

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Міністерство освіти та науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Дмитренко Артем Миколайович

УДК 524.6-327, 524.6-34

ДИСЕРТАЦІЯ

«КООРДИНАТИ ГАЛАКТИЧНОГО ВЕРТЕКСА З КІНЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ПРОСТОРОВОГО ПОЛЯ ШВИДКОСТЕЙ ГІГАНТІВ ТА СУБГІГАНТІВ ЗА ДАНИМИ GAIA DR3»

Спеціальність 104 – Фізика та астрономія
(Галузь знань 10 – Природничі науки)

Подається на здобуття ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

Артем ДМИТРЕНКО

Науковий керівник: Федоров Петро Миколайович, доктор
фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник.

Харків – 2023

АНОТАЦІЯ

Дмитренко А. М. Координати галактичного Вертекса з кінематичного аналізу просторового поля швидкостей гігантів та субгігантів за даними Gaia DR3. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 104 – Фізика та астрономія (Галузь знань 10 – Природничі науки). – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти та науки України, Харків, 2023.

Сучасні високоточні астрометричні та астрофізичні дані дають змогу виконувати кінематичні дослідження не лише за зірками навколосонячної околиці, а й визначати оцінки кінематичних параметрів в інших зоряних областях Галактики, що знаходяться на відстанях до $8 - 10 \text{ kpc}$ від Сонця.

Дисертація присвячена кінематичному аналізу просторового поля швидкостей зірок в зоряних системах, центроїди яких, розташовані в галактичній площині. В кінематичних дослідженнях галактики Чумацький Шлях визначення координат вертексів – точок в просторі, навколо яких відбувається обертання зоряних областей є важливою задачею. В стаціонарній осесиметричній галактиці така точка була б спільною для всіх зоряних систем, що належать галактиці, а її координати збігалися б з координатами галактичного центра. На основі високоточних астрометричних даних, що надає каталог *Gaia* DR3, в даній роботі робиться висновок, що наша Галактика має відмінну від осесиметричної структуру. Кінематичний аналіз 15 млн зірок червоних гігантів та субгігантів, що був проведений в межах дисертаційної роботи, показав наявність складної залежності кінематичних параметрів від циліндричних галактоцентричних координат R, θ та прямокутних галактичних координат X, Y . З цього випливає, що кожна з розглянутих зоряних систем Галактики, має свій вертекс. Проте, оскільки Чумацький Шлях залишається динамічно стабільним і йому властивий значний орбітальний момент, більшість вертексів знаходяться в області поблизу прийнятого галактичного Центра, що й було показано в даній роботі. Також було показано, що при більш детальному аналізі цієї області,

можна виділити декілька скупчень (вузлів) вертексів для різних зоряних систем. В межах дисертаційної роботи, кутові координати вертексів визначаються в локальних прямокутних галактичних системах координат на основі аналізу тензора швидкостей деформації зоряних систем. Для навколосонячної околиці, що в даній роботі є однією з 2940 розглянутих зоряних систем, отримане значення кута l_V добре узгоджується з результатами інших досліджень. Додатково, було використано запропонований здобувачем оригінальний метод визначення просторових координат вертексів. Він дає змогу отримати геліоцентричну відстань до спільних вертексів областей зірок зі схожою кінематикою та порівняти їх з відстанню від Сонця до галактичного Центра $R_\odot$.

Відомо, що паралакси зірок, наведені в каталозі *Gaia* DR3, мають як випадкові, так і систематичні похибки вимірювання. Використання цих паралаксів для розрахунку відстаней до зірок призводить до їх систематичного зміщення від істинного значення величин. З огляду на це, в роботі також були використані виправлені відстані до зірок. Для врахування систематичних похибок також були використані їх зоряні величини. Виявилось, що використання цих наборів відстаней призводить до різних оцінок визначених координат вертексів. В роботі проводиться порівняння різних способів знаходження координат вертексів зоряних систем Галактики.

Хід дисертаційної роботи висвітлюється в трьох розділах.

У першому розділі представлено огляд літературних джерел. Наводиться низка актуальних робіт з результатами визначення галактоцентричної відстані Сонця. Описуються кінематичні параметри зірок, що доступні в сучасних каталогах. Розглядаються основні системи координат, що використовуються в межах дисертації, та їх зв'язок між собою. Обґрунтовується вибір даних космічної місії *Gaia* в якості вхідних. Наводяться кількісні характеристики каталогу *Gaia* DR3. Висвітлюється проблема визначення геліоцентричних відстаней до зірок з використанням паралаксів *Gaia*. В кінці розділу детально розглядаються кінематичні дослідження нашої Галактики за зірками навколосонячної

околиці. Розглядаються роботи присвячені кінематичним дослідженням, зокрема визначенню параметрів еліпсоїда залишкових швидкостей зірок, та визначенню постійних Оорта. Детально аналізується кінематична модель Огороднікова–Мілна, що описує тривимірне поле швидкостей окремої області зірок. Дається визначення терміну кінематичні параметри та показується їх зв'язок з постійними Оорта. Окремо, наводяться роботи, в яких розглядаються способи та результати визначення кутових координат вертекса для навколосонячної околиці.

У *другому розділі* дисертації розглядаються математичні методи, що були використані в рамках дослідження. Описуються параметри дійсного симетричного тензора, його інваріанти та власні значення. Наводяться методи визначення кутових координат вертекса за компонентами симетричного тензора швидкості деформації M^+ . Представлено запропонований автором оригінальний спосіб визначення геліоцентричної відстані до спільного для різних областей зірок вертекса за допомогою променів, що спрямовані на вертекси.

У *третьому розділі* наводяться результати роботи. В першу чергу представлено результати моделювання поля швидкостей зірок у разі стаціонарного осесиметричного (оортівського) обертання Галактики. Окремо приділяється увага способу, яким була створена вибірка червоних гігантів і субгігантів, що містяться в каталозі *Gaia* DR3. Приведено результати оцінок кінематичних параметрів поля швидкостей в розглянутій частині галактичної площини. Показана їх поведінка в залежності від галактичних координат. Акцентується увага на наявності локальних особливостей у полі швидкостей, що вказує на неосесиметричний характер руху зірок в Галактиці. На основі визначених параметрів поля швидкостей кожної розглянутої зоряної системи, оцінюються кутові координати їх вертексів. З використанням запропонованого оригінального методу, виконується оцінка геліоцентричних відстаней до спільних вертексів окремих груп областей зірок. Порівнюються отримані відстані з прийнятою відстанню від Сонця до галактичного Центра. Додатково в розділі показано, як на кінцевий

результат знаходження координат вертексів впливає використання різних наборів відстаней до зірок: отриманих з паралаксів *Gaia*, або тих, що отримані з додатковим використанням фотометричних показників.

Головні наукові результати, що були отримані у роботі, є наступними.

1. Отримано 12 кінематичних параметрів в кожній із заданих областей зірок, центроїди яких розташовані у галактичній площині на геліоцентричних відстанях до $8 - 10 \text{ kpc}$.
2. Побудовані карти залежності кінематичних параметрів від галактичних координат в досліджуваній частині галактичної площини.
3. Визначено кутові координати вертексів для кожної області зірок з використання компонентів тензорів швидкості деформації M^+ .
4. Продемонстровано наявність нетривіального зв'язку між напрямками на вертекс кожної області зірок та центром обертання всієї Галактики.
5. Запропоновано та використано оригінальний метод визначення геліоцентричних координат спільних вертексів груп областей зірок зі схожою кінематикою.
6. Проведено порівняльний аналіз параметрів, що отримані у випадку, коли в розрахунках використовувались відстані до зірок, що отримані із паралаксів *Gaia* DR3 та у випадку, коли використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

Ключові слова: вертекс, кінематика зірок, червоні гіганти, галактоцентрична відстань.

ABSTRACT

Dmytrenko A. M. Coordinates of the Galaxy Vertex from the kinematic analysis of the velocity field of giants and sub-giants according to GAIA DR3. – Qualification scholarly paper: a manuscript.

Thesis submitted for obtaining the Doctor of Philosophy degree in Natural Sciences, Speciality 104 – Physics and Astronomy. – V. N. Karazin Kharkiv National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2023.

The thesis is devoted to the kinematic analysis of the spatial stellar velocity field in stellar systems whose centroids are located in the Galactic plane. In kinematic studies of the Milky Way galaxy, determining the coordinates of the vertices, i.e. points in space around which stellar regions rotate, is an important task. In a stationary axisymmetric galaxy, such a point would be common to all stellar systems belonging to the Galaxy, and its coordinates would coincide with those of the Galactic center. Based on the high-precision astrometric data provided by the *Gaia* DR3 catalog, this work concludes that our Galaxy has a different than axisymmetric structure. The kinematic analysis of 15 million red giants and subgiants carried out within the framework of the thesis has shown the existence of a complex dependence of kinematic parameters on cylindrical Galactocentric coordinates R, θ and rectangular Galactic coordinates X, Y . It follows that each of the Galactic stellar systems under study has its own vertex. However, since the Milky Way remains dynamically stable and has a significant orbital moment, most of the vertices are located in the region nearby the generally accepted Galactic Center, as has been shown in this work. It has been also shown that with a more detailed analysis of this area, several clusters (nodes) of vertices for different stellar systems can be identified. Within the framework of the thesis, the angular coordinates of the vertices are determined in local rectangular Galactic coordinate systems based on the analysis of the deformation velocity tensor of stellar systems. For the solar neighborhood, which is one of the 2940 star systems considered in this paper, the obtained value of the angle l_V is in good agreement with the results of other studies. In addition, the original

method of determining the spatial coordinates of the vertices proposed by the PhD student was used. It makes it possible to obtain the heliocentric distance to common vertices of stellar regions with similar kinematics and to compare them with the distance from the Sun to the Galactic Center $R_{\odot}$.

Parallaxes of stars reported in the *Gaia* DR3 catalog are known to have both random and systematic measurement errors. The use of these parallaxes to calculate the distances to the stars leads to their systematic deviation from the true value of the quantities. With this in mind, the work also used corrected distances to stars. Their stellar magnitudes were also used to account for systematic errors. It turned out that the use of these sets of distances results in different estimates of the determined coordinates of the vertices. The work compares different methods of finding the coordinates of the vertices of the stellar systems of the Galaxy.

The progress of the thesis is covered in three sections.

The first chapter presents an overview of literature. A number of relevant works with the results of determining the Galactocentric distance of the Sun are presented. The kinematic parameters of stars available in modern catalogs are described. The coordinate systems used in the thesis and their relations with each other are considered. The selection of the *Gaia* data as input is justified. Quantitative characteristics of the *Gaia* DR3 catalog are presented. The problem of determining heliocentric distances to stars using *Gaia* parallaxes is highlighted. At the end of the chapter, kinematic studies of our Galaxy based on the stars located in the solar neighborhood are considered in detail. The considered works are devoted to kinematic studies, in particular, to the determination of the ellipsoid parameters of the residual stellar velocities, and to the determination of Oort's constants. The Ogorodnikov-Miln kinematic model describing the three-dimensional velocity field of a different stellar regions is analyzed in detail. The kinematic parameters are defined and their connection with Oort's constants is shown. Separately, there are works that consider the methods and results of determining the angular coordinates of the vertex for the solar neighborhood.

In the second chapter of the thesis, the mathematical methods used in the

study are considered. The parameters of the real symmetric tensor, its invariants and eigenvalues are described. The methods of determining the angular coordinates of the vertex by the components of the symmetric deformation velocity tensor M^+ are presented. The original method proposed by the author for determining the heliocentric distance to the vertex common to different stellar regions using rays directed at the vertices is presented.

The third chapter presents the results of the work. First of all, the results of modeling the stellar velocity field in the case of stationary axisymmetric (Oort) rotation of the Galaxy are presented. Particular attention is paid to the way in which the sample of red giants and subgiants contained in the *Gaia* DR3 catalog was created. The results of estimations of the kinematic parameters of the velocity field in the considered part of the Galactic plane are presented. Their behavior depending on the Galactic coordinates is shown. Attention is focused on the presence of local features in the velocity field, which indicates the non-axisymmetric nature of the stellar motion in the Galaxy. Based on the determined parameters of the velocity field of each stellar system under study, the angular coordinates of their vertices are estimated. Using the proposed original method, the heliocentric distances to common vertices of individual stellar groups are estimated. The obtained distances are compared with the accepted distance from the Sun to the Galactic Center. In addition, the section shows how the use of different sets of distances to stars through *Gaia* parallaxes, or with the additional use of *Gaia* photometric indicators, affects the final result of deriving the coordinates of the vertices.

The main scientific results obtained in the work are as follows.

1. 12 kinematic parameters have been derived in each of the given stellar regions whose centroids are located in the Galactic plane at heliocentric distances up to $8 - 10 \text{ kpc}$.
2. Maps of the dependence of kinematic parameters on Galactic coordinates in the part of the Galactic plane under study have been built.
3. The angular coordinates of the vertices for each stellar region have been determined using the components of the deformation velocity tensors M^+ .

4. The presence of a non-trivial connection between the directions to the vertex of each stellar region and the center of rotation of the entire Galaxy has been demonstrated.
5. An original method of determining the heliocentric coordinates of common vertices of groups of stellar regions with similar kinematics has been proposed and used.
6. A comparative analysis of the parameters obtained in the case when distances to stars calculated from the *Gaia* DR3 parallaxes and in the case when photogeometric distances to stars were used in the calculations has been carried out.

Key words: vertex, stellar kinematics, red giants, galactocentric distance.

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

Публікації у закордонному періодичному науковому виданні, що входить до міжнародної наукометричної бази Scopus

1. Fedorov P., Akhmetov, V., Velichko A., **Dmytrenko, A.**, Denischenko S., 2021. Kinematics of the Milky Way from the Gaia EDR3 red giants and subgiants. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 508, Iss. 2 P. 3055–3067 (Scopus, Q1).

DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/stab2821>

(Особистий внесок здобувача: брав участь в постановці, обговоренні та розв'язання поставленої задачі, реалізував алгоритм мовою програмування C++, створив програмне забезпечення для візуалізації отриманих результатів.)

2. Fedorov P., Akhmetov, V., Velichko A., **Dmytrenko, A.**, Denischenko S., 2023. Mapping the kinematic parameters of the Galaxy from the Gaia EDR3 red giants and sub-giants. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 518, Issue 2, Pages 2761–2774 (Scopus, Q1).

DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/stac3218>

(Особистий внесок здобувача: брав участь в постановці, обговоренні та розв'язання поставленої задачі. Запропонував використовувати прямокутну модель поля швидкостей зірок для оцінки кінематичних параметрів в площині Галактики. Створив програмне забезпечення для візуалізації отриманих результатів.)

3. **Dmytrenko, A.**, Fedorov P., Akhmetov, V., Velichko A., Denischenko S., 2023. The vertex coordinates of the Galaxy's stellar systems according to the Gaia DR3 catalogue. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 521, Issue 3, Pages 4247–4256 (Scopus, Q1).

DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/stad823>

(Особистий внесок здобувача: поставив та розв'язав задачу. Використав рівняння тривимірної моделі Огороднікова–Мілна в

прямокутних координатах для оцінки кінематичних параметрів в площині Галактики. Розробив та використав метод оцінки відстані до вертексів Галактики за допомогою кінематичного аналізу. Створив власне програмне забезпечення для обробки даних та їх візуалізації. Автор брав участь в обговоренні та фізичній інтерпретації отриманих результатів. Підготував текст статті.)

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

4. **Dmytrenko, A.**, Fedorov P., Akhmetov V., Velichko A. The Coordinates Estimation of the Galactic Vertex by Mean of Kinematic Analysis of the Red Gigants and Subgigants Velocity Field Containing in the Gaia EDR3 Catalogue. Astronomy and beyond: astrophysics, cosmology, cosmomicrophysics, astroparticle physics, radioastronomy and astrobiology: International 21-th Gamow Conference-school, 15-21 August 2021.: abstr. Odesa, Ukraine, 2021. p. 10

(Особистий внесок здобувача: розробка програмного забезпечення, отримання та аналіз параметрів поля швидкостей зірок. Оцінка координат галактичного Вертекса, інтерпретація отриманих результатів.)

5. **Dmytrenko, A.**, Fedorov P., Akhmetov V., Velichko A. The Coordinates Estimation of the Galactic Vertex by Mean of Kinematic Analysis of the Red Gigants and Subgigants Velocity Field Containing in the Gaia EDR3 Catalogue. Actual Questions of Ground-Based Observational Astronomy: International Conference. MAO-200, 15-21 September 2021.: abstr. Mykolaiv, Ukraine, 2021. p. 46

(Особистий внесок здобувача: розробка програмного забезпечення, отримання та аналіз параметрів поля швидкостей зірок. Оцінка координат галактичного Вертекса, інтерпретація отриманих результатів.)

6. Fedorov P., Akhmetov V., Velichko A. **Dmytrenko, A.**, Denyshchenko S. Mapping The Kinematic Parameters Of The Galaxy From The Gaia EDR3

Data. Astronomy and beyond: astrophysics, cosmology, cosmomicrophysics, astroparticle physics, radioastronomy and astrobiology: International 22-th Gamow Conference-school, 22-26 August 2022.: abstr. Odesa, Ukraine, 2022. p. 9

(Особистий внесок здобувача: розробка програмного забезпечення, обчислення кінематичних параметрів, графічне представлення результатів.)

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	15
ВСТУП	16
КІНЕМАТИКА ЗОРЯНИХ СИСТЕМ ГАЛАКТИКИ	22
1.1 Галактика Чумацький Шлях	22
1.1.1 Загальні відомості про структуру Галактики	22
1.1.2 Проблема визначення галактоцентричної відстані	23
1.1.3 Сучасні оцінки відстані від Сонця до Центра Галактики	26
1.1.4 Кутові координати галактичного Центра	28
1.2 Геометричні та кінематичні параметри зірок	28
1.2.1 Координати на сфері	28
1.2.2 Річний паралакс	29
1.2.3 Власні рухи	30
1.2.4 Променева швидкість	31
1.2.5 Огляд зоряних каталогів космічної місії Gaia	32
1.2.6 Проблема визначення відстаней до зірок	34
1.3 Системи координат	36
1.3.1 Міжнародна небесна СК	36
1.3.2 Галактична СК	39
1.3.3 Прямокутна галактична СК	42
1.3.4 Галактоцентрична циліндрична СК	44
1.4 Поняття області зірок, центроїда та локальної СК	46
1.5 Огляд кінематичних досліджень Галактики	50
1.5.1 Відносна швидкість Сонця	50
1.5.2 Еліпсоїд швидкостей	52
1.5.3 Постійні Оорта	54
1.5.4 Кінематична модель Огороднікова-Мілна та інші моделі	59
1.5.5 Кінематичні параметри	64
1.5.6 Проблема відхилення вертекса	68
Резюме до розділу	69

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ВЕРТЕКСІВ ЗОРЯНИХ СИСТЕМ	72
2.1 Деякі властивості дійсного симетричного тензора	72
2.1.1 Характеристичне рівняння та власні значення	72
2.1.2 Тензорна поверхня та головні осі	73
2.1.3 Інваріанти	76
2.1.4 Поворот тензора	77
2.2 Визначення координат вертекса з використанням тензора швидкостей деформації	78
2.3 Просторові координати вертекса	80
2.3.1 Побудова променів спрямованих на вертекси	80
2.3.2 Метод оцінки координат точки перетину променів спрямованих на вертекси та геліоцентричної відстані до неї . .	81
Резюме до розділу	83
РЕЗУЛЬТАТИ КІНЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ В ПЛОЩИНІ ГАЛАКТИКИ ТА ОЦІНКИ КООРДИНАТ ВЕРТЕКСІВ РІЗНИХ ЗОРЯНИХ СИСТЕМ	85
3.1 Моделювання поля швидкостей	85
3.2 Створення підвибірки гігантів та субгігантів	92
3.3 Області кінематичних досліджень в Галактиці	96
3.4 Визначення кінематичних параметрів в площині Галактики . . .	101
3.5 Визначення координат вертексів за допомогою тензорів швидкостей деформації	121
3.6 Область перетинання променів на вертекси	128
3.7 Просторові координати спільних вертексів	130
Резюме до розділу	133
ВИСНОВКИ	136
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	138
ДОДАТОК А	152

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ОЗ	Область зірок
СК	Система координат
ЕСК	Друга екваторіальна система координат
ICRS	Міжнародна небесна система координат
ГСК	Галактична система координат
ПГСК	Прямокутна галактична система координат
ЦГЦСК	Циліндрична галактоцентрична система координат
О–Л	Оорта–Ліндблада [модель]
О–М	Огороднікова–Мілна [модель]
Г–Р	Герцшпрунга–Рассела [діаграма]
МНК	Метод найменших квадратів

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Нині добре відомо, що галактика Чумацький Шлях (далі – Галактика) є дисковою. Структура диска неоднорідна, відомо кілька спіральних рукавів, в яких щільність зірок та газу значно вище середньої, тому наша Галактика є також спіральною. Галактики такого класу, за класифікацією Габбла, окрім диска (що може бути також поділений на підструктури), мають такі структури як гало та балдж. Більшість зірок та газопилових хмар сконцентровані в галактичному диску, особливо в центральній його частині. Гало ж, складається переважно зі старих зірок та кулястих зоряних скупчень. Дискові галактики – це складні структури, які утворені різними класами зірок. Кожен клас має свої кінематичні характеристики. Разом з цим, для того, щоб галактика залишилася стабільною, всі зірки мають перебувати в динамічній рівновазі. Однією з основних фізичних характеристик спіральної галактики є значний сумарний орбітальний момент. Виходячи з цього, кожна галактична зоряна система, що рухається, повинна мати точку обертання – вертекс – поблизу галактичного Центра. Інформація про координати такої точки, відіграє ключову роль у вивченні кінематичних та динамічних властивостей Галактики в цілому.

Особливо важливо для дослідження будови та еволюції Галактики є визначення фундаментальної величини $R_{\odot}$, що є відстанню від Сонця до прийнятого центра Галактики, а також кутові координати цієї точки у сферичній системі координат з початком в Сонці. Випадкова і систематична похибки визначення цих величин поступово зменшуються завдяки новітнім високоточним даним різних обсерваторій світу. Але окрім покращення результатів внаслідок більш точних вимірювань, з'являється можливість використовувати нові незалежні методи визначення фундаментальних параметрів. В сучасних наукових роботах приводяться значення від $R_{\odot} = 7,6 \pm 0,7 \text{ kpc}$, до $R_{\odot} = 8,8 \pm 0,5 \text{ kpc}$, при цьому випадкові похибки наводяться в десятих долях кілопарсека. Такий

розкид величин може бути пояснений наявністю систематичних похибок, які своєю чергою, можуть бути пояснені недосконалістю методів що використовувались чи селекцією вхідних даних.

Відомості про просторові координати вертексів різних галактичних зоряних систем є не менш важливими у динамічних задачах, ніж координати галактичного Центра. Тому визначення як кутових координат вертексів, так і геліоцентричних відстаней до них є **актуальною** задачею сьогодення.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана в НДІ астрономії Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна та є складовою частиною наступних НДР:

– «Метод векторних сферичних функцій для дослідження кінематики Галактики на основі космічних та наземних даних», № державної реєстрації 0117U004968, 01.10.2017–30.09.2020 (здобувач – виконавець).

– «Вирішення астрометричних, кінематичних та астрофізичних задач за даними сучасних каталогів із використанням штучних нейронних мереж», № державної реєстрації 0119U002537, 01.01.2019–31.12.2021 (здобувач – виконавець).

– «Картування кінематичних параметрів Галактики за даними Gaia та інших сучасних каталогів», № державної реєстрації 0122U001479, 01.01.2022–31.12.2024 (здобувач – виконавець).

Мета та завдання дослідження. Метою дисертації є визначення координат вертексів зоряних систем Галактики із кінематичного аналізу поля швидкостей червоних гігантів і субгігантів, з використанням новітніх даних місії *Gaia*.

Для досягнення поставленої мети сформульовано наступні ключові завдання:

- розробка програмного забезпечення мовою програмування C/C++ для обчислення кінематичних параметрів областей зірок із використанням тривимірної лінійної моделі Огороднікова-Мілна;
- моделювання поля швидкостей зірок у разі стаціонарного

плоскопаралельного (оортівського) обертання. Встановлення зв'язку між модельними кінематичними параметрами, координатами вертексів областей зірок, а також заданим центром обертання всієї зоряної системи.

- відбір зірок з каталогу *Gaia* DR3 за астрометричними показниками, точність визначення яких, не гірше заданої;
- перетин каталогу *Gaia* DR3 з зовнішнім каталогом, в якому приведені фотогеометричні відстані до зірок, що отримані шляхом використання фотометричних даних та паралаксів *Gaia* DR3;
- створення вибірки зірок, до якої належать червоні гіганти та субгіганти, з використанням діаграми колір–світність;
- обчислення положень та швидкостей в прямокутній галактичній системі координат для всіх зірок, що мають повне астрометричне рішення та радіальну швидкість в каталозі *Gaia* DR3;
- отримання оцінок кінематичних параметрів поля швидкостей зірок для кожної досліджуваної зоряної системи Галактики;
- оцінка кутових координат вертексів з використанням тензора швидкостей деформації для кожної зоряної системи у випадку фотогеометричних відстаней до зірок та відстаней, що визначені з використанням паралаксів *Gaia*;
- аналіз отриманих результатів в контексті загально прийнятої структури Галактики.

Об'єктом дослідження є зірки, що належать Галактиці, галактика Чумацький Шлях.

Предметом дослідження є поле швидкостей зірок, кінематика зірок в площині Галактики, вертекси зоряних систем.

Методи дослідження. Для знаходження координат вертексів зоряних систем було використано високоточні астрометричні дані з сучасного каталогу *Gaia* DR3, а саме: положення зірок у сферичній

системі координат, паралакси зірок, власні рухи зірок та їх променеві швидкості. Використовувалась лінійна кінематична модель Огороднікова–Мілна. Фізичний зміст параметрів моделі тлумачиться відповідно до теореми Гельмгольца для зоряних систем. Для вирішення сукупності рівнянь і отримання оцінок параметрів поля швидкостей зірок в Галактиці, застосовувався метод найменших квадратів. Оцінка кутових координат вертексів областей зірок, була виконана з використанням знайдених в цих областях кінематичних параметрів. Геліоцентричні відстані до спільних вертексів були оцінені методом, запропонованим здобувачем.

Наукова новизна одержаних результатів. Під час виконання роботи отримані такі наукові результати.

Вперше:

1. Отримано 12 кінематичних параметрів в кожній із заданих областей зірок, центроїди яких розташовані у галактичній площині на геліоцентричних відстанях до $8 - 10 \text{ kpc}$.
2. Побудовані карти залежності кінематичних параметрів від галактичних координат в досліджуваній частині галактичної площини.
3. Визначено кутові координати вертексів для кожної області зірок з використання компонентів тензорів швидкості деформації M^+ .
4. Продемонстровано наявність нетривіального зв'язку між напрямками на вертекс кожної області зірок та центром обертання всієї Галактики.
5. Запропоновано та використано оригінальний метод визначення геліоцентричних координат спільних вертексів груп областей зірок зі схожою кінематикою.
6. Проведено порівняльний аналіз параметрів, що отримані у випадку, коли в розрахунках використовувались відстані до зірок, що отримані із паралаксів *Gaia* DR3 та у випадку, коли використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

Практичне значення отриманих результатів.

Результати кінематичного аналізу, що одержані в даній роботі, а також координати вертексів зоряних систем, можуть бути використані для уточнення уявлень про будову та еволюцію Галактики.

Особистий внесок автора є вагомим на всіх етапах і полягає в активній участі у зборі, аналізі та систематизації наукових літературних даних за темою дисертації, у зборі та аналізі астрометричних даних, які використовувались у цій роботі, участі у постановці завдань, аналізі та інтерпретації отриманих результатів, а також у підготовці публікацій за темою досліджень.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи були представлені у 3 доповідях на таких вітчизняних наукових конференціях:

- 21th International Gamow Conference – School: «Astronomy and beyond: Astrophysics, Cosmology, Cosmomicrophysics, Astroparticle Physics, Radioastronomy and Astrobiology», Одеса (Україна), 15–21 серпня 2021 р.
- International Conference «Actual Questions of Ground-based Observational Astronomy. MAO-200», Миколаїв (Україна), 27–30 вересня 2021 р.
- 22th International Gamow Conference – School: «Astronomy and beyond: Astrophysics, Cosmology, Cosmomicrophysics, Astroparticle Physics, Radioastronomy and Astrobiology», Одеса (Україна), 22–26 серпня 2022 р.

Публікації. Результати дисертації опубліковані у 6 наукових працях, серед яких 3 статті у закордонному періодичному науковому виданні, що входить до міжнародної наукометричної бази Scopus та 3 тез доповідей на міжнародних наукових конференціях.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел і одного додатку. Загальний обсяг роботи складає 160 сторінок (6.5 авторських

аркушів), з них текст основної частини становить 120 сторінок (5.0 авторських аркушів). Вона містить 62 рисунки, 9 таблиць. Список використаних джерел містить 126 найменувань.

Автор вдячний своєму вчителю, науковому керівнику д. ф.-м. н., с.н.с. проф. Федорову Петру Миколайовичу за надання знань в області астрономії та за допомогу у постановці задачі, колективу НДІ астрономії Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна за допомогу під час обговорення результатів дисертації, дружині Тетяні, близьким родичам та друзям за терпіння і підтримку на всіх етапах навчання в аспірантурі й під час захисту дисертації, шкільним вчителям Комбаровій Анжеліці Олександрівні та Юрченку Валерію Івановичу за знайомство з точними науками. Окрема подяка висловлюється воїнам Збройних Сил України, які боронять нашу країну від окупаційних військ РФ чим дають змогу й надалі займатися наукою.

РОЗДІЛ 1

КІНЕМАТИКА ЗОРЯНИХ СИСТЕМ ГАЛАКТИКИ

1.1 Галактика Чумацький Шлях

1.1.1 Загальні відомості про структуру Галактики

Чумацький Шлях є галактикою, в якій поміж інших ≈ 300 млрд зірок знаходиться і наше Сонце. Вік Галактики оцінюється більш ніж в 13 млрд років, що майже дорівнює віку Всесвіту. Маса Чумацького Шляху становить близько $5,8 \times 10^{11} M_{\odot}$. $M_{\odot} = (1,98847 \pm 0,00007) \times 10^{30} \text{ kg}$. Радіус Галактики D оцінюється приблизно в $100\,000 \text{ ly}$.

