

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Факультет радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

(навчально-науковий інститут)

Кафедра теоретичної радіофізики

До захисту допущено

Кафедрою теоретичної радіофізики протокол № _____ від _____

завідувач кафедри



(підпис)

Вячеслав ХАРДІКОВ

(ім'я, прізвище)

« ____ » _____ 2025 р.

Кваліфікаційна робота
здобувача другого (магістерського) рівня вищої освіти
(першого (бакалаврського) / другого (магістерського))

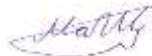
ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ХВИЛЕВОДНО-
ДИЕЛЕКТРИЧНОГО РЕЗОНАТОРА НА ОСНОВІ ДІЕЛЕКТРИЧНОГО
ПАРАЛЕЛЕПІПЕДА В ПРЯМОКУТНОМУ ХВИЛЕВОДІ

(назва роботи)

Спеціальність (спеціалізація) 105 Прикладна фізика та наноматеріали
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма Радіофізика і електроніка
(назва освітньої програми)

Виконавець



(підпис)

Михайло ЩЕРБАКОВ

(ім'я, прізвище)

Науковий керівник



(підпис)

Сергій ШУЛЬГА

(ім'я, прізвище)

Харків – 2025

АНОТАЦІЯ

Щербаков Михайло. Електродинамічні характеристики хвилеводно-діелектричного резонатора на основі діелектричного паралелепіпеда в прямокутному хвилеводі. Харків. Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, кафедра теоретичної радіофізики, 2025, 11 рис., 46 стор., 43 посилання.

Ця магістерська робота присвячена дослідженню електродинамічних характеристик хвилеводно-діелектричного резонатора (ХДР). Вирішено задачу відбиття, проходження та перетворення хвиль на стику частково заповненого діелектриком та порожнього хвилеводів, який є моделлю відбивача, що утворює ХДР.

Для отримання рішення задачі розсіювання на діелектричному включенні в лінії передачі використовується метод часткових областей (зшивання полів) у поєднанні з проєкційним методом.

Задача зводилася до розв'язання нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАУ), як першого, так і другого роду. Проведено дослідження можливості застосовності методу редукції до систем такого типу. На основі проведеного рішення розглядається дослідження електродинамічних характеристик одиночних ХДР.

Ключові слова: прямокутний хвилевод, хвилеводно-діелектричний резонатор, діелектричне включення, метод часткових областей, коефіцієнт відбиття, коефіцієнт проходження.

ABSTRACT

Mikhail Shcherbakov. Electrodynamics characteristics of a waveguide-dielectric resonator based on a dielectric parallelepiped in a rectangular waveguide. Kharkiv. V.N. Karazin Kharkiv National University, Department of Theoretical Radiophysics, 2025, 11 figures, 46 pages, 43 references.

This master's thesis is devoted to the study of the electrodynamic characteristics of a waveguide-dielectric resonator (WDR). The problem of reflection, transmission, and transformation of waves at the junction of a partially filled dielectric and empty waveguides, which is a model of a reflector forming a WDR, has been solved.

To obtain the solution to the scattering problem on a dielectric inclusion in a transmission line, the partial region method (field stitching) is used in combination with the projection method.

The problem was reduced to solving infinite systems of linear algebraic equations (SLAE) of both the first and second kind. The applicability of the reduction method to systems of this type was investigated. Based on the solution, the electrodynamic characteristics of single HDRs are considered.

Keywords: rectangular waveguide, waveguide-dielectric resonator, dielectric inclusion, partial region method, reflection coefficient, transmission coefficient.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ	6
2. ЗБУДЖЕННЯ ХВИЛЕВОДНО-ДИЕЛЕКТРИЧНОГО РЕЗОНАТОРА НА ОСНОВІ ДИЕЛЕКТРИЧНОГО ПАРАЛЕЛЕПЕДУ В ПРЯМОКУТНОМУ ХВИЛЬОВОДІ.....	9
2.1. Ключова задача дифракції на відбивачі ХДР.....	10
2.2. Граничні умови та умови випромінювання для поля	12
2.3. Система лінійних алгебраїчних рівнянь першого роду.....	14
2.4. Система лінійних алгебраїчних рівнянь другого роду.....	16
3. ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ СИСТЕМ ПЕРШОГО И ДРУГОГО РОДУ В ЗАДАЧІ ПРО ДИФРАКЦІЮ НА ВІДБИВАЧІ ХДР.....	19
3.1. Аналітичні оцінки збіжності рішення.....	21
3.2 Чисельне рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь дачі.....	22
4. ВЛАСТИВОСТІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ, РОЗСІЯНИХ НА ВІДБИВАЧІ.....	35
ВИСНОВКИ.....	42
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	43

ВСТУП

В останні роки в техніці СВЧ широко використовуються різного роду феритові або діелектричні неоднорідності в лініях передачі сигналів, які дозволили створити ряд нових малогабаритних мікрохвильових пристроїв, а також поліпшити електродинамічні параметри відомих елементів. Найбільш прогресивним і коректним методом аналізу властивостей таких структур виявився теоретичний метод. Він дозволяє отримати повну характеристику електродинамічних властивостей окремих елементів системи, автоматизувати процес проектування конкретних пристроїв, а також істотно скоротити трудомісткий і дорогий процес макетування.

Теоретичний аналіз пов'язаний з вибором коректної математичної моделі розглянутої електродинамічної системи. Аналітичне рішення для відповідної моделі важко отримати без істотної її ідеалізації. При цьому таке рішення зазвичай дає лише якісний опис досліджуваної структури, що не завжди задовольняє потребам практики. Тому останнім часом увагу дослідників привертають різні наближені методи вирішення хвилеводних задач, які істотно використовують можливості сучасних комп'ютерів.

Звідси випливає, що метою даної роботи є розробка, обґрунтування коректності та чисельна реалізація алгоритмів вирішення задач дифракції хвиль на діелектричних елементах у регулярному хвилеводі та дослідження на цій основі деяких способів збудження хвилеводно-діелектричних резонаторів, що не вимагають додаткових елементів зв'язку з лінією передачі, та їх електродинамічних характеристик.

1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Дана робота відноситься до проблеми мікромініатюризації НВЧ елементів, в якій вирішується задача створення малогабаритних резонансних НВЧ приладів високого рівня потужності.

Одним із ключових напрямів з проблеми мініатюризації НВЧ елементів було і залишається використання діелектричних, феритових та напівпровідникових матеріалів. З цієї точки зору багато фізичних явищ у такого сорту матеріалах детально досліджено стосовно проблеми створення резонансних елементів НВЧ тракту - починаючи від хвилеводних резонаторів з діелектричним або феритовим заповненням і закінчуючи діелектричними, феритовими і хвилеводно-діелектричними резонаторами та їх модифікацією.

Так резонансні елементи НВЧ тракту зараз широко використовують діелектричні включення з високопроникних матеріалів з діелектричною проникністю близько 40-100. У таких включеннях основним фактором, що визначає резонансні властивості, є об'ємний резонанс у зразку діелектричного за рахунок ефекту повного внутрішнього відображення від меж резонансного обсягу [1]. Такі резонатори отримали спеціальну назву діелектричні резонатори (ДР). Перші відомості про ДР належать до 30-х років [2]. Однак, лише в 70-ті роки ДР привернули до себе пильну увагу дослідників. У зв'язку зі складністю постановки суворой електродинамічної задачі, для розрахунків ДР лінії передачі використовуються наближені методи.

Так, у практичних розрахунках ДР найчастіше передбачається, що стінки резонатора є ідеальними магнітними стінками [3]. Однак, ця вимога справедлива лише при великих значеннях діелектричної проникності зразка. Уточнення цієї моделі наведено у роботах [4-7]. При розрахунках ДР в лініях передачі НВЧ, через небагато геометричних розмірів, резонатор нерідко представляється як диполя з певним дипольним моментом [8-10]. Слід зазначити, що моделі, розроблені для відкритих ДР в лініях передачі, де вплив металевих стінок [3], можуть призвести до значних похибок

резонансних частот [7] і, як наслідок, електродинамічних параметрів всієї структури в лінії передачі. Так, за даними [7], моделі з «ідеальною» магнітною стінкою дають на 4-10% занижені значення резонансної частоти в порівнянні з експериментом. Модель діелектричного хвилеводу [4,11] призводить до похибок близько 7%. Варіаційний метод [12] дає похибку того самого порядку. Всі ці моделі дають задовільні результати для великих значень діелектричної проникності. Проте, зауважимо, що з високих значень діелектричної проникності сильніше проявляється температурна нестабільність проникності, високі допуски на геометричні розміри резонаторів; в силу малості розмірів, істотно вплив зміни лінійних розмірів через кліматичні коливання температури на резонансні частоти ДР. При таких значеннях діелектричної проникності характерна висока концентрація електромагнітного поля в малому обсязі, а, звідси, другий серйозний недолік – малі робочі рівні потужності.

Пошук шляхів покращення цих характеристик резонаторів без суттєвого збільшення габаритів та ваги призвів до виділення нового класу резонаторів – хвилеводно-діелектричних резонаторів (ХДР) [13].

ХДР є напіввідкритим ДР з низьким або середнім значенням діелектричної проникності ($\sim 2-40$), розташований в лінії передачі, в якому можуть існувати «замкнені моди» [14]. У такому резонаторі вже не можна чисто виділити діелектричні резонанси. Резонансні явища у таких структурах формуються як з допомогою часткового чи повного відбиття від кордону повітря-діелектрик, і повного відбиття від провідних поверхонь. По-суті, хвилеводно-діелектричний резонанс – це резонанс, у випадку, пов'язаних хвилеводних типів хвиль хвилеводу з діелектриком з допомогою відбиття від нерегулярних ділянок.

Перші цілеспрямовані дослідження таких резонансів відносяться до початку 60-х років минулого століття [13,14]. Спрямованість всіх досліджень в основному зводилася до розгляду низькодобротних резонансів по основному типу хвиль, що поширюється в порожньому хвилеводі [15].

Резонанси вищих хвиль у діелектричних включеннях розглядалися як паразитні у широкосмугових НВЧ пристроях та фазованих антенних ґратах [16].

Якщо фізичні особливості ХДР у ділянці пограничного хвилеводу [17] розглянуті досить повно, вивчення різних варіантів порушення ХДР в регулярних лініях передачі проведено недостатньо.

У математичному плані дослідження порушення ХДР у регулярній лінії передачі (вимушені коливання) зводиться до розв'язків задачі дифракції на діелектричній неоднорідності регулярного хвилеводу.

Для вирішення граничних завдань дифракції на діелектричних тілах з успіхом застосовуються різні методи як суворі, так і наближені, орієнтовані на використання комп'ютерної техніки. Так, для електродинамічних структур, де можливе виділення областей, для яких відоме рішення щодо методу поділу змінних, широкого поширення набув метод часткових областей, хоча його обґрунтування було представлено порівняно недавно лише для деяких приватних застосувань [18].

Методы интегральных и интегро-дифференциальных уравнений [19] пригодны для исследования диэлектрических включений весьма произвольной конфигурации. Однако следует учитывать, что их применение с одной стороны связано с существенными затратами машинного времени даже при расчете простейших структур, с другой стороны они не всегда дают корректные результаты [20].

Метод поперечных сечений, в его первоначальной постановке [21], применительно к задачам рассеяния на диэлектрических неоднородностях, применим только при наличии малых параметров задачи.

У даній кваліфікаційній роботі зроблено спроби на основі методу часткових областей та методу поперечних перерізів побудувати ефективні та чисельно обґрунтовані алгоритми для аналізу хвилеводно-діелектричних резонаторів у регулярних прямокутних хвилеводах.

2. ЗБУДЖЕННЯ ХВИЛЕВОДНО-ДІЕЛЕКТРИЧНОГО РЕЗОНАТОРА НА ОСНОВІ ДІЕЛЕКТРИЧНОГО ПАРАЛЕЛЕПЕДУ В ПРЯМОКУТНОМУ ХВИЛЬОВОДІ

Задачі про стик двох хвилеводів, порожнього і навантаженого діелектриком або феритом, мають велике прикладне значення, пов'язане з розробкою різних СВЧ елементів. Практична важливість задач про розсіювання хвиль на таких неоднорідностях стала причиною появи великої кількості робіт, в яких розвиваються методи їх вирішення, в більшості своїй носячи нестрогий характер. Такі задачі в основному розглядалися з точки зору побудови фазообертачів [22,23]; звідси впливала і основна спрямованість всіх робіт - розгляд узгоджувальних і трансформуючих властивостей такої неоднорідності за основним типом хвилі [24].

