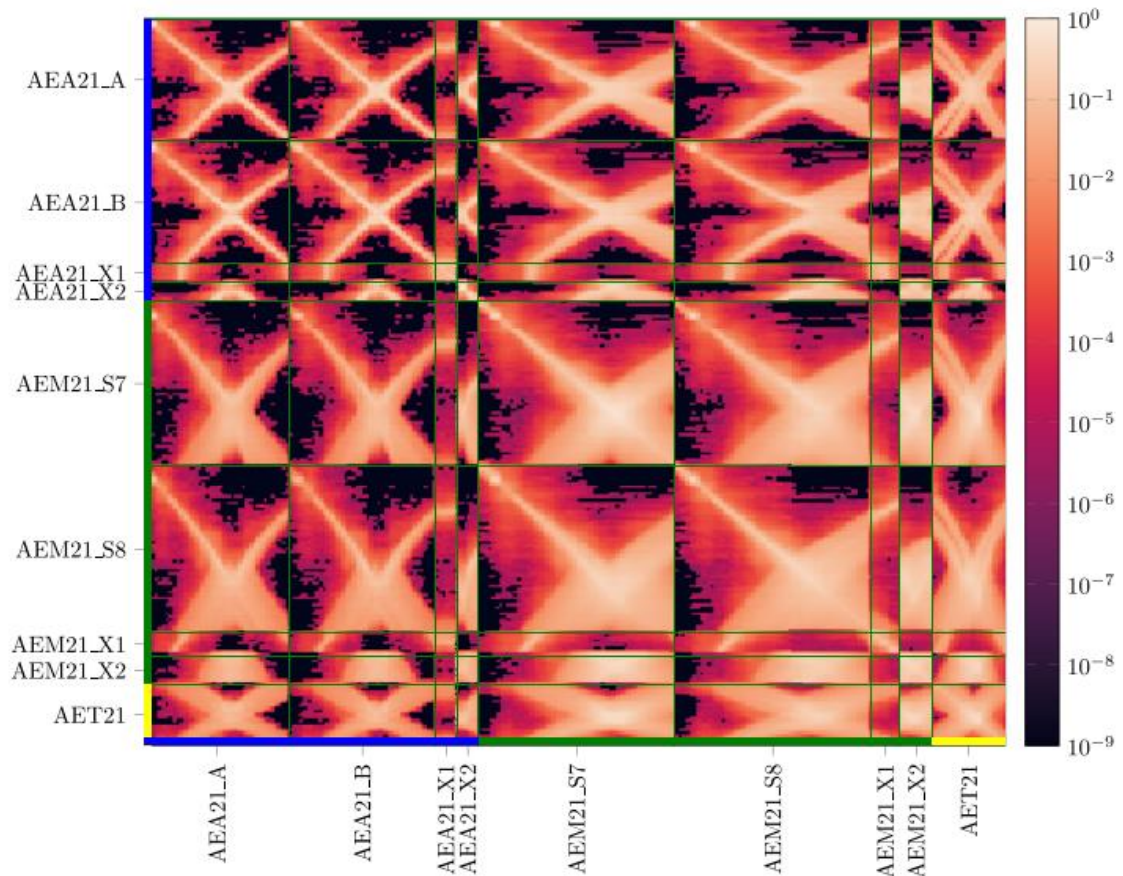


Рис.1.2. Ймовірність виявлення однакових фотонів між каналами FIDA в різних напрямках зору FIDA на W7-X. Значення зазначені в логарифмічному масштабі з основою 10 [5].

Хоча цей підхід і є прямим, він вимагає значних програмних зусиль та обчислювальних ресурсів, що робить його коштовним і унеможливорює використання в промислових масштабах.

У даній роботі запропоновано підхід, заснований на інтегралах руху, для виявлення надмірності, без моделювання Монте-Карло. Наш метод пропонує порівнювати вагові функції в різних діагностичних об'ємах на рівень

охоплення ними фазового простору. Будуючи графічні матриці ми матимемо можливість оцінити рівень кореляції між діагностиками. Ефективність нашого методу можна оцінити порівнянням результатів з більш точним методом [5].

Важливо зазначити що метод, запропонований в цій роботі, має аналітичну основу і не базується на моделюванні. Цей метод більш інтуїтивно зрозумілий і на порядки менш вимогливий до обчислень, а також, має більші можливості удосконалення, і, в кінцевому стані, використання на більшості пристроїв.

РОЗДІЛ 2. ВСТУП У ПОНЯТТЯ ВАГОВИХ ФУНКЦІЙ

Вагові функції вводяться в обернених задачах для кількісної оцінки ймовірності того, що виявлений сигнал надходить від швидких іонів з певної області простору швидкостей. Традиційно, обернена задача розв'язується в координатах енергії та $p = \frac{v_{\parallel}}{\sqrt{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}}$ або в термінах швидкостей, які паралельні та перпендикулярні зовнішньому магнітному полю, що полегшує томографію простору швидкостей. Однак, порівняння вагових функцій в різних просторових об'ємах з різними магнітними полями є складним завданням, оскільки ні p , ні швидкості не є інтегралами руху.

В цьому розділі ми розглянемо визначення вагових функцій, позначимо як $\omega \equiv W$, які були отримані для FIDA [20] та CTS [21] діагностик у минулих дослідженнях в термінах $(v_{\parallel}, v_{\perp})$, а також переформулюємо їх у термінах констант руху (E, μ) . Де E – енергія, μ – магнітний момент.

Важливо зауважити, що за енергію ми беремо лише кінетичну, припускаючи, що її зміна через радіальне електричне поле в плазмі стеларатора є граничною. На W7-X для отримання швидких іонів використовують нейтральні частинки дейтерію, які в подальшому ми будемо називати воднем, тому всі розрахунки будуть виконуватись саме для них.

2.1. Вагова функція для діагностики FIDA

Іони в плазмі нейтралізуються в реакціях зарядообміну з нейтральними частинками від NBI (інжектора нейтральних частинок). Нейтралізовані атоми часто знаходяться в збудженому стані, і тому, вони можуть випромінювати D_{α} -фотони, частота випромінювання яких має доплерівський зсув, завдяки руху збуджених атомів. Оскільки збуджені атоми успадковують швидкості іонів до реакції нейтралізації, спектри D_{α} -світла, з відповідним доплерівський зсув, чутливі до функції розподілу швидкості іонів дейтерію в плазмі.

Вираз для інтенсивності світла FIDA в діапазоні довжин хвиль $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$ з кутом огляду ϕ між лінією прямої видимості діагностичного приладу FIDA і магнітним полем можна записати наступним чином:

$$I(\lambda_1, \lambda_2, \phi) = \int_{vol} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \omega_{vol}(\lambda_1, \lambda_2, \phi, v_{\parallel}, v_{\perp}) \times f(v_{\parallel}, v_{\perp}, x) dv_{\parallel} dv_{\perp} dx, \quad (2.1)$$

де $f(v_{\parallel}, v_{\perp}, x)$ – функція розподілу швидких іонів у фазовому просторі, $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ – проекції швидкості, які паралельні та перпендикулярні магнітному полю відповідно; x – просторова координата; $\omega_{vol}(\lambda_1, \lambda_2, \phi, v_{\parallel}, v_{\perp})$ – вагова функція, яка пов'язує функцію розподілу з вимірюваною величиною. Залежність вагової функції від просторового положення та швидкостей пояснюється тим, що вона визначається вірогідністю обміну зарядами та електронного переходу, розщепленням Штарка та доплерівським зсувом. Вагова функція для FIDA кількісно визначає інтенсивність випромінювання на одиницю щільності іонів.

Припускаючи що ця функція, а також функція розподілу швидких іонів просторово однорідні в межах малого об'єму вимірювання V , а також розділяючи вагову функцію на дві складові, можна записати наступне:

$$\omega(\lambda_1, \lambda_2, \phi, v_{\parallel}, v_{\perp}) = V \cdot R(v_{\parallel}, v_{\perp}) \text{prob}(\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 | \phi, v_{\parallel}, v_{\perp}), \quad (2.2)$$

де $R(v_{\parallel}, v_{\perp})$ – визначає загальну кількість фотонів, які випромінюються в об'ємі дослідження під час переходу, що відповідає головній лінії серії Бальмера; $\text{prob}(\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 | \phi, v_{\parallel}, v_{\perp})$ – визначає ймовірність того, що ці фотони будуть виявлені діагностикою в заданому діапазоні довжин хвиль та залежить від доплерівського зсуву, розщеплення Штарка, а також процесів зарядообміну та електронного переходу. Символ «|» означає «дано». Для того, щоб оцінити перший доданок, потрібен складний атомний код з атомною фізикою на кшталт FIDASIM [27]. Однак другий доданок залежить тільки від геометрії діагностики і може бути виражений аналітично.

Оскільки $R(v_{\parallel}, v_{\perp})$ залежить лише від абсолютної інтенсивності сигналу, що реєструється, а не від положення діагностичного елемента або частини досліджуваної функції розподілу в фазовому просторі, надалі ми будемо працювати лише зі складовою, яка визначає ймовірність, та саме її будемо називати вагова функція, через те, що саме ця частина визначає положення всієї вагової функції у фазовому просторі.