Одним з найважливіших завдань сучасної астрономії є вивчення будови та еволюції галактики Чумацький Шлях. Її вичерпну морфологічну характеристику, що залишається актуальною на сьогодні, дав, наприклад, В.А. Захожай у своїй оглядовій роботі [125].

Наша Галактика складається з чотирьох основних підсистем: пласкої, сферичної, проміжної та галактик-супутників. Пласка підсистема включає двокомпонентний диск (товстий та тонкий), що має спіральну структуру з баром (перемичкою). Сферична підсистема складається з корони, зовнішнього та внутрішнього гало. До проміжної підсистеми відносять балдж та область галактичного Центра, що включає центральне скупчення зірок та чорну діру Стрілець А*. За класифікацією Габбла Чумацький Шлях має тип SBbc. Підсистему галактичних супутників можна розділити на внутрішню та зовнішню. Межі внутрішньої групи галактик збігаються із межами сферичної складової Галактики. Зовнішня підсистема, що складається із декількох галактичних супутників, обмежена областю гравітаційної дії системи Галактики.

Галактика є відкритою. Є прямі докази взаємодії в минулому та в теперішній час з газовим середовищем та карликовими галактиками. В наш час спостерігаються взаємодії між підсистемами Галактики, тобто

відзначаються взаємодії «гало–диск–гало–міжгалактичний газ–гало» з подальшим ініціюванням зіркоутворення. Є прямі підтвердження ініціювання зіркоутворення через акрецію в комплексах Оріона, пояса Гулда, розсіяного скупчення ζ -Скульптора. Також виявлені «сліди» взаємодії Галактики з іншими галактиками в минулому. Очікується, що в майбутньому (приблизно через 4 млрд років) Чумацький Шлях зіткнеться із Туманністю Андромеда. Очевидно, що зіткнення таких масивних об'єктів призведе до повного руйнування їх структур й, ймовірно, згодом призведе до їх злиття та утворення нової галактики.

1.1.2 Проблема визначення галактоцентричної відстані

Для нашої спіральної Галактики існує ряд фундаментальних величин, які її характеризують. Однією з таких є відстань від Сонця до центра Галактики $R_{\odot}$. Вважається, що галактичний Центр або Центр Галактики – це область, навколо якої відбувається обертання всіх зірок, пилу та газу, що належать Галактиці. Таким чином, галактичний Центр є барицентром галактики Чумацький Шлях. Зараз відомо [1, 2, 3, 54, 64, 69] що поблизу галактичного Центра знаходиться компактне радіоджерело – надмасивна чорна діра Стрілець A^* з масою приблизно 4 мільйони сонячних мас (рис. 1.1).

На практиці, важливо знайти відстань від Сонця до галактичного центра $R_{\odot}$ з мінімальною похибкою. $R_{\odot}$ широко використовується в кінематичних та динамічних дослідженнях зоряних систем. Наприклад, без галактоцентричної відстані неможливо оцінити лінійну швидкість обертання Галактики на різних галактоцентричних відстанях. Через міжзоряний пил на промені зору, галактичний Центр не можна вивчати у видимому, ультрафіолетовому або м'якому (низькоенергетичному) рентгенівському діапазоні. Практично вся доступна зараз інформація про область в Центрі Галактики отримана зі спостережень у гамма-променях, жорсткому (високоенергетичному) рентгенівському, інфрачервоному, субміліметровому та радіодіапазонах.

Відстань від Сонця до Центра Галактики може визначатись без прямих

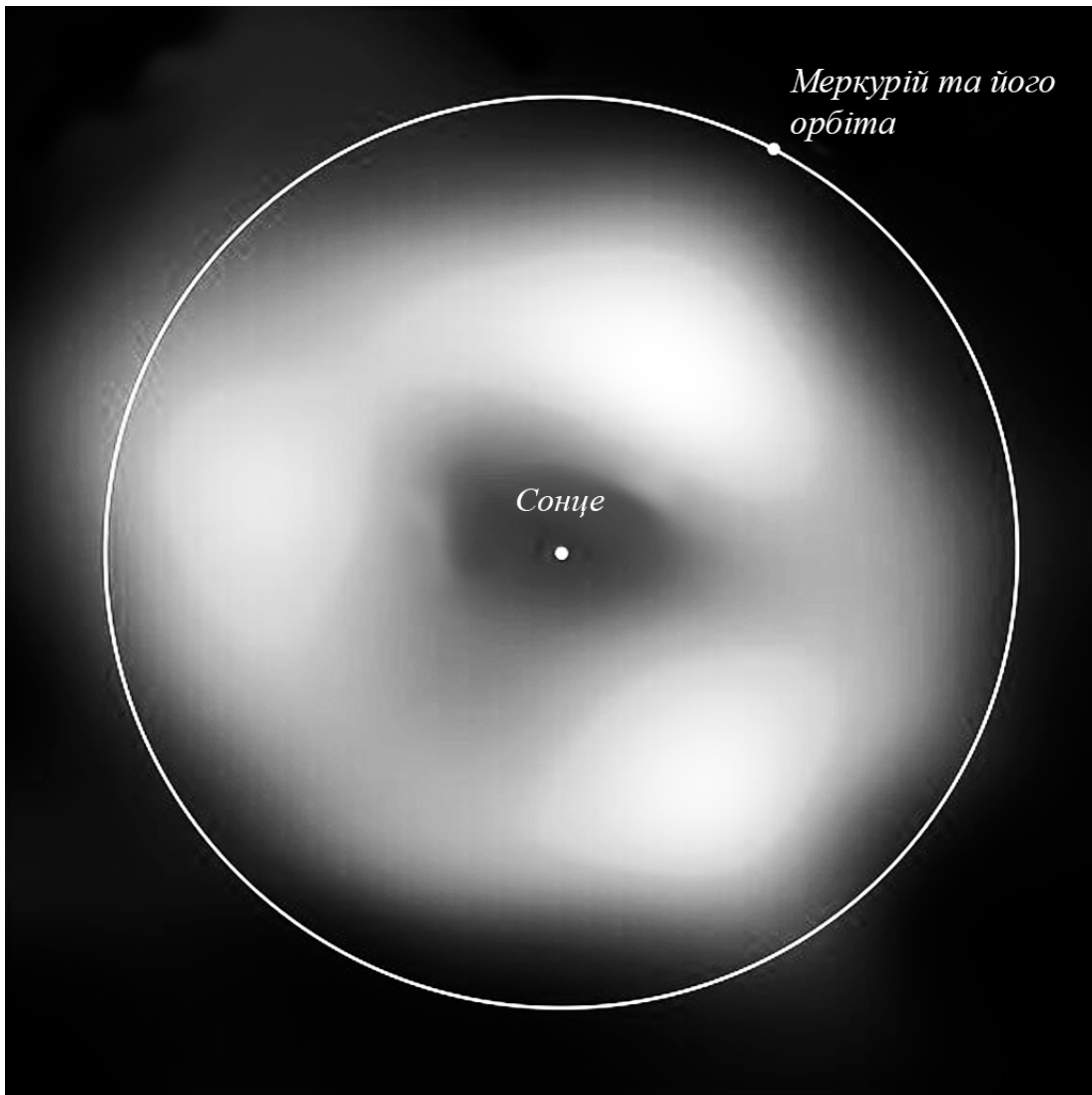


Рис. 1.1 Перше в історії зображення надмасивної чорної діри Стрілець А* та активної речовини біля неї, що було зроблено за допомогою телескопа Event Horizon Telescope (ЕНТ) науковою групою ЕНТ Collaboration у 2022 році [8]. Геометричні розміри чорної діри Стрілець А* в центрі Галактики порівнюються з розмірами орбіти Меркурія та з розмірами Сонця.

спостережень за цією областю. Спираючись на доступні спостережні дані, різні дослідники пропонують свої методи для оцінки величини $R_{\odot}$. Всі вони можуть бути віднесені до того чи іншого класу [103, 95, 20]. Наприклад Бланд-Хотторн та Герхард [20] виділяють три класи для класифікації методів визначення $R_{\odot}$: прямі методи, залежні від моделі та другорядні.

Точному визначенню відстані до галактичного Центра, наприклад, за відомими змінними зірками (змінними типу RR Ліри, класичними цефеїдами, цефеїдами 2-го типу) або стандартними свічками (зірками

червоного згущення), перешкоджають численні ефекти, серед яких неоднозначний закон почервоніння та міжзоряне поглинання. З певними умовами, оцінки величини параметра $R_{\odot}$ все ж проводять з використанням оцінок відстаней до змінних зірок. Точність таких, може бути оцінена з відносними похибками в 4% [87]. Додаткові труднощі вимірювання паралаксів і оцінки відстаней до джерел Галактики викликані положенням Сонця в галактичному диску. Воно знаходиться практично в серединній площині Галактики (знаходиться лише на $0,02 \text{ kpc}$ над цією площиною) [17]. Таким чином, спостереження за зірками галактичного диска ускладнюються накладанням численних структур Галактики, що зустрічаються на променю зору спостерігача.

Нині проводять спостереження лазерного випромінювання скрізь газ та пил за допомогою радіоінтерферометрії з наддовгими базами (РНДБ, англ. VLBI). Поблизу галактичного Центра (орієнтовно на відстані $0,12 \text{ kpc}$) знаходиться газопилова хмара Sgr B2, де відбуваються процеси зіркоутворення і яка добре спостерігається в радіодіапазоні. Оцінки її паралаксу методом РНДБ дають змогу обчислювати геліоцентричну відстань до неї [104]. Існують також роботи з оцінки $R_{\odot}$ за мазерами в рукавах Галактики, наприклад робота Нікіфорова та Веселової [96]. Загалом, зараз відомі паралакси близько 200 мазерних джерел випромінювання в Галактиці, отриманих РНДБ методом. Відстані до них оцінені з відносними похибками в 6% [107]. Теоретично, більшість з них може бути використана для визначення чи уточнення величини параметра $R_{\odot}$.

Використання сучасних інфрачервоних камер на наземних телескопах та впровадження нової системи адаптивної оптики дозволяє спостерігати так звані зірки S-типу. Ці зірки знаходяться максимально близько до надмасивної чорної діри Стрілець A^* і обертаються навколо неї. Найвідомішою та найбільш вивченою з таких є зірка S2 (також відома як S0-2) [1, 2, 3, 65, 45, 53]. Її унікальність серед інших 27 S-зірок в тому, що вона швидка та є достатньо яскравою. Період її обертання навколо Стрільця A^* становить всього 15,5 років. Це дозволяє за доступний час

зібрати максимальну кількість даних про її орбіту. В сукупності з даними про орбіти інших зірок S-типу, на сьогодні дослідникам з наукової групи GRAVITY вдалося оцінити відстань до чорної діри Стрілець A^* з найвищою випадковою точністю [3]. Оскільки вважається, що Стрілець A^* знаходиться практично в самому Центрі Галактики, відтань від Сонця до чорної діри також позначають як $R_\odot$.

1.1.3 Сучасні оцінки відстані від Сонця до Центра Галактики

За рекомендацією Міжнародного Астрономічного Союзу, прийнятою ще в 1985 році, параметр $R_\odot = 8,5 \text{ kpc}$. Звісно, що відтоді значення галактоцентричної відстані весь час уточнювалось і зараз, переважна більшість дослідників згодні з тим, що значення $R_\odot$ ближче до 8 kpc .

За останні 100 років налічується декілька сотень досліджень, де різними методами, з використанням різних вхідних даних, оцінюється відстань до Центра Галактики. В таких роботах дослідники наводять свої оцінки $R_\odot$ з випадковою та систематичною похибками. Окремої уваги заслуговують оглядові дослідження, де, на основі різних робіт, усереднюються значення $R_\odot$, і тим самим мінімізуються як випадкова, так і систематична похибки. Найбільший інтервал у часі охоплює робота Р. Гріса і Д. Боно [67]. Вони проаналізували 162 роботи які публікувалися з 1927 по 2017 рік та представили у своїх результатах $R_\odot = 8,3 \pm 0,4 \text{ kpc}$. Також суттєвими за охопленням в часі, є роботи Рейда [103] та Нікіфорова [95], де наводяться значення $R_\odot = 8,0 \pm 0,5 \text{ kpc}$ та $R_\odot = 7,9 \pm 0,17 \text{ kpc}$ відповідно. Існує ще ряд робіт, де оглядаються способи отримання галактоцентричної відстані Сонця, проводиться класифікація методів її визначення та наводяться середні значення $R_\odot$ з використанням різних статистичних підходів (наприклад такі роботи: [20, 116, 41]).

Статистично важливою є кількість охоплених наукових праць, але не менш важливою є реальна точність оцінки величини $R_\odot$ в таких роботах. Тому є сенс окремо розглядати відносно новіші роботи, де використовуються точніші вхідні спостережні дані та більш досконалі

методи оцінки $R_{\odot}$. Прикладом наукової праці, де розглядаються найновіші оцінки відстані від Сонця до Центра Галактики є публікація В.В. Бобильова та А.Т. Байкової [27]. Вони розглянули 56 робіт, які були опубліковані за останнє десятиріччя (до 2021 року включно). Ними були використані статистичні підходи (середнє зважене та медіанне значення) для визначення величини відстані від Сонця до центра Галактики та зроблено висновок, що на практиці можна використовувати величину $R_{\odot} = 8,1 \pm 0,1 \text{ kpc}$. Також автори звертають увагу на те, що окрім випадкової, важливою є систематична похибка визначення величини $R_{\odot}$, яка наводиться не в усіх розглянутих публікаціях. Адже розкид проаналізованих оцінок галактоцентричної відстані до Сонця становить до $1,2 \text{ kpc}$ (В роботі [73] $R_{\odot} = 7,6 \pm 0,7 \text{ kpc}$, а в роботі [96] $R_{\odot} = 8,8 \pm 0,5 \text{ kpc}$). При цьому, випадкова похибка авторами вказана на рівні $0,5 - 0,7 \text{ kpc}$. Тобто, серйозні розбіжності в значеннях $R_{\odot}$ можуть бути спричинені саме систематичними похибками (наприклад недосконалістю методів, моделей що використовувались, селекцією вхідних даних).

Як зазначалось раніше, результати наукової групи GRAVITY мають найменшу випадкову похибку визначення галактоцентричної відстані Сонця, серед всіх інших оцінок, наявних на сьогодні. Так, в останній роботі групи [3] вказується, що $R_{\odot} = 8,275 \pm 0,009 \pm 0,033 \text{ kpc}$. Найменшу випадкову ($\pm 0,009 \text{ kpc}$) та систематичну ($\pm 0,033 \text{ kpc}$) похибки забезпечують метод та сучасний інструментарій, що були використані. Як зазначається в роботах групи GRAVITY Colobaration з 2018 по 2021 рік [1, 2, 3], вони проводили спостереження за зірками S-типу упродовж 27 років. Важливим моментом спостережень стало проходження зірки S2 перицентру своєї дуже ексцентричної орбіти в травні 2018 року. Завдяки недавньому оновленню Дуже великого телескопа Інтерферометрі (ДВТІ, англ. VLTI – Very Large Telescope Interferometer) [3], з'явилася можливість виміряти власні рухи зірок з дуже високою точністю. Власне це і дозволило провести надійну оцінку відстані до чорної діри Стрілець А*. Надалі, в рамках дисертації, для розрахунків буде використовуватись

величина $R_{\odot} = 8,28 \text{ kpc}$, що оцінена науковою групою GRAVITY.

1.1.4 Кутові координати галактичного Центра

Крім значення відстані $R_{\odot}$, важливим для уявлення про будову та еволюцію Галактики є напрямок на галактичний Центр. Сферичні координати α_{GC} , δ_{GC} та відстань $R_{\odot}$ задають однозначно в просторі положення центра Галактики. Ця трійка координат може бути перетворена в ту чи іншу трійку координат іншої системи (СК) (див. розд. 1.3). Так склалося, що визначення кутових координат на небесній сфері відбувається на порядок точніше, ніж визначення відстаней чи радіальних швидкостей. Своєю чергою, для галактичного центра були визначені та прийняті консорціумом HIPPARCOS [101] в 1997 році для епохи J2000.0 такі координати в міжнародній небесній СК: $\alpha_{GC} = 266^{\circ},40499$, $\delta_{GC} = -28^{\circ},93617$. За останні 25 років були неодноразові спроби уточнити ці параметри. Так, наприклад, дослідники з наукової групи GRAVITY [1] використовують наступні значення кутових координат галактичного Центра: $\alpha_{GC} = 266^{\circ},4051$, $\delta_{GC} = -28^{\circ},93617$. Якщо перейти до лінійних величин з використанням $R_{\odot} = 8,28 \text{ kpc}$, то відстань між цими двома точками у просторі буде становити $1,5 \times 10^{-5} \text{ kpc}$, або ж $0,015 \text{ pc}$. Нині, з урахуванням можливостей інструментів для спостереження, такою величиною можна знехтувати та вважати, що α_{GC} , δ_{GC} , що прийняті консорціумом HIPPARCOS, визначені з достатнім рівнем точності.

1.2 Геометричні та кінематичні параметри зірок

1.2.1 Координати на сфері

Кожне небесне тіло (або джерело) займає своє конкретне положення у просторі. Щоб однозначно визначити положення тіла, потрібно задати три координати його центра. Прямокутні (або декартові) та сферичні координати можуть бути використані для цього з однаковим успіхом. Історично склалось, що в астрономії частіше використовуються сферичні

координати зірок. Річ у тім, що декартові координати зірки – це проєкція на обрані координатні осі відстані до неї, а у випадку сферичних, дві кутові координати визначають напрямок на зірку і лише одна – відстань. На практиці, напрямок на зірку визначити набагато простіше, ніж її відстань. Таким чином, зірок, для яких виміряні лише кутові координати відомо більше, ніж зірок з додатково виміряними відстанями.

Під час визначення кутових координат джерел, відстані до них можна вважати рівними одиниці. Тоді всі зірки будуть знаходитись на поверхні одиничної сфери, яка називається небесною сферою. Для задання на ній деякої системи астрономічних координат, обираються дві діаметрально розташовані точки, що будуть полюсами даної системи, а пряма, яка з'єднує їх – її віссю. Велике коло на небесній сфері перпендикулярне до осі, називається екватором системи. Він ділить сферу на дві півкулі. Уявна лінія на поверхні небесної сфери, що проходить через будь-яку точку поверхні сфери та через обоє полюсів називається меридіаном. Малі кола, площини яких паралельні площині екватора називаються паралелями. Вони завжди перетинають меридіани під прямим кутом.

Двогранний кут між меридіаном, що проходить через джерело та початковим меридіаном (обирають за домовленостями), називається довготою джерела. Він відраховується від 0° до 360° . Кутова відстань від екватора вздовж дуги меридіана, називається широтою джерела. Зазвичай широта вимірюється від 0° до $+90^\circ$ у бік одного полюса і від 0° до -90° – у бік іншого.

В розділах 1.3.1 та 1.3.2 будуть детально описанні сферичні системи координат, що використовуються в рамках дисертаційної роботи.

1.2.2 Річний паралакс

Якщо джерело знаходиться на кінцевий відстані від спостерігача, то у разі переміщення спостерігача з однієї точки простору в іншу, напрямок на джерело зміниться. Кут, який визначає зміну напрямку на джерело називається паралаксом. Внаслідок орбітального руху Землі навколо Сонця, кожне джерело на небесній сфері описуватиме еліпс. Кут ϖ під

яким видно його велику піввісь, зветься річним паралаксом джерела.

Відстані до джерел оцінюють через річний паралакс тригонометричним способом. Якщо паралакс ϖ вказаний в секундах дуги ($asec$), то відстань до зірки r можна отримати в парсеках (pc) з простого співвідношення:

$$r = \frac{1}{\operatorname{tg} \varpi} \approx \frac{1}{\varpi}. \quad (1.1)$$

Назва парсек – це скорочення від паралакс-секунда. Його можна перетворити в іншу системну чи позасистемну одиницю виміру довжини, що використовується в астрономії:

$$1 \text{ pc} \approx 206264,806 \text{ au} \approx 3,261563777167 \text{ ly} \approx 3,085677581491 \times 10^{16} \text{ m}. \quad (1.2)$$

На практиці також застосовуються кратні тисячі одиниці: кілопарсек ($1 \text{ kpc} = 10^3 \text{ pc}$) в масштабах Галактики, мегапарсек ($1 \text{ Mpc} = 10^6 \text{ pc}$) – в масштабах місцевої групи галактик та гігапарсек ($1 \text{ Gpc} = 10^9 \text{ pc}$) – в масштабах Всесвіту.

Необхідно зазначити, що безпосередній тригонометричний вимір паралаксів зірок з використанням сучасних засобів спостережень вдається, в кращому випадку, в межах відстаней до $2 - 4 \text{ kpc}$, оскільки далі похибки вимірювання стають більше вимірюваної величини. Детальніше про проблеми визначення відстаней до зірок в розділі 1.2.6.

1.2.3 Власні рухи

Власним рухом джерела називається її видиме кутове річне переміщення небесною сферою. На відміну від паралакса, що пов'язаний з періодичним рухом зірки навколо свого середнього положення на небі, власний рух має поступальний характер що викликаний відносною швидкістю джерела і Сонця. Таким чином, власний рух – це проєкція видимої швидкості зірки на небесну сферу, що дорівнює річній зміні її середнього положення на небосхилі. З використанням річних паралаксів, можна обчислити компоненту вектора просторової швидкості світила в тангенціальній площині, що буде перпендикулярною променю зору

спостерігача. Така швидкість називається тангенціальною, або поперечною.

В порівнянні з процесом визначення координат, вимірювання швидкостей потребує кількох моментів рознесених в часі. Якщо для фіксування перших достатнього одного миттєвого виміру положення, то для вимірювання власних рухів, потрібно мінімум два. Для частини видимих джерел, власні рухи зараз визначені на рівні похибок. Тому для таких джерел, різниця в часі між вимірами положень, має бути більшою ніж є зараз, щоб забезпечити надійність отримуваних результатів навіть на сучасних астрометричних приладах. Як правило «нерухомі» об'єкти знаходяться поза нашою Галактикою, хоча багато зірок Чумацького Шляху теж лишаються без визначених швидкостей.

1.2.4 Променева швидкість

Для того, щоб однозначно визначити просторову швидкість світила, необхідно знати ще одну компоненту його вектора швидкості – променеву. Перераховані вище параметри небесних світил визначаються в рамках класичної астрометрії – науки яка займається побудовою просторових систем координат та позиційними й дистанційними вимірюваннями космічних об'єктів в таких системах. Процес визначення променевої швидкості дещо виходить за рамки класичної астрометрії. Як правило, щоб отримати значення V_r , проводиться спектральний аналіз світила і визначаються доплерівські зсуви ліній у спектрі його випромінення:

$$V_r = c \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}, \quad (1.3)$$

де: V_r – променева швидкість світила, c – швидкість світла у вакуумі, λ – довжина обраної лінії в спектрі світила, λ_0 – довжина обраної лінії в спектрі лабораторного джерела випромінювання. V_r вважається додатною, якщо світило рухається від Сонця.

1.2.5 Огляд зоряних каталогів космічної місії Gaia

Місія європейського космічного агентства (ESA) *Gaia* є ідейною наступницею іншої астрометричної космічної місії – HIPPARCOS. Назву «Гая» спочатку було запропоновано як аббревіатуру від повної назви: «Глобальний астрометричний оптичний інтерферометр для астрофізики». Така назва мала підкреслювати наявність оптичної техніки інтерферометрії, яка б надала можливість перейти від реалізації міжнародної опорної небесної системи координат в радіодіапазоні (ICRF) (див. розд. 1.3.1). Хоча трохи згодом, внаслідок технічних причин, від використання інтерферометрії довелося відмовитися. Як наслідок, розшифровка аббревіатури більше не є відповідною, проте саму назву «*Gaia*» вирішили залишити.

Супутник був запущений 19-го грудня 2013 року до точки Лагранжа L2 системи Сонце–Земля. Вже з середини січня 2014-го року, інструменти встановлені на супутнику почали отримувати наукові дані. Перший реліз вийшов під назвою *Gaia Data Release 1*, або скорочено – *Gaia* DR1 [63]. Він став доступний для науковців всього світу 14 вересня 2016 року. За своєю суттю – це каталог 1,14 млрд точкових джерел, що змогли зареєструвати прилади місії на той час. Переважно це зірки, що належать галактиці Чумацький Шлях. Для всіх наявних об'єктів були визначені положення в ICRF. Так зване повне астрометричне рішення з 5 величин (положення, паралакси та власні рухи) було наведено в окремому каталозі TGAS для 2 млн об'єктів, де були використанні зовнішні дані з каталогу Tycho-2.

Майже через два роки – 25 квітня 2018 року став доступним каталог *Gaia Data Release 2* [81], де значно збільшилась кількість джерел, до майже 1,7 млрд. Ще більш суттєвим стало те, що об'єктів для яких наведено повне астрометричне рішення, збільшилось з 2 млн до понад 1.3 млрд, що стало революцією в астрометрії в цілому. Також, вперше стали доступні променеві швидкості для 7,2 млн об'єктів. Зокрема для дослідників кінематики Галактики, ці дані надали можливість

отримувати результати на новому рівні точності не тільки для навколосонячної околиці, а також для інших зоряних систем з геліоцентричними відстанями в декілька кілопарсеків.

Наступний реліз даних *Gaia* був умовно розділений на дві частини. *Gaia Early Data Release 3* [83] (ранній реліз даних) став доступним 20 грудня 2020 року. Дані для цього релізу збиралися протягом 32 місяців, що надало можливість покращити точність отриманих астрометричних параметрів, особливо для власних рухів та паралаксів, а також вперше оцінити координати ще для 100 млн джерел. Таким чином, *Gaia* EDR3 містить інформацію про 1.8 млрд джерел, при цьому для 1,47 млрд з них наводиться повне астрометричне рішення. Променеві швидкості та похибки їх визначення були дещо уточнені, але по суті в каталозі залишилися дані з *Gaia* DR2.

Актуальним зараз релізом космічної місії *Gaia* є третій реліз – *Gaia* DR3 [117], який був опублікований 13 червня 2022 року. Для кінематичних досліджень важливим стала майже в 5 разів більша, у порівнянні з попереднім релізом, кількість джерел, для яких наводиться променева швидкість. В табл. 1.1. представлені основні кількісні характеристики цього каталогу.

Табл. 1.1

Кількісні характеристики каталогу *Gaia* DR3

Підмножина виміряних джерел	Кількість
Всього джерел	1 811 709 771
Джерела з повним астрометричним рішенням	1 467 744 818
Джерела, для яких наведені променеві швидкості	33 812 183
Джерела з фотометрією G_{BP} діапазону	1 542 033 472
Джерела з фотометрією G_{RP} діапазону	1 554 997 939
Змінні джерела	550 737
Джерела <i>Gaia</i> -CRF	1 614 173
Джерела з еволюційними параметрами (маса та вік)	128 611 111

В майбутньому очікується реліз *Gaia* DR4, що буде містити в 1,4 раза точніші положення, паралакси, променеві швидкості та фотометричні параметри джерел ніж є зараз. А точність визначення власних рухів має стати кращою у 2,8 раза. В рамках релізу буде проведена якісна класифікація джерел на зірки, подвійні системи, галактики. Подальші

випуски релізів *Gaia* відбудуться залежно від рішень про подовження місії. Так, вже відомо про каталог *Gaia* DR5, що буде опублікований не раніше ніж через три роки після закінчення місії у 2025 році. Він буде в 1,5 раза точнішим, за *Gaia* DR4 в астрометричних та фотометричних показниках, а власні рухи будуть більш ніж у 2 рази точнішими, ніж ті, які очікуються в *Gaia* DR4. Усі дані каталогів *Gaia* будуть доступні в онлайн-базі даних, якою можна користуватися безплатно.

Після завершення місії *Gaia*, агенція планує почати наступну місію, яка отримала попередню назву *GaiaNIR*. Спостереження будуть проводитись у ближньому інфрачервоному діапазоні довжин хвиль. Очікується, що місія розширить актуальний нині каталог джерелами, які спостерігаються за межами оптичного діапазону. Також, попри наявні проблеми зведення до одного каталогу вимірів у різних діапазонах довжин хвиль, дані місії *GaiaNIR* покращать точність паралаксів та власних рухів для вже відомих об'єктів.

1.2.6 Проблема визначення відстаней до зірок

Визначення відстані до світил r через величину річного паралакса ϖ спирається на тригонометричний підхід. Окрім такого підходу також існують інші методи визначення r , наприклад зі спостережень періоду цефеїд, методом спектрального паралакса чи радіоінтерферометрії. Але ці методи є специфічними та не можуть бути застосованими для більшості джерел Галактики. Тому визначення річного паралакса зірок досі залишається такою ж фундаментальною та необхідною задачею астрометрії, як і визначення координат світил на сфері.

Використання обернено пропорційного зв'язку між паралаксом та відстанню (1.1), для обчислення останньої є безпроблемною процедурою лише тоді, коли відсутні помилки вимірювання [14]. Реальні ж паралакси в каталогах завжди мають похибки вимірювання. Через нелінійну залежність між ϖ та r , похибка визначення відстані до зірки стане несиметричною.

До того ж відомо [84], що паралакси в каталогах місії *Gaia*

систематично зміщені, тобто вони мають зсув нуль-пункта на кілька десятків мікросекунд дуги. У роботі Ліндегрена показано, що це зміщення паралакса нетривіальним чином залежить від зоряної величини, кольору та екліптичної широти джерела. Згідно з (1.1), похибка в $30 \mu as$ (μas – кутова мікросекунда дуги) для зірок з паралаксом близьким до $1 mas$ (mas – кутова мілісекунда дуги) не призведе до помітної похибки у визначенні відстані до неї. Але така сама похибка для далеких зірок, що мають, наприклад паралакси близькі до $0,1 mas$, призведе до переоцінки відстані до зірки більш ніж на $2 kpc$. Також, в каталозі *Gaia* DR3 містяться від’ємні паралакси, наявність яких спричинена особливостями обробки спостережних даних. Такі значення величин ϖ призводять до неможливих з фізичної точки зору від’ємних відстаней до джерел.