У роботах [25-29] зроблено деякі спроби запропонувати варіанти еквівалентних схем для стику порожнього і частково заповненого діелектриком (феритом) хвилеводів, дано розвиток деяких модифікацій варіаційних методів, запропонованих Швінгером.

Найбільш вдалі спроби дослідження таких електродинамічних структур зроблені в роботах [35-37].

Для симетричних діелектричних навантажень прямокутного хвилеводу Chang [23,36] методом часткових областей вирішив електродинамічну задачу і побудував універсальні еквівалентні схеми такої неоднорідності.

У [35] методом інтегрального рівняння проведено дослідження структури полів на стику хвилеводу, навантаженого діелектричною (феритовою) пластиною.

У роботі [37] наведено строгі рішення на діелектричній сходинці, які базуються на вирішенні системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАУ) другого роду, на варіаційному принципі і чисельно-аналітичному методі, пов'язаному з дослідженням функцій комплексного змінного [37]. Відзначимо, що у всіх відомих нам роботах розглядалися окремі сторони властивостей (в основному узгоджувальних) хвилеводів, навантажених

діелектриком (феритом), не були досліджені питання збіжності рішень, отриманих за методом часткових областей. У даній роботі, зокрема, розглянуті, не досліджені раніше, відбиваючі і перетворюючі властивості стику при падінні хвилі з області діелектрика.

Для отримання рішення задачі розсіювання на діелектричному включенні в хвилеводі використовується метод часткових областей, який, по суті, є аналогічним розвинутому в роботі [38] стосовно дифракційних решіток, оскільки і в розглянутому випадку в якості базисних функцій використовуються дві групи ортогональних функцій у часткових областях.

Задача зводилася до розв'язання нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАУ), як першого, так і другого роду.

2.1. Ключова задача дифракції на відбивачі ХДР.

Нехай маємо нескінченний прямокутний хвилевід з ідеально провідними стінками, всередині якого на відстані від бічної стінки розташована напівнескінченна діелектрична пластина товщиною h з діелектричною проникністю $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$ (рис.1).

Припустимо, що на межу розділу ($z=0$) з області $z < 0$ набігає H_{q0} - хвиля одиничної (за складовою E_y) амплітуди. Потрібно визначити амплітуди хвиль розсіяного поля.

Розглянута структура дозволяє виділити дві суміжні області (А: $-z < 0$ і В: $-z > 0$), для кожної з яких можна отримати рішення за допомогою поділу змінних, тому для вирішення поставленої задачі скористаємося найбільш поширеним при формулюванні крайових задач методом часткових областей (зшивання полів [39]).

Оскільки падаюче електричне поле має лише y -компоненту і розглянута структура однорідна в напрямку осі y , розсіяне поле складається

лише з хвиль типу H_{q0} [40], а рівняння Максвелла зводяться до двовимірного хвильового рівняння для скалярної величини $E_y = \varphi$.

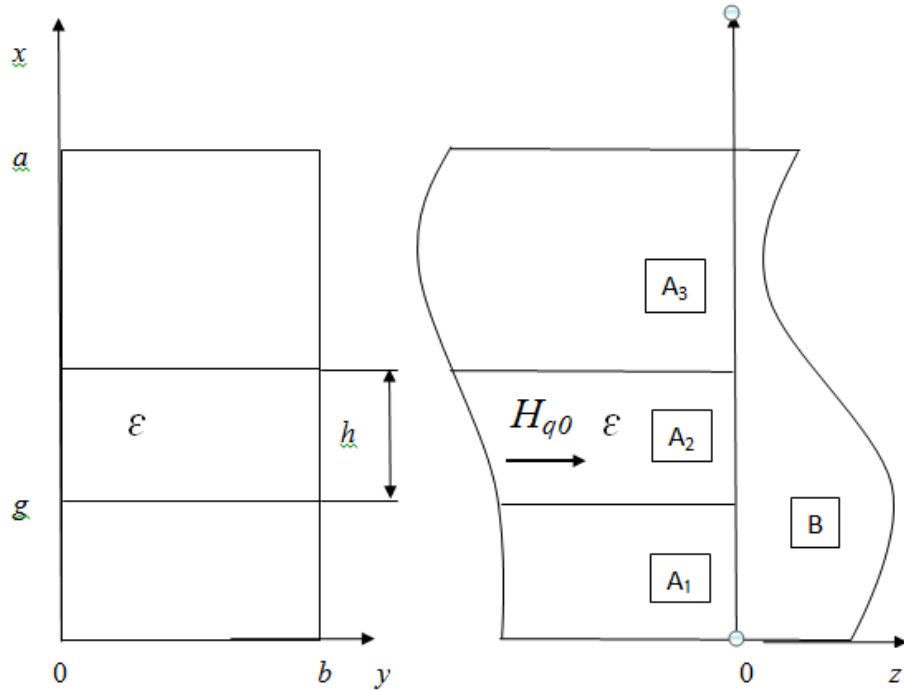


Рис. 1

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \varepsilon(x, z) \right] \varphi(x, z) = 0, \quad (1)$$

де

$$\varepsilon(x, z) = \begin{cases} \varepsilon, & x, z \in A_2 \\ 1, & x, z \in A_1, A_2, B \end{cases}$$

$k = 2\pi/\lambda$, λ - довжина хвилі. Тут і далі множник, що виражає залежність від часу, $\exp(-i\omega t)$ мається на увазі.

Відмінні від нуля складові розсіяного поля виражаються через компоненту φ і мають вигляд [40]:

$$H_x = -\frac{1}{ik} \frac{\partial \varphi}{\partial z}; \quad H_z = \frac{1}{ik} \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (2)$$

2.2. Граничні умови та умови випромінювання для поля

Функція φ повинна задовольняти крайовим умовам на металевих стінках ($\varphi=0$ при $x=0, a$), умові випромінювання при $|z| \rightarrow \infty$ і умові скінченності енергії поблизу ребер діелектрика [38]

$$\lim_{V \rightarrow 0} \int_V (\varepsilon |\varphi|^2 + |\text{grad } \varphi|^2) dV \rightarrow 0. \quad (3)$$

Функція φ та її похідні повинні бути неперервними на межі розділу діелектриків, тобто φ та $\partial\varphi/\partial x$ неперервні при $x=g$ та $x=g+h$ в області $z < 0$, а також φ та $\partial\varphi/\partial z$ неперервні при $z=0$.

Ці умови забезпечують єдиність рішення вихідної задачі.

Умови на металі та неперервності φ і $\partial\varphi/\partial x$ забезпечують набір нормальних мод у часткових областях A і B . Що стосується умови на ребрі діелектрика (3), то при $r \rightarrow 0$ (r — відстань до ребра) поле, в загальному випадку, дійсно може мати сингулярний характер. Як показано в роботі [41], вимога $kr \rightarrow 0$ фактично означає перехід до статичного випадку. Ретельно проведені чисельні дослідження характеру зміни поля біля ребер діелектричного прямокутного циліндра Андерсеном і Солодуховим, а також результати робіт [42,43] для діелектричної сходинки у хвилеводі дозволяють говорити, що умова (3), принаймні для низьких значень ε (а саме цей випадок цікавить нас при розрахунках ХДР), виконується. Зазначимо також, що врахування особливості на діелектричному ребрі незначно поліпшить збіжність, яка, як буде показано нижче, і так досить висока, але призведе до значного ускладнення матричних елементів системи лінійних алгебраїчних рівнянь і, як наслідок, алгоритму вирішення задачі.

З умови випромінювання випливає, що в областях А і В функцію φ необхідно представити у вигляді розкладу за власними хвилями, що відходять від площини $z=0$. Відповідно до цього, ми маємо наступні розклади для функції φ :

$$\varphi = \Psi_q(x)e^{-\Gamma qz} + \sum_{m=1}^{\infty} R_{mq} \Psi_m(x)e^{\Gamma mz} , \quad z < 0 ; \quad (4)$$

$$\varphi = \sqrt{\frac{2}{a}} \sum_{n=1}^{\infty} T_{nq} \sin p_n x e^{-\gamma_n z} , \quad z > 0 ,$$

де R_{kq} , T_{kq} - шукані елементи q -го стовпця матриць відбиття і проходження,

$$\Psi_k(x) = \frac{1}{N_k} \begin{cases} \sin r_k x , & \{x, z \in A_1 \\ \frac{r_k}{t_k} \cos r_k g \sin t_k (x - g) + \sin r_k g \cos t_k (x - g) , & \{x, z \in A_2; \\ \alpha_k \sin r_k (x - a) , & \{x, z \in A_3 \end{cases}$$

$$\alpha_k = - \frac{t_k \sin t_k h \sin r_k g - r_k \cos t_k h \cos r_k g}{r_k \cos r_k q}$$

$$p_k = k\pi/a ; \quad \gamma_k = \sqrt{p_k^2 - k^2} ; \quad q = a - h - g ;$$

$$r_k = \sqrt{k^2 + \Gamma_k^2} ; \quad t_k = \sqrt{\varepsilon k^2 + \Gamma_k^2} ;$$

N_k – норма, що визначається з умови ортогональності [40]

$$\int_0^a \Psi_m(x) \Psi_k(x) dx = \delta_{mk} ; \quad (5)$$

δ_{mk} – символ Кронекера;

$$\begin{aligned} N_k^2 &= \frac{1}{2} (g + \alpha_k^2) - \frac{1}{4r_k} (\sin 2r_k g + \alpha_k^2 \sin 2r_k q) + \\ &+ \frac{h}{2} \left[\sin^2 r_k g + \left(\frac{r_k}{t_k}\right)^2 \cos^2 r_k g \right] + \frac{\sin 2t_k h}{4t_k} \left[\sin^2 r_k g + \left(\frac{r_k}{t_k}\right)^2 \cos^2 r_k g \right] + \\ &+ \frac{r_k}{t_k} \sin 2r_k g \frac{\sin^2 t_k h}{2t_k} ; \end{aligned}$$

Γ_k постійна поширення хвилеводу з діелектриком і визначається з трансцендентного рівняння, що отримується в результаті накладення умови неперервності φ і $\partial\varphi/\partial x$ при $x=g, g+h$,

$$\frac{t_k}{r_k} ctgt_k h(tgr_k g + tgr_k q) + 1 - \left(\frac{t_k}{r_k}\right)^2 tgr_k g tgr_k q = 0. \quad (6)$$

Накладення умови неперервності φ і $\partial\varphi/\partial z$, тобто зшивання полів на межі розділу ($z=0$) хвилеводів, призводить до наступної системи функціональних рівнянь щодо шуканих коефіцієнтів R_{kq} і T_{kq} :

$$\sum_{m=1}^{\infty} (\delta_{mq} + R_{mq}) \Psi_m(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sum_{n=1}^{\infty} T_{nq} \sin p_n x; \quad (7)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \Gamma_m (-\delta_{mq} + R_{mq}) \Psi_m(x) = -\sqrt{\frac{2}{a}} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n T_{nq} \sin p_n x. \quad (8)$$

Координатні функції, що входять до цієї системи, утворюють на інтервалі $[0, a]$ повну ортонормовану систему. Таким чином, перехід від функціональних рівнянь до СЛАУ може бути здійснений проектуванням функціональних рівнянь на підпростори з базисами, повними у відповідних областях [38].

