

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Факультет радіофізики, біомедичної електроніки та компютерних систем
Кафедра теоретичної радіофізики

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____Хардіков В.В.

«__» _____ 2023 року

**Кваліфікаційна робота
магістра**

на тему: РОЗСІЯННЯ ГАРМОНІЙНИХ ЛІНІЙНО-ПОЛЯРИЗОВАНИХ
ХВИЛЬ У ШАРУВАТІЙ СТРУКТУРІ ІЗ ВКЛЮЧЕННЯМ

Виконав: студент II курсу магістратури, групи РР-61
спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали,
освітньо-професійна програма «Радіофізика і електроніка»

Антон Золотарьов

керівник
доктор фіз.-мат. наук,
професор

Шульга С.М.

2023 рік

ЗМІСТ

Вступ.....	3
1. Задача розсіяння електромагнітних хвиль на анізотропному включенні в анізотропному шарі (s – поляризація).....	4
1.1. Огляд літератури.....	4
1.2. Рівняння Максвелла в регулярному середовищі (s-поляризація)...	8
1.3. Задача з включенням	10
1.4 Функція Гріна	
1.5. Первинне поле	13
1.6 Функція Гріна регулярної задачі.....	25
1.7 Поле всередині включення.....	26
1.8 Система лінійних рівнянь.....	29
1.9 Розсіяне поле.....	30
2. Задача розсіяння електромагнітних хвиль на анізотропному включенні в анізотропному шарі (p – поляризація).....	37
3. Фізичні закономірності розсіяння хвиль на діелектричному циліндрі, зануреному під поверхність середовища.....	
3.1 Розподіл розсіяного поля у просторі.....	
Висновки.....	40
Список використаних джерел.....	41

ВСТУП

Вплив детермінованих збурень просторово неоднорідного середовища на поширення електромагнітних хвиль доводиться враховувати в широкому колі практичних додатків. Враховуючи специфіку конкретних видів хвильових полів та частотних діапазонів, перерахуємо деякі з них. При дистанційному зондуванні земних покривів у геофізичних цілях виникає проблема відновлення структури підповерхневих шарів за характеристиками електромагнітного поля, що приходить від земної поверхні [1]. Для отримання корисної інформації з радіолокаційних даних необхідно знати зв'язок характеристик поля, що приходить, з параметрами земних покривів для деякої моделі останніх. Земна кора є дуже різноманітною з електродинамічної точки зору структурою, для якої характерні електрична неоднорідність по глибині, наявність нерівностей поверхні та об'ємних нерегулярностей. Близькою до реальності моделлю підстилаючих земних покривів може бути однорідний або плоскошаровий напівпростір з нерівними границями та об'ємними детермінованими збуреннями, що зображують, наприклад, поклади корисних копалин. У зв'язку з цим у геофізиці базовою служить задача дифракції електромагнітної хвилі на однорідному або багатшаровому шматково-однорідному напівпросторі з включеннями [2].

Використовується для зондування первинне поле реальних випромінювачів у типових ситуаціях з прийнятним ступенем точності апроксимується плоскою хвилею [3]. Відомі теоретичні моделі зондування виходять із того, що хвиля є монохроматичною та лінійно-поляризованою [4].

1. ЗАДАЧА РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА АНІЗОТРОПНОМУ ВКЛЮЧЕННІ В АНІЗОТРОПНОМУ ШАРІ (s -поляризація)

1.1 Огляд літератури

Задачі дифракції монохроматичних хвиль на об'ємних неоднорідностях, а також завдання розсіювання хвиль на граничних нерегулярностях у неоднорідному середовищі з точки зору додатків є дуже актуальними. Вони досить актуальні й у науковому плані. Зважаючи на зрозумілу складність для розв'язання задач дифракції на тілах досить довільної форми, занурених у шарувате середовище, нині використовуються виключно прямі чисельні методи [5-7].

Підповерхневої радіолокації виникає проблема виявлення та ідентифікації малорозмірних об'єктів, занурених під земну поверхню – наприклад, комунікаційних споруд [8].

Головна увага в описаних роботах приділяється розробці та обґрунтуванню чисельних методів вирішення. Коло досліджених залежностей вкрай обмежене, а самі ці залежності мають ілюстративний характер. У роботі [9] отримано аналітичне рішення і наведено матеріал для розсіювання на тривимірному тілі в плоскошаровому середовищі. В основу розвинутого підходу покладено узагальнення інтегро-диференціальних рівнянь Н. А. Хижняка [10] на випадок плоскошарового середовища. Істотним обмеженням цих робіт є припущення, що розміри тіла набагато менші за довжину хвилі. Тим часом, метод інтегро-диференціальних рівнянь виявився дуже плідним і у застосуванні до тіл, розміри яких можна порівняти з довжиною хвилі. Наприклад, з його допомогою в [11] отримано чисельно-аналітичне розв'язання

задачі розсіювання на прямокутному брусі в закритому хвилеводі. Однак, у завданнях розсіювання на тілах у плоскошаровому середовищі безпосереднє перенесення чисельно-аналітичного підходу [12] зустрічає суттєві труднощі в силу того, що а) ядра згаданих інтегральних рівнянь у випадку плоскошарового середовища представляються не в замкнутій формі, а у вигляді контурних; б) конструктивне застосування теореми погашення, вдало використаної в [13] неможливо через те, що спектр власних хвиль шаруватого середовища включає безперервну частину, тоді як у закритих хвилеводах він чисто дискретний. У зв'язку зі складністю розглянутих завдань, ситуації, які піддаються чисельно-аналітичним методам, набувають, таким чином, особливої ваги. До них відноситься, зокрема, модель плоскошаруватого кусково-однорідного середовища з включенням досить простої форми та будови. Неможливість поділу змінних одразу в усьому просторі і в цьому випадку призводить до необхідності залучення чисельних методів, однак, для такого роду моделей вдається значно просунути в попередній аналітичній обробці задачі і, тим самим, полегшити її чисельне вирішення.

На даний час у суворій постановці відомі чисельно-аналітичні рішення для задач дифракції монохроматичної електромагнітної хвилі на кулі та круговому циліндрі у двошаровому середовищі з однією границею поділу [11, 12], на круговому циліндрі, розташованому в однорідному шарі або під ним [7]. У роботах [15, 16-18] одиночне включення канонічної форми розглядається як рівноправна складова частина нерегулярного середовища: для кожної з областей з границями, що збігаються з координатною поверхнею ортогональної системи координат; рішення шукається у вигляді розкладання за власними функціями, а коефіцієнти цього розкладання знаходяться із умов для поля на межах розділу середовища. При цьому виникає необхідність чисельного розв'язання нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь для невідомих коефіцієнтів. Однак для досить простих моделей розсіювача ці системи рівнянь мають зручну

структуру та легко піддаються чисельній реалізації. Тим не менш, незважаючи на зазначену простоту чисельної реалізації, навіть на прикладі цих елементарних моделей закономірності розсіювання електромагнітних хвиль практично не вивчені. Так, автори роботи [12] обмежилися побудовою діаграм розсіювання циліндром, зануреним під однорідний шар діелектрика, Фізичні результати роботи [11] також мають ілюстративний характер. А автори цих та інших робіт зовсім не досліджували закономірностей формування амплітудно-частотного відгуку, розподілу поля на поверхні структури, які становлять значний науковий інтерес. Підкреслимо також, що чисельно-аналітичні рішення відповідних задач дифракції побудовані для простих моделей середовища, що нараховує один-два однорідні шари [19-20].

1.2 Рівняння Максвела в регулярному середовищі (s-поляризація)

Віднесемо тривимірний простір до прямокутної декартової системи координат $X . Y . Z$. Вісь OZ направимо вертикально вгору, а вісь OY праворуч. Навколишньому середовищу відведемо область $0 < Z < +\infty$, а структурі область $-\infty < Z < 0$ ($-\infty < x, y < +\infty$). Сукупне середовище, що заповнює весь простір, характеризуватимемо комплекснозначними діадами діелектричної та магнітної проникності

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}(z) &= \varepsilon_t(z)(\vec{x}_0\vec{x}_0 + \vec{y}_0\vec{y}_0) + \varepsilon_z(z)\vec{z}_0\vec{z}_0, \\ \hat{\mu}(z) &= \mu_t(z)(\vec{x}_0\vec{x}_0 + \vec{y}_0\vec{y}_0) + \mu_z(z)\vec{z}_0\vec{z}_0,\end{aligned}\tag{1.1}$$

($\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ - орти осей $X . Y . Z$).

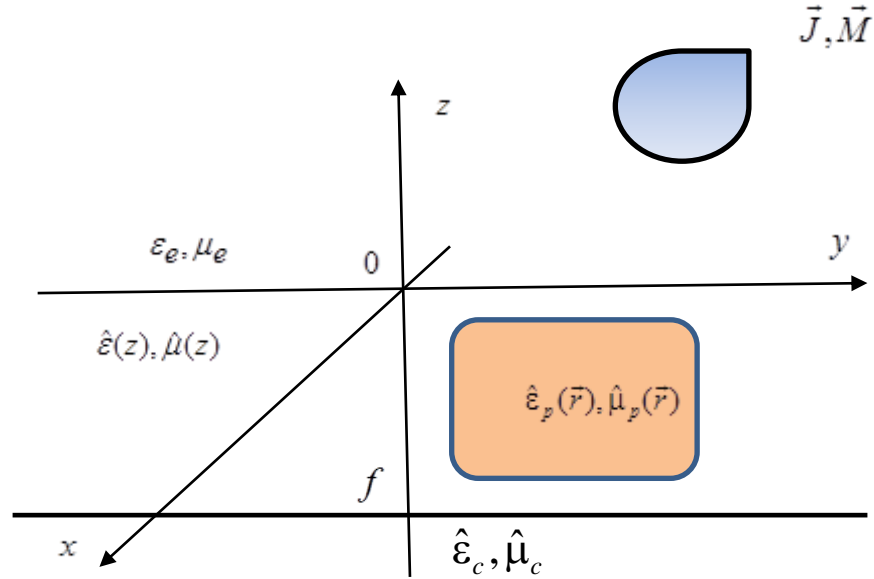


Рис. 1.