З огляду на вище сказане, можна зробити висновок, що тригонометричний підхід визначення річних паралаксів працює більш-менш точно для відносно недалеких зірок нашої Галактики (до $2 - 4 kpc$ від Сонця), що мають значення паралаксів значно більші ніж похибки їх вимірювання. Але щоб визначати відстані до зірок, що мають малі паралакси, необхідно обов’язково враховувати поправки.

Так, в роботах Бейлер-Джонса та ін. [14, 12, 13, 15, 16], використовується ймовірнісний баєсівський підхід для коригування відстаней до джерел, що є в каталогах місії *Gaia*. В основу методу входить складна модель, що побудована на базі тривимірної структури нашої Галактики з врахуванням міжзоряного поглинання та функції вибору *Gaia* [42]. Автори наводять два основних набори відстаней: геометричні r_g та фотогеометричні r_{ph} . Для визначення перших, використовувались паралакси *Gaia* разом з апріорними модельними відстанями, що залежать від координат на сфері. Для других – додатково використовувались параметри світності (або зоряної величини). Остання версія каталогу містить 1,47 млрд геометричних r_g та 1,35 млрд фотогеометричних r_{ph} відстаней до джерел, що представлені місією *Gaia*. Нові оцінки відстаней суттєво відрізняються від тих, що були визначені тригонометричним способом за паралаксами *Gaia*. Різниця особливо стає

помітною для далеких зірок, де випадкова похибка паралаксів зрівнянна з самою величиною (рис. 1.2).

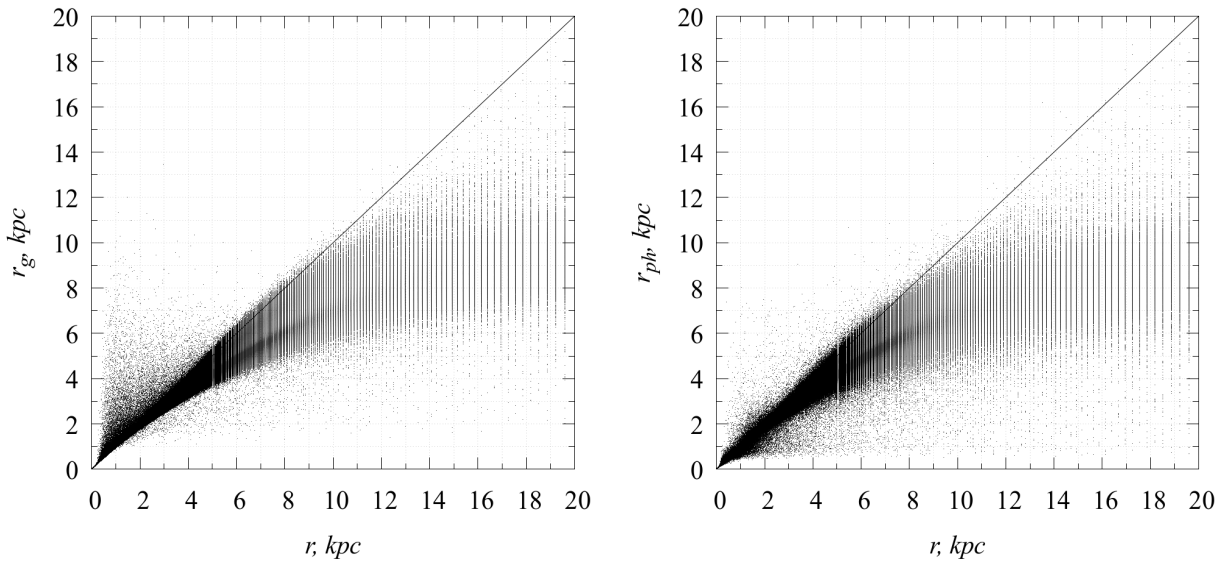


Рис. 1.2 Геометричні (ліворуч) та фотогеометричні (праворуч) відстані до зірок в порівнянні з визначеними за формулою (1.1). Використовувались дані з роботи [16] та каталог *Gaia* DR3 [117].

1.3 Системи координат

1.3.1 Міжнародна небесна СК

Побудова інерційної системи координат була і залишається надзвичайно важливим та принциповим завданням, оскільки її реалізація забезпечує метрологічну основу – фундамент не лише всієї астрономії, а й усієї фізики.

Майже до кінця минулого сторіччя в астрономії в якості міжнародної небесної системи координат використовувалась екваторіальна система, яка реалізовувалась послідовністю фундаментальних каталогів FK (FC, NFK, FK3, FK4, FK5). Так каталог FK5 (Fundamental Katalog 5) містив 1535 зірок. Координати зірок були відомі з похибкою $0,08 \text{ as}$ (as – кутова секунда дуги) і власні рухи з похибкою 1 mas y^{-1} . Основна площина системи FK5 задавалась положенням екватора на стандартну епоху J2000.0, а початок відліку прямих сходжень — перетином екватора з екліптикою на епоху J2000.0. Площина екватора задає нуль-пункт відліку схилень δ .

Базисну трійку векторів, що визначають екваторіальну систему координат FK5, позначають як $\vec{i}_{eq}$, $\vec{j}_{eq}$, $\vec{k}_{eq}$, причому вектор $\vec{k}_{eq}$ спрямований на полюс світу, вектор $\vec{i}_{eq}$ спрямований на точку весняного рівнодення, а вектор $\vec{j}_{eq}$ є результатом векторного добутку $\vec{j}_{eq} = (\vec{k}_{eq} \times \vec{i}_{eq})$, так що орти $\vec{i}_{eq}$, $\vec{j}_{eq}$, $\vec{k}_{eq}$ становлять праву трійку.

Оскільки обидві площини рухаються в інерційному просторі внаслідок місячно-сонячної прецесії та прецесії від планет, то для побудови інерційної системи координат необхідно зафіксувати положення головних площин на певну епоху T (середнє рівнодення та середній екватор у момент T) і тим самим зафіксувати напрями основних осей у просторі.

Отримана таким чином система координат була визначена на даний момент часу і могла в якомусь наближенні вважатися інерційною. Перехід до іншої епохи вимагав урахування ефекту прецесії, що накопичувався з часом. Чисельні значення прецесійних величин, одержувані зі спостережень, залежать від динамічної теорії прецесії, отже, і система відліку стає модельно залежною. Це своєю чергою призводить до необхідності вивчення та урахування дедалі більшої кількості складних геофізичних явищ, які супроводжують обертальний рух Землі. Приблизно до середини 20 століття стало зрозуміло, що прогрес точності фундаментальних каталогів не відповідає вимогам фундаментальної та прикладної науки. Тому наприкінці 20 століття стався перехід до нової концепції побудови міжнародної небесної системи відліку ICRS [11].

Початкова реалізація цієї системи координат отримала назву ICRF [86] і була реалізована в смугах S (13 см) та X (3.6 см) радіодіапазону. Реалізація отримана геометричним методом, тобто напрями її осей фіксується положеннями 212 реперів – базових точкових позагалактичних радіоджерел, отриманих наземними РНДБ-методами з точністю близько $0,5 \text{ mas}$. Каталог радіоположень ICRF разом зі шкалами часу TCB і TCG є реалізацію барицентричної системи координат у межах загальної теорії відносності, оскільки для її побудови було враховано деякі релятивістські ефекти. Для зручності користування та безперервності у процесі зміни систем відліку основна площина ICRF була обрана так, щоб в епоху J2000

вона збігалася з динамічною площиною FK5 у межах помилок спостережень. Нуль-пункт прямих сходжень α – «точка весняного рівнодення» був обраний за згодою, а саме так, щоб пряме сходження квазара 3C273B з FK5 збіглося з його прямим сходженням в ICRF в епоху J2000. Оскільки ICRF не залежить від часу, терміни «рівнодення» і «екватор» будь-якого каталогу, який реалізує систему ICRF, немає сенсу.

Наступні реалізації ICRS, названі ICRF2 [62] та ICRF3 [43], містять положення вже 3414 компактних позагалактичних радіоджерел із порогом похибок $0,5 - 0,1 \text{ mas}$ та 4262 радіоджерел, позиційна точність яких, співставна з точністю *Gaia*. Однак на практиці, через малу кількість опорних об'єктів та їх низьку світність, пряме використання системи ICRF при позиційних спостереженнях у видимому діапазоні неможливо. Тому для оптичного діапазону на основі результатів вимірювань, виконаних на борту космічного апарату HIPPARCOS [101] було створено аналог ICRF, який отримав назву HCRF (HIPPARCOS Celestial Reference Frame). Для фіксації осей системи відліку, що задається даними каталогу HIPPARCOS, використовувався кінематичний метод. Реперами слугували зірки з відомими на рівні точності приблизно 1 mas положеннями та $1 \text{ mas } y^{-1}$ власними рухами. Для того, щоб каталог HIPPARCOS, в якому містяться координати, власні рухи та паралакси 118 218 зірок став реалізацією системи ICRS в оптичному діапазоні, необхідно було виконати його прив'язку до ICRF.

Зрештою, після виконання прив'язки, яка є складною процедурою, орієнтація осей системи HIPPARCOS по відношенню до ICRF визначена в результаті прямого зіставлення положень зірок HIPPARCOS в епоху J1991.25 та їх радіоположень в ICRF з точністю $0,6 \text{ mas}$, а обертання системи за допомогою прив'язок його власних рухів до будь-яких позагалактичних джерел, включаючи галактики, які не обов'язково присутні в ICRF, з точністю $\pm 0,25 \text{ mas } y^{-1}$. Ця величина може розглядатися як кількісна характеристика інерційності системи HCRF.

З появою даних каталогу GaiaDR2, який містить астрометричні параметри для понад півмільйона квазарів, виникла можливість створити

небесний опорний фрейм в оптичному діапазоні. Цей набір визначає опорний фрейм в оптичній області, що кінематично не обертається. У цьому випадку, як і при створенні ICRF, система координат задається положеннями певним чином вибраних квазарів. Підмножина цих квазарів має точні положення VLBI, які дозволяють осі опорного фрейму узгодити з радіо-фреймом Міжнародної небесної системи відліку (ICRF).

Система відліку, визначена за даними Gaia DR2, є реалізацією ICRS в оптичному діапазоні та має назву Gaia Celestial Reference Frame 2 (Gaia-CRF2) [90]. Вона заснована на 22-місячних спостереженнях космічним апаратом *Gaia* більш ніж півмільйона позагалактичних джерел. Gaia-CRF2 з'явилася у 2018 році й була представлена як «перша повноцінна оптична реалізація ICRS, побудована тільки на позагалактичних джерелах». Згодом з'явилась Gaia-CRF3 [74], що заснована на 34-місячних спостереженнях 1 614 173 позагалактичних джерел. Так, у серпні 2021 року Міжнародний астрономічний союз ухвалив у Резолюції В3, XXXI Генеральної Асамблеї, що «з 1 січня 2022 року реалізація Міжнародної небесної системи відліку ICRS включатиме третю реалізацію Міжнародної небесної системи координат (ICRF3) для радіодіапазону та Gaia-CRF3 для оптичного діапазону». У той час як положення зазвичай слабких квазарів становлять основну реалізацію Gaia-CRF3 на суб-мілісекундному рівні точності, положення та власні рухи 1 467 744 818 зірок у Gaia DR3 номінально знаходяться в одній і тій же системі координат і, таким чином, забезпечують вторинну реалізацію (аналог HCRF), яка покриває діапазон магнітуд G від 6 m до 21 m з аналогічною точністю, яка погіршується зі збільшенням часового проміжку від опорної епохи J2015.5. Початок координат цих систем розташований в барицентрі Сонячної системи, а осі спрямовані, так само як в екваторіальній системі координат FK5 в епоху J2000.

1.3.2 Галактична СК

Однією із СК, що часто використовується під час кінематичних та динамічних досліджень, є сферична галактична СК (ГСК) рис. 1.3. За

основну площину ГСК приймають площину галактичного диска. Положення цієї площини в системі Gaia-CRF3 визначається координатами одного з галактичних полюсів. Консорціум HIPPARCOS [101] для епохи J2000.0 рекомендував наступні значення положень галактичних полюсів:

$$\begin{aligned}\alpha_{GC} &= 266^\circ, 40499 & \delta_{GC} &= -28^\circ, 93617 \\ \alpha_{GR} &= 318^\circ, 00439 & \delta_{GR} &= +48^\circ, 32964 \\ \alpha_{GP} &= 192^\circ, 85948 & \delta_{GP} &= +27^\circ, 12825\end{aligned}\tag{1.4}$$

а нуль-пункт відліку галактичних довгот було визначено як довготу висхідного вузла галактичної площини щодо екватора ICRS J2000.0

$$L' = 32^\circ, 93192.\tag{1.5}$$

Перехід від ICRS, що реалізована системою Gaia-CRF3, до ГСК буде мати вигляд:

$$\begin{pmatrix} \cos B \cos L \\ \cos B \sin L \\ \sin B \end{pmatrix} = A_G \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix},\tag{1.6}$$

де: L – галактична широта, B – галактична довгота,

$$A_G = \begin{pmatrix} \vec{i}_g \\ \vec{j}_g \\ \vec{k}_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i}_{eq} & \vec{j}_{eq} & \vec{k}_{eq} \end{pmatrix},\tag{1.7}$$

а $\vec{i}_g, \vec{j}_g, \vec{k}_g$ – орти ГСК. Якщо записати шукані компоненти наступним чином:

$$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos B \cos L \\ \cos B \sin L \\ \sin B \end{pmatrix},\tag{1.8}$$

тоді галактичну широту та довготу можна знайти як:

$$\operatorname{tg} L = \frac{g_2}{g_1}, \quad \operatorname{tg} B = \frac{g_3}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}.\tag{1.9}$$

Обчислення матриці перетворення A_G , як результат скалярних добутків відповідних ортів систем координат, досить рутинний процес. Тому часто використовується інший спосіб. Наприклад, така матриця може бути записана як результат повороту ортів ICRS на відповідні кути.

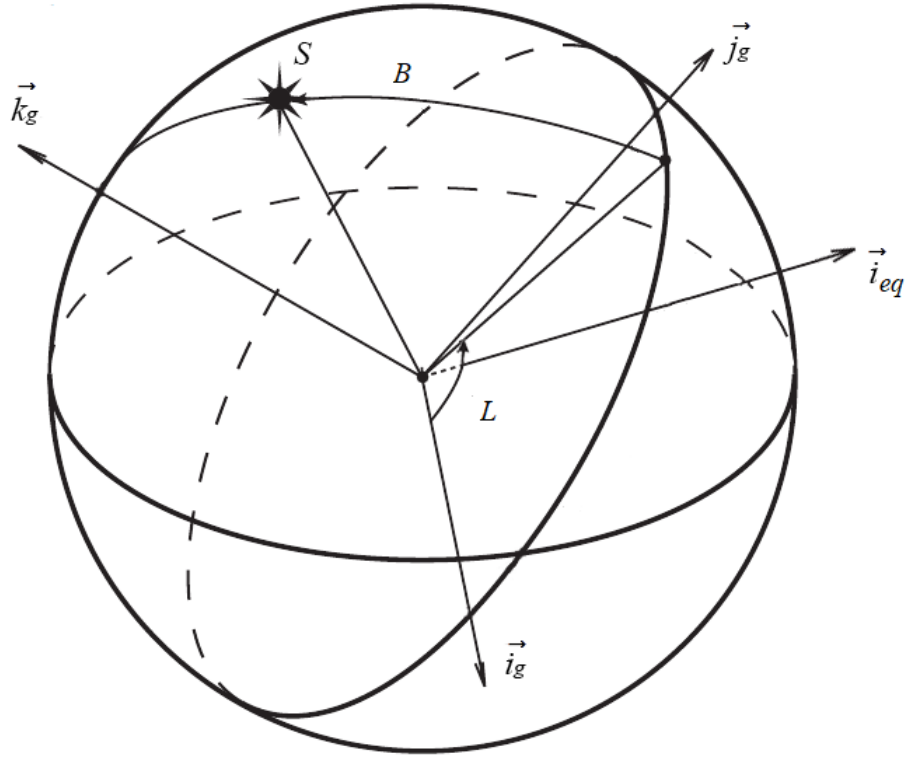


Рис. 1.3 Схематичний вигляд ГСК відносно ICRS, де визначені координати L та B зірки S .

[126]. Перший поворот здійснюється навколо осі світу на кут $\alpha_{GP} + 90^\circ$, де α_{GP} – пряме сходження північного полюса Галактики. Другий поворот – навколо лінії вузлів, на кут $90^\circ - \delta_{GP}$, де δ_{GP} – схилення північного полюса Галактики. Останній поворот здійснюється на кут $-L'$ (довгота висхідного вузла) навколо осі, що з'єднує північний та південний полюси Галактики. Таке перетворення запишеться як послідовний добуток трьох матриць повороту:

$$A_G = \begin{pmatrix} \cos L' & -\sin L' & 0 \\ \sin L' & \cos L' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \delta_{GP} & \cos \delta_{GP} \\ 0 & -\cos \delta_{GP} & \sin \delta_{GP} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin \alpha_{GP} & \cos & 0 \\ -\cos \alpha_{GP} & -\sin \alpha_{GP} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

Використовуючи значення для α_{GP} , δ_{GP} та L' , що рекомендовані консорціумом HIPPARCOS (1.4) та (1.5), матриця A_G може бути

остаточно записана в чисельному вигляді:

$$A_G = \begin{pmatrix} -0,054875560137 & -0,873437090253 & -0,483835015547 \\ 0,494109428013 & -0,444829629802 & 0,746982244500 \\ -0,867666148959 & -0,198076373706 & 0,455983776171 \end{pmatrix}. \quad (1.11)$$

Оскільки вона є ортогональною, то зворотний перехід від ГСК до ICRS буде мати вигляд:

$$\begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} = A_G^T \begin{pmatrix} \cos B \cos L \\ \cos B \sin L \\ \sin B \end{pmatrix}. \quad (1.12)$$

Перехід від власних рухів світил в ICRS (μ_α, μ_δ) до таких в галактичній СК (μ_L, μ_B), відбувається за формулами:

$$\mu_L \cos B = \mu_\alpha \cos \delta \cos \phi + \mu_\delta \sin \phi, \quad (1.13a)$$

$$\mu_B = \mu_\alpha \cos \delta \sin \phi + \mu_\delta \cos \phi, \quad (1.13b)$$

де ϕ – паралактичний кут, тобто кут між напрямком від світила на північний полюс Галактики та кругом схилення. Має діапазон змін $0^\circ < \phi < 360^\circ$ і може бути визначений, наприклад з формул:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\cos \delta_{GP} \sin(\alpha - \alpha_{GP})}{\cos \delta \sin \delta_{GP} - \sin \delta \cos \delta_{GP} \cos(\alpha - \alpha_{GP})}, \quad (1.14a)$$

$$\sin \phi = \frac{\cos \delta_{GP} \sin(\alpha - \alpha_{GP})}{\cos b}. \quad (1.14b)$$

З властивостей сферичних координат, початок відліку яких збігається, при переході від однієї до іншої СК відстані до зірок r та радіальні швидкості V_r змін не зазнають.

1.3.3 Прямокутна галактична СК

Якщо для джерел визначені положення (3 координати) та три компоненти вектора швидкості, аналіз їх поля швидкостей зручно виконувати в прямокутній СК. Використання такої СК дозволяє уникнути введення додаткових умов у дослідженнях поблизу особливих точок сферичної СК – її полюсів.

Прямокутна галактична система координат (ПГСК) – права декартова система координат XYZ . Напрямки її осей задаються ортами $\vec{i}_g, \vec{j}_g, \vec{k}_g$. Початок СК знаходиться в точці O , що збігається з положенням барицентра Сонячної системи, площина XOY збігається з площиною Галактики. Вісь OX спрямована на галактичний центр, OY вказує напрямом обертання галактичного диска, а OZ є паралельною вісі обертання Галактики. Звісно, реальна фізична відповідність напрямків осей залежить від точності визначення параметрів α_{GP} та δ_{GP} .

Компоненти радіус-вектора $\vec{r} = (X; Y; Z)$ світила в ПГСК знаходяться з координат ГСК наступним чином:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos B \cos L \\ r \cos B \sin L \\ r \sin B \end{pmatrix}. \quad (1.15)$$

Компоненти вектора швидкості світила $\vec{V} = (V_X; V_Y; V_Z)$ в ПГСК мають наступний зв'язок із компонентами швидкості в ГСК:

$$V_X = V_r \cos L \cos B - V_L \sin L - V_B \cos L \sin B, \quad (1.16a)$$

$$V_Y = V_r \sin L \cos B + V_L \cos L - V_B \sin L \sin B, \quad (1.16б)$$

$$V_Z = V_r \sin B + V_B \cos B, \quad (1.16в)$$

де:

$$V_L = \kappa r \mu_L \cos B, \quad V_B = \kappa r \mu_B. \quad (1.17)$$

Тут κ є коефіцієнтом переходу. За фізичним змістом, це швидкість, яка необхідна для проходження однієї астрономічної одиниці за один тропічний рік. Має значення $\kappa = 4,74057 \text{ km s}^{-1}$. З огляду на те, що власні рухи вказуються в mas yr^{-1} , а r – в kpc , розмірність компонент вектора швидкості в ПГСК є km s^{-1} .

Зворотні формули, що дозволяють обчислити координати та швидкості в ГСК за такими в ПГСК мають наступний вигляд:

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}, \quad \text{tg } L = \frac{Y}{X}, \quad \sin B = \frac{Z}{r}; \quad (1.18)$$

$$\mu_L = \frac{1}{\kappa r}(-V_X \sin L + V_Y \cos L), \quad (1.19a)$$

$$\mu_B = \frac{1}{\kappa r}(-V_X \cos L \sin B - V_Y \sin L \sin B + V_Z \cos B), \quad (1.19б)$$

$$V_r = V_X \cos L \sin B + V_Y \sin L \cos B + V_Z \sin B. \quad (1.19в)$$

1.3.4 Галактоцентрична циліндрична СК

В наш час все більше зростає актуальність вивчення поля швидкостей зірок за межами околиці Сонця. Для цього, враховуючи дискову структуру галактики Чумацький Шлях, зручно поміж інших СК, використовувати циліндричну СК з початком відліку в галактичному Центрі.

Координатами зірки в циліндричній галактоцентричній СК (ЦГЦСК) є її відстань R від осі що проходить через Центр Галактики та яка лежить в галактичній площині; кут θ між віссю OX ПГСК та проєкцією на площину Галактики напрямку, з якого спостерігається джерело; висота Z над площиною Галактики.

Зв'язок координат ПГСК і ЦГЦСК буде наступним:

$$R = \sqrt{(X - R_\odot)^2 + Y^2}, \quad \theta = \arctg \frac{Y}{X - R_\odot} + 180^\circ, \quad Z = Z. \quad (1.20)$$

Як видно з формул (1.20), для побудови ЦГЦСК необхідно знати галактоцентричну відстань Сонця. Чим точніше вона відома, тим більш вірною, з точки зору статистики, буде фізична інтерпретація кінематичних досліджень в такій СК.

У ЦГЦСК координатами Сонця будуть: $R_\odot = 8,28 \text{ kpc}$, $\theta_\odot = 180^\circ$ та $Z_\odot = 0 \text{ kpc}$. На рис. 1.4 схематично показані координати довільної зірки S в ПГСК та в ЦГЦСК.

Системи координат ICRS, ГСК, ПГСК рухаються в просторі разом із Сонцем. Натомість ЦГЦСК зручно ввести так, щоб вона рухалась у просторі зі швидкістю Центра Галактики. Тому, щоб перерахувати компоненти швидкості довільної зірки з ПГСК в ЦГЦСК, необхідно врахувати швидкість Сонця відносно Центра Галактики

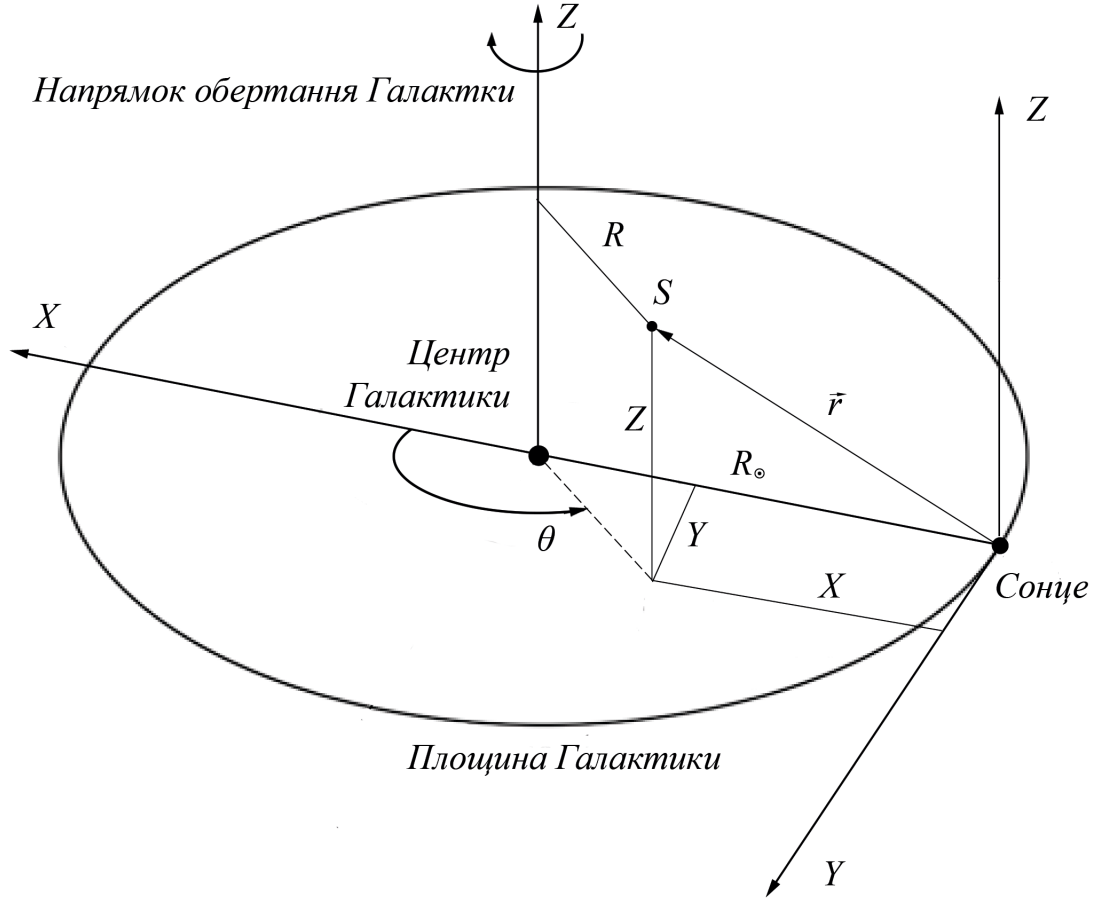


Рис. 1.4 Прямокутна галактична (з початком в барицентрі Сонячної системи) та галактоцентрична циліндрична системи координат з початком відліку в Центрі Галактики.

$\vec{V}_{\odot} = (V_{X,\odot}; V_{Y,\odot}; V_{Z,\odot})$ (1.21). Наприклад, за оцінками власних рухів чорної діри Стрілець А* в роботі Рейда та Брунталера [108], з використанням прийнятого значення $R_{\odot} = 8,28 \text{ kpc}$, відносний вектор швидкості Сонця $\vec{V}_{\odot} = (11, 1; 243, 13; 8, 31) \text{ km s}^{-1}$.

$$V_R = (V_X - V_{X,\odot}) \cos \theta + (V_Y - V_{Y,\odot}) \sin \theta, \quad (1.21a)$$

$$V_{\theta} = -(V_X - V_{X,\odot}) \sin \theta + (V_Y - V_{Y,\odot}) \cos \theta, \quad (1.21б)$$

$$V_Z = V_Z, \quad (1.21в)$$

де V_R, V_{θ}, V_Z – компоненти швидкості зірки в ЦГЦСК.

Насправді, як буде показано згодом, константна швидкість спостерігача, яка виражена вектором $\vec{V}_{\odot}$, ніяк не впливає на значення кінематичних параметрів.

1.4 Поняття області зірок, центроїда та локальної СК

Зоряна кінематика вивчає різноманітні типи руху зірок всередині зоряних систем незалежно від типів та характеру сил, що діють в них. Мається на увазі не рух окремих зірок за власними траєкторіями (орбітами), а спільний рух областей зірок та закономірності в них. Схожий підхід застосовується в розділах статистичної фізики та гідродинаміки. Опис спільного руху зірок в зоряних системах може бути зведений до опису потоків газу чи рідин. Найбільш характерним видом такого руху є обертальний. В більшості кінематичних досліджень Галактики, в першому наближенні, зірки можуть розглядатися як матеріальні точки, що рухаються в просторі. Використовуючи такий підхід, можна знехтувати реальними розмірами зірок, їх масами тощо.

Із зоряної астрономії відомо, що основним типом зоряних систем є галактики. Проте під поняттям зоряні системи також розуміються структури меншого масштабу, такі як зоряні скупчення, асоціації. Чумацький Шлях є нашою зоряною системою. Враховуючи її великі розміри та відомі структурні особливості, кінематичні дослідження ефективніше проводити окремо в кожній її області. В дисертаційній роботі, під поняттям область зірок – ОЗ (або зоряна область) буде розумітися деякий елементарний об'єм Галактики, який обмежується сферою радіуса d , який є набагато меншим за радіус всієї Галактики ($d \ll D$). При цьому в такий об'єм повинна потрапляти значна кількість, бажано, рівномірно розподілених зірок N . Ці вимоги необхідні, з одного боку, для того, щоб зірки мали переважно однорідні спільні кінематичні властивості, які б давали локальну характеристику виділеної області Галактики, а з іншого – зірок повинно бути достатньо, щоб забезпечити статистичну надійність оцінок цих характеристик. Оскільки у вимогах до розміру ОЗ є деяке протиріччя, часто на практиці, параметр d обирається методом підбору, знаходячи таким чином, компромісне його значення. Перш за все на шукане значення параметра буде впливати реальна щільність зірок в Галактиці, повнота каталогу чи вибірки, координати

досліджуваної області в Галактиці та/чи методи й підходи, що будуть використані дослідником. Проаналізувавши деякі наукові роботи (наприклад [118, 60, 61]) діапазон значень параметра d аргументовано може коливатися від 0.1 kpc до 2 kpc .