2.3. Система лінійних алгебраїчних рівнянь першого роду

Проектуючи (7) і (8) на підпростір з базисом власних функцій порожнього хвилеводу, маємо

$$P_{kq} + \sum_{m=1}^{\infty} R_{mq} P_{km} = T_{kq}; \quad (9)$$

$$-\Gamma_q P_{kq} + \sum_{m=1}^{\infty} \Gamma_m R_{mq} P_{km} = \gamma_k T_{kq} \quad (10)$$

де

$$P_{km} = \sqrt{\frac{2}{a}} \int_0^a \Psi_m(x) \sin p_k x dx \quad (11)$$

або

$$\begin{aligned}
 P_{km} = & \sqrt{\frac{2}{a}} \frac{1}{N_m} \frac{(\varepsilon - 1)k^2}{(\gamma_k^2 - \Gamma_m^2)(t_m^2 - p_k^2)} \{r_m \cos r_m g [\sin p_k g - \\
 & - \cos t_m h \sin p_k (g + h)] - p_k \sin r_m g [\cos p_k g - \\
 & - \cos t_m h \cos p_k (g + h)] + t_m \sin t_m h \sin r_m g \sin p_k (g + h) + \\
 & + p_k \frac{r_m}{t_m} \sin t_m h \cos r_m g \cos p_k (g + h)\} = \frac{S_{km}}{\gamma_k^2 - \Gamma_m^2} . \quad (12)
 \end{aligned}$$

Виключаючи в (9) і (10) T_{kq} , приходимо до СЛАУ першого роду щодо невідомих коефіцієнтів

$$\sum_{m=1}^{\infty} V_{km} R_{mq} = -v_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (13)$$

тут

$$V_{km} = \frac{S_{km}}{\gamma_k - \Gamma_m}; \quad v_k = \frac{S_{kq}}{\gamma_k + \Gamma_q}.$$

Таким чином, задача зводилася до пошуку рішення нескінченної СЛАУ (13) і подальшого підсумовування ряду (9). Враховуючи, що ряди типу (9) є повільно збіжними [38], коефіцієнти T_{kq} можна визначити також із СЛАУ, що отримується в результаті проектування функціональних рівнянь (7) і (8) на підпростір з базисом власних функцій хвилеводу, заповненого діелектриком

$$\sum_{n=1}^{\infty} V_{nk} T_{nq} = 2\Gamma_q \delta_{qk}. \quad (14)$$

2.4. Система лінійних алгебраїчних рівнянь другого роду

Проектуючи (7) на підпростір з базисом власних функцій порожнього хвилеводу, а (8) на підпростір з базисом власних функцій хвилеводу з діелектриком, маємо

$$P_{kq} + \sum_{m=1}^{\infty} R_{mq} P_{km} = T_{kq} ;$$

$$-\Gamma_q \delta_{qp} + \Gamma_p R_{pq} = - \sum_{n=1}^{\infty} \Upsilon_n T_{nq} P_{np}$$

або виключаючи коефіцієнти T_{kq} , отримуємо наступну СЛАУ другого роду щодо невідомих

$$\Gamma_k R_k + \sum_{m=1}^{\infty} A_{km} R_{mq} = a_k , \quad (15)$$

де

$$A_{km} = \sum_{n=1}^{\infty} \Upsilon_k P_{nk} P_{nm} ; \quad a_k = \Gamma_q \delta_{qk} - A_{kq} .$$

Для визначення коефіцієнтів T_{kq} можна скористатися перерахунковою формулою (9) або визначити з СЛАУ, що отримується аналогічно (15)

$$\Upsilon_k T_{kq} + \sum_{n=1}^{\infty} B_{kn} T_{nq} = b_k , \quad (16)$$

тут

$$B_{kn} = \sum_{m=1}^{\infty} \Gamma_m P_{km} P_{nm} ; \quad B_k = 2\Gamma_q P_{kq} .$$

Слід зауважити, що, вибираючи інший порядок проектування системи функціональних рівнянь, ми можемо прийти до СЛАУ другого роду, типу

$$R_{kq} + \sum_{m=1}^{\infty} C_{km} R_{mq} = c_k, \quad (17)$$

де

$$C_{km} = \Gamma_m \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_{nk} p_{nm}}{\gamma_n}; \quad c_k = C_{kq} - \delta_{kq}.$$

Аналогічно для невідомих T_{kq}

$$T_{kq} + \sum_{n=1}^{\infty} D_{kn} T_{nq} = d_k, \quad (18)$$

тут

$$D_{kn} = \gamma_n \sum_{m=1}^{\infty} \frac{p_{km} p_{nm}}{\Gamma_m}; \quad d_k = 2P_{kq}.$$

Очевидно, що системи (15) і (16) є кращими для чисельної реалізації, оскільки в матричних елементах систем (17) C_{km} і (18) D_{kn} у знаменниках містяться постійні поширення γ_n і Γ_m , які на критичних частотах обертаються в нуль, що призведе до невизначеності матричних елементів у цих точках. Матричні елементи систем (15) і (16) таких особливостей не містять. Зазначимо, що в роботі Ф. Г. Богданова і Г.Ш.Кеванішвілі, в якій розглядалася близька дифракційна задача, цей факт не врахований, що, природно, обмежує діапазон застосування їх алгоритму.

Отримані системи рівнянь першого і другого роду дозволяють провести досить ефективно аналітичне і чисельне дослідження задачі, яке будемо отримувати, застосовуючи до них метод усічення.

Системи другого роду досліджені досить повно, обґрунтування застосування методу усічень до систем такого типу можна знайти в ряді робіт. Однак, з огляду на складність їх матричних елементів, для чисельного

дослідження є привабливим використання систем першого роду (13) і (14), що мають більш прості матричні елементи.

Як зазначається, метод послідовних усічень до систем першого роду в загальному випадку не застосовується, тому цікаво дослідити можливість застосування такого методу в нашому випадку і порівняти його з системами другого роду.

3. ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ СИСТЕМ ПЕРШОГО И ДРУГОГО РОДУ В ЗАДАЧІ ПРО ДИФРАКЦІЮ НА ВІДБИВАЧІ ХДР

Розв'язання задач дифракції часто зводиться до розв'язання нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь [38].

Аналіз систем другого роду в даний час не викликає великих труднощів і дає можливість обґрунтувати правомірність застосування до них методу усічення. СЛАУ першого роду в більшості своїй важко піддаються відомим методам аналізу, але тим не менш вони широко застосовуються при чисельному дослідженні електродинамічних структур [38,23,36]. При цьому природно виникає питання: скільки членів розкладу слід врахувати для досягнення необхідної точності результатів? Найчастіше припускається, що якщо зі збільшенням порядку усічення результат не змінюється, то при необмеженому зростанні N результат буде збігатися з точним рішенням задачі. Однак, є випадки, коли зазначений граничний процес не сходиться або сходиться до невірному результату.

У зв'язку з цим представляє інтерес дослідити правомірність застосування методу усічення до конкретних систем на основі внутрішніх і зовнішніх критеріїв точності.

До зовнішніх критеріїв відносять способи незалежної перевірки, які можуть бути аналітичними, чисельними або експериментальними. Аналітичне рішення для розглянутого класу задач можливе тільки в найпростіших випадках, наприклад, - у разі повного заповнення поперечного перерізу хвилеводу діелектриком.

Чисельне рішення, отримане незалежним способом, наприклад, за допомогою інтегральних рівнянь, [35], або модифікованим методом відрахувань [37], також може бути використано для контролю точності.

Однак, порівняння незалежних рішень не дає достовірної точності, оскільки в разі розбіжності між чисельними результатами неможливо визначити, яке з рішень є більш точним.

Найбільш переконливою перевіркою, безумовно, є порівняння результатів розрахунку та експерименту. Однак, треба мати на увазі, що розбіжність результатів розрахунку і експерименту може бути обумовлена і за рахунок різних деталей експерименту, які важко врахувати в моделі, що досліджується чисельними методами, такими, наприклад, як наявність зазорів між стінками хвилеводу і діелектриком, неточним знанням діелектричної проникності і т.д.

В силу перерахованих причин, при отриманні чисельного рішення необхідно контролювати його точність за допомогою «внутрішніх» видів перевірки. До таких слід віднести: перевірку теореми взаємності, закону збереження енергії і граничних умов.

У даному розділі за допомогою перерахованих способів контролю на прикладі задачі дифракції на відбивачі ХДР проведемо оцінку точності отриманого чисельного рішення. Для інших електродинамічних структур, що розглядаються в роботі, будуть використані висновки даного параграфу, а також вказана точність, заснована на деяких з перерахованих способів контролю.

При чисельному аналізі властивостей систем лінійних алгебраїчних рівнянь з'ясувалася залежність елементів матриці розсіювання від величини порядку усічення; проводилося порівняння рішень за СЛАУ першого і другого родів.

Для побудови чисельного алгоритму використовувалося рішення задачі у вигляді СЛАУ (13), (14), (15) і (16), із залученням трансцендентного рівняння (6) для визначення постійних поширення на ділянці хвилеводу з діелектричним заповненням.

Чисельне рішення СЛАУ може бути знайдено багатьма способами.

Найбільш типовими методами вирішення СЛАУ є метод обернення матриці, метод факторизації та метод ітерації. Найбільш економічним, з точки зору необхідних обсягів пам'яті ЕОМ і машинного часу, є ітераційний метод. Однак, з огляду на необхідність розгляду резонансних явищ, його

застосування є недоцільним. При одному обсязі оперативної пам'яті з методом обернення матриці, факторизація матриці є кращою, оскільки вимагає майже втричі менше операцій.

У реальних алгоритмах у всіх задачах, що розглядаються в дипломній роботі, для вирішення СЛАУ використовувався метод Гаусса.

Врахування дисипативних втрат призводить до необхідності знаходження комплексних коренів рівняння (6). Для побудови чисельного алгоритму знаходження комплексних коренів рівняння (6) була використана ітераційна процедура Ньютона. Оскільки для чисельного алгоритму задачі дифракції необхідний впорядкований набір рішень $\{\Gamma_n\}_{n=1}^N$, істотно мати для початкового значення n -го кореня досить хорошу апроксимацію, щоб ітераційний процес сходився саме до потрібного кореня, а не до будь-якого іншого.

В якості початкових наближень для коренів вищого порядку використовувалися асимптотичні вирази [33], для перших коренів - використовувалися точки, що відповідають зміні знака функції, утвореної лівою частиною дисперсійного рівняння, без урахування втрат.

Всі розглянуті в дисертації алгоритми програмно реалізовані на мові ФОРТРАН.

Обчислення 20 коренів трансцендентного рівняння (6) з точністю, що перевищує шість значущих цифр, займає менше 20 сек. Час обчислення одного варіанту задачі в цілому не перевищує 40 сек.

3.1. Аналітичні оцінки збіжності рішення

Перш ніж приступити до чисельного аналізу систем першого і другого родів, зробимо деякі аналітичні оцінки.

Перш за все, розглянемо поведінку матричних елементів систем (13) і (14) при $n, m \rightarrow 0$.

Зауважимо, що має місце розклад у ряд Фур'є

$$\Psi_k(x) = \sum_{n=1}^{\infty} P_{nk} \sin p_n x .$$

Застосовуючи нерівність Бесселя [40], маємо

$$\int_0^a \Psi_k^2(x) dx \geq \sum_{n=1}^{\infty} P_{nk}^2$$

або з урахуванням ортонормалізації (1.1.15)

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_{nk}^2 \leq 1 . \quad (19)$$

Для будь-яких $K \lim_{n \rightarrow \infty} P_{nk} = 0$. Причому, відповідно до P_{nk} зменшується не гірше, ніж c/n^2 . Груба оцінка збіжності рішення дає

$$\max |R_{kq}(T_{kq}) - R_{kq}^N(T_{kq}^N)| < C/N , \quad (20)$$

де $R_{kq}(T_{kq})$ – точні значення коефіцієнтів відбиття і проходження, а $R_{kq}^N(T_{kq}^N)$ – значення, отримані з усічених систем порядку N .

3.2. Чисельне рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Оскільки важко дати більш точну аналітичну оцінку, ніж (20), то подальші дослідження отриманих систем лінійних алгебраїчних рівнянь проведемо на основі чисельних експериментів.

При чисельному експерименті на основі таблиць збіжності шуканих елементів матриці розсіювання при послідовно зростаючих порядках усічення будемо проводити порівняння рішень по СЛАУ першого і другого родів.

