

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Факультет математики і інформатики
Кафедра вищої математики та інформатики

Кваліфікаційна робота магістра

на тему *«Використання теорії графів для аналізу літературних творів як засіб розвитку математичних компетентностей у гуманітарних класах»*

Виконала:

здобувачка ЗВО групи МСз-61,
спеціальності 014.04 «Середня освіта
(Математика)»,
освітньо-професійна програма
«Математика та інформатика»
Семенюк Людмила Юріївна

Науковий керівник: канд. фіз.- мат.
наук, доцент
Лисиця Віктор Тимофійович

Рецензент: канд. пед. наук,
доцент кафедри «Математики»
Харківського національного
педагогічного університету
імені Г.С. Сковороди
Проскурня О.І.

Харків-2025 р.

Анотація

Семенюк Л.Ю. Використання теорії графів для аналізу літературних творів як засіб розвитку математичних компетентностей у гуманітарних класах

Пояснювальна записка складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел (45 найменування) та трьох додатків. Загальний обсяг роботи становить 83 сторінки, з яких 60 сторінок основного тексту, 17-відведено додаткам. Робота містить 10 таблиць та 25 рисунків.

У магістерській кваліфікаційній роботі вперше запропоновано та апробовано триетапну методику (формалізація, моделювання, інтерпретація), що дозволяє переводити якісні літературознавчі гіпотези у точні кількісні метрики. Досліджено та доведено, що мережева топологія художнього тексту є ключовим структурним маркером, який безпосередньо залежить від його родової та жанрової специфіки.

Емпіричні результати на прикладі аналізу творів різних родів та жанрів літератури підтвердили, що метрики центральності об'єктивно ідентифікують ідейно-драматургічні ролі персонажів: центрів, мішеней, рушіїв, а спрямованість графа диференціює літературні роди.

Практична значущість роботи полягає у створенні нового, кількісно підтвердженого підходу до аналізу літератури. Розроблена методика має високий потенціал для впровадження елементів STEM-освіти, підвищує мотивацію учнів-гуманітаріїв до вивчення математики, сприяє розвитку їхнього системно-аналітичного мислення та покращує підготовку до ЗНО чи НМТ.

Ключові слова: теорія графів, математичні компетентності, гуманітарний профіль, мережевий аналіз, літературознавство, STEM-освіта, топологія тексту, центральність, триетапна методика, жанрові маркери, дидактичний розрив.

Abstract

Semenyuk L.Y. Using graph theory to analyze literary works as a means of developing mathematical competencies in humanities classes

The explanatory note consists of an introduction, two chapters, conclusions, a list of references (45 titles), and three appendices. The total volume of the work is 83 pages, of which 60 pages are the main text and 17 are appendices. The work contains 10 tables and 25 figures.

In the master's thesis, a three-stage methodology (formalization, modeling, interpretation) was proposed and tested for the first time, which allows translating qualitative literary hypotheses into accurate quantitative metrics. It has been researched and proven that the network topology of a literary text is a key structural marker that directly depends on its generic and genre specificity.

Empirical results based on the analysis of works of various literary genres and types confirmed that centrality metrics objectively identify the ideological and dramaturgical roles of characters: centers, targets, drivers, while the directionality of the graph differentiates literary genres.

The practical significance of the work lies in the creation of a new, quantitatively confirmed approach to literature analysis. The developed methodology has high potential for the implementation of STEM education elements, increases the motivation of humanities students to study mathematics, contributes to the development of their systematic and analytical thinking, and improves their preparation for the External Independent Testing (EIT) or National Matriculation Test (NMT).

Keywords: graph theory, mathematical competencies, humanities profile, network analysis, literary studies, STEM education, text topology, centrality, three-stage methodology, genre markers, didactic gap.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ВПРОВАДЖЕННЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ У КЛАСАХ ГУМАНІТАРНОГО СПРЯМУВАННЯ.....	10
1.1. Основні поняття теорії графів, необхідні для аналізу літературних творів.....	10
1.2. Суть ідеї використання теорії графів у літературі.....	14
1.3. Методика використання теорії графів у літературі.....	18
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1.....	24
РОЗДІЛ 2. ГРАФОВІ МОДЕЛІ ЛІТЕРАТУРНИХ ТВОРІВ.....	26
2.1. Аналіз літературних творів за допомогою теорії графів на прикладі філософської трагедії Й. В. Гете «Фауст» (драма) та новели Ф. Кафки «Перевтілення» (епос).....	26
2.2. Порівняльні характеристики графів для різних жанрів.....	47
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2.....	58
ВИСНОВКИ.....	60
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	61
ДОДАТКИ.....	66
Додаток 1.....	66
Додаток 2.....	82
Додаток 3.....	83

ВСТУП

Актуальність та ступінь дослідження проблеми. У сучасній освіті гостро постає проблема низького рівня математичних компетентностей учнів гуманітарного профілю. Вони часто мають знижену мотивацію до вивчення математики, формально засвоюють знання, а навчальні програми передбачають обмежену кількість годин і відсутність практико-орієнтованих підходів. Використання інноваційних методів, зокрема теорії графів для аналізу літературних текстів, дозволяє поєднати математику з гуманітарними дисциплінами, сформувати позитивне ставлення до предмета, розвинути критичне мислення, аналітичні навички та розкрити міжпредметний потенціал математики.

У наукових працях зарубіжних і українських дослідників розглядається застосування теорії графів у літературознавстві, зокрема для аналізу структури сюжетів, виявлення центральності персонажів та моделювання соціальних взаємодій у художніх творах [1 – 4]. В інших роботах графи використовуються для виявлення ключових закономірностей твору [5 – 20]. Існують також дослідження, що аналізують мережі персонажів як складні системи [2, 21 – 28]. Однак, практично відсутні роботи, присвячені використанню цього підходу у шкільній освіті, зокрема для розвитку математичних компетентностей учнів-гуманітаріїв та інтеграції міжпредметних зв'язків. Деякі роботи присвячені використанню теорії графів у класах гуманітарного спрямування [29, 30].

Проблема формування математичних компетентностей у школярів гуманітарних профільних класів є надзвичайно важливою для сучасної системи освіти. Вона проявляється на різних рівнях: когнітивному, мотиваційному, методичному та організаційному.

Основні аспекти цієї проблеми можна визначити так:

1. **Недостатня мотивація та зацікавленість.** Учні, які обрали гуманітарний напрям (філологія, історія, правознавство та ін.), часто ставляться до математики як до дисципліни, що не має відношення до

їхніх професійних інтересів. Вони нерідко вважають себе «гуманітаріями» і віддають перевагу вивченню мов, літератури чи історії, що зумовлює поверхнєве ставлення до математики, зниження мотивації та небажання розв'язувати складні завдання. Тим часом ще Галілео Галілей зазначав, що «математика — це мова природи». Тому важливо показати учням-гуманітаріям, що математику можна вивчати так само, як і будь-яку іншу мову, і що вона має практичну цінність для розвитку гуманітарних знань.

2. **Формальне опанування знань.** Через низький інтерес до предмета знання часто засвоюються механічно, без розуміння змісту. Це призводить до труднощів у застосуванні математики в нестандартних ситуаціях, слабого розвитку логічного й критичного мислення, а також уміння абстрагуватися.
3. **Обмеження навчального плану.** У гуманітарних класах зазвичай зменшено кількість годин на вивчення математики, відсутні факультативи чи поглиблені курси, а вимоги до результатів занижені. Усе це ускладнює досягнення навіть базового рівня математичної підготовки.
4. **Методична невідповідність.** Традиційний підхід (орієнтація на формули, теореми, типові вправи) не враховує специфіку мислення гуманітаріїв. Для них математика постає як суха, відірвана від реального життя дисципліна. При цьому не розкривається її міжпредметний потенціал — у лінгвістиці, логіці, статистиці чи праві.
5. **Наслідки — обмежені компетентності.** Учні не набувають необхідних математичних умінь, важливих для загальної освіти, стикаються з труднощами в аналізі інформації та плануванні, не готові до ЗНО і вступу на спеціальності, де навіть мінімальний рівень математики є необхідним (журналістика, соціологія, психологія).

Отже, для подолання цих проблем важливо показати гуманітаріям на практичних прикладах, що математика може бути корисною. Зокрема,

використання теорії графів для аналізу літературних текстів відкриває нові можливості інтеграції STEM-освіти у гуманітарних класах.

Останніми роками проблемі розвитку математичних компетентностей у гуманітаріїв приділяють дедалі більшу увагу [30–32]. Очевидною є потреба у створенні завдань, адаптованих під специфіку цього профілю, з орієнтацією на практику. Формувати позитивне ставлення до математики можна завдяки контекстним задачам, гуманітарним прикладам, роботі з текстами, побудові діаграм тощо.

Будь-який літературний твір можна розглядати як мережу персонажів, між якими існують взаємозв'язки. Таку мережу зручно подати у вигляді графа, де вершини відповідають персонажам, а ребра – їхнім взаємодіям. Подібний підхід уперше використав Franco Moretti [1], який продемонстрував, що графи допомагають виявити структуру взаємин, роль центральних і периферійних персонажів, а також соціальну організацію тексту.

У низці робіт досліджено центральність героїв у творах, наприклад, у «Пригодах Аліси в Країні Чудес» [2] чи «Ромео і Джульєтти» [3]. Це доводить, що використання графів відкриває нові шляхи для аналізу сюжетів та взаємодій у художніх текстах. Також існують міждисциплінарні дослідження, де графи застосовують для кількісного порівняння літературних епосів або для виявлення закономірностей у структурі творів.

Таким чином, літературний твір можна розглядати як мініатюрну модель суспільства, а аналіз мережі персонажів дозволяє робити кількісні й якісні висновки про сюжет, стиль автора, жанрові особливості чи культурний контекст. Хоча у наукових роботах графи широко використовуються для літературознавчих студій, їхнє практичне застосування у шкільній освіті досі майже не досліджене. Саме поєднання математики й гуманітарних дисциплін у такому ключі є новим і перспективним напрямом.

Об'єкт дослідження. Теорія графів у середній освіті.

Предмет дослідження. Використання теорії графів у гуманітарних класах для аналізу літературних творів.

Мета дослідження: Розробити та обґрунтувати методику використання теорії графів при аналізі літературних текстів як засобу підвищення математичних компетентностей учнів гуманітарних профільних класів.

Завдання дослідження:

Для досягнення мети дослідження було вирішено наступні завдання:

1. Проаналізувати науково-методичну літературу з проблеми розвитку математичних компетентностей учнів гуманітарного профілю.
2. Визначити особливості сприйняття математики учнями гуманітарних класів та основні труднощі у її вивченні.
3. Дослідити можливості застосування теорії графів у літературознавстві та освітньому процесі.
4. Розробити систему завдань на основі аналізу літературних текстів із використанням графів.
5. Перевірити ефективність запропонованої методики у навчальному процесі гуманітарних класів.
6. Сформулювати методичні рекомендації для вчителів щодо інтеграції математичних і гуманітарних знань.

Для досягнення мети та вирішення завдань застосовуються такі **методи дослідження**: теоретичні – аналіз науково-педагогічних та методичних джерел; аналіз, синтез, класифікація, систематизація, узагальнення методів дослідження і застосування теорії графів для дослідження літературних творів.

Наукова новизна роботи полягає в тому, що у кваліфікаційній роботі детально проводяться дослідження використання теорії графів у літературознавстві. Запропоновано методику використання теорії графів у класах гуманітарного спрямування. Підібрано цікаві задачі для самостійного розв’язування. Ця робота допоможе вчителям математики готувати і проводити заняття і впроваджувати елементи STEM-освіти у гуманітарних класах.

Теоретична значення дослідження полягає в тому, що набули подальшого розвитку методи компетентісного навчання у шкільному курсі математики.

Практична значущість: використання теорії графів у навчанні підвищує зацікавленість учнів до вивчення математики у гуманітарних класах, сприяє розвитку математичного мислення. Це особливо важливо в підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО/НМТ).

Структура роботи. Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел (45 найменування) та трьох додатків. Загальний обсяг роботи становить 83 сторінки, з яких 60 сторінок основного тексту. Робота містить 10 таблиць, 11 формул та 25 рисунків.

Апробація результатів: Деякі результати роботи представлено у роботах [33 - 34]. За темою дипломної роботи було проведено заняття з теми: «Аналіз структури взаємовідносин персонажів у романі Оскара Вайлда «Портрет Доріана Грея» засобами теорії графів» для учнів 10-го класу Білозерської загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів №13 Білозерської міської ради Донецької області (Додаток 1).

РОЗДІЛ 1

ВПРОВАДЖЕННЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ У КЛАСАХ ГУМАНІТАРНОГО СПРЯМУВАННЯ

1.1. Основні поняття теорії графів, необхідні для аналізу літературних творів

У даному підрозділі введемо основні поняття теорії графів, які необхідні для аналізу літературних творів. Будемо дотримуватись термінології, викладеної у джерелах [35, 36].

Теорія графів як математична наука бере свій початок з роботи Леонарда Ейлера 1736 року, у якій він досліджував умови існування замкненого шляху без повторення ребер, які з'єднують задані точки. Відтоді ця наука набула популярності завдяки своїй ефективності при розв'язуванні різноманітних практичних задач. Теорія графів застосовується для вивчення молекул у хімії, у картографії, для вивчення соціальних мереж тощо.

Розглянемо різні способи задання графів, які використовуються при розв'язуванні задач.

Означення 1 [36].

Нехай задано скінченну непорожню множину V . Позначимо через V^2 множину всіх неупорядкованих двохелементних підмножин множини V . Нехай $E \subseteq V^2$. Неорієнтованим графом називають пару множин (V, E) і позначають $G=(V, E)$. Елементи множини V називаються вершинами графа, а множини V^2 – ребрами графа.

Елементи множин V і V^2 будемо записувати у фігурних дужках:
 $V=\{v_1, \dots, v_n\}$, $V^2 = \{(v_i, v_j)\}$. Двоелементні множини (v_i, v_j) і (v_j, v_i) будемо вважати однаковими, тобто $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$. Вершини v_i і v_j називаються кінцями ребра (v_i, v_j) . Якщо граф складається тільки з однієї вершини, то він називається *тривіальним*, якщо у графа відсутні ребра, тобто $G=(V, \emptyset)$, то він називається *порожнім*. Якщо вершини v_i і v_j є кінцями одного і того ж ребра, то вони називаються *суміжними*. Якщо вершина v_i є кінцем ребра (v_i, v_j) , то

вершина і відповідне ребро називаються *інцидентними*. Ребро, у якого кінці збігаються, тобто ребро (v_i, v_i) , називається *петлею*. Вершина, яка не інцидетна жодному ребру, називається *ізолюваною*. Якщо у множині ребер E присутні два ребра, які з'єднують одну і ту ж пару вершин v_i і v_j , то такі ребра називаються *паралельними*. Граф, у якого відсутні петлі і паралельні ребра, називається *простим*. Надалі будемо розглядати тільки прості графи.

Граф, який задається означенням 1, зручно використовувати при комп'ютерній обробці даних. Часто граф зручно подавати у вигляді рисунка. Вершини графа зображуються точками, а ребра- відрізками, які з'єднують ці точки. Таке зображення графа називається *діаграмою графа*. Такий підхід є зручним, особливо коли треба візуально представити зв'язки у графі.

Маршрутом, який з'єднує вершини v_i і v_j графа, називається скінченна послідовність вершин та інцидентних їм ребер, які утворюють неперервну криву одним кінцем якої є вершина v_i , а іншим- вершина v_j , при цьому ребра можуть повторюватись.

Довжиною маршруту називається кількість ребер у цьому маршруті з урахуванням повторів.

Якщо кінці маршруту збігаються, тобто $v_i = v_j$, то він називається *замкненим маршрутом*.

Якщо ребра маршруту не повторюються, то він називається *ланцюгом*. Якщо до того ж не повторюються вершини, то такий маршрут називається *простим ланцюгом*.

Граф $G=(V, E)$ називається *зв'язним*, якщо будь-які дві його вершини можна з'єднати маршрутом.

Будь-яка частина графа, яка сама є графом, називається *підграфом*.

Відстанню між вершинами графа v_i і v_j називається довжини найкоротшого ланцюга, що їх з'єднує і позначається як $\rho(v_i, v_j)$.

Діаметром графа називається найбільша відстань між вершинами графа і позначається як $d(G)$. Тобто, $d(G)=\max \rho(v_i, v_j)$.

Ексцентриситетом вершини v_i називається відстань від v_i до найбільш віддаленої точки і позначається як $\varepsilon(v_i)$.

Радіусом графа називається найменший з ексцентриситетів вершин і позначається $r(G)$.

Вершина v_i називається *центральною*, якщо вона має найменший ексцентриситет. Іншими словами, якщо ексцентриситет вершини дорівнює радіусу графа. Множина центральних вершин називається *центром графа*.

Граф називається *повним*, якщо для будь-якої пари вершин v_i і v_j існує ребро (v_i, v_j) , що їх з'єднує.

Клікою графа називається його повний підграф.

Розглянемо приклад.

Граф задано множиною V його вершин і множиною E його ребер:

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}\};$$

$$E = \{(v_1, v_2); (v_1, v_3); (v_1, v_4); (v_2, v_3); (v_2, v_7); (v_3, v_{10}); (v_4, v_5); (v_4, v_6); (v_7, v_8); (v_7, v_9); (v_{10}, v_{11}); (v_{10}, v_{12})\}.$$

Діаграма цього графа представлена на рис.1.1.

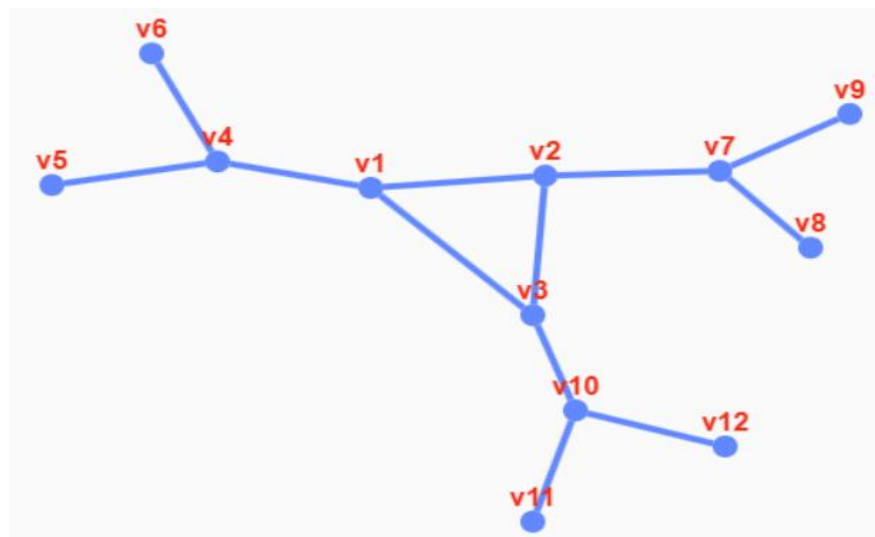


Рис. 1.1. Діаграма графа $G(v_1, v_{12})$

Наведемо приклади деяких маршрутів. Для запису маршруту послідовно вказуються вершини маршруту. Наприклад, маршрут $(v_1, v_3, v_{10}, v_3, v_2, v_7)$ з'єднує вершину v_1 і v_7 . Цей маршрут має довжину 5, але він не є простим, бо ребро (v_3, v_{10}) зустрічається двічі. Маршрут (v_1, v_3, v_2, v_7) є простий

ланцюг, що з'єднує ті ж самі вершини, його довжина дорівнює 3, але він не є найкоротшим. Ланцюг (v_1, v_2, v_7) з'єднує вершини v_1 і v_7 . Він є найкоротший ланцюг між v_1 і v_7 . Його довжина 2 є відстань між вершинами v_1 і v_7 .

Побудуємо матрицю відстаней між всіма вершинами і знайдемо ексцентриситети вершин.

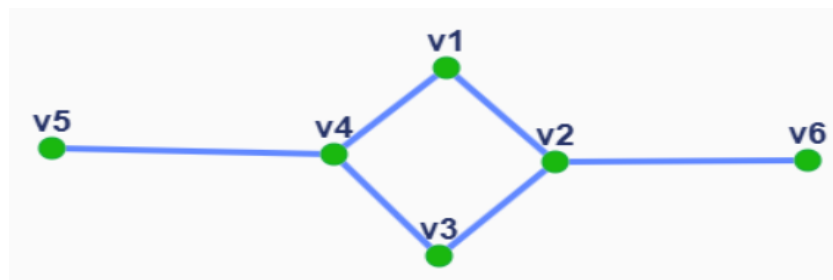
Таблиця 1.1

Матриця відстаней між вершинами

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}	$\varepsilon(v_i)$
e_1	0	1	1	1	2	2	2	3	3	2	3	3	3
e_2	1	0	1	2	3	3	1	2	2	2	3	3	3
e_3	1	1	0	2	3	3	2	3	3	1	2	2	3
e_4	1	2	2	0	1	1	3	4	4	3	4	4	4
e_5	2	3	3	1	0	2	4	5	5	4	5	5	5
e_6	1	3	3	1	2	0	4	5	5	4	5	5	5
e_7	2	1	2	3	4	4	0	1	1	3	4	4	4
e_8	3	2	3	4	5	5	1	0	2	4	5	5	5
e_9	3	2	3	4	5	5	1	2	0	4	5	5	5
e_{10}	2	2	1	3	4	4	3	4	4	0	1	1	4
e_{11}	3	3	2	4	5	5	4	5	5	1	0	2	5
e_{12}	3	3	2	4	5	5	4	5	5	1	2	0	5

Як видно з матриці відстаней, діаметр цього графа $d(G)=5$, радіус $r(G)=3$. Центром цього графа є множина вершин (v_1, v_2, v_3) . Вони є клікою, бо утворюють повний підграф.

Зауважимо, що центр не завжди може бути клікою. Наприклад, у графі, діаграма якого представлена на рис. 1.2., ексцентриситети вершин мають наступні значення: $\varepsilon(v_1)=2$, $\varepsilon(v_2)=3$, $\varepsilon(v_3)=2$, $\varepsilon(v_4)=3$, $\varepsilon(v_5)=4$, $\varepsilon(v_6)=4$.

Рис. 1.2. Діаграма графа $G(v_1, v_6)$

Діаметр цього графа $d(G)=4$, радіус $r(G)=2$. Центр цього графа утворюють вершини v_1 і v_3 , але вони не є клікою, бо немає ребра, яке їх з'єднує.

1.2. Суть ідеї використання теорії графів у літературі

В роботі [34] було розглянуто основні ідеї використання теорії графів в художній літературі. Ідея використання теорії графів у літературі полягає в тому, щоб математично моделювати структуру художнього тексту — персонажів, події, просторові та смислові зв'язки — за допомогою вершин (nodes) і ребер (edges).

Аналіз зв'язків між персонажами

На основі тексту (автоматично або вручну) фіксуються епізоди спільної появи персонажів. Ваги або товщина ребер можуть позначати частоту взаємодії або ступінь емоційної інтенсивності.

Аналіз центральності допомагає виявити головних героїв або посередників між групами персонажів.

Візуалізація сюжетної лінії

Графи можуть відображати розвиток подій у часі. Можна вважати, що вершини — це події, епізоди або розділи твору, ребра — послідовність, причинно-наслідкові зв'язки або перехід між сценами. Тоді створюється наративний граф, де можна бачити, як одна подія призводить до іншої. Візуалізація допомагає дослідити паралельні сюжетні лінії, флешбеки, поворотні моменти. Застосування кольорів або форм вузлів дозволяє розрізняти локації, персонажні фокуси або фази конфлікту.