Вигляд вагової функції у просторі швидкостей з врахуванням доплерівського зсуву, розщеплення Штарка та електронного переходу має вигляд:

$$\begin{aligned} & \text{prob}(\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 | \phi, v_{\parallel}, v_{\perp}) = \\ & = \sum_{l=1}^{15} \widehat{C}_l \left(\frac{\gamma_{1,l} - \gamma_{2,l}}{\pi} \pm \frac{\sin^2 \phi}{2} \left(\frac{\gamma_{1,l} - \gamma_{2,l}}{\pi} - \frac{\sin(2\gamma_{1,l}) - \sin(2\gamma_{2,l})}{2\pi} \right) \right), \end{aligned} \quad (2.3)$$

де $\pm$ відповідає σ - та π - лініям відповідно; B – величина індукції магнітного поля; λ_0 – довжина незміщеної за доплером лінії, яка для дейтерію має значення $\lambda_0 = 656.1$ нм; $\gamma_{1,l}$ та $\gamma_{2,l}$ – гірокути які визначаються для λ_1 та λ_2 відповідно, та мають загальний вигляд:

$$\gamma_{i,l} = \arccos \frac{c \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_0 + s_l v_{\perp} B} - 1 \right) - v_{\parallel} \cos \phi}{v_{\perp} \sin \phi}. \quad (2.4)$$

Визначимо величини та константи, які були використані у ваговій функції:

а) набір констант s_l який виникає внаслідок розщеплення Штарка:

$$\begin{aligned} s_{l=1 \dots 15} = & [-220.2; 165.2; -137.7; -110.2; -82.64; -55.1; -27.56; \\ & 0; 27.57; 55.15; 82.74; 110.3; 138.0; 165.6; 220.9] \times 10^{-18} \frac{\text{м}^2}{\text{В}}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

де лінії при $l = \{1; 4 - 6; 10 - 12; 15\}$ називають π -лінії, а при $l = \{2; 3; 7 - 9; 13; 14\}$ називають σ -лінії. Лінія при $l = 8$ є нерозщепленою.

б) набір констант C_l який виникає внаслідок врахування залежності відносної інтенсивності від γ для π - та σ -ліній:

$$C_{l=1\dots 15} = [1; 18; 16; 1681; 2304; 729; 1936; 5490; 1936; 729; 2304; 1681; 16; 18; 1]. \quad (2.6)$$

В нашому випадку використовувались нормовані константи: $\hat{C}_l = \frac{C_l}{\sum_{n=1}^{15} C_n}$.

Тут ми не враховуємо процес обміну зарядами, так як це не впливає на положення вагової функції у фазовому просторі, аналогічно до того, як не враховуємо $R(v_{\parallel}, v_{\perp})$. Детальніше про отримання виразу для вагової функції та констант у роботі [20].

Тепер переформулюємо вагову функцію в термінах (E, μ) використовуючи наступний зв'язок:

$$E = \frac{m(v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2)}{2}, \quad \mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B}, \quad (2.7)$$

та отримуємо наступний вираз:

$$W_{FIDA} \equiv \text{prob}(\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 | \phi, E, \mu) = \sum_{l=1}^{15} \hat{C}_l \left(\frac{\gamma_{1,l} - \gamma_{2,l}}{\pi} \pm \frac{\sin^2 \phi}{2} \times \left(\frac{\gamma_{1,l} - \gamma_{2,l}}{\pi} - \frac{\sin(2\gamma_{1,l}) - \sin(2\gamma_{2,l})}{2\pi} \right) \right), \quad (2.8)$$

де $\gamma_{1,l}$ та $\gamma_{2,l}$ визначаються наступним виразом:

$$\gamma_{i,l} = \arccos \left(\frac{\left(\frac{\lambda_i \cdot mc}{\lambda_0 \sqrt{m} + s_l B \sqrt{2B|\mu|}} - \sqrt{mc} \right) - (\delta(\mu) \sqrt{2(E - B|\mu|)} \cos \phi)}{\sqrt{2B|\mu|} \sin \phi} \right). \quad (2.9)$$

Тепер ми можемо безпосередньо порівнювати вагові функції в різних об'ємах вимірювання.

На рис. 2.1 (додаток 3) продемонстровані приклади вагових функцій FIDA в термінах $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ та (E, μ) відповідно. Надалі магнітний момент буде мати знак, який визначає лише знак проекції швидкості на вектор магнітного поля при переході від оперування швидкостями до оперування константами руху.

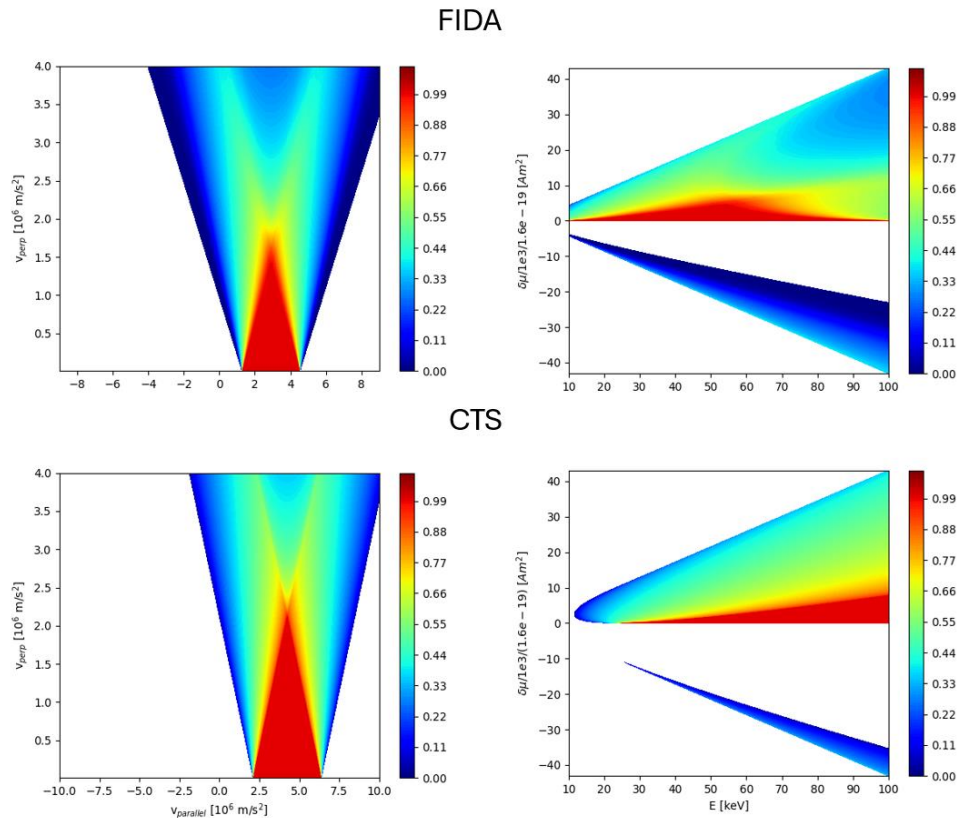


Рис.2.1. Приклади вагових функцій для FIDA та CTS у просторі швидкостей та констант руху. Верхній ряд: вагові функції для FIDA для водню в діапазоні довжин хвиль $[658.1; 663.1]$ нм, $\phi = 45^\circ$, $B = 2.32$ Т. Нижній ряд: вагові функції для CTS для водню для u в діапазоні $[1.5; 4.5] \cdot 10^6$ м/с, $\phi = 45^\circ$, $B = 2.32$ Т.

2.2. Вагова функція для діагностики CTS

CTS вимірює спектр електромагнітної хвилі, розсіяної від колективних флуктуацій у плазмі. Зокрема, флуктуації, викликані функцією розподілу швидкостей швидких іонів. Отож, у випадку діагностики CTS ми не працюємо безпосередньо з виміряними спектрами розсіювання, а вже з пост обробленою [28] проекцією функції розподілу швидкостей $g(u)$ на напрямок, заданий геометрією розсіювання, яку можна записати як:

$$g(u, \phi) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \omega_v(u, \phi, v_\parallel, v_\perp) \times f_v^{2D}(v_\parallel, v_\perp) dv_\parallel dv_\perp, \quad (2.10)$$

де вагова функція має вигляд:

$$\omega_v(u, \phi, v_\parallel, v_\perp) = \frac{1}{\pi v_\perp \sin \phi \sqrt{1 - \left(\frac{u - v_\parallel \cos \phi}{v_\perp \sin \phi} \right)^2}}, \quad (2.11)$$

де u – 1D компонента швидкості у напрямку $k^\delta = k^s - k^i$, де s та i відносяться до розсіяного та падаючого випромінювання відповідно; ϕ – кут між магнітним полем та k^δ .

Нас цікавить вигляд вагової функції в діапазоні $u_1 < u < u_2$ тому інтегруючи отримуємо:

$$\omega_v(u_1 < u < u_2, \phi, v_\parallel, v_\perp) = \frac{1}{\pi} \left(\arccos \left(\frac{u_1 - v_\parallel \cos \phi}{v_\perp \sin \phi} \right) - \arccos \left(\frac{u_2 - v_\parallel \cos \phi}{v_\perp \sin \phi} \right) \right). \quad (2.12)$$

Аналогічно до випадку с FIDA, переформулюємо вагові функції у термінах констант руху. Отримуємо наступний вираз вагової функції CTS:

$$\begin{aligned}
W_{CTS} &\equiv \omega_v(u_1 < u < u_2, \phi, E, \mu) = \\
&= \frac{1}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\sqrt{m}u_1 - \delta(\mu) \cdot \sqrt{2(E - B|\mu|)} \cos \phi}{\sqrt{2B|\mu|} \sin \phi} \right) - \right. \\
&\quad \left. - \arccos \left(\frac{\sqrt{m}u_2 - \delta(\mu) \cdot \sqrt{2(E - B|\mu|)} \cos \phi}{\sqrt{2B|\mu|} \sin \phi} \right) \right],
\end{aligned} \tag{2.13}$$

де $\delta(\mu)$ – знак магнітного моменту.

Приклад вагової функції в системі констант руху та швидкостей для CTS діагностики представлений на рис.2.1.