Положення ОЗ в просторі задається координатами її центроїда. Під центроїдом розуміється точка з радіус-вектором $\vec{r}_0 = (X_0; Y_0; Z_0)$, яка в даний момент збігається з тією точкою, що рухається зі швидкістю, що дорівнює середній швидкості зірок вибраної області. Якщо зірки мають одиничні маси й вони рівномірно розподілені в ОЗ, центр мас такої системи, буде збігатися з положенням її центроїда у просторі.

Просторові кінематичні дослідження Галактики потребують дослідження в багатьох ОЗ, розташованих в різних її частинах. Вивчення локальних кінематичних характеристик окремо в кожній ОЗ, дозволить вивчати загальну кінематику всієї Галактики. З огляду на це, доцільно з кожною ОЗ зв'язати локальну прямокутну СК $x y z$, з початком відліку в її центроїді $\vec{r}_0$. Орти такої системи будуть задаватись подібно ортам ПГСК. Тобто орти локальної СК, незалежно від положення її початку відліку, мають відповідати таким вимогам: вісь Ox спрямована на Центр Галактики, Oy – спрямована в напрямку обертання Галактики, Oz – ортогональна першим двом і завершує праву трійку векторів. Очевидно, що орти локальної СК, початок якої розташований в галактичній площині, будуть колінеарними з ортами ЦГЦСК в кожній точці галактичної площини. Якщо відомі координати та швидкості зірки в ПГСК, то для обчислення її координат x, y, z та швидкостей V_x, V_y, V_z в локальній СК, необхідно, окрім радіус-вектора $\vec{r}_0$, також знати галактоцентричну відстань Сонця $R_\odot$. Вона використовується для розрахунку кута ϵ між осями OX та Ox :

$$\operatorname{tg} \epsilon = \frac{Y_0}{X_0 - R_\odot}. \quad (1.22)$$

В межах дисертаційної роботи досліджуються ОЗ, центроїди яких знаходяться в серединній галактичній площині (далі – площині Галактики). З огляду на це, формули перетворення координат та

швидкостей (1.23) з ПГСК в локальну прямокутну систему не будуть залежати від Z -ї компоненти.

$$x = (X - X_0) \cos \epsilon + (Y - Y_0) \sin \epsilon, \quad (1.23a)$$

$$y = -(X - X_0) \sin \epsilon + (Y - Y_0) \cos \epsilon, \quad (1.23б)$$

$$z = Z; \quad (1.23в)$$

$$V_x = V_X \cos \epsilon + V_Y \sin \epsilon, \quad (1.23г)$$

$$V_y = V_X \sin \epsilon + V_Y \cos \epsilon, \quad (1.23д)$$

$$V_z = V_Z. \quad (1.23е)$$

Важливо зауважити, що при таких перетвореннях, локальна СК буде мати таку ж просторову швидкість, як і наше Сонце.

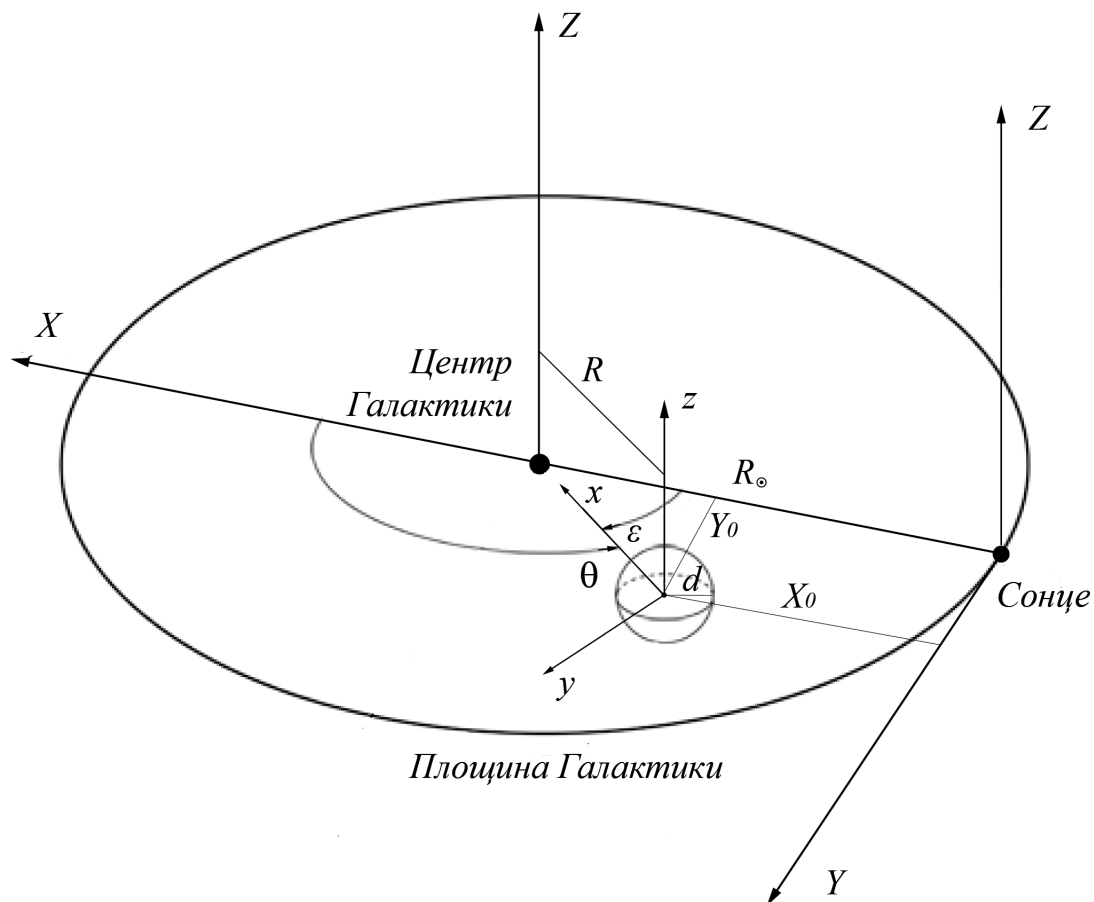


Рис. 1.5 Схематичне представлення ОЗ в ПГСК та ЦГЦСК.

Оскільки центроїд ОЗ це фактично фіктивна зірка, використовуючи відповідні формули (див. розд. 1.3), можна розрахувати її координати в

інших СК. На рис. 1.5, схематично показане розташування ОЗ у двох системах координат – ПГСК та ЦГЦСК, які далі будуть активно використовуватись для представлення результатів досліджень. В деяких задачах, зручно додатково використовувати локальну галактичну СК. В такому разі координати зірки на сфері будуть позначатись як l та b , а відстань зірки від центроїда – ρ . Формули зв'язку локальної СК і локальної галактичної СК будуть ідентичні тим, що описані в розділі 1.3.3. З формул (1.23) очевидно, що локальна СК та локальна галактична СК будуть збігатися з ПГСК та ГСК відповідно, якщо початок їх відліку буде заданий в барицентрі Сонячної системи.

Центроїду ОЗ окрім координат, також властива швидкість. В локальній СК вектор швидкості центроїда позначається як $\vec{V}_0 = (u; v; w)$. Він розраховується як середній вектор спостережної швидкості всіх зірок, що увійшли до відповідної ОЗ. Нехай кожна k -та зірка в ОЗ, $k = 1..N$, має вектор швидкості $\vec{V}_k = (V_{k,x}; V_{k,y}; V_{k,z})$, тоді:

$$\vec{V}_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^n \vec{V}_k. \quad (1.24)$$

Ще донедавна, кінематичні дослідження можна було проводити лише за зірками, що знаходяться поблизу Сонця. З огляду на це, всі отримані характеристики поля швидкостей зірок відносили саме до навколосонячної околиці, тобто до ОЗ навколо Сонця. Вважається, що координати центроїда навколосонячної ОЗ збігаються з координатами Сонця в просторі, а сам він має назву локального стандарту спокою (ЛСС, англ. LSR) [77]. ЛСС забезпечує еталонну основу для досліджень кінематики Галактики. Важливо, що ЛСС має ідеальну кругову орбіту навколо галактичного Центра. Його швидкість визначається за даними конкретного зоряного каталогу, зоряної підсистеми, або вибірки зірок. Через це не можна однозначно говорити про величину цієї швидкості, проте можна оцінити порядок її величини. Так, середній модуль швидкості ЛСС відносно Центра Галактики оцінюється в середньому 240 km s^{-1} [106], а модуль швидкості Сонця відносно нього коливається від 12 km s^{-1} (наприклад [66, 51]) до 25 km s^{-1} (наприклад [40, 23]).

1.5 Огляд кінематичних досліджень Галактики

1.5.1 Відносна швидкість Сонця

У 1748 році Джеймс Брадлей вперше припустив [36], що власні рухи будь-якої зірки, які спостерігались на небі, є насправді результатом відносного руху цієї зірки та нашого Сонця. Згодом, у 1783 році Вільям Гершель [68] спробував встановити точку на небі, в яку Сонце рухається – його апекс. Але тільки через пів століття, Фрідріх Аргеландер [10], використовуючи власні рухи 390 зірок, надійно визначив координати апекса Сонця. Після чого сумнівів, що Сонце, як інші зірки, рухається у просторі, більше не лишалось.

Якщо $\vec{V}_0$ – це вектор швидкості всіх зірок ОЗ відносно Сонця, то, відповідно, $-\vec{V}_0$ – вектор швидкості Сонця відносно цих зірок. Нехай для навколосонячної околиці, компоненти вектора $\vec{V}_0$ позначатимуться як $u_\odot$, $v_\odot$ та $w_\odot$. Зручний метод визначення відносної швидкості Сонця був запропонований англійським астрономом Джорджем Ері [6, 7] та російським астрономом М.А. Ковальським [76]. Обидва автори, незалежно один від одного, вивели систему рівнянь, за допомогою якої можна визначити параметри $u_\odot$, $v_\odot$ та $w_\odot$ за власними рухами зірок:

$$V_L = u_\odot \sin L - v_\odot \cos L, \quad (1.25a)$$

$$V_B = u_\odot \cos L \sin B + v_\odot \sin L \sin B - w_\odot \cos B. \quad (1.25b)$$

Якщо доступні зі спостережень променеві швидкості зірок V_r , до системи додається ще одне рівняння:

$$V_r = -u_\odot \cos L \cos B - u_\odot \sin L \cos B - w_\odot \sin B. \quad (1.26)$$

Рівняння (1.25) та (1.26) в літературі зустрічаються під назвами Ері–Ковальського, або Ковальського–Ері (К–Е). Вони можуть бути розв’язані, наприклад, методом найменших квадратів (МНК) відносно невідомих $u_\odot$, $v_\odot$ та $w_\odot$. Координати апекса Сонця L_{apx} , B_{apx} в ГСК можна розрахувати, використовуючи наступні формули:

$$\operatorname{tg} L_{apx} = \frac{v_\odot}{u_\odot}, \quad \operatorname{tg} B_{apx} = \frac{w_\odot}{\sqrt{u_\odot^2 + v_\odot^2}}. \quad (1.27)$$

Так, Ері використав власні рухи 113 зірок і отримав, що $L_{арх} = 261^{\circ}29'$, $B_{арх} = +24^{\circ}44'$. Натомість у своїй оригінальній роботі Ковальський використав власні рухи 3136 зірок з каталогу Брадлея та визначив «найнадійніші» на той час координати апекса Сонця: $L_{арх} = 262^{\circ}1'$, $B_{арх} = +38^{\circ}48'$. Але він зазначив, що ці кутові величини будуть залежати від класу зірок, що використовувалися. У спробах знайти закономірності в значеннях $L_{арх}$ та $B_{арх}$, Льюїс Бос [31, 32, 33] досліджував рух Сонця відносно зірок різно спектрального класу від В до М. Також він відмічав, що напрямок та модуль вектора $\vec{V}_0$ помітно відрізняється від руху Сонця відносно зірок ранніх та пізніх спектральних класів. Так, наприклад, в роботі [32] було знайдено, що відносно зірок спектральних класів К-М Сонце рухається зі швидкістю $21,9 \text{ km s}^{-1}$ в напрямку $L_{арх} = 274^{\circ},5$, $B_{арх} = +39^{\circ},5$, тоді як відносно зірок А-F швидкість Сонця складає $16,3 \text{ km s}^{-1}$, а координатами апекса є $L_{арх} = 267^{\circ},9$, $B_{арх} = +38^{\circ},5$. Ці результати були отримані з використанням положень та власних рухів 6188 зірок до 7.0 зоряної величини з каталогу «Попередній загальний каталог», складеного Льюїсом Босом й опублікованого в 1910 році [30].

В процесі вивчення руху Сонця, в наукових роботах стали відмічати, що зірки з просторовими швидкостями більше $65 - 80 \text{ km s}^{-1}$ показують асиметрію своїх рухів. Так, в роботі Адамса і Кухельшуттера [4] показано, що переважна більшість «швидких» зірок (близько 75%) мають від'ємні значення променевої швидкості, а лише 25% – додатні. З аналізу як променевих швидкостей, так і власних рухів зірок, в роботах [34, 5, 113] було акцентована увага на тому, що в проєкції на галактичну площину, зірки з великими по модулю швидкостями не зустрічаються в діапазоні $40^{\circ} - 140^{\circ}$ довгот L . До того ж в середньому, всі вони рухались в напрямку $L \approx 270^{\circ}$. Такого роду дослідження започаткували напрям в кінематичних дослідженнях, де вивчався розподіл так званих залишкових швидкостей зірок навколосонячної околиці.

1.5.2 Еліпсоїд швидкостей

Активні кінематичні дослідження за зірками навколосонячної області розпочались із вивчень швидкостей зірок ще на початку минулого сторіччя. В 1905 році Каптейн продемонстрував відкриттям зоряних потоків, що розподіл швидкостей зірок в Галактиці не підкорюється закону Максвела [71]. А вже у 1907 році Швардшильд показав [111], що потоки Каптейна можна розглядати в рамках еліпсоїдального закону розподілення зоряних швидкостей. Важливим в розвитку досліджень швидкостей зірок стало відкриття в 1923 році Стрембергом явища, що він назвав асиметрією зоряних швидкостей [114]. Причиною його виникнення було те, що склад Галактики є сильно неоднорідним з точки зору кінематики. Галактика складається із зоряних підсистем, що характеризуються різноманіттям дисперсій швидкостей. Пізніше явище отримало назву асиметричного дрейфу.

Під еліпсоїдальним законом розподілення швидкостей Швардшильда (або просто: еліпсоїдом швидкостей) розуміється тривимірне гаусове розподілення залишкових швидкостей зірок, що потрапили до ОЗ. Залишкова швидкість k -ї зірки $\vec{V}'_k = (V'_{x,k}; V'_{y,k}; V'_{z,k})$ – це швидкість зірки відносно центроїда ОЗ, в якій вона розглядається:

$$\vec{V}'_k = \vec{V}_k - \vec{V}_0. \quad (1.28)$$

Дослідження залишкових швидкостей зокрема допомогли прийти висновку, що орбіти зірок диска Галактики повинні бути близькі до кругових, оскільки, їх залишкові швидкості, які спостерігаються, значно менші оцінок швидкості обертання Галактики на галактоцентричній відстані Сонця (див. розділ 1.5.3). Очевидно, що:

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \vec{V}'_k = 0. \quad (1.29)$$

Рівняння еліпсоїда швидкостей в прямокутній СК має вигляд:

$$\sigma_{12}^2 xy + \sigma_{23}^2 yz + \sigma_{13}^2 xz + \sigma_{11}^2 x^2 + \sigma_{22}^2 y^2 + \sigma_{33}^2 z^2 = 1. \quad (1.30)$$

Тут σ_{ij}^2 – моменти другого порядку залишкових швидкостей (коваріації та

дисперсії):

$$\begin{aligned}
\sigma_{12}^2 = \sigma_{21}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N V'_{x,k} V'_{y,k}, & \sigma_{11}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (V_{x,k})^2, \\
\sigma_{23}^2 = \sigma_{32}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N V'_{y,k} V'_{z,k}, & \sigma_{22}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (V'_{y,k})^2, \\
\sigma_{13}^2 = \sigma_{31}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N V'_{x,k} V'_{z,k}, & \sigma_{33}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (V'_{z,k})^2,
\end{aligned} \tag{1.31}$$

що утворюють симетричний тензор моментів (або дисперсій):

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \sigma_{13}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23}^2 \\ \sigma_{31}^2 & \sigma_{32}^2 & \sigma_{33}^2 \end{pmatrix}. \tag{1.32}$$

В роботах В. Бобильова [21, 26] наводиться система рівнянь, яка дозволяє альтернативним способом оцінити параметри σ_{ij}^2 за координатами та швидкостями зірок, що записані в ГСК:

$$V_L^2 = \sigma_{11}^2 \sin^2 L + \sigma_{22}^2 \cos^2 L \sin^2 L - 2\sigma_{12}^2 \sin L \cos L, \tag{1.33a}$$

$$\begin{aligned}
V_B^2 &= \sigma_{11}^2 \sin^2 B \cos^2 L + \sigma_{22}^2 \sin^2 B \sin^2 L + \sigma_{33}^2 \cos^2 B - \\
&- 2\sigma_{23}^2 \cos B \sin B \sin L - 2\sigma_{13}^2 \cos B \sin B \cos L + \\
&+ 2\sigma_{12}^2 \sin L \cos L \sin^2 B,
\end{aligned} \tag{1.33б}$$

$$\begin{aligned}
V_r^2 &= \sigma_{11}^2 \cos^2 B \cos^2 L + \sigma_{22}^2 \cos^2 B \sin^2 L + \\
&+ \sigma_{22}^2 \sin^2 B + 2\sigma_{23}^2 \cos B \sin B \sin L +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_L V_B &= \sigma_{11}^2 \sin L \cos L \sin B + \sigma_{22}^2 \sin L \cos L \sin B + \\
&+ \sigma_{23}^2 \cos L \cos B - \sigma_{13}^2 \sin L \cos B + \\
&+ \sigma_{12}^2 (\sin^2 L \sin B - \cos^2 L \sin B),
\end{aligned} \tag{1.33в}$$

$$\begin{aligned}
V_L V_r &= -\sigma_{11}^2 \cos B \cos L \sin L + \sigma_{22}^2 \cos B \cos L \sin L + \\
&+ \sigma_{23}^2 \sin B \cos L - \sigma_{13}^2 \sin B \sin L + \\
&+ \sigma_{12}^2 (\cos B \cos^2 L - \cos B \sin^2 L),
\end{aligned} \tag{1.33г}$$

$$\begin{aligned}
V_L V_r &= -\sigma_{11}^2 \cos^2 L \cos B \sin B - \sigma_{22}^2 \sin^2 L \sin B \cos B + \\
&+ \sigma_{33}^2 \sin B \cos B + \sigma_{23}^2 (\cos^2 B \sin L - \sin L \sin^2 B) + \\
&+ \sigma_{13}^2 (\cos^2 B \cos L - \cos L \sin^2 b) - 0,5\sigma_{12}^2 \sin 2B \sin 2L.
\end{aligned} \tag{1.33д}$$

Зазвичай система рівнянь (1.33) використовується для кінематичних досліджень навколосонячної ОЗ, оскільки її використання в межах інших

OЗ вимагає додаткових координатних перетворень. У випадку, коли в спостережних даних відсутні променеві швидкості зірок V_r , все одно залишається можливість оцінити параметри σ_{ij}^2 , після виключення відповідних рівнянь із системи (1.33) [25].

В загальному випадку еліпсоїд швидкостей буде мати довільну форму та орієнтацію. Проте дослідження різних авторів показують, що залишкові швидкості зірок найбільші в X-й компоненті, а найменші – в Z-й [48, 121, 9]. З епіциклічної теорії (див., наприклад [85]) випливає, що для стаціонарних осесиметричних систем, осі еліпсоїда швидкостей орієнтовані вздовж осей локальної СК [19, 112]. У роботах [50, 92, 121, 110], було показано, що різні структури Галактики (такі як рукава, пояси, бар тощо), які порушують осесиметрію, можуть помітно впливати на орієнтацію еліпсоїда швидкостей.

За результатами Паренаго, у навколосонячній околиці півосі еліпсоїда швидкостей відносяться як 8:5:4, тоді як для стаціонарної галактики вони мали б співвідноситись як 8:5:8. Більш сучасні оцінки співвідношень півосей (наприклад за даними в роботі Бобильова [25]) тільки підтверджують, що дисперсія швидкостей по осі OZ менша за очікувану. Такий результат вказує на те, що Галактика не є осесиметричною, принаймні в околиці Сонця.

1.5.3 Постійні Оорта

Ще до початку 1920-х років, більшість вчених з астрономічної спільноти дійшли спільної думки, що деякі з об'єктів в нічному небі, є такими, що розташовані поза нашою власною зоряною системою, тобто поза галактикою Чумацький Шлях. Інакше кажучи, частина видимих зоряних структур виявилися самостійними галактиками. Ці галактики мали різноманітну морфологію: від еліпсоїдних та дифузних, до дискових спіральних. Концентрована смуга зоряного світла, яка є морфологічною характеристикою Чумацького Шляху, свідчила про те, що наша Галактика має швидше за все саме дискову структуру. Тому припускалось, що вона схожа на одну з тих спіральних галактик, які

спостерігалися на нічному небі. Однак розташування Сонця майже в площині нашої Галактики ускладнювало детальне вивчення її структури на основі прямих спостережень.

Класична механіка передбачає, що така зоряна система як галактика, може бути гравітаційно стійкою у разі випадкових індивідуальних швидкостей зірок, або якщо відбувається обертання навколо центра мас. Коли ж спостережні дані вказують саме на дискову структуру нашої Галактики, то для такої системи має бути властивим переважно обертальний рух. Залежно від розподілу маси в диску, швидкість обертання може бути різною на різних відстанях від центру диска до його зовнішнього краю. Тобто матиме місце диференціальний обертальний рух речовини навколо Центра Галактики. Залежність швидкості обертання від галактоцентричної відстані, називається кривою обертання Галактики. Для деяких інших дискових галактик можна знайти криву обертання, спостерігаючи, наприклад, доплерівські зсуви. У випадку, коли галактика спостерігається з ребра, за зсувами ліній у спектрі можливо визначити з якою швидкістю та в якому напрямку йде обертання її диска. Схожим чином можливо визначати швидкості й для нашої Галактики, але з певними труднощами, враховуючи місце розташування Сонця в ній. Ситуація дещо покращилась, коли в 1930-х роках були відкриті лінії водню у спектрі. А до того часу, розвивались інші ідеї та методи, які дозволяли вимірювати швидкості обертання диска Чумацького Шляху.

В 1925-1926 роках Б. Ліндблад [78, 79, 80] запропонував галактичну модель в основі якої полягала ідея, що рух всіх зірок в Галактиці відбувається у загальному гравітаційному полі. Також він припустив, що Чумацький Шлях можна розділити на підсистеми, кожна з яких симетрична відносно осі, що проходить через галактичний Центр й кожна з яких, має свої кінематичні характеристики. Зі спостережень за швидкостями зірок, які знаходяться поблизу Сонця, стало зрозумілим, що систематичний рух зірок з конкретним напрямком, переважає над випадковим. До того ж відносна швидкість між нашою зіркою та більшістю зірок навколосонячної околиці виявлялась невеликою. Ці дані

дали змогу прийти висновку, що зірки, включно з Сонцем, повинні рухатись по добре упорядкованим орбітам в одному напрямку. Проте були відомі й інші зірки (наприклад, що належать кулястим зоряним скупченням), відносна швидкість яких спостерігалась досить великою. Такі високошвидкісні зірки насправді були набагато повільнішими відносно Центра Галактики, ніж Сонце. Тобто саме наша зірка та переважна частина зірок навколосонячної околиці рухались зі значною швидкістю. Враховуючи це, Ліндبلاد зміг оцінити приблизну кругова швидкість обертання Сонця та інших зірок, що рухаються в одному напрямку. За його даними, вона становила від 200 km s^{-1} до 300 km s^{-1} .

Перераховані вище ідеї Я. Оорт розвинув у певну теорію галактичної зоряної кінематики [100]. Спираючись на роботи Ліндблода, він доповнив теорію галактичного обертання ідеєю про диференційне обертання. Більшість дослідників погодились з тим, що кутова швидкість обертання Галактики на різній відстані від галактичного Центра буде своєю, інакше б Чумацький Шлях обертався як тверде тіло. Оорт ввів постійні $A_{\odot}$ та $B_{\odot}$, за якими можна оцінити кутову швидкість обертання Галактики на відстані Сонця $\Omega_{\odot}$ (1.34), використовуючи по суті лише власні рухи зірок. Постійна Оорта $B_{\odot}$ описує обертальний рух, тоді як постійна $A_{\odot}$ описує зсувний рух, що є одним з видів деформаційного руху викликаним диференціальним обертанням Галактики.

$$\Omega_{\odot} = A_{\odot} - B_{\odot}. \quad (1.34)$$

Сам Оорт у своїй оригінальній роботі [100] (1927 рік) отримав значення для $A_{\odot} = 31,0 \pm 3,7 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Те, що параметр $A_{\odot}$ виявляється не нульовим підкреслює, що Галактика не обертається як тверде тіло. Для параметра $B_{\odot}$, Оорт в явному вигляді не вказав оцінку величини. Але, слідуючи його припущенню, що рух зірок в Галактиці відбувається за законами Кеплера, можна говорити, що він оцінив величину параметра $B_{\odot}$ приблизно в $-10 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$.

Різні дослідники весь час уточнювали параметри Оорта. Використовуючи різні спостережні дані, від середини минулого сторіччя і

до сьогодні була опублікована велика кількість робіт, де різні вчені наводили оцінки величин $A_{\odot}$ і $B_{\odot}$ (деякі з таких робіт: [72, 47, 59, 99, 38, 39, 35, 44]). Зокрема, К. Огородніков в книзі «Dynamics of Stellar Systems (1965)» [98] наводив такі значення для постійних Оорта: $A_{\odot} = 20,0 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, $B_{\odot} = -13 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Згідно з актуальною рекомендацією МАС (від 1985 року) постійні Оорта мають такі значення: $A_{\odot} = 14,4 \pm 1,2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, $B_{\odot} = -12,0 \pm 2,8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Проте сучасні оцінки все помітніше відрізняються від таких.

Переламний момент настав тоді, коли почалась ера космічних спостережень. Супутник HIPPARCOS, запущений у 1989 році, був першою космічною астрометричною місією, і його точні виміри паралаксів та власних рухів зірок дозволили суттєво покращити оцінки постійних Оорта. До цього часу використовувалися дані з наземних спостережень, які були обтяжені рухом Землі, особливостями атмосфери тощо. Часто, враховувати ці ефекти з високою точністю не виходило, тому величина похибок вимірів була дуже значною. Космічні місії були звільнені від подібних недоліків. Тож, вже у 1997 році дані космічної місії HIPPARCOS були використані для отримання значень постійних Оорта з відчутно меншими випадковими похибками [59]:

$$A_{\odot} = 14,82 \pm 0,84 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}, \quad B_{\odot} = -12,37 \pm 0,64 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}.$$

В 1932 році, Огородніков [97] та в 1935 році – Мілн [91], узагальнили підхід Оорта на тривимірний випадок для вивчення обертання Галактики та ввели ще два параметри – $C_{\odot}$ та $K_{\odot}$. Параметри $A_{\odot}$, $B_{\odot}$, $C_{\odot}$ та $K_{\odot}$ називаються узагальненими постійними Оорта. Вони описують процес обертання, та деформаційні ефекти (розширення та стиснення), які в загальному випадку, наявні у полі швидкостей зірок навколосонячної околиці.

Якщо параметри $C_{\odot}$ та $K_{\odot}$ вважати рівними нулю, а поле швидкостей навколосонячної околиці описувати, лише параметрами $A_{\odot}$ та $B_{\odot}$, то таке обертання Галактики називається оортівським, або осесиметричним. В ЦГЦСК, оортівське обертання означає, що існує тільки ненульова компонента обертання V_{θ} , причому така, що є постійною на одній і тій же

θ . Тобто для осесиметричного обертання мають виконуватися наступні умови:

$$V_R = 0, \quad V_Z = 0, \quad \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} = 0. \quad (1.35)$$

Реально дати оцінки величинам параметрів $C_\odot$ та $K_\odot$ вдалося в кінці минулого сторіччя, коли зросла точність та кількість астрометричних спостережень. Їх відмінність від нуля свідчила про те, що принаймні в околиці Сонця умова (1.35) не виконується, а значить рух зірок в Галактиці є складнішим, ніж вважалось раніше.

Космічна місія *Gaia*, яка започаткувала новий космічний етап, стартувала у 2013 році. Перший реліз даних було представлено у 2016 році. З використанням цих даних опубліковано роботу [35], в якій вже були наведенні значення для всіх 4-х параметрів:

$$\begin{aligned} A_\odot &= 15,3 \pm 0,4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}, \\ B_\odot &= -11,9 \pm 0,4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}, \\ C_\odot &= -3,2 \pm 0,4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}, \\ K_\odot &= -3,3 \pm 0,6 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}. \end{aligned}$$

Серед актуальних робіт, де також визначаються постійні Оорта за зірками навіколосонячної області, можна вважати роботу Г. Величко [118] (2020 рік). За даними як наземних, так і космічних каталогів (PMA, UCAC5, HSOY, TGAS, *Gaia* DR1, *Gaia* DR2), оцінка параметрів проводилася за швидкостями зірок різних зоряних підсистем. Було підтверджено, що зірки різного віку чи металічності, мають різні кінематичні особливості.

З використанням новітніх даних *Gaia*, в роботах Федорова П.М. та ін. [60, 61] (2021 та 2023 роки), було запропоновано більш загальний підхід, що надавав можливість проводити кінематичний аналіз довільних ОЗ, центроїди яких, розташовані в галактичній площині на відстанях до 10 *kpc*. При такому підході оцінка кінематичних параметрів поля швидкостей в навіколосонячній околиці є лише окремим випадком.

Звісно, що за зірками інших ОЗ також можуть бути знайдені постійні Оорта, які в загальному випадку будуть позначатись як A , B , C та K .