Дані таблиць 1 і 2 ілюструють збіжність R_{11} , R_{12} и R_{22} зі зміною порядку усічення N систем (13) і (15).

Видно, що для систем першого і другого родів, результати починають встановлюватися дуже швидко, причому точність розрахунків визначається числом врахованих при усіченні затухаючих типів хвиль. Як показав аналіз, задовільні результати отримуються, якщо порядок усічення визначається як

$$N = E \left[\frac{2a}{\lambda} \sqrt{1 + (\varepsilon - 1) h/a} \right] + m, \quad (21)$$

Таблиця 1

Рішення щодо СЛАУ першого роду ($\varepsilon = 9,2$; $h/a = 0,3$; $g/a = 0,21$; $a/\lambda = 0,7125$)

N	$ R_{11} $	$argR_{11}^\circ$	$ R_{12} $	$argR_{12}^\circ$	$ R_{22} $	$argR_{22}^\circ$
2	0.57281	4.53	0.26251	-87.22	0.94515	77.71
4	0.57711	12.64	0.15456	-84.59	0.96586	89.05
6	0.5774	12.79	0.14091	-85.98	0.96809	-88.05
8	0.57749	12.84	0.14081	-85.51	0.96818	-87.42
10	0.57760	12.88	0.14056	-85.56	0.96822	-87.40
12	0.5776	12.90	0.14058	-85.53	0.96822	-87.37
14	0.5776	12.90	0.14058	-85.52	0.96822	-87.36
16	0.57761	12.90	0.14058	-85.51	0.96822	-87.35
18	0.57761	12.90	0.14058	-85.51	0.96822	-87.35
20	0.57761	12.90	0.14058	-85.51	0.96822	-87.35
Реперне значення	0.5776258	12.91213	0.1405743	-85.51178	0.9682300	-87.35123

Таблиця 2

Рішення щодо СЛАУ другого роду ($\varepsilon = 9,2$; $h/a = 0,3$; $g/a = 0,21$; $a/\lambda = 0,7125$)

N	$ R_{11} $	$argR_{11}^\circ$	$ R_{12} $	$argR_{12}^\circ$	$ R_{22} $	$argR_{22}^\circ$
2	0.65449	17.87	0.12175	-77.99	0.97660	87.06
4	0.57895	12.99	0.13619	-85.79	0.96961	-86.19
6	0.57820	13.03	0.14041	-85.3	0.96828	-87.11
8	0.57784	12.96	0.14045	-85.49	0.96825	-87.32
10	0.57780	12.93	0.14060	-85.46	0.96822	-87.32
12	0.57764	12.91	0.14056	-85.50	0.96823	-87.33
14	0.57764	12.91	0.14056	-85.50	0.96822	-87.34
16	0.57763	12.91	0.14057	-85.50	0.96823	-87.34
18	0.57762	12.91	0.14056	-85.51	0.96823	-87.34
20	0.57762	12.91	0.14057	-85.51	0.96823	-87.35
Реперне значення	0.5776288	12.91213	0.1405743	-85.5117	0.9682300	-87.35123

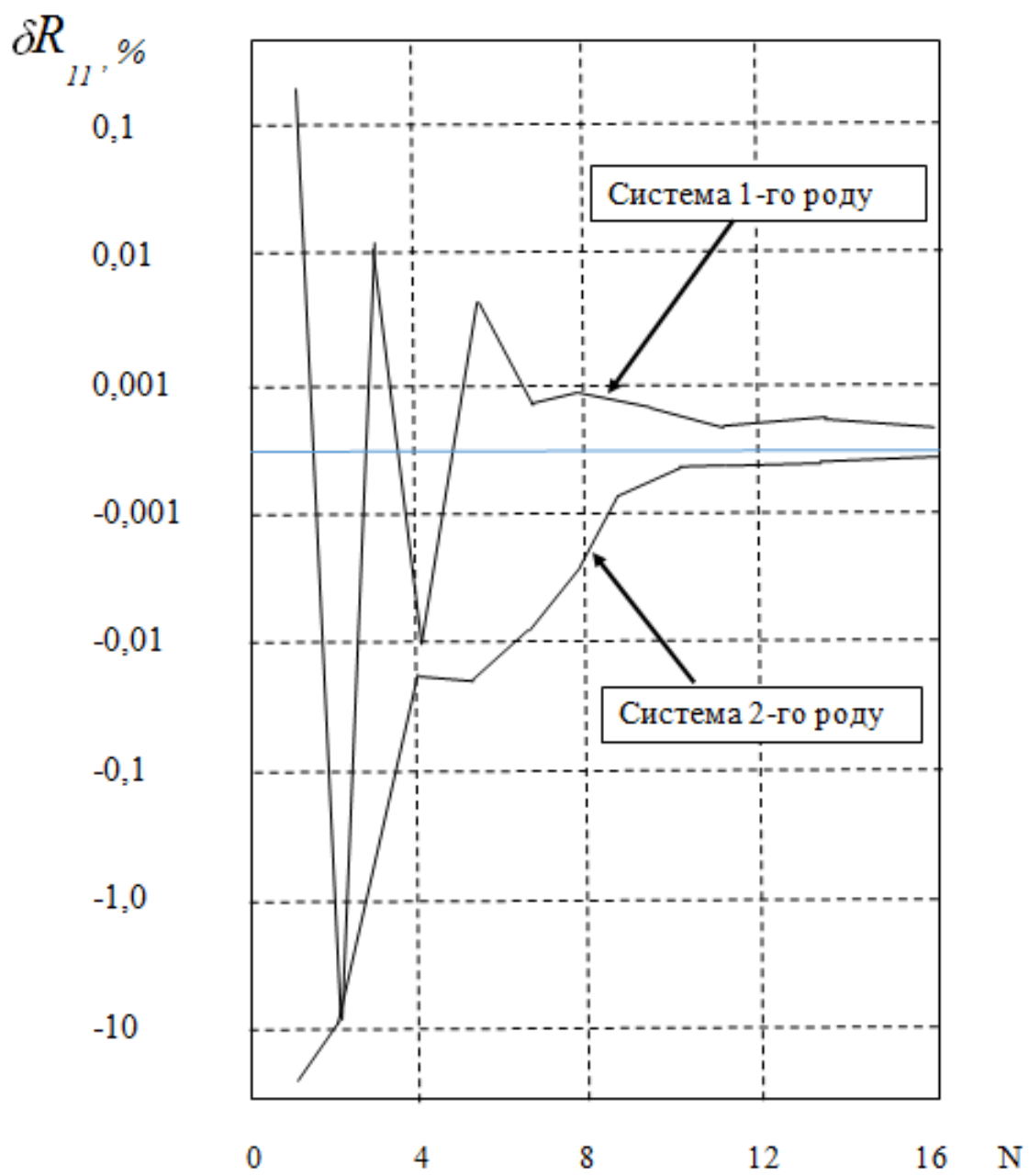


Рис. 2

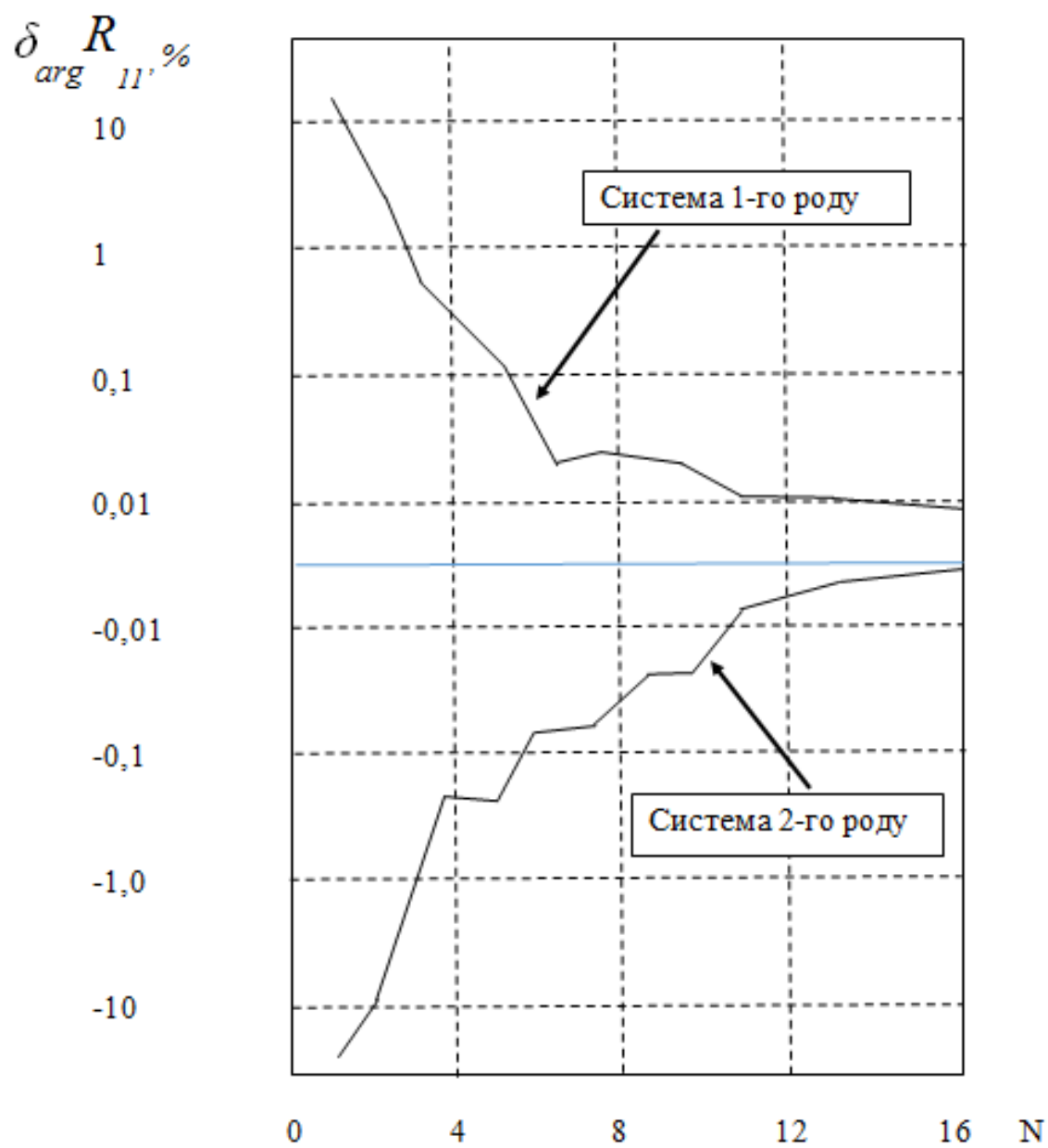


Рис. 3

де m визначає число врахованих типів хвиль, що не поширюються. Рис. 2-3 ілюструють закон зменшення значень відносних помилок обчислення $|R_{kq}^N|$ і $\arg R_{kq}^N$, у порівнянні з R_{kq} , отриманим при максимальному порядку усічення із системи другого роду

$$\delta(|R_{kq}|) = \frac{|R_{kq}| - |R_{kq}^N|}{|R_{kq}|} \cdot 100\% \quad (22)$$

і аналогічно для $\arg R_{kq}^N$.

З чисельного аналізу у широкому діапазоні зміни параметрів задачі, зокрема, з рис. 2-3 та даних таблиць 1-2 слід якісний висновок, що для визначення R_{kq} с точністю менше 1% (тобто з точністю до 3-го знака) достатньо взяти у формулі (21) $m=2 \div 4$.