2.3. Інтервали застосування

Виникає які ж інтервали u та λ розглядати. При доплерівському зсуві приблизно до $\Delta\lambda \sim 2$ нм при W7-X переважають теплові іони. При доплерівському зсуві вище за $\Delta\lambda \sim 5$ нм переважає шум, в той час як при вище $\Delta\lambda \sim 7$ нм спектрометр не в змозі виміряти фотон з доплерівським зсувом[5]. Тому було обрано обраховувати $658.1 < \lambda < 663.1$ та $649.1 < \lambda < 654.1$ нм.

Типові швидкості, які паралельні та перпендикулярні магнітному полю, для швидких іонів з якими працюють на W7-X можна знайти в роботі [20]. На W7-X кінетична енергія швидких іонів сягає до 100 кеВ, вважаючи що всі іони з енергіями нижче 10 кеВ не вважаються швидкими, обираємо наступні границі енергії: [10; 100] кеВ. Магнітний момент оберемо в залежності від максимально значення енергії та магнітного поля на плазмовому шнурі (2.5 Т), отож $[-40; 40]$ кеВ/Т. Нагадаємо, що знак магнітного моменту лише вказує на напрямок паралельної швидкості.

Гриниці для 1D компоненти швидкості для CTS оберемо з границь енергії, тобто для [10; 100] кеВ. Припускаючи що всі фотони напрямлені вздовж k^δ маємо наступне $u = [1.5; 4.5] \cdot 10^6$ м/с та протилежно напрямку k^δ маємо $u = [-4.5; -1.5] \cdot 10^6$ м/с.

РОЗДІЛ 3. МОДЕЛЬ W7-X

На цьому кроці ми вже маємо інструмент пошуку вагових функцій в різних досліджуваних об'ємах, які можна порівнювати в різних об'ємах вимірювання. Однак, так як ми працюємо з реальною машиною, ми маємо обмеження, такі як форма та розміри стеларатора. Для цього буде розглянута реальна та спрощена версії стеларатора W7-X.

3.1. Реальна модель W7-X

В реальності, модель W7-X досить складна і включає в себе велику кількість додаткових пристроїв, магнітних котушок та інше. Реальна модель (див. рис.3.1.) має 254 порти, саме ці місця використовуються для розташування діагностик.

Тобто, ми не можемо використовувати будь-які кути для вагової функції і повинні опиратися на фізичне розташування діагностик. Ці порти мають продовгувату форму через те, що входять в кріостат, який охолоджує магнітні котушки до надпровідного стану тому.

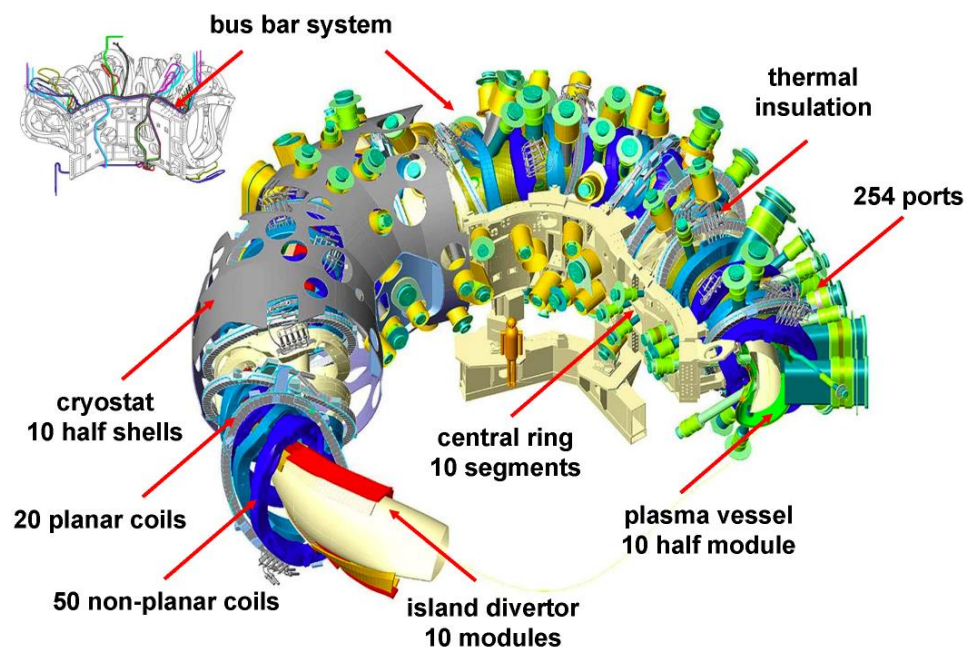


Рис.3.1. Детальна комп'ютерна модель W7-X [5]

Зазначимо, що W7-X побудований як квазі-ізодинамічний [29] з п'ятикратною симетричністю, тобто стеларатор можна розділити на 5 модулів(1-5), кожен з яких складається з 2 додаткових модулів (або 0, або 1).

3.2. Спрощена модель

В нашій задачі нас цікавить обмежене коло пристроїв, тому ми будемо використовувати спрощену модель (див. рис.3.2) де: стінки моделюються як набір спрощених контурів у різних тороїдальних розташуваннях; порти задаються початковими координатами та напрямками; нейтральні промені (NBI), лінії напрямку зору (LOS), промені гіротронів і промені приймача CTS моделюються як одновимірні прямі лінії.

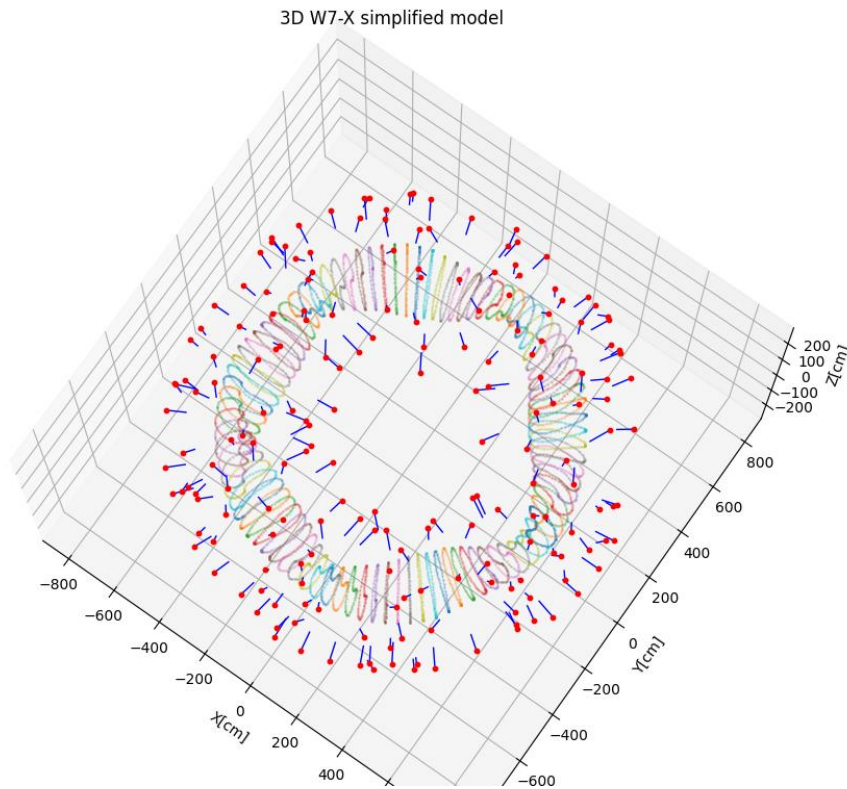


Рис.3.2. Ескіз вакуумної ємності W7-X та її портів, де потенційно можна встановити діагностику, спрощеної моделі W7-X в інструменті оптимізації, де червоні точки це початок порта, а сині лінії – напрямок порта.

Порти, в яких встановлюються системи нагріву, не розглядаються для розміщення діагностик швидких іонів, оскільки вони забезпечують

зондування нейтральних або мікрохвильових променів. Діагностичний порт характеризується своїм напрямком і розташуванням. На кінці порту розміщується віртуальна вимірювальна головка (або FIDA, або CTS). Вимірювання має заздалегідь визначений кут огляду. На даний момент він встановлений на 160° , як на рис. 3.4, але, насправді, він є предметом індивідуальних інженерних обмежень порту та діагностики.

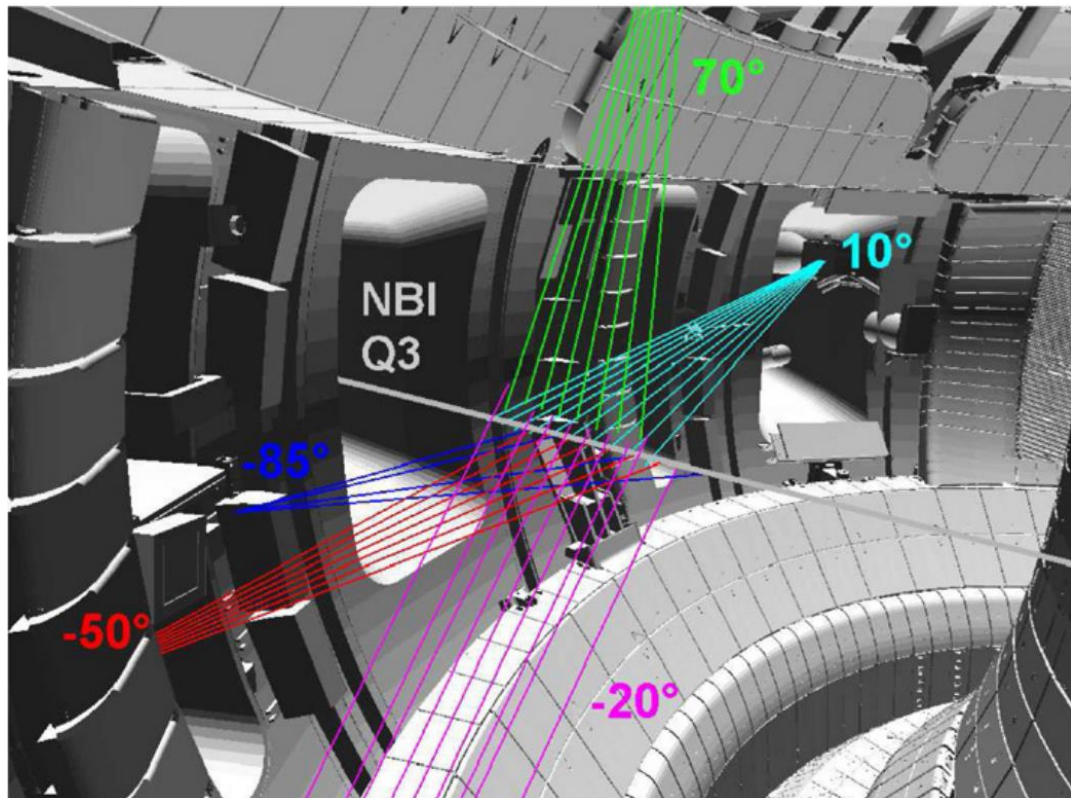


Рис.3.3. 3D-візуалізація п'яти масивів LOS разом із приблизним кутом між центральними LOS кожного масиву та вектором магнітного поля на токамаці ASDEX. Від'ємні кути вказують на те, що спостереження відбувається з протилежного боку [17].