Відображення тем, мотивів, емоційних тональностей

За допомогою графів можна візуалізувати смислові та емоційні зв'язки: вершини — теми, мотиви, емоційні стани, символи або персонажі, ребра — семантичні зв'язки, спільна поява тем у сценах, емоційні переходи. За допомогою аналізу тексту виявляються ключові теми й емоції. Кожна тема або мотив може бути кластеризований у мережі — видно, які ідеї найтісніше

переплетені. Колір вузла може позначати емоційну тональність (радість, страх, гнів, смуток).

Такі графи допомагають виявити емоційну динаміку твору — як змінюється настрій протягом сюжету.

Аналіз конфліктів, структури твору

Використання графів також ефективно для структурного та конфліктного аналізу: вершини — персонажі, ідеї, соціальні сили або моральні позиції, ребра — конфлікт, опозиція, підтримка чи залежність.

Візуалізація допомагає побачити центральні конфліктні осі (людина ↔ суспільство, любов ↔ обов'язок тощо). Структурні графи дозволяють відобразити архітектоніку твору — як частини (експозиція, кульмінація, розв'язка) взаємопов'язані.

Можна створювати графи напруги: сила або вага ребра відповідає інтенсивності конфлікту.

Одним з перших, хто почав застосовувати теорію графів для аналізу літературних творів, був Franco Moretti [1]. Він продемонстрував, що мережевий підхід дозволяє дослідити соціальну структуру тексту: хто з ким найтісніше пов'язаний, хто є посередником у передачі інформації чи емоцій.

У своїй статті Franco Moretti пропонує, як можна використовувати теорію мереж, яка вивчає зв'язки всередині великих груп об'єктів: об'єктами може бути що завгодно — банки, нейрони, кіноактори, наукові роботи, друзі тощо. При дослідженні літературних творів персонажі можна позначити точками (зазвичай їх називають вузлами або вершинами); їх з'єднання прийнято називати ребрами. Аналіз того, як вершини пов'язані ребрами, виявив багато несподіваних особливостей різноманітних систем, в тому числі і літературних творів. Теорія мереж вимагає певного рівня математичного інтелекту. Це може бути одним з мотивів для студентів гуманітарного спрямування більш зацікавлено відноситись до вивчення математики. Як зазначає Franco Moretti, поняття зв'язку може мати різну трактовку. Це може бути мовний зв'язок, тобто персонажі брали участь в розмові. Це може бути

родинний зв'язок, дружній зв'язок тощо. Від цього може залежати структура графа.

Можна навести простий приклад родинних зв'язків. Безпосередніми зв'язками будемо вважати зв'язки; батьки – діти, подружжя. Нехай у нас є сім'я: батько – мати, у них є діти: дитина 1, дитина 2, дитина 3. У дітей є свої діти, які є внуками для батьків. У дитини 1 є онук 1 і онук 2, у дитини 2 є онук 3, у дитини 3 є онук 4, онук 5, онук 6. Якщо враховувати тільки безпосередні родинні зв'язки, то можна побудувати граф, який дано на рис. 1.3.

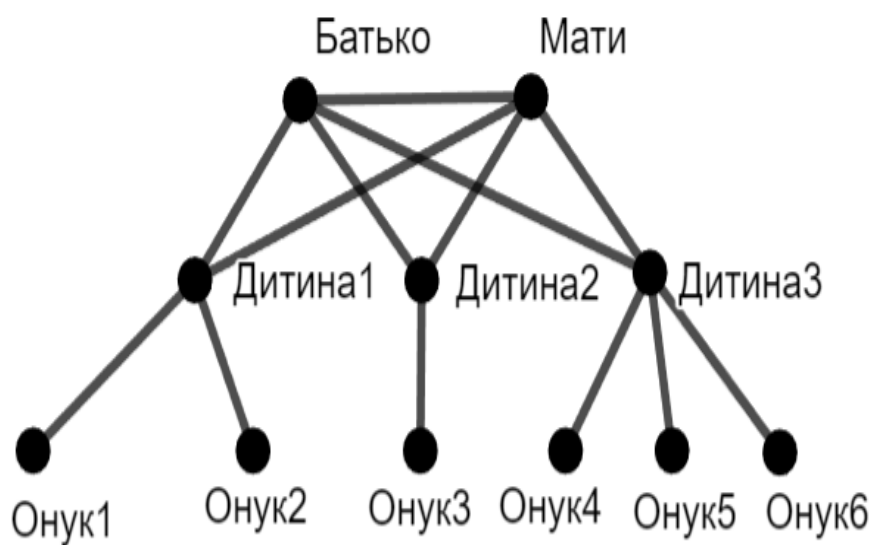


Рис. 1.3. Родинні зв'язки

Якщо знайти центральні вершини цього графа, то ними будуть Батько – Мати. Але в сім'ї можуть бути інші зв'язки. З тими ж самими вершинами можна встановити емоційні зв'язки. І тоді може статися, що центральними фігурами будуть інші.

Franco Moretti показує в [1] на прикладі трагедії «Гамлет» як можна використовувати графи для розбору сцен. В якості вершин обрані головні і другорядні персонажі: Hamlet, Claudius, Gertrude, Polonius, Ophelia, Laertes, Horatio, Rosencrantz, Guildenstern, Ghost, Fortinbras, Marcellus, Bernardo, Osric, Reynaldo, The Players. В якості ребер обрано типи взаємин: дружба, антагонізм, сім'я тощо. Розмір вершин пропорційний ступеню центральності персонажу.

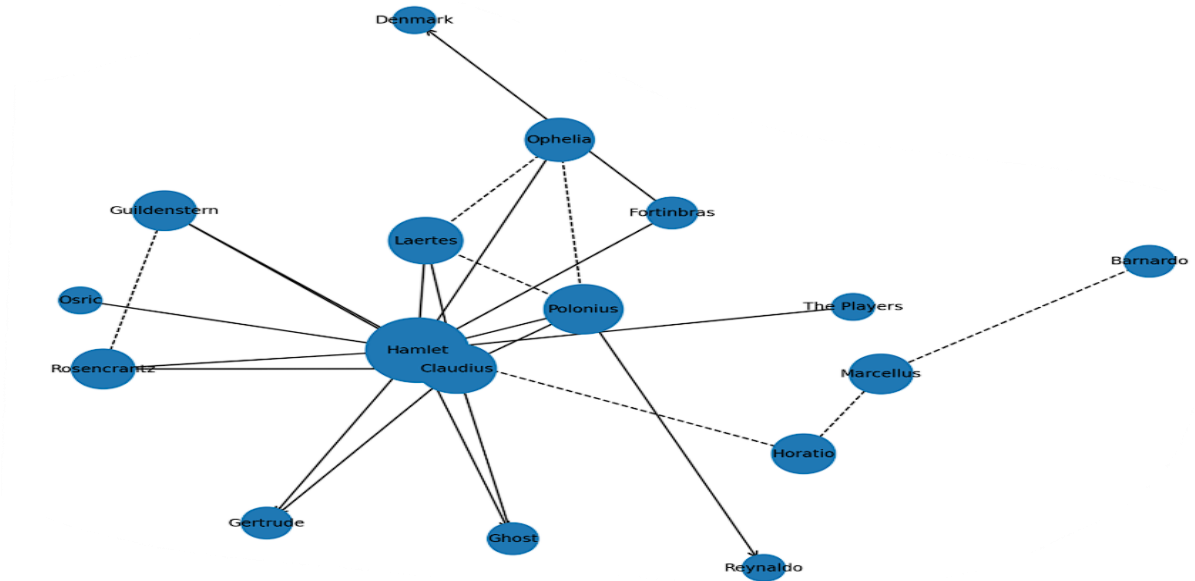


Рис 1.4. Граф трагедії «Гамлет»

З рис. 1.4. видно, що центром конфлікту є Hamlet — Claudius.

В роботі [2] також проводиться аналіз твору за допомогою теорії графів у часовому вимірі. Розглядаються логічні п'єси, що перемежуються по розповіді. Показано, що теорія графів дає можливість візуально охопити сюжетну лінію твору.

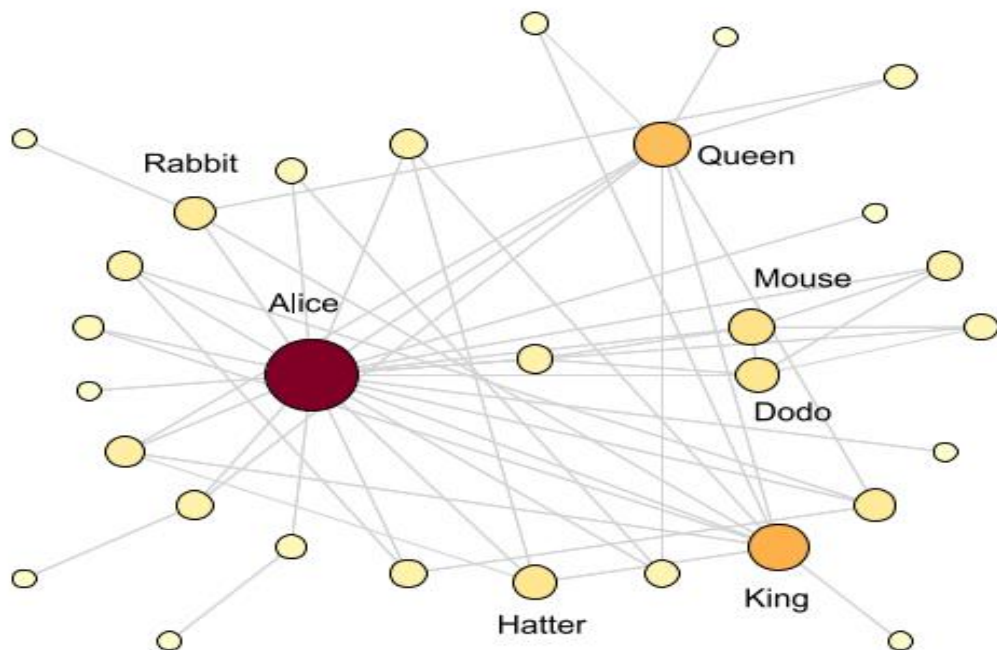


Рис. 1.5. Агрегована мережа персонажів в Алісі(наведені лише деякі відомі персонажі)

1.3. Методика використання теорії графів у літературі

Методика використання теорії графів у літературі спрямована на інтеграцію математики та гуманітарних дисциплін шляхом перетворення якісної інформації художнього тексту на формалізовану математичну модель-граф. Вона розроблена для покрокового впровадження у навчальний процес у класах гуманітарного профілю, забезпечуючи розвиток системно-аналітичного мислення та математичних компетентностей здобувачів освіти. Складається методика з трьох ключових етапів, кожен з яких розвиває певні компетентності, і включає низку послідовних кроків.

Перший етап- літературознавче опрацювання та формалізація- передбачає декомпозицію тексту та кодування здобувачами освіти літературознавчих понять у математичні терміни.

На цьому етапі учень, виявляючи вміння виділяти ключові елементи з масиву інформації, визначає, що саме буде вершинами графа: персонажі (для соціального аналізу), ключові мотиви (для тематичного аналізу), або події чи сцени (для сюжетного аналізу).

Наступним кроком здобувач освіти здійснює чітке формулювання правила з'єднання двох вершин. Це означає встановлення умов існування ребра між ними, причому приклади таких правил різняться залежно від типу графа. Для персонажного графа ребро існує, якщо герої твору мали прямий діалог, фізичний контакт або згадувалися в одній сцені чи розділі, а для графа мотивів ребро існує, якщо два мотиви (наприклад, «війна» і «честь») з'являються в одному контекстному блоці (абзаці, епізоді).

Саме під час цього кроку формуються такі важливі компетентності, як логічне мислення та визначення аксіом, що передбачає встановлення чітких, несуперечливих правил для подальшого математичного моделювання.

Далі здобувач освіти складає повний список $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. На основі тексту заповнює матрицю суміжності A (Таб. 1.2). A – це $N \times N$ матриця, де:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо існує зв'язок}(v_i, v_j) \\ 0, \text{ якщо зв'язок відсутній} \end{cases} \quad (1.1)$$

Таблиця 1.2

Матриця суміжності п'єси «Матінка Кураж та її діти»

Матриці A:

0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Для зважених графів a_{ij} дорівнюватиме вазі (кількості спільних сцен), як у прикладі з «Фаустом» (Таб. 2.1).

Саме під час роботи з цими математичними структурами здобувач освіти набуває досвіду роботи з матрицями для зберігання інформації про зв'язки в тексті, що забезпечує формування важливої компетентності у перетворенні літературних даних на формалізовану математичну модель.

Другий етап — математичне моделювання та розрахунки — передбачає перетворення літературознавчої проблеми на чисто математичну задачу, де інформація, зафіксована у матриці суміжності, підлягає обчисленню та кількісному аналізу.

Насамперед, здобувач освіти переводить матрицю A у візуальну форму, тобто у граф, використовуючи для цього ручне креслення для простих структур (рис. 1.1., рис. 1.2., рис. 1.3.) або спеціалізовані ІТ-інструменти (Graph Online, Gephi Lite) для складніших графів (рис. 1.4., рис. 1.6.).

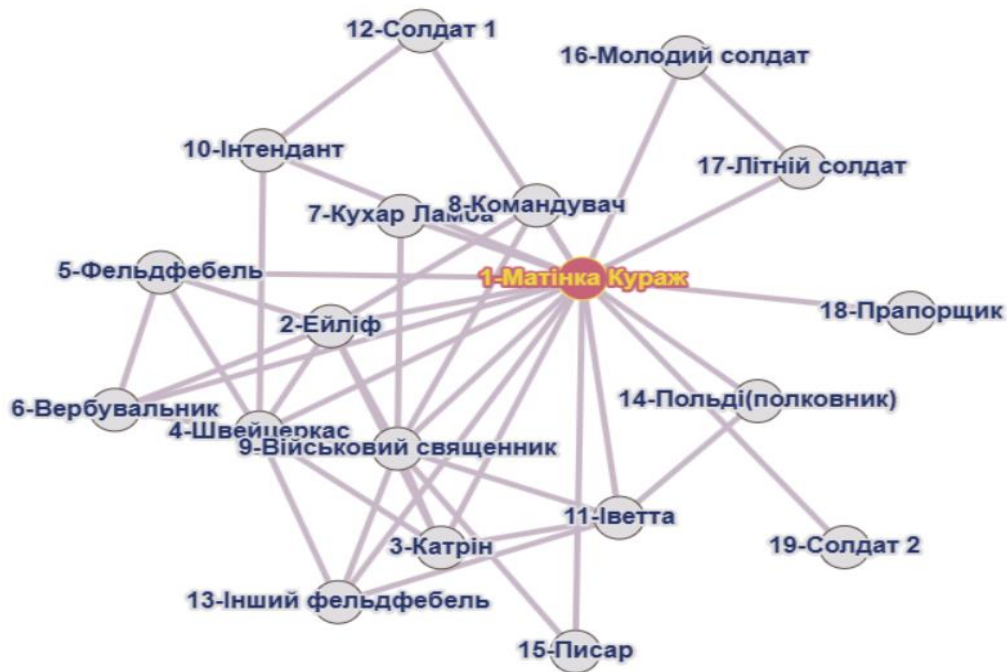


Рис. 1.6. Графова модель п'єси «Матінка Кураж та її діти»

Така діяльність сприяє розвитку просторової уяви та візуалізації даних (STEM), що є ключовою компетентністю для вміння інтерпретувати абстрактні кількісні дані у наочний графічний образ.

Далі здобувач освіти приступає до обчислення базових метрик, які дають кількісну оцінку важливості елементів твору. До них належать: ступінь вершини ($deg(v_i)$)- міра прямої активності чи взаємодії елемента; відстань ($d(v_i, v_j)$)- кількість «кроків» між елементами, що визначається за алгоритмом пошуку найкоротшого шляху (наприклад, алгоритм Дейкстри); та ексцентриситет ($e(v_i) = \max_{v_j \in V} d(v_i, v_j)$)- ступінь віддаленості елемента від найбільш ізольованого. Обчислення цих показників формує в здобувачів освіти алгоритмічне мислення та обчислювальні навички завдяки застосуванню точних математичних алгоритмів для отримання об'єктивних результатів.

Зрештою, на основі індивідуальних метрик вершин обчислюються глобальні характеристики графа, які дозволяють визначити ключові особливості літературного твору як системи. До таких глобальних характеристик належать: діаметр графа $d(G) = \max_{v_i \in V} e(v_i)$, радіус графа

$r(G) = \min_{v_i \in V} e(v_i)$, та центр графа $C(G) = \{v_i \in V | e(v_i) = r(G)\}$. Ця фінальна діяльність стимулює аналіз та узагальнення, розвиваючи вміння здобувачів освіти переходити від часткових показників окремих елементів до характеристики всієї літературної системи в цілому.

Третій етап- літературознавча інтерпретація та синтез- передбачає зворотний перехід від точних математичних результатів до гуманітарної площини, де отримані кількісні показники отримують глибоке літературознавче пояснення.

На цьому етапі здобувач освіти, аналізуючи центр графа ($C(G)$), тобто вершини з мінімальним ексцентриситетом ($r(G)$), ідентифікує центральні персонажі, які інтерпретуються як стратегічно найважливіші або найменш вразливі в структурі твору, що дозволяє учням зробити висновок про справжніх рушіїв чи головних героїв, чия роль полягає у підтримці зв'язності та балансу сюжету.

Далі аналізується діаметр графа ($d(G)$) — найбільша відстань між будь-якими двома елементами, що використовується для оцінки динаміки сюжету. Діаметр визначає складність і масштаби твору: наприклад, малий діаметр (2–3) свідчить про концентровану дію (драма), тоді як великий діаметр (5+) вказує на розгалужений сюжет та епічний масштаб.

Здобувач освіти також проводить виявлення кластерів чи клік, ідентифікуючи повні підграфи або спільноти (кластеризація) у візуальній моделі графа. Це дозволяє визначити замкнуті соціальні групи (сім'я, ворогуючі клани) для аналізу їхньої внутрішньої динаміки та зовнішньої взаємодії.

Нарешті, визначаються периферійні елементи: ізольовані вершини ($\deg(v_i)=0$) або тупикові вершини. Такі елементи інтерпретуються як персонажі, що є об'єктами впливу або маргінальними фігурами, а їхнє виявлення допомагає знайти сюжетні лінії, які не мають продовження, або зрозуміти функціональне значення «фону» у творі.

Використання цієї методики забезпечує не лише вивчення окремих понять теорії графів, а й цілісний розвиток математичної культури гуманітаріїв. Зокрема, формується системно-структурна компетентність, яка полягає у переведенні неструктурованого матеріалу (художній текст) у формалізоване подання (граф, матриця). Це вчить здобувача освіти бачити за конкретикою універсальні структури та взаємозв'язки, що, як освітній результат, дозволяє учню моделювати процеси, незалежно від їхньої природи (соціальні, фізичні чи літературні). Розвивається алгоритмічна компетентність через застосування покрокових алгоритмів (знаходження найкоротшого шляху, обчислення ексцентриситету ($e(v)$) чи діаметра графа ($d(G)$) для розв'язання задачі з літератури; це є основою для розвитку логічної послідовності дій, критичного мислення та програмування. Компетентність моделювання та аналізу формується завдяки кількісній оцінці якісних явищ (наприклад, центральності персонажа, щільності сюжету) та критичній інтерпретації математичних результатів, що допомагає подолати страх перед абстракцією та усвідомити, що числа можуть пояснювати смисли. Нарешті, обчислювальна грамотність розвивається через роботу з матрицями та використання ІТ-інструментів (візуалізаторів) для побудови та аналізу графів, забезпечуючи інтеграцію STEM-елементів у гуманітарну освіту та підготовку до роботи з великими обсягами інформації і мережевими аналізами.

Для поглиблення дослідницького інтересу здобувачів освіти та подальшого розвитку їх компетентностей, методика може бути розширена шляхом впровадження більш складних аналітичних завдань.

По-перше, можна запропонувати здійснити аналіз часової динаміки, де замість побудови одного статичного графа для всього твору, учням пропонується створити кілька графів для різних актів, частин чи розділів. Систематичне порівняння змін центральності персонажів ($C(G)$) та щільності графа на різних етапах сюжету дозволяє кількісно проаналізувати розвиток конфлікту і динаміку зростання або згасання ролі окремого героя (рис. Д 1.1., рис. Д 1.2. та рис. Д 1.4.).

По-друге, не менш цікавим та важливим завданням є пошук мостів та точок зчленування, коли здобувачі освіти ідентифікують ребра (мости) або вершини (точки зчленування), видалення яких призведе до розпаду графа на ізольовані компоненти. Літературознавча інтерпретація показує, що ці елементи є критичними зв'язками чи персонажами-посередниками, без яких сюжетна лінія або соціальна структура твору не змогла б існувати.

Нарешті, методика передбачає використання графа мотивів. Це створення графа, де вершини – це ідейні поняття твору (наприклад, «Кохання», «Обов'язок», «Свобода»). Аналіз такого графа дає можливість виявити домінантні тематичні зв'язки та ідейні кліки, що слугує основою для проведення філософського чи культурологічного аналізу літературного твору (рис. 2.14., рис. 2.15.).

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

У першому розділі було здійснено теоретико-методологічне обґрунтування застосування теорії графів як інструменту для аналізу художніх літературних творів. Підкреслено важливість інтеграції математичних методів у гуманітарну освіту з метою розвитку системно-аналітичного мислення здобувачів.

У підрозділі 1.1 встановлено, що теорія графів виступає гнучким математичним апаратом для моделювання складних неструктурованих систем, зокрема внутрішньої архітекτονіки художнього тексту. З цією метою було формалізовано граф $G = (V, E)$ через скінченні множини вершин та ребер. Для кількісної оцінки структури введено ключові метрики: відстань ($d(v_i, v_j)$), ексцентриситет ($e(v_i)$) — як показник ізольованості елемента, а також діаметр ($d(G)$) та центр ($C(G)$) графа, які відображають масштаб системи та її найбільш стійкі елементи. Додатково розглянуто поняття кліки для ідентифікації замкнутих соціальних спільнот.

У підрозділі 1.2. обґрунтовано практичну цінність методу. Визначено, що сутність полягає у математичному моделюванні внутрішніх зв'язків тексту (між персонажами, подіями, мотивами) за допомогою вершин і ребер. Доведено, що цей мережевий підхід дозволяє вирішувати низку дослідницьких завдань: проводити аналіз центральності для виявлення головних дійових осіб, створювати наративні графи для візуалізації сюжету, виявляти домінантні тематичні зв'язки через кластеризацію та здійснювати конфліктний аналіз.

На основі теоретичних засад у підрозділі 1.3 була розроблена триетапна методика використання теорії графів: 1) літературознавче опрацювання та формалізація; 2) математичне моделювання та розрахунки; 3) літературознавча інтерпретація та синтез.

Узагальнення теоретичних основ та розроблена методика підтверджують, що теорія графів є засобом кількісної оцінки якісних літературних явищ та ефективною платформою для інтеграції STEM-

елементів у гуманітарну освіту, сприяючи цілісному розвитку ключових компетентностей здобувачів.

РОЗДІЛ 2

ГРАФОВІ МОДЕЛІ ЛІТЕРАТУРНИХ ТВОРІВ

2.1. Аналіз літературних творів за допомогою теорії графів на прикладі філософської трагедії Й. В. Гете «Фауст» (драма) та новели Ф. Кафки «Перевтілення» (епос)

Застосування інструментарію теорії графів до літературного тексту дозволяє перевести складні, якісні взаємозв'язки між персонажами та подіями у формалізовану математичну модель. Це забезпечує об'єктивність аналізу, дозволяючи кількісно оцінити структурну важливість дійових осіб та динаміку сюжету. В даному підрозділі здійснюємо структурний аналіз I частини філософської трагедії Й. В. Гете «Фауст» [38] шляхом побудови та дослідження орієнтованого зваженого графа взаємодії персонажів та новели Ф. Кафки «Перевтілення» [39] шляхом побудови психологічної мережі, що фокусується на темі ізоляції та руйнування зв'язків.