Навколишнє середовище однорідне і ізотропне, згідно з чим для кожного значення символу $\eta = \varepsilon$ або μ функції $\eta_t(z)$ та $\eta_z(z)$ приймають при $0 < z < +\infty$ постійні та однакові позитивні значення: $\eta_t(z) = \eta_z(z) = \eta_e > 0$. В області $-\infty < z < 0$ середовище складається з неоднорідного шару $f < z < 0$ та однорідній підложки $-\infty < z < f$. Неоднорідний шар і підложка - одновісні, з вертикальною оптичною віссю. У межах $f < z < 0$ величини $\eta_t(z), \eta_z(z)$ являють собою довільні частково-гладкі функції змінної z , а на інтервалі $-\infty < z < f$ вони набувають постійних значень $\eta_t(z) = \eta_{ct}$, $\eta_z(z) = \eta_{cz}$ ($\eta_{ct,z} = const$). Середовище в нижньому напівпросторі вважається дисипативним, тому уявні частини функцій $\eta_t(z)$ та $\eta_z(z)$ при $f < z < 0$ і постійних η_{ct}, η_{cz} позитивні. Випадок середовища без втрат входить у розгляд як граничний. Нехай сторонні монохроматичні джерела $\vec{J}(\vec{r})$ та $\vec{M}(\vec{r})$ розподіл яких не залежить від X , створюють в описаному вище регулярному середовищі поле $\vec{E}_0(\vec{r})$, $\vec{H}_0(\vec{r})$. Воно підпорядковується рівнянням Максвелла

$$\begin{aligned}\nabla_{\perp}^* \vec{E}_0(\vec{r}) - ik_0 \hat{\mu}(z) \vec{H}_0(\vec{r}) &= -(4\pi/c) \vec{M}(\vec{r}) \\ \nabla_{\perp}^* \vec{H}_0(\vec{r}) - ik_0 \hat{\epsilon}(z) \vec{E}_0(\vec{r}) &= (4\pi/c) \vec{J}(\vec{r})\end{aligned}\quad (1.2)$$

($-\infty < y, z < +\infty$), умовою безперервності горизонтальних компонентів поля на всіх поверхнях розділу та умовою випромінювання в нескінченності. Тут і надалі тимчасовий множник $e^{-i\omega t}$ опущений, c – швидкість світла у вакуумі, $k_0 = \omega/c$, $\vec{r} = (0, y, z)$, $\nabla_{\perp} = \vec{y}_0 \partial_y + \vec{z}_0 \partial_z$, * означає векторний витвір. З (1.2) видно, що вертикально (s) поляризована складова поля H_{ox} , E_{oy} , E_{oz} породжена компонентами M_x, J_y, J_z а горизонтально (p) поляризована складова E_{ox}, H_{oy}, H_{oz} - компонентами J_x, M_y, M_z .

1.3 Задача з включенням

Помістимо в шар $f < z < 0$ включення у формі нескінченно довгого циліндра з поперечним перерізом S , утворюючі якого паралельні осі Ox (Рис. 1.). Матеріал циліндра - одновісний, з вертикальною оптичною віссю. Він характеризується діадами діелектричної та магнітної проникності $\epsilon_{\rho}(\vec{r})$ та $\mu_{\rho}(\vec{r})$ виду (1.1). Компоненти цих діад $\epsilon_{\rho t}(\vec{r})$, $\epsilon_{p z}(\vec{r})$, $\mu_{p t}(\vec{r})$ являють собою кусочно-гладкі комплекснозначні функції змінного \vec{r} , від яких поки не конкретизуємо. Нехай S та область локалізації сторонніх джерел у площині $Y=0, Z=0$ не перетинаються. Тоді у зовнішності області S електромагнітне поле сторонніх джерел можна представити у вигляді $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$, $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}'$ де \vec{E}_0, \vec{H}_0 первинне поле, створюване джерелами у відсутності включення, а \vec{E}', \vec{H}' невідоме розсіяне поле. Поле у внутрішніх точках включення, що також підлягає відшуканню, при необхідності забезпечуємо індексом p :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_p(\vec{r}) \quad \vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_p(\vec{r}), \quad (\vec{r} \in S).$$

1.4 Функція Гріна

З цього моменту і далі розглядатимемо S - поляризоване поле $\vec{E} = (0, E_y, E_z)$, $\vec{H} = (H_x, 0, 0)$, поклавши, що $\vec{J} = (0, J_y, J_z)$, $\vec{M} = (M_x, 0, 0)$. Основні вирази для p – поляризованого поля наведено у розділі 2.

З рівнянь Максвелла в області CS доповнюючої до всієї площини $y=0$, умов сполучення для поля на границі L області S і формул Гріна випливають наступні співвідношення:

$$E'_y(\vec{r}) = [i / k_0 \varepsilon_t(z)] \partial_z H'_x(\vec{r}),$$

$$E'_z(\vec{r}) = - \left[i / k_0 \varepsilon(z) \right] \partial_y H'_x(\vec{r}) \quad (1.3)$$

$$H'_x(\vec{r}) = \int_L dt' \langle H_\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}'), H_{px}(\vec{r}') \rangle \quad (\vec{r} \in CS),$$

$$H_{ox}(\vec{r}) + \int_L dt' \langle H_\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}'), H_{px}(\vec{r}') \rangle = 0 \quad (\vec{r} \in S). \quad (1.4)$$

В цих функціях введено позначення

$$\langle H_\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}'), H_{px}(\vec{r}') \rangle \equiv H_\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}') [\varepsilon_{pz}^{-1}(\vec{r}') N'_y \partial_{y'} + \varepsilon_{pt}^{-1}(\vec{r}') N'_z \partial_{z'}] \rightarrow$$

$$\rightarrow H_{px}(\vec{r}') - H_{px}(\vec{r}') [\varepsilon_z^{-1}(\vec{z}') N'_y \partial_{y'} + \varepsilon_t^{-1}(\vec{z}') N'_z \partial_{z'}] H_\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}'),$$

dl' та \vec{N}' - елемент довжини контура L та нормаль до L в точці $(\vec{r}') \in L$, спрямована з S в CS : $\vec{N}' = (0, N'_y, N'_z)$. Функція Гріна $H_\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}')$ визначена як рішення рівняння

$$[D_\varepsilon(z) + k_\varepsilon^2(z) + \partial_y^2] H_\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}') = \varepsilon_z(z) \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \quad (1.5)$$

$(-\infty < y, z < +\infty)$, яка в точках розриву коефіцієнтів цього рівняння неперервна разом з $\varepsilon_t^{-1}(z) \partial_z H_\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}')$ (останнє - при $z \neq z'$), а в нескінченності задовільняє умові випромінювання.

Тут $D_\varepsilon(z) = \varepsilon_z(z)\partial_z\varepsilon_t^{-1}(z)\partial_z$, $k_\varepsilon^2(z) = k_0^2\varepsilon_z\mu_t(z)$, δ - дельта - функція Дірака.

В області S із рівнянь Максвелла й умов на внутрішніх межах розділу слідують співвідношення

$$\begin{aligned} E_{py}(\vec{r}') &= \left[i/k_0\varepsilon_{pt}(\vec{r}') \right] \partial_z H_{px}(\vec{r}'), \\ E_{pz}(\vec{r}') &= - \left[i/k_0\varepsilon_{pz}(\vec{r}') \right] \partial_y H_{px}(\vec{r}'), \end{aligned} \quad (1.6)$$

рівняння для $H_{px}(\vec{r})$:

$$\left[\partial_z \varepsilon_{pt}^{-1}(\vec{r}) \partial_z + \partial_y \varepsilon_{pt}^{-1}(\vec{r}) \partial_y + k_0 \mu_{pt}(\vec{r}) \right] H_{px}(\vec{r}) = 0 \quad (1.7)$$

і вимога безперервності величин $H_{px}(\vec{r})$, $[\varepsilon_{pt}^{-1}(\vec{r})n_z(\vec{r})\partial_z + \varepsilon_{pz}^{-1}(\vec{r})n_y(\vec{r})\partial_y]H_{px}(\vec{r})$ на всіх лініях в S, де коефіцієнти рівняння (1.7) відчуває розрив (\vec{n} – нормаль до лінії розриву: $\vec{n} = (0, n_y, n_z)$). Доповнимо рівняння (1.7) і згадану вимогу безперервності рівнянням, що випливає з тотожності (1.4)

$$\lim_{S \in \vec{r} \rightarrow \vec{r}_L} \int_L \langle H_\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}'), H_{px}(\vec{r}') \rangle dt' = -H_{0x}(\vec{r}_L) \quad (\vec{r} \in L) . \quad (1.8)$$

В результаті отримуємо замкнуту краєву задачу відносно $H_{px}(\vec{r})$ в області S. Співвідношення (1.8) відіграє роль нелокальної граничної умови, що враховує наявність зовнішньої області CS [21,22]. Якщо поле $H_{px}(\vec{r})$ відоме, рівняння (1.3.), (1.6) перетворюються в прямі формули для розрахунку H'_x , E'_y , E'_z та E_{py} , E_{pz} .

1.5 Первинне поле

З цього моменту рахуємо, що включення цілком знаходиться в однорідній ізотропній ділянці $d < z < b$ неоднорідного одновісного шару $f < z < 0$ ($f < d < b < 0$). В

межах цієї ділянки для кожного значення $\eta = \varepsilon$ або μ обидві функції $\eta_t(z)$ та $\eta_z(z)$ співпадають та приймають постійні значення η : $\varepsilon_{t,z}(z) = \varepsilon$, $\mu_{t,z}(z) = \mu$ ($\varepsilon, \mu = const$). Приведемо вираз для полів збуджуваних у регулярній структурі джерелами частного виду.

$$\text{Позначимо } k_e = k_0 \sqrt{\varepsilon_e \mu_e}, \quad k = k_0 \sqrt{\varepsilon \mu}, \quad k_{e\varepsilon} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{cz} \mu_{ct}},$$

($0 \leq \arg k_e, k, k_{e\varepsilon} < \pi$) і введемо до розгляду наступні функції комплексної змінної κ :

$$\begin{aligned} \gamma_{c\varepsilon} &= \left[\left(\frac{\varepsilon_{cz}}{\varepsilon_{ct}} \right) (k_{c\varepsilon}^2 - \kappa^2) \right]^{1/2}, \quad \gamma = [k^2 - \kappa^2]^{1/2}, \\ \gamma_e &= [k_e^2 - \kappa^2]^{1/2}, \quad \zeta(f, \kappa) = \gamma_{c\varepsilon}(\kappa) / k_0 \varepsilon_{ct} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Визначимо на інтервалі $f < z < d$ функцію $\Psi_\varepsilon^-(z, \kappa)$ як будь яке рішення рівняння

$$[D_\varepsilon(z) + k_\varepsilon^2(z) - \kappa^2] U(z) = 0, \quad (1.10)$$

яке в точках розриву коефіцієнтів цього рівняння при $f < z < d$ неперервне разом з $\varepsilon_t^{-1}(z) \partial_z U(z)$, а при $z=f+0$ підпорядковується граничній умові $[\partial_z + ik_0 \zeta(f, \kappa) \varepsilon_t(f+0)] \Psi_\varepsilon^-(z, \kappa) = 0$.