Нас будуть цікавити об'єми які знаходяться на промені NBI. Тут, будемо вважати вимірювальні об'єми – точками. Від кожного порту проводимо фіксовану кількість ліній до променя NBI і будемо називати набір таких ліній для кожного порту як LOS масив порту. Тепер, точки перетину LOS порту та променя гіротрона або NBI буде вважатись досліджуваним об'ємом, що значно спрощує розрахунки. Візуалізацію цього спрощення можна побачити

на рис.3.3. для токамака ASDEX. Однак, очевидно, що не всі порти можуть зафіксувати швидкі іони від гіротрона та NBI, оскільки ці пристрої розташовані компактно (див рис.3.5) і фізично обмежені стінками стеларатора. Отож, геометрична задача зводиться до того, щоб знайти порти які можуть безперешкодно, не перетинаючи стінки та у повному розмірі зафіксувати швидкі іони на променях NBI та гіротронів перш ніж починати порівнювати діагностики між собою.

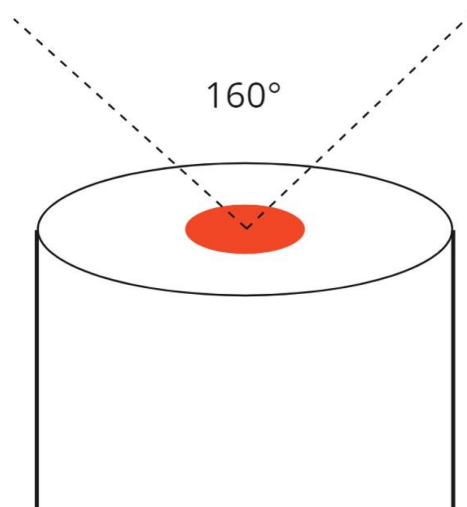


Рис.3.4. Приклад віртуальної вимірювальної головки на кінці порту. Пунктирні лінії показують зовнішні LOS порту.

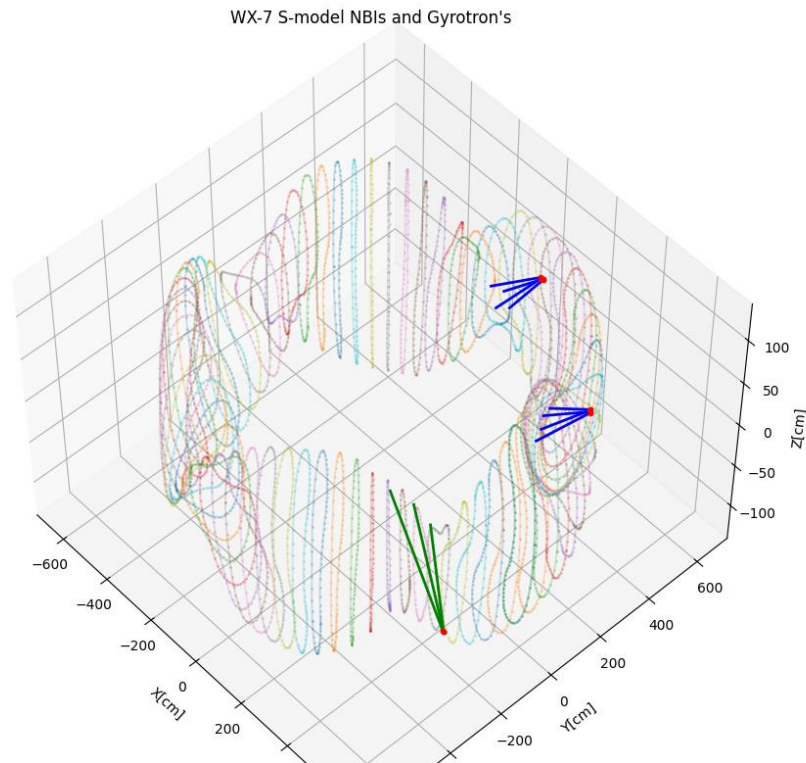


Рис.3.5. Зображення променів NBI та гіротрона спрощеної моделі W7-X в інструменті оптимізації, де червоні точки це початок променів NBI/гірортона, сині лінії – промені NBI, а зелені – гіротрона.

Для вирішення вище зазначеної проблеми був реалізований код на базі динамічного кроку. Ми геометрично перевіряємо, чи достатня кількість LOS портів перетинає зондуєчий NBI або зондуєчий мікрохвильовий промінь(гіротрон). Отже, більшість машинних портів відсортовані чисто з геометричних міркувань, як показано на рис.3.6.

Попри ці умови, навіть відібрані порти не обов'язково повинні бути фізично можливі. Перед використанням нашого метода рекомендується перевірити можливість порта у повному обсязі детектувати випромінення.

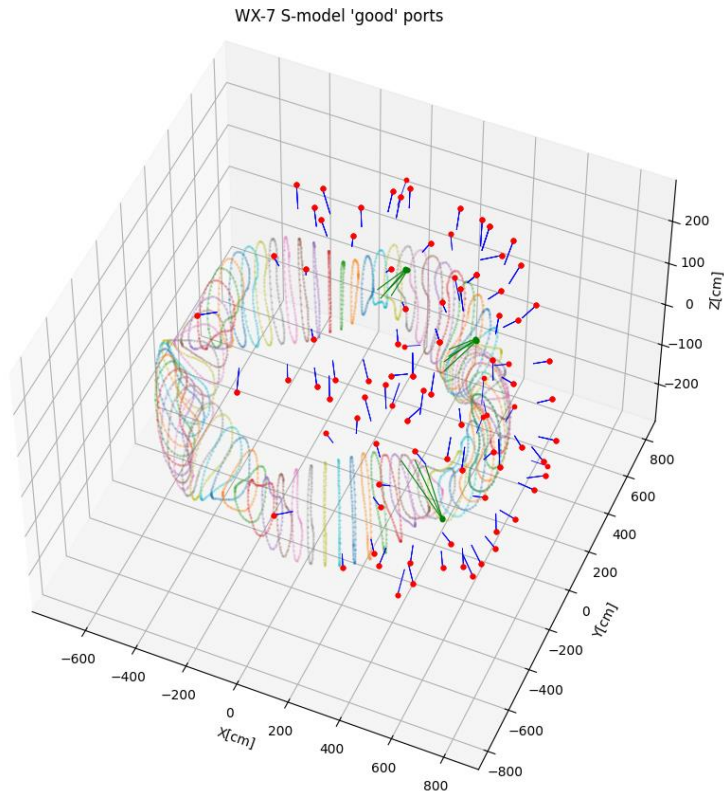


Рис.3.6. Зображення «гарних» портів спрощеної моделі W7-X в інструменті оптимізації, де червоні точки це початок порта, а сині лінії – напрямок LOS порта.

3.3. Позначення та класифікація

В подальшому, промені NBI будуть позначатись буквою «S». На W7-X встановлено вісім пучків NBI. Промені CTS будуть скорочуватись буквою «С», всього їх три. Для позначення знаходження положення діагностичного порта буде використовуватись його модуль та доп-модуль. На рис.3.7. зображено графічне розділення W7-X.

Порти на W7-X позначаються трьома латинськими літерами, але не всі порти доступні для встановлення діагностик. На даний час доступно лише 194.

Приклад позначення порту: «21AEA.S7» - перша цифра відповідає за модуль, друга за доп-модуль, далі тип порта та промінь на який напрямлений цей порт, отож, тут порт типу AEA встановлений в другому модулі та другому доп-модулі який напрямлений на сьомий промінь NBI.