Методологія даного аналізу базується на трьох послідовних кроках: 1) формалізація елементів графа (вершини та ребра); 2) математичний аналіз метрик центральності; 3) літературознавча інтерпретація отриманих результатів.

Граф трагедії G моделюємо як орієнтований зважений граф $G = (V, E, W)$, де V — множина вершин (персонажів), E — множина орієнтованих ребер (взаємодій), і W — множина ваг, що відображають значущість цих взаємодій.

До множини вершин V включаємо лише тих дійових осіб, які мають прямий діалог або чиї дії спричиняють фундаментальні зміни в сюжеті I частини трагедії [38], таким чином виключаючи мімохідні фігури та масовку. Кожна обрана вершина отримує унікальний ідентифікатор V_i (рис. 2.1.):

V_1 - Фауст (центральна фігура, шукач, сторона угоди);

V_2 - Мефістофель (демон, сторона угоди, каталізатор дій Фауста);

V_3 - Маргарита (Гретхен) (об'єкт кохання таспокуси, головна жертва трагедії);

V_4 - Вагнер (учень, представник академічної, книжкової науки-контраст Фаусту);

- V_5 - Бог (Господь) (сторона закладного парі, представник небес);
- V_6 - Валентин (брат Маргарити, захисник честі родини);
- V_7 - Марта (сусідка Маргарити, сваха, посередник у відносинах Фауста і Маргарити);
- V_8 - Дух Землі (перший викликаний Фаустом дух);
- V_9 - Відьма (дає Фаусту омолоджуючий напій);
- V_{10} - Брандер (один із студентів у «Бурштиновому льоху», представник "низького" світу);
- V_{11} - Лізе (подруга Маргарити, свідок її ганьби);
- V_{12} - Старий селянин (представник народу, висловлює подяку Фаусту та його батькові (контраст)).

Після ідентифікації множини вершин V , наступним етапом визначаємо та кількісно оцінюємо взаємозв'язки між ними. Кожну взаємодію між двома персонажами V_i та V_j моделюємо як орієнтоване ребро e_{ij} , яке відображає напрямок впливу або ініціативи.

Для відображення як кількісної інтенсивності, так і якісної значущості взаємодії, використовуємо авторську гібридну метрику зважування ребер w_{ij} , що комбінує частоту спільних сцен ($W_{\text{сцени}}$) та оцінку драматичної важливості дії ($W_{\text{значущість}}$):

$$w_{ij} = (\alpha \times W_{\text{сцени}}) + (\beta \times W_{\text{значущість}}) \quad (2.1)$$

У даному дослідженні встановимо вагові коефіцієнти $\alpha = 0,5$ та $\beta = 1$. Такий вибір забезпечує, що сюжетоутворюючі, ключові дії (де β має пріоритет) матимуть більший вплив на структуру графа, ніж численні, але менш значущі, діалоги.

$W_{\text{значущість}}$ - якісний параметр, який кількісно оцінюємо, спираючись на зміст поеми [38], щоб відобразити глибину впливу:

$W_{\text{значущість}}=3$ - ключова (укладання парі, вбивство, доленосні дії);

$W_{\text{значущість}}=2$ - важлива (магічний вплив, переконання, посередництво);

$W_{\text{значущість}}=1$ - звичайна (побутове спілкування, діалоги).

Проводимо розрахунок ваг для всіх ідентифікованих взаємодій між 12 вершинами, згрупованих за тематичними блоками.

1) Ключові взаємодії, які пов'язані з угодою:

$$(V_5 \leftrightarrow V_2) w_{ij} = (0,5 \times 1) + (1 \times 3) = 3,5$$

$$(V_1 \leftrightarrow V_2) w_{ij} = (0,5 \times 1) + (1 \times 3) = 3,5$$

$$(V_1 \leftrightarrow V_8) w_{ij} = (0,5 \times 1) + (1 \times 2) = 2,5$$

2) Взаємодії, пов'язані з трагедією Маргарити:

$$(V_1 \leftrightarrow V_3) w_{ij} = (0,5 \times 5) + (1 \times 3) = 5,5$$

$$(V_2 \rightarrow V_3) w_{ij} = (0,5 \times 3) + (1 \times 2) = 3,5$$

$$(V_3 \leftrightarrow V_7) w_{ij} = (0,5 \times 2) + (1 \times 2) = 3$$

$$(V_6 \leftrightarrow V_1) w_{ij} = (0,5 \times 1) + (1 \times 3) = 3,5$$

$$(V_{11} \rightarrow V_3) w_{ij} = (0,5 \times 1) + (1 \times 1) = 1,5$$

3) Взаємодії з питань науки та у побуті:

$$(V_1 \leftrightarrow V_4) w_{ij} = (0,5 \times 2) + (1 \times 1) = 2$$

$$(V_1 \leftrightarrow V_{12}) w_{ij} = (0,5 \times 1) + (1 \times 2) = 2,5$$

$$(V_2 \rightarrow V_9) w_{ij} = (0,5 \times 1) + (1 \times 2) = 2,5$$

$$(V_9 \rightarrow V_1) w_{ij} = (0,5 \times 1) + (1 \times 2) = 2,5$$

$$(V_1 \rightarrow V_{10}) w_{ij} = (0,5 \times 1) + (1 \times 1) = 1,5$$

На основі ідентифікованих вершин V та зважених на попередньому етапі ребер w_{ij} будуємо графову модель (рис. 2.1.) І частини драматичної поеми Гете «Фауст» [38] у зошиті або за допомогою інструменту для роботи з графами Graph Online.

Первинний візуальний аналіз графової моделі, поданої на рисунку 2.1., дозволить одразу визначити ключові структурні ролі та природу взаємодій між персонажами, ще до застосування формальних метрик центральності.

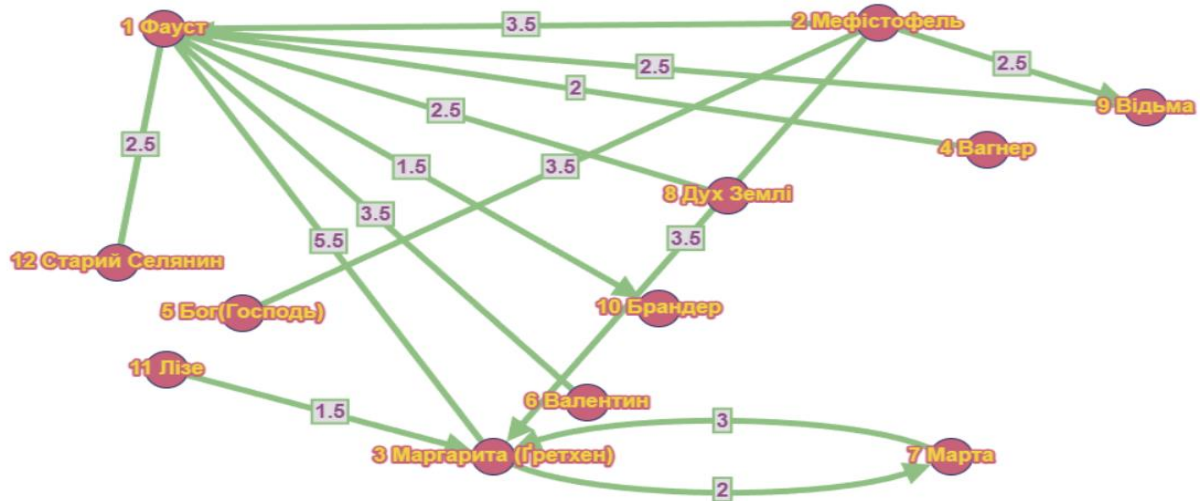


Рис. 2.1. Граф I частини трагедії Гете «Фауст»

Вершина Фауст (V_1) виступає як беззаперечний центр усієї мережі, бо має найбільшу кількість вихідних зв'язків (7) до більшості основних фігур (Мефістофель, Маргарита, Валентин, Бог, Брандер та ін.). Це підтверджує роль Фауста як головного ініціатора та рушія сюжету. Водночас, V_1 також є об'єктом значного впливу (7).

Мефістофель (V_2) за активністю дій виступає другим агентом дій. Його вплив на Відьму (V_9) та ключовий вхідний зв'язок від V_1 у графовій моделі викриває Мефістофеля як стратегічного посередника та маніпулятора.

Маргарита (V_3) візуально виділяється як ключова мішень. Значна кількість вхідних ребер від V_1 , V_2 , V_7 , V_{11} (рис. 2.1.) підтверджує її структурну вразливість та центральне положення.

Візуальна модель чітко ідентифікує тупикову вершину (Брандер (V_{10})) не має вихідних зв'язків, є тупиковим вузлом, що завершує сюжетну лінію без її продовження) та ізольовану фігуру поеми (Лізе (V_{11})) не має вхідних зв'язків, лиш сама ініціює плітки ($V_{11} \rightarrow V_3$).

На наступному етапі виміряємо ці візуально помітні структурні характеристики.

На основі розрахунку ваг для кожного орієнтованого ребра w_{ij} , що відображає інтенсивність та значущість взаємодії, формуємо матрицю

суміжності A (таб. 2.1), яка стане ключовим інструментом для подальшого кількісного аналізу в рамках теорії графів.

Матриця A (таб. 2.1) є квадратною, розміром $N \times N$, де $N = 12$ - кількість визначених вершин. Елемент матриці a_{ij} дорівнює обчисленій вазі w_{ij} . Якщо між вершинами V_i та V_j не зафіксовано прямої взаємодії, елемент a_{ij} дорівнює 0.

Таблиця 2.1

Матриця суміжності I частини трагедії «Фауст»

A	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}	V_{11}	V_{12}
V_1	0	3,5	5,5	2	0	3,5	0	2,5	0	1,5	0	2,5
V_2	3,5	0	3,5	0	3,5	0	0	0	2,5	0	0	0
V_3	5,5	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
V_4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_5	0	3,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_6	3,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_7	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_8	2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_9	2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_{11}	0	0	1,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_{12}	2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Матриця A (таб. 2.1) є несиметричною, що відображає орієнтований характер графа.

На наступному етапі до сформованої матриці суміжності A (таб. 2.1) застосовуємо ключові метрики центральності для отримання кількісних показників, що розкривають структурну важливість, впливовість та роль кожного персонажа у драматургічній системі твору.

Оскільки граф (рис. 2.1.) є зваженим та орієнтованим, розраховуємо вхідний, вихідний ступіні та загальний ступінь кожної вершини.

Вхідний ступінь $C_{D,in}$ покаже, наскільки персонаж є об'єктом уваги чи впливу. $C_{D,in}$ включає суму ваг ребер, що входять у вершину:

$$C_{D,in}(V_i) = \sum_{j=1}^N a_{ji} \quad (2.2)$$

$$C_{D,in}(V_1) = 0 + 3,5 + 5,5 + 2 + 0 + 3,5 + 0 + 2,5 + 2,5 + 0 + 0 + 2,5 = 22$$

$$C_{D,in}(V_2) = 3,5 + 0 + 0 + 0 + 3,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 7$$

$$C_{D,in}(V_3) = 5,5 + 3,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 3 + 0 + 0 + 0 + 1,5 + 0 = 13,5$$

$$C_{D,in}(V_4) = 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 2$$

$$C_{D,in}(V_5) = 0 + 3,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 3,5$$

$$C_{D,in}(V_6) = 3,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 3,5$$

$$C_{D,in}(V_7) = 0 + 0 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 2$$

$$C_{D,in}(V_8) = 2,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 2,5$$

$$C_{D,in}(V_9) = 0 + 2,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 2,5$$

$$C_{D,in}(V_{10}) = 1,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1,5$$

$$C_{D,in}(V_{11}) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

$$C_{D,in}(V_{12}) = 2,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 2,5$$

Вихідний ступінь $C_{D,out}$ покаже, наскільки персонаж є джерелом дії чи впливу. $C_{D,out}$ включає суму ваг ребер, що виходять із вершини:

$$C_{D,out}(V_i) = \sum_{j=1}^N a_{ji} \quad (2.3)$$

$$C_{D,out}(V_1) = 0 + 3,5 + 5,5 + 2 + 0 + 3,5 + 0 + 2,5 + 0 + 1,5 + 0 + 2,5 = 21$$

$$C_{D,out}(V_2) = 3,5 + 0 + 3,5 + 0 + 3,5 + 0 + 0 + 0 + 2,5 + 0 + 0 + 0 = 13$$

$$C_{D,out}(V_3) = 5,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 7,5$$

$$C_{D,out}(V_4) = 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 2$$

$$C_{D,out}(V_5) = 0 + 3,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 3,5$$

$$C_{D,out}(V_6) = 3,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 3,5$$

$$C_{D,out}(V_7) = 0 + 0 + 3 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 3$$

$$C_{D,out}(V_8) = 2,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 2,5$$

$$C_{D,out}(V_9) = 2,5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 2,5$$

$$C_{D,out}(V_{10})= 0+0+0+0+0+0+0+0+0+0+0+0 = 0$$

$$C_{D,out}(V_{11})= 0+0+1,5+0+0+0+0+0+0+0+0+0 = 1,5$$

$$C_{D,out}(V_{12})= 2,5+0+0+0+0+0+0+0+0+0+0+0 = 2,5$$

Загальний ступінь C_D - сума вхідного та вихідного ступенів:

$$C_D(V_i) = C_{D,in}(V_i) + C_{D,out}(V_i) \quad (2.4)$$

$$C_D(V_1)=22+21= 43$$

$$C_D(V_2)= 7+13= 20$$

$$C_D(V_3)= 13,5+7,5= 21$$

$$C_D(V_4)= 2+2= 4$$

$$C_D(V_5)= 3,5+3,5= 7$$

$$C_D(V_6)= 3,5+3,5= 7$$

$$C_D(V_7)= 2+3= 5$$

$$C_D(V_8)= 2,5+2,5= 5$$

$$C_D(V_9)= 2,5+2,5= 5$$

$$C_D(V_{10})= 1,5+0= 1,5$$

$$C_D(V_{11})= 0+1,5= 1,5$$

$$C_D(V_{12})= 2,5+2,5= 5$$

Вносимо результати обчислень в таблицку для зручності їх порівняння та подальшої інтерпретації:

Таблиця 2.2

Вхідний $C_{D,in}(V_i)$ та вихідний $C_{D,out}(V_i)$ ступені вершини

A	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	V ₇	V ₈	V ₉	V ₁₀	V ₁₁	V ₁₂	$C_{D,out}(V_i)$
V ₁	0	3,5	5,5	2	0	3,5	0	2,5	0	1,5	0	2,5	21
V ₂	3,5	0	3,5	0	3,5	0	0	0	2,5	0	0	0	13
V ₃	5,5	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	7,5
V ₄	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
V ₅	0	3,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,5
V ₆	3,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,5
V ₇	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
V ₈	2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,5
V ₉	2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,5
V ₁₀	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V ₁₁	0	0	1,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,5
V ₁₂	2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,5
$C_{D,in}(V_i)$	22	7	13,5	2	3,5	3,5	2	2,5	2,5	1,5	0	2,5	

Таблиця 2.3

Загальний ступінь $C_D(V_i)$ вершини

$C_D(V_1)$	$C_D(V_2)$	$C_D(V_3)$	$C_D(V_4)$	$C_D(V_5)$	$C_D(V_6)$	$C_D(V_7)$	$C_D(V_8)$	$C_D(V_9)$	$C_D(V_{10})$	$C_D(V_{11})$	$C_D(V_{12})$
43	20	21	4	7	7	5	5	5	1,5	1,5	5

Застосування метрики центральності ступеня C_D (таб. 2.3) дозволяє математично фіксувати ключові драматургічні та літературні явища, закладені Й. В. Гете у структурі його філософської трагедії [38].

Загальні показники Фауста (43), Маргарити (21) та Мефістофеля (20) значно виділяються на загальному тлі (таб. 2.3) і складають ядро взаємодії.

Це наочно демонструє й інструмент для роботи з графами Graph Online на рисунку 2.2..

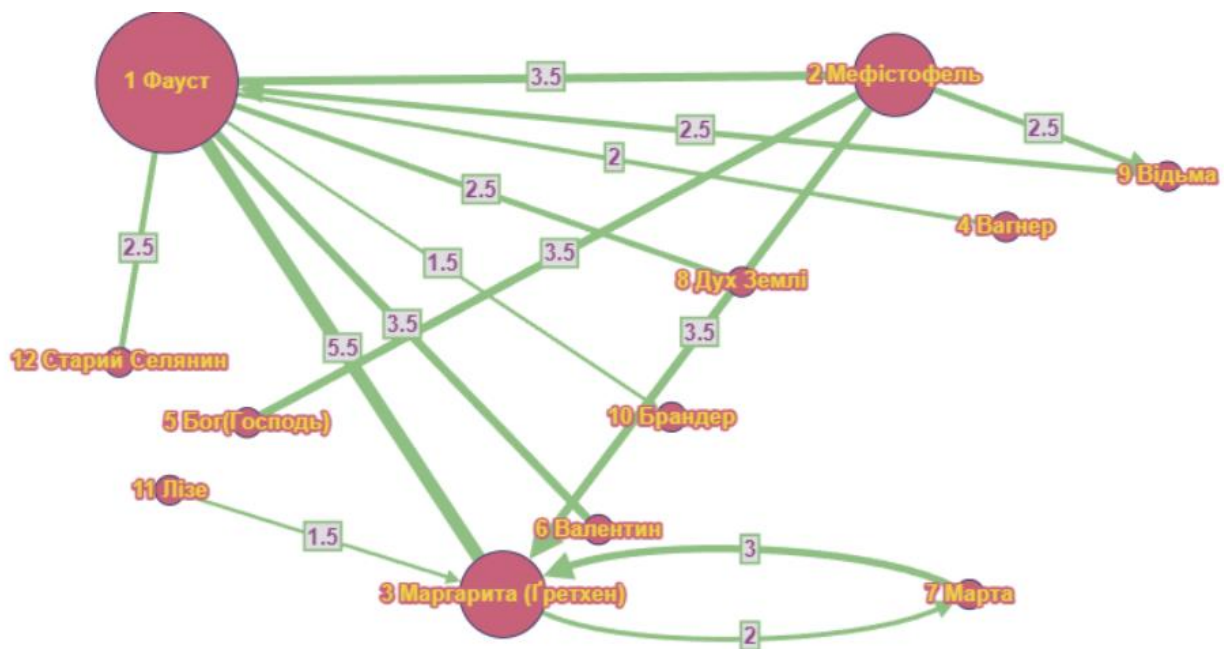


Рис. 2.2. Ядро взаємодії у поемі Гете «Фауст»

Мефістофель (V_2) демонструє значне домінування вихідного ступеня $C_{D,out}(V_2)=13$ проти вхідного $C_{D,in}(V_2)=7$. Цей дисбаланс кількісно відображає його волю до ініціативи та структурної ролі рушія сюжету, який активно формує події, а не просто реагує на них.

На противагу, Маргарита (V_3) характеризується суттєвим переважанням вхідного ступеня $C_{D,in}(V_3) = 13,5$ проти вихідного $C_{D,out}(V_3) = 7,5$. Це доводить, що вона є об'єктом впливу та тиску з боку ключових фігур. Таким чином, її висока активність у графі визначається не власною ініціативою, а сприйнятливістю, що кількісно моделює обставинний, жертвний характер її власної трагедії.

Високий показник Фауста ($C_D(V_1) = 43$) та майже ідеальний баланс між його вхідним $C_{D,in}(V_1) = 22$ та вихідним ступенями $C_{D,out}(V_1) = 21$ свідчать про те, що він є епіцентром структурного напруження. Герой одночасно виступає як джерело власних пошуків та прагнень і як об'єкт маніпуляцій та впливу з боку свого оточення і метафізичних сил.

Цікавим відкриттям аналізу є ідентичний ступінь Бога (Господа) (V_5), $C_D(V_5) = 7$ та Валентина (V_6), $C_D(V_6) = 7$. Це підкреслює їхню аналогічну структурну функцію як визначників критичних меж у драмі. У той час як Бог встановлює рамку метафізичного випробування через укладення парі, Валентин встановлює моральну та соціальну межу (захист честі), порушення якої Фаустом призводить до кульмінаційного злочину.

Математика підтверджує, що обидві фігури, попри їхню різну природу (божественну та земну), виконують у графі функцію критичних обмежень, чия присутність визначає доленосні повороти сюжету.

Низькі показники $C_D(V_i)$ для фігур поза основним конфліктом слугують об'єктивним доказом їхньої структурної та тематичної ізоляції. Наприклад, Вагнер (V_4), $C_D(V_4) = 4$ має один із найнижчих ступенів серед активно діючих фігур, що свідчить про його відсторонення від нового, магічно-емоційного шляху Фауста. Граф кількісно фіксує, що представник «книжкової» науки більше не є значимим вузлом у драматургічній системі Фауста.

Мінімальний ступінь мають Брандер (V_{10}), $C_D(V_{10}) = 1,5$ та Лізе (V_{11}), $C_D(V_{11}) = 1,5$. Це доводить, що сцени, пов'язані з «низьким» світом (наприклад, у «Льоху Ауербаха») або побутовим фоном, є епізодичними і не мають впливу на центральний конфлікт Фауст-Мефістофель-Маргарита.

Розраховуємо центральну близькість C_C героїв, що дасть змогу визначити, наскільки швидко персонаж може поширювати чи отримувати інформацію або вплив по всій мережі, тобто його оперативну незалежність.

Знаходимо найкоротші відстані відповідно до принципу оберненої залежності:

$$d(V_j, V_k) = \min \sum_{(u,v) \in P_{jk}} \frac{1}{w_{uv}} \quad (2.5)$$

Послугуємомось тим, що чим більший вплив героїв одне на одного, тобто, чим вища вага ребра, тим меншою є обчислювальна довжина шляху між ними. Наприклад, зв'язок від Фауста до Маргарити ($V_1 \rightarrow V_3$) має одну з найвищих вагових оцінок у всьому графі (таб. 2.2) $w_{1,3} = 5,5$. Мінімальна довжина $d(V_1, V_3) = 1:5,5 \approx 0,18$ підтверджує, що оскільки вплив Фауста на Маргариту є найсильнішим у мережі, то і шлях для поширення цього впливу є найкоротшим і найшвидшим.

Мефістофель є ключовою фігурою, тому почнемо з нього. Шукаємо всі вихідні шляхи.

Використовуємо для зручності алгоритм інструменту для роботи з графами Graph Online, що маркує іншим кольором безпосередньо на графічній моделі найкоротші шляхи (вихідні) між обраними вершинами. (рис. 2.3.).