Дослідження кінематики одразу в багатьох локальних ОЗ, дозволить не тільки оцінювати величини цих параметрів, а й аналізувати їх зміну в залежності від галактоцентричних координат. Наприклад, за даними роботи [60], де кінематичний аналіз проводився уздовж напрямку Центр Галактики–Сонце, можна побудувати наступну залежність параметрів A , B , C та K від галактоцентричної відстані R :

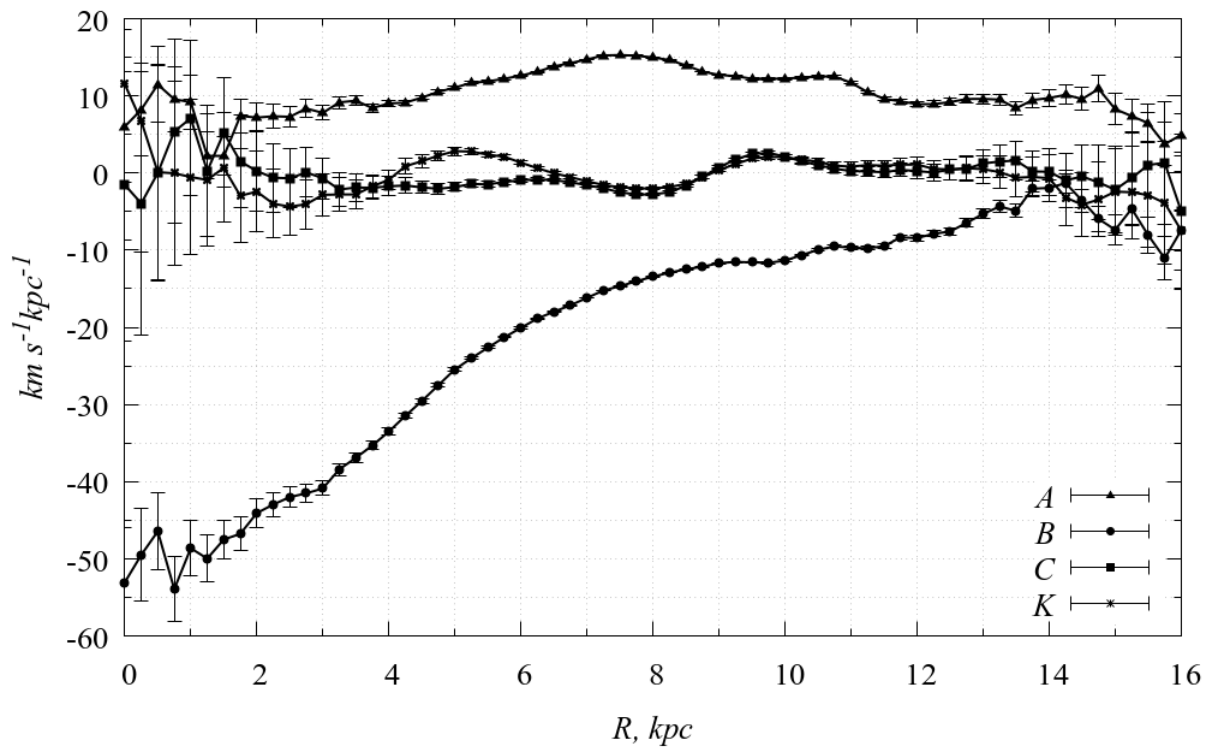


Рис. 1.6 Параметри A , B , C та K в залежності від галактоцентричної відстані R . Барами позначена похибка оцінки параметрів. Дані з роботи [60].

1.5.4 Кінематична модель Огороднікова-Мілна та інші моделі

Модель Огороднікова-Мілна (О–М) являє собою класичну кінематичну модель, що описує диференційне поле швидкостей зірок, викликане галактичним обертанням і деформацією зоряної системи. Модель була запропонована Огородніковим [97], а потім узагальнена до тривимірного випадку Мілном [91].

У моделі О–М розглядається поле швидкостей зірок, що заповнюють певну просторову область – ОЗ, яка розглядається як безперервне деформоване середовище. Введення поняття центроїда для кожної точки

простору всередині ОЗ дозволяють досліджувати рух зірок методами механіки суцільного середовища, незалежно від причин, які викликають цей рух. Модель О–М є фізичною моделлю, оскільки вона отримана з розгляду конкретного фізичного процесу – галактичного обертання та деформації зоряної системи.

З математичної точки зору, рівняння моделі простіше за все виглядають у декартовій системі координат. У зоряній кінематиці зазвичай використовується сферична Галактична система координат – ГСК (r, L, B) з початком у барицентрі Сонячної системи, але нерідко використовується і прямокутна Галактична система координат.

Аналіз поля швидкостей зірок виконується шляхом розкладання безперервної вектор-функції $\overrightarrow{V}(\vec{r})$ в околиці центроїда з радіус-вектором $\vec{r}_0$. У декартовій системі координат, де положення точки визначається трійкою координат $q_i = q_1, q_2, q_3$ загальний вигляд розкладання має вигляд:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V}(\vec{r}) = \overrightarrow{V}(\vec{r}_0 + d\vec{r}) = \overrightarrow{V}(\vec{r}_0) + \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial q_i} \right) dq_i + \\ + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial q_i \partial q_j} \right) dq_i dq_j + \dots, (i, j = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (1.37)$$

Під час аналізу поля швидкостей зірок обраної області, наприклад Сонячної околиці ($\vec{r}_0 \equiv 0$), зазвичай обмежуються малими першого порядку в розкладанні (1.37). Тоді компоненти V_i лінійного поля швидкостей $\overrightarrow{V}(\vec{r})$ у точці, з радіус-вектором $d\vec{r}$ знаходяться з наступного виразу:

$$V_i(d\vec{r}) = V_i(0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial q_j} - \frac{\partial V_j}{\partial q_i} \right)_0 dq_j + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial q_j} + \frac{\partial V_j}{\partial q_i} \right)_0 dq_j, \quad (1.38)$$

де

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial q_j} - \frac{\partial V_j}{\partial q_i} \right)_0 = m_{ij}^- = -m_{ji}^- = M^-$$

компоненти антисиметричного та

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial q_j} + \frac{\partial V_j}{\partial q_i} \right)_0 = m_{ij}^+ = m_{ji}^+ = M^+$$

симетричного тензорів відповідно.

Вектор $\overrightarrow{V(0)} \equiv \vec{V}_0$. Зазвичай він інтерпретується як швидкість руху Сонця відносно обраного центроїда.

Антисиметричний тензор M^- називають тензором локального обертання, оскільки він еквівалентний аксіальному вектору $\vec{\omega} = (\omega_1; \omega_2; \omega_3)$, матриця якого має вигляд:

$$M^- = \begin{pmatrix} m_{11}^- & m_{12}^- & m_{13}^- \\ m_{21}^- & m_{22}^- & m_{23}^- \\ m_{31}^- & m_{32}^- & m_{33}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.39)$$

Він описує твердотіле обертання вибраної ОЗ навколо осі, що проходить через вибраний центроїд зірок з миттєвою кутовою швидкістю $\vec{\omega}$, а величини $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ є проєкціями вектора $\vec{\omega}$ на осі СК.

Симетричний тензор другого рангу M^+ називають тензором швидкостей деформації. Матриця цього тензора має вигляд:

$$M^+ = \begin{pmatrix} m_{11}^+ & m_{12}^+ & m_{13}^+ \\ m_{21}^+ & m_{22}^+ & m_{23}^+ \\ m_{31}^+ & m_{32}^+ & m_{33}^+ \end{pmatrix}. \quad (1.40)$$

Він визначає швидкість деформаційного руху в зоряній системі, що розглядається. Діагональні компоненти симетричної матриці $m_{11}^+, m_{22}^+, m_{33}^+$ характеризують швидкості відносних розтягувань та стиснень зоряної системи вздовж осей СК, а компоненти $m_{12}^+ = m_{21}^+, m_{13}^+ = m_{31}^+, m_{23}^+ = m_{32}^+$ характеризують швидкості кутових деформацій в площинах (q_1, q_2) , (q_2, q_3) та (q_1, q_3) відповідно. Під швидкістю кутової деформації розуміється зміна прямого кута в цих площинах внаслідок деформації. У зоряній динаміці компоненти саме цього тензора співвідносять із силами, під впливом яких виникли деформації.

З врахуванням вище зазначеного, в межах конкретної ОЗ та в позначеннях локальної СК, де $q_i = x, y, z \equiv \vec{\rho}$, а $V_i = V_x, V_y, V_z \equiv \overrightarrow{V(\vec{\rho})}$ система рівнянь (1.38) буде мати вигляд:

$$V_x = u + m_{11}^+ x + m_{12}^+ y - \omega_3 y + m_{13}^+ z + \omega_2 z, \quad (1.41a)$$

$$V_y = v + m_{12}^+ x + \omega_3 x + m_{22}^+ y + m_{23}^+ z - \omega_1 z, \quad (1.41b)$$

$$V_z = w + m_{13}^+ x - \omega_2 x + m_{23}^+ y + \omega_1 y + m_{33}^+ z, \quad (1.41b)$$

або

$$\overrightarrow{V(\vec{\rho})} = \vec{V}_0 + M^- \vec{\rho} + M^+ \vec{\rho}. \quad (1.42)$$

Елементи матриць M^- and M^+ є частковими похідними за координатами від проєкцій вектора швидкості V_x, V_y, V_z на осі прямокутних координат, що звуться кінематичними параметрами.

Цей результат у зоряній астрономії відомий як теорема Гельмгольца для зоряних систем. Він означає, що в будь-якій точці всередині ОЗ, швидкість зірки буде дорівнювати сумі трьох доданків: 1) швидкості поступального руху $\vec{V}_0$ центроїда ОЗ, 2) швидкості твердотілого обертального руху ОЗ відносно центроїда з миттєвою кутовою швидкістю $\vec{\omega}$, що описується тензором M^- , 3) та швидкості деформації ОЗ, що описується тензором M^+ .

Рівняння (1.41) можуть бути записані одразу у локальній сферичній галактичній СК з використанням положень (l, b) , відстаней r , власних рухів (μ_l, μ_b) та променевих швидкостей V_r . Їх вигляд буде наступним:

$$\begin{aligned} \kappa \mu_l \cos b = & u/r \sin l - v/r \cos l - \omega_1 \sin b \cos l - \omega_2 \sin b \sin l + \\ & + \omega_3 \cos b + m_{12}^+ \cos b \cos 2l - m_{13}^+ \sin b \sin l + \\ & + m_{23}^+ \sin b \cos l - 0.5 m_{11}^+ \cos b \sin 2l + \\ & + 0.5 m_{22}^+ \cos b \sin 2l \end{aligned} \quad (1.43a)$$

$$\begin{aligned} \kappa \mu_b = & u/r \cos l \sin b + v/r \sin l \sin b - w/r \cos b + \omega_1 \sin l - \\ & - \omega_2 \cos l - 0.5 m_{12}^+ \sin 2b \sin 2l + m_{13}^+ \cos 2b \cos l + \\ & + m_{23}^+ \cos 2b \sin l - 0.5 m_{11}^+ \sin 2b \cos^2 l - \\ & - 0.5 m_{22}^+ \sin 2b \sin^2 l + 0.5 m_{33}^+ \sin 2b \end{aligned} \quad (1.43b)$$

$$\begin{aligned} V_r/r = & -u/r \cos l \cos b - v/r \sin l \cos b - w/r \sin b + \\ & + m_{13}^+ \sin 2b \cos l + m_{23}^+ \sin 2b \sin l + m_{12}^+ \cos^2 b \sin 2l + \\ & + m_{11}^+ \cos^2 b \cos^2 l + m_{22}^+ \cos^2 b \sin^2 l + m_{33}^+ \sin^2 b \end{aligned} \quad (1.43b)$$

У науковій літературі вони відомі як рівняння моделі Огороднікова-Мілна. У разі відсутності променевих швидкостей серед спостережних даних, у двох рівняннях, що залишилися, існуватиме

лінійна залежність між параметрами $m_{11}^+, m_{22}^+, m_{33}^+$. Тому при аналізі лише власних рухів зірок зазвичай вводять заміни $m_{11}^* = m_{11}^+ - m_{22}^+$ та $m_{33}^* = m_{33}^+ - m_{22}^+$, а параметр m_{22}^* опускають. Тоді в систему умовних рівнянь входять одинадцять невідомих шуканих параметрів, які визначаються методом найменших квадратів. Такий підхід широко використовувався, наприклад, у роботах Клюбє (1972) [46], дю Монта (1977) [56], Міямото [93, 94], Бобильова [22, 24, 29] та ін., де досліджувалася кінематика за зірками навколосонячної околиці.

Якщо в моделі О–М вважати, що обертання зоряної системи відбувається виключно в галактичній площині ($\omega_1 = \omega_2 = 0$), стиснення-розтягування вздовж осей x, y, z відсутні, тобто $m_{11}^+, m_{22}^+, m_{33}^+ = 0$, а деформацію вважати існуючою тільки в площині Галактики, таку спрощену форму моделі Огородникова Мілна називають моделлю Оорта–Лінблада (О–Л). У ній параметр m_{12}^+ дорівнює постійній Оорта A , а параметр $m_{21}^- = \omega_3$ – постійній Оорта B . Рівняння цієї моделі будуть наступними:

$$\kappa \mu_l \cos b = u/r \sin l - v/r \cos l + B \cos b + A \cos b \cos 2l \quad (1.44a)$$

$$\begin{aligned} \kappa \mu_b &= u/r \cos l \sin b + v/r \sin l \sin b - w/r \cos b \\ &\quad - 0.5 A \sin 2b \sin 2l \end{aligned} \quad (1.44b)$$

$$\begin{aligned} V_r/r &= -u/r \cos l \cos b - v/r \sin l \cos b - w/r \sin b \\ &\quad + A \cos^2 b \sin 2l \end{aligned} \quad (1.44b)$$

Як зазначалося раніше, формули, що містять постійні Оорта C та K , вперше були введені Огородніковим під час розгляду так званих «узагальнених формул Оорта». Вони мають вигляд:

$$\begin{aligned} \kappa \mu_l \cos b &= u/r \sin l - v/r \cos l + B \cos b + A \cos b \cos 2l \\ &\quad - C \cos b \sin 2l \end{aligned} \quad (1.45a)$$

$$\begin{aligned} \kappa \mu_b &= u/r \cos l \sin b + v/r \sin l \sin b - w/r \cos b \\ &\quad - 0.5 A \sin 2b \sin 2l - C \cos b \sin b \cos 2l - K \cos b \sin b \end{aligned} \quad (1.45b)$$

$$V_r/r = -u/r \cos l \cos b - v/r \sin l \cos b - w/r \sin b + A \cos^2 b \sin 2l \quad (1.45\text{в})$$

Проте цей випадок вже не є моделлю О–Л, оскільки тут допускаються стиснення-розтягування вздовж осей.

Іноді розглядають рівняння другого порядку, наприклад узагальнену модель Оорта, які можна знайти, наприклад у роботах Огороднікова [98], Едмондсона [57], Брехема [37] та ін. Однак ці моделі майже не використовуються, оскільки вони передбачають існування великої кількості невідомих, які не спостерігаються в реальних даних.

1.5.5 Кінематичні параметри

Зв'язок між кінематичними параметрами моделі О–М та частковими похідними компонентів швидкостей центроїдів за циліндричними галактоцентричними координатами R, θ, z впливає з рівності матриць:

$$M = 0.5 \begin{pmatrix} 2m_{11}^+ & m_{12}^+ + m_{12}^- & m_{13}^+ + m_{13}^- \\ m_{21}^+ + m_{21}^- & 2m_{22}^+ & M_{23}^+ + m_{23}^- \\ m_{31}^+ + m_{31}^- & m_{32}^+ + m_{32}^- & 2m_{33}^+ \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial V_R}{\partial R} & \frac{1}{R} \frac{\partial V_R}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{R} & \frac{\partial V_R}{\partial z} \\ \frac{\partial V_\theta}{\partial R} & \frac{1}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_R}{R} & \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial V_z}{\partial R} & \frac{1}{R} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (1.46)$$

і встановлюється такими формулами:

$$m_{11}^+ = \partial V_R / \partial R \quad (1.47\text{а})$$

$$(\omega_3 + m_{12}^+) = \partial V_\theta / \partial R = -\partial V_{\text{rot}} / \partial R \quad (1.47\text{б})$$

$$(\omega_2 - m_{13}^+) = \partial V_z / \partial R \quad (1.47\text{в})$$

$$(\omega_3 - m_{12}^+) = V_\theta / R - 1/R \partial V_R / \partial \theta \quad (1.47\text{г})$$

$$m_{22}^+ = V_R / R + 1/R \partial V_\theta / \partial \theta = V_R / R - 1/R \partial V_{\text{rot}} / \partial \theta \quad (1.47\text{д})$$

$$(\omega_1 + m_{23}^+) = -1/R \partial V_z / \partial \theta \quad (1.47e)$$

$$(\omega_2 + m_{13}^+) = -\partial V_R / \partial z \quad (1.47ж)$$

$$(\omega_1 - m_{23}^+) = \partial V_\theta / \partial z = -\partial V_{\text{rot}} / \partial z \quad (1.47и)$$

$$m_{33}^+ = \partial V_z / \partial z \quad (1.47к)$$

Також добре відомо [98], що між параметрами m_{11}^+ , m_{22}^+ , m_{12}^+ , ω_3 , які описують поле швидкостей ОЗ в галактичній площині (площина xOy локальної СК) та узагальненими постійними Оорта A , B , C , K для будь-якої ОЗ (див. розд. 1.5.3), існує наступний зв'язок:

$$A = m_{12}^+ = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial V_R}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{R} + \frac{\partial V_\theta}{\partial R} \right), \quad (1.48a)$$

$$B = \omega_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial R} - \frac{1}{R} \frac{\partial V_R}{\partial \theta} + \frac{V_\theta}{R} \right), \quad (1.48б)$$

$$C = \frac{1}{2} (m_{11}^+ - m_{22}^+) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_R}{\partial R} - \frac{1}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} - \frac{V_R}{R} \right), \quad (1.48в)$$

$$K = \frac{1}{2} (m_{11}^+ + m_{22}^+) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_R}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_R}{R} \right). \quad (1.48г)$$

В межах кінематичних досліджень найчастіше використовуються комбінації кінематичних параметрів, що представлені нижче:

1) Лінійна кругова швидкість центроїда відносно нерухомого галактичного Центра:

$$V_\theta = -V_{\text{rot}} = (\omega_3 - m_{12}^+)R + \frac{\partial V_R}{\partial \theta} = (B - A)R + \frac{\partial V_R}{\partial \theta}. \quad (1.49)$$

Якщо припустити, що $\frac{\partial V_R}{\partial \theta} = 0$ (така умова справедлива для осесиметричних систем), то лінійна кругова швидкість центроїда відносно нерухомого галактичного Центра Галактики може бути визначена без використання швидкості Сонця відносно галактичного Центра $\vec{V}_\odot$, адже відпадає необхідність розраховувати V_R за формулою (1.21a).

2) дивергенція поля швидкостей ОЗ:

$$\text{div } \overrightarrow{V(\vec{\rho})} = m_{11}^+ + m_{22}^+ + m_{33}^+. \quad (1.50)$$

Дивергенція показує чи продукується (величина додатна), чи поглинається (величина від'ємна) векторне поле в обраній точці та

визначає інтенсивність цих процесів (модуль величини). В плоско паралельному обертанні $m_{33}^+ \equiv 0$, тоді $\text{div } \overrightarrow{V(\vec{\rho})} = 2K$.

3) радіальний градієнт швидкості обертання ОЗ навколо центра Галактики, або нахил кривої обертання Галактики в точці центроїда ОЗ:

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial R} = \omega_3 + m_{12}^+ = A + B; \quad (1.51)$$

4) вертикальний градієнт швидкості обертання ОЗ:

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial Z} = \omega_1 - m_{23}^+; \quad (1.52)$$

5) вертикальний градієнт швидкості розширення системи:

$$\frac{\partial V_R}{\partial Z} = \omega_2 - m_{13}^+; \quad (1.53)$$

6) радіальний градієнт вертикальної компоненти швидкості центроїда:

$$\frac{\partial V_Z}{\partial R} = -(\omega_2 + m_{13}^+); \quad (1.54)$$

Переважає більшість тривимірних кінематичних досліджень навколосонячної околиці проводиться з використанням моделі Огородніва–Мілна (О–М) (див. розд. 1.5.4). Так, наприклад, в роботі [56] для визначення кінематичних параметрів використовуються зірки з фундаментальних каталогів FK4 та FK5. В роботі також кількісно порівнюються тривимірна кінематична модель О–М, та двовимірна модель О–Л (див. розд. 1.5.3). В роботах японського дослідника Міямото та ін. [93, 94] наводяться оцінки кінематичних параметрів за молодими зірками та зірками гігантами. В роботах дослідників Головної астрономічної обсерваторії НАН України А.І. Яценка [123] та С.П. Рибки [109] проводиться оцінка кінематичних параметрів з використанням таких каталогів як ФОНАК та Tycho-2. В роботах В. Бобильова та ін., що присвячені кінематиці (наприклад [22, 24, 28, 29]) наводяться кінематичні параметри, постійні Оорта, параметри кутової швидкості обертання Галактики та інші кінематичні характеристики, що були визначені за різними вибірками зірок, з використанням як наземних, так і космічних каталогів.

Окрім моделі О–М, кінематичні параметри навколосонячної околиці можуть бути оцінені за допомогою Векторних сферичних функцій (ВСФ), або Зонних векторних сферичних функцій (ЗВСФ). Такі роботи як [118, 119, 120] присвячені кінематичному аналізу з використанням саме такого підходу. В цих роботах окрема увага приділена однозначному встановленню зв'язку між параметрами моделі О–М та параметрами розкладання ВСФ та ЗВСФ.

Величини кінематичних параметрів можуть різнитися від роботи до роботи. В першу чергу, як вже було сказано вище, це пов'язано з тим, що реальна кінематика за різними підсистемами зірок дещо відрізняється. Але це також може залежати від методів та способів оцінки параметрів, й від селекції вхідних даних, що були використані. В недавніх роботах Федорова та ін. [60, 61], кінематичний аналіз проводився за зірками гігантами та субгігантами, що знаходяться в каталозі *Gaia* EDR3. Варто зауважити, що такий підхід був використаний в рамках дисертаційної роботи, тому результати цих робіт можна більш впевнено порівнювати з власними результатами.

В табл. 1.2, спираючись на вищезазначені роботи, наведені значення кінематичних параметрів та похибки їх визначення для навколосонячної області зірок. Зокрема, в роботі [60] використовувались різні розміри ОЗ. Значення кінематичних параметрів в залежності від радіуса сфери d , що обмежує ОЗ, також представлені в табл. 1.2.

Як було зазначено раніше, кінематичний аналіз, проведений в роботах П.М. Федорова та ін. виходить за межі ОЗ із центром в Сонці й охоплює ОЗ, розташовані на відстанях до 10 kpc в галактичній площині. Навколосонячна околиця зірок є лише окремим випадком. Оцінка кінематичних параметрів в різних частинах Галактики дозволяє аналізувати характер змін кінематичних параметрів в залежності від галактоцентричних координат, вивчати локальні неоднорідності в полі швидкостей зірок. Також, використовуючи галактоцентричну відстань Сонця та отримані оцінки кінематичних параметрів, в роботі [60] була представлена крива обертання гігантів та субгігантів в галактичному

**Кінематичні параметри та похибки їх визначення за зірками
навколосонячної околиці. Дані з робіт [60, 61]**

Розмір вибірки	$d = 0,5 \text{ kpc}$		$d = 1 \text{ kpc}$	
Кількість зірок	153 831		756 285	
Параметр	Значення, $km \text{ s}^{-1} kpc^{-1}$	Похибка, $km \text{ s}^{-1} kpc^{-1}$	Значення, $km \text{ s}^{-1} kpc^{-1}$	Похибка, $km \text{ s}^{-1} kpc^{-1}$
m_{12}^+	15,92	0,23	14,98	0,06
m_{23}^+	-0,02	0,28	0,43	0,07
m_{13}^+	-1,47	0,27	-1,02	0,07
m_{11}^+	-5,38	0,31	-4,78	0,08
m_{22}^+	1,44	0,34	0,75	0,08
m_{33}^+	-0,45	0,44	-0,23	0,13
ω_1	0,17	0,27	-0,22	0,07
ω_2	-0,94	0,06	-0,82	0,07
ω_3	-13,24	0,23	-13,42	0,06

диску та проведено аналіз її нахилу. Детальне вивчення кривої обертання є дуже важливим для будови та еволюції нашої галактики Чумацький Шлях.

1.5.6 Проблема відхилення вертекса

Аналіз кінематичних параметрів та вивчення розподілу залишкових швидкостей зірок в ОЗ дає змогу визначити ще одну важливу кінематичну характеристику Галактики – кут відхилення вертекса l_V . Терміном вертекс зазвичай називають точку на небі, відносно якої відбувається обертання конкретної зоряної системи. Визначити кут відхилення вертекса можна за компонентами тензора швидкостей деформацій M^+ (див. розд. 2.2). l_V визначається в галактичній площині (XOY в ПГСК) та є кутом між віссю OX та напрямком на вертекс. У разі осесиметричного обертання, кут відхилення вертекса дорівнюватиме нулю. Реальні спостережні дані вказують на те, що цей кут приймає значення $\pm(5 - 10)^\circ$, в залежності від вибірки зірок навколосонячної околиці (наприклад роботи [89, 122, 105]). Більшість ефектів у полі швидкостей зірок пояснювались наявністю спіральної структури Галактики ([88, 124]) чи наявністю поясу Гульда ([21]). Була спроба пояснити відхилення вертекса також баром Галактики [49]. В цій роботі припускається, що його зовнішній резонанс знаходиться близько до Сонця

і таким чином впливає на поле швидкостей зірок, що досліджується. Були також дискусії про те, що l_V відмінний від нуля через невисоку точність власних рухів, паралаксів, променевих швидкостей зірок чи загальну селекцію вхідних даних.

Важливим кроком в дослідженнях швидкостей зірок навколосонячної околиці є початок ери космічних місій, що надав науковій спільноті надійні спостережні дані. Проте, використання таких каталогів як Hiparcos та Gaia тільки підтвердили, що кут l_V не дорівнює нулю [48, 18, 70, 25]. З огляду на це, цінними роботами вважаються роботи з моделюванням галактичної структури й встановленням чіткого зв'язку між локальними особливостями в полі швидкостей зірок та кутом відхилення вертекса [121].

Ще одним способом визначити реальну поведінку кута l_V є вихід за межі навколосонячної околиці та проведення відповідних розрахунків в інших ОЗ. Очікується, що локальна поведінка поля швидкостей в межах навколосонячної ОЗ буде різнитися з іншими. Такий підхід був використаний в головній науковій роботі автора дисертації [52].

Резюме до розділу

Галактоцентрична відстань Сонця – це один з найголовніших параметрів, який характеризує галактику Чумацький Шлях. Існує ряд різних способів оцінки параметра $R_\odot$ зі спостережних даних. Такі методи класифікуються на прямі, залежні від моделі та другорядні. Більшість сучасних робіт вказують на те, що рекомендоване в 1985 році МАС значення $R_\odot = 8,5 \text{ kpc}$ не відповідає дійсності. Сучасні спостережні дані дають змогу точніше оцінити галактоцентричну відстань Сонця. Так, наукова група GRAVITY отримала найточнішу як в систематичному, так і у випадковому відношенні оцінку $R_\odot = 8,28 \text{ kpc}$. Не менш важливим є визначення напрямку на галактичний Центр. Зараз можна використовувати сферичні координати галактичного центру, що були прийняті консорціумом HIPPARCOS: $\alpha_{GC} = 266^\circ, 40499$, $\delta_{GC} = -28^\circ, 93617$. Хоча сучасні астрометричні дані дають змогу

переглянути й ці величини, різниця між прийнятими значенням і уточненими є незначною.

Кожне джерело на небі має свої геометричні та кінематичні характеристики – просторові координати та вектори швидкостей. Кутові координати джерел, а також кутові швидкості (власні рухи) визначаються помітно точніше і для більшої кількості об'єктів, ніж відстані та радіальні швидкості. Відстань r розраховується з величини річного паралакса, а радіальна швидкість V_r визначається зі спектрального аналізу, що дещо виходить за рамки класичної астрометрії. Вони також мають свої специфічні систематичні похибки вимірювань. В роботах Бейлер-Джонса, наприклад, пропонується метод, що дозволяє врахувати систематичні похибки у відстанях до зірок з використанням статистичних методів та фотометричних показників.

Каталог *Gaia* DR3 має найбільшу кількість об'єктів, для яких наведено повне астрометричне рішення (5 параметрів): координати на сфері (два параметри), власні рухи (два параметри) та паралакс. Їх сумарна кількість перевищує 1,4 млрд. Для повноцінного просторового дослідження кінематики Галактики необхідні також і променеві швидкості зірок. В каталозі *Gaia* DR3 для більш ніж 33 млн джерел наводяться і ці величини.

Ще донедавна, кінематичні дослідження проводились за зірками навколосонячної околиці. Однак проведення сучасних кінематичних досліджень може бути реалізовано в областях зірок (ОЗ), що знаходяться на значних відстанях від Сонця. Геометричний центр ОЗ називається центроїдом. Швидкість центроїда розраховується як середня швидкість зірок, що потрапили до відповідної ОЗ. В кожній такій області доцільно ввести свою локальну прямокутну галактичну систему координат, координати в якій позначаються як x , y , z , а швидкості – V_x , V_y , V_z . Подібно ПГСК, локальна СК задається так, щоб її вісь Ox була направлена на Центр Галактики, Oy – в напрямку руху обертання Галактики, а Oz – завершує праву трійку ортогонального базису.

На початку ХХ століття дослідження Галактики отримали новий

поштовх. Б. Ліндблад запропонував теорію, згідно з якою зорі в Галактиці рухаються у взаємному гравітаційному полі, а сама Галактика Чумацький Шлях складається з підструктур, кожна з яких має свої кінематичні характеристики. Він зміг оцінити кругову швидкість обертання Сонця та близьких зірок навколо галактичного Центра. Я. Оорт розвинув теорію Ліндблада. Він ввів постійні $A_{\odot}$ та $B_{\odot}$, які пізніше стали називати його ім'ям. Огородніков та Мілн додали ще два параметри $C_{\odot}$ та $K_{\odot}$, доповнивши постійні Оорта до 4-х параметрів. Перші два параметри характеризують кутову швидкість обертання області зірок та її зміну з галактоцентричною відстанню, а останні два параметри – є характеристикою стиснень або розширень в полі швидкостей.