Далі рахуємо, що вказані умови в точках розриву «вбудовані» на відповідному інтервалі в рівнянні (1.10) і згадку про них ми опускаємо. Обчислимо величини

$$\begin{aligned} \zeta(d, \kappa) &= -\frac{1}{ik_0 \varepsilon_t(d-0)} \frac{\psi_\varepsilon^-(d-0, \kappa)}{\Psi_\varepsilon^-(d-0, \kappa)}, \\ \zeta(b, \kappa) &= \frac{\left[\zeta(d, \kappa) + \left(\gamma / ik_0 \varepsilon \right) tg(\gamma h) \right]}{\left[1 - (ik_0 \varepsilon / \gamma) \zeta(d, \kappa) tg(\gamma h) \right]} \end{aligned} \quad (1.11)$$

($\bullet \equiv \partial_z, h = b - d$) та побудуємо на інтервалі $b < z < 0$ функцію $\Phi_\varepsilon^-(z, \kappa)$. Вона є рішенням рівняння (1.10) при $b < z < 0$ та задовольняє при $z=b+0$ умові

$$[\partial_z + ik_0 \zeta(b, \kappa) \varepsilon_t(b+0)] \Phi_\varepsilon^-(z, \kappa) = 0.$$

Позначимо $\zeta(0, \kappa) = \frac{-\Phi_{-\varepsilon}^-(0, \kappa)}{ik_0 \varepsilon_t(-0) \Phi_\varepsilon^-(0, \kappa)}$. Величини ζ мають

сене вхідного імпедансу відповідної границі: $z=f, d, b$ або 0 - по відношенню до поля, джерела якого знаходяться вище цієї межі. Введемо на всій вісі $-\infty < z < +\infty$ рішення рівняння (1.10) наступного виду:

$$H_{(z, \kappa)}^- = \begin{cases} \exp(-i\gamma_e z) + R_s(0, \kappa) \exp(i\gamma_e z), & 0 < z < +\infty, \\ [1 + R_s(0, \kappa)] K^-(\kappa) F^-(z, \kappa), & -\infty < z < 0; \end{cases} \quad (1.12)$$

$$F_{(z, \kappa)}^- = \begin{cases} \Phi_\varepsilon^-(z, \kappa) / \Phi_\varepsilon^-(0, \kappa), & b < z < 0 \\ L^- \exp(i\gamma z) + M^- \exp(-i\gamma z), & d < z < b \\ N^- \Psi_\varepsilon^-(z, \kappa) / \Psi_\varepsilon^-(d-0, \kappa), & f < z < d \\ \exp[i\gamma_{ce}(f-z)] N^- \Psi_\varepsilon^-(f+0, \kappa) / \Psi_\varepsilon^-(d-0, \kappa), & -\infty < z < f \end{cases} \quad (1.13)$$

$$R_s(0, \kappa) = \frac{\gamma_e - k_0 \varepsilon_e \zeta(0, \kappa)}{\gamma_e + k_0 \varepsilon_e \zeta(0, \kappa)}, \quad K^-(\kappa) = \frac{\Phi_\varepsilon^-(b-0, \kappa)}{\Phi_\varepsilon^-(0, \kappa)},$$

$$2L^-(\kappa) = e^{-i\gamma b} [1 - k_0 \varepsilon \zeta(b, \kappa) / \gamma],$$

$$2M^-(\kappa) = e^{i\gamma b} [1 + k_0 \varepsilon \zeta(b, \kappa) / \gamma],$$

$$N^-(\kappa) = \cos(\gamma h) + (ik_0 \varepsilon) / \gamma \zeta(b, \kappa) \sin(\gamma h) \quad (1.14)$$

Визначимо загальний вірний лист C_r риманової поверхні функцій $\gamma(\kappa)$, $\gamma_e(\kappa)$ та $\gamma_{ce}(\kappa)$ умовами $\text{Im } \gamma(\kappa) \geq 0$, $\text{Im } \gamma_e(\kappa) \geq 0$, $\text{Im } \gamma_{ce}(\kappa) \geq 0$. При $\kappa = C_r$ функція $H_{0x}(\vec{r}) = \exp(i\kappa y) A_s^- H^-(z, \kappa)$ очевидно, описує поле, яке збуджується в середовище s - поляризовані плоскою хвилею з амплітудою A_s^- ,

яка падає з верхнього напівпростору в напрямку хвильового вектора $\vec{y}_0 \kappa - \vec{z}_0 \gamma_e$.

Хай κ' довільний корінь рівняння

$$\gamma_e(\kappa) + k_0 \zeta(0, \kappa) \varepsilon_e = 0. \quad (1.15)$$

Поклав $A_s^- = A_s^- [\gamma_e + k_0 \zeta(0, \kappa) \varepsilon_e] / 2 \gamma_e$, зробимо в попередньому виразі для H_{0x} (\vec{r}) граничний перехід $\kappa \rightarrow \kappa'$. В результаті отримуємо первинне поле у вигляді нормальної хвилі шаруватого середовища

$$H_{0x}(\vec{r}) = \exp(i \kappa' y) A_s' H_n(z, \kappa'),$$

де

$$H_n(z, \kappa') = \begin{cases} \exp[i \gamma_e(\kappa') z], & 0 < z < +\infty \\ K^-(\kappa') F^-(z, \kappa'), & -\infty < z < 0 \end{cases} \quad (1.16)$$

Позначимо $\zeta(0, \kappa) = \gamma_e(\kappa) / k_0 \varepsilon_e$ і введемо до розгляду функцію $\Phi_\varepsilon^+(z, \kappa)$ – рішення рівняння (1.10) на інтервалі $b < z < 0$, задовольняюче при $z=0$ граничній умові

$$[\partial_z - i k_0 \varepsilon_t(-0) \zeta(0, \kappa)] \Phi_\varepsilon^+(z, \kappa) = 0.$$

Побудуємо величини

$$\zeta(b, \kappa) = \frac{1}{i k_0 \varepsilon_t(b+0)} \frac{\Phi_\varepsilon^+(b+0, \kappa)}{\Phi_\varepsilon^+(b+0, \kappa)'} \quad (1.17)$$

$$\zeta(d, \kappa) = [\zeta(b, \kappa) + (\gamma / i k_0 \varepsilon) \operatorname{tg}(\gamma h)] / [1 - (i k_0 \varepsilon / \gamma) \zeta(b, \kappa) \operatorname{tg}(\gamma h)]$$

і функцію $\Psi_\varepsilon^+(z, \kappa)$. Остання визначена на інтервалі $f < z < d$ як рішення рівняння (1.10), підпорядковане при $z=d-0$ умові $[\partial_z - i k_0 \varepsilon_t(d-0) \zeta(d, \kappa)] \Psi_\varepsilon^+(z, \kappa) = 0$.

Пов'яжемо з $\Psi_\varepsilon^+(z, \kappa)$ функцію змінного κ : $\zeta(f, \kappa) = \Psi_\varepsilon^+(f+0, \kappa) / i k_0 \varepsilon_t(f+0) \Psi_\varepsilon^+(f+0, \kappa)$. Величини ζ мають сенс вхідного імпедансу відповідної межі ($z=0, b, d$, або f) по відношенню до поля

джерела якого знаходяться нижче цієї границі. Позначимо через $H^+(z, \kappa)$ наступне рішення рівняння (1.10) на всій осі:

$$H^+(z, \kappa) = \begin{cases} [1 + Q_s(f, \kappa)]K^+(\kappa)F^+(z, \kappa), & f < z < +\infty, \\ \exp[i\gamma_{ce}(z - f)] + Q_s(f, \kappa)\exp[i\gamma_{ce}(f - z)], & -\infty < z < f \end{cases} \quad (1.18)$$

$$F^+(z, \kappa) = \begin{cases} \exp(i\gamma_e z)N^+\Phi_\varepsilon^+(-0, \kappa)/\Phi_\varepsilon^+(b + 0, \kappa), & 0 < z < +\infty, \\ N^+\Phi_\varepsilon^+(z, \kappa)/\Phi_\varepsilon^+(b + 0, \kappa) & b < z < 0, \\ L^+\exp(i\gamma z) + M^+\exp(-i\gamma z), & d < z < b, \\ \Psi_\varepsilon^+(z, \kappa)/\Psi_\varepsilon^+(f + 0, \kappa), & f < z < d; \end{cases} \quad (1.19)$$

$$Q_s(f, \kappa) = \frac{\gamma_{ce} - k_0 \varepsilon_{ct} \zeta(f, \kappa)}{\gamma_{ce} + k_0 \varepsilon_{ct} \zeta(f, \kappa)}, \quad K^+(\kappa) = \frac{\Psi_\varepsilon^+(d - 0, \kappa)}{\Psi_\varepsilon^+(f + 0, \kappa)},$$

$$2L^+(\kappa) = e^{-i\gamma d} [1 + k_0 \varepsilon \zeta(d, \kappa) / \gamma],$$

$$2M^+(\kappa) = e^{i\gamma d} [1 - k_0 \varepsilon \zeta(d, \kappa) / \gamma], \quad (1.20)$$

$$N^+(\kappa) = \cos(\gamma h) + (ik_0 \varepsilon / \gamma) \zeta(d, \kappa) \sin(\gamma h).$$

Легко бачити, що при $\kappa = C_r$ функція $H_{0x}(\vec{r}) = \exp(i\gamma y)A_S^+ H^+(z, \kappa)$ описує первинне поле, яке збуджується плоскою хвилею з амплітудою A_S^+ , яка приходить нижнього середовища в напрямленні хвильового вектора $\vec{y}_0 \kappa + \vec{z}_0 \gamma_{ce}$.

1.6 Функція Гріна регулярної задачі

Скориставшись стандартною схемою будування функції $H_\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}')$ шляхом розкладання в інтеграл Фур'є, отримаємо наступний результат:

$$H_\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\kappa}{\Delta_\varepsilon(\kappa)} H^+(z_>, \kappa) H^-(z_<, \kappa) e^{i\kappa(y - y')}, \quad (1.21)$$

де

$\Delta_\varepsilon(\kappa) = \varepsilon_t^{-1}(z)[H^-(z, \kappa)\partial_z H^+(z, \kappa) - H^+(z, \kappa)H^-(z, \kappa)], \quad z_> = \max(z, z'), z_< = \min(z, z')$. Контур інтегрування тут і в наступних вираженнях (1.27), (1.29), (1.30) вважається лежачим на вірному листі S_r .

На ділянці $-k_e < \kappa < k_e$ він співпадає з тим берегом розрізу по лінії $\text{Im}\gamma_e(\kappa) = 0$, де $\text{arg}\gamma_e(\kappa) = 0$. Значення функції $\gamma_e(\kappa)$ у точках згаданого контура можна записати як $\gamma_e(\kappa) = \sqrt{k_e^2 - \kappa^2}$ при $-k_e < \kappa < k_e$, та $\gamma_e(\kappa) = i\sqrt{\kappa^2 - k_e^2}$ при $\kappa > k_e$ або $\kappa < -k_e$ (тут фігурує арифметичний квадратний корінь).

Величини $H^\pm(z, \kappa)$, отже, і підінтегральний вираз (1.21) не залежать від вибору $\gamma(\kappa)$. Це характерно для отриманих з використанням (1.21) формул (1.27), (1.29), (1.30), (1.33). Підкреслимо, однак, що всюди протягом цієї роботи фігурує та сама гілка $\gamma(\kappa)$. Її зручно, наприклад, зафіксувати проведенням розрізів по лінії $\text{Im}\gamma(\kappa)=0$ та вимогою $\text{Im}\gamma(\kappa)>0$ в інших точках комплексної площини.