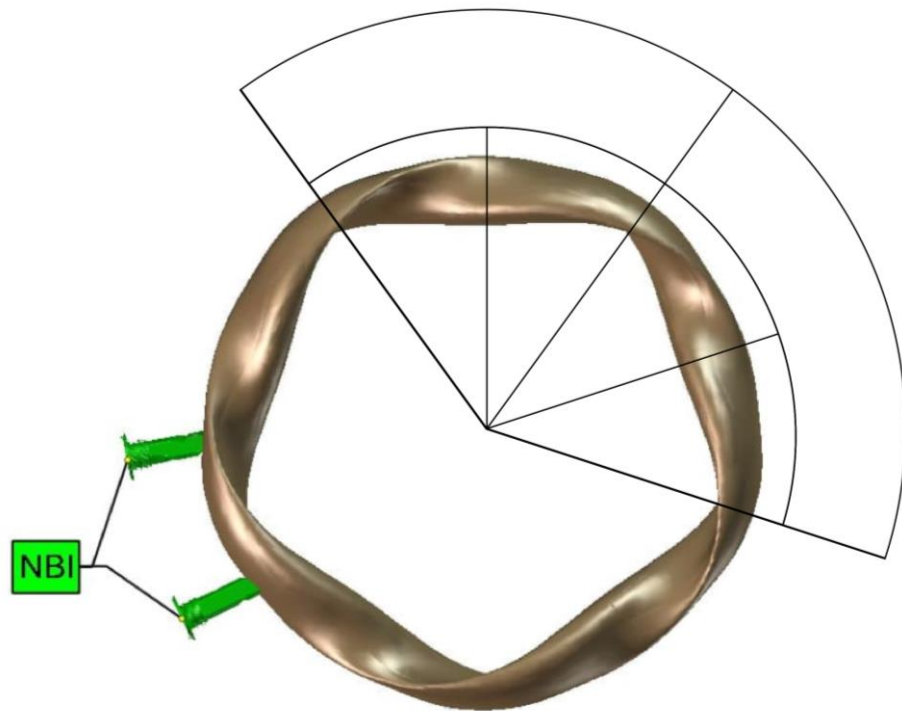


Рис.3.7. Графічне зображення портів де великою чорною лінією позначено розділення на модулі, а малою, на доп-модулі.

На даний момент діагностики FIDA встановлені в портах типу: «21AEA.S7», «21AEA.S8», «21AEM.S7», «21AEAM.S8», «21AET.S7», «21AET.S8» тому в подальшому, першочергова оцінка буде проводитись з ними.

РОЗДІЛ 4. МЕТОД ПОРІВНЯННЯ ДІАГНОСТИЧНИХ ОБ'ЄМІВ

4.1. Побудова кореляційної матриці

В цьому розділі буде розглянутий метод порівняння об'ємів вимірювання для діагностик FIDA та CTS на базі вагових функцій в різних діагностичних об'ємах.

Як вже зазначалось в розділі 3, для кожного порту маємо масив LOS променів. Для кожного порту визначимо LOS-масив зі 100 елементами. Отож, ми маємо 100 точок перетину LOS з променем NBI/гіротрона. Кількість елементів LOS-масиву можна зменшити для прискорення процесу, але це зменшує роздільну здатність (див. додаток 1).

Для порівняння ми будемо будувати кореляційну матрицю (матрицю надмірності):

$$C_{i,j} = \iint W_i W_j dE d\mu, \quad (4.1)$$

де W_i, W_j – вагові функції. В нашому випадку, інтеграл зводиться до підсумовування за всіма E та μ .

Матриця симетрична, і кожен рядок або стовпчик відповідає одному LOS порту FIDA або CTS. На рис.4.1. зображена нормалізована матриця для віртуальних каналів FIDA в порту W7-X AEF10. Слід відзначити сильну схожість між цією матрицею надмірності і кореляційними матрицями, створеними моделюванням Монте-Карло [5].

Як можна побачити формується «хресто-подібна» форма. Пояснюється це тим, що тут представлена кореляція порту один з одним. З вигляду виразу (4.1) стає зрозумілим, що діагональні елементи це кореляція вагових функцій для LOS порту одна з одною. Формування ж контр-діагоналі не є очевидним і пояснюється рухом електронів, а саме, формуванням магнітних поверхонь у стелараторі. На рис.4.2. можна побачити вигляд магнітних поверхонь у тороїдальному перерізі. Жирною чорною лінією позначено промінь NBI.

Прохідні орбіти оточують плазмовий центр і з'єднують вимірювальні об'єми по різні боки плазмового центру, і саме це дає нам контр діагональ.

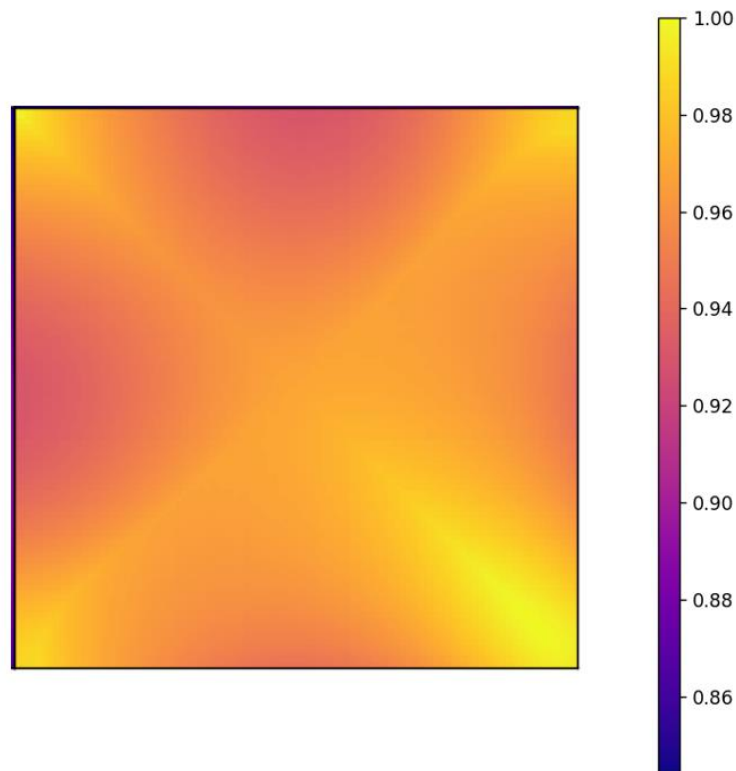


Рис.4.1. Зображення кореляційної матриці для віртуального порта «10AEF.S1» один з одним. Де вагові функції обрані для діагностики FIDA в діапазоні $658.1 < \lambda < 663.1$ нм та $649.1 < \lambda < 663.1$ нм.

Важливо зазначити що тут, ми оперуємо ваговими функціями які побудовані в системі констант руху, але 2D, проте в стелараторі існує 3 константи руху, що накладає обмеження на реалізацію нашого метода в даній роботі. Головне: ми не можемо відрізнити частинки з однаковими енергіями та магнітними моментами, але різною третьою константою руху. Проте у роботі [5] відмінність частинок враховується автоматично, в той час як ми можемо рахувати різні як одні й ті ж іони. Врахування цієї константи являє собою нетривіальну задачу, оскільки обрахування матимуть не локальний характер.

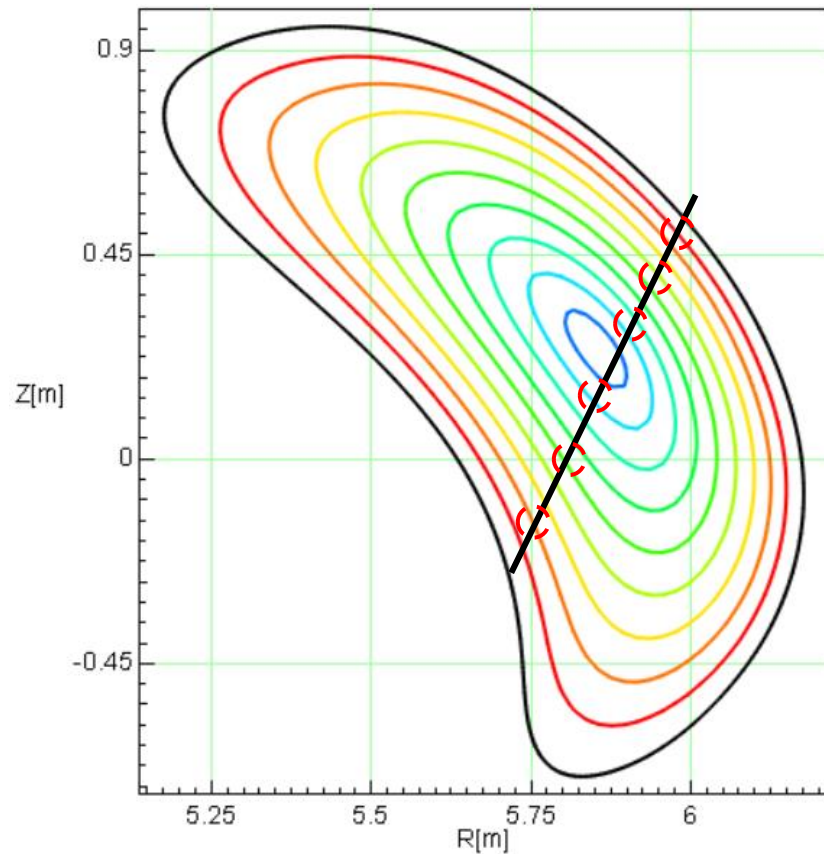


Рис.4.2. Схематичне зображення магнітних поверхонь у тороїдального перерізу на стелараторі W7-X у циліндричних координатах

4.2. Програмне забезпечення

Тут ми розглянемо програмне забезпечення (ПЗ) на базі мови програмування «Python», яке було створене для реалізації нашої мети, а також представимо інструкція використання. ПЗ доступне для вільного користування за посиланням URL: https://github.com/lesgreed/FIDA_CTS. На рис.4.3. представлений вигляд програмного забезпечення у вікні виконання (також див.додаток.2).

Перш ніж починати розгляд інтерфейсу, визначимо, що саме ми отримуємо як результат. На рис.4.4 представлена сітка кореляційних матриць (матриць надмірності) у збільшеному розмірі. Сітка являє собою матриці надмірності для порівняння кореляцій між портами і є симетричною. Початок для вісі Oy починається з верху, а для вісі Ox зліва. Важливо зазначити, що

кожна матриці нормована на найбільше значенні в ній, отож можливі значення лише від 0 до 1, цим і пояснюється типові значення в «colorbar».