Кінематичні параметри, що визначаються з використанням моделі О–М дають можливість описати поле швидкостей зірок у тривимірному просторі. Постійні Оорта у цьому випадку будуть підмножиною кінематичних параметрів. Їх лінійні комбінації дають змогу отримувати та аналізувати такі характеристики Галактики як вертикальний градієнт швидкості обертання та розширення, нахил кривої обертання Галактики, лінійну кругову швидкість обертання тощо. Вперше, за участю дисертанта, було проведено детальні кінематичні дослідження Галактики не тільки в навколосонячної області, а і в інших ОЗ де відомі просторові положення та швидкості зірок з каталогу *Gaia* DR3.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ВЕРТЕКСІВ ЗОРЯНИХ СИСТЕМ

2.1 Деякі властивості дійсного симетричного тензора

2.1.1 Характеристичне рівняння та власні значення

Нехай матриця довільного дійсного симетричного тензора T має вигляд:

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

де $t_{12} = t_{21}$, $t_{23} = t_{32}$, $t_{13} = t_{31}$. З курсу лінійної алгебри відомо, що існує таке число λ і вектор $\vec{x} \neq 0$, які задовольняють наступному співвідношенню:

$$T\vec{x} = \lambda\vec{x}. \quad (2.2)$$

Тут λ – власне значення T , а $\vec{x}$ – власний вектор, що відповідає власному значенню λ . Для будь-якого скінченного виміру, векторне рівняння 2.2 буде еквівалентне наступному матричному рівнянню:

$$(T - \lambda E)X = 0, \quad X \neq 0. \quad (2.3)$$

Де E – одинична матриця, а колонки матриці X є власними векторами T . Звідси випливає, що число λ буде власним значенням матриці T тільки в тому випадку, коли детермінант $(T - \lambda E) = 0$. Тобто тоді, коли λ є коренем многочлена $f(\lambda) = \det(T - \lambda E)$, що називається характеристичним рівнянням.

Для тривимірної симетричної матриці T , характеристичне рівняння $p(\lambda)$ матиме наступний вигляд:

$$f(\lambda) = \begin{vmatrix} t_{11} - \lambda & t_{12} & t_{13} \\ t_{12} & t_{22} - \lambda & t_{23} \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (2.4)$$

або

$$f(\lambda) = \lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c = 0, \quad (2.5)$$

де:

$$a = -(t_{11} + t_{22} + t_{33}), \quad (2.6a)$$

$$b = -(t_{12}^2 + t_{23}^2 + t_{13}^2 - t_{11}t_{22} - t_{22}t_{33} - t_{11}t_{33}), \quad (2.6б)$$

$$c = -(t_{11}t_{22}t_{33} + 2t_{12}t_{23}t_{13} - t_{12}^2t_{33} - t_{23}^2t_{11} - t_{13}^2t_{22}). \quad (2.6в)$$

Корені рівняння (2.5) можуть бути знайдені за допомогою як простих чисельних методів, так і за допомогою, наприклад, тригонометричної формули Вієта:

$$\lambda_1 = 2\sqrt{Q} \cos \phi - \frac{a}{3}, \quad (2.7a)$$

$$\lambda_2 = 2\sqrt{Q} \cos(\phi + 120^\circ) - \frac{a}{3}, \quad (2.7б)$$

$$\lambda_3 = 2\sqrt{Q} \cos(\phi - 120^\circ) - \frac{a}{3}. \quad (2.7в)$$

Тут:

$$Q = \frac{a^2 - 3b}{9}, \quad \phi = \frac{1}{3} \arccos \frac{R}{\sqrt{Q^3}}, \quad R = \frac{1}{54}(-2a^3 + 9ab - 27c). \quad (2.8)$$

Для симетричних дійсних матриць власні значення (корені рівняння) також будуть дійсними. Використовуючи власні значення $\lambda_{1,2,3} = \lambda_i$, можна знайти відповідні їм ортогональні власні вектори, які утворюють так званий власний базис тензора T . Якщо осі СК та осі власного базису збігаються, то тензор T приймає діагональний вигляд:

$$T_{diag} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

2.1.2 Тензорна поверхня та головні осі

Поруч з питанням про приведення симетричного тензора T до діагонального вигляду, тісно стоїть поняття тензорної поверхні. Така

поверхня другого порядку визначається рівнянням:

$$\sum_{i,j=1}^3 t_{ij} q_i q_j = 1, \quad (2.10)$$

де $q_i = q_1, q_2, q_3 = x, y, z$ – координати обраної СК.

Головні осі тензорної поверхні є головними осями тензора T (власний базис). Рівняння (2.10) записане в системі головних осей p_i , прийме наступний вигляд:

$$\lambda_1 p_1^2 + \lambda_2 p_2^2 + \lambda_3 p_3^2 = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{p_1^2}{1/\lambda_1} + \frac{p_2^2}{1/\lambda_2} + \frac{p_3^2}{1/\lambda_3} = 1 \quad (2.11)$$

У випадку, коли λ_i виявляються додатними, тензорна поверхня, що задається рівнянням 2.11, буде еліпсоїдом з півосями $1/\sqrt{\lambda_1}$, $1/\sqrt{\lambda_2}$, $1/\sqrt{\lambda_3}$. У разі коли $\lambda_1 = \lambda_2$, тензорний еліпсоїд буде еліпсоїдом обертання (сфероїдом), а коли $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ – він виродиться у сферу. Якщо одне чи два власних значення будуть від’ємними, то тензорна поверхня прийме вигляд одно- чи дволістового гіперболоїда з аналогічними як в еліпсоїда півосями.

Орієнтацію кожної з головних осей p тензора T в обраній системі координат xyz можна отримати через так звані напрямні косинуси l, m, n :

$$l = \cos \xi, \quad m = \cos \zeta, \quad n = \cos \varsigma, \quad (2.12)$$

де ξ, ζ, ς – кути між осями xyz СК і віссю p , як показано рис. 2.1 а). Напрямні косинуси l_i, m_i, n_i кожної p_i вісі утворюють матрицю напрямних косинусів H :

$$H = \begin{pmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

таку, що:

$$H T H^T = T_{diag}. \quad (2.14)$$

Числові значення для l_i, m_i, n_i можна розрахувати, наприклад, використовуючи мінори $G_{11,i}$, $G_{12,i}$, $G_{13,i}$ першого рядка матриці (2.4), підставляючи по чергову власні значення λ_i тензора T в наступні вирази:

$$l_i = \frac{G_{11,i}}{G_{1,i}}, \quad m_i = \frac{G_{12,i}}{G_{1,i}}, \quad n_i = \frac{G_{13,i}}{G_{1,i}}. \quad (2.15)$$

Тут:

$$G_{11,i} = \begin{vmatrix} t_{22} - \lambda_i & t_{23} \\ t_{23} & t_{33} - \lambda_i \end{vmatrix} = (t_{22} - \lambda_i)(t_{33} - \lambda_i) - t_{23}^2, \quad (2.16a)$$

$$G_{12,i} = \begin{vmatrix} t_{12} & t_{23} \\ t_{13} & t_{33} - \lambda_i \end{vmatrix} = t_{12}(t_{33} - \lambda_i) - t_{23}t_{33}, \quad (2.16б)$$

$$G_{13,i} = \begin{vmatrix} t_{12} & t_{22} - \lambda_i \\ t_{13} & t_{23} \end{vmatrix} = t_{12}t_{23} - (t_{22} - \lambda_i)t_{13}, \quad (2.16в)$$

$$G_{1,i} = \sqrt{G_{11,i}^2 + G_{12,i}^2 + G_{13,i}^2}. \quad (2.16г)$$

Також однозначну орієнтацію кожної осі p будуть визначати її довгота β та широта φ , як показано на рис. 2.1 б). На відмінну від кутів ξ, ζ, ς , кути β та φ частіше зустрічаються в розрахунках, адже вони, по суті, є звичними сферичними координатами точки, в яку направлена відповідна вісь. Для їх обчислення використовуються наступні формули:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{m}{n}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{n}{\sqrt{l^2 + m^2}}. \quad (2.17)$$

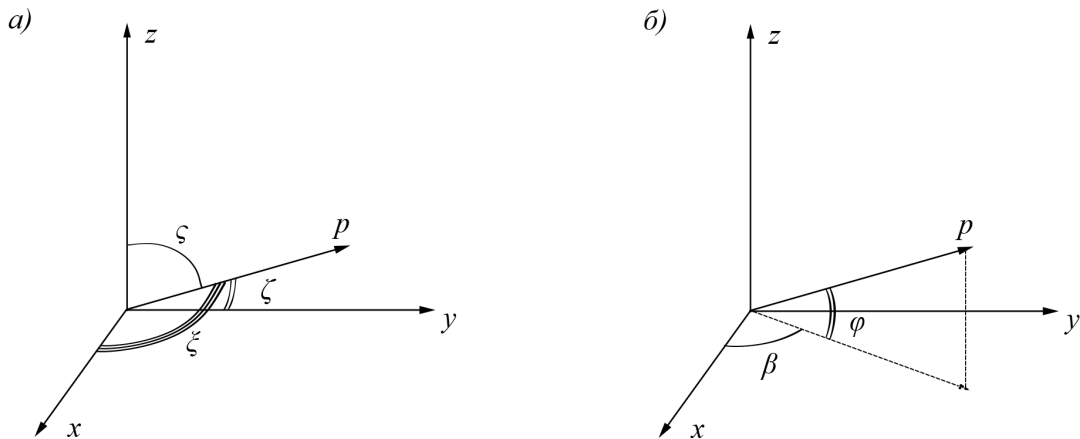


Рис. 2.1 Кути, що визначають орієнтацію головної осі p тензора T в системі координат xyz . а) – кути між осями x, y, z та віссю p ; б) – довгота β та широта φ осі p .

Підставивши (2.16) в (2.15), а (2.15) в (2.17), можна отримати формули для розрахунку кутів φ_i та β_i для осі p_i одразу через компоненти тензора

T та його власні значення:

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{t_{13}t_{23} - (t_{33} - \lambda_i)t_{12}}{(t_{22} - \lambda_i)(t_{33} - \lambda_i) - t_{23}^2}, \quad (2.18a)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_i = \frac{(t_{22} - \lambda_i)t_{13} - t_{12}t_{23}}{t_{13}^2 - (t_{22} - \lambda_i)(t_{33} - \lambda_i)} \cos \beta_i. \quad (2.18б)$$

У двовимірному випадку, коли компоненти $t_{23} = t_{13} = t_{33} = 0$, тензор T матиме лише три незалежні компоненти $t_{12} = t_{21}$, t_{11} , t_{22} . В такому разі, характеристичне рівняння $f(\lambda)$ буде квадратним, з двома коренями λ_1 та λ_2 , а тензорна поверхня стане тензорною кривою другого порядку з головними осями p_1 та p_2 , що будуть знаходитися в площині xOy обраної СК. Формула для знаходження їх довгот (2.18a) спроститься до наступної:

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{t_{12}}{\lambda_i - t_{22}}, \quad i = 1, 2. \quad (2.19)$$

Оскільки головні осі тензора T завжди ортогональні, то визначення довготи однієї осі, одразу визначає довготу іншої. Таким чином, можна показати, що орієнтація обох головних осей стосовно осей СК, виражається через один кут β [75]:

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{2t_{12}}{t_{11} - t_{22}}. \quad (2.20)$$

Кут β одразу є кутом між осями Ox й p_1 та між Oy й p_2 . Чисельно він дорівнюватиме куту β_1 , або куту $\beta_2 - 90^\circ$. Використання формули (2.20), не потребує додаткових розрахунків власних значень тензора T , тому на практиці використовується частіше.

2.1.3 Інваріанти

Подібно тому, як внаслідок повороту декартової СК змінюються компоненти вектора, але при цьому зберігається його довжина (модуль), для тензора T також існують чисельні характеристики, які не залежать від орієнтації осей СК, в яких він розглядається. Такі величини називають інваріантами тензора. Головних інваріантів три: слід тензора $I_1 = \operatorname{tr}(T)$, його визначник (або детермінант) $I_2 = \det(T)$ та $I_3 = 1/2 (\operatorname{tr}(T)^2 - \operatorname{tr}(T^2))$. Оскільки тензор T симетричний, тривимірний

та дійсний, вищезазначені інваріанти розраховуються за наступними формулами:

$$I_1 = t_{11} + t_{22} + t_{33} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3, \quad (2.21a)$$

$$I_2 = t_{11}t_{22}t_{33} + 2t_{12}t_{23}t_{13} - t_{11}t_{23}^2 - t_{22}t_{13}^2 - t_{33}t_{12}^2 = \lambda_1\lambda_2\lambda_3, \quad (2.21б)$$

$$I_3 = t_{11}t_{22} + t_{22}t_{33} + t_{11}t_{33} - t_{12}^2 - t_{23}^2 - t_{13}^2 = \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_3. \quad (2.21в)$$

Насправді параметри I_1 , I_2 , I_3 з точністю до знака, дорівнюють параметрам a , b та c , що є коефіцієнтами характеристичного рівняння $f(\lambda)$ (2.6).

Окрім головних інваріантів виділяють ще основні та змішані. Але всі вони є комбінаціями інваріантів I_1 , I_2 та I_3 , тому вирази для їх обчислення не будуть наведені в цій роботі.

2.1.4 Поворот тензора

У довільно орієнтованій прямокутній СК, тензор T матиме 6 незалежних компонент. У разі, коли СК обрана таким чином, щоб її орти збігалися з головними осями тензора T , він прийме діагональний вигляд T_{diag} , де буде три ненульових незалежних компоненти. Процедура зведення симетричного тензора до діагонального вигляду, може бути інтерпретована з одного боку як поворот ортів СК, так щоб вони співпали з головними осями тензора, або ж, з іншого, як поворот тензора таким чином, щоб його головні осі перейшли в орти СК. Фактично, наведена вище формула (2.14) є поворотом тензора T на кути, що визначені матрицею напрямних косинусів H .

У загальному випадку, поворот тензора T буде здійснюватись наступною процедурою:

$$RTR^T = T_{rot}, \quad (2.22)$$

де R – матриця повороту, T_{rot} – результативний «повернутий» тензор.

Нехай, наприклад, необхідно повернути тензор T на кут ϵ навколо осі

Oz в напрямку від Ox до Oy . Тоді матриця повороту буде мати вигляд:

$$R = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & -\sin \epsilon & 0 \\ \sin \epsilon & \cos \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

а відповідні «повернуті» компоненти тензора T_{rot} розраховуватимуться наступним чином:

$$t_{12,rot} = (t_{11} - t_{22}) \cos \epsilon \sin \epsilon + t_{12}(\sin^2 \epsilon - \cos^2 \epsilon), \quad (2.24a)$$

$$t_{23,rot} = t_{23} \cos \epsilon + t_{13} \sin \epsilon, \quad (2.24б)$$

$$t_{13,rot} = t_{13} \cos \epsilon - t_{23} \sin \epsilon, \quad (2.24в)$$

$$t_{11,rot} = t_{11} \cos^2 \epsilon + t_{22} \sin^2 \epsilon - 2t_{12} \sin \epsilon \cos \epsilon, \quad (2.24г)$$

$$t_{22,rot} = t_{11} \sin^2 \epsilon + t_{22} \cos^2 \epsilon + 2t_{12} \sin \epsilon \cos \epsilon, \quad (2.24д)$$

$$t_{33,rot} = t_{33}. \quad (2.24е)$$

2.2 Визначення координат вертекса з використанням тензора швидкостей деформації

Кутові координати вертекса можна визначити, проаналізувавши симетричну складову тензора M , а саме тензор M^+ , що зветься тензором швидкостей деформацій:

$$M^+ = \begin{pmatrix} m_{11}^+ & m_{12}^+ & m_{13}^+ \\ m_{21}^+ & m_{22}^+ & m_{23}^+ \\ m_{31}^+ & m_{32}^+ & m_{33}^+ \end{pmatrix}. \quad (2.25)$$

В розділах механіки суцільного середовища демонструється [115], що ортогональні головні осі тензора швидкостей деформації елементарних об'ємів, які рухаються в площині за круговими орбітами навколо центра обертання (соленоїдне векторне поле швидкостей), мають чітко визначену орієнтацію. А саме, в будь-якій точці поля (окрім його центра), дві головні осі тензора будуть знаходитися в площині обертання, причому повернуті на кути $\pm 45^\circ$ до напрямку потоку. Оскільки напрямок потоку в

такому полі завжди ортогональний до напрямку на центр обертання, останній можна однозначно визначити, врахувавши орієнтацією головних осей.

В межах зоряної кінематики та термінах дисертації, це означає, що напрямок на вертекс, може бути визначений, наприклад за довготою β_{1,M^+} першої головної осі тензора M^+ . Таким чином, враховуючи все вище зазначене, довгота вертекса l_V в локальній галактичній СК визначатиметься як:

$$l_V = \beta_{1,M^+} - 45^\circ. \quad (2.26)$$

У випадку, коли площина xOy СК збігається з площиною обертання системи, залежні від z компоненти тензора M^+ обернуться в нуль. Таким чином, тензор стане двовимірним, широта вертекса $b_V \equiv 0$, а його довгота може бути визначена з використанням параметра $\beta_{M^+} = \beta_{1,M^+}$, обчисленого за формулою (2.20), де $t_{ij} \equiv m_{ij}^+$. Зробивши необхідні підставлення, формула (2.26) прийме наступний вигляд:

$$\text{tg}(2l_V) = -\frac{m_{11}^+ - m_{22}^+}{2m_{12}^+}. \quad (2.27)$$

З використанням формул (1.48а) та (1.48в), довгота вертекса l_V також може бути виражена через постійні Оорта, отримані в довільній ОЗ:

$$\text{tg}(2l_V) = -\frac{C}{A}. \quad (2.28)$$

Якщо Галактика є осесиметричною, кут l_V завжди дорівнюватиме нулю, а вісь Ox локальної СК буде точно спрямована на галактичний Центр. Як видно з формул (2.27) та (2.28), це можливо, коли $m_{11}^+ - m_{22}^+ = 0$, або $C = 0$. Беручи до уваги також той факт, що в соленоїдному полі в будь-якій його точці $\text{div}\vec{V} = 0$ [115], приходимо до того, що $m_{11}^+ + m_{22}^+ = 0$, або $K = 0$ (1.50). Одночасне виконання цих двох умов можливе тільки у випадку, коли $m_{11}^+ = m_{22}^+ = 0$. Одже, тензор M^+ в осях локальної СК та у випадку осесиметричної Галактики матиме лише одну незалежну ненульову компоненту m_{12}^+ .

2.3 Просторові координати вертекса

2.3.1 Побудова променів спрямованих на вертекси

Дослідження кутових координат вертексів за тензором швидкостей деформацій M^+ в різних ОЗ, дозволяє визначати не тільки числові значення цих параметрів, а також їх поведінку в залежності від прямокутних галактичних координат X, Y , або галактоцентричних циліндричних – R, θ . Недоліком такого представлення результатів, є залежність орієнтації ортів координат від точності визначення галактоцентричної відстані Сонця $R_\odot$. Тобто, якщо використана величина параметра $R_\odot$ буде відрізнятися від істинної, кут, на який здійснюється поворот ортів локальних СК, буде визначений з похибкою. Таким чином, кут між ортами локальних СК та ортами симетричних тензорів буде змінюватись в залежності від величини параметра $R_\odot$, і як наслідок, значення довготи вертекса l_V в таких локальних СК теж буде змінюватись. Варто наголосити, що це ніяк не пов'язано з просторовою орієнтацією головних осей тензорів і положенням вертекса в просторі. Вони лишаються незмінними. Отже, кут між ортами локальної СК та ортами тензорів тільки залежать від вибору СК, в результаті зміни геометричної конфігурації точок Сонце – центроїд – Центр Галактики (рис. 2.2). З формул (2.24) добре видно, яким саме чином та у якій мірі відбувається перерозподіл компонент симетричних тензорів в залежності від кута повороту.

Альтернативним способом визначення координат вертексів ОЗ, які не будуть обтяжені геометричним ефектом вибору СК, є побудова променів, що спрямовані на вертекси. Кожен спрямований на вертекс промінь задається двома точками. Він має свій початок в центроїді ОЗ з радіус-вектором $\vec{r}_0 = (X_0; Y_0; Z_0)$. Друга точка з радіус-вектором $\vec{r}_1 = (X_1; Y_1; Z_1)$, яку пройде промінь, може бути знайдена за допомогою кутів що визначають напрямок на вертекс l_V, b_V , кута ϵ між віссю Ox

локальної СК та віссю OX ПГСК й сфери одиничного радіусу $d = 1 \text{ kpc}$:

$$X_1 = X_0 + d \cos b_V \cos(l_V - \epsilon), \quad (2.29a)$$

$$Y_1 = Y_0 + d \cos b_V \sin(l_V - \epsilon), \quad (2.29б)$$

$$Z_1 = Z_0 + d \sin b_V. \quad (2.29в)$$

Таким чином, маємо в ПГСК рівняння для променя, спрямованого на вертекс, що визначений в довільній ОЗ:

$$\frac{X - X_0}{X_1 - X_0} = \frac{Y - Y_0}{Y_1 - Y_0} = \frac{Z - Z_0}{Z_1 - Z_0}. \quad (2.30)$$

В більшості кінематичних досліджень Галактики вводять припущення, що $b_V \equiv 0$, тоді рівняння променів спрямованих на вертекс не матимуть Z -ї складової й знаходитимуться виключно в площині XOY ПГСК. Формули (2.29) приймуть наступний вигляд:

$$X_1 = X_0 + d \cos(l_V - \epsilon), \quad (2.31a)$$

$$Y_1 = Y_0 + d \sin(l_V - \epsilon), \quad (2.31б)$$

а рівняння променя (2.30) матиме вигляд:

$$\frac{X - X_0}{X_1 - X_0} = \frac{Y - Y_0}{Y_1 - Y_0}, \quad (2.32)$$

або:

$$(Y_0 - Y_1)X + (X_1 - X_0)Y + (X_0Y_1 - X_1Y_0) = 0. \quad (2.33)$$

2.3.2 Метод оцінки координат точки перетину променів спрямованих на вертекс та геліоцентричної відстані до неї

Використання променів спрямованих на вертекс є оригінальним методом, що надає можливість визначити геліоцентричні відстані до спільних вертексів різних груп ОЗ, які мають схожу кінематику. У разі осесиметричної Галактики, всі промені будуть знаходитись в галактичній площині, причому матимуть одну спільну точку перетину. Координати цієї точки будуть в точності збігатися з координатами центра обертання Галактики. Це впливає з того, що в будь-якій ОЗ, центроїд якої

знаходиться в галактичній площині, довгота вертекса дорівнюватиме нулю (промінь збігатиметься з віссю Ox локальної СК). Фактично, для того, щоб отримати координати точки перетину, достатньо скласти систему з двох рівнянь непаралельних променів (2.33) та вирішити її відносно невідомих X та Y . На рис. 2.2 схематично зображено два промені, що перетинаються в Центрі Галактики.

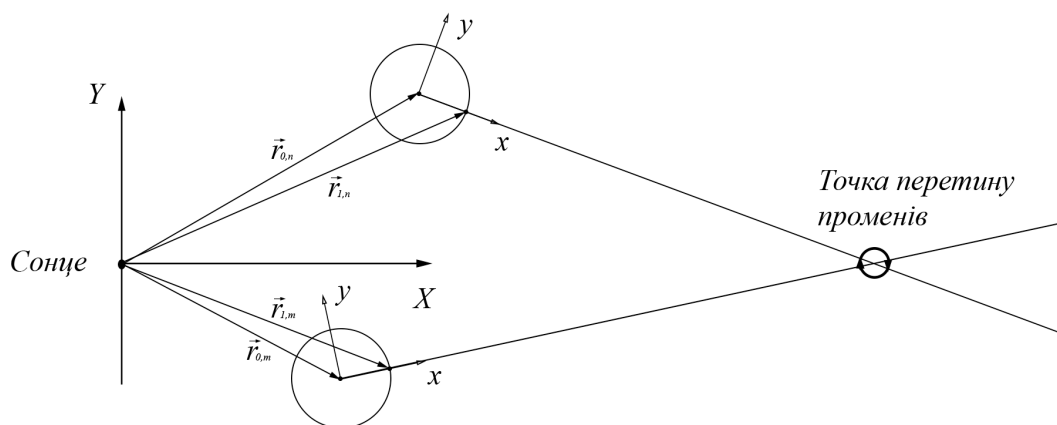


Рис. 2.2 Промені на вертекс n -ї та m -ї ОЗ у випадку осесиметричної Галактики. Координати точки перетину променів будуть точно збігатися з координатами галактичного Центра.

Коли ж осесиметричність Галактики порушена, кут l_V у різних ОЗ може приймати ненульові значення. Проте, якщо Галактика залишається стабільною, дисковою, можна припустити, що її неосесиметричність має локальний помірний характер. Інакше з часом, вона б втратила орбітальний момент та свою форму. Таким чином очікується, що кут l_V в масштабах всієї Галактики, в залежності від галактичних координат, має приймати значення, що будуть близькими до нуля. З цього також випливає, що точка перетину двох будь-яких непаралельних променів на вертекс в площині XOY , в загальному випадку, не збігатиметься з Центром Галактики, але буде знаходитись в його околицях. Область, де знаходяться точки попарних перетинів таких променів, в дисертації буде називатися вузлом перетину променів на вертекс.

З огляду на зроблені припущення, оцінку середнього значення координат вузла з радіус-вектором $\vec{G} = (X_V; Y_V)$ можна обчислити, склавши наступну

систему рівнянь та розв'язавши її, наприклад за допомогою МНК:

$$f(\vec{r}_{0,m}, \vec{r}_{1,m}, \vec{G}) = (Y_{0,m} - Y_{1,m})X_V + (X_{1,m} - X_{0,m})Y_V + (X_{0,m}Y_{1,m} - X_{1,m}Y_{0,m}), \quad (2.34)$$

де $\vec{r}_{0,m} = (X_{0,m}; Y_{0,m}; Z_{0,m})$ та $\vec{r}_{1,m} = (X_{1,m}; Y_{1,m}; Z_{1,m})$ радіус-вектори точок, якими задається m -й промінь на вертекс.

Розв'язком системи 2.34 буде:

$$\sum_{m=1} (f(\vec{r}_{0,m}, \vec{r}_{1,m}, \vec{G}))^2 \xrightarrow{\vec{G}} \min. \quad (2.35)$$

Похибки оцінок компонент радіус-вектора $\vec{G}$ знаходяться з двовимірної коваріаційної матриці нормальних рівнянь, діагональні елементи якої будуть дисперсією для X_V та Y_V .

Резюме до розділу

Розділ присвячений опису методів оцінки координат вертексів за кінематикою ОЗ, центроїди яких знаходяться в площині Галактики.

Як відомо з тензорного аналізу, будь-якому симетричному тензору можна поставити у відповідність тензорну поверхню другого порядку. Головні осі такої поверхні будуть головними осями тензора. Їх орієнтацію щодо осей СК можна розрахувати з використанням власних значень. Кожен тензор має характеристики, які не залежать від СК в якому він записаний. Їх називають інваріантами тензора. Подібно тому як відбувається поворот вектора відносно осей СК, тензор також може бути повернутий на відповідні кути, використовуючи матрицю повороту.

Положення вертекса ОЗ пов'язано з напрямками головних осей симетричного тензора M^+ . З кінематики суцільного середовища відомо, що в площині обертання, між головними осями тензора M^+ та напрямком на центр обертання кут завжди дорівнює 45° . Це дає змогу записати формулу для визначення довготи вертекса l_V для кожної з розглянутих ОЗ.

Спільне дослідження багатьох ОЗ, що розташовані в довільній точці аналізуємої частини галактичної площини дозволяє побудувати промені

на вертекси. Їх взаємне розташування буде незалежним від обраної системи координат. Це є важливим, адже орієнтація ортів як локальних СК, так і ЦГЦСК залежать від величини параметра $R_{\odot}$, що відома з похибками вимірювання. Таким чином, в залежностях $l_V(R, \theta)$ може бути присутня чисто геометрична систематична помилка, що залежить від $R_{\odot}$. Промені на вертекси не будуть обтяжені такою помилкою.

Окрім кутових координат вертексів, які визначаються з елементів тензорів M^+ , використання променів надає додаткову можливість провести також оцінку геліоцентричної відстані до вертексів різних груп ОЗ, для яких кінематика буде схожою. Область перетину променів для осесиметричних систем збігатиметься з центром обертання системи. У випадку реальної Галактики, перетин променів різних ОЗ не буде однозначним, проте все одно область перетинів променів має знаходитись поряд з галактичним Центром.

РОЗДІЛ 3

РЕЗУЛЬТАТИ КІНЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ В ПЛОЩИНІ ГАЛАКТИКИ ТА ОЦІНКИ КООРДИНАТ ВЕРТЕКСІВ РІЗНИХ ЗОРЯНИХ СИСТЕМ

3.1 Моделювання поля швидкостей

У випадку оортівського обертання (1.35), використовуючи чисельне моделювання поля швидкостей Галактики, можна продемонструвати незбурену поведінку тих чи інших кінематичних параметрів в залежності від галактичних координат. Відповідне поле швидкостей зірок легко можна задати наступним чином. Оберемо прямокутну СК XYZ з початком в Сонці та задамо точку G з радіус-вектором $\vec{G} = (X_V; Y_V; Z_V)$, навколо якої відбуватиметься обертальний рух зірок, тобто вертекс. У разі оортівського обертання, ця точка буде збігатися з Центром Галактики. В розрахунках зручно, щоб обрана СК була задана відповідно до ПГСК, а саме, щоб площина обертання модельної Галактики збігалася з площиною XOY обраної СК, а вісь OX була спрямована на вертекс. В такому разі, дві координати вертекса (або Центра Галактики) $Y_V \equiv Z_V \equiv 0$, а диференціальне поле швидкостей може бути задане з використанням двох членів розкладання кутової швидкості ω в ряд Тейлора:

$$\omega(R) = \omega_V + \omega'_V R, \quad (3.1)$$

де ω_V – кутова швидкість обертання поблизу вертекса, ω'_V – її перша похідна, а R – галактоцентрична відстань, що легко може бути визначена для кожної зірки Галактики наступним чином:

$$R = |\vec{r} - \vec{G}|. \quad (3.2)$$

Тут $\vec{r} = (X; Y; Z)$ – радіус вектор зірки в обраній СК. Нехай зірки в просторі розподілені рівномірно (з кроком s вздовж усіх трьох осей СК), а координати кожної з них є відомими.