1.7 Поле всередині включення

Обмежимося надалі частим випадком, коли, по-перше, циліндр має круговий переріз радіуса a з центром у точці $\vec{r}_p = (0, y_p, z_p)$, тобто $S = \{\vec{r} - \vec{r}_p < a\}$ ($b+a < z_p < -a$), по-друге, матеріал циліндра ізотропний і радіально-шаруватий:

$\varepsilon_{pt}(\vec{r}) = \varepsilon_{pz}(\vec{r}) - \varepsilon_p(\varrho)$, $\mu_{pt}(\vec{r}) = \mu_{pz}(\vec{r}) - \mu_p(\varrho)$. Тут $\varepsilon_p(\varrho)$ та $\mu_p(\varrho)$ - деякі кусково-гладкі комплекснозначні функції змінного $\varrho = \left[(y - y_p)^2 + (z - z_p)^2 \right]^{1/2}$. Нехай $R_\varepsilon(\varrho, v)$ - довільне рішення рівняння з (комплекснозначним) параметром v :

$$\left[\frac{\varepsilon_p(\varrho)}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varrho} \frac{\varrho}{\varepsilon_p(\varrho)} \frac{\partial}{\partial \varrho} + k_0^2 \varepsilon_p(\varrho) - \frac{v^2}{\varrho^2} \right] R_\varepsilon(\varrho, v) = 0; \quad (1.22)$$

($0 < \varrho < a$), яке в точках розриву коефіцієнтів цього рівняння безперервно разом з $\varepsilon_p^{-1}(\varrho) \partial R_\varepsilon(\varrho, v) / \partial \varrho$, а в точці $\varrho = 0$ обмежено.

Тоді рішення рівняння (1.7), задовольняюче належним умовам неперервності на внутрішніх межах розділу, дається виразом:

$$H_{px}(\vec{r}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i^m H_m R_\varepsilon(\varrho, m) \exp(im\varphi), \quad (1.23)$$

де $0 \leq \varrho \leq a$, H_m - невизначені коефіцієнти, φ - кут полярної системи координат ϱ, φ в площині yOz з центром в точці $\vec{r}_p: y - y_p = \varrho \cos\varphi$, $z - z_p = \varrho \sin\varphi$.

1.8 Система лінійних рівнянь

Підстановка (1.23) в нелокальну граничну умову (1.8) доставляє нескінченну систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів H_m :

$$H_m + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{mn} H_n = F_m, \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.24)$$

Техніка відповідних обчислень наведена до прикладу, в [14]. Коефіцієнти при невідомих праві частини мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} C_{mn} &= g_\varepsilon(m, n) p_\varepsilon(n) / \pi q_\varepsilon(m), \\ F_m &= f_\varepsilon(m) / \pi q_\varepsilon(m); \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$\begin{aligned} p_\varepsilon(n) &= \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p(a)} \frac{\partial R_\varepsilon(a, n)}{\partial a} I_n(k, a) - R_\varepsilon(a, n) \frac{\partial I_n(ka)}{\partial a}, \\ q_\varepsilon(m) &= \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p(a)} \frac{\partial R_\varepsilon(a, m)}{\partial a} H_m^{(1)}(k, a) - R_\varepsilon(a, m) \frac{\partial H_m^{(1)}(ka)}{\partial a}, \end{aligned} \quad (1.26)$$

$$f_\varepsilon(m) = \int_0^{2\pi} d\varphi H_{0x}(\vec{r}_L(\varphi)) e^{-im\varphi} / I_m(ka) \pi a i^{m+1}.$$

Тут використані наступні позначення: $H_m^{(1)}$ та I_m функція Ханкеля першого роду та функція Бесселя порядку m , \vec{r}_L – змінна точка на контурі L :

$$\vec{r}_L(\varphi) = (0, y_p + a \cos\varphi, z_p + a \sin\varphi).$$

$$g_\varepsilon(m, n) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa [\chi^{-m} \Delta_{1s}(\kappa, n) + \chi^m \Delta_{2s}(\kappa, n)] / \Delta_s(\kappa); \quad (1.27)$$

$$\Delta_{1s}(\kappa, n) = e^{-2i\gamma d} R_s(d, \kappa) [\chi^{-n} e^{2i\gamma z_p} + \chi^n e^{2i\gamma b} Q_s(b, \kappa)],$$

$$\Delta_{2s}(\kappa, n) = e^{2i\gamma b} Q_s(b, \kappa) [\chi^n e^{-2i\gamma z_p} + \chi^{-n} e^{-2i\gamma d} R(d, \kappa)],$$

$$R_s(d, \kappa) = \frac{\gamma - k_0 \varepsilon \zeta(d, \kappa)}{\gamma - k_0 \varepsilon \zeta(d, \kappa)}, \quad Q_s(b, \kappa) = \frac{\gamma - k_0 \varepsilon \zeta(b, \kappa)}{\gamma - k_0 \varepsilon \zeta(b, \kappa)} \quad (1.28)$$

$$\Delta_s(\kappa) = 1 - R_s(d, \kappa) Q_s(b, \kappa) \exp(2i\gamma h),$$

$\chi(\kappa) = [\kappa + i\gamma(\kappa)] / k$. В окремому випадку, коли первинне поле в шарі $d < z < b$ визначається виразом $H_{0x}(\vec{r}) = \exp(i\kappa_0 y) [L_0 \exp(i\gamma_0 z) + M_0 \exp(-i\gamma_0 z)]$, коефіцієнт $f_\varepsilon(m)$ з (1.26) набуває вигляд

$$f_\varepsilon(m) = (2/ia) \exp(i\kappa_0 y) [L_0 \chi^{-m}(\kappa_0) \exp(i\gamma_0 z_p) + M_0 \chi^m(\kappa_0) \exp(-i\gamma_0 z_p)], \quad \gamma_0 = \gamma(\kappa_0).$$

1.9 Розсіяне поле

Враховуючи, що рішення системи рівнянь (1.24) відомо, підставимо формулу (1.23) з урахуванням (1.21) в нижнє із співвідношень (1.3). В результаті отримаємо наступне вираження для розсіяного поля для зовнішності включення:

при $b < z < +\infty$ –

$$H'_x(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa u_\varepsilon(z, \kappa) t_\varepsilon(\kappa) e^{i\kappa(y-y_p)} P_\varepsilon(\kappa) / 2i\gamma \Delta_s, \quad (1.29)$$

а при $-\infty < z < d$ –

$$H'_x(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx v_\varepsilon(z, \kappa) r_\varepsilon(\kappa) e^{i\kappa(y-y_p)} S_\varepsilon(\kappa) / 2i\gamma\Delta_s \quad (1.30)$$

Тут

$$\begin{aligned} t_\varepsilon(\kappa) &= \exp(i\gamma b) [1 + Q_s(b, \kappa) \phi_\varepsilon^+(-0, \kappa) / \phi_\varepsilon^+(b + 0, \kappa)], \\ r_\varepsilon(\kappa) &= \exp(-i\gamma d) [1 + R_s(d, \kappa) \Psi_\varepsilon^-(f + 0, \kappa) / \Psi_\varepsilon^-(d - 0, \kappa)], \\ P_\varepsilon(\kappa) &= F_\varepsilon(\kappa) \exp(-i\gamma z_p) + G_\varepsilon(\kappa) R_s(d, \kappa) \exp[i\gamma(z_p - 2d)], \\ S_\varepsilon(\kappa) &= G_\varepsilon(\kappa) \exp(i\gamma z_p) + F_\varepsilon(\kappa) Q_s(b, \kappa) \exp[i\gamma(2b - z_p)], \\ F_\varepsilon(\kappa) &= a \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_m p_\varepsilon(m) \chi^m(\kappa), \end{aligned} \quad (1.31)$$

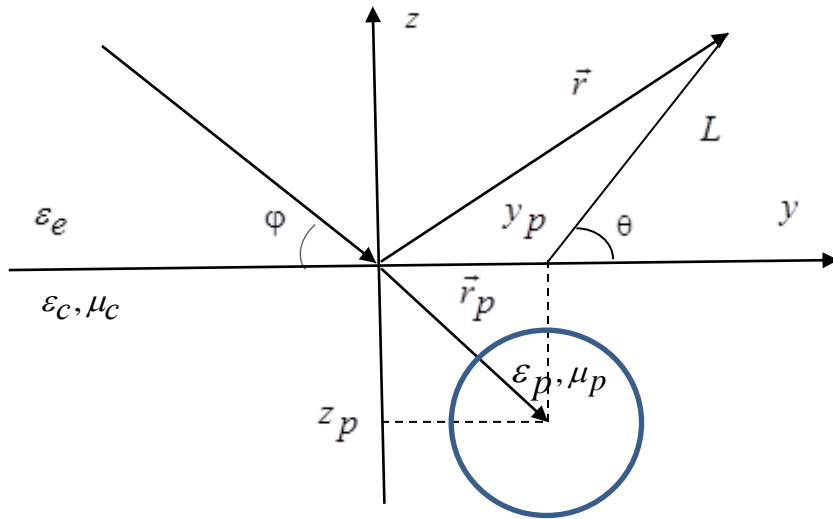


Рис.2. Розсіяне поле

$$G_\varepsilon(\kappa) = a \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_m p_\varepsilon(m) \chi^{-m}(\kappa).$$

Функція $u_\varepsilon(z, \kappa)$, визначена на інтервалі $b < z < +\infty$ дорівнює $\exp(i\gamma_\varepsilon z)$ при $0 < z < +\infty$ та $\Phi_\varepsilon^+(z, \kappa) / \Phi_\varepsilon^+(-0, \kappa)$ при $b < z < 0$. Функція $u_\varepsilon(z, \kappa)$, яка задана в

області $-\infty < z < d$, співпадає з $\Psi_{\varepsilon}^{-}(z, \kappa) / \Phi_{\varepsilon}^{-}(f + 0, \kappa)$ при $f < z < d$ та дорівнює $\exp[i\gamma_{c\varepsilon}(d - z)]$ при $-\infty < z < f$.

Застосувавши до обчислення інтеграла в (1.29) метод стаціонарної фази, приходимо до наступного вираження для розсіяного поля у верхньому півпросторі ($0 < \theta < \pi$), справедливому при $k_e L \cos^2 \theta \gg 1$:

$$H'_x(\vec{r}) = \sqrt{\pi} t_{\varepsilon}(\kappa_s) P_{\varepsilon}(\kappa_s) e^{i(k_e L - 3\pi/4)} / \sqrt{2k_e L} \Delta_s(\kappa_s) \quad (1.32)$$

В цій формулі L та θ – полярна система координат в площині yOz з центром в точці $(0, y_p, 0)$: $y - y_p = L \cos \theta$, $z = L \sin \theta$; $\kappa_s = k_e \cos \theta$.