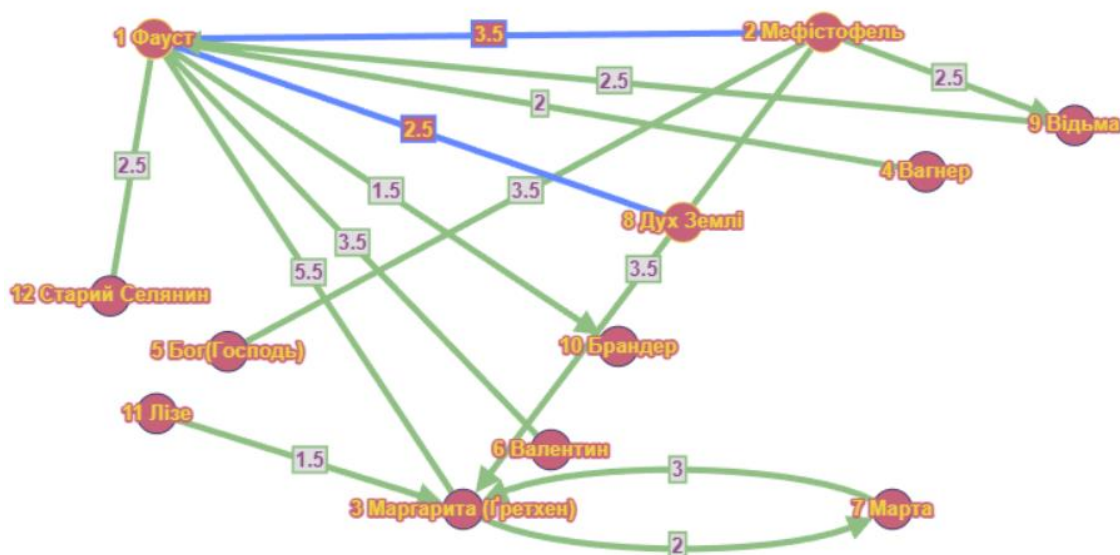


Рис. 2.3. Найкоротший шлях між обраними вершинами (Graph Online)

$$d(V_2, V_1) = 1:3,5 \approx 0,29$$

$$d(V_2, V_3) = 1:3,5 \approx 0,29$$

$$d(V_2, V_4) = d(V_2 \rightarrow V_1 \rightarrow V_4) = 0,29 + 1:2 = 0,79$$

$$d(V_2, V_5) = 1:3,5 \approx 0,29$$

$$d(V_2, V_6) = d(V_2 \rightarrow V_1 \rightarrow V_6) = 0,29 + 1:3,5 \approx 0,58$$

$$d(V_2, V_7) = d(V_2 \rightarrow V_3 \rightarrow V_7) = 0,29 + 1:2 = 0,79$$

$$d(V_2, V_8) = d(V_2 \rightarrow V_1 \rightarrow V_8) = 0,29 + 1:2,5 = 0,69$$

$$d(V_2, V_9) = 1:2,5 = 0,4$$

$$d(V_2, V_{10}) = d(V_2 \rightarrow V_1 \rightarrow V_{10}) = 0,29 + 1:1,5 \approx 0,96$$

$d(V_2, V_{11})$ -шляху не існує

$$d(V_2, V_{12}) = d(V_2 \rightarrow V_1 \rightarrow V_{12}) = 0,29 + 1:2,5 = 0,69$$

Знаходимо загальну суму цих відстаней:

$$\sum_{j \neq 2} d(V_2, V_k) = d(V_2, V_1) + d(V_2, V_3) + d(V_2, V_4) + \dots \quad (2.6)$$

$$d(V_2, V_k) = 0,29 + 0,29 + 0,79 + 0,29 + 0,58 + 0,79 + 0,69 + 0,4 + 0,96 + 0,69 = 5,77$$

Визначаємо всі вхідні шляхи до вершини V_2 .

Використовуємо для зручності алгоритм інструменту для роботи з графами Graph Online, що маркує іншим кольором безпосередньо на графічній моделі всі вхідні шляхи між обраними вершинами. (рис. 2.4.).

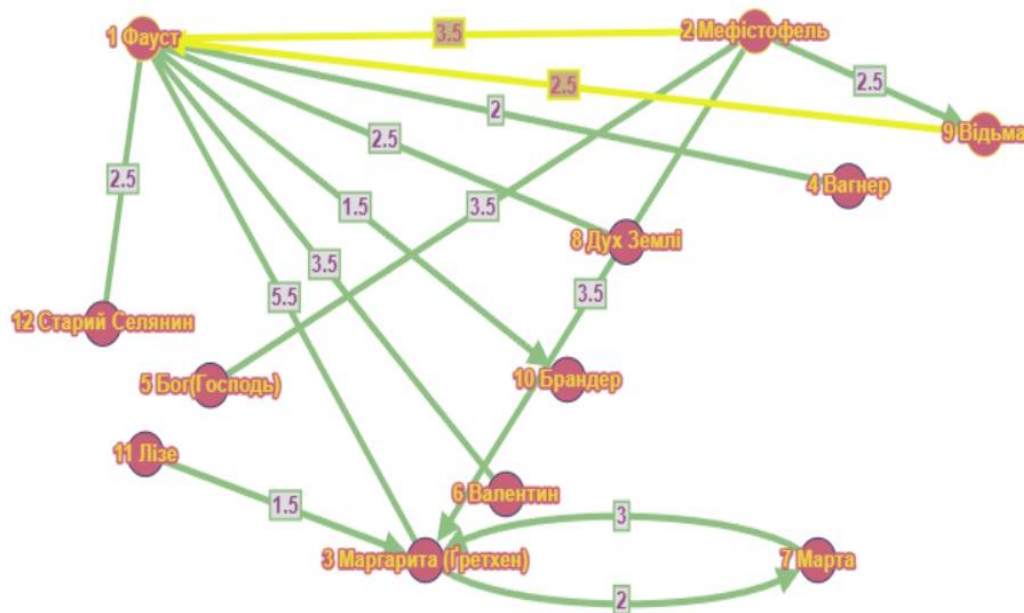


Рис. 2.4. Найкоротший шлях між обраними вершинами (Graph Online)

$$d(V_1, V_2) = 1:3,5 \approx 0,29$$

$$d(V_3, V_2) = d(V_3 \rightarrow V_1 \rightarrow V_2) = 1:5,5 + 0,29 \approx 0,47$$

$$d(V_4, V_2) = d(V_4 \rightarrow V_1 \rightarrow V_2) = 1:2 + 0,29 = 0,79$$

$$d(V_5, V_2) = 1:3,5 \approx 0,29$$

$$d(V_6, V_2) = d(V_6 \rightarrow V_1 \rightarrow V_2) = 1:3,5 + 0,29 \approx 0,58$$

$$d(V_7, V_2) = d(V_7 \rightarrow V_3 \rightarrow V_1 \rightarrow V_2) = 1:3 + 0,47 \approx 0,8$$

$$d(V_8, V_2) = d(V_8 \rightarrow V_1 \rightarrow V_2) = 1:2,5 + 0,29 = 0,69$$

$$d(V_9, V_2) = d(V_9 \rightarrow V_1 \rightarrow V_2) = 1:2,5 + 0,29 = 0,69$$

$$d(V_{10}, V_2) - \text{шляху не існує}$$

$$d(V_{11}, V_2) = d(V_{11} \rightarrow V_3 \rightarrow V_1 \rightarrow V_2) = 1:1,5 + 0,47 = 1,14$$

$$d(V_{12}, V_2) = d(V_{12} \rightarrow V_1 \rightarrow V_2) = 1:2,5 + 0,29 = 0,69$$

Знаходимо загальну суму цих відстаней:

$$\sum_{j \neq 2} d(V_j, V_2) = d(V_1, V_2) + d(V_3, V_2) + d(V_4, V_2) + \dots \quad (2.7)$$

$$d(V_j, V_2) = 0,29 + 0,47 + 0,79 + 0,29 + 0,58 + 0,8 + 0,69 + 0,69 + 1,14 + 0,69 = 6,43$$

Оскільки досяжних вершин з V_2 , як і в V_2 тільки 10, бо шляху $d(V_2, V_{11})$, як і $d(V_{10}, V_2)$ не існує, $N_{\text{роб.}} = 10$.

Розраховуємо вхідну близькість C_C^{in} та вихідну близькість C_C^{out} для V_2 :

$$C_C^{\text{in}}(V_2) = \frac{N_{\text{роб.}}}{\sum_{j \neq 2} d(V_j, V_{k2})} = \frac{10}{6,43} \approx 1,56 \quad (2.8)$$

$$C_C^{\text{out}}(V_2) = \frac{N_{\text{роб.}}}{\sum_{j \neq 2} d(V_2, V_k)} = \frac{10}{5,77} \approx 1,73 \quad (2.9)$$

Аналогічно знаходимо найкоротші відстані та центральність близькості для всіх інших вершин $V_i \in \{V_1, V_3, V_4, \dots, V_{12}\}$. Зведені результати всіх обчислень представляємо для зручності інтерпретації у таблицю 2.4 та таблицю 2.5.

Таблиця 2.4

Матриця найкоротших відстаней $d(V_i, V_k)$

d	(V_i, V_1)	(V_i, V_2)	(V_i, V_3)	(V_i, V_4)	(V_i, V_5)	(V_i, V_6)	(V_i, V_7)	(V_i, V_8)	(V_i, V_9)	(V_i, V_{10})	(V_i, V_{11})	(V_i, V_{12})
(V_1, V_k)	-	0,29	0,18	0,5	0,57	0,29	0,68	0,4	0,69	0,67	-	0,4
(V_2, V_k)	0,29	-	0,29	0,79	0,29	0,58	0,79	0,69	0,4	0,96	-	0,69
(V_3, V_k)	0,18	0,47	-	0,68	0,76	0,47	0,5	0,58	0,87	0,85	-	0,58
(V_4, V_k)	0,5	0,79	0,68	-	1,08	0,79	1,29	0,9	1,19	1,17	-	0,9
(V_5, V_k)	0,57	0,29	0,57	1,08	-	0,87	1,08	0,98	0,69	1,25	-	0,98
(V_6, V_k)	0,29	0,58	0,47	0,79	0,87	-	0,97	0,69	0,98	0,97	-	0,69
(V_7, V_k)	0,51	0,8	0,33	0,83	1,09	0,8	-	0,91	1,2	1,21	-	0,91
(V_8, V_k)	0,4	0,69	0,58	0,9	0,98	0,69	1,08	-	1,09	1,07	-	0,8
(V_9, V_k)	0,4	0,69	0,58	0,9	0,98	0,69	1,08	0,8	-	1,07	-	0,8
(V_{10}, V_k)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
(V_{11}, V_k)	0,85	1,14	0,67	1,35	1,43	1,14	1,17	1,25	1,54	1,51	-	1,25
(V_{12}, V_k)	0,4	0,69	0,58	0,9	0,98	0,69	1,08	0,8	1,09	1,07	-	-

За даними матриці найкоротших відстаней (d) спостерігаємо за фактичною «близькістю» персонажів, зважаючи на силу їхньої взаємодії.

Найменшою відстанню у всій мережі є відстань між Фаустом та Маргаритою $d(V_1, V_3) = 0,18$ - фіксація не лише інтенсивності, а й миттєвості впливу. Це «нульовий» час для початку трагедії.

Математичні розрахунки свідчать, що метафізичний та людський полюси конфлікту (Бог та Фауст) знаходяться на абсолютно рівній, мінімальній відстані від Мефістофеля, адже і Бог (V_5), і Фауст (V_1) досягають його за $d = 0,29$ (табл. 2.4). Це доводить, що Мефістофель дійсно посередник-каталізатор у парі.

Відстані між периферійними фігурами, як-от $d(V_4, V_7) = 1,29$ чи $d(V_{11}, V_5) = 1,43$, є найбільшими, що доводить: їхні сюжетні лінії не перетинаються оперативно.

Таблиця 2.5

Розрахунок центральності близькості C_C

V_i	$\sum_{out} d(V_i, V_j)$	$N_{роб.out}$	C_C^{out}	$\sum_{in} d(V_i, V_j)$	$N_{роб.in}$	C_C^{in}
V_1	4,67	10	2,1413	4,49	10	2,2272
V_2	5,77	10	1,7331	6,43	10	1,5552
V_3	5,94	10	1,6835	4,93	10	2,0284
V_4	9,29	10	1,0764	9,29	10	1,0764
V_5	8,36	10	1,1962	8,36	10	1,1962
V_6	7,3	10	1,3699	7,3	10	1,3699
V_7	8,59	10	1,1641	8,59	10	1,1641
V_8	8,28	10	1,2077	8,28	10	1,2077
V_9	8	10	1,2500	8	10	1,2500
V_{10}	∞	0	-	12,79	11	0,8598
V_{11}	13,3	11	0,8271	∞	0	0
V_{12}	8,28	10	1,2077	8,28	10	1,2077

Результати цього етапу дослідження (табл. 2.5) показали, що Фауст (V_1) є епіцентром напруження. Він має майже ідеальний баланс між швидкістю сприйняття $C_C^{in} = 2,2272$ та швидкістю впливу $C_C^{out} = 2,1413$, тобто $C_C^{in} > C_C^{out}$.

V_1 найбільш досяжний об'єкт у мережі. Хоча він ініціатор, мережа (Мефістофель, Бог, Маргарита) швидше реагує на нього, ніж він поширює свій вплив.

Маргарита (V_3) має значно вищу вхідну близькість $C_C^{in} = 2,0284$ у порівнянні з її вихідною $C_C^{out} = 1,6835$. Значний дисбаланс $C_C^{in} \gg C_C^{out}$ є кількісним доказом того, що вона є структурною мішенню. Героїня - друга найшвидша (після Фауста) у сприйнятті впливу від V_1 , V_2 , V_7 , що моделює її

вразливість та приреченість у контексті трагедії, Вона швидко приймає на себе наслідки чужих дій.

Мефістофель демонструє вищу вихідну близькість $C_C^{out} = 1,7331$, ніж вхідну $C_C^{in} = 1,5552$. Дисбаланс $C_C^{in} < C_C^{out}$ підтверджує його роль активного рушія сюжету, чия оперативність більшою мірою спрямована на поширення власних планів (спокुшання, магія) по мережі, ніж на реагування на зовнішній вплив, окрім взаємодії з Богом (V_5).

Вагнер (V_4) має найнижчий $C_C = 1,0764$ серед усіх персонажів, які мають прямий діалог із Фаустом. Це математично доводить його повне виключення з оперативної динаміки нового, магічно-емоційного шляху. Вагнер найповільніше досягає мережі і є найповільнішим для досягнення з неї.

Графова модель новели «Перевтілення» [39] моделює руйнування соціальних зв'язків та процес відчуження головного героя Грегора Замзи після трансформації. Вершинами представлені всі без виключення персонажі твору (Грегор- V_G , батько- V_F , мати- V_M , сестра Грета- V_S , служниця- V_{Serv} та керуючий- V_{Man}). Це зважений неорієнтований граф (рис. 2.5.) для кількісного відображення психологічної дистанції від 1 до 10. Чим більша вага, тим менше взаєморозуміння та більше відчуження між персонажами.

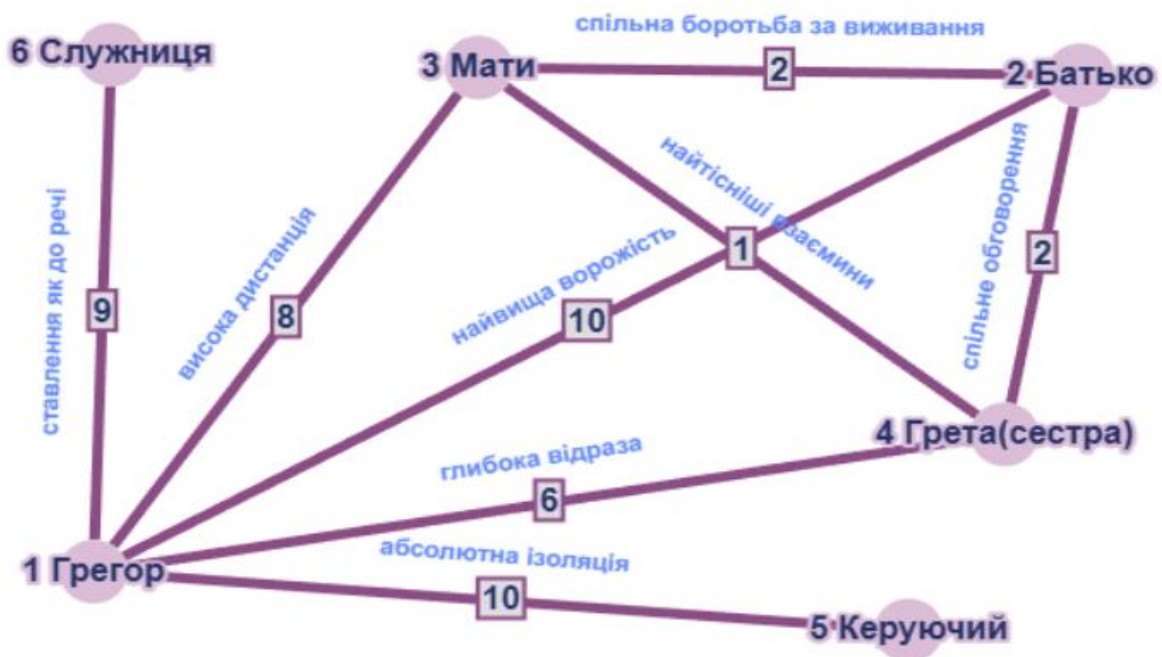


Рис. 2.5. Графова модель новели Кафки «Перевтілення»

На основі визначених ваг будується симетрична матриця A (таб. 2.6):

Таблиця 2.6

Матриця ваг A новели Кафки “Перевтілення”

A	V_G	V_F	V_M	V_S	V_{Man}	V_{Serv}
V_G	0	10	8	6	10	9
V_F	10	0	2	2	0	0
V_M	8	2	0	1	0	0
V_S	6	2	1	0	0	0
V_{Man}	10	0	0	0	0	0
V_{Serv}	9	0	0	0	0	0

У графі наявна максимальна кліка- підграф, що включає всіх чотирьох членів сім’ї (рис. 2.6.).

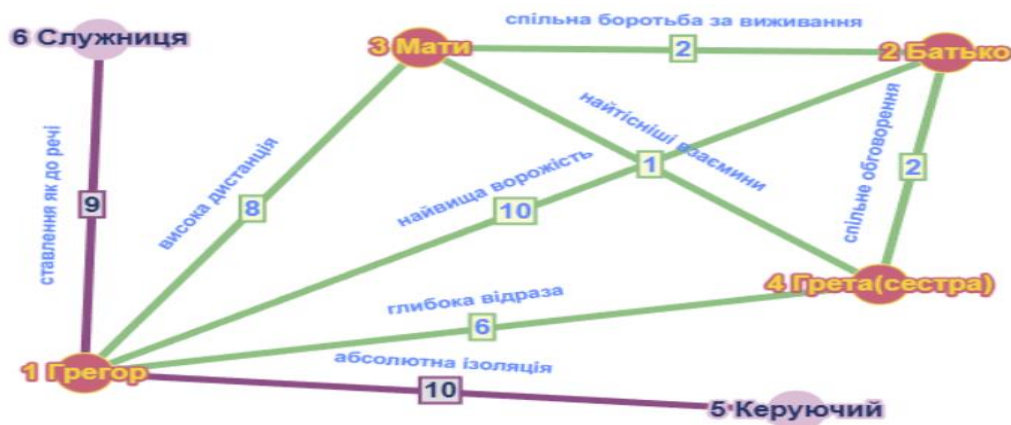


Рис. 2.6. Велика кліка (підграф)

Незважаючи на величезні психологічні дистанції та ворожість, вони залишаються частинами однієї, хоча і сильно напруженої, системи. Герої залежні один від одного і не можуть існувати поза цим чотирикутником. Факт, що Керуючий (V_{Man}) та Служниця (V_{Serv}) не входять у кліку, підкреслює, що вони є зовнішніми елементами, які не є частиною базової, внутрішньої драмою, а слугують лише функціональними каталізаторами або свідками.

Визначається центральність за ступенем(зважена) для кожної вершини $S_D(V)$:

$$S_D(V_G)=0+10+8+6+10+9=43$$

$$S_D(V_F)=10+0+2+2+0+0=14$$

$$S_D(V_M)=8+2+0+1+0+0=11$$

$$S_D(V_S)=6+2+1+0+0+0=9$$

$$S_D(V_{Man})=10+0+0+0+0+0=10$$

$$S_D(V_{Serv})=9+0+0+0+0+0=9$$

Отримані результати засвідчують, що Грегор Замза (V_G) є ключовим центром розриву в соціальній структурі, про що свідчить його найвища центральність за ступенем ($S_D(V_G)=43$). Цей кількісний показник слугує прямим математичним доказом гіпотези щодо катастрофічного руйнування соціальних зв'язків. Фактично, його трансформація призвела до найбільшої сукупної психологічної дистанції, перетворюючи Грегора на найбільш ізольований елемент у досліджуваній графовій моделі.

Батько (V_F) фіксує помірний показник сумарної дистанції, що дорівнює 14. Важливо зазначити, що хоча його загальна інтеграція в систему є відносно високою, пряма психологічна дистанція до Грегора (V_G)- 10 одиниць суттєво переважає його зв'язки з іншими членами родини, зокрема з Матір'ю (V_M) та Сестрою (V_S) по 2 одиниці. Цей контраст у вагах наочно відображає підкреслену напруженість і відчуженість у стосунках між Батьком і сином.

Мати (V_M) демонструє $S_D(V_M) = 11$ - найменший сумарний показник дистанції серед батьків. Це вказує на її значно більшу внутрішню близькість до сімейного кола. Її найсильніші зв'язки, тобто найменша дистанція, встановлюються в межах ядра: з Сестрою (всього 1 одиниця) та Батьком (2 одиниці).

Сестра (V_S) виступає найбільш інтегрованим елементом у всій моделі графа (рис. 2.5.), маючи найнижчу центральність ($S_D(V_S) = 9$). Цей результат свідчить про те, що вона функціонує як найкраще зв'язаний вузол у новій сімейній конфігурації. Її зв'язки з Матір'ю (1) та Батьком (2) є найміцнішими в системі, що, у свою чергу, відображає процес формування щільного сімейного ядра. Це зміцнення внутрішніх зв'язків сім'ї відбувається як прямий наслідок ізоляції та виключення Грегора.

Аналіз центральності зовнішніх фігур, Керуючого ($S_D(V_{Man})=10$) та Служниці ($S_D(V_{Serv}) = 9$), свідчить про їхню глибоку ізоляцію від сімейного ядра. Їхня сумарна дистанція формується майже виключно за рахунок зв'язку з Грегором ($V_{Man} = 10$, $V_{Serv} = 9$), оскільки їхня взаємодія з рештою членів родини зведена до нуля. Цікавим є зіставлення їхніх прямих дистанцій до Грегора. Трохи менший показник Служниці (9) порівняно з Керуючим (10) може вказувати на різницю в якості їхнього контакту: вона вступає у практичну взаємодію по догляду, тоді як Керуючий демонструє виключно формальне і відразливе ставлення.

Порівняння $S_D(V_{Man})=10$ та $S_D(V_S) = 9$ показує, що хоча Сестра має найсильніші зв'язки в родині, її сумарна дистанція до всіх є найменшою. Це підкреслює її роль як вузла реорганізації родини, що зміцнилася, відкинувши Грегора.

Трансформується матриця дистанцій A (таб. 2.6) у матрицю сили зв'язків $W = 1/A$. Чим більше значення W , тим сильніший соціальний зв'язок, тобто менша дистанція між персонажами. Нульові значення дистанції в A (таб. 2.6) ігноруються в матриці сили зв'язку- W , оскільки 1 поділити на 0 неможливо, і ці зв'язки залишаються нульовими, якщо $A=0$.

Матриця зв'язків W (табл. 2.7) залишиться відповідно як і матриця дистанцій A (табл. 2.6) симетричною.

Таблиця 2.7

Матриця сили зв'язків W новели Кафки «Перевтілення»

W	$w(V_G)$	$w(V_F)$	$w(V_M)$	$w(V_S)$	$w(V_{Man})$	$w(V_{Serv})$
$w(V_G)$	0	0,1	0,125	0,167	0,1	0,111
$w(V_F)$	0,1	0	0,5	0,5	0	0
$w(V_M)$	0,125	0,5	0	1	0	0
$w(V_S)$	0,167	0,5	1	0	0	0
$w(V_{Man})$	0,1	0	0	0	0	0
$w(V_{Serv})$	0,111	0	0	0	0	0

Батько-Мати ($W(V_B, V_M)=0,5$) та Сестра-Батько ($W(V_S, V_F)=0,5$) мають ідентичні, найвищі показники, що підтверджує згуртування подружжя на тлі кризи та прийняття Сестрою нової, дорослої ролі в економічному та соціальному житті сім'ї.