При дослідженні помилки обчислень залежно від порядку усічення, використовувалися три внутрішні критерії помилок обчислень. По-перше, середньоквадратична помилка значення тангенціальної складової електричного поля [37]

$$\delta_\varepsilon = \frac{\int_0^a |E_y^+ - E_y^-|^2 dx}{\int_0^a |E_y^+|^2 dx}, \quad (23)$$

де E_y^+ - значення E_y при $z = +0$ в області B хвильовода (рис. 1.1), E_y^- - значення E_y^+ при $z = -0$ в області A . По-друге, контролювався ступінь виконання закону збереження енергії

$$\delta_p = \frac{1}{|\Gamma_q|} \left[\sum_{n=1}^M |R_{nq}|^2 |\Gamma_q| + \sum_{n=1}^{E[2a/\lambda]} |T_{nq}| |\gamma_n| \right] - 1, \quad (24)$$

тут $M = E \left[\frac{2a}{\lambda} \sqrt{1 + (\varepsilon - 1)h/a} \right]$. І, нарешті, проводився контроль точності виконання теореми взаємності

$$\delta_B = |R_{kn} \Gamma_k - R_{nk} \Gamma_n|. \quad (25)$$

Рис. 4-6 ілюструють залежність цих параметрів у відсотках від порядку усічення N при $\varepsilon = 9,2$; $h/a = 0,3$; $g/a = 0,21$; $a/\lambda = 0,7125$, що відповідає

двом типам хвиль, що розповсюджуються, на ділянці хвилеводу з діелектриком. Конкретні значення цих параметрів наведено у таблицях 3 та 4.

Виконання теореми взаємності є необхідним наслідком правильності розв'язання рівняння Максвелла для лінійного пасивного середовища. Однак, її виконання не є достатньою умовою правильності рішення, оскільки взаємність часто внутрішньо властива чисельному рішенню. Як видно із рис. 4, для систем другого роду взаємність виконується з високим ступенем точності за будь-яких порядків усічень і служити критерієм точності вона може. Для систем першого роду зменшення похибки обчислень (збільшення порядку усічення) наводить для поліпшення виконання теореми взаємності, тобто. Параметр δ_B може бути критерієм точності.

Аналогічно справи із законом збереження енергії, тобто. Прагнення $\delta_p \rightarrow 0$ є необхідною, але недостатньою умовою правильності рішення. Причому, як бачимо з рис. 5-6, чисельним рішенням СЛАУ другого роду внутрішньо властивий закон збереження енергії, тобто при неправильному (з більшою похибкою) визначенню амплітуд розсіяного поля відбувається правильний (що призводить до виконання закону збереження енергії) перерозподіл енергії між типами хвиль. Для систем першого роду, аналогічно до теореми взаємності, зменшення похибки обчислення амплітуд розсіяного поля призводить до покращення виконання закону збереження енергії.

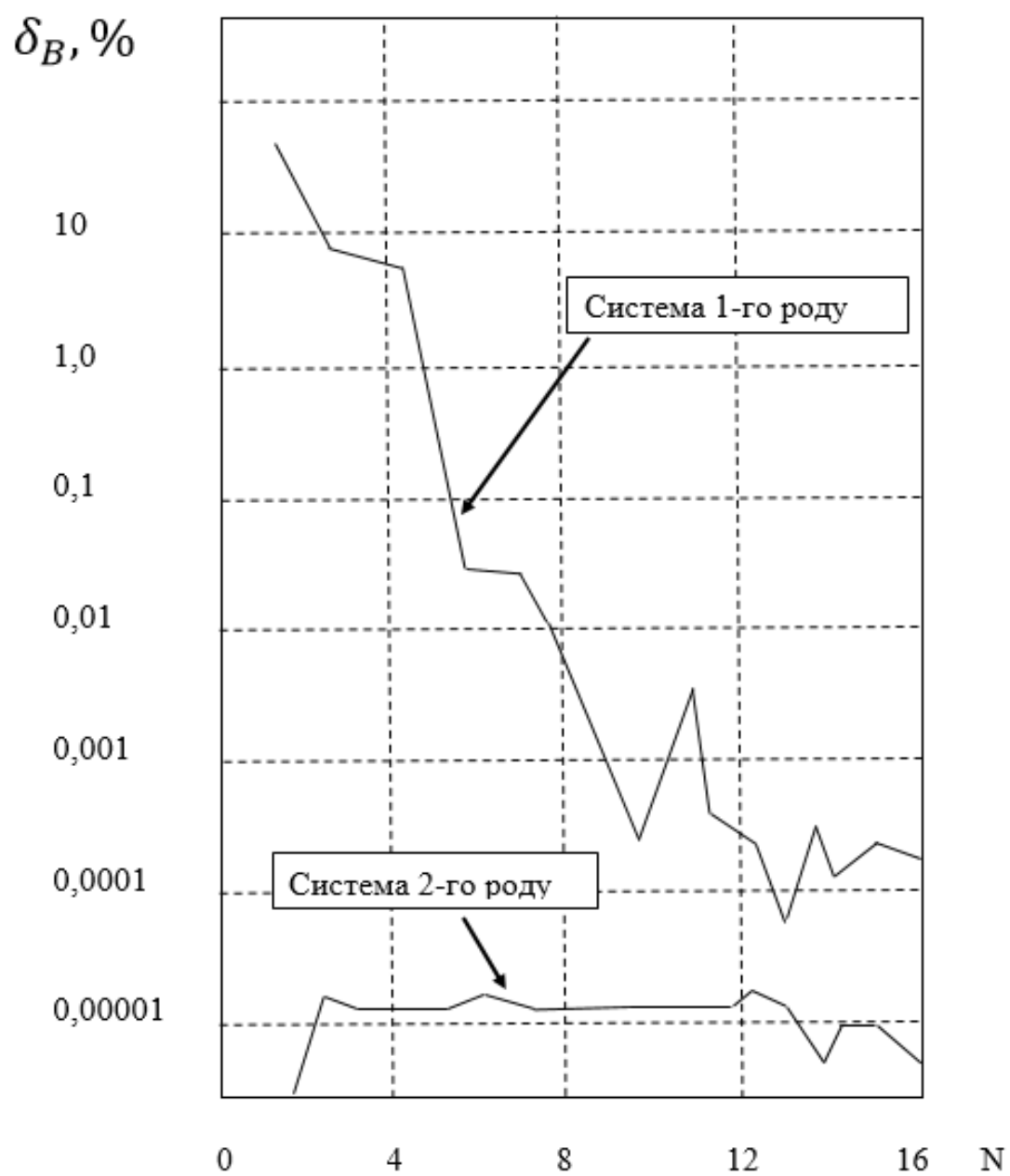


Рис. 4. Точність виконання теорема взаємності

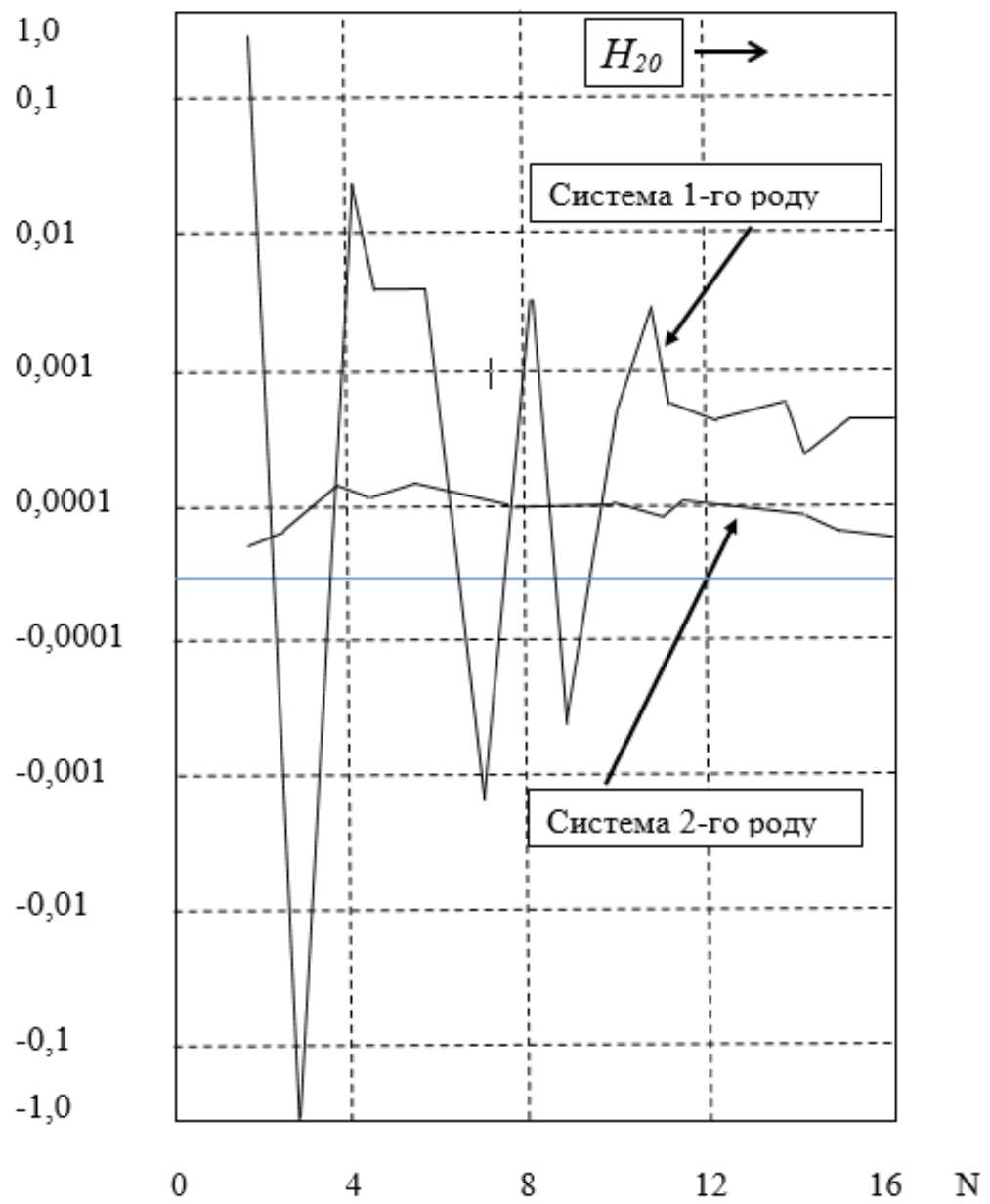


Рис. 5. Точність виконання закону збереження енергії

$\delta_\varepsilon, \%$

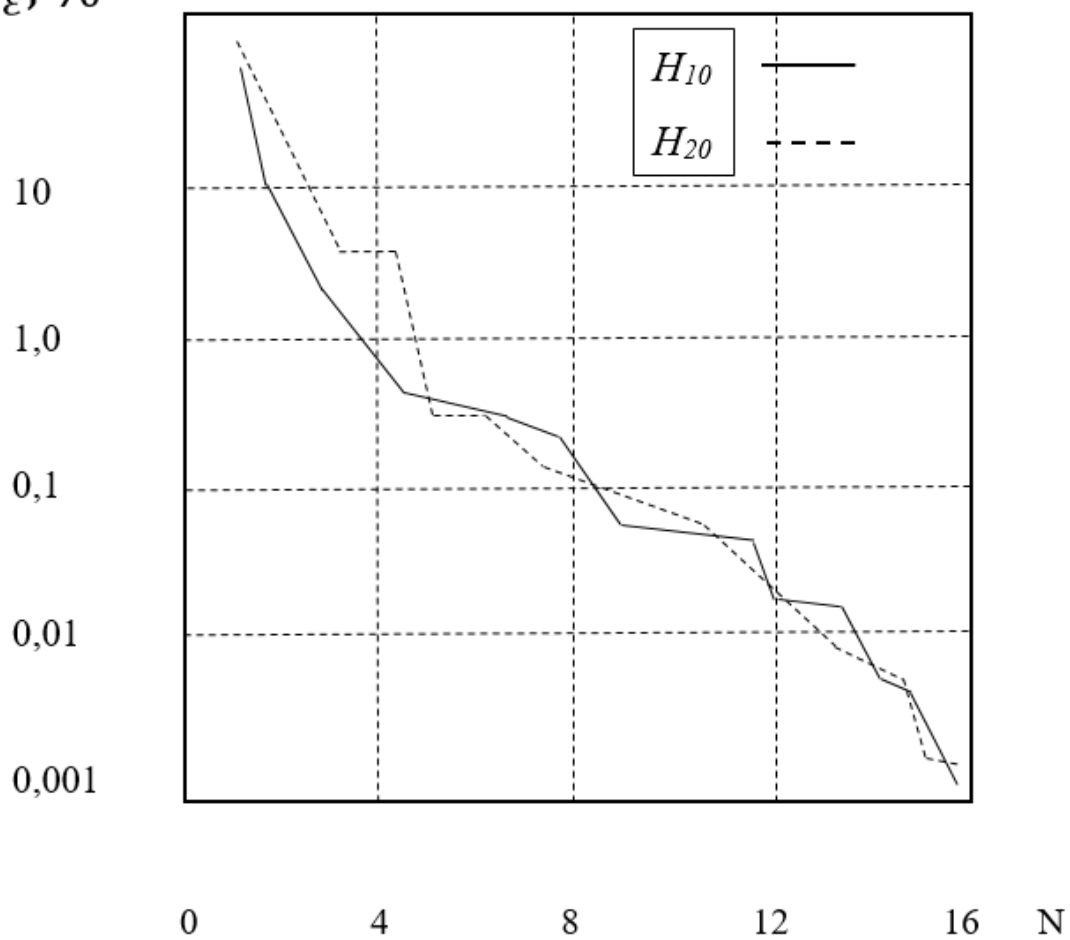


Рис. 6. Точність виконання граничних умов

Виконання граничних умов, мабуть, є одним із найбільш точних критеріїв точності одержуваного результату.