Компоненти модельної лінійної швидкості $\vec{V} = (V_X; V_Y; V_Z)$ зірки з використанням ω (3.1), обчислюються наступним чином:

$$V_X = -\omega(X - X_V), \quad V_Y = \omega(Y - Y_V), \quad V_Z = 0. \quad (3.3)$$

На векторній діаграмі (рис. 3.1), схематично показано вигляд модельного поля швидкостей зірок в Галактиці, з параметрами що наведені в табл. 3.1. В точці з радіус-вектором $\vec{G}$ чітко проглядається центр обертання всієї системи – вертекс. На рис. 3.2 показана залежність лінійної швидкості зірок $|\vec{V}| = V$ від відстані R , що також розрахована на основі значень модельних параметрів з табл. 3.1.

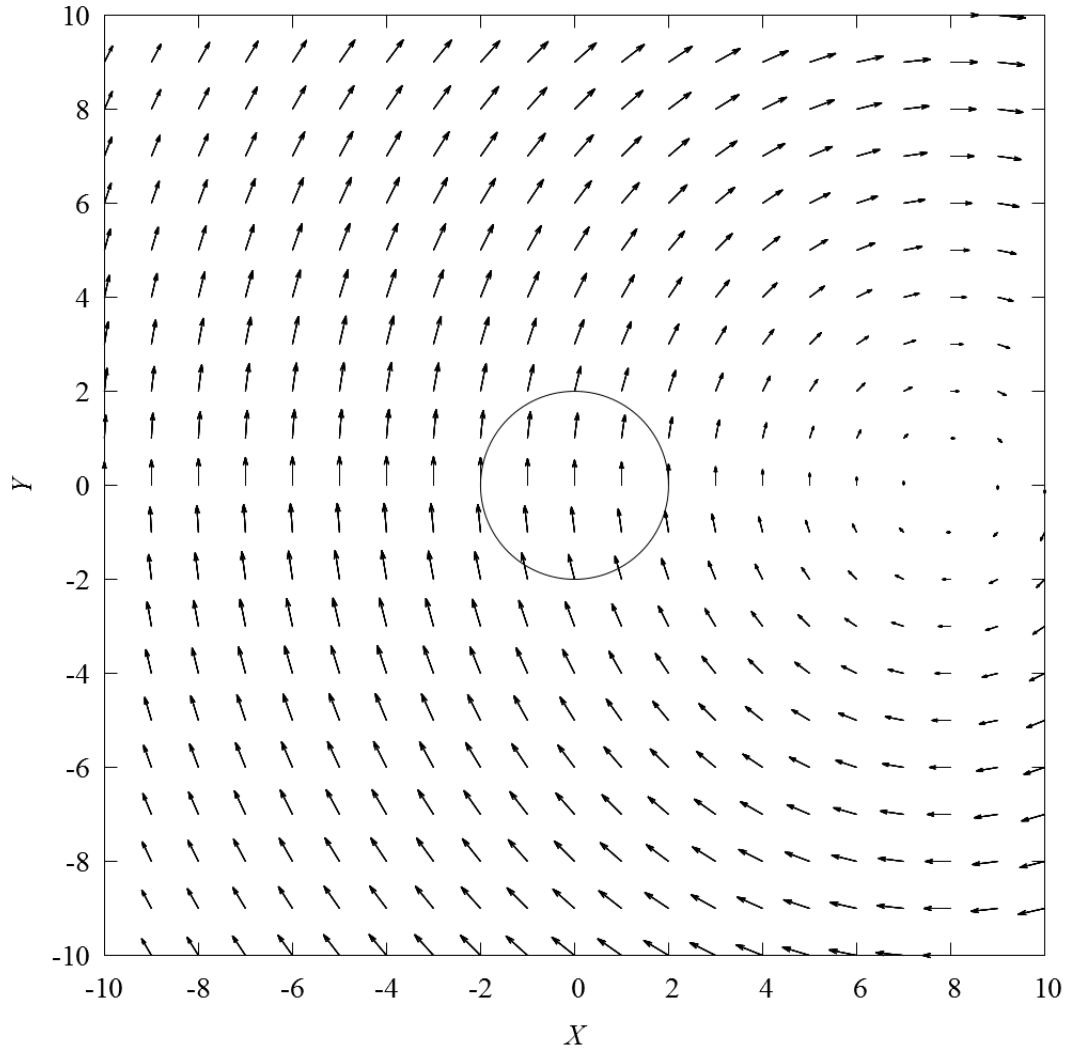
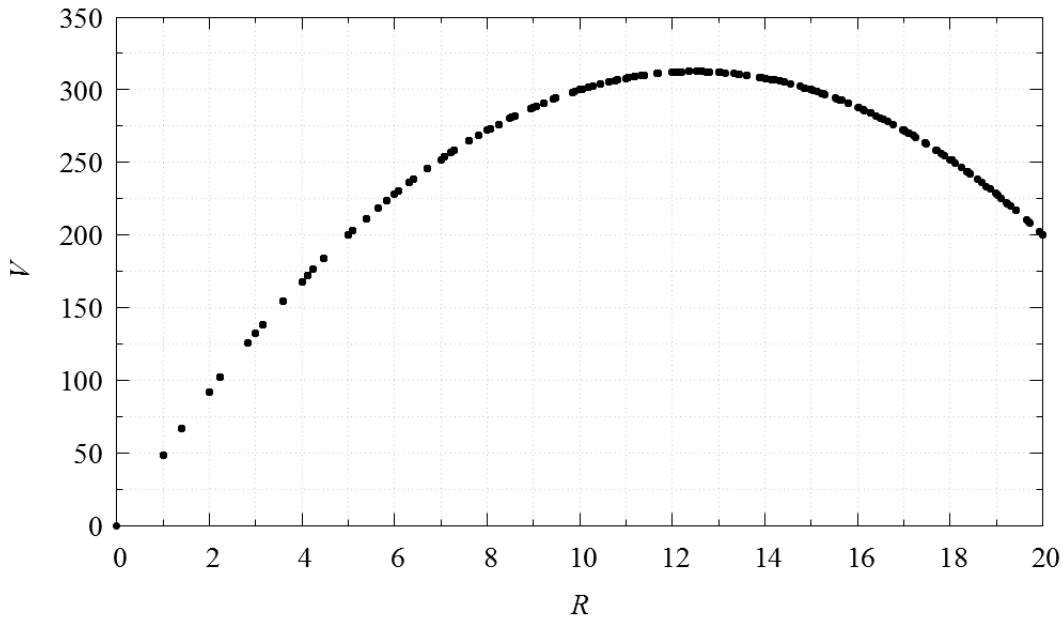


Рис. 3.1 Модельне поле швидкостей зірок у разі оортівського обертання.

Значення модельних параметрів

X_V	Y_V	Z_V	s	ω_V	ω'_V
8	0	0	1	-50	2

Рис. 3.2 Залежність модуля модельної швидкості зірки V від відстані R .

На те, якими спостерігатимуться значення компонент векторів швидкості кожної зірки $\vec{V}$ буде впливати також і швидкість спостерігача $\vec{V}_\odot$ (швидкість, з якою рухається СК спостерігача відносно центра обертання). Якщо вона дорівнює нулю, тобто якщо $\vec{V}_\odot = (0; 0; 0)$, то видимі швидкості зірок будуть збігатися з тими, що представлені на рис. 3.1 та рис. 3.2. Розглянемо з точки зору кінематичного аналізу спочатку саме такий випадок.

Оберемо першу ОЗ так, щоб вона обмежувалась сферою радіусом $d = 2$, а положення її центроїда збігалось з початком координат $\vec{r}_0 = (0; 0; 0)$. Схематично, проєкція такої ОЗ на площину XOY показана колом на рис. 3.1. До такої ОЗ увійде $k = 33$ модельних зірок, що будуть рівномірно розподілені по сфері. Склавши систему рівнянь (1.41), та розв'язавши її відносно 12 параметрів моделі О–М, отримаємо наступні їх значення (табл. 3.2):

Значення параметрів поля швидкостей ОЗ, коли:

$$\vec{V}_\odot = (0; 0; 0), \vec{r}_0 = (0; 0; 0), d = 2.$$

u	v	w	ω_1	ω_2	ω_3	m_{12}^+	m_{23}^+	m_{13}^+	m_{11}^+	m_{22}^+	m_{33}^+
0	268,86	0	0	0	-25,85	7,85	0	0	0	0	0

У матричному вигляді, модель О–М з оціненими параметрами запишеться як:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(\vec{\rho})} &= \vec{V}_0 + M^- \vec{\rho} + M^+ \vec{\rho} = \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 268,86 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -25,85 & 0 \\ 25,85 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{\rho} + \begin{pmatrix} 0 & 7,85 & 0 \\ 7,85 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{\rho}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Оскільки $\vec{r}_0 = (0; 0; 0)$, то для цієї ОЗ $\vec{\rho} \equiv \vec{r}$.

Вираз (3.4) також можна представити графічно. Так у вигляді векторної діаграми на рис. 3.3, представлені відповідні доданки, що утворюють поле швидкостей ОЗ.

Оскільки під час моделювання був забезпечений рівномірний розподіл зірок по ОЗ, а також не використовувалося зашумлення даних, відмінність змодельованих швидкостей зірок (3.3) і обчислених з використанням функції (3.4), буде за величиною на рівні машинної точності. Таким чином, швидкості зірок в ОЗ, що розраховані за формулою (3.4), та схематично представлені на векторній діаграмі 3.3 будуть повністю відповідати заданим швидкостям зірок, які схематично представлені на рис. 3.1 (в межах виділеної області).

З параметрів, що представлені в табл. 3.2, легко можна розрахувати аналоги постійних Оорта A , B , C та K , використовуючи формули 1.48:

$$A = 7,85 \quad B = -25,85 \quad C = 0 \quad K = 0. \quad (3.5)$$

Осі тензора швидкостей деформації M^+ , що знаходяться в площині XOY , будуть орієнтовані під кутом $\beta = 45^\circ$, що слідує з формули (2.20), а кут відхилення вертекса $l_V = 0$, якщо скористатися формулою (2.27) чи (2.28). Таким чином, визначений напрямок на вертекс збігається з віссю OX СК, що своєю чергою спрямована на точку G .

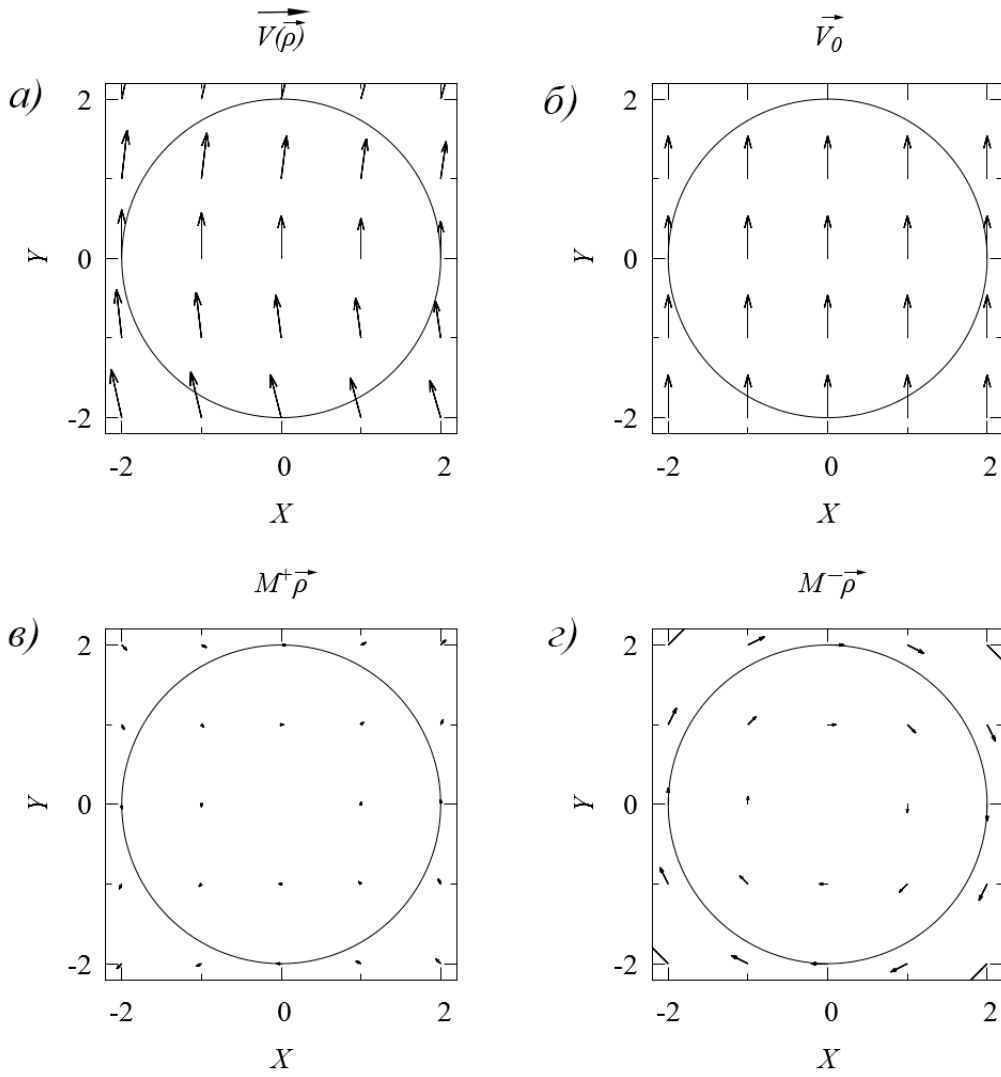


Рис. 3.3 Схематичний вигляд поля швидкостей ОЗ в площині XOY а), яке побудоване з оцінок параметрів наведених в табл. 3.2. Окремо наведені векторні діаграми доданків згідно з (1.42) б) - г).

За допомогою моделювання важливо також показати, що наявність сталої швидкості спостерігача ніяк не впливає на значення кінематичних параметрів. Розглянемо наступний випадок. Нехай тепер швидкість спостерігача дорівнюватиме лінійній швидкості центроїда ОЗ, що розглядався у попередньому випадку, тобто тепер $\vec{V}_{\odot} = (0; 268,86; 0)$. На рис. 3.4 представлено поле швидкостей модельної галактики у цьому випадку.

На перший погляд, рис. 3.1 та рис. 3.4 суттєво відрізняються між собою. Дійсно, якщо в першому випадку положення вертекса очевидне, то в другому, точка навколо якої обертається уся система, не проглядається.

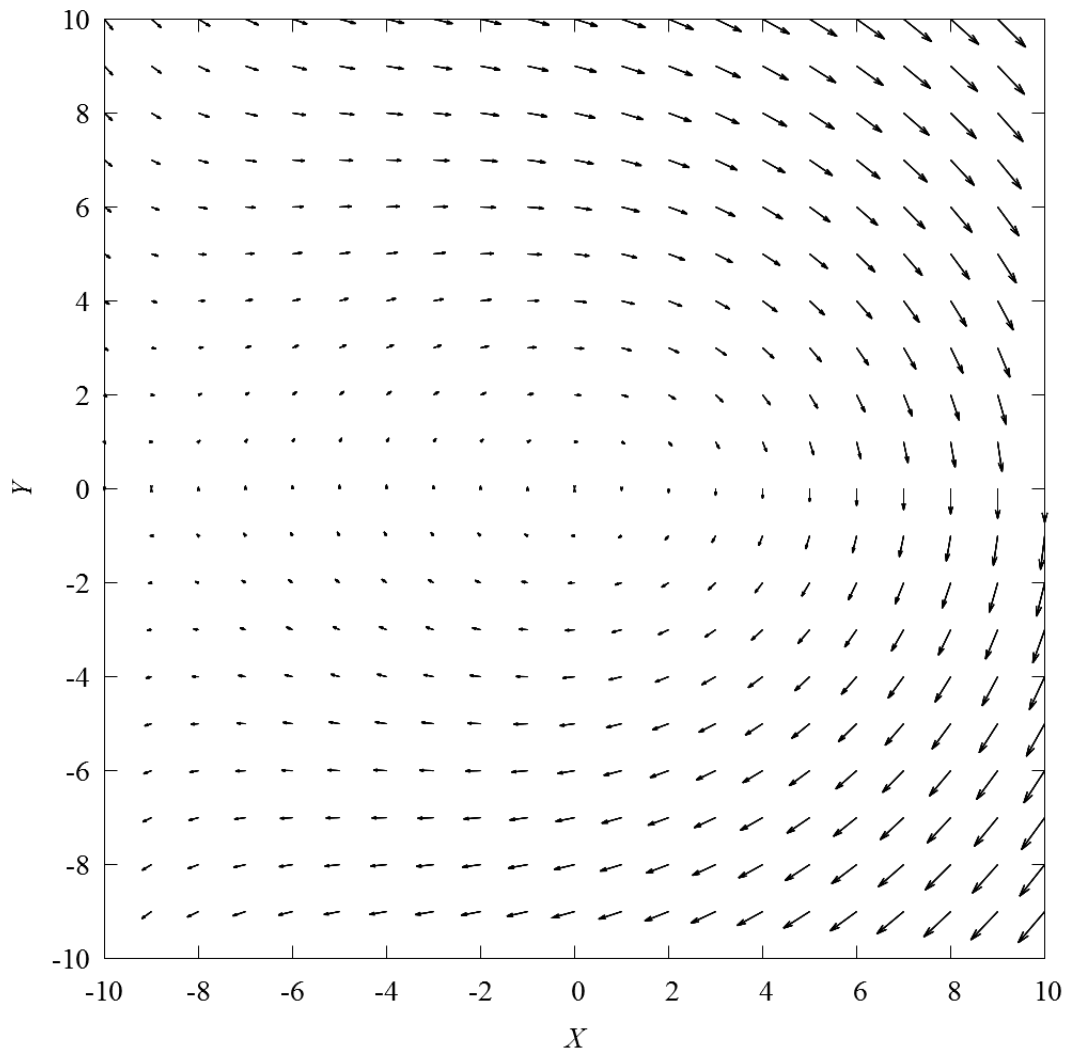


Рис. 3.4 Модельне поле швидкостей зірок у разі оортівського обертання. СК спостерігача рухається зі швидкістю $\vec{V}_{\odot} = (0; 268,86; 0)$.

Проте в кінематичному відношенні, система лишилась такою як і в попередньому випадку. Про це свідчать результати оцінки кінематичних параметрів, що наведені в табл. 3.3. Єдине що зміниться – це вектор відносної швидкості $\vec{V}_0$. Очевидно, що коли лінійна швидкість центроїда ОЗ збігається зі швидкістю спостерігача, то $\vec{V}_0 \equiv 0$.

Табл. 3.3

Значення параметрів поля швидкостей ОЗ, коли:

$$\vec{V}_{\odot} = (0; 268,86; 0), \vec{r}_0 = (0; 0; 0), a = 2.$$

u	v	w	ω_1	ω_2	ω_3	m_{12}^+	m_{23}^+	m_{13}^+	m_{11}^+	m_{22}^+	m_{33}^+
0	0	0	0	0	-25,85	7,85	0	0	0	0	0

Звідси слідує, що визначення напрямку на вертекс в рамках

кінематичного аналізу можливе без врахування вектора швидкості $\vec{V}_\odot$.

У випадку, коли центроїд ОЗ вибраний у довільній точці площини $ХОУ$, наприклад його радіус-вектором буде $\vec{r}_0 = (2; -3; 0)$, кінематичні параметри зміняться (див. табл. 3.4), але кут l_V залишаться рівними нулю.

Табл. 3.4

Значення параметрів поля швидкостей ОЗ, коли:

$$\vec{V}_\odot = (0; 268,86; 0), \vec{r}_0 = (2; -3; 0), a = 2.$$

u	v	w	ω_1	ω_2	ω_3	m_{12}^+	m_{23}^+	m_{13}^+	m_{11}^+	m_{22}^+	m_{33}^+
-120,24	1,8	0	0	0	-29,71	6,55	0	0	0	0	0

Додатково цікаво розглянути більш загальний випадок, коли вісь Ox локальної СК не спрямована на вертекс. Це ситуація, у якій напрямок на центр обертання системи заздалегідь не відомий зі спостережень. Використаємо ту саму ОЗ, де радіус-вектор її центроїда $\vec{r}_0 = (2; -3; 0)$, але водночас поворот локальної системи координат на кут ϵ не здійснюватимемо. Таким чином, вісь Ox лишиться паралельна вісі OX , а вісь Oy – вісі OY . Оцінені кінематичні параметри та компоненти вектора $\vec{V}_0$ будуть наступними (табл. 3.5):

Табл. 3.5

Значення параметрів поля швидкостей ОЗ, коли не виконувався доворот локально СК на кут ϵ , а модельні параметри мали наступні значення:

$$\vec{V}_\odot = (0; 268,86; 0), \vec{r}_0 = (2; -3; 0), a = 2,$$

u	v	w	ω_1	ω_2	ω_3	m_{12}^+	m_{23}^+	m_{13}^+	m_{11}^+	m_{22}^+	m_{33}^+
-108,35	-52,16	0	0	0	-29,71	3,92	0	0	-5,25	5,25	0

Аналізуючи отримані величини та порівнюючи їх з попереднім результатом, стає очевидно, що відбувся перерозподіл компонент вектора $\vec{V}_0$ та компонент тензора M^+ . Перевірити це твердження можна, наприклад, розрахувавши відповідні інваріанти, величини яких збігатимуться в обох випадках. Як саме залежать нові компоненти симетричного тензора M^+ від попередніх, відображають формули (2.24). Підставивши кінематичні параметри в формулу (2.27), отримаємо довготу

вертекса $l_V = 26,62^\circ$. В «неповернутій» локальній СК, ця величина дійсно відповідатиме геометричному положенню заданої точки G .

Також, за формулами 1.48, можемо розрахувати параметри A , B , C та K :

$$A = 3,92 \quad B = -29,71 \quad C = -5,25 \quad K = 0, \quad (3.6)$$

які в цьому випадку, некоректно називати постійними Оорта. Ми бачимо, що параметр $C \neq 0$, але параметр $K = 0$. Як було показано раніше, величина K є половиною дивергенції поля швидкостей з одного боку, а з іншого – є інваріантом тензора M^+ у двовимірному випадку. З механіки суцільного середовища, а також із тензорного аналізу, коли розглядається стаціонарне соленоїдне поле, параметр K завжди дорівнюватиме нулю незалежно від вибору СК. Проте величини параметрів A та C будуть залежати від вибору СК. Саме вони й використовуються в формулі визначення довготи вертекса (2.28).

Таким чином було показано, що локальна СК може бути обрана будь-яким чином для оцінки в її ортах відповідних параметрів. Додавши сюди третій ступінь свободи (локальна СК орієнтована довільно в просторі), напрямок на вертекс буде визначатись двома кутовими координатами: довготою і широтою, що принципово не змінить ситуацію.

3.2 Створення підвибірки гігантів та субгігантів

Каталог *Gaia* DR3, що використовувався як джерело даних в дисертаційній роботі, містить більш ніж як 1,8 млрд об'єктів з різними комбінаціями визначених параметрів (див. табл. 1.1). В рамках просторового кінематичного аналізу можуть бути використані лише ті зірки, для яких одночасно наведені кутові координати (α, δ) , власні рухи (μ_α, μ_δ) , паралакси ϖ та променеві швидкості V_r . Загальна кількість таких зірок, переважно обмежується останнім параметром і становить 33,6 млн. В будь-яких дослідженнях, також обов'язково звертається увага на випадкову похибку вимірювання кожної величини, адже від неї залежить надійність отриманих результатів в роботі.

Дані місії *Gaia* є високоточними у випадку визначення координат, а інші параметри у частини зірок, такі як власні рухи та паралакси, все ще можуть мати суттєві випадкові похибки вимірювання. З огляду на це, були відсіяні 3,6 млн джерел, для яких сукупно виконується наступна умова:

$$\begin{cases} RUWE > 1.4, \\ \varpi/\sigma_{\varpi} < 5, \\ (\mu_{\alpha}/\sigma_{\mu_{\alpha}})^2 + (\mu_{\delta}/\sigma_{\mu_{\delta}})^2 < 25. \end{cases} \quad (3.7)$$

Показник *RUWE* (англ. Renormalised Unit Weight Error), що окремо наведений в каталозі *Gaia* DR3 для кожного джерела, буде близьким до 1, якщо модельне наближення профілю одиничної зірки добре відповідає її реальному профілю з астрометричних спостережень. Значення, що значно перевищують 1 ($> 1,4$) будуть вказувати на те, що джерело входить до кратної системи зір, або існують інші чинники, що вносять велику похибку в астрометричне рішення. Перша умова в (3.7) виключає з результативної вибірки такі зірки. Інші дві умови відбраковують ті зірки, для яких паралакси та власні рухи визначені не на високому рівні статистичної достовірності [82].

30 млн зірок що лишилися, були розділені на зірки головної послідовності та на червоні гіганти й субгіганти. Для цього були використані дві прямі на діаграмі показник кольору – світність Герцшпрунга–Рассела (Г–Р), як показано на рис. 3.5. Таке відокремлення необхідно, щоб принаймні частково розділити зірки за їх класом та типом. З рис. 3.6 видно, що починаючи з геліоцентричної відстані $r = 1,5 \text{ kpc}$ червоних гігантів та субгігантів суттєво більше ніж зірок головної послідовності. Останні у своїй більшості знаходяться на відстанях $r < 2 \text{ kpc}$. Враховуючи цей факт та поставлені задачі в дисертаційній роботі з просторового кінематичного аналізу, остаточно в розрахунках використовувались ті зірки, що відповідають червоним гігантам та субгігантам на діаграмі Г–Р. Їх кількість склала 15 млн.

На рис. 3.7, рис. 3.8 та рис. 3.9 показано двовимірний розподіл 15 млн

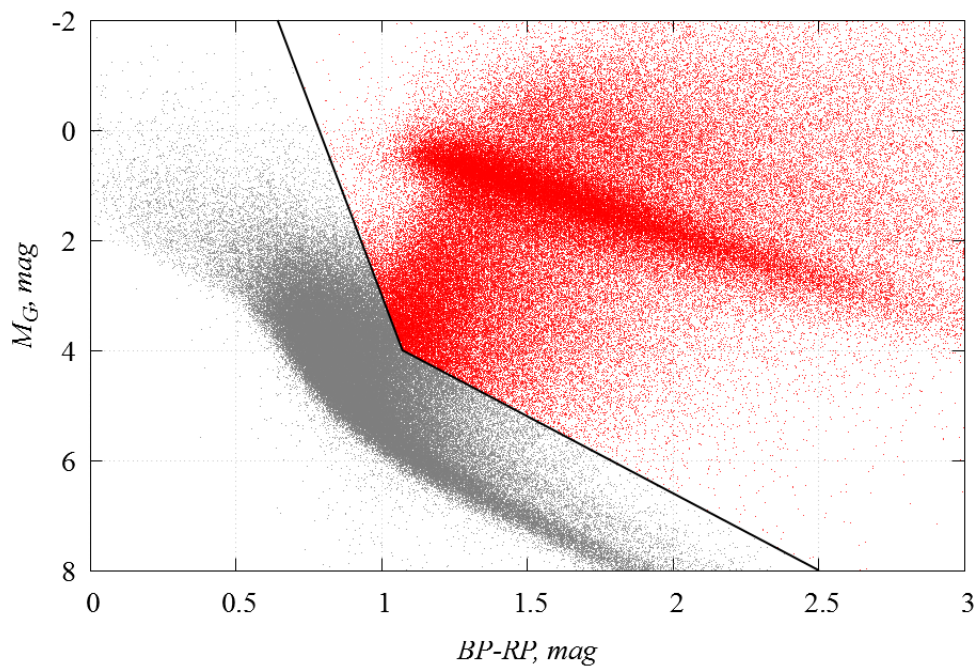


Рис. 3.5 Діаграма показник кольору $M_G-(BP - RP)$ для 30 млн джерел *Gaia* DR3. За допомогою двох ліній, зображених на рисунку, розмежовані зірки головної послідовності (знаходяться нижче ліній) та зірки високої світності, такі як субгіганти та гіганти (вище розмежувальних ліній).

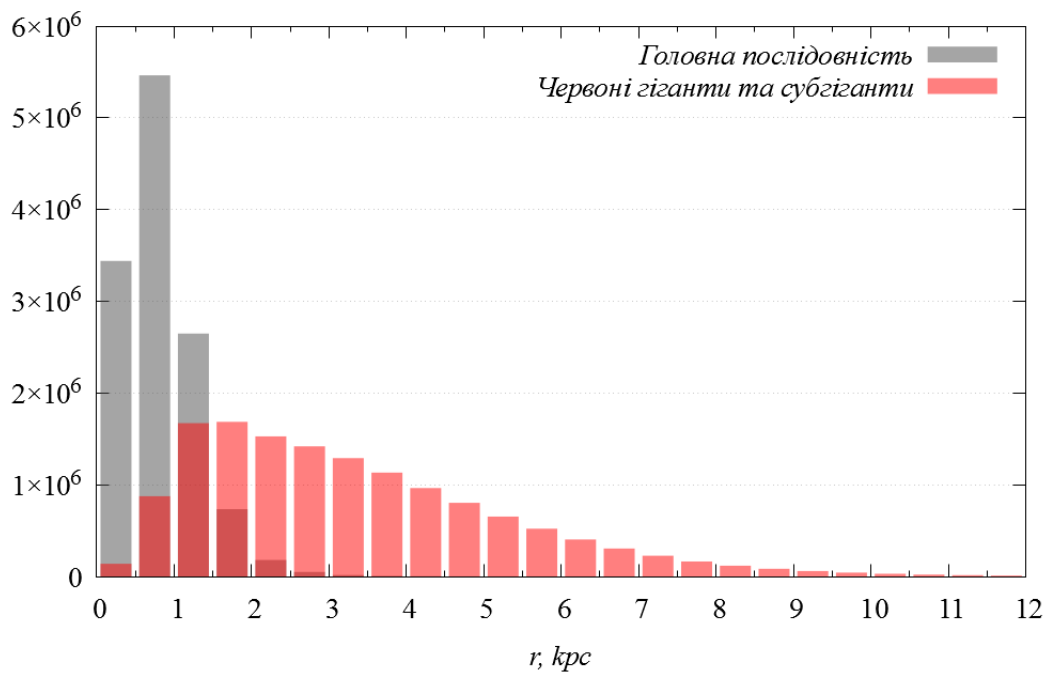


Рис. 3.6 Розподіл за геліоцентричними відстанями зірок головної послідовності та червоних гігантів і субгігантів.