Хоча ці зв'язки сильні, вони трохи поступаються зв'язку Мати–Сестра ($W(V_M, V_S)=1$). Це може свідчити про те, що емоційний зв'язок, який дозволяє відкинути Грегора, є більш інтимним між жінками.

Зв'язки Грегора ($W(V_G)$) є найслабшими у всій системі: Сестра зберігає відносно сильний зв'язок із Грегором ($W(V_S, V_G)=0,167$), що узгоджується з її роллю єдиного члена сім'ї, який спочатку виявляв турботу. Сила зв'язку з Матір'ю становить $W(V_G, V_M)=0,125$. Зв'язок із Батьком є найслабшим серед родичів ($W(V_G, V_F)=0,1$), що підкреслює наявну напруженість у їхніх стосунках, посилену перевтіленням.

Найбільш промовистим висновком є рівність сили зв'язків Грегора з Батьком та Керуючим ($W(V_G, V_F)=0,1$) та ($W(V_G, V_{Man})=0,1$). Цей кількісний збіг демонструє, що емоційно-психологічна дистанція між Грегором і його власним батьком після трансформації стала такою ж, як і до абсолютно сторонньої, суто функціональної особи з його роботи. Це явище слугує математичним символом повної дегуманізації Грегора в очах його батька, зводячи сина до статусу небажаного об'єкта, що має бути усунений.

Визначається довжина найкоротших шляхів за допомогою алгоритму Дейстри, що пропонує інструмент для графового моделювання (Graph Online).

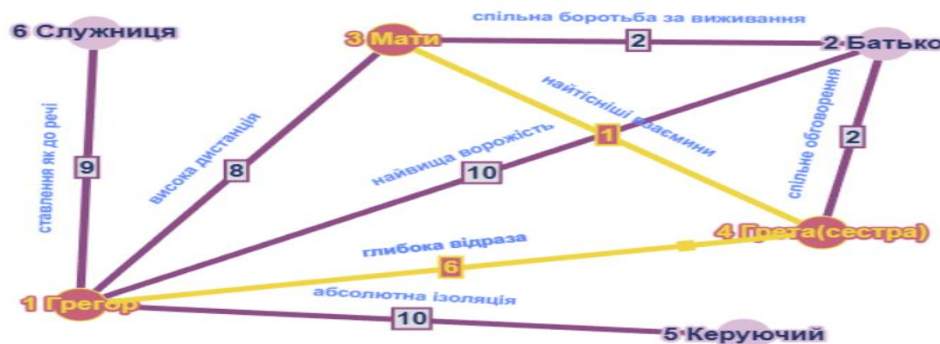


Рис. 2.7. Найкоротший шлях $d(V_G, V_M)$ за алгоритмом Дейстри (Graph Online)

Розрахунки відображаються в матриці D :

Таблиця 2.8

Матриця найкоротших шляхів новели Кафки «Перевтілення»

d	$d(V_G)$	$d(V_F)$	$d(V_M)$	$d(V_S)$	$d(V_{Man})$	$d(V_{Serv})$
$d(V_G)$	0	8	7	6	10	9
$d(V_F)$	8	0	2	2	18	17
$d(V_M)$	7	2	0	1	17	16
$d(V_S)$	6	1	2	0	16	15
$d(V_{Man})$	10	18	17	16	0	19
$d(V_{Serv})$	9	17	16	15	19	0

Найменші значення дистанцій зафіксовано між членами родини: $d(V_M, V_S) = 1$, $d(V_M, V_F) = 2$ та $d(V_F, V_S) = 2$ (табл. 2.8). Це свідчить про створення щільно інтегрованої групи (Сестра–Мати–Батько) з мінімальною внутрішньою психологічною відстанню. При цьому Сестра (V_S) виступає ключовою ланкою, оскільки має найпряміший і найменший шлях до Матері.

Дистанція Грегора (V_G) до членів родини є значно більшою, що відображає ступінь його відчуження: Сестра ($d(V_G, V_S) = 6$) залишається найближчою до Грегора, що є найменшою дистанцією серед родичів. Далі йде Мати ($d(V_G, V_M) = 7$), а найбільшу дистанцію серед членів сім'ї демонструє Батько $d(V_G, V_F) = 8$.

Дистанції між внутрішнім ядром та зовнішніми фігурами є надзвичайно великими. Наприклад, $d(V_{Man}, V_F) = 18$ та $d(V_{Man}, V_S) = 16$. Це показує, що Керуючий розташований надзвичайно далеко від сімейного ядра, оскільки єдиний шлях контакту, що існував (через Грегора), був зруйнований.

Кількісним підтвердженням соціальної катастрофи є високі показники $d(V_F, V_{Man}) = 18$ та $d(V_S, V_{Serv}) = 15$. Це наочно демонструє, що соціальна ізоляція Грегора спричинила паралельну ізоляцію зовнішніх персонажів (Керуючий, Служниця) від внутрішньої сімейної спільноти. Руйнування зв'язків Грегора

ефективно розірвало єдиний «міст», який поєднував два соціальні світи: сім'ю та зовнішнє професійне чи побутове оточення.

Сума всіх найкоротших шляхів:

$$\sum_{i \neq j} d_w(v_i, v_j) = 2 \times 163 = 326$$

Знаходиться середня довжина шляху L , яка визначить, наскільки «далеко» в середньому знаходяться вузли один від одного в термінах суми дистанцій:

$$L = \frac{1}{|V|(|V| - 1)} \sum_{i \neq j} d_w(v_i, v_j) \quad (2.10)$$

$|V|=6$ -кількість вершин побудованого графу, тому

$$L = \frac{1}{|6|(|6| - 1)} \times 326 = \frac{326}{30} \approx 11.$$

З огляду на невелику кількість вершин графа ($|V|=6$), величина $L \approx 11$ розцінюється як відносно висока. Діапазон дистанцій у системі є значним: від мінімальної (1, між Матір'ю та Сестрою) до максимальної (19, між Керуючим та Служницею).

Такий високий показник L є остаточним кількісним доказом центральної теми відчуження у новелі. Середня довжина шляху, що дорівнює 11, свідчить про загальну низьку ефективність комунікації і підтверджує, що соціальна система, що включає родину, Грегора та зовнішній світ, є глибоко фрагментованою. Структура моделі чітко демонструє наявність одного щільно зв'язаного ядра (Мати, Батько, Сестра) і трьох ізольованих периферійних вузлів (V_G , V_{Man} , V_{Serv}). Саме ця структурна нерівномірність призводить до різкого зростання середньої дистанції, що, у свою чергу, сигналізує про колапс соціального простору, безпосередньо спричинений трансформацією Грегора.

2.2. Порівняльні характеристики графів для різних жанрів

Для ефективної демонстрації потенціалу теорії графів як інструментарію літературознавчого аналізу в даному дослідженні застосовується порівняльна

методика, що ґрунтується на аналізі творів із кардинально відмінною художньою та жанровою структурою. Такий підхід має на меті емпірично довести, що кожен жанр або структурний тип тексту генерує унікальну графову топологію, яка піддається точному кількісному та якісному вимірюванню.

З метою охоплення основних родів літератури та їхніх структурних особливостей для порівняльного аналізу обрано чотири ключові твори, кожен з яких слугує моделлю специфічної мережевої структури.

Новела «Гобсек» [40] Оноре де Бальзака (епос) моделюється як соціально-фінансова мережа, яка вирізняється високою централізацією навколо домінантного вузла- Гобсека, відображаючи ієрархічні, орієнтовані та зважені зв'язки, де пріоритет віддано фінансовим транзакціям та домінуванню капіталу в суспільстві.

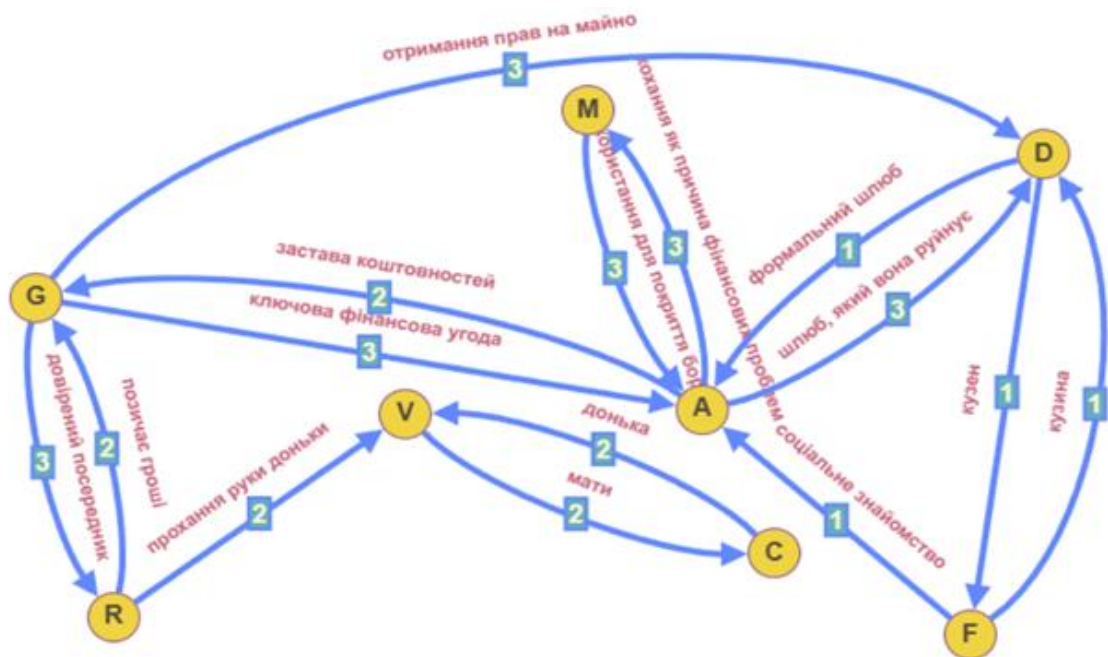


Рис. 2.8. Графова модель новели Оноре де Бальзака «Гобсек»

Граф на рисунку 2.8. охоплює вісім ключових вершин (G, D, A, M, V, R, F, C), що відповідають основним персонажам. Орієнтовані ребра визначають напрямки взаємодії: потік коштів, впливу чи причинності, тоді як числові ваги (від 1 до 3) відображають силу або інтенсивність цього зв'язку. Структура графа характеризується високою густотою ребер, особливо концентрованою

навколо головних фінансових агентів (Гобсек- *G*, Анастасі- *A*, Максим- *M*) (рис. 2.9.).

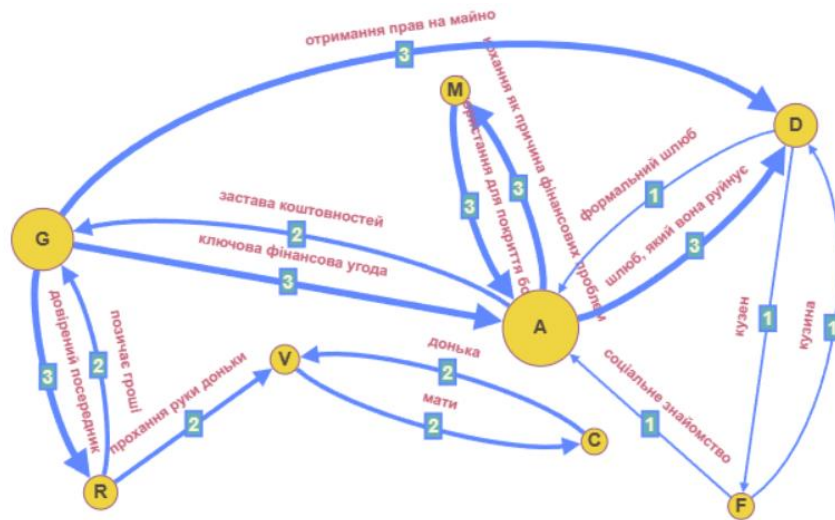


Рис. 2.9. Візуалізація на основі ваг графу за новелою «Гобсек»

Це графічно підтверджує глибоку взаємозалежність та щільну взаємопроникність соціального та економічного життя паризької аристократії.

Персонаж Гобсека (*G*) виступає як безумовний фінансовий осередок мережі, що чітко підтверджується метриками його ступеня центральності (рис.2.10.).

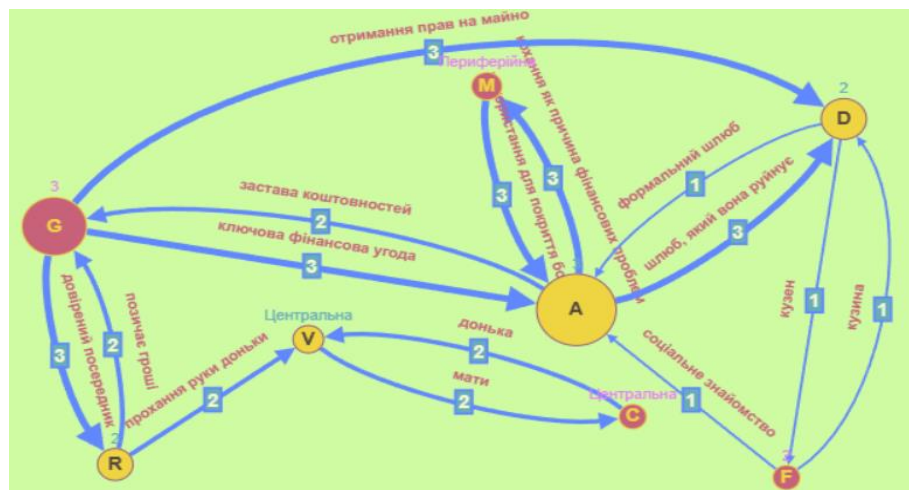


Рис. 2.10. Розмір максимальної незалежної величини у графі новели «Гобсек»

Значна кількість вхідних зв'язків свідчить про функцію героя як накопичувача та основного власника ресурсів. Він приймає матеріальне забезпечення (застава Анастасі- *A*) та акумулює фінансовий вплив. Граф (рис. 2.8.) ілюструє, що будь-яка криза у світі аристократії (*A*, *D*) неминуче

призводить до концентрації капіталу в руках Гобсека. Високий вихідний ступінь (рис. 2.10.) підкреслює його роль розподільника ресурсів, інформації та впливу (позики Дервілю, передача майнових прав). Це підтверджує, що лихвар є критичним фінансовим вузлом, через який проходить переважна більшість найважливіших транзакцій в оповіді.

Взаємини між Максимом де Траєм (M) та Анастасі де Ресто (A) формують ядро сюжетної драми і наочно демонструють причинно-наслідковий зв'язок.

Ребра, що описують вплив пристрасті та боргів ($M \rightarrow A$ та $A \rightarrow M$), мають максимальну вагу 3, що є визначальною: вона вказує, що саме аморальність, пристрасті зобов'язання та борги є першопричиною, що стимулює Анастасі до фінансових дій (застава майна, руйнування шлюбних зв'язків). Таким чином, графова модель підтверджує висновок, що моральна деградація (M) є первинним рушієм сюжету, а фінансові операції Гобсека (G) — лише неминучим наслідком цієї катастрофи.

Незважаючи на те, що Дервіль (R) має меншу кількість прямих зв'язків, ніж лихвар (G), його позиція у мережі є стратегічною. Зв'язок із Гобсеком (G) та соціальні контакти з аристократією (Віконтеса V) роблять його посередником (рис. 2.11.).

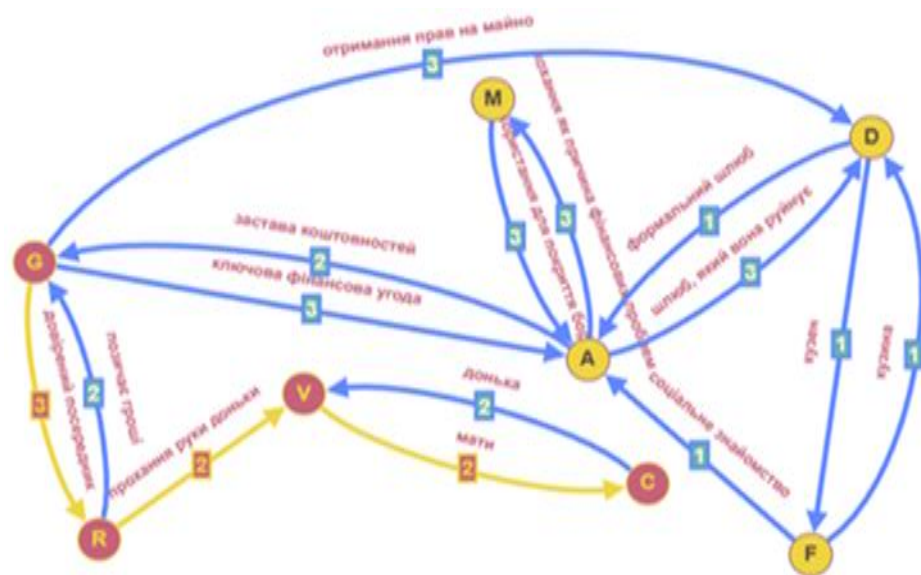


Рис. 2.11. Найкоротший шлях від G до C : ($G \rightarrow R \rightarrow V \rightarrow C$)

Дервіль є унікальним каналом, що ефективно з'єднує ізольовані світи: сферу чистого грошового накопичення (G) зі світом здорових соціальних (сватання до Камілли C) та юридичних відносин. Він не є найбільш впливовим гравцем, але є необхідним «містком» для транзиту інформації, фінансів та впливу між протилежними соціальними прошарками.

Аналіз зваженості ребер розкриває важливий соціальний коментар автора.

Зв'язки, що мають мінімальну вагу, такі як формальний шлюб ($D \rightarrow A$) або кровні узи (кузен $D \leftrightarrow F$), виявляються слабкими та неефективними порівняно з високозваженими фінансовими чи емоційними зв'язками (вага 3).

Графічне зображення яскраво підкреслює головний меседж Бальзака: занепад аристократії та остаточне домінування економічних інтересів і пристрасті над традиційними соціальними та родинними цінностями.

На противагу цій централізованій структурі, п'єса «Ляльковий дім» [41] Генріка Ібсена (драма) слугує моделлю камерної соціальної мережі, оскільки всі конфлікти сконцентровані всередині замкненої групи.

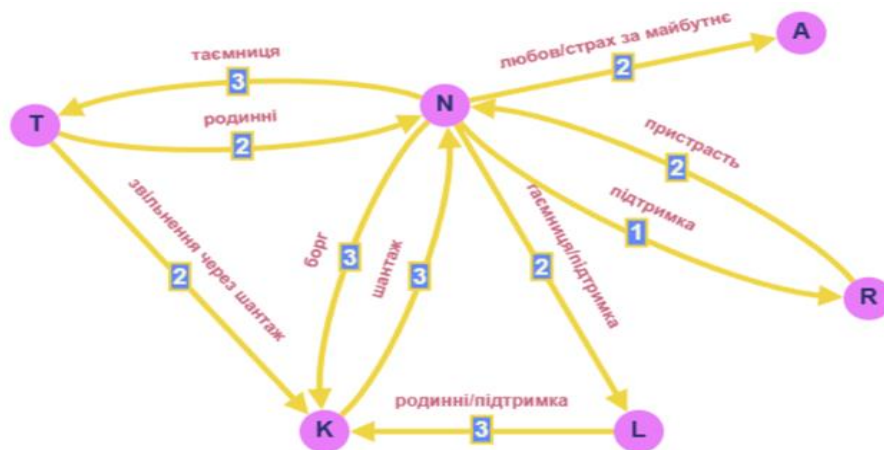


Рис. 2.12. Графова модель драми Генріка Ібсена «Ляльковий дім»

Це орієнтований та зважений граф, що містить малу кількість вершин-усього 6 ключових персонажів. Проте модель характеризується високою щільністю зв'язків. Це типова риса драми, де кожен персонаж тісно взаємодіє з іншими, що створює максимальну напругу в обмеженому просторі та часі.

На відміну від розподіленої центральності в епосі (рис. 2.9.), у драмі спостерігається концентрація всіх конфліктів навколо єдиного вузла- Нори (N) (рис. 2.13.).

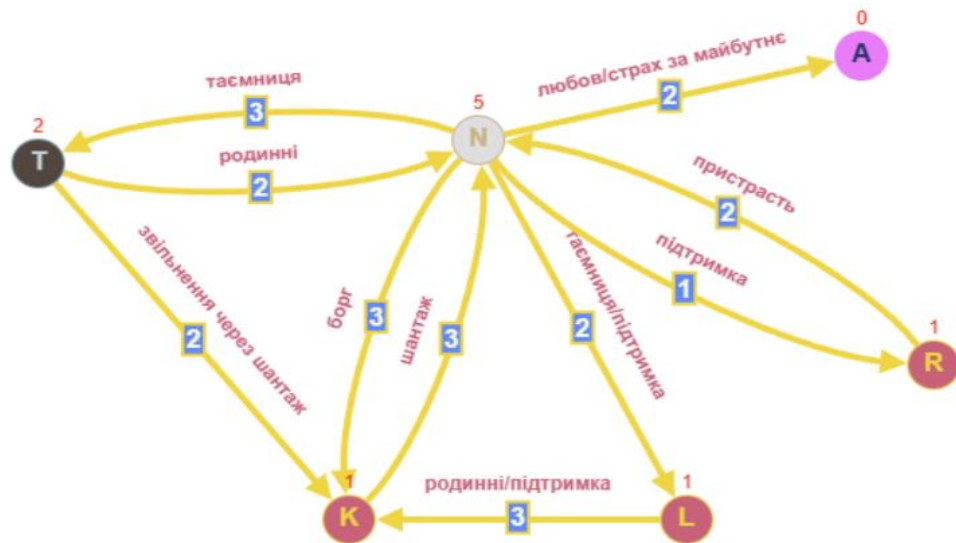


Рис. 2.13. Максимальна степінь вершини (N) у драмі «Ляльковий дім»

Її найвищий ступінь та міжпозиційна центральність підкреслюють, що вона є ядром таємниці та ключовою рушійною силою сюжету. Всі зовнішні сили мають вплив на сімейну систему лише через неї.

Вага більшості ключових ребер дорівнює 3 («таємниця» $N \rightarrow T$, «шантаж» $K \rightarrow N$). Це свідчить, що основою драми є не кількість дій, а критична психологічна інтенсивність та напруга кількох ключових взаємодій.

Графова модель забезпечує унікальну можливість проаналізувати динаміку розв'язки, підтверджуючи, що кульмінація твору полягає не стільки в сюжетній дії, скільки у переході конфлікту на рівень морального вибору.

Структура графа чітко відображає, що зовнішня фінансова загроза, яка виступала головним каталізатором сюжету (інтенсивний зв'язок шантажу $K \rightarrow N$ із максимальною вагою 3), була усунена завдяки взаємодії Лінне (L) ↔ Крогстад (K). Цей зв'язок, позначений вагою 3, діє як самодостатній зовнішній механізм, що нейтралізує найсильніше конфліктне ребро в усій системі.

Однак, незважаючи на успішне зняття зовнішньої небезпеки, руйнування шлюбу є неминучим.

З літературознавчої точки зору, цей структурний парадокс доводить, що справжня драматична напруга драми Ібсена була зосереджена не на фіктивному векселі, а на глибинній психологічній фальші та умовній природі любові у стосунках Нори (N) та Торвальда (T).