Деформація контура інтегрування в (1.21) в верхню півплощину листа C_r призводить до відомого представлення функції $H_{\varepsilon}(\vec{r}, \vec{r}')$ у вигляді розкладення по власним хвилям регулярного середовища [23]. Відповідне представлення для розсіяного поля в області $-\infty < z < +\infty$, $|y - y_p| > a$ описується наступної формулою:

$$\begin{aligned} H'_x(\vec{r}) &= (2\pi/\varepsilon) \left[\sum_k H_n(z, \kappa_k) e^{i\kappa_k |y - y_p|} h_k / 2i\kappa_k M_{sk} + i \int_{\Gamma} d\kappa H^{-}(z, \kappa) \exp[i\kappa |y - y_p|] h_{-}(\kappa) / M_{se}(\kappa) + \right. \\ &\left. + i \int_{G_s} d\kappa H^{+}(z, \kappa) \exp[i\kappa |y - y_p|] h_{+}(\kappa) / M_{sc}(\kappa) \right] \quad (1.33) \end{aligned}$$

Тут \sum_k сума по всім кореням κ_k рівняння (1.15), які лежать на C_r у верхній півплощині $C_r^{+} = \{\kappa: \text{Im} \kappa > 0\} \cup \{\kappa: \text{Im} \kappa = 0, R_e \kappa > 0\}$ (зауважимо що через дисипативні втрати в середовищі згаданих коренів на речовій осі κ нема). Γ та C_s – орієнтовані контури в C_r . Контур Γ включає позитивну частину мнімої осі й відрізок $0 < \kappa < k_e$ речової осі. Він співпадає з тим берегом розрізу $\text{Im} \gamma_e(\kappa) = 0$ у верхній півплощині на якому $\arg \gamma_e(\kappa) = 0$, і проходить у напрямку від точки $\kappa = k_e$ в бескінечність, співпадає з тим

берегом розрізу $\text{Im}\gamma_{c\varepsilon}(\kappa) = 0$ на множені C_r^+ , де $\arg\gamma_{c\varepsilon}(\kappa) = 0$. Далі позначимо:

$$\begin{aligned} M_{se}(\kappa) &= 4\pi\gamma_e(\kappa)R_s(0, \kappa)/\varepsilon_e, \\ M_{sc}(\kappa) &= 4\pi\gamma_{c\varepsilon}(\kappa)Q_s(f, \kappa)\varepsilon_{ct}, \\ M_{sk} &= \frac{1}{2\varepsilon_e} \left[\frac{i}{\gamma_e(\kappa)} + \frac{k_0\varepsilon_e}{i\kappa} \frac{d\zeta(0, \kappa)}{d\kappa} \right] / \kappa = \kappa_k, \end{aligned} \quad (1.34)$$

$h_k = h_-(\kappa_k)$. Величини $h_v(\kappa)$ ($v = \pm$) відповідно випадкам $y > y_p - a$ даються виразами

$$h_v(\kappa) = L^v(\kappa)G_\varepsilon(\kappa) \exp(i\gamma z_p) + M^v(\kappa)F_\varepsilon(\kappa) \exp(-i\gamma z_p), \quad (1.35)$$

$$h_v(\kappa) = L^v(\kappa)F_\varepsilon^\sim(\kappa) \exp(i\gamma z_p) + M^v(\kappa)G_\varepsilon^\sim(\kappa) \exp(-i\gamma z_p), \quad \text{де}$$

$$F_\varepsilon^\sim(\kappa) = a \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_m p_e(m) [-\chi(\kappa)]^m; \quad (1.36)$$

$$G_\varepsilon^\sim(\kappa) = a \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_m p_e(m) [-\chi(\kappa)]^{-m}.$$

2. ЗАДАЧА РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА АНІЗОТРОПНОМУ ВКЛЮЧЕННІ В АНІЗОТРОПНОМУ ШАРІ (p – поляризація)

Використовуємо ту ж модель багатошарової структури з включенням й ті ж самі позначення, що і в розділі 1.

Розсіянні поля записуються у вигляді:

$$\begin{aligned} H'_y(\vec{r}) &= -[i/k_0 \mu_t(z)] \partial_z E'_x(\vec{r}), \\ H'_z(\vec{r}) &= -[i/k_0 \mu_z(z)] \partial_z E'_x(\vec{r}), \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$E'_x(\vec{r}) = \int_L dI' \langle H_\mu(\vec{r}, \vec{r}') E_{px}(\vec{r}') \rangle \quad (\vec{r}' \in CS).$$

Всередині включення поле задовільняє наступному співвідношенню:

$$E_{0x}(\vec{r}) = \int_L dI' \langle H_\mu(\vec{r}, \vec{r}') E_{px}(\vec{r}') \rangle = 0, \quad (2.2)$$

де

$$\begin{aligned} \langle H_\mu(\vec{r}, \vec{r}'), E_{px}(\vec{r}') \rangle &\equiv H_\mu(\vec{r}, \vec{r}') [\mu_{pz}^{-1}(z') N'_y \partial_{y'} + \mu_{pt}^{-1}(\vec{r}') N'_z \partial_{z'}] \rightarrow \\ &\rightarrow E_{px}(\vec{r}') - E_{px}(\vec{r}') [\mu_z^{-1}(z) N'_y \partial_{y'} + \mu_t^{-1}(\vec{r}') N'_z \partial_{z'}] H_\mu(\vec{r}, \vec{r}'). \end{aligned}$$

Функція $H_\mu(\vec{r}, \vec{r}')$ визначена як рішення граничної задачі

$$[D_\mu(z) + k_\mu^2(z) + \partial_y^2] H_\mu(\vec{r}, \vec{r}') = \mu_z \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

з відповідними граничними умовами.

Тут $D_\mu(z) = \mu_z(z) \partial_z \mu_t^{-1}(z) \partial_z$, $k_\mu^2(z) = k_0^2 \mu_z(z) \varepsilon_t(z)$.

Поле в середині включення задовольняє рівнянню:

$$[\partial_z \mu_{pt}^{-1}(\vec{r}) \partial_z + \partial_y \mu_{pz}^{-1}(\vec{r}) \partial_y + k_0^2 \epsilon_{pt}(\vec{r})] E_{px}(\vec{r}) = 0,$$

де величини $E_{px}(\vec{r})$ та $[\mu_{pz}^{-1}(\vec{r}) n_z(\vec{r}) \partial_z + \mu_{pz}^{-1}(\vec{r}) - n_y(\vec{r}) \partial_y] E_{px}(\vec{r})$ неперервні на всіх лініях розриву коефіцієнтів рівняння.

Нелокальна гранична умова має вигляд:

$$\lim_{s \in \vec{r} \rightarrow \vec{r}_L} \int_L \langle H_\mu(\vec{r}, \vec{r}'), E_{px}(\vec{r}') \rangle dl' = -E_{ox}(\vec{r}_L) \quad (\vec{r} \in L). \quad (2.3)$$

Випишемо кінцеві вираження для первинних полів:

- для хвилі шаруватого середовища, падаючої із верхнього півпростору

$$E_{px}(\vec{r}) = \exp(i\kappa y) A_h^- E^-(z, \kappa),$$

де

$$E_{(z, \kappa)}^- = \begin{cases} \exp(-i\gamma_e z) + R_p(0, \kappa) \exp(i\gamma_e z), & 0 < z < +\infty, \\ [1 + R_p(0, \kappa)] K^-(\kappa) F^-(z, \kappa), & -\infty < z < 0; \end{cases}$$

$$F_{(z, \kappa)}^- = \begin{cases} \Phi_\mu^-(z, \kappa) / \Phi_\mu^-(0, \kappa), & b < z < 0 \\ L^- \exp(i\gamma z) + M^- \exp(-i\gamma z), & d < z < b \\ N^- \Psi_\mu^-(z, \kappa) / \Psi_\mu^-(d - 0, \kappa), & f < z < d \\ \exp[i\gamma_{c\mu}(f - z)] N^- \Psi_\mu^-(f + 0, \kappa) / \Psi_\mu^-(d - 0, \kappa), & -\infty < z < f \end{cases}$$

$$K_{(\kappa)}^- = \frac{\Phi_\mu^-(b-0, \kappa)}{\Phi_\mu^-(-0, \kappa)}; \quad R_p(0, \kappa) = \frac{\gamma_e v(0, \kappa) - k_0 \mu_e}{\gamma_e v(0, \kappa) + k_0 \mu_e};$$

$$\gamma_{c\mu} = \left[\frac{\mu_{cz}}{\mu_{ct}} (k_{c\mu}^2 - \kappa^2) \right]^{1/2}; \quad k_{c\mu} = k_0 (\mu_{cz} \epsilon_{ct})^{1/2};$$

$$2L^-(\kappa) = e^{-i\gamma b} [v(b, \kappa) - k_0 \mu / \gamma].$$

$$2M^-(\kappa) = e^{i\gamma b} [v(b, \kappa) + k_0 \mu / \gamma];$$

$$N^-(\kappa) = \cos(\gamma h) v(b, \kappa) + \sin(\gamma h) (i k_0 \mu / \gamma).$$

Функції $\Psi_\mu^-(z, \kappa)$ визначені на інтервалі $f < z < d$ як рішення наступної задачі:

$$[D_\mu(z) + k_\mu^2(z) - \kappa^2] \Psi_\mu^-(z, \kappa) = 0, \quad f < z < d,$$

$$[v(f, \kappa) \partial_z + i k_0 \mu_t (f + 0)] \Psi_\mu^-(z, \kappa) = 0, \quad z = f + 0.$$

Функції $\Phi_\mu^-(z, \kappa)$ визначені на інтервалі $b < z < 0$ як рішення наступної задачі:

$$[D_\mu(z) + k_\mu^2(z) - \kappa^2] \Phi_\mu^-(z, \kappa) = 0, \quad b < z < 0,$$

$$[v(f, \kappa) \partial_z + i k_0 \mu_t (b + 0)] \Phi_\mu^-(z, \kappa) = 0, \quad z = b + 0.$$

Величина v має сенс вхідного адмитаксу відповідної межі по відношенню до поля, джерела якого розташовані вище цієї межі;

- для хвилі шаруватого середовища, падаючої з верхнього середовища

$$E_{0x}(\vec{r}) = \exp(i \kappa y) A_p^+ E^+(z, \kappa),$$

де

$$E^+(z, \kappa) = \begin{cases} [1 + Q_p(f, \kappa)] K^+(\kappa) F^+(z, \kappa) & f < z < +\infty \\ \exp[i\gamma_{c\mu}(z - f)] Q_p(f, \kappa) \exp[i\gamma_{c\mu}(z - f)], & -\infty < z < f \end{cases}.$$

$$F^+(z, \kappa) =$$

$$\begin{cases} \Psi_\mu^-(z, \kappa) / \Psi_\mu^+(f + 0, \kappa), & f < z < d \\ L^+ \exp(i\gamma z) + M^+ \exp(-i\gamma z), & d < z < b \\ N^+ \Phi_\mu^+(z, \kappa) / \Phi_\mu^+(b + 0, \kappa), & b < z < 0 \\ \exp(i\gamma_\varepsilon z) N^+ \Phi_\mu^+(-0, \kappa) / \Phi_\mu^+(b + 0, \kappa), & 0 < z < +\infty \end{cases}$$

$$Q_p(f, \kappa) = \frac{\lambda(f, \kappa) \gamma_{c\mu} - k_0 \mu_{ct}}{\lambda(f, \kappa) \gamma_{c\mu} + k_0 \mu_{ct}}, \quad K^+(\kappa) = \frac{\Psi_\mu^+(d-0, \kappa)}{\Psi_\mu^+(f+0, \kappa)},$$

$$2L^+(\kappa) = e^{-i\gamma d} [\lambda(d, \kappa) + k_0 \mu / \gamma],$$

$$2M^+(\kappa) = e^{i\gamma d} [\lambda(d, \kappa) - k_0 \mu / \gamma],$$

$$N^+(\kappa) = \lambda(d, \kappa) \cos \gamma h + i k_0 \mu / \gamma \zeta(d, \kappa) \sin \gamma h.$$

Функції $\Psi_\mu^+(z, \kappa)$ визначені на інтервалі $f < z < d$ як рішення задачі:

$$[D_\mu(z) + k_\mu^2(z) - \kappa^2] \Psi_\mu^+(z, \kappa) = 0, \quad f < z < d$$

$$[\lambda(d, \kappa) \partial_z - i k_0 \mu_t (d - 0)] \Psi_\mu^+(z, \kappa) = 0, \quad z = d - 0.$$

Функції $\Phi_\mu^+(z, \kappa)$ визначені на інтервалі $b < z < 0$ як рішення задачі:

$$[D_\mu(z) + k_\mu^2(z) - \kappa^2] \Phi_\mu^+(z, \kappa) = 0 \quad b < z < 0$$

$$[\lambda(0, \kappa) \partial_z - k_0 \mu_t (-0)] \Phi_\mu^+(z, \kappa) = 0 \quad z = -0.$$

Величина λ має сенс вхідного адмитансу відповідної границі з її нижнього боку відносно поля, джерела якого знаходяться нижче цієї границі.