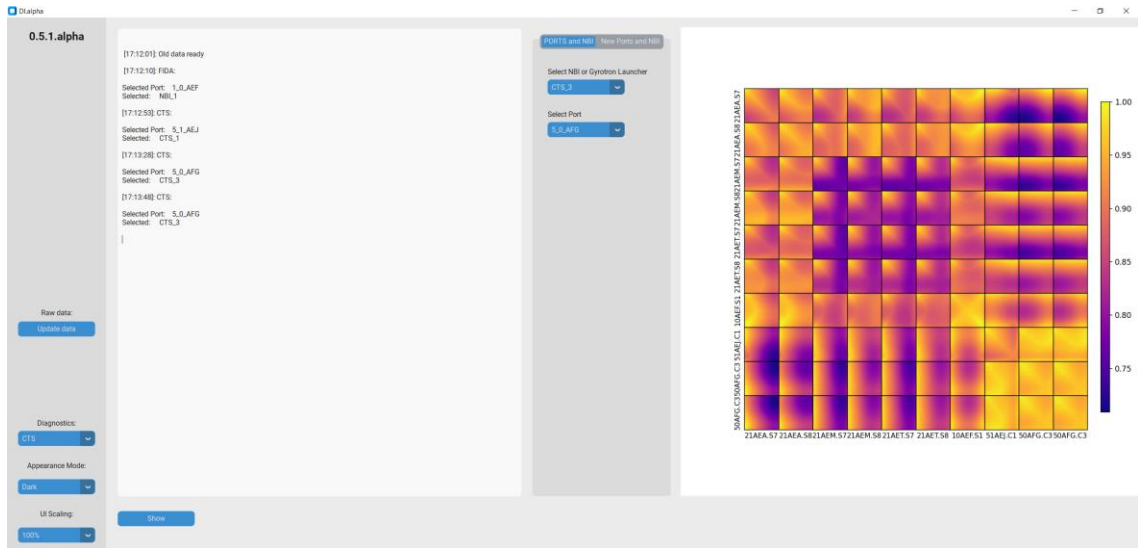


Рис.4.3. Вигляд робочого простору програмного забезпечення «LGDI»

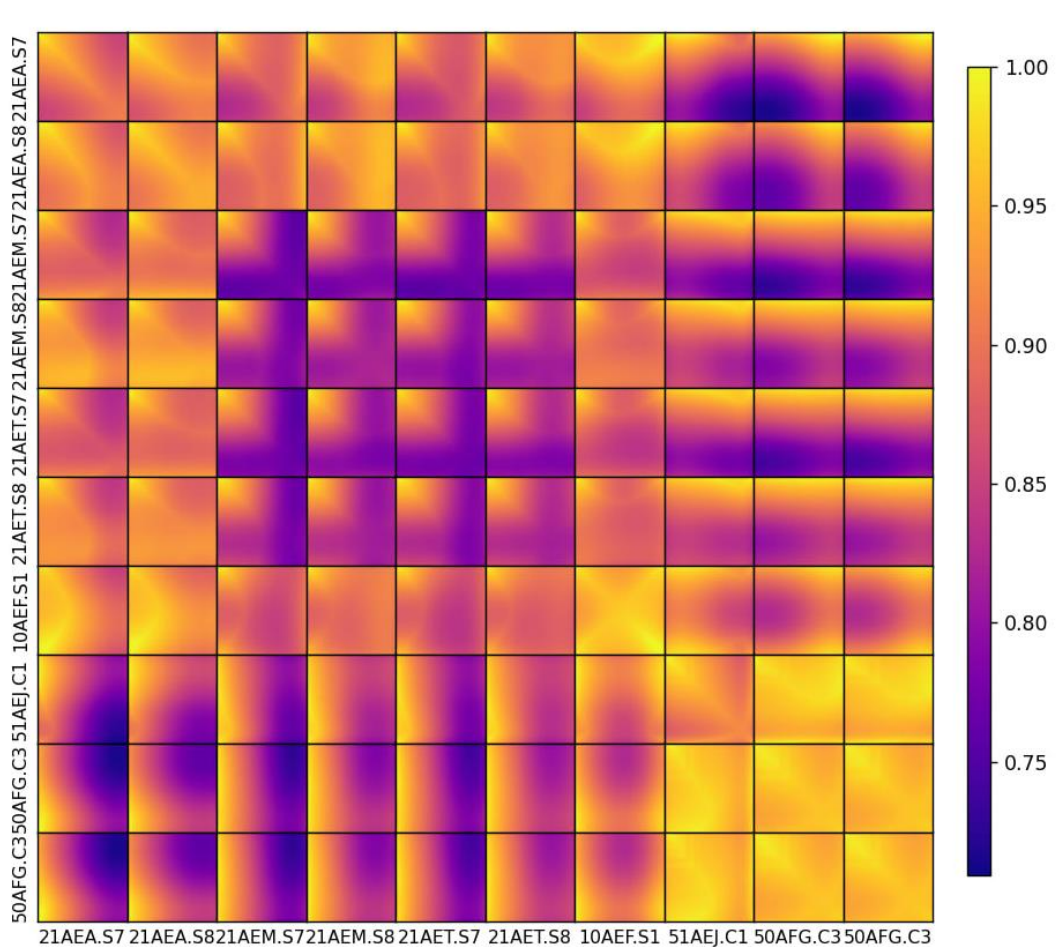


Рис. 4.4. Збільшений розмір сітки матриць надмірності

Мінімальне значення в colorbar визнається мінімальним значенням елемента серед усіх матриць сітки. Це означає, що при додаванні нового порта, колір попередніх може змінитись, в залежності від зміни мінімального значення. Це слід враховувати під час роботи. Можна побачити, що майже на більшості матриць формується «хресто-подібна» форма як і у дослідженні [5].

Програма дає змогу додати порт і тип діагностики. Результатом розрахунку буде збільшена сітка матриць надмірності яка містить всі порти з уже встановленими діагностиками швидких іонів і щойно обраний порт (див додаток 1). Якщо значення у матриці надмірності високі, це не обов'язково означає, незважаючи на її назву, високу надмірність, оскільки все ще існує ймовірність того, що частинки не належать до однієї орбіти. Однак, якщо значення низькі, це гарантує низьку кореляцію, і такі порти слід розглянути. У прикладі, показаному на рис.4.4., чотири нові діагностичні порти, типи яких можна побачити на рисунку, чудово доповнюють існуючий набір діагностик швидких іонів, однак вони мають велику надмірність/кореляцію між собою.

Порядок користування програмою можна представити наступною схемою:

- 1) Натиснути кнопку «Update data», яка при першому запуску обрахує вагові функції для існуючих портів. Подальше використання даної функції буде лише видаляти нові додані порти.
- 2) Обрати промінь NBI/гіротрона, який досліджуємо. Гіротрони позначаються як CTS.

Після вибору, набір доступних портів зміниться, так як для кожного NBI/гіротрона існують свої порти які доступні для аналізу і були обраховані заздалегідь в результаті рішення геометричної задачі з розділу 3. Зазначимо, що для встановлення програмного забезпечення на нову машину є потреба у зміні початкових даних та реалізації геометричної задачі знову, для цього надається покрокова інструкція.

- 3) Обрати серед доступних портів той, який досліджуємо;
- 4) Натиснути кнопку «Show».

За лічені секунди можна буде побачити оновлену сітку матриць надмірності. Програмне забезпечення знаходиться у тестовому режимі і потребує подальших удосконалень, як з точки зору фізики, наприклад врахування ще однієї константи руху (див. висновки), так і з точки зору оптимізації обчислень. Важливо додати ще більше зручних та гнучких функцій для промислового користування. Деякі з них вже встановлені, такі як «тема» (денна та нічна), масштаб робочого вікна та текстове поле, яке слугує історією запитів.

Перед використанням треба буде завантажити бібліотеки «Python» які не встановлені стандартним чином. В подальшому, планується оптимізація та автоматизація реалізації геометричної задачі, яка, на жаль, на даному етапі потребує попередніх покрокових дій, які займають години, а також врахування різних орбіт швидких іонів.