Графова інтерпретація підтверджує це: як тільки зовнішній тиск усунено, аналіз зміщується на внутрішню стійкість центральних вузлів. Ключовий зв'язок $N \leftrightarrow T$ (що включає вагу 2 «родинні» та вагу 3 «таємниця») виявляється нездатним протистояти перевірці на щирість. Візуалізація показує, як усунення найсильнішого орієнтованого ребра (шантажу) не змогло стабілізувати систему, оскільки її центральні компоненти були фундаментально порушеними.

Таким чином, конфлікт у драмі Ібсена еволюціонує з рівня зовнішньої інтриги до рівня морально-етичного перелому, коли Нора усвідомлює себе не повноцінною особистістю, а лише «лялькою»- об'єктом маніпуляції та ілюзій у шлюбі. Це прозріння, яке веде до її радикального, фінального вибору, формує сутність ідейного завершення «Лялькового дому» [41]. Отже, графовий аналіз рішуче підкреслює, що розв'язка твору є не стільки сюжетною, скільки філософсько-психологічною.

Елегія «Альбатрос» [42] Шарля Бодлера (лірика) вимагає застосування моделі семантичної, образної мережі, оскільки граф відображатиме взаємодію ключових лексичних одиниць, мотивів та образів, а не соціальні зв'язки.

На відміну від багатокomпонентної та масштабної структури епосу («Гобсек») (рис. 2.8.) граф ліричного тексту (рис. 2.14.) складається з обмеженої кількості вершин (P, A, M, S, E, W), кожна з яких представляє ключові образи (Поет, Альбатрос, Матроси, Небо, Земля, Крила). Це відображає високу смислову концентрацію, де кожен елемент наділений значною вагою та символізмом (рис. 2.14.).

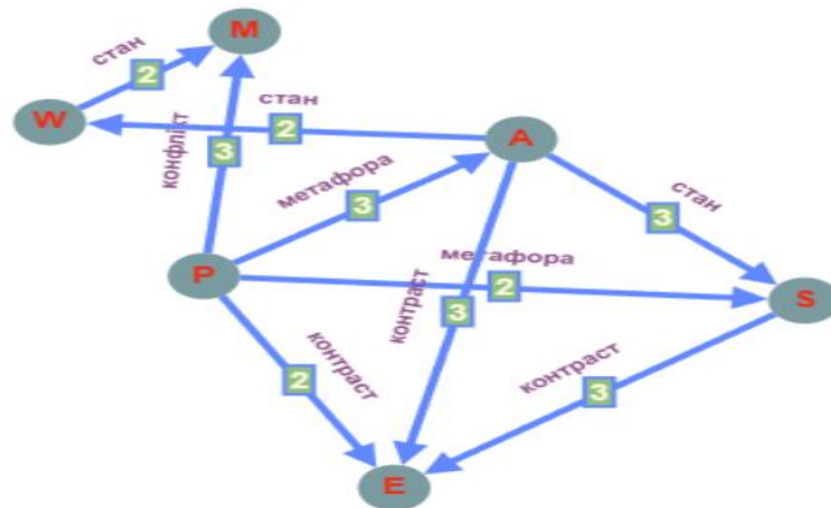


Рис. 2.14. Графова модель елегії Шарля Бодлера «Альбатрос»

Граф (рис. 2.14.) є орієнтованим та зваженим, але нециклічним, бо відсутність петель чи замкнених шляхів є характерним явищем для лірики (приклад, «Міст Мірабо» [43] (рис. 2.15.)), де немає сюжетних циклів.

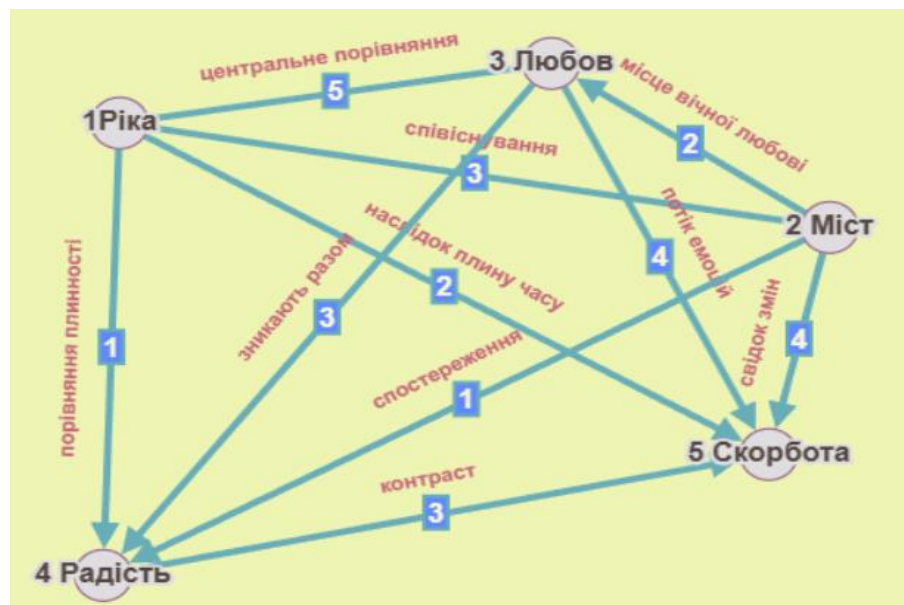


Рис.2.15. Графова модель вірша Гійома Аполлінера «Міст Мірабо»

Аналіз ваги ребер (рис. 2.14.) підтверджує, що більшість зв'язків мають максимальну вагу 3 ($P \rightarrow M$, $A \rightarrow S$, $A \rightarrow E$, $P \rightarrow A$, $S \rightarrow E$). Це свідчить про фундаментальну важливість цих зв'язків для розкриття центральної ідеї.

Орієнтовані ребра у цьому ліричному графі не відображають хронологічної послідовності, а показують вектор смислового впливу або посилення. Наприклад, Альбатрос належить Небу ($A \rightarrow S$) і протиставляється Землі ($A \rightarrow E$). Напрямок вказує на природне «тяжіння» образу.

Найбільший ступінь зв'язків концентрується навколо Альбатроса (*A*) та Поета (*P*). Саме вони є ядром метафоричної системи (рис. 2.16.), до якої сходяться та від якої розходяться ключові смислові потоки.

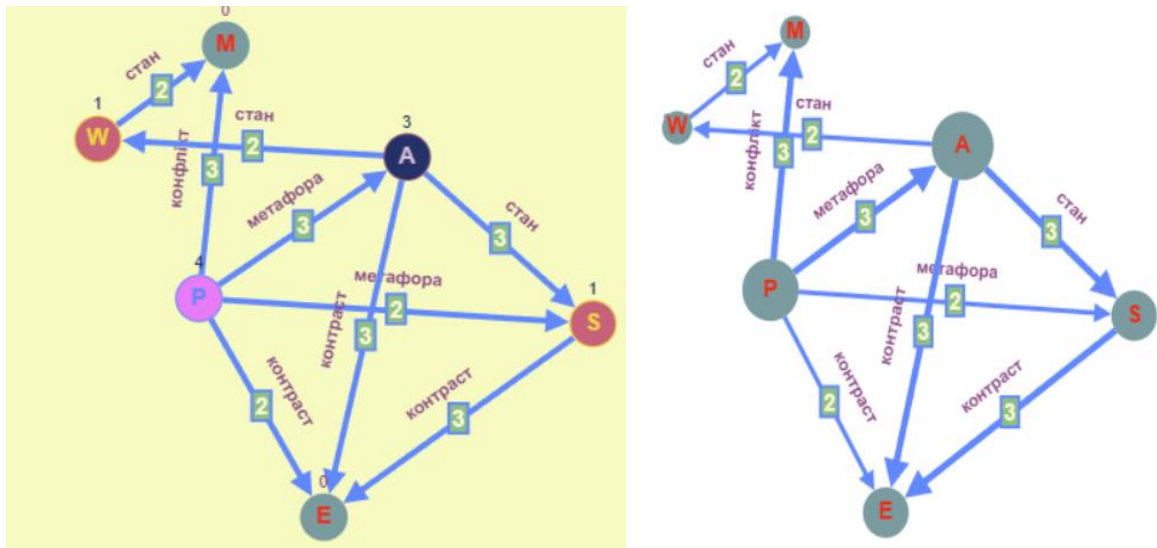


Рис. 2.16. Степінь вершини та візуалізація на основі ваг сонету «Альбатрос»

Графові моделі віршів «Міст Мірабо» [43] Аполлінера (рис. 2.15.) та «Альбатрос» [42] Бодлера (рис. 2.14.) ефективно візуалізують, як ліричний рід використовує структурні елементи для створення концентрованої, символічно насиченої системи, де взаємозв'язки слугують для вираження внутрішнього конфлікту стану та філософської ідеї.

Графова структура роману-хроніки «Чума» [44] Альбера Камю підкреслює, що головний акцент зміщено на взаємні стани, рівноправну солідарність, спільні дії та взаємну опозицію ідей. Таким чином, модель відтворює відсутність ієрархічної залежності чи домінуючого причинно-наслідкового ланцюга. На відміну від трьох попередніх моделей (епос (рис. 2.8.), драма (рис. 2.12.), лірика (рис. 2.14) та (рис. 2.15.)), які мали орієнтовану структуру, цей граф є неорієнтованим (рис. 2.17.).

Він оперує лише шістьма основними вершинами (*R*, *T*, *P*, *G*, *C*, *O*). Цей мінімалістичний набір свідчить про сфокусованість роману-притчі не на широкій панорамі подій, а на типових філософських та етичних реакціях людини у відповідь на абсурдність буття. Велика кількість ребер, що з'єднують ці шість вузлів, демонструє високу щільність внутрішніх зв'язків. Це

символізує, що в умовах ізоляції та кризи всі ключові дійові особи тісно переплетені спільним досвідом, колективним станом, діяльністю або ідеологічним конфліктом.

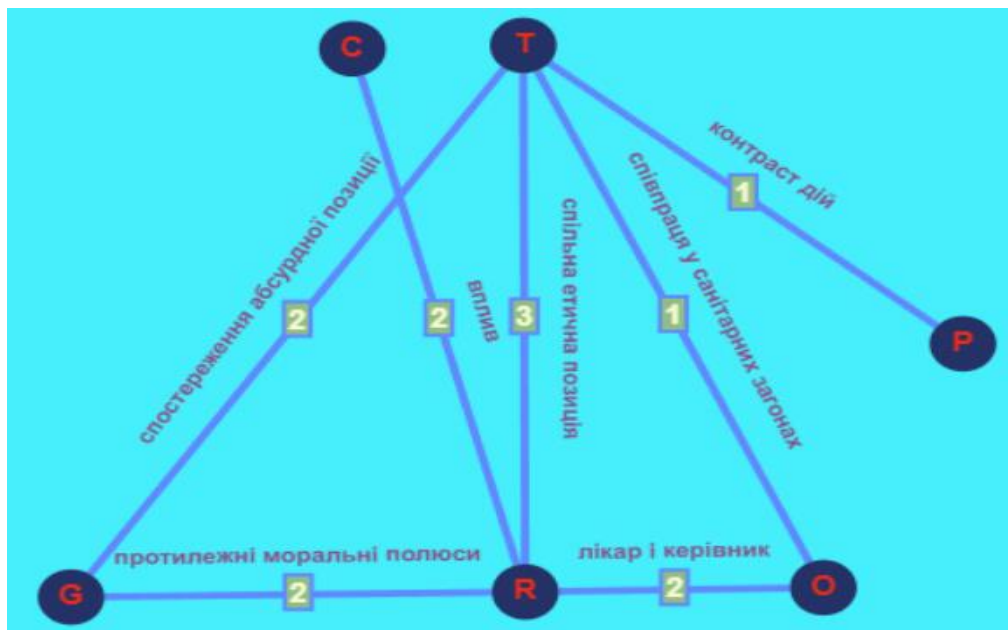


Рис.2.17. Графова модель філософського роману-притчі А. Камю «Чума»

На відміну від «Гобсека» (фінансовий центр) (рис. 2.10.) і «Лялькового дому» (психологічний центр) (рис. 2.13.), тут центральність рівномірно розподіляється між двома основними «діячами» (рис. 2.18.).

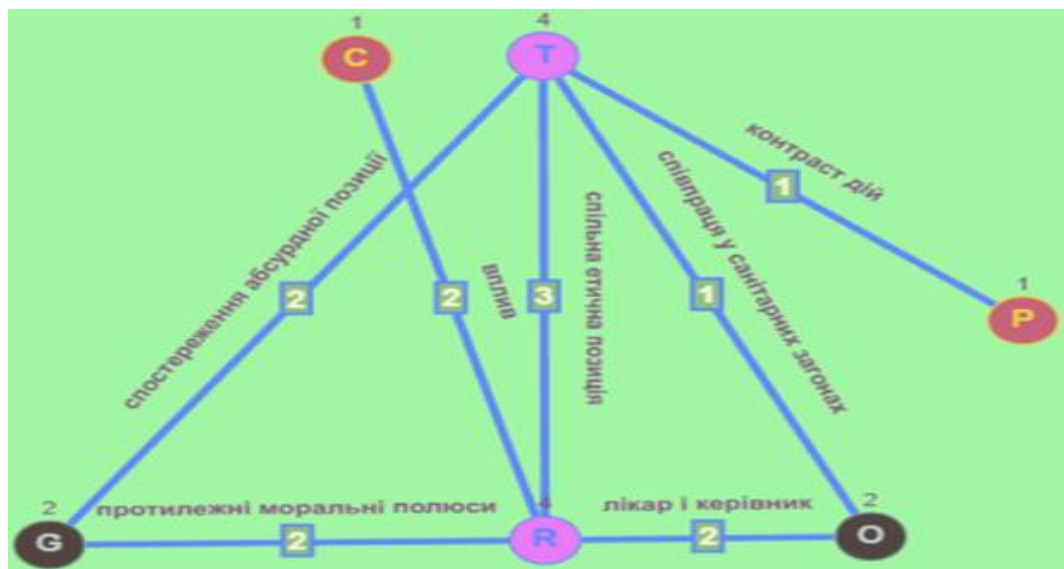


Рис. 2.18. Максимальна степінь вершин (T) та (R) графу роману «Чума»

Доктор Ріє (R), як лікар та керівник санітарних загонів, має високий ступінь зв'язків (4). Його ребра моделюють практичну боротьбу (зв'язки з (O)- «лікар і керівник») та етичне ядро (зв'язок із (T)- «спільна етична позиція»).

Жан Тарру також має високий ступінь (4). Його зв'язки моделюють філософський пошук та солідарність (зв'язок із (R)- «спільна етична позиція») та спостереження (зв'язок із (G)- «спостереження абсурдної позиції»).

Зв'язок «спільна етична позиція» ($R \leftrightarrow T$) має найвищу вагу 3. Це свідчить, що солідарність, заснована на етичному виборі дії, є найважливішим елементом структури твору.

Граф містить велику кліку ($R \leftrightarrow T \leftrightarrow O$)- підмножину, де всі вершини з'єднані між собою (рис. 2.19.).

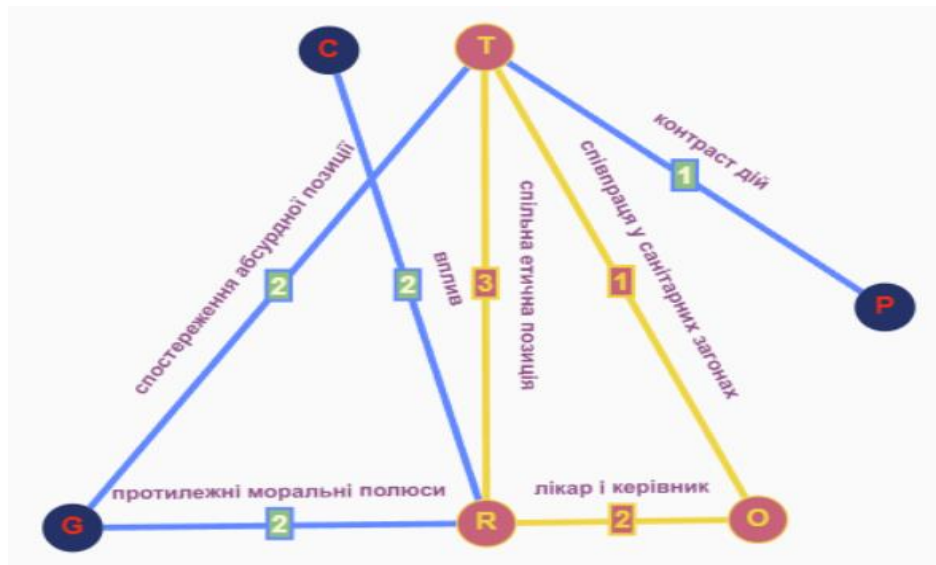


Рис. 2.19. Максимальна кліка ($R \leftrightarrow T \leftrightarrow O$) графу роману «Чума»

Аналіз структури мережі виявляє критично важливий аспект етичної основи твору: Гран (O)- скромний службовець, відомий своєю скрупульозністю та веденням особистих записів, - інтегрований у найбільш функціональне ядро поряд із Доктором Ріє (R) та Жаном Тарру (T), які є моральними та практичними лідерами опору. Цей факт має глибоке символічне значення. Він підкреслює, що справжня солідарність в умовах внутрішньої кризи ґрунтується не лише на героїчних вчинках чи філософському лідерстві. Вона критично залежить від внеску простих, сумлінних людей.

Аналіз чотирьох графічних моделей, що представляють різні літературні роди- «Гобсек» (епос/новела) (рис. 2.8.), «Ляльковий дім» (драма) (рис. 2.12.), «Альбатрос» (лірика/елегія) (рис. 2.14.) та «Чума» (епос/роман-притча) (рис. 2.17.)- виявив низку спільних структурних характеристик та фундаментальні

топологічні розбіжності, що безпосередньо зумовлені родовою та жанровою специфікою цих творів.

Кожен зв'язок є зваженим, що дає змогу кількісно оцінити його інтенсивність та смислову значущість, незалежно від типу літератури.

Усі досліджені графові моделі є концентрованими, оскільки їхня архітектура сфокусована навколо обмеженого числа ключових персонажів чи образів, що підтверджує структурну ефективність та сфокусованість художнього тексту.

Проведене дослідження підтверджує, що структура зв'язків у художньому тексті- його мережева топологія- безпосередньо залежить від літературного роду та його художніх завдань.

Епос (рис. 2.8.) та драма (рис. 2.12.) використовують спрямовані (орієнтовані) мережі. У цих родах напрямки зв'язку слугують для моделювання ієрархії, як у «Гобсеку», де гроші течуть від залежних до лихваря, та сюжетної причиновості, як у «Ляльковому домі», де шантаж ($K \rightarrow N$) викликає ланцюг подій.

Лірика (рис. 2.14. та рис. 2.15.) використовує хоча й спрямовану, але символічну мережу. У ній стрілки позначають не причину чи владу, а вектор смислового посилення та метафоричну ідентифікацію, як ($P \rightarrow A$) в «Альбатросі» (рис. 2.14.).

Кардинально відрізняється граф роману-притчі «Чума» (рис. 2.17.), який свідомо обирає неспрямовану топологію. Відсутність стрілок символізує відмову від ієрархії та рівноправність зв'язків, відображаючи етичну солідарність та синхронні філософські стани, де кожен учасник є рівноцінним елементом опору.

Спрямованість мережі виступає ключовим інструментом для розмежування літературних родів у графовому аналізі.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

У другому розділі було емпірично застосовано теорію графів до різних літературних жанрів («Фауст», «Перевтілення», «Гобсек», «Альбатрос», «Чума», «Ляльковий дім»), що дозволило перевести якісні гіпотези у формалізовані математичні метрики. Дослідження довело, що кожен структурний тип тексту генерує унікальну мережеву топологію.

Метрики центральності (C_D , C_C) ефективно зафіксували ідейно-драматургічні ролі персонажів. У «Фаусті»: Мефістофель виділений як активний рушій (домінування вихідного ступеня), Фауст- як епіцентр структурного напруження, а Маргарита- як структурна мішень (домінування вхідного ступеня).

Найвища центральність Грегора Замзи у «Перевтіленні» підтвердила його роль центру руйнування зв'язків. Примітно, що сила зв'язку Грегора з Батьком виявилася ідентичною зв'язку з Керуючим, що моделює прирівнювання сина до зовнішнього, функціонального об'єкта.

Порівняльний аналіз виявив, що спрямованість мережі та тип централізації безпосередньо залежать від літературного роду. Епос і драма («Гобсек», «Ляльковий дім») використовують орієнтовані (спрямовані) мережі для моделювання ієрархії (фінансові потоки) і сюжетної причиновості. Лірика («Альбатрос») використовує спрямовану, але символічну мережу (вектор смислового посилення). Роман-притча («Чума») свідомо обирає неспрямовану (неорієнтовану) топологію, що відображає етичну солідарність та рівноправність зв'язків.

Моделі епосу і драми демонструють концентровану центральність (фінансова, психологічна). У «Ляльковому домі» графовий аналіз довів, що розв'язка є філософсько-психологічною, оскільки усунення зовнішньої загрози не стабілізувало внутрішньо порушену систему. Модель роману «Чума» виявила розподілену центральність між Доктором Ріє та Жаном Тарру. Наявність максимальної кліки підкреслила, що справжня солідарність залежить від інтеграції не лише лідерів, а й простих людей (Гран).

Структура зв'язків у художньому тексті- його мережа- є ключовим структурним маркером, що корелює з жанровою специфікою, а це відкриває можливості для кількісно підтвердженого прочитання літературних творів.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження успішно досягло мети, верифікувавши потенціал теорії графів як інструменту підвищення математичних компетентностей учнів гуманітарного профілю. Актуальність роботи полягала у подоланні дидактичного розриву та необхідності міждисциплінарної інтеграції для розвитку в учнів критичного мислення.

У роботі розроблено та обґрунтовано триетапну методику, що дозволила здійснити формалізацію якісних літературних явищ через зважені графові моделі. Емпіричне дослідження на різних жанрах підтвердило, що мережева топологія тексту є безпосереднім структурним маркером, який корелює з його родовою специфікою.

Кількісний аналіз за допомогою метрик центральності (C_D , C_C) забезпечив об'єктивну ідентифікацію ідейно-драматургічних ролей персонажів: від рушіїв (Мефістофель) до центрів руйнування зв'язків (Грегор Замза).

Топологічні розбіжності виявилися жанровими маркерами. Спрямованість мережі в епосі та драмі моделює ієрархію і причиновість, тоді як неспрямована топологія роману символізує етичну солідарність. Тип централізації варіюється від концентрованої до розподіленої, відображаючи філософську організацію наративу.

Таким чином, розроблена методика має вагоме практичне значення, підвищуючи мотивацію учнів-гуманітаріїв та сприяючи розвитку аналітичного мислення. Робота забезпечує новий, кількісно підтверджений підхід до аналізу літературних творів.