Функція Гріна регулярної задачі знаходиться із вираження:

$$H_\mu(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\kappa}{\Delta_\mu(\kappa)} E^+(z_>, \kappa) E^-(z_<, \kappa) e^{i\kappa(y-y')}, \quad (2.4)$$

де

$$\Delta_\mu(\kappa) = \mu_t^{-1}(z) [E^-(z, \kappa) \partial_z E^+(z, \kappa) - E^+(z, \kappa) E^-(z, \kappa)].$$

Поле всередині включення представимо наступним чином:

$$E_{px}(\vec{r}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i^m E_m R_\mu(q, m) \exp(im\varphi). \quad (2.5)$$

Випишемо нескінченну систему алгебраїчних рівнянь у кінцевому вигляді.

$$E_m + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{mn} E_n = F_m, \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.6)$$

де

$$C_{mn} = g_\mu(m, n)p_\mu(n)/\pi q_\mu(m);$$

$$F_m = f_\mu(m)/\pi q_\mu(m);$$

$$p_\mu(n) = \frac{\mu}{\mu_p(a)} \frac{\partial R_\mu(a, n)}{\partial a} I_n(ka) - R_\mu(a, n) \frac{\partial I_n(ka)}{\partial a}, \quad (2.7)$$

$$q_\mu(m) = \frac{\mu}{\mu_p(a)} \frac{\partial R_\mu(a, m)}{\partial a} H_m^{(1)}(ka) - R_\mu(a, m) \frac{\partial H_m^{(1)}(ka)}{\partial a},$$

$$f_\mu(m) = \int_0^{2\pi} d\varphi E_{ox}(\vec{r}_L(\varphi)) e^{-im\varphi} / J_m(ka) \pi a i^{m+1}.$$

Ми використовуємо наступні позначення

$$g_\mu(m, n) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa [\chi^{-m} \Delta_{1p}(\kappa, n) + \chi^m \Delta_{2p}(\kappa, n)] / \gamma \Delta_p(\kappa),$$

$$\Delta_{1p}(\kappa, n) = e^{-2i\gamma d} R_p(d, \kappa) [\chi^{-n} e^{2i\gamma z_p} + \chi^n e^{2i\gamma b} Q_p(b, \kappa)],$$

$$\Delta_{2p}(\kappa, n) = e^{2i\gamma b} Q_p(b, \kappa) [\chi^n e^{-2i\gamma z_p} + \chi^{-n} e^{-2i\gamma d} R_p(d, \kappa)]; \quad (2.8)$$

$$R_p(d, \kappa) = \frac{\gamma v(d, \kappa) - k_0 \mu}{\gamma v(d, \kappa) + k_0 \mu}; \quad Q_p(b, \kappa) = \frac{\lambda(b, \kappa) \gamma - k_0 \mu}{\lambda(b, \kappa) \gamma + k_0 \mu};$$

$$\Delta_p(\kappa) = 1 - R_p(d, \kappa) Q(b, \kappa) \exp(2i\gamma h);$$

$$\chi(\kappa) = [\kappa + i\gamma(\kappa)] / k.$$

Розсіяне поле у верхній півпростір відображається виразом

$$E'_x(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa u_\mu(z, \kappa) t_\mu(\kappa) e^{i\kappa(y-y_p)} P_\mu(\kappa) / 2i\gamma \Delta_p, \quad (2.9)$$

де

$$t_\mu(\kappa) = \exp(i\gamma b) [1 + Q_p(b, \kappa)] \Phi_\mu^+(-0, \kappa) / \Phi_\mu^+(b + 0, \kappa),$$

$$P_\mu(\kappa) = F_\mu(\kappa) \exp(-i\gamma z_p) + G_\mu(\kappa) R_p(d, \kappa) \exp[i\gamma(z_p - 2d)];$$

$$F_\mu(\kappa) = a \sum_{m=-\infty}^{+\infty} E_m p_\mu(m) \chi^m(\kappa),$$

$$G_{\mu}(\kappa) = a \sum_{m=-\infty}^{+\infty} E_m p_{\mu}(m) \chi^{-m}(\kappa);$$

$$u_{\mu}(z, \kappa) = \begin{cases} \exp(i\gamma_e z), & 0 < z < +\infty \\ \Phi_{\mu}^{+}(z, \kappa) / \Phi_{\mu}^{+}(-0, \kappa) e, & b < z < 0 \end{cases} .$$

Розсіяне у верхнє середовище поле у дальньої зоні дорівнює:

$$E'_x(\vec{r}) = \sqrt{\pi} t_{\mu}(\kappa_s) P_{\mu}(\kappa_s) e^{i(k_e L - 3\pi/4)} / \sqrt{2k_e L} \Delta_p(\kappa_s).$$

Тут $\kappa_s = k_e \cos \theta$.

3. ФІЗИЧНІ ЗАКОНОМІРНОСТІ РОЗСІЯННЯ ХВИЛЬ НА ДІЕЛЕКТРИЧНОМУ ЦИЛІНДРІ, ЗАНУРЕНОМУ ПІД ПОВЕРХНІСТЬ СЕРЕДОВИЩА

Дана глава присвячена чисельному дослідженню задачі іракції волі на включенні в плоскошаровому середовищі. Для прояснення фізичної картини явищ ми обмежилися найпростішою моделлю, яка передавала б процес багаторазового розсіювання волн между включенням та структурними межами середовища та, водночас, характеризувалася б мінімальною кількістю електрофізичних параметрів. Такою моделлю служить однорідний діелектричний напівпростір, що виступає як окремий випадок шаруватого середовища з єдиною межею розділу. Вона використовується, зокрема, у геофізиці, підземній радіолокації [24]. Відповідне двовимірне завдання дифракції плоскої монохроматичної хвилі Е- або Н-поляризації для такого напівпростору з циліндричним включенням вирішено, наприклад, [11,12]. Викладені тут результати є узагальнення відомих раніше у таких напрямках: а) розширено коло досліджених залежностей (і, зрозуміло, виявлених закономірностей).

3.1. Розподіл розсіяного поля у просторі

У цьому параграфі розглянуто питання про дифракцію хвиль на циліндричному включенні в однорідному напівпросторі. Опишемо коротко обрану модель та позначення. Вісь O_z прямокутної декартової системи координат направимо вертикально вгору, вісь праворуч. Вважаємо, що верхній напівпростір $0 < z < +\infty$, $-\infty < x$, $y < +\infty$ заповнений середовищем з речовинною діелектричною і магнітною проникностями ε_e , μ_e . В нижньому середовищі з комплексними ε_c , μ_c перпендикулярно площині yOz розташований нескінечно

довгий круговий циліндр радіуса a : його характеризуватимемо комплексними діелектричною та магнітною проникностями ε_3, μ_p .

Вісь обертання циліндра задана рівняннями $-\infty < x < +\infty, y=0, z = z_p$. Вважається, що включення не перетинає межу розділу $z=0: z_p + a < 0$. Далі ми розглядаємо випадок падіння з верхнього середовища на нижній напівпростір з включенням плоскої монохроматичної ($\sim e^{i\omega t}$), хвилі Е- або Н-поляризацій. Для вирішення поставленої задачі ми скористаємося суворим чисельно-аналітичним методом, який для випадку Н- поляризації і діелектричних матеріалів реалізовано в [25].

Розв'язання задачі для Е-поляризованої хвилі отримується з результатів розділу 2. Випишемо систему нескінечних алгебраїчних рівнянь (НСЛАУ) відносно невідомих коефіцієнтів X_n розкладання поля всередині включення по циліндричним функціям:

$$X_m + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_{mn} X_n = X_m^{\cdot}, \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.1)$$

Тут A_{mn} - задані коефіцієнти, а X_m^{\cdot} – відомі праві частини БСЛАУ дорівнюють

$$A_{mn} = g(m, n) i^{m-n} p(n) / \pi q(m); \quad (3.2)$$

$$X_m^{\cdot} = f(m) / \pi q(m), \quad (3.3)$$

де

$$g(m, n) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp(-2i\gamma_c z_p) \frac{\chi^{m+n}}{\gamma_c} \frac{\gamma_c - \eta \gamma_e}{\gamma_c + \eta \gamma_e};$$

$$\chi = (\kappa + i\gamma_c) / k_c, \quad \gamma_c = \sqrt{k_c^2 - \kappa^2}, \quad \gamma_e = \sqrt{k_e^2 - \kappa^2} \quad (Im\sqrt{\quad} \geq 0), \quad (3.4)$$

$$k_c = k_0 \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}, \quad k_e = k_0 \sqrt{\varepsilon_e \mu_e} \quad (Im\sqrt{\quad} \geq 0), \quad k_0 = \omega / c,$$

c - швидкість світла у вакуумі

$$F(m) = \exp[-ik_e h(\varphi_0) z_p] \left[\cos \varphi_0 i h(\varphi_0) \frac{k_e}{k_c} \right]^m \frac{4i^{m-1} \eta \sin \varphi_0}{a[\eta \sin \varphi_0 + h(\varphi_0)]};$$

$$p(n) = v \frac{\partial J_n(k_p a)}{\partial a} J_n(k_c a) - J_n(k_p a) \frac{\partial J_n(k_c a)}{\partial a}; \quad (3.5)$$

$$q(m) = v \frac{\partial J_m(k_p a)}{\partial a} H_m^{(1)}(k_c a) - J_m(k_p a) \frac{\partial H_m^{(1)}(k_c a)}{\partial a};$$

$$h(\varphi_0) = \sqrt{k_c^2/k_e^2 - \cos^2 \varphi_0} \quad (Im\sqrt{} \geq 0).$$

Коефіцієнти η , v в (3.4), (3.5) для Е- поляризації дорівнюють $\eta = \mu_c/\mu_e$, $v = \mu_c/\mu_p$, а для Н- поляризації $\eta = \varepsilon_c/\varepsilon_e$, $v = \varepsilon_c/\varepsilon_p$ φ_0 - кут ковзання падаючої хвилі.

Рішення НСЛАУ (3.1) шукається численно методом редукції [26].