ВИСНОВКИ

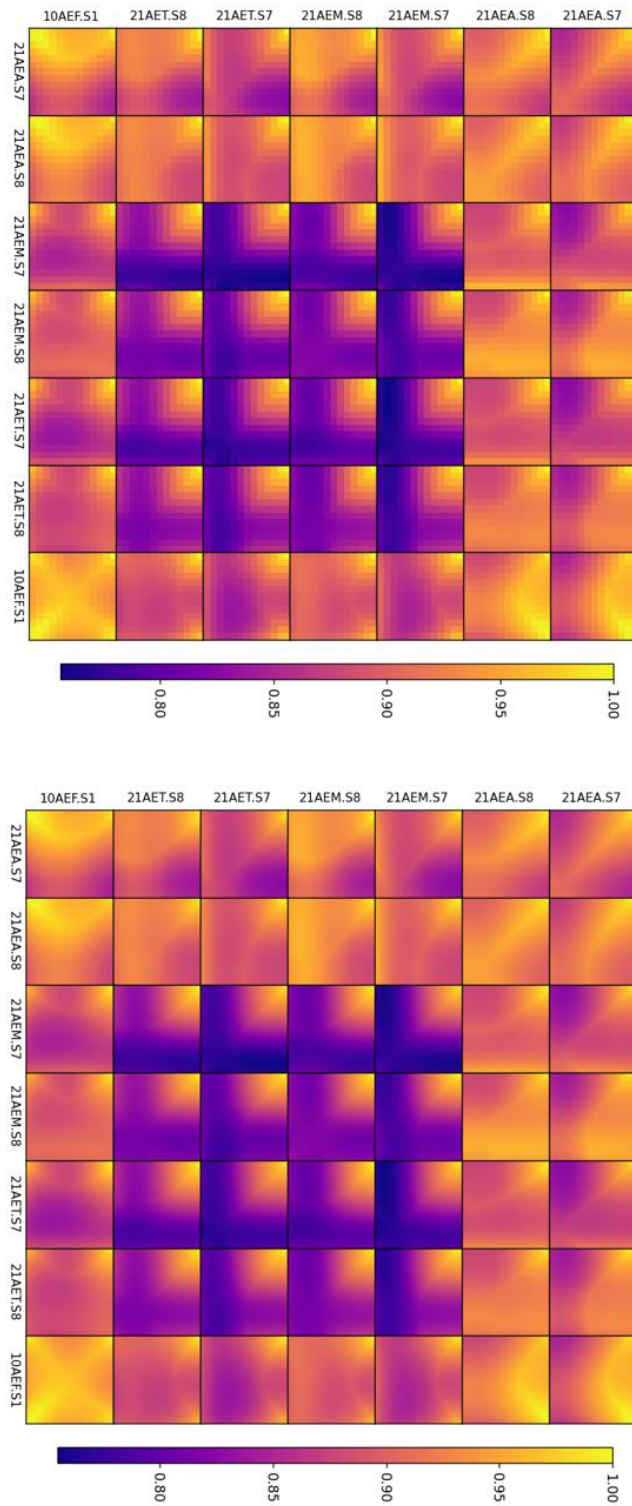
Щоб стратегічно встановити діагностику швидких іонів в машинах термоядерного синтезу, як в токамаках, так і в стелараторах, ми прийняли формалізм двовимірної вагової функції та переформулювали його в константах руху. Це дозволило нам зробити вагові функції порівнянними всюди в плазмі. Щоб кількісно визначити додану цінність діагностики, ми запровадили кореляційну матрицю, яка демонструє, яку додаткову інформацію нова діагностика приносить набору наявних. Як спосіб використання даного методу було створене програмне забезпечення з можливістю подальших удосконалень та відкритим кодом.

Важливо зазначити, що, незважаючи на свою назву, матриця надмірності не робить чіткого твердження щодо надлишковості вимірювань, оскільки частинка може мати однакову енергію та магнітний момент, але все ще перебувати на різних орбітах. Однак низьке значення кореляції, безсумнівно, означає, що діагностика доповнює одна одну.

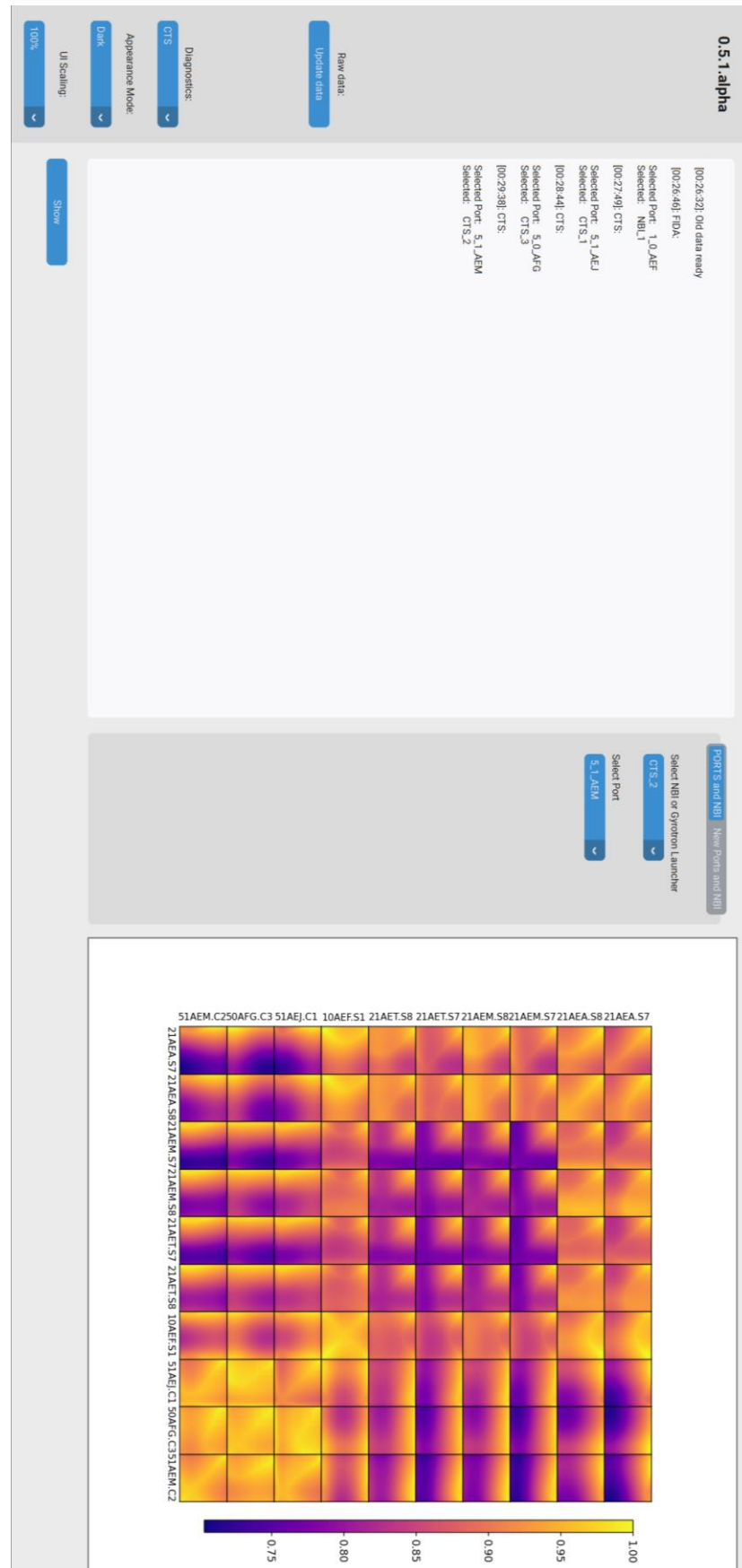
Для того, щоб зробити остаточне твердження про надмірність, вибір орбіт повинен бути виконаний шляхом обчислення ще одного інтеграла руху. Це легко зробити у випадку токамака, де можна швидко обчислити значення тороїдального канонічного імпульсу p_ϕ для кожного виміряного об'єму, енергії та магнітного моменту. У стелараторі, де p_ϕ не зберігається, замість цього ми можемо використати інший інтеграл руху $J_0 = \oint v_{\parallel} dl$, де інтегрування відбувається вздовж усієї захопленої або транзитної орбіти. Його також можна використовувати для токамака, де J_0 також є інтегралом руху, однак це нелокальна величина, яка вимагає відстеження частинок.

Одна з великих переваг ідеї використання інтегралів руху, реалізованої в нашому коді, полягає в тому, що вона дуже недорога з точки зору обчислень і працює за лічені секунди на персональному комп'ютері, тоді як трасування за методом Монте-Карло або оптимізація томографії потребують для роботи суперкомп'ютери.

ДОДАТКИ

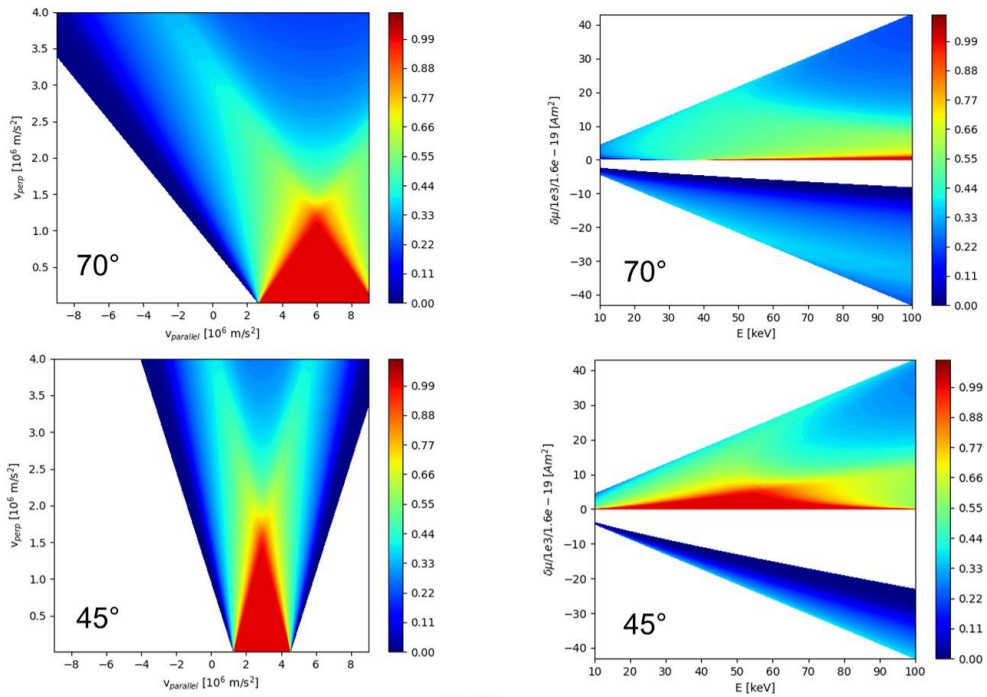


Додаток 1. Порівняння роздільної здатності сітки матриць надмірності. Зліва сітка з портами у яких LOS-матриці мають розмір 10×10 , праворуч - 100×100 . Тут доданий до вже встановлених діагностик, віртуальний порт «10AEF.S1».