Для успішної інтеграції вчителям рекомендується: використовувати контекстні завдання на основі літературних творів для введення понять теорії графів; акцентувати увагу на міжпредметних зв'язках (математика/література); стимулювати учнів до самостійної формалізації сюжетів; застосовувати аналіз центральності для проведення конфліктного аналізу та впроваджувати елементи STEM-освіти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Moretti, F. Network Theory, Plot Analysis [Електронний ресурс] / F. Moretti // New Left Review. – 2011. – № 68. – С. 80–102. – Режим доступу: <https://newleftreview.org/issues/ii68/articles/franco-moretti-network-theory-plot-analysis>
2. Prado, S. D. Temporal Network Analysis of Literary Texts [Електронний ресурс] / S.D. Prado, S. R. Dahmen, A. L. C. Bazzan, P. Mac Carron & R. Kenna // Advances in Complex Systems. – 2016. – Vol.19, No. 3, 1650005. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1142/S0219525916500053>
3. Masías, Víctor Hugo. Exploring the prominence of Romeo and Juliet's characters using weighted centrality measures / Víctor Hugo Masías, Paula Baldwin, Sigifredo Laengle, Augusto Vargas & Fernando A. Crespo // Digital Scholarship in the Humanities. – 2017. – Vol. 32, No. 4. – p. 837 – 858
URL: <https://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/169141/Exploring-the-prominence-of-Romeo-and-Juliet's-characters.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (дата звернення 01.07.2025).
4. Sarkanych, Petro. Network analysis of the Kyiv bylyny cycle – east Slavic epic narrative [Електронний ресурс] / Petro Sarkanych, Nazar Fedorak, Yuriy Holovaych, Padraig Maccarron, Joseph Yose & Ralph Kenna // Advances in Complex Systems. – 2022, October. – Режим доступу: <https://arxiv.org/pdf/2203.10399>
5. Ardanuy, M. C. Structure-based Clustering of Novels [Електронний ресурс] / M. C. Ardanuy & C. Sporleder // [Proceedings of the 3rd Workshop on Computational Linguistics for Literature \(CLFL\)](#). – 2014, April. – p. 31–39. – Режим доступу: <http://www.aclweb.org/anthology/W14-0905>
6. Rochat, Y. Analyse de réseaux sur les personnages des Confessions de Jean-Jacques Rousseau [Електронний ресурс] / Y. Rochat & F. Kaplan // Cahiers du numérique. – 2014. – Vol. 10, No. 3. – p.109–133. – Режим доступу: <https://shs.cairn.info/revue-les-cahiers-du-numerique-2014-3-page-109?lang=fr#s1n3>
7. Rochat, Y. Les réseaux de personnages de science-fiction: échantillons de lectures intermédiaires [Електронний ресурс] / Y. Rochat, M. Triclot // ReS Futurae. – 2017. – Vol. 10. – Режим доступу: <https://doi.org/10.4000/resf.1183>
8. Elson, D. K. Extracting social networks from literary fiction [Електронний ресурс] / D. K. Elson, N. Dames, K. R. McKeown // Proceedings of the 48th annual meeting of the association for computational linguistics. – 2010. – p. 138–147. – Режим доступу: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1858696>
9. Falk, M. Making Connections: Network Analysis, the Bildungsroman and the World of The Absentee [Електронний ресурс] / M. Falk // Journal of Language, Literature and Culture. – 2016. – Vol. 63, No. 2-3. – p.107–122. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1080/20512856.2016.1244909>
10. Oelke, D. Advanced Visual Analytics Methods for Literature Analysis [Електронний ресурс] / D. Oelke, D. Kokkinakis, M. Malm // Proceedings of the

6th Workshop on Language Technology for Cultural Heritage, Social Sciences, and Humanities. – 2012. – p. 35–44. – Режим доступа:

<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=2390364>

11. Venturini, T. How to Tell Stories with Networks: Exploring the Narrative Affordances of Graphs with the Iliad [Электронный ресурс] / T. Venturini, L. Bounegru, M. Jacomy, J. Gray // In Datafied Society: Social Research in the Age of Big Data. – Amsterdam University Press. – Режим доступа: http://www.tommasoventurini.it/wp/wpcontent/uploads/2016/01/How_to_Tell_Stories_with_Networks_PreprintVersion.pdf

12. Xanthos, A. Visualising the dynamics of character networks [Электронный ресурс] / A. Xanthos, I. Pante, Y. Rochat, M. Grandjean // In Digital Humanities. – 2016. – p. 417–419. – Режим доступа:

https://github.com/maladesimaginaires/intnetviz/raw/master/DH2016_xanthos_et_al.pdf

13. Grandjean, M. Comparing the Relational Structure of the Gospels: Network Analysis as a Tool for Biblical Narratology [Электронный ресурс] / M. Grandjean // Digital Biblical Studies. – 2017. – University of St. Andrews. – Режим доступа:

<https://www.martingrandjean.ch/wp-content/uploads/2020/12/Grandjean-2013.pdf>

14. Jayannavar, P. A. Validating literary theories using automatic social network extraction [Электронный ресурс] / P. A. Jayannavar, A. Agarwal, M. Ju, O. Rambo // Proceedings of the 4th Workshop on Computational Linguistics for Literature. – 2015. – p. 32–41. – Режим доступа: <https://aclanthology.org/W15-0704/>

15. Rieck, B. 'Shall I compare thee to a network?': Visualizing the Topological Structure of Shakespeare's Plays [Электронный ресурс] / B. Rieck, H. Leitte // In 1st Workshop on Visualization for the Digital Humanities. – Baltimore, MD, USA. – 2016. – Режим доступа: <https://doi.org/10.11588/heidok.00023477>

16. Chakraborty, S. Detection of constant member and overlapping community from dynamic literary network [Электронный ресурс] / S. Chakraborty, S. Muhuri, D. Das // Social Network Analysis and Mining. – 2021. – Vol. 11. – article number 77. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1007/s13278-021-00788-2>

17. Kubis, M. Quantitative analysis of character networks in Polish 19th- and 20th-century novels [Электронный ресурс] / M. Kubis, A. Mickiewicz // Digital Scholarship in the Humanities. – 2021. – Vol. 36. – Issue Supplement_2. – p. 175 – 181. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1093/llc/fqab012>

18. Marceniuk, V. Graph-Based Analysis of Drama Text-Case Study Based on Shakespeare's 'Measure for Measure' [Электронный ресурс] / V. Marceniuk, S. Zawislak, J. Kopeć // In Mechanisms and Machine Science. Springer. – 2021. – p. 221–242. – Режим доступа:

https://doi.org/10.1007/978-3-030-76787-7_11

19. Yavuz, M. C. Analyses of Character Networks in Dramatic Works by Using Graphs [Электронный ресурс] / M. C. Yavuz // In 7th International Conference on Behavioural and Social Computing. – 2021. – Режим доступа:

<https://doi.org/10.1109/BESC51023.2020.9348328>

20. Zhang, C. Complicating the Social Networks for Better Storytelling: An Empirical Study of Chinese Historical Text and Novel [Электронный ресурс] / C. Zhang, Q. Zhang, S. Yu, J. J. Q. Yu, X. Song // IEEE Transactions on Computational Social Systems. – 2021. – Vol.8, issue 3. – p. 754–767. – Режим доступа:

<https://doi.org/10.1109/TCSS.2021.3061702>

21. Choi, Y.-M. A directed network of greek and roman mythology [Электронный ресурс] / Y.-M. Choi, H.-J. Kim // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2007. – Vol. 382, issue 2. – p. 665–671. – Режим доступа:

<https://doi.org/10.1016/j.physa.2007.04.035>

22. Carron, P. Mac. Universal Properties of Mythological Networks [Электронный ресурс] / P. Mac Carron and R. Kenna // Europhysics Letters. – 2012. – Vol. 99, No. 2, 28002. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1209/0295-5075/99/28002>

23. Tan, M. S. A. A character network study of two Sci-Fi TV series [Электронный ресурс] / M. S. A. Tan, E. A. Ujum, K. Ratnavelu // In Frontiers in Physics (AIP Conference Proceedings). – 2014. – Vol. 1588. – p. 246 – 251. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1063/1.4866954>

24. Edwards, M. The one comparing narrative social network extraction techniques [Электронный ресурс] / M. Edwards, J. Tuke, M. Roughan, L. Mitchell // 2020 In IEEE/ACM International Conference on Advances in Social Networks Analysis and Mining. – 2021. – p. 905–913. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1109/ASONAM49781.2020.9381346>

25. Fan, C. Coword and Cluster Analysis for the Romance of the Three Kingdoms [Электронный ресурс] / C. Fan, Y. Li // Wireless Communications and Mobile Computing. – 2021. – Vol. 2021, article ID 5553635. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1155/2021/5553635>

26. Hopp, F. R. A Graph-Learning Approach for Detecting Moral Conflict in Movie Scripts [Электронный ресурс] / F. R. Hopp, J. T. Fisher, and R. Weber // Media and Communication. – 2020. – Vol. 8, No. 3 – p. 164–179. – Режим доступа: <https://doi.org/10.17645/mac.v8i3.3155>

27. Lee, O-J. Plot Structure Decomposition in Narrative Multimedia by Analyzing Personalities of Fictional Characters [Электронный ресурс] / O-J. Lee, E.-S. You, J.-T. Kim // Applied Sciences. – 2021. – Vol. 11, No. 4, 1645. – Режим доступа: <https://doi.org/10.3390/app11041645>

28. Zadeh, Z. S. H. Quantitative analysis of fanfictions' popularity [Электронный ресурс] / Z. S. H. Zadeh, N. Sabri, H. Chamani, B. Bahrak // Social Network Analysis and Mining. – 2022. – Vol. 12, article number 42. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1007/s13278-021-00854-9>

29. Wu, Yanping. The application of graph theory teaching method in ideological and political education of discrete mathematics / Yanping Wu, Fangrang Lv., Meng Li // [Applied Mathematics and Nonlinear Sciences](#). – 2023. – [Vol. 8, Issue 2 \(July 2023\)](#): DOI:[10.2478/amns.2023.1.00320](https://doi.org/10.2478/amns.2023.1.00320)

30. Бобрицька Г.С. Прикладне застосування теорії графів у різних сферах життя суспільства та окремої особистості / Г.С. Бобрицька // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2017. – Випуск 3(13). – С. 26-30.

31. Шищенко І.В. Проблема математичної підготовки учнів-гуманитаріїв у наукових дослідженнях / І. В. Шищенко // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 2 (5). – С. 83-91. Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/fmo_2015_2_12

32. Жерновникова О.А. Особливості викладання математики в гуманітарних класах профільної школи: Навчально-методичний посібник для студентів математичних спеціальностей / О.А. Жерновникова. – Харків, 2015. – 80 с.

Режим доступу: <https://dspace.hnpu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/8bd2b8ee-bc6f-4ef9-8d2b-c87d8e7a56da/content>

33. Семенюк Л.Ю. Математична модель п'єси Бертольда Брехта «Матінка Кураж та її діти»: графовий аналіз як інструмент виявлення структурних закономірностей / Тези XIX Міжнародної науково-практичної конференції студентів та молодих вчених "Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях", 2025, с. 151 – 154

34. Лисиця В.Т., Ликова О.В., Семенюк С.Ю. Застосування теорії графів як засіб впровадження STEM-освіти у профільних гуманітарних класах / Актуальні питання у сучасній науці. – 2025. – № 8 (38). – С. 1310 – 1323. – Режим доступу: <http://perspectives.pp.ua/index.php/sn/article/view/27780>

35. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика: Підручник / М.Ф. Бондаренко, Н.В. Білоус, А.Г. Руткас. – Харків: Компанія Сміт, 2004. – 408 с.

36. Трохимчук М.Р. Дискретна математика у прикладах і задачах. Навчальний посібник / М.Р. Трохимчук, М.С. Нікітченко. – Київ: Київський університет, 2017. – 248 с.

37. Брехт Бертольд. Копійчаний роман. Матінка Кураж та її діти. Кавказьке крейдяне коло / Бертольд Брехт. – К.: Дніпро, 1973. – С.351. – 431.

38. Гете Й. В. Фауст.

URL: <https://www.ukrlib.com.ua/world/printit.php?tid=145> (дата звернення: 24.10.2025).

39. Кафка Ф. Перевтілення.

URL: <https://www.ukrlib.com.ua/world/printit.php?tid=86> (дата звернення 18.06.2025).

40. Бальзак де О. Гобсек.

URL: <https://www.ukrlib.com.ua/world/printit.php?tid=20> (дата звернення 03.09.2025).

41. Ібсен Г. Ляльковий дім.

URL: <https://www.ukrlib.com.ua/world/printit.php?tid=85> (дата звернення 25.07.2025).

42. Бодлер Ш. Альбатрос.

URL: <https://www.ukrlib.com.ua/world/printit.php?tid=137> (дата звернення 01.11.2025).

43. Аполлінер Г. Міст Мірабо.

URL: <https://www.ukrlib.com.ua/world/printit.php?tid=94> (дата звернення 02.12.2025).

44. Камю А. Чума.

URL: <https://www.ukrlib.com.ua/world/printit.php?tid=108> (дата звернення 26.06.2025).

45. Уайльд О. Портрет Доріана Грея.

URL: <https://www.ukrlib.com.ua/world/printit.php?tid=21> (дата звернення 05.11.2025).

ДОДАТКИ

Додаток 1

Конспект інтегрованого уроку- дослідження

Тема: «Аналіз структури взаємовідносин персонажів у романі Оскара Вайлда «Портрет Доріана Грея» [45] засобами теорії графів.»

Вчитель-розробник: Семенюк Людмила Юріївна

Час: 45 хвилин

Навчальна мета: навчити перетворювати якісні літературні зв'язки (вплив, злочин, відповідальність) у кількісні дані (матриці, метрики центральності).

Розвивальна мета: розвивати навички графічного моделювання складних систем, уміння розраховувати та інтерпретувати метрики центральності і застосовувати кількісні методи для доведення літературних гіпотез.

Виховна мета: сформувати глибоке розуміння, що моральна відповідальність є кількісною, невідворотною та накопичується, а наслідки вибору неможливо «стерти» з мережі зв'язків.

Слоган уроку: Від літературного тексту до матриці впливу: хто насправді був центром зла?

Головне завдання уроку полягає у доведенні або спростуванні математичними методами тези: Портрет є справжнім центром впливу, а не Доріан.

Тип уроку: урок- дослідження, урок- практикум.

Вид уроку: інтегрований, лабораторія аналізу та моделювання.

Клас: 10 клас

Предмет: зарубіжна література (інтеграція з математикою та інформатикою).

Обладнання: мультимедійний проєктор, дошка, ПК чи ноутбуки, онлайн- інструмент для графового моделювання (Graph Online), електронні таблиці (Excel чи Sheets) для матричних обчислень.

Очікувані результати: опанування здобувачами основ кількісного моделювання для аналізу літературних творів, зокрема, принципів перетворення якісних літературних зв'язків (вплив, злочин, відповідальність) у спрямовані зважені графи та відповідні адресні матриці суміжності. Здобувачі освіти навчатися застосовувати метрики центральності для кількісного доведення філософських гіпотез, наприклад, обґрунтування провідної ролі Портрета як кінцевого стоку моральної відповідальності. В результаті, здобувачі освіти будуть критично орієнтуватися у морально-етичних ситуаціях, що виникають у реальному житті, розуміючи, що наслідки вибору є кількісними, накопичуються і є незворотними.

Хід уроку

I. Організаційний момент «Два аватари» (мотивація та виклик) (2 хв.)

Вчитель: Добрий день! Сьогодні ми моделюємо дуальність роману. Уявіть, що Доріан має два «Я»: Перше Я — публічний фасад (що він робить), і друге Я — таємний моральний реєстр (що фіксує його Портрет). Ми знаємо, що Доріан — центральний персонаж, але хто з цих аватарів є центром впливу і причиною всього зла? Ми маємо дві місії, і вам потрібно обрати свій бік:

Місія 1: Фасад. Ви будете моделювати лише прямий вплив одних персонажів на інших. Ваша гіпотеза: Доріан — центр.

Місія 2: Реєстр. Ви додасте нову, невидиму вершину — Портрет, як акумулятор наслідків. Ваша гіпотеза: Портрет — центр.

Оберіть свій аватар: Хто готовий працювати тільки з видимим (Фасад), підніміть праву руку. Хто готовий працювати з невидимою суттю (Реєстр), підніміть ліву руку. Формуємо наші дослідницькі команди. Успіху!

Очікувані результати: Учні усвідомлюють головну гіпотезу: Доріан чи Портрет як центр мережі, і бачать зв'язок між літературою та моделюванням. Учні об'єднуються в групи: група 1 (Персонажі) та група 2 (Персонажі + Портрет).

II. Актуалізація опорних знань (1 хв.)

Вчитель: Ваше завдання- не просто намалювати граф, а створити мережу, яку можна порахувати. Згадайте, що таке адресна матриця суміжності?

Очікувані результати: Учні згадують, що матриця- це таблиця, де 1 або вага ребра (W) показує наявність зв'язку (ребра) між двома вершинами.

III. Лабораторія аналізу (18 хв.)

Візуальне моделювання (Граф) (10 хв.)

Вчитель: Відкрийте наш онлайн-інструмент (Graph Online). Група 1 моделює взаємозв'язки (вплив, злочин, зрада) між персонажами: Доріан, Генрі, Безіл, Сібіл, Джеймс. Група 2 додає “Портрет” як вершину. Не забувайте, що це спрямовані та зважені ребра!

Перш ніж почнемо моделювати, давайте з'ясуємо, наскільки сильним був кожен зв'язок. Це і є вага нашого ребра (шкала від 1 до 10, де 1-максимальний вплив чи руйнування). Спільно визначимо вагу для 6 ключових взаємодій.

Діалог та консенсус: Здобувачі освіти беруть участь в обговоренні, обґрунтовуючи свої пропозиції цитатами з тексту. Вчитель фіксує узгоджені ваги на дошці.

Очікувані результати:

Таблиця Д 1.1

Встановлення зв'язків та зваження ребер

№	Взаємодія (зв'язок)	Літературний контекст (тип впливу)	Очікувані аргументи (обґрунтування цитатами, подіями)	Узгоджена вага (W, від 1 до 10)
1.	Лорд Генрі → Доріан (H → D)	Філософський вплив/Спокуса	«У його словах була для Доріана якась дивна, приваблива музика. Вона	8

			<i>пробудила в ньому щось таке, про що він ніколи не здогадувався...»</i> [45](Вплив ідеології, що призвела до всіх подальших злочинів).	
2.	Безіл → Доріан ($B \rightarrow D$)	Моральний/Творчий вплив	<i>«Я вклав у той портрет занадто багато себе, своє серце, свою душу. І тепер я боюся, що він увібрав у себе щось недобре.»</i> [45] (Безіл намагається протистояти впливу Генрі, але його вплив є пасивним, естетичним, а не активним моральним опором).	3
3.	Доріан → Сібіл ($D \rightarrow S$)	Жорстокість/Зрада	<i>«Ти зруйнувала моє життя, от і все... Без тебе я не можу грати, я не можу жити. Але тепер... тепер я ненавиджу тебе.»</i> [45] (Словесне приниження та	5

			розрив, який стає прямою причиною самогубства Сібіл).	
4.	Доріан $\rightarrow$ Безіл ($D \rightarrow B$)	Пряме вбивство	Доріан Грей особисто заколює Безіла Голворда, а потім шантажем змушує Алана Кемпбела знищити тіло. (Найвища, найпряміша форма руйнування та абсолютної влади).	10
5.	Джеймс $\rightarrow$ Доріан ($J \rightarrow D$)	Загроза Помсти/Полювання	«Я ніколи не забуду обличчя того, хто змусив мою сестру померти ганебною смертю. Я знайду його, навіть якщо це займе все моє життя.»[45] (Пряма, постійна загроза фізичного знищення, що тримає Доріана в напрузі).	4
6.	Доріан $\rightarrow$ Джеймс ($D \rightarrow J$)	Маніпуляція/ Самозахист	«Ви помиляєтеся. Я не такий старий, як ви думаєте... Мені	2

			<i>ніколи не було і двадцяти...»[45]</i> (Доріан використовує своє вічне юне обличчя, щоб обманути Джеймса, змушуючи його повірити, що він не той чоловік, якого шукає).	
7.	Сібіл → Джеймс $(S \rightarrow J)$	Пасивна передача болю/Моральний обов'язок	<i>«Смерть Сібіл — це передача болю, що стає для Джеймса непорушним моральним обов'язком помсти. Сама Сібіл не є активним агентом, а лише причиною, яка формує його подальшу мету.»</i> [45]	2
+ для групи 2				

8.	Доріан → Портрет ($D \rightarrow P$)	Знищення/Самогубство (руйнування душі)	«Коли він проколов портрет ножем, із картини вирвався дивний крик... Почулося брязкотіння, а потім глухий удар... На підлозі лежав мертвий чоловік...» [45] (Прямий акт, який скасовує договір, переносячи весь гріх назад на Доріана і миттєво спричиняючи його смерть).	10
9.	Безіл → Портрет ($B \rightarrow P$)	Каталізатор магії/Вкладення душі	«Кожен раз, коли я пишу, я втрачаю шматочок себе. Портрет несе мій настрій і, можливо, навіть мою душу. Це моє творіння, моя магія.» [45] (Безіл надав полотну унікальної цінності та сутності, що зробило його здатним	2

			переймати на себе гріх).	
--	--	--	-----------------------------	--

Практична робота: Учні працюють з інтерактивним інструментом, створюючи 5-7 ключових зв'язків. Наприклад: *Доріан* → *Сібіл* (вага 5: *Жорстокість*).

Очікувані результати:

Група 1

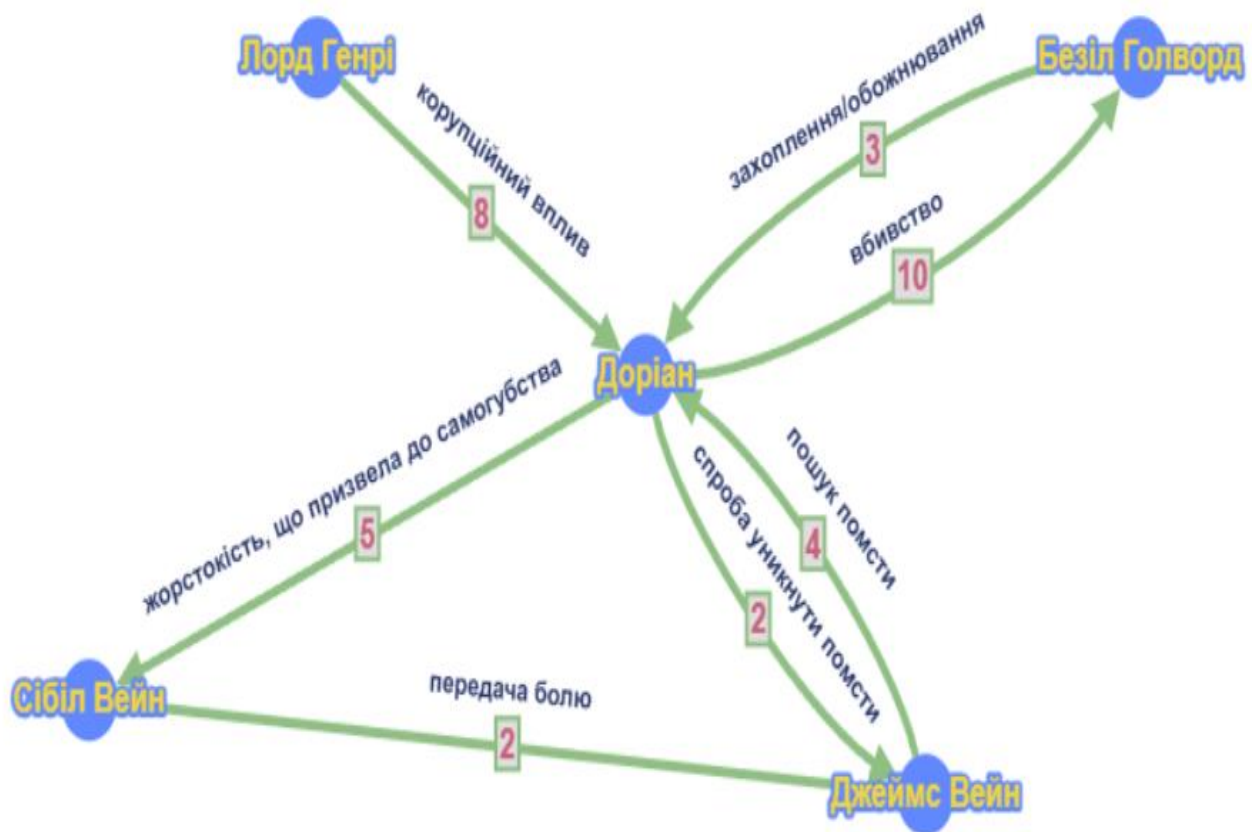


Рис. Д 1.1. Граф роману «Портрет Доріана Грея» без врахування Портрету

Група 2



Рис. Д 1.2. Граф роману «Портрет Доріана Грея» без врахування Портрету

Вчитель: Групо 2, не забувайте про найважливіше! Вам необхідно відобразити на графовій моделі гріхи Доріана, які, згідно з романом, накопичувалися та відбивалися на Портреті.