Використовуючи його, відображенням у верхнє середовище, поле можна виразити як суму

$$U^{(r)}(\vec{r}) = U^{(0r)}(\vec{r}) + U^{(s)}(\vec{r}) \quad (3.6)$$

плоскої хвилі, відображеної в дзеркальному напрямку (вона не залежить від присутності включення):

$$U^{(0r)}(\vec{r}) = \frac{\eta \sin \varphi_0 - h(\varphi_0)}{\eta \sin \varphi_0 + h(\varphi_0)} \exp[ik_e (y \cos \varphi_0 + z \sin \varphi_0)] \quad (3.7)$$

і розсіяної хвилі. Остання представляє собою неперервну суперпозицію плоских хвиль і обумовлена наявністю включення:

$$U^{(s)}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\chi}{i(\eta \gamma_e + \gamma_c)} \exp[i(\chi y + \gamma_e z + \gamma_c z_p)] \sum_{m=-\infty}^{+\infty} X_m F_m(\chi), \quad (3.8)$$

де

$$F_m(\chi) = a \chi^m(\chi) p m i^{-m}.$$

Символ U означає x -компоненту електричного або магнітного полів для випадку Е або Н-поляризації відповідно. Із (3.8) та (3.5) бачимо що відсутність включення: $k_p = k_c$ – маємо $p(m)=0$. $M=0, \pm 1, \pm 2, \dots, i$, як слідство, $U^{(s)}(\vec{r}) \equiv 0$.

В дальній зоні розсіяне поле представляється у вигляді неоднорідної циліндричної хвилі

$$U^{(s)}(\vec{r}) = \frac{e^{ik_e L}}{\sqrt{L}} R(\theta), \quad (3.9)$$

$$R(\theta) = \sqrt{\frac{2\pi}{k_e}} \frac{\exp[-i(3\pi/4 + k_e h(\theta) z_p)]}{\eta \sin\theta + h(\theta)} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} X_m F_m(\theta), \quad (3.10)$$

де

$$F_m(\theta) = a \left[\frac{k_e}{k_c} (\cos\theta + ih(\theta)) \right]^m P_m i^{-m} \sin\theta.$$

У формулах (3.9) і (3.10) L, θ - полярна система координат з 1.7 з центром у точці ($y=0, z=0$). Нижче символами $R_\mu(\theta)$ та $R_\varepsilon(\theta)$ Ми позначатимемо амплітуди розсіяного поля. з (3.10) у далеку зону для Е- та Н-поляризації відповідно.

Наведені аналітичні вирази утворюють основу чисельного дослідження, результати якого підсумововані далі у цьому розділі.

Аналіз формування хвильової картини проведено нами в термінах наступних величин: 1) модуля $|U^{(r)}|$ x -компоненти повного поля при $z = 0$ на границі контрольованого середовища; 2) модуля амплітуди $|R|$ циліндричної хвилі, що описує кутовий розподіл енергії розсіяного поля в дальній зоні. При чисельних розрахунках різні величини, мають розмірність довжини (a, z_p, k_0^{-1} та інші) вважалися вимірними однієї й тієї одиницею довжини, яка конкретизувалася. Усюди в чисельному експерименті прийнято $\varepsilon_p = 1$ (дефект у вигляді повітряної порожнини), а також $\mu = 1$ для всього сукупного середовища.

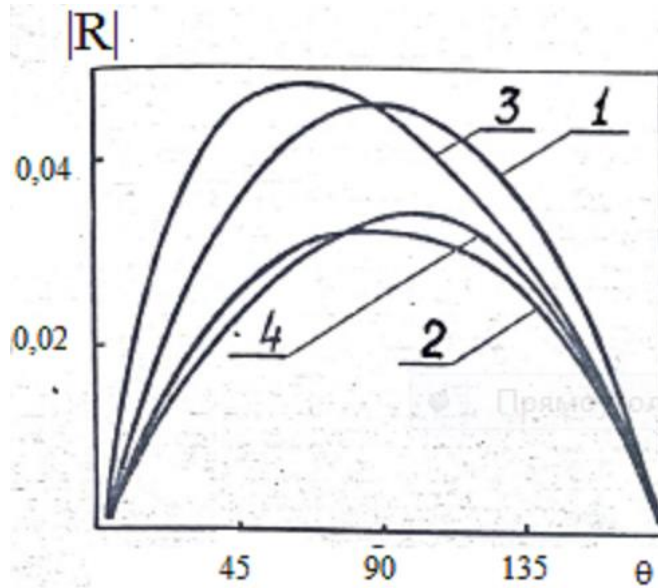


Рис. 3

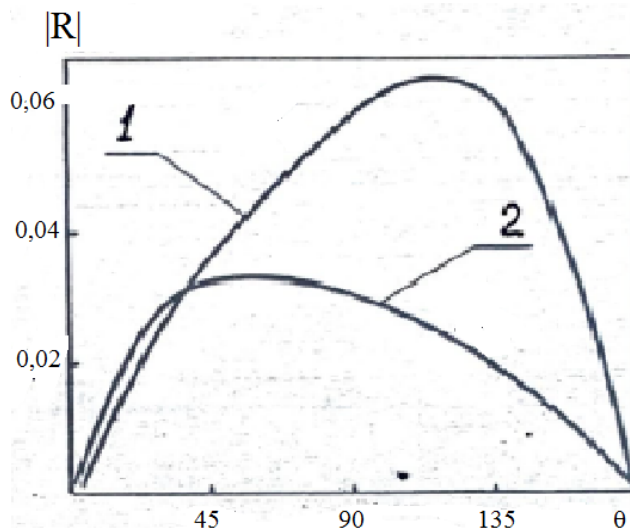


Рис. 4

Якщо не обумовлено неприємне, мається на увазі, що верхній півпростір вільний ($\epsilon_e = 1$).

Залежності характеристик поля від електричних і геометричних параметрів простежимо спершу на прикладі включення, радіус якого набагато менший за довжину хвилі у вільному просторі $\lambda_0 = 2\pi/k_0$ і навколишньому середовищі. Прийmemo $\lambda_0 = 1$, $a = 0,1$, $\epsilon_c = 2,5 + i 0,1$.

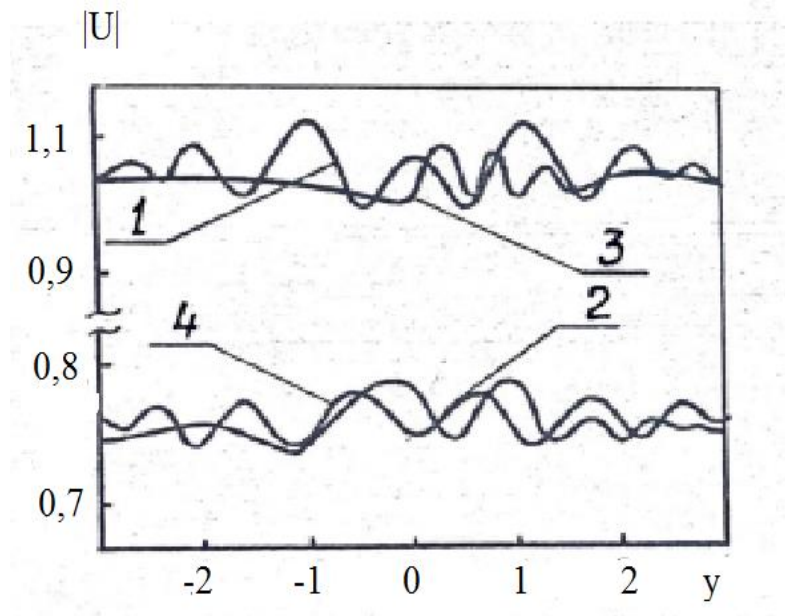


Рис. 5

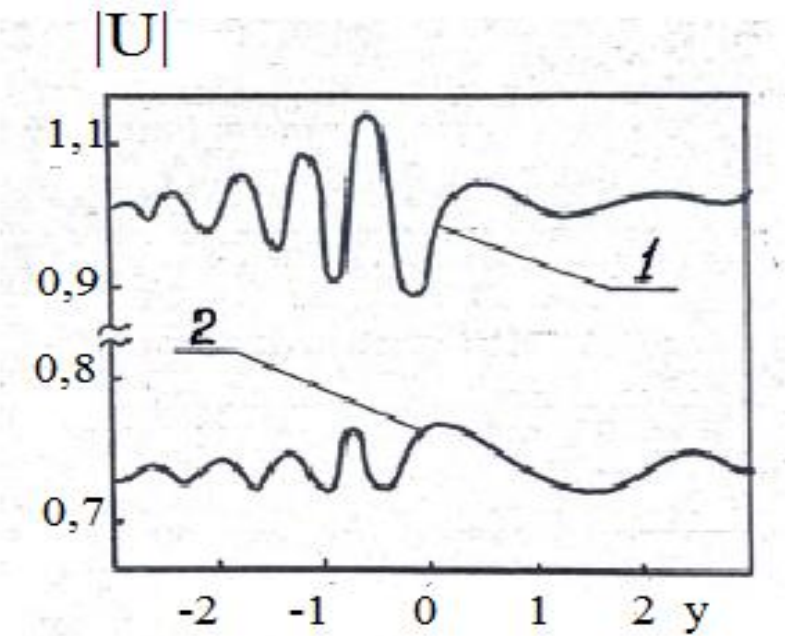


Рис. 6

Діаграми розсіювання волі обох поляризації (Н - криві 1,3; Е- криві - 2,4) для двох різних кутів ковзання та глибини залягання $z_p = -1$ наведено на рис. 3.