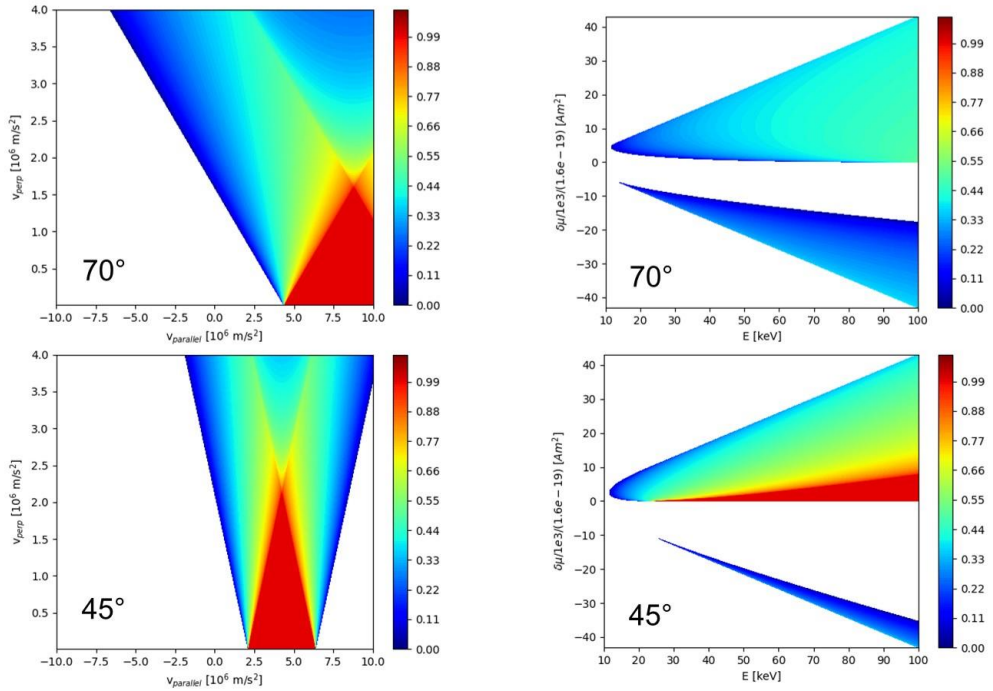


Додаток 2. Збільшений розмір вигляду робочого вікна програмного забезпечення «LGDI»

FIDA



CTS



Додаток.3. Приклади вагових функцій для FIDA та CTS у просторі швидкостей та констант руху. Два верхніх рядки: вагові функція для FIDA для водню в діапазоні довжин хвиль $[658.1; 663.1]$ нм, $B = 2.32$ Т, $\phi = 70^\circ$ для першого ряду та $\phi = 45^\circ$ для другого ряду. Два нижні рядки: вагові функції для CTS для водню для u в діапазоні $[1.5; 4.5] \cdot 10^6$ м/с, $B = 2.32$ Т, $\phi = 70^\circ$ для третього ряду та $\phi = 45^\circ$ для четвертого ряду.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Recent progress in fast-ion diagnostics for magnetically confined plasmas / D. Moseev та ін. *Reviews of Modern Plasma Physics*. 2018. Т. 2, № 1. URL: <https://doi.org/10.1007/s41614-018-0019-4>.
2. MHD induced fast-ion losses on ASDEX Upgrade / M. García-Muñoz та ін. *Nuclear Fusion*. 2009. Т. 49, № 8. C. 085014. URL: <https://doi.org/10.1088/0029-5515/49/8/085014>.
3. Orbit tomography of energetic particle distribution functions / L. Stagner та ін. *Nuclear Fusion*. 2022. Т. 62, № 2. C. 026033. URL: <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ac3ed2>.
4. Chapter 5: Physics of energetic ions / A. Fasoli та ін. *Nuclear Fusion*. 2007. Т. 47, № 6. C. S264–S284. URL: <https://doi.org/10.1088/0029-5515/47/6/s05>.
5. Characterization of correlations of fast-ion H-alpha measurement volumes in Wendelstein 7-X by particle tracking / J. E. Mencke та ін. *Review of Scientific Instruments*. 2022. Т. 93, № 12. C. 123503. URL: <https://doi.org/10.1063/5.0128594>.
6. Tomography of fast-ion velocity-space distributions from synthetic CTS and FIDA measurements / M. Salewski та ін. *Nuclear Fusion*. 2012. Т. 52, № 10. C. 103008. URL: <https://doi.org/10.1088/0029-5515/52/10/103008>.
7. Combination of fast-ion diagnostics in velocity-space tomographies / M. Salewski та ін. *Nuclear Fusion*. 2013. Т. 53, № 6. C. 063019. URL: <https://doi.org/10.1088/0029-5515/53/6/063019>.
8. Measurement of a 2D fast-ion velocity distribution function by tomographic inversion of fast-ion D-alpha spectra / M. Salewski та ін. *Nuclear Fusion*. 2014. Т. 54, № 2. C. 023005. URL: <https://doi.org/10.1088/0029-5515/54/2/023005>.
9. Doppler tomography in fusion plasmas and astrophysics / M. Salewski та ін. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2014. Т. 57, № 1. C. 014021. URL: <https://doi.org/10.1088/0741-3335/57/1/014021>.
10. High-definition velocity-space tomography of fast-ion dynamics / M. Salewski та ін. *Nuclear Fusion*. 2016. Т. 56, № 10. C. 106024. URL: <https://doi.org/10.1088/0029-5515/56/10/106024>.
11. Velocity-space tomography using prior information at MAST / B. Madsen та ін. *Review of Scientific Instruments*. 2018. Т. 89, № 10. C. 10D125. URL: <https://doi.org/10.1063/1.5035498>.

12. Fast-ion velocity-space tomography using slowing-down regularization in EAST plasmas with co- and counter-current neutral beam injection / B. Madsen та ін. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2020. URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6587/abb79b>.
13. Orbit tomography of energetic particle distribution functions / L. Stagner та ін. *Nuclear Fusion*. 2022. Т. 62, № 2. C. 026033. URL: <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ac3ed2>.
14. Fast-ion orbit origin of neutron emission spectroscopy measurements in the JET DT campaign / H. Järleblad та ін. *Nuclear Fusion*. 2024. URL: <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ad1a57>.
15. Orbit tomography in constants-of-motion phase-space / M. R. Larsen та ін. *Nuclear Fusion*. 2024. URL: <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ad4bf4>.
16. 4D and 5D phase-space tomography using slowing-down physics regularization / B. S. Schmidt та ін. *Nuclear Fusion*. 2023. URL: <https://doi.org/10.1088/1741-4326/acd6a6>.
17. Enhancement of the FIDA diagnostic at ASDEX Upgrade for velocity space tomography / M. Weiland та ін. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2016. Т. 58, № 2. C. 025012. URL: <https://doi.org/10.1088/0741-3335/58/2/025012>.
18. Validation of the BEAMS3D neutral beam deposition model on Wendelstein 7-X / S. A. Lazerson та ін. *Nuclear Fusion*. 2020. Т. 60, № 7. C. 076020. URL: <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ab8e61>.
19. McMillan M., Lazerson S. A. BEAMS3D Neutral Beam Injection Model. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2014. Т. 56, № 9. C. 095019. URL: <https://doi.org/10.1088/0741-3335/56/9/095019>.
20. On velocity-space sensitivity of fast-ion D-alpha spectroscopy / M. Salewski et al. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2014. Vol. 56, no. 10. P. 105005. URL: <https://doi.org/10.1088/0741-3335/56/10/105005>.
21. On velocity space interrogation regions of fast-ion collective Thomson scattering at ITER / M. Salewski та ін. *Nuclear Fusion*. 2011. Т. 51, № 8. C. 083014. URL: <https://doi.org/10.1088/0029-5515/51/8/083014>.
22. Charge exchange recombination spectroscopy at Wendelstein 7-X / O. P. Ford та ін. *Review of Scientific Instruments*. 2020. Т. 91, № 2. C. 023507. URL: <https://doi.org/10.1063/1.5132936>.

23. Experimental characterization of the active and passive fast-ion H-alpha emission in W7-X using FIDASIM / P. Z. Poloskei та ін. *Nuclear Fusion*. 2023. URL: <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ad0dd4>.
24. Collective Thomson scattering diagnostic at Wendelstein 7-X / D. Moseev та ін. *Review of Scientific Instruments*. 2019. Т. 90, № 1. С. 013503. URL: <https://doi.org/10.1063/1.5050193>.
25. Development of the 174 GHz collective Thomson scattering diagnostics at Wendelstein 7-X / S. Ponomarenko та ін. *Review of Scientific Instruments*. 2024. Т. 95, № 1. URL: <https://doi.org/10.1063/5.0174444>.
26. Commissioning and first results of the 174 GHz collective Thomson scattering diagnostic at Wendelstein 7-X / D. Moseev та ін. *Journal of Instrumentation*. 2024. Т. 19, № 03. С. C03056. URL: <https://doi.org/10.1088/1748-0221/19/03/c03056>.
27. A Code that Simulates Fast-Ion D α and Neutral Particle Measurements / W. W. Heidbrink та ін. *Communications in Computational Physics*. 2011. Т. 10, № 3. С. 716–741. URL: <https://doi.org/10.4208/cicp.190810.080211a>.
28. Bindslev H. A quantitative study of scattering from electromagnetic fluctuations in plasmas. *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*. 1996. Т. 58, № 8-9. С. 983–989. URL: [https://doi.org/10.1016/0021-9169\(95\)00129-8](https://doi.org/10.1016/0021-9169(95)00129-8).
29. Key results from the first plasma operation phase and outlook for future performance in Wendelstein 7-X / T. Sunn Pedersen та ін. *Physics of Plasmas*. 2017. Т. 24, № 5. С. 055503. URL: <https://doi.org/10.1063/1.4983629>.