Очікувані результати:

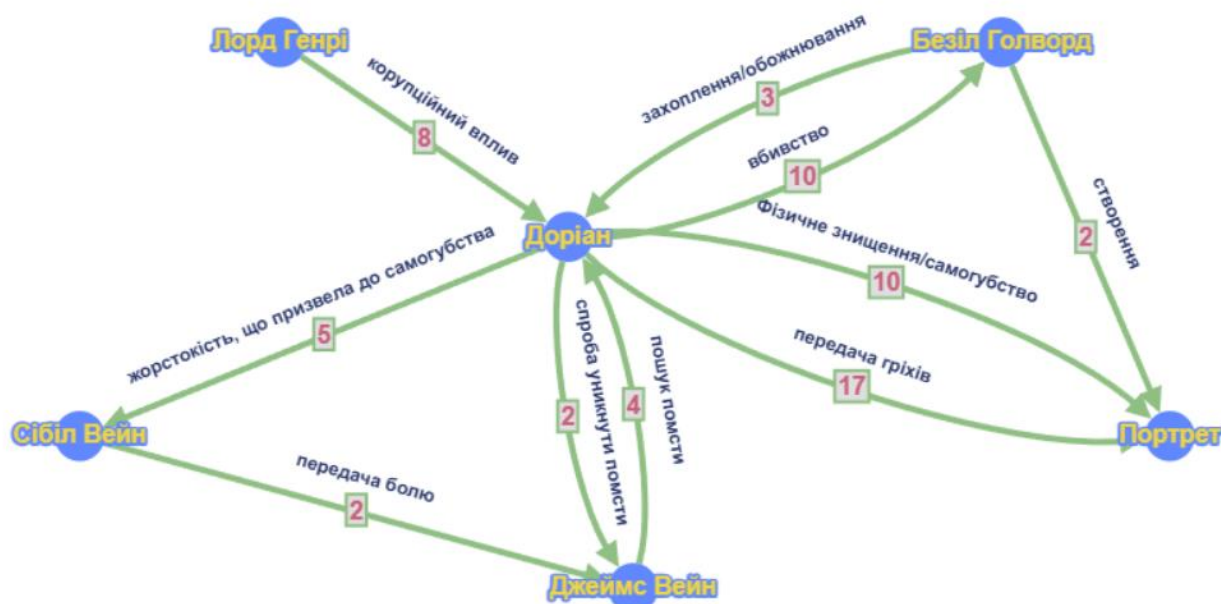


Рис. Д 1.3. Граф роману «Портрет Доріана Грея» з урахуванням передачі гріхів Портрету від Доріана

Кількісний переклад(матриця) (5 хв.)

Вчитель: Час перевести наш якісний аналіз впливу та відповідальності у строгу математичну мову. Матриця суміжності — це “паспорт” нашого графа, де кожне число підтверджує наявність зв'язку та його силу.

Практична робота: Здобувачі освіти відкривають електронні таблиці (Excel/Sheets) для створення матриць.

Вчитель (Інструкція): Створіть квадратну таблицю, де назви рядків та стовпців збігаються з назвами ваших вершин (*D*-Доріан, *H*-Лорд Генрі, *B*-Безіл Голворд, *S*-Сібіл Вейн, *J*-Джеймс Вейн, *P*-Портрет (для групи 2)). Рядок — від кого йде дія, стовпець — на кого вона спрямована. Якщо зв'язку немає, ставимо 0. Якщо зв'язок є, ставимо вагу (*W*), яку ви визначили на попередньому кроці.

Практична робота: Група 1 створює матрицю 5x5 (*D, H, B, S, J*). Група 2 створює матрицю 6x6, додавши вершину (*P*) (Портрет). Здобувачі освіти заповнюють клітинки матриці відповідно до своїх моделей, використовуючи ваги. Особлива увага приділяється стовпцю (*P*) у групі 2, де фіксується вся акумульована відповідальність.

Очікувані результати:

Таблиця Д 1.2

Матриці моделей групи 1 та групи 2

Група 1

	<i>D</i>	<i>H</i>	<i>B</i>	<i>S</i>	<i>J</i>
<i>D</i>	0	0	10	5	2
<i>H</i>	8	0	0	0	0
<i>B</i>	3	0	0	0	0
<i>S</i>	0	0	0	0	2
<i>J</i>	4	0	0	0	0

Група 2

	<i>D</i>	<i>H</i>	<i>B</i>	<i>S</i>	<i>J</i>	<i>P</i>
<i>D</i>	0	0	10	5	2	10/17
<i>H</i>	8	0	0	0	0	0
<i>B</i>	3	0	0	0	0	2
<i>S</i>	0	0	0	0	2	0
<i>J</i>	4	0	0	0	0	0
<i>P</i>	0	0	0	0	0	0

Математичний доказ (Центральність) (3 хв.)

Вчитель: Щоб визначити, хто насправді центр, обчислимо найпростішу метрику: ступінь центральності. Для спрямованих графів це: вхідний ступінь (*In-Degree*) — сума ваг всіх ребер, що входять у вершину (показує об'єкт впливу (жертва, мішень, акумулятор гріхів)). Вихідний ступінь (*Out-Degree*) — сума ваг всіх ребер, що виходять із вершини (показує активну дію (злочини, вплив)). Обчисліть $d_{out}(V)$ та $d_{in}(V)$ для Портрета та Доріана.

Практична робота: Учні підсумовують значення у відповідних рядках та стовпцях матриці для вершин "D" та "P".

Таблиця Д 1.3

Матриця вхідних та вихідних ступенів(група 1)

	D	H	B	S	J	$d_{out}(V)$
D	0	0	10	5	2	17
H	8	0	0	0	0	8
B	3	0	0	0	0	3
S	0	0	0	0	2	2
J	4	0	0	0	0	4
$d_{in}(V)$	15	0	10	5	4	

Таблиця Д 1.4

Матриця вхідних та вихідних ступенів(група 2)

	D	H	B	S	J	P	$d_{out}(V)$
D	0	0	10	5	2	10/17	44
H	8	0	0	0	0	0	8
B	3	0	0	0	0	2	5
S	0	0	0	0	2	0	2
J	4	0	0	0	0	0	4
P	0	0	0	0	0	0	0
$d_{in}(V)$	15	0	10	5	4	29	

IV. Битва моделей та інтерпретація (7 хв.)

Вчитель: Група 1 (Граф без Портрета), який *In-Degree* отримав Доріан?

Очікувана відповідь: 15.

Вчитель: А який у нього *Out-Degree*?

Очікувана відповідь: 17.

Очікувані результати:

Презентація групи 1:

Наша модель показала, що Доріан має високу активність ($d_{out}(D) = 17$) і значну кількість зовнішнього впливу на себе ($d_{in}(D) = 15$). У цій мережі Доріан є центром дії, але оскільки його злочини (17) спрямовані на інших і не мають кінцевого стоку, його власна відповідальність не фіксується. Зло виходить, але не повертається — це робить Доріана «вільним» від наслідків у моделі «Фасад».

Вчитель: Група 2 (Граф с портретом), який *In-Degree* отримав Доріан?

Очікувана відповідь: 29.

Вчитель: А який у нього *Out-Degree*?

Очікувана відповідь: 0.

Презентація групи 2:

Ми підтвердили гіпотезу: Портрет має найвищий *In-Degree* ($d_{in}(P) = 29$), що є найбільшим числом у всьому графі. Математично доведено, що Портрет акумулює найбільшу кількість гріхів та моральної відповідальності. При цьому його *Out-Degree* дорівнює 0 ($d_{out}(P) = 0$), що доводить його пасивну роль. Неживе полотно є справжнім, незворотним центром у мережі, де фіксується вся негативна енергія.

Учитель: Матриця кількісно довела головну філософську тезу про те, що портрет є справжнім центром відповідальності, оскільки він збирає у собі всі моральні наслідки, тоді як сам Доріан, хоч і є джерелом зла ($d_{out}(D)=44$), не несе їхньої ваги до фіналу.

Самостійна робота (10 хв.)

Вчитель: Розширте існуючий граф, включаючи нову вершину А (Алан Кемпбел). Оцініть вплив Доріана на Алана ($D \rightarrow A$) та Алана Кемпбела на інших персонажів ($A \rightarrow \dots$). Додайте відповідні дані у матрицю, розрахуйте $d_{out}(V)$ та $d_{in}(V)$ всіх персонажів та проаналізуйте отримані результати.

Очікувані результати:

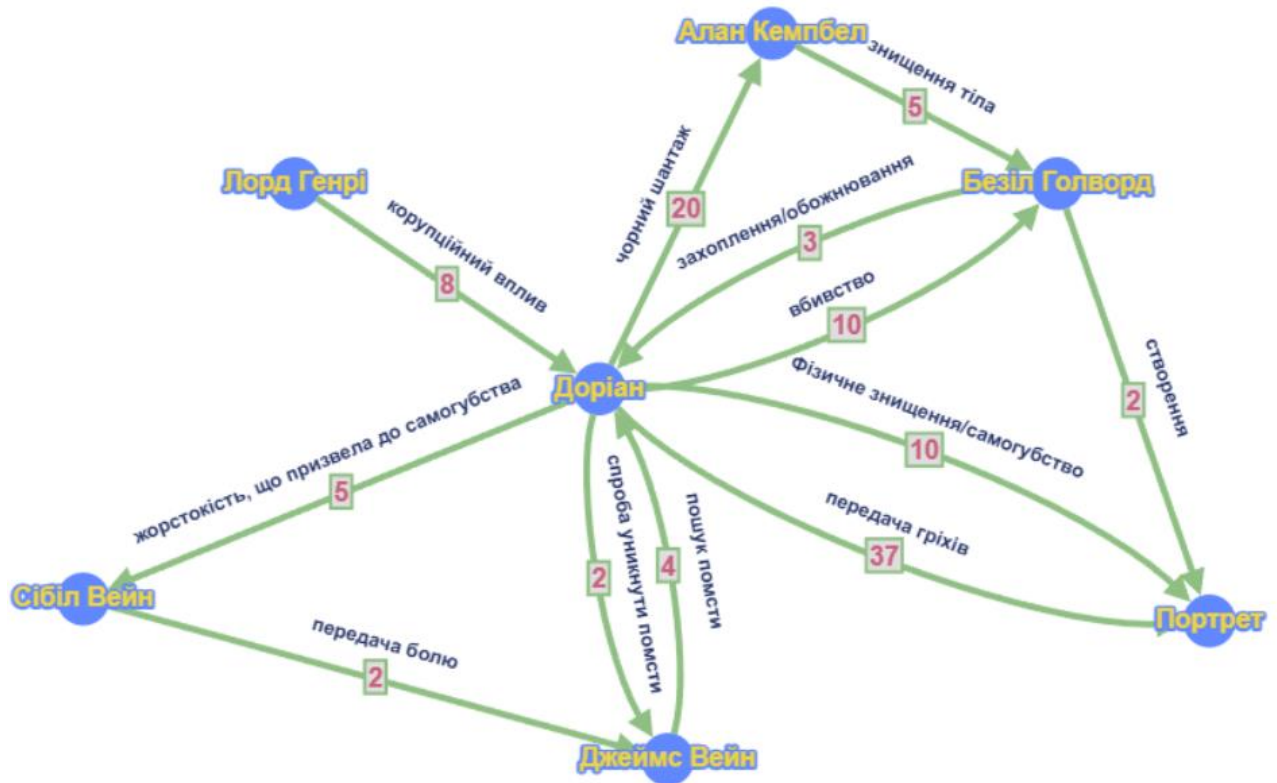


Рис. Д 1.4. Граф роману «Портрет Доріана Грея» з додатковою вершиною

Відповіді учнів:

($D \rightarrow A$)- чорний шантаж, бо Доріан змушує Алана позбутися тіла вбитого ним Безіла. Це має бути дуже висока вага, що символізує повне моральне приниження та руйнування життя Кемпбела. Вага ($D \rightarrow A$) = 20- це значно вище, ніж вбивство Безіла ($D \rightarrow B$) = 10, оскільки це не просто фізична шкода, а примус до співучасті, що призводить до самогубства.

Алан знищує тіло Безіла. Ця дія спрямована на фізичні залишки, а не на особистість, тому вага ($A \rightarrow B$) = 5.

Відбудуться зміни ($D \rightarrow P$), бо моральний наслідок шантажу та самогубства Алана (20) також реєструється на Портреті.

Відповіді учнів: $d_{in}(P)$ зростає з 29 до 49, бо злочин проти Алана додає 20 одиниць до морального боргу. Роль Портрета як акумулятора наслідків посилюється. Він реєструє не лише безпосередні злочини (вбивство), але й вторинні моральні травми (примус, шантаж, самогубство). Це доводить його центральність як морального стоку.

Таблиця Д 1.5

Розширена матриця вхідних та вихідних ступенів з новою вершиною

	<i>D</i>	<i>H</i>	<i>B</i>	<i>S</i>	<i>J</i>	<i>P</i>	<i>A</i>	$d_{out}(V)$
<i>D</i>	0	0	10	5	2	10/37	20	84
<i>H</i>	8	0	0	0	0	0	0	8
<i>B</i>	3	0	0	0	0	2	0	5
<i>S</i>	0	0	0	0	2	0	0	2
<i>J</i>	4	0	0	0	0	0	0	4
<i>P</i>	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>A</i>	0	0	5	0	0	0	0	5
$d_{in}(V)$	15	0	15	5	4	49	20	

$d_{in}(B)$ зростає з 10 до 15, адже Безіл отримує додаткові 5 одиниць відповідальності/шкоди від ($A \rightarrow B$). Безіл стає подвійною жертвою. Спершу він гине від рук Доріана (10), а потім його тіло стає об'єктом наруги через злочин, здійснений іншою жертвою Доріана — Аланом Кемпбелом (5).

$(D \rightarrow A) = 20$ - єдиний найсильніший зв'язок у мережі, що підкреслює, наскільки руйнівним був шантаж у порівнянні з іншими діями Доріана.

Послідовність $(D \rightarrow A \rightarrow B)$ демонструє, як злочин Доріана створює ланцюг, де одна жертва (Алан) змушена шкодити іншій жертві (тілу Безіла).

Завдання для учнів високого рівня: Знайдіть коефіцієнт примусу за формулою: $k = \frac{d_{in}(A)}{d_{out}(A)}$. Інтерпретуйте отриманий результат.

Очікувані результати: $k = \frac{20}{5} = 4$

Коефіцієнт 4:1 ($d_{in}(A)$ у 4 рази більший за $d_{out}(A)$) означає, що Алан є людиною, яка була зламана і змушена діяти. Його діяльність була повністю детермінована зовнішнім впливом (шантажем Доріана), а не внутрішньою волею.

V. Рефлексія (5 хв.)

Вчитель: Що ви відчули, коли побачили, що *In-Degree* Портрета зріс до 49, а власний *Out-Degree* (Доріана) так і не відображав цього боргу?

Очікувані відповіді: Відчуття невідворотності, усвідомлення, що зовнішня свобода — ілюзія, оскільки внутрішня відповідальність накопичується.

Вчитель: Наша теза: Портрет є справжнім центром відповідальності, а не Доріан. Чи була вона доведена? Який показник є ключовим доказом?

Очікувані відповіді: Так, доведена. Ключовим доказом є найвищий вхідний ступінь ($d_{in}(P) = 49$) Портрета при нульовому вихідному ступені ($d_{out}(P) = 0$). Це математично доводить, що він є стоком (кінцевим акумулятором) усіх гріхів.

Вчитель: Якщо перенести це на життя: чим у сучасному світі може бути такий «Портрет» із $d_{in} > 0$ і $d_{out} = 0$?

Очікувана відповідь: Репутація, досє, цифрові сліди в інтернеті, совість, що не дає спокою, або ж пам'ять. Це незворотний реєстр наших дій, який ми не можемо «заховати на горищі».

Вчитель: Ми провели ґрунтовну роботу, розклавши моральне падіння Доріана Грея на строгі математичні зв'язки. Побачили, що у мережі моральної відповідальності вихідний ступінь (активність/злочини) може бути ізольованим від вхідного ступеня (наслідків/відплати) лише через створення стоку- Портрета. Але в кінцевому підсумку, система прагне до балансу: $\sum d_{out}$ -загальна сума злочинів не може перевищувати $\sum d_{in}$ -загальна сума наслідків.

VI. Домашнє завдання (2 хв.)

Вчитель: Друзі, на уроці ми математично довели, що Портрет Доріана Грея є пасивним акумулятором- він збирає гріхи, але не діє у відповідь. Це дозволило Доріану довгий час обманювати світ.

Але чи однаково Вайлд моделював наслідки гріха у всіх своїх творах? У його казці «Хлопчик-зірка», з якою ми знайомилися в 5 класі, діє зовсім інша, кармічна логіка. Тут злочини викликають негайну і видиму відплату.

Ваше *домашнє завдання* — побудувати модель миттєвої відплати і порівняти її з моделлю прихованого накопичення (Доріана Грея), а також перевірити гіпотезу: Чи є Краса Хлопчика-зірки лише пасивним реєстром, як Портрет, чи вона стає активним агентом, який карає героя і примушує його до спокути?

Перед Вами чотири ключові вершини: Хлопчик-зірка (V_S), Лісоруб (V_L), Мати (V_M) та Краса (V_K). Вам потрібно скласти матрицю 4×4 , використовуючи ваги від 1 до 10.

Зверніть особливу увагу на зв'язок $V_K \rightarrow V_S$, що символізує тиск потворності на совість героя. Уявіть: у Доріана Портрет лежав на горищі, а тут потворність стає частиною самого героя і змушує його шукати каяття. Ця вага-це активна сила повернення до моралі.

Обчисліть: 1) $d_{in}(V_K)$ - суму ваг усіх ребер, що входять у вершину (V_K)- це покаже, скільки зла впливає на Красу (втрата краси як наслідок гріха). 2) $d_{out}(V_K)$ - суму ваг усіх ребер, що входять у вершину (V_K)- це покаже, як Краса впливає на інших (наскільки активно потворність тисне на Хлопчика-зірку).

Модель графу роману «Портрет Доріана Грея» та розрахунки до неї
здобувачів освіти(група 1)

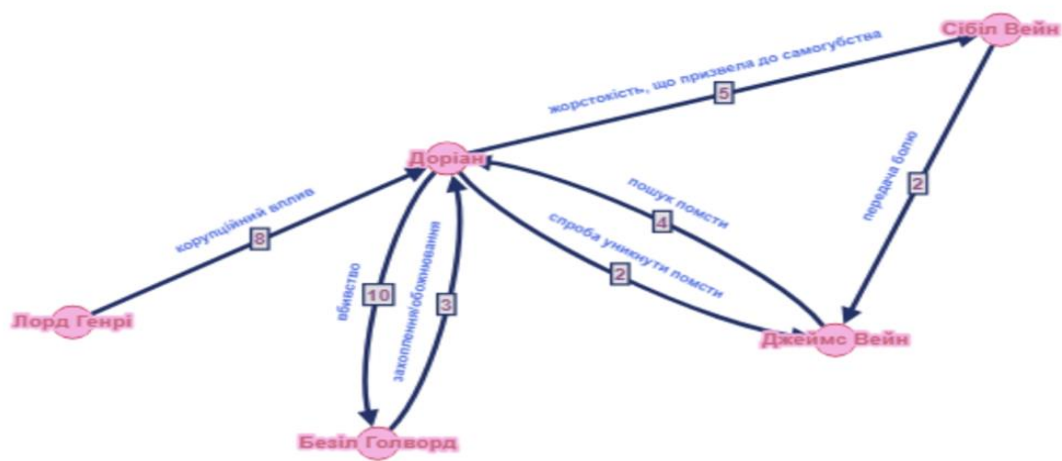


Рис. Д 2.1. Графова модель роману «Портрет Доріана Грея»(група 1)

Таблиця Д 2.1

Матриця суміжності(група 1)

	D	H	B	S	J
D	0	0	10	5	2
H	8	0	0	0	0
B	3	0	0	0	0
S	0	0	0	0	2
J	4	0	0	0	0

Таблиця Д 2.2

Матриця вхідних та вихідних ступенів(група 2)

	D	H	B	S	J	$d_{out}(V)$
D	0	0	10	5	2	17
H	8	0	0	0	0	8
B	3	0	0	0	0	3
S	0	0	0	0	2	2
J	4	0	0	0	0	4
$d_{in}(V)$	15	0	10	5	4	

**Модель графу роману «Портрет Доріана Грея» та розрахунки до неї
здобувачів освіти(група 2)**

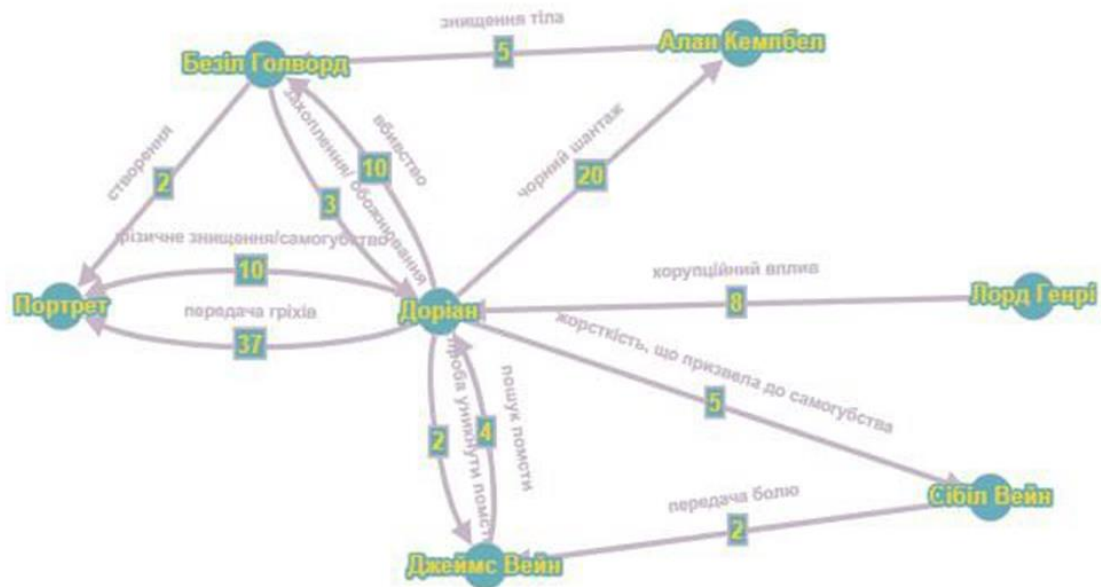


Рис. Д 3.1. Граф роману «Портрет Доріана Грея» з додатковою вершиною

Таблиця Д 3.1

Матриця вхідних та вихідних ступенів з додатковою вершиною(група 2)

	D	H	B	S	J	P	A	$d_{out}(V)$
D	0	0	10	5	2	10/37	20	84
H	8	0	0	0	0	0	0	8
B	3	0	0	0	0	2	0	5
S	0	0	0	0	2	0	0	2
J	4	0	0	0	0	0	0	4
P	0	0	0	0	0	0	0	0
A	0	0	5	0	0	0	0	5
$d_{in}(V)$	15	0	15	5	4	49	20	