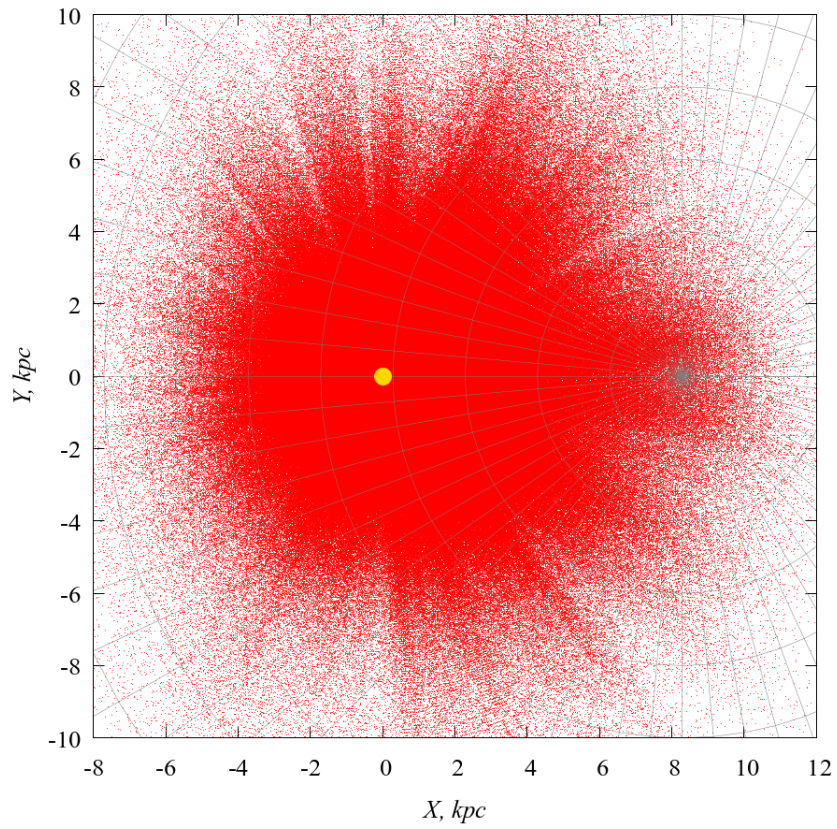


Рис. 3.7 Розподіл червоних гігантів і субгігантів в площині Галактики (площина XOY ПГСК).

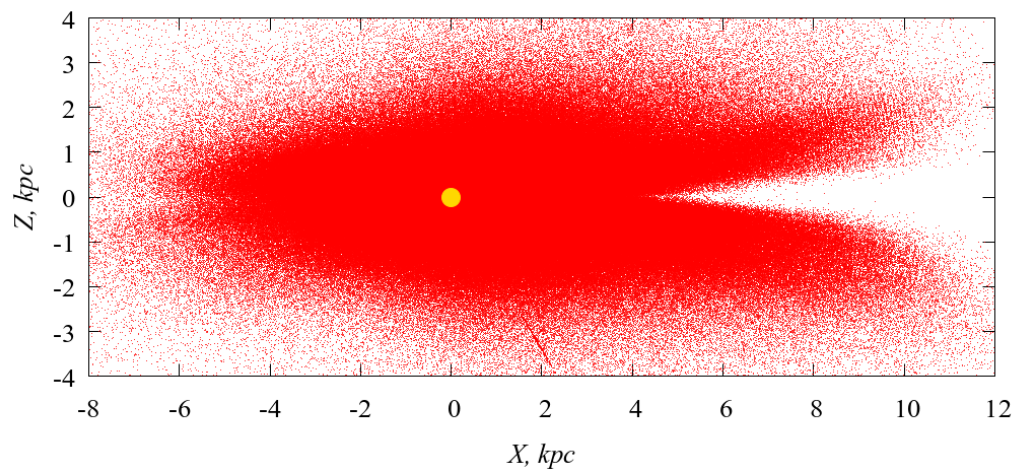


Рис. 3.8 Розподіл червоних гігантів і субгігантів в площині YOZ ПГСК.

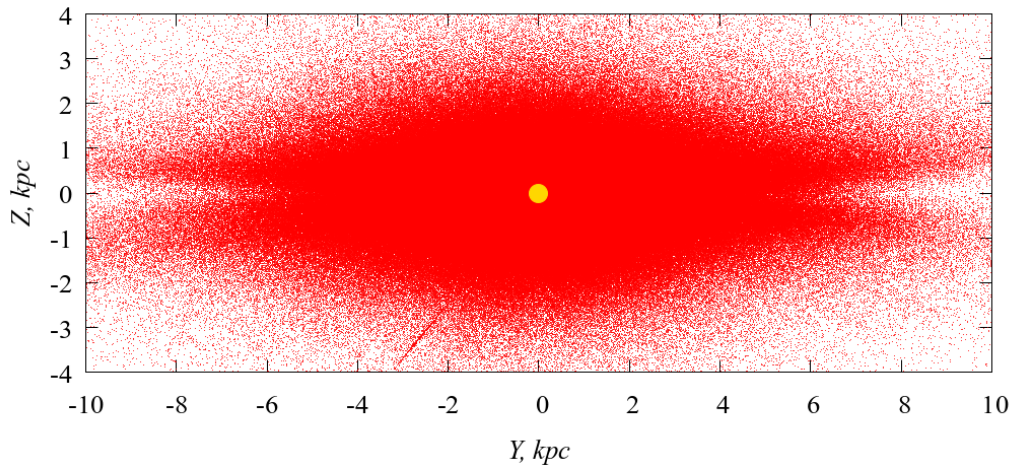


Рис. 3.9 Розподіл червоних гігантів і субгігантів в площині XOZ ПГСК.

зірок в площині Галактики – площина XOY ПГСК, та в перпендикулярних їй площинах XOZ та YOZ . Рівномірність розподілу дещо порушена, що пов'язано з особливостями спостережень *Gaia*. Так, проєкція на галактичну площину розподілу зірок має «променисту» структуру, а в інших площинах помітна його бімодальність, що скоріш за все викликано суттєвим поглинанням міжзоряного середовища в галактичній площині.

Варто зазначити, що у зв'язку з ймовірною систематикою в паралаксах джерел визначених місією *Gaia*, такі відстані до зірок є дещо переоціненими (див. розділ 1.5.3). Тому очевидно, що розподіли на рисунках приведених вище, будуть відрізнятись від таких, що будуть побудовані з використанням відкорегованих фотометричних відстаней до зірок.

3.3 Області кінематичних досліджень в Галактиці

Розподіл гігантів та субгігантів з каталогу *Gaia* DR3 дає чітке уявлення про те, де саме потрібно вибрати ОЗ для подальшого кінематичного аналізу. В площині XOY , зірки густо населяють область геліоцентричних відстаней до 6 *kpc*, але зустрічаються також і на відстанях 8 – 10 *kpc*. Водночас щільний розподіл зірок вздовж осі OZ сягає лише 2 – 3 *kpc* від галактичної площини. З огляду на це, було прийнято рішення обирати ОЗ

так, щоб їх центроїди знаходились в площині XOY ПГСК. Координатні обмеження для центроїдів були такими: $X_{min} = Y_{min} = -8 \text{ kpc}$, $X_{max} = Y_{max} = 8 \text{ kpc}$, $Z_{min} = Z_{max} = 0 \text{ kpc}$.

Радіус сфери d , що обмежує кожну ОЗ, вибирався із наступних міркувань. З одного боку її розмір залежав від кількості зірок що потрапляють до неї, оскільки надійність отриманих результатів прямо залежить від кількості рівнянь системи (1.41). Таким чином, умовою для розв'язку системи рівнянь моделі О–М в межах ОЗ, стала наявність там не менше ніж 500 зірок (тобто $N > 500$). З іншого боку – розмір сфери повинен бути таким, щоб поле швидкостей в ОЗ можна було розглядати як лінійне і такого представлення, було б достатньо для того, щоб з високою точністю отримувати кінематичні параметри в досліджуваній області. Експериментальним шляхом, компромісний радіус сфери d був встановлений рівним 1 kpc .

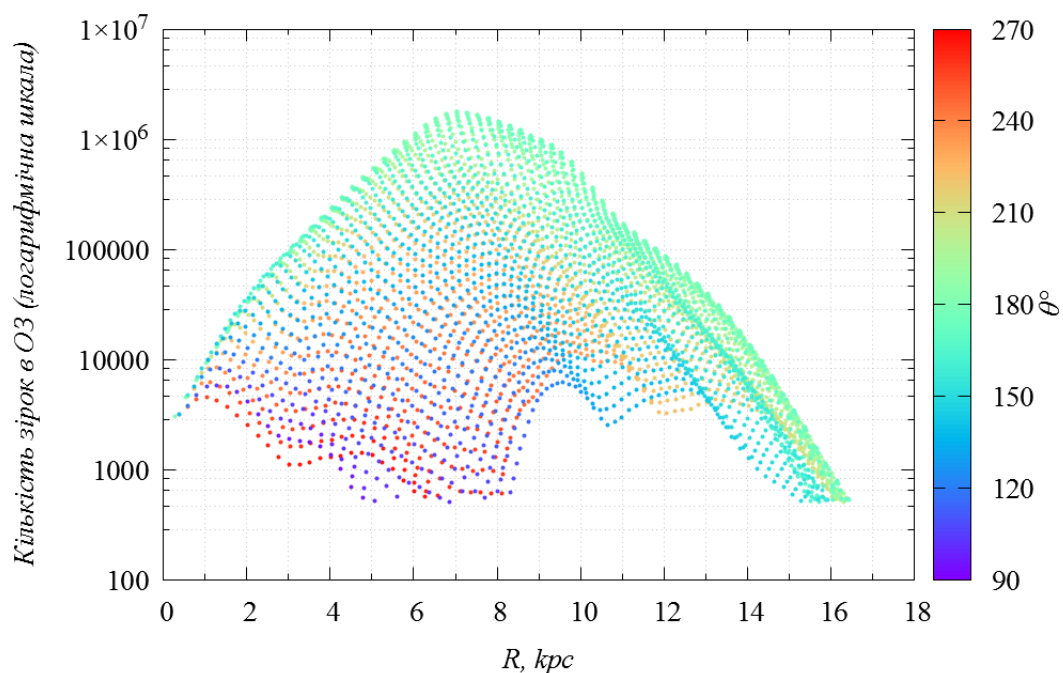


Рис. 3.10 Кількість зірок в ОЗ в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались відстані до зірок розраховані з паралаксів *Gaia*.

Центроїди ОЗ обирались з рівномірним кроком по обох осях ПГСК, що дорівнював $0,25 \text{ kpc}$. Така величина кроку забезпечувала перетин сферичних ОЗ, що, по-перше, давало змогу залучити більшу кількість

зірок, а по друге, отримати додаткові проміжні точки в галактичній площині з визначеними параметрами.

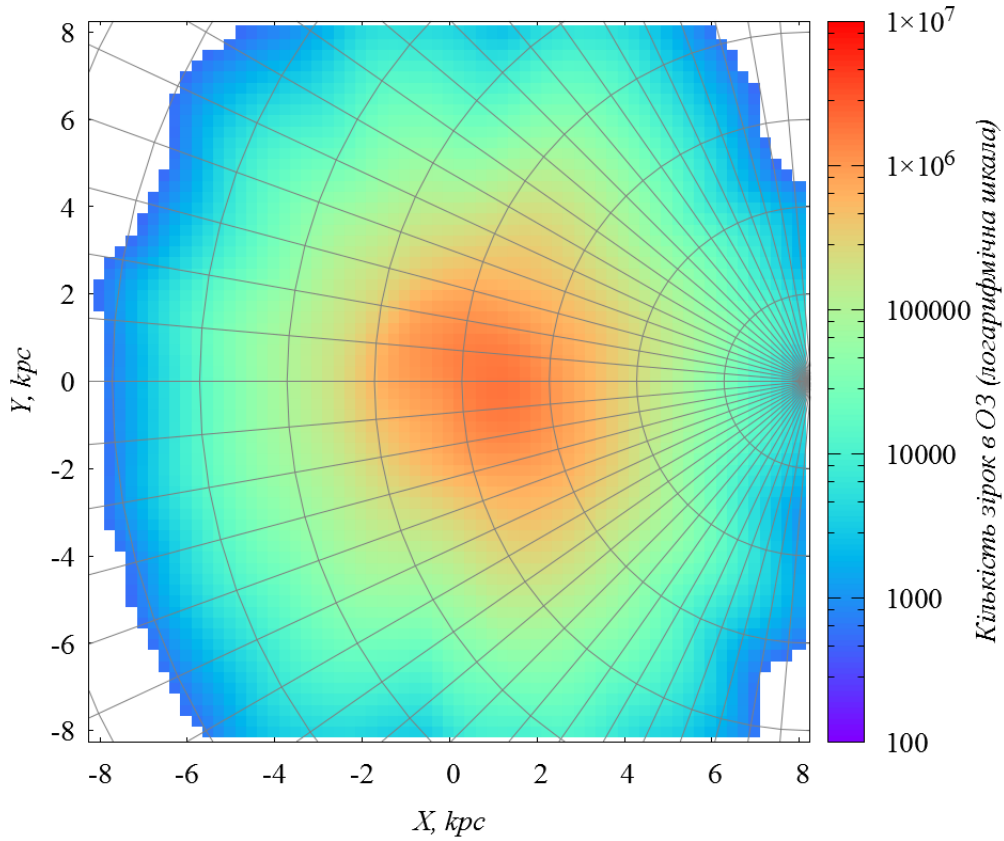


Рис. 3.11 Кількість зірок в ОЗ в залежності від координат X, Y ПГСК. В розрахунках використовувались відстані до зірок розраховані з паралаксів *Gaia*.

Максимальна кількість ОЗ могла становити $M = 4225$. Проте, з врахуванням критерію $N > 500$, а також в залежності від того які геліоцентричні відстані до зірок були використані (розраховані з паралаксів *Gaia*, чи фотогеометричні), їх число буде меншим. Так, у разі відстаней визначених з паралаксів *Gaia*: $M = 3872$, а у випадку фотогеометричних відстаней до зірок (див. розділ 1.2.6): $M = 2940$.

Рис. 3.10 та рис. 3.12 демонструють чисельність зірок в кожній ОЗ у вигляді логарифмічних залежностей від координат R, θ їх центроїдів. Оскільки результати у випадку різних відстаней до зірок будуть відрізнятися, графіки побудовані у двох варіантах: з використанням геліоцентричних відстаней до зірок визначених через паралакси *Gaia* та з фотогеометричними відстанями до зірок, визначеними у роботі [16]. Ті

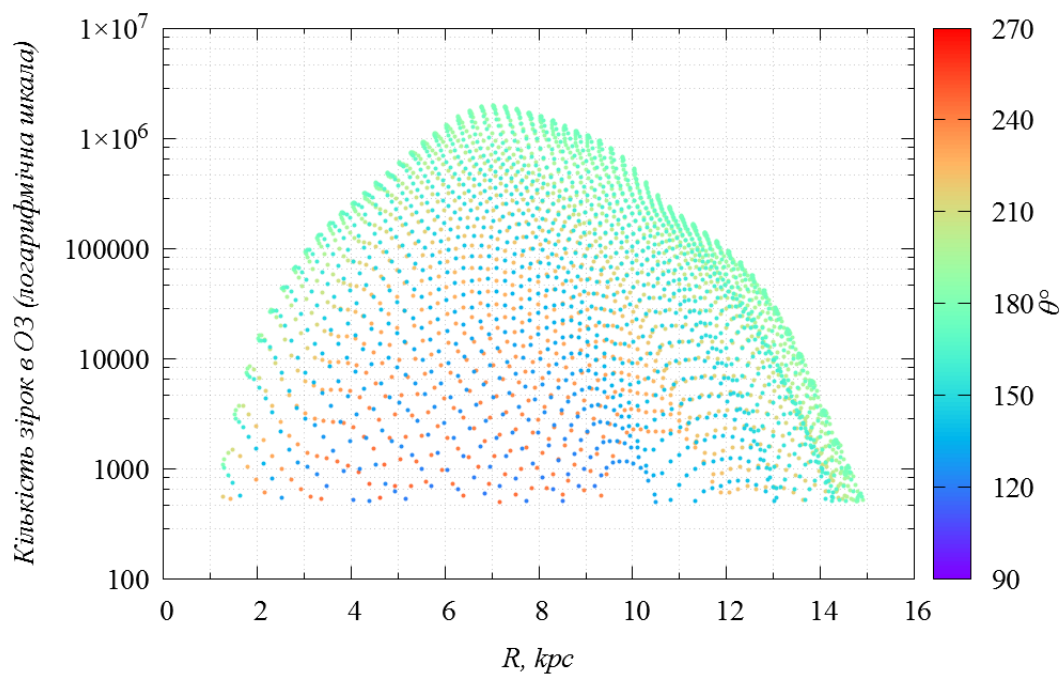


Рис. 3.12 Кількість зірок в ОЗ в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

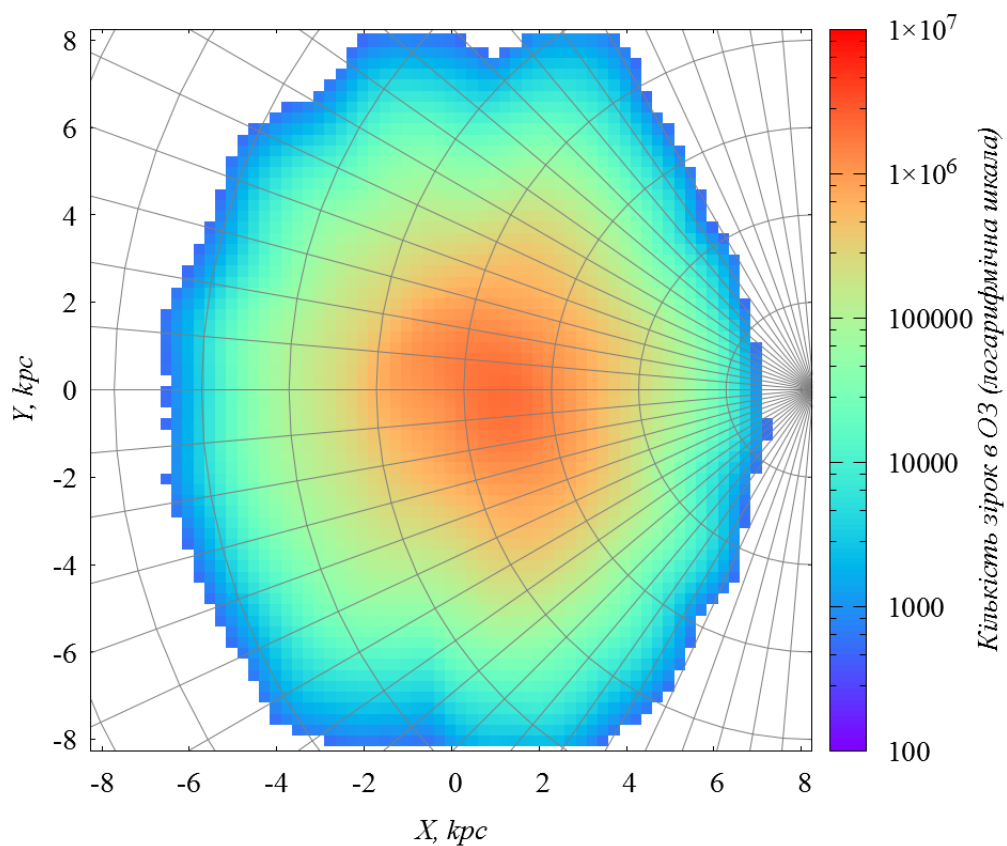


Рис. 3.13 Кількість зірок в ОЗ в залежності від координат X, Y ПГСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

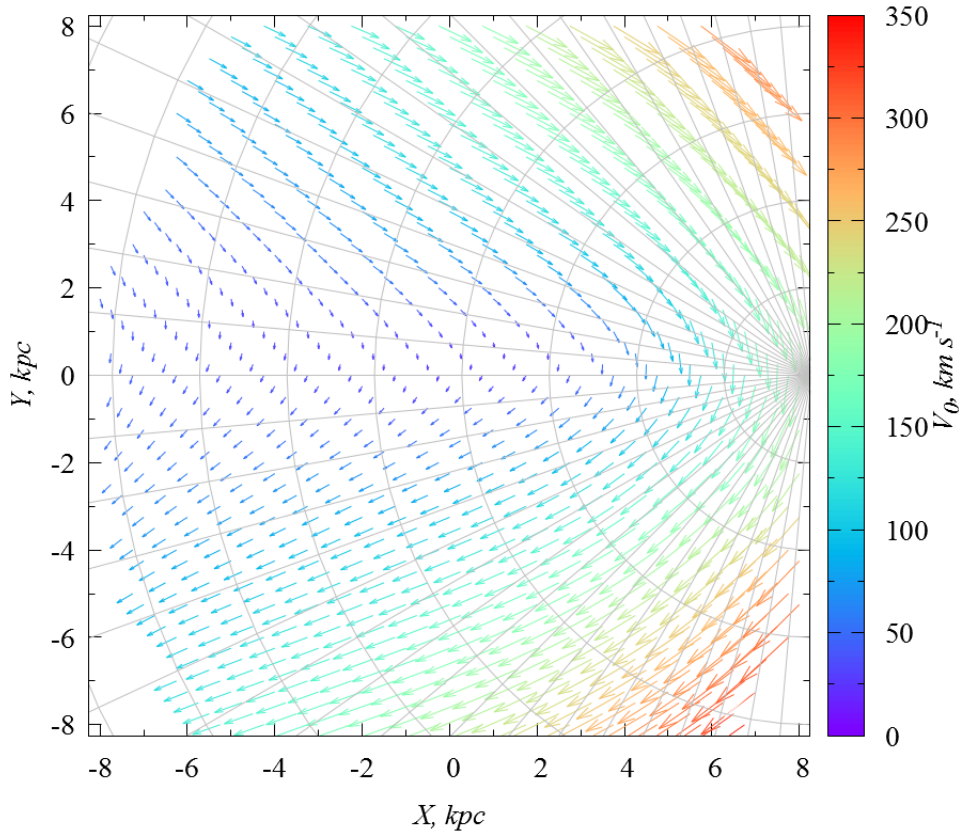


Рис. 3.14 Проекція кожного 4-го вектора середньої швидкості ОЗ $\vec{V}_0$ на площину XOY ПГСК. Кольором позначений модуль середньої швидкості $|\vec{V}_0| = V_0$. В розрахунках використовувались відстані до зірок розраховані з паралаксів *Gaia*.

самі дані представлені на рис. 3.11 та рис. 3.13, але у вигляді карт в залежності від координат X, Y , в ПГСК. Порівнюючи ці рисунки, добре проглядається ефект, що можна назвати «стисненням шкали геліоцентричних відстаней зірок». Як зазначалось раніше, такий ефект впливає на чисельність зірок всіх ОЗ і як наслідок, їх кінематичні характеристики також зазнають змін.

На цих рисунках також проглядається порушення монотонності функції розподілу зірок за відстанями. Наприклад, на рис. 3.10 функція розподілу має систематику, особливо на значних геліоцентричних відстанях.

Подібно тому як була побудована векторна діаграма на рис. 3.4, на рис. 3.14 та рис. 3.15 представлено проєкції вектора середньої швидкості в площині XOY ПГСК. Поведінка векторів поля швидкостей не дає змоги оцінити навіть приблизний центр обертання Галактики, оскільки видимі

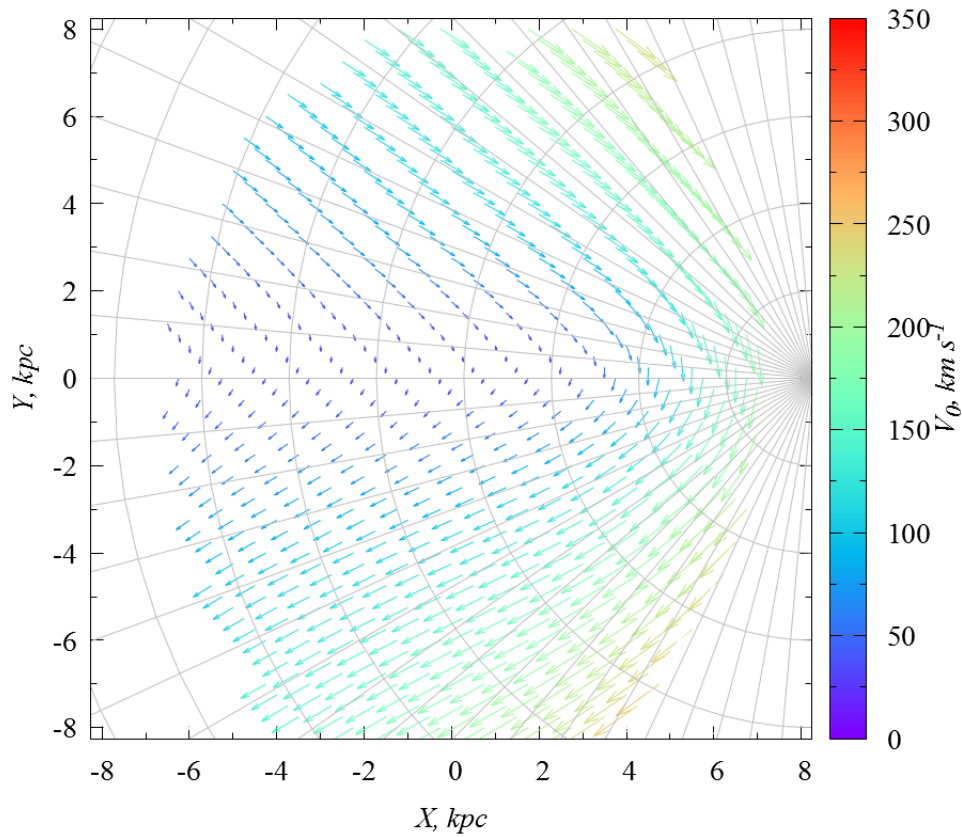


Рис. 3.15 Проекція кожного 4-го вектора середньої швидкості ОЗ $\vec{V}_0$ на площину XOY ПГСК. Кольором позначений модуль середньої швидкості $|\vec{V}_0| = V_0$. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

швидкості зірок є вимірними відносно Сонця, що має свою швидкість у просторі.

3.4 Визначення кінематичних параметрів в площині Галактики

Визначення числових значень кінематичних параметрів з максимально можливим рівнем точності є надзвичайно важливим як для кінематики, так і для динаміки зоряних систем. Значення цих параметрів визначаються зазвичай в межах кінематичних моделей. Найбільш розповсюдженою в останні роки є модель Огороднікова–Мілна, що детально описана в розділі 1.5.4. Оскільки ця модель є фізичною, її параметри можуть бути безпосередньо пов'язані з динамічними дослідженнями. Так, наприклад, у зоряній динаміці компоненти тензора

деформації M^+ , які описують швидкість деформаційного руху в зоряних системах співвідносять із силами, під впливом яких ці деформації виникли. Крім того, лінійні комбінації кінематичних параметрів надають можливість визначати цілу низку інших важливих характеристик поля швидкостей, наприклад (1.49 - 1.54) і зокрема значення вертексів різних зоряних систем.

Кінематичні параметри, за фізичним змістом, є похідними вектора швидкості за координатами в околицях кожного центроїда. Тому, їх значення та поведінка в залежності від галактичних координат, дає чітке уявлення про характер мінливості поля швидкостей в досліджуваних областях. В дисертації вони визначались шляхом розв'язку системи рівнянь моделі О-М, а також з використанням дещо іншого підходу [61].

Інший підхід полягав у знаходженні циліндричних галактоцентричних компонентів швидкостей центроїдів і часткових похідних компонентів швидкості за координатами з рішення нижче наведених рівнянь:

$$V_{R,i} = V_{R,0} + \frac{\partial V_R}{\partial R}(R_i - R_0) + \frac{\partial V_R}{\partial \theta}(\theta_i - \theta_0) + \frac{\partial V_R}{\partial Z}(Z_i - Z_0); \quad (3.8a)$$

$$V_{\theta,i} = V_{\theta,0} + \frac{\partial V_\theta}{\partial R}(R_i - R_0) + \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta}(\theta_i - \theta_0) + \frac{\partial V_\theta}{\partial Z}(Z_i - Z_0); \quad (3.8б)$$

$$V_{Z,i} = V_{Z,0} + \frac{\partial V_Z}{\partial R}(R_i - R_0) + \frac{\partial V_Z}{\partial \theta}(\theta_i - \theta_0) + \frac{\partial V_Z}{\partial Z}(Z_i - z_0); \quad (3.8в)$$

Ці формули отримані шляхом розкладання в ряд Тейлора, що обмежений малими першого порядку, циліндричних галактоцентричних компонентів швидкостей $V_{R,i}$, $V_{\theta,i}$, $V_{Z,i}$ індивідуальних зірок, розмірність яких є $km\ s^{-1}$. Розкладання виконувалося в точках, координати яких R_0, θ_0, Z_0 збігаються з вузлами прямокутної сітки (центроїдами). Рівняння складалися для кожної зірки, а система рівнянь вирішувалася МНК відносно 12 невідомих – трьох компонентів поступальної швидкості центроїда та дев'яти часткових похідних швидкостей за координатами.

Нижче, отримані у роботі кінематичні параметри представлені для наочності, у вигляді кольорових діаграм (карт). Цей спосіб візуалізації кінематичних параметрів, амплітуда яких представлена кольором, є, по суті, ілюстративним. На кольорових діаграмах координатна площина