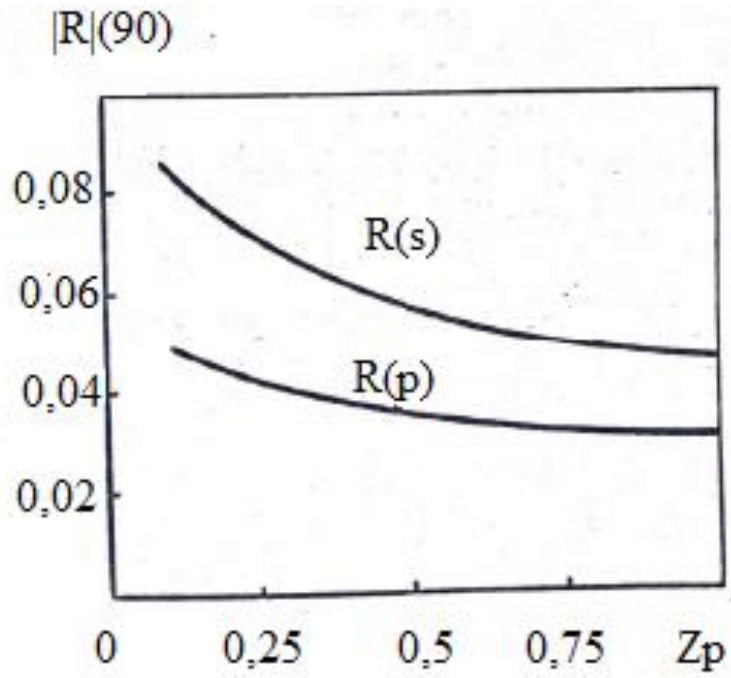


Рис. 7

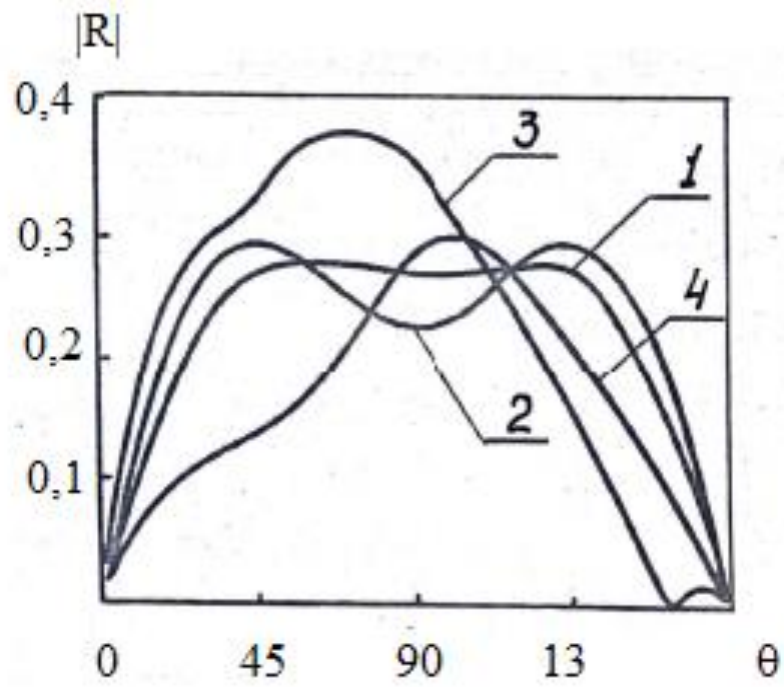


Рис. 8

Вони однопелюсткові, що характерно для малого включення, що випромінює розсіяне поле подібно до деякого точкового джерела. Для кута ковзання $\varphi_0 = 90^\circ$ максимум випромінювання спрямован по нормалі до границі розділу середовищ (криві 1,2), а для $\varphi_0 = 135^\circ$ (кут ковзання знаходиться в першій чверті площини yOz) максимумами діаграм розсіювання зміщуються: для Н-поляризації у бік менших кутів; а для Е- поляризації у бік великих кутів щодо нормалі до границі $z = 0$. Зі збільшенням глибини залягання $|z_p|$ зростають втрати первинного поля, що збуджує дефект, що призводить до зменшення максимуму діаграми розсіювання $|R(90^\circ)|(\varphi_0 = 90^\circ)$ для обох поляризацій майже вдвічі при зміні $|z_p|$ від $0, \Pi$ до I (рис. 7). На рис. 4 наведено діаграми розсіювання плоскої хвилі, що падає під кутом ковзання $\varphi_0 \approx 32^\circ$. Стосовно до хвилі Н-поляризацією кут ковзання дорівнює значенню квазібрюстерівського кута нижнього середовища. Видно, що в порівнянні з випадком нормально падаючої хвилі ($\varphi_0 = 90^\circ$) максимумами діаграми зміщуються в бік великих кутів ближче до напрямку зворотного розсіювання ($\theta = 120^\circ$) для Н-поляризації, і в бік менших кутів ($\theta \approx 50^\circ$) - для Е- поляризації ближче до напрямку дзеркального відображення. При цьому максимум $|R_{(s)}|$ для Н-поляризації зростає приблизно на 20%.

Розподіл модуля x - компоненти повного поля вздовж $z=0$ для кожної з поляризацій наведені на рис. 5 і рис. 6. Наявність дефекту проявляється тут в осциляціях величини $|U^{(r)}|$ навколо середнього рівня, зникаючих з віддаленням від точки $y=0$ на відстань $\sim 3\lambda_0$. Криві 1,3 на рис. 5 відносяться до Н-поляризації, а 2,4 до Е-поляризації, причому криві 1,2 побудовані для кута ковзання $\varphi_0 = 90^\circ$, а 3,4 для $\varphi_0 = 135^\circ$. Амплітуда осциляцій $|U^{(r)}|$ на поверхні розділу $z=0$ для Н- поляризації при куті ковзання $\varphi_0 = 32^\circ$ перевищує відповідну для $\varphi_0 = 90^\circ$ на $\approx 20\%$ (рис. 6, крива 1). Зі збільшенням радіусу включення (покладено $a=1, Z_p = -2$) діаграми

розсіяння ускладнюються для обох поляризацій (рис. 8) (криві 1,3 відповідають Н- поляризації для кутів ковзання $\varphi_0 = 90^\circ$ та $\varphi_0 = 135^\circ$ відповідно, а криві 2,4- Е-поляризації для тих саме кутів ковзання). Із малюнка чітко видно двухпелюстковий характер діаграм розсіяння $|R|$.

ВИСНОВКИ

Результати даної кваліфікаційної роботи, можна підсумувати наступним чином:

У цієї роботі описані теоретичні моделі та залучені для їх аналізу математичні засоби, що відносяться до поставленої проблеми. Остання належить до ключових у мікроелектроніці НВЧ, дистанційному зондуванні земних покривів, радіолокації та інших додатках. Для полегшення аналізу ми вдалися до найпростіших за своєю будовою моделей, які, тим не менш, передають усі сторони явищ, що нас цікавлять. Розглянута двовимірна задача розсіювання монохроматичного поля на круговому проникному циліндрі, що розташовується в однорідному шарі довільної шаруватої структури. Отримані тут результати узагальнюють відомі раніше як щодо моделі середовища та збуджуючого поля, так і повноти рішення. Ми отримали чисельно-аналітичне рішення задачі збудження і розповсюдження електромагнітних хвиль у довільної шаруватої анізотропної структурі з анізотропним включенням для двох поляризацій поля.

Після отримання інтегральних рівнянь і функції Гріна, чисельне рішення розсіювання плоскої електромагнітної хвилі H і E – поляризацій для циліндричного включення в напівпросторі було проведено за допомогою методу моментів.

Отримані чисельні ілюстративні результати, які дозволяють врахувати і вплив включення на параметри розсіяного поля як в дальньої зоні, так і на поверхні шаруватого середовища.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Slater Ph. N. // Proceeding of the IEEE. 1985. Vol. 73, N 6. P. 997 – 1011.
2. Ficioris J.G., Uzunoglu N.K. Scattering of plane and guided waves from composite dielectric bodies. Th. 9-th Eur. Microwave Conf. London: 1979/ P. 516-520.
3. Krohn T.L., Medgyesi-Metschang L.N. // IEEE Trans. 1989. Vol. AP-37. N 2. P. 219-228.
4. Шубарін Ю.В. Антени надвисоких частот. Харків: Видавництво ХДУ, 1960.- 284 стор.
5. Morita N., Kumagai N. Scattering and mode conversation of guided modes by a spherical objects in an optical fibers // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1980. Vol. MTT-28, No. 2. P. 137-141.
6. Chang H.S., Mei K.K. Scattering of electromagnetic waves by buried and partly buried bodies of revolution // IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing. 1985. Vol. GE-23, No. 4. P. 596-606.
7. Newman E.H. TM scattering by a dielectric cylinder in the presence of half-plane // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 1985. – Vol. AP-33, No 7 – P. 773–782.
8. Механика композитных материалов и элементов конструкций / Под редакцией Гузя А.Н. К.: Наукова думка, 1982.
9. Альошін В. І., Богомолів М.М., Жук М.П. Розсіяння власної хвилі на на малій кулі у планарному хвильоводі // Міжвідомчий респ. Зб. Радіотехніка.- Харків, 1987.-Вип. 83.- С. 15-23.
10. Хижняк М.А. Інтегральні рівняння макроскопічної електродинаміки.-К.: Наукова думка, 1986.- 280 с.
11. Uzunoglu N. K., Kanellopoulos J.D. Scattering from underground tunnels // J. Phys. A. 1982. – Vol. 15, No 3. P. 459–471.

12. Cottis P.G., Kanellopoulos J.D. Scattering from dielectric cylinder embedded in two-layer medium // *Int. J. Electronics*. 1982. – Vol. 61, No 4. P. 477–486.
13. Хижняк М.А. Інтегральні рівняння макроскопічної електродинаміки та умиви погашення Озеєна-Евальда.- Тр. Радіофіз. Факультету (Харк. Держ. Університету-Харків, 1957. –Т. 2. – С. 5-11).
14. Kanellopoulos J.D., Cottis P.G., Daniel P.G. Scattering of vertically polarized electromagnetic waves from infinite cylinder embedded in lossy medium // *Int. J. Electronics*. 1985. – Vol. 59, No 4. P. 423–433.
15. Norgren M., He S. On the possibility of reflection less coating of a homogeneous bianisotropic layer on a perfect conductor// *Electromagnetics*. 1997. Vol. 17, № 4. P. 295 – 307.
16. Berenger J. P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // *J. Comp. Phys*. Oct. 1994. Vol. 114. P. 185–200.
17. Lu M., Fejer M. M. Anisotropic dielectric waveguides // *J. Opt. Soc. Am. A* Feb. 1993. Vol. 10, N 2. P. 246–261.
18. Tsalamengas J. L., Uzunoglu N. K. Radiation from a dipole in the proximity of a general anisotropic grounded layer // *IEEE Trans. Antennas Propagat.* – Feb. 1994.
19. Jeng S. –K., Wu R. –B., Chen C. H. Waves obliquely incident upon a stratified anisotropic slab: A variational reaction approach // *Radio Sci*. July/Aug. 1986.– Vol. 21, N 4. P. 681–688.
20. Morgan M. A., Fisher D. L., Milne E. A. Electromagnetic scattering by stratified inhomogeneous anisotropic media // *IEEE Trans. Antennas Propagat.* – Feb. 1987. – Vol. AP–35, N 2 – P. 191–197.
21. Альошин В.І., Богомолов М.М., Єфанов І.М., Рапопорт Д. О., Шульга С.М. Канонічні задачі розсіяння хвиль на тілах у шаруватому середовищі. У кн.: *Методи представлення і обробки випадкових сигналів і полів. Тез. доп. Всесоюзній наук.-техн. конф. - Харків, 1989 .- 131 с.*

22. Ting L. Exact boundary condition for scattering problems // J. of the Acoust. Soc. of Am. 1986. Vol. 80, No 6. P. 1825–1827.
23. Жук М.П. Розповсюдження хвильу статистично нерегулярних шаруватих хвилеводах: Дисс. канд. фіз.-мат. наук.- Харків, 1972.-162 с.
24. Kanellopoulos J.D., Buris N.E. Scattering from conducting cylinder embedded in a lossy mediyum // Int. J. Electronics. 1984. – Vol. 57, No 3. P. 391–401.
25. Жук С.М., Шульга С.Н. // Двовірна задача розсіяння електромагнітних хвиль на циліндричному включенні у плоско шаруватому середовищі // Міжвідомч. Респ. Збірник Радіотехніка. – Харків, 1989.- Вип. 90.- С. 93-101.
26. Itoh T. Numerical Techniques For Microwave and Millimeter Wave Passive Structures. New York Wiley, 1989.