Рис. 6 ілюструє залежність середньоквадратичної похибки граничних умов стику. Для систем першого та другого родів характер спадання $\delta\varepsilon$ аналогічний і збігається з графічною точністю; точні значення $\delta\varepsilon$ наведені у таблицях 3 та 4.

Як видно із рис. 2-6, похибка обчислення $R_{kq}, \delta_B, \delta_p$, в основному менше 1% вже при $m = 1$ ($N = 3$), проте похибка виконання граничних умов при цьому ще значна $\delta\varepsilon \geq 10\%$. Виконання граничних умов з точністю менше 1% настає лише за $m \geq 4$ ($N \geq 6$).

Досліджуючи $\delta(R_{kq})$ можна відзначити наступне. Для систем другого роду R_{kq} прагне точного - зверху чи знизу, залежно від індексів k і q ; для систем першого роду, в основному на початковій ділянці, спостерігається осцилюючий характер зменшення, при подальшому монотонному спаданні з одного боку. Причому, значення R_{kq} для систем першого та другого родів прагне до точного завжди з різних боків. Осциляції $\delta(R_{kq})$ пов'язані з урахуванням типів хвиль з різною симетрією (парних та непарних).

Питання обумовленості систем (стійкості алгоритмів розв'язання) [45], що виникають під час вирішення завдань розсіювання на координатних діелектричних елементах, спеціально не досліджувалися. Однак непрямі дані (наприклад, досить гладка збіжність результатів) вказують на хорошу обумовленість систем.

Таким чином, чисельне рішення систем (13) та (15) ми завжди можемо отримати із заданою точністю при довільних параметрах задачі, якщо порядок усічення брати досить великим. На основі проведеного аналізу, відзначимо, що для знаходження елементів матриці розсіювання з похибкою не гірше 0,1% у широкому діапазоні параметрів необхідно у рівності (21) для визначення брати $m \geq 4$. За такого вибору m закон збереження енергії та співвідношення взаємності виконуються з точністю $10^{-5} \div 10^{-6}$.

Таблиця 3

Точність отриманих результатів щодо СЛАУ першого роду

N	Теорема взаємності δ_B	Баланс енергії δ_{P1}	Баланс енергії δ_{P2}	Середньоквадратична похибка виконання граничних умов	
				$\delta_{\epsilon 1}$	$\delta_{\epsilon 2}$
2	0,102	$0,885 \cdot 10^{-1}$	$0,489 \cdot 10^{-1}$	0,425	0,591
4	$0,110 \cdot 10^{-1}$	$0,811 \cdot 10^{-3}$	$0,422 \cdot 10^{-2}$	$0,127 \cdot 10^{-1}$	0,100
6	$0,146 \cdot 10^{-3}$	$0,341 \cdot 10^{-3}$	$0,123 \cdot 10^{-3}$	$0,118 \cdot 10^{-2}$	$0,184 \cdot 10^{-1}$
8	$0,115 \cdot 10^{-3}$	$0,220 \cdot 10^{-3}$	$0,503 \cdot 10^{-4}$	$0,104 \cdot 10^{-2}$	$0,945 \cdot 10^{-3}$
10	$0,230 \cdot 10^{-5}$	$0,777 \cdot 10^{-4}$	$0,679 \cdot 10^{-5}$	$0,353 \cdot 10^{-3}$	$0,610 \cdot 10^{-3}$
12	$0,630 \cdot 10^{-4}$	$0,252 \cdot 10^{-4}$	$0,596 \cdot 10^{-5}$	$0,148 \cdot 10^{-3}$	$0,255 \cdot 10^{-3}$
14	$0,700 \cdot 10^{-6}$	$0,285 \cdot 10^{-4}$	$0,488 \cdot 10^{-5}$	$0,141 \cdot 10^{-3}$	$0,423 \cdot 10^{-4}$
16	$0,180 \cdot 10^{-5}$	$0,206 \cdot 10^{-4}$	$0,596 \cdot 10^{-5}$	$0,470 \cdot 10^{-4}$	$0,334 \cdot 10^{-4}$
18	$0,560 \cdot 10^{-5}$	$0,113 \cdot 10^{-4}$	$0,649 \cdot 10^{-5}$	$0,156 \cdot 10^{-4}$	$0,110 \cdot 10^{-4}$
20	$0,380 \cdot 10^{-5}$	$0,118 \cdot 10^{-4}$	$0,524 \cdot 10^{-5}$	$0,132 \cdot 10^{-4}$	$0,159 \cdot 10^{-4}$

Таблиця 4

Точність отриманих результатів щодо СЛАУ другого роду

N	Теорема	Баланс енергії δ_{P1}	Баланс енергії δ_{P2}	Середньоквадратична	
	взаємності			похибка виконання граничних	
	δ_B			умов	
				δ_{E1}	δ_{E2}
2	$0,10 \cdot 10^{-6}$	$0,134 \cdot 10^{-5}$	$0,239 \cdot 10^{-6}$	0,426	0,532
4	$0,30 \cdot 10^{-6}$	$0,293 \cdot 10^{-5}$	$0,303 \cdot 10^{-5}$	$0,116 \cdot 10^{-1}$	$0,871 \cdot 10^{-1}$
6	$0,30 \cdot 10^{-6}$	$0,533 \cdot 10^{-5}$	$0,274 \cdot 10^{-5}$	$0,115 \cdot 10^{-2}$	$0,176 \cdot 10^{-1}$
8	$0,20 \cdot 10^{-6}$	$0,347 \cdot 10^{-5}$	$0,232 \cdot 10^{-5}$	$0,101 \cdot 10^{-2}$	$0,941 \cdot 10^{-3}$
10	$0,20 \cdot 10^{-6}$	$0,423 \cdot 10^{-5}$	$0,321 \cdot 10^{-5}$	$0,349 \cdot 10^{-3}$	$0,603 \cdot 10^{-3}$
12	$0,20 \cdot 10^{-6}$	$0,650 \cdot 10^{-5}$	$0,339 \cdot 10^{-5}$	$0,148 \cdot 10^{-3}$	$0,253 \cdot 10^{-3}$
14	$0,30 \cdot 10^{-6}$	$0,782 \cdot 10^{-5}$	$0,339 \cdot 10^{-5}$	$0,140 \cdot 10^{-3}$	$0,423 \cdot 10^{-4}$
16	$0,40 \cdot 10^{-6}$	$0,978 \cdot 10^{-5}$	$0,303 \cdot 10^{-5}$	$0,468 \cdot 10^{-4}$	$0,333 \cdot 10^{-4}$
18	$0,30 \cdot 10^{-6}$	$0,922 \cdot 10^{-5}$	$0,184 \cdot 10^{-5}$	$0,156 \cdot 10^{-4}$	$0,109 \cdot 10^{-4}$
20	$0,10 \cdot 10^{-6}$	$0,905 \cdot 10^{-5}$	$0,172 \cdot 10^{-5}$	$0,132 \cdot 10^{-4}$	$0,158 \cdot 10^{-4}$

4. ВЛАСТИВОСТІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ, РОЗСІЯНИХ НА ВІДБИВАЧІ

На основі отриманого алгоритму коротко проаналізуємо чисельні результати. Як за узгодженні двох хвильоводів, і при побудові ХДР, бажано знати повну інформацію про рівень впливу різних властивостей на величину коефіцієнта відбиття. На рис. 7, представлені залежності нормованих коефіцієнтів відбиття, проходження та перетворення від відносної ширини (a/λ) хвильоводу при падінні H_{10} – хвилі на границю розділу з області $z < 0$ (рис. 1) для $\varepsilon = 9,2; tg\delta\varepsilon = 10^{-4}; h/a = 0,3; g/a = 0,21$. Нормовані коефіцієнти відбиття та проходження виражаються формулами [150]:

$$R_{kq}^H = R_{kq} \sqrt{\frac{\Gamma_k}{\Gamma_q}}; \quad T_{kq}^H = T_{kq} \sqrt{\frac{\gamma_k}{\Gamma_q}} \quad (26)$$

і є енергетичною характеристикою, оскільки енергетичні коефіцієнти трансформації типів хвиль є

$$R_{kq}^E = (R_{kq}^H)^2; \quad T_{kq}^E = (T_{kq}^H)^2. \quad (27)$$

З аналізу чисельних даних можна констатувати таке:

- а) зі зростанням частоти відбувається зменшення коефіцієнтів відбиття R_{kk} ;
- б) чим більша частота, тим значніша частка енергії, що переноситься вищими типами хвиль в області $z < 0$;
- в) характерна наявність стрибків та мінімумів модуля та фази коефіцієнтів відбиття та проходження, пов'язаних із збудженням вищих типів хвиль;
- г) характерно зменшення коефіцієнтів перетворення зі зростанням частоти, причому максимальних значень вони досягають поблизу критичних

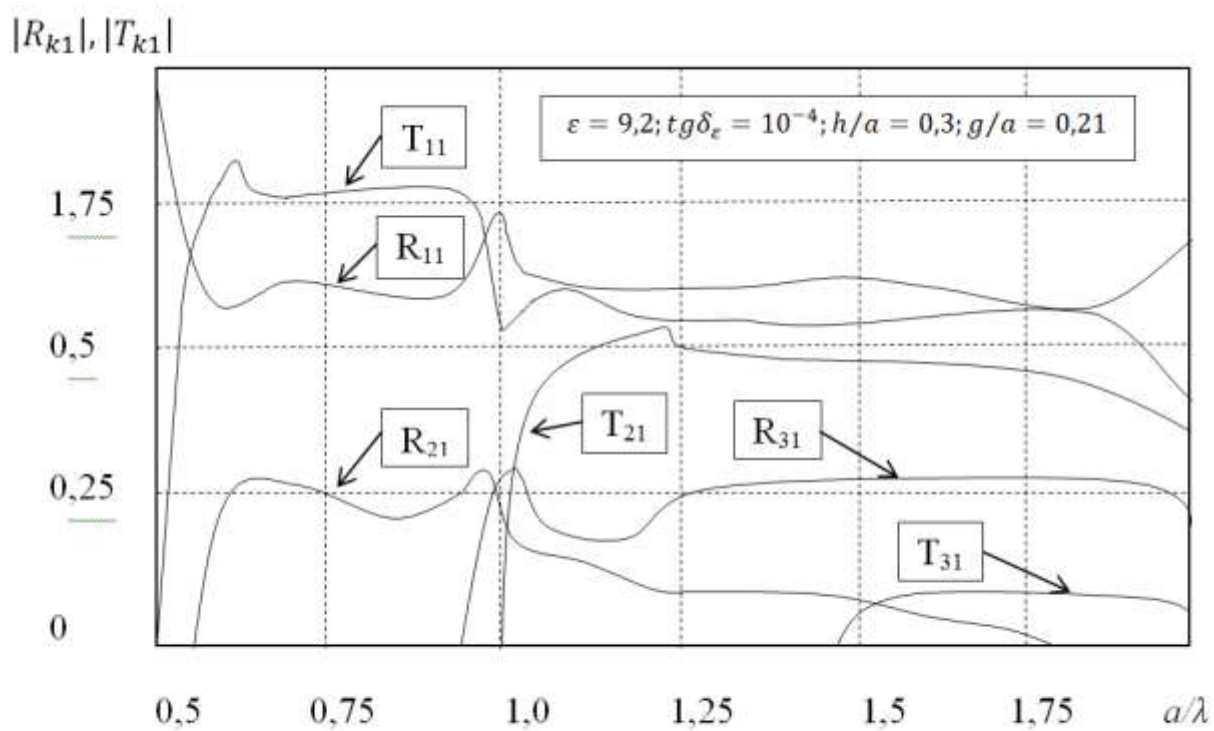


Рис. 7.

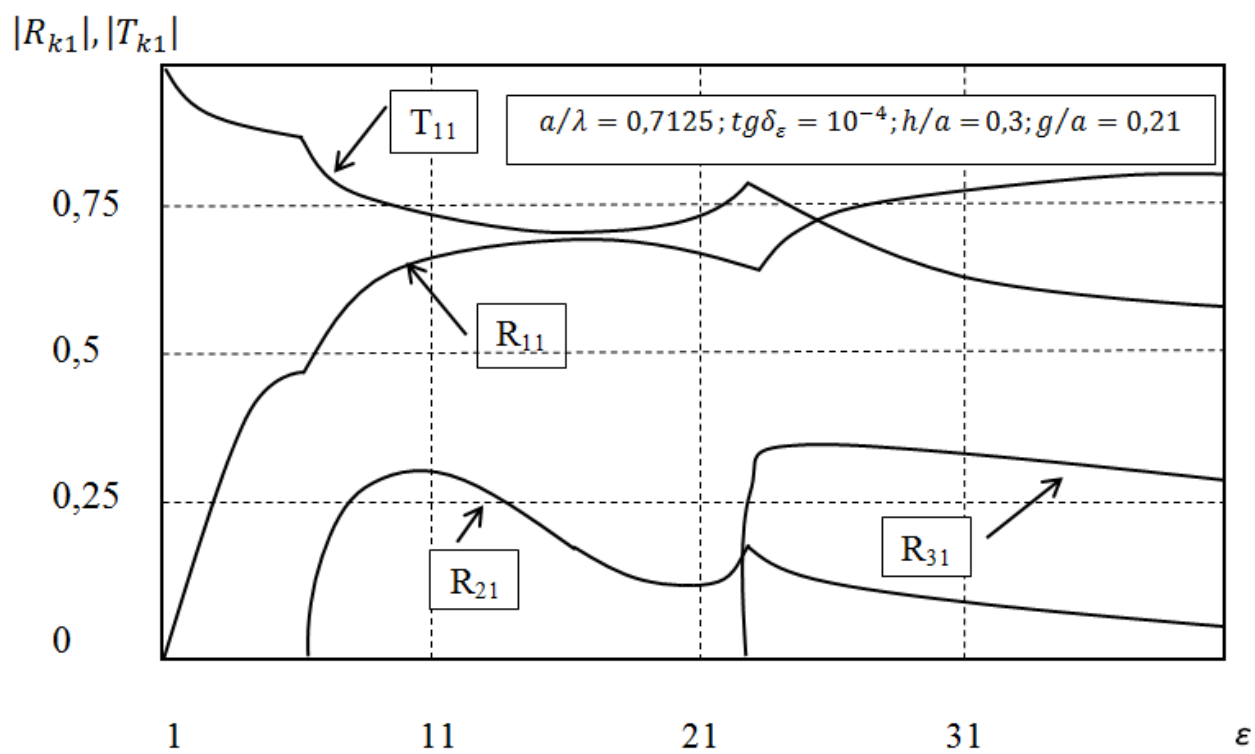


Рис. 8.

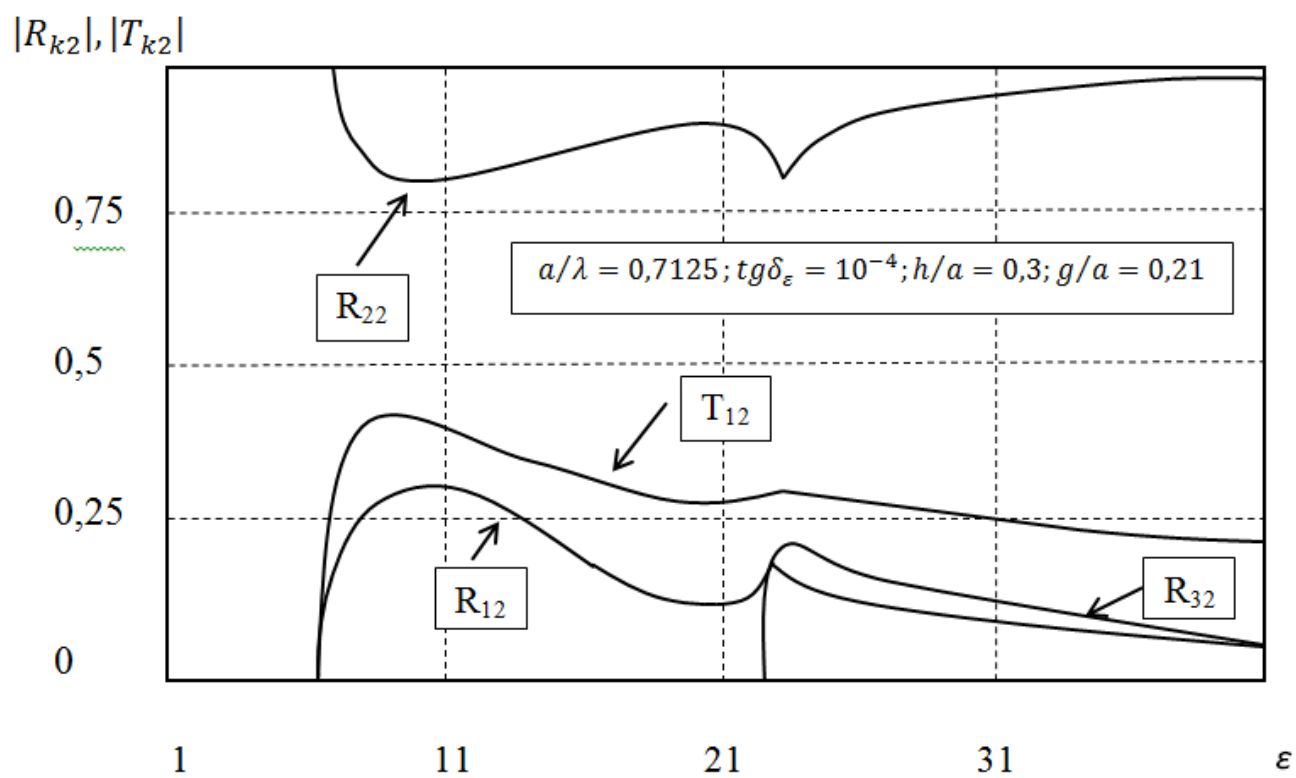


Рис. 9.

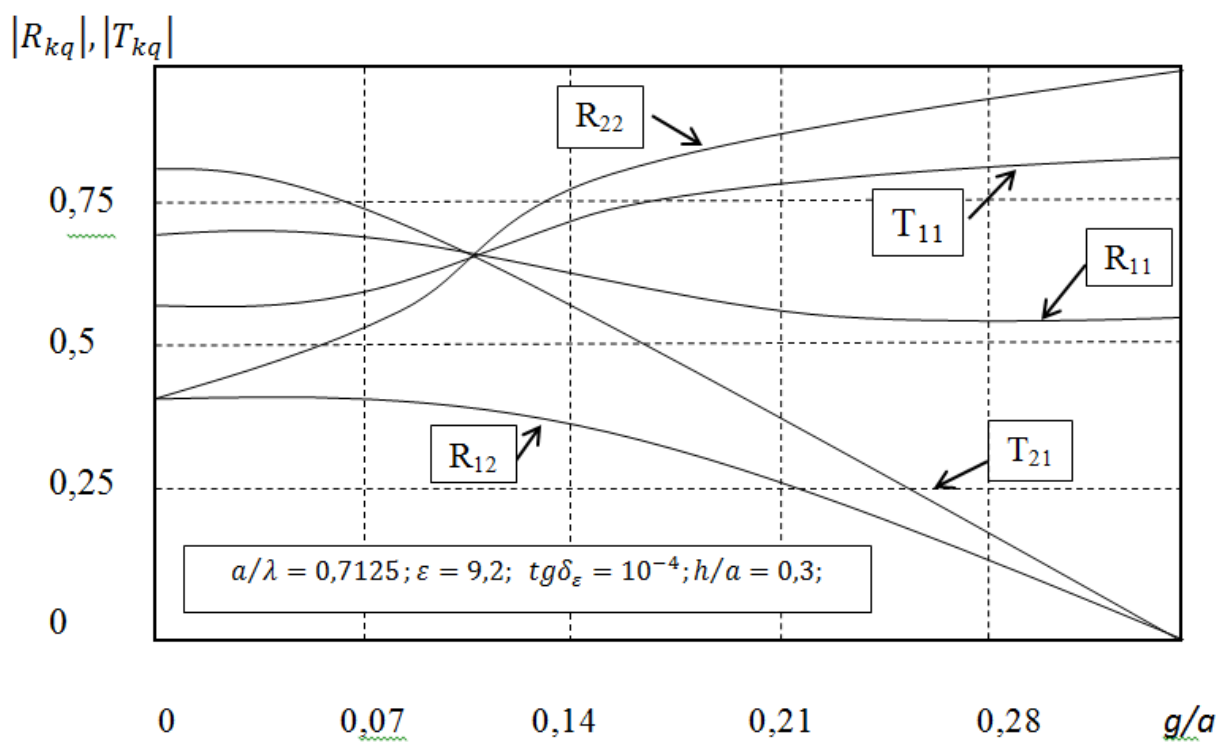


Рис. 10

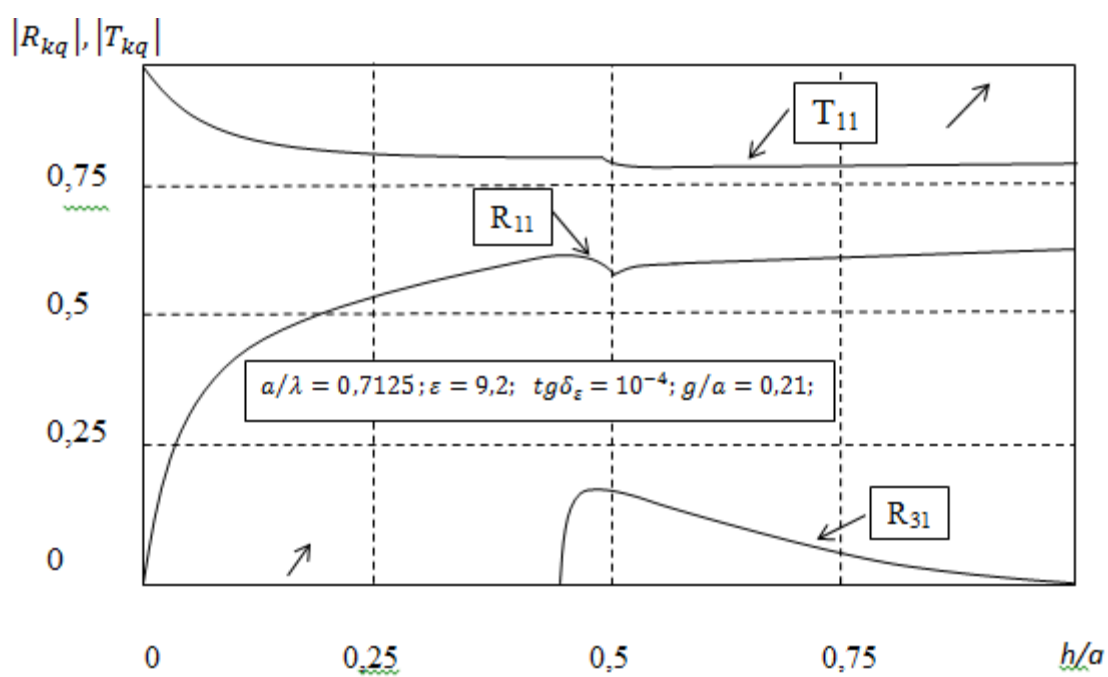


Рис. 11

частот як порожнього, і заповненого хвилеводу для розглянутого і проаналізованого типу коливання.

Рис. 8, 9 ілюструють залежність елементів матриці розсіювання від діелектричної проникності речовини. Зауважимо, що характер залежностей переважно збігається із залежностями від a/λ . Однак, відзначимо деякі відмінності та закономірності:

- а) зі зростанням ϵ відбувається збільшення коефіцієнтів відбиття;
- б) чим вище значення ϵ , тим менш помітним стає вплив вищих типів хвиль на хід R_{kk} та T_{kk} .

Рис. 10 демонструє вплив величини зміщення діелектричної пластини у поперечному перерізі хвилеводу на елементи матриці розсіювання. Видно, що при віддаленні пластини від вузької стінки хвилеводу коефіцієнт відбиття за основним типом хвилі R_{11} зменшується, а за вищому H_{20} типу R_{22} , якій не поширюється в порожньому хвилеводі, зростає до 1, що обумовлено зменшенням зв'язку H_{10} і H_{20} типів, і відповідно, величини трансформації енергії з одного в інший R_{12} або R_{21} .

На рис. 11 представлені залежності модулів коефіцієнтів відбиття, проходження та трансформації від величини заповнення хвилеводу діелектриком. З графіка видно, що коефіцієнт відбиття R_{11} зростає зі збільшенням коефіцієнта заповнення, причому при заповненнях h/a більше 0,25 коефіцієнт відбиття змінюється слабо і близький до коефіцієнта відбиття повністю заповненого хвилеводу.

Для запропонованого симетричного випадку можлива трансформація енергії тільки в типи хвиль з непарною симетрією, причому при великих коефіцієнтах заповнення величина трансформації незначна.

ВИСНОВКИ

1. Задача розсіювання H_{q0} хвиль на відбивачі ХДР зведено до систем першого та другого родів. Показано, що метод усічення у застосуванні до таких систем має рівномірну збіжність і її швидкість задоволена висока; для отримання достовірних результатів необхідно вибирати порядки зрізання

$$N = E \left[\frac{2a}{\lambda} \sqrt{1 + (\varepsilon - 1) h/a} \right] + m, \text{ де } m \geq 4;$$

2. Дослідження точності виконання закону збереження енергії, теореми взаємності та граничних умов для рішень, одержуваних із систем першого та другого родів, показало, що чисельному рішенню систем другого роду внутрішньо властиво виконання закону збереження енергії та теореми взаємності. З цієї причини критерієм точності одержуваних результатів для систем другого роду можуть бути лише перевірка виконання граничних умов, що вимагає великих додаткових витрат часу обчислень на комп'ютері.

Для систем першого роду виконання закону збереження енергії, теореми взаємності та граничних умов є добрими критеріями точності. З цієї причини і через складність матричних елементів систем другого роду, для чисельної реалізації системи першого роду є кращими;

3. На основі отриманого алгоритму проведено детальне дослідження електродинамічних властивостей відбивача ХДР та виявлено низку особливостей розсіяного поля, цікавих з погляду практичних додатків. Зокрема, слід вказати на сильну (близьку до лінійної) залежність перетворення падаючої хвилі в один з інших типів хвиль від положення діелектричної пластини в поперечному перерізі хвилеводу, на зменшення впливу вищих типів хвиль на хід залежностей коефіцієнтів відбиття R_{kk} і проходження T_{kk} з ростом ε , на наявність максимумів коефіцієнтів перетворення типів хвиль поблизу їх частот відсічення і т.д.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ільченко М.Є., Кудінов Є.В. Ферритові та діелектричні резонатори НВЧ. – Київ: Вид-во Київського ун-ту, 1973. – 175 с.
2. Richtmeyer R.D. Dielectric resonator // J. Appl. Phys. – 1939. – Vol. 10, № 6, P. 391-398.
3. Fiedziusko S., Jelenski A. The influence of conducting walls on resonant frequencies on the dielectric micro-wave resonator // JEEE Trans. MTT. - 1971. Vol. 19, № 1, P. 3 - 17.
4. Guilion P., Garault Y. Q factors of free and shielded cylindrical dielectric resonator // JEEE Trans. MTT. - 1977. Vol. 25, № 11, P. 916 - 922.
5. Jaworski M., Pospiezalski M.W. An accurate solution of the cylindrical dielectric resonator problem // JEEE Trans. MTT. - 1979. Vol. 27, № 7, P. 639 - 643.
6. Petterson L. on the theory of coupling between finite dielectric resonators // JEEE Trans. MTT. - 1976. Vol. 24, № 9, P. 615 - 619.
7. Pospiezalski M.W. Cylindrical dielectric resonators and they applications in TEM line microwave circuits // JEEE Trans. MTT. - 1979. Vol. 27, № 3, P. 233 - 238.
8. Bladel V. – J. Low-frequency asymptotic techniques. – In: Modern topic in electromagnetics and antennas. Lect. Summer Inst. Techn. Univ., Eindhoven, 1976. – Stevenage, 1977, p. 1.1-1.56.
9. Bladel V. – J. On the resonances of a dielectric resonator of very high permittivity // JEEE Trans. MTT. - 1975. Vol. 23, № 2, P. 199 - 208.
10. Bladel V. – J. Dielectric resonator in a waveguide above cut-off // AEU. - 1978. Vol. 32, № 12, P. 465 - 472.
11. Itoh T., Rudokas R.S. New method for computing the resonant frequencies of dielectric resonators // JEEE Trans. MTT. - 1977. Vol. 25, № 1, P. 52 - 54.
12. Konishi J., Hoshino N., Utsumi Y. Resonant frequency of a TE_{01} dielectric resonator // JEEE Trans. MTT. - 1976. Vol. 24, № 2, P. 112 - 114.

13. Forrer M.P., Jaynes E.T. Resonant modes in waveguide // JRE Trans. MTT. - 1960. Vol. 8, № 2, P. 147 - 150.
14. Jaynes E.T. Ghost modes in imperfect waveguides // Proc. JRE. - 1958. Vol. 46, № 2, P. 416 - 418.
15. Cicconi G., Rosatelly C. Solutions of the vector wave equation for inhomogeneous dielectric resonators // JEEE Trans. MTT. - 1977. Vol. 25, № 11, P. 885 - 892.
16. Tsandoulas G.N., Temme D.H., Willwerth F.G. Longitudinal section mode analysis of dielectrically loaded rectangular waveguides with application to phase shifter design // JEEE Trans. MTT. - 1970. Vol. 18, № 2, P. 88 - 95.
17. Kach A. Der quasidielectric resonator, ein neuartiger bauelement fur microwelleneilter // AEU. - 1978. Vol. 32, № 10, P. 409 - 416.
18. Груцяк В.І., Коробкін В.О., Пятак М.І. Зв'язані хвильоводно-діелектричні резонатори. - У зб. Радіотехніка. Харків: Вид-во Харків. ун-ту, 1981, вип. 58, с. 21-26.
19. Chow J.L., Wu S. A moment method with mixed basis functions for scattering by waveguide junction // JEEE Trans. MTT. - 1973. Vol. 21, № 5, P. 333 - 340.
20. Mur G., Quak D., Dijk V. Computational aspects of the scattering of electromagnetic waves by a dielectric obstacle in a wave guide of rectangular cross-section. - In: Int. Conf. Numer. Methods Elec. and Magn. Field Probl., S. Margherita Ligura. – Genova, 1976, p. 325-337.
21. Schelkunov S.A. Conversion of Maxwell's equations into generalized telegraphist's equations // Bell System Telephon. J. - 1955. Vol. 34, № 5, P. 995 - 1012.
22. Bava G.P., Naldi C. Discussion of some design methods for dielectrsc step in rectangular waveguide // JEEE Trans. MTT. - 1970. Vol. 18, № 3, P. 167 - 168.
23. Chang G.T.M. Practically dielectric-slab-filled waveguide phase shifter // JEEE Trans. MTT. - 1974. Vol. 22, № 5, P. 481 - 485.

24. McRitchie W.R., Kharady M.M.Z. Properties of interface between homogeneous and inhomogeneous waveguide // Proc. JEE. - 1974. Vol. 121, № 11, P. 1367 - 1372.
25. Angulo C.N. Discontinuities in a rectangular waveguide practically filled with dielectric // JRE Trans. MTT. - 1957. Vol. 5, № 1, P. 68 - 74.
26. Collin R.E. Field theory of guided waves. – New York: McGraw-Hill? 1960. – 606 p.
27. Collin R.E., Brown J. The calculation of the equivalent circuit of an axially unsymmetrical waveguide junction // Proc. JEE. - 1956. Vol. 103, № 3, P. 121 - 128.
28. Collin R.E., Vaillancourt R.M. Application of a Rayleigh-Ritz method to dielectric step in waveguide // JRE Trans. MTT. - 1957. Vol. 5, № 7, P. 177 - 184.
29. Sharpe C.B., Heim D.S. A ferrite boundary-value problem in a rectangular waveguide // JRE Trans. MTT. - 1958. Vol. 6, № 7, P. 42 - 46.
30. Bernues F.J., Bolle D.M. The ferrite-loaded waveguide discontinuity problem // IEEE Trans. MTT. - 1974. Vol. 22, № 12, P. 1187 - 1193.
31. Brestler A.D. On the discontinuity problem at the input to an anisotropic waveguide // JRE Trans. AP. – 1959. Vol. 7, № 3, P. 261 - 272.
32. Epstein P.S. Theory of wave propagation in gyromagnetic medium // Rev. Mod. Phys. – 1956. Vol. 28, № 1, P. 3 - 17.
33. Levin L. Reflection at the junction of an inhomogeneously loaded waveguide. - In: Electromagnetic Theory and Antennas. - Oxford-London-New York-Paris: Pergamon Press, 1963, pt. 1, P. 187-203.
34. O'Brien K.S. Microwave properties of a rectangular waveguide semi-infinitely filled with magnetic material // IEEE Trans. MTT. - 1970. Vol. 18, № 7, P. 400 - 402.
35. Bhartia O. Dielectric rod loaded waveguides // AEU. - 1977. Vol. 31, № 2, P. 60 - 62.

36. Chang C.T.M. Equivalent circuit for partially dielectric-filled rectangular waveguide // JEEE Trans. MTT. - 1973. Vol. 21, № 6, P. 403 - 411.
37. Royer E.G., Mittra R. The diffraction of electromagnetic waves by dielectric step in waveguides // JEEE Trans. MTT. - 1972. Vol. 20, № 4, P. 273 - 279.
38. Шестопапов В.П., Литвиненко Л.М., Масалов С.О., Сологуб В.Г. Дифракція хвиль на решітках. - Харків: Вид-во Харків. ун-ту, 1973. - 288 с.
39. Шеїн А.Г., Шаворикін Ю.В., Мельников В. П. Дослідження неоднорідності у вигляді напівнескінченного заповнення прямокутного хвилеводу діелектриком з різними формами меж. - У зб. Радіотехніка. Харків: Вид-во Харків. ун-ту, 1968, вип. 7, с. 127-132.
40. Jackson J. D. Classical Electrodynamics. - Wiley. 3rd edition, 1998, 832 p.
41. Andersen V.-J. Solodukhov V.V. Field behavior near a dielectric wave // JEEE Trans. AP. - 1978. Vol. 26, № 4, P. 598 - 602.
42. Hoffman M. Edge condition and mode-matching solutions in presence of gyrotropic media // Electron. Lett. - 1977. Vol. 13, № 2, P. 56 - 58.
43. Hurd R.A. On Meixner's edge conditions for dielectric wedges wave // Can. J. Phys. - 1978. Vol. 55, № 22, P. 1970 - 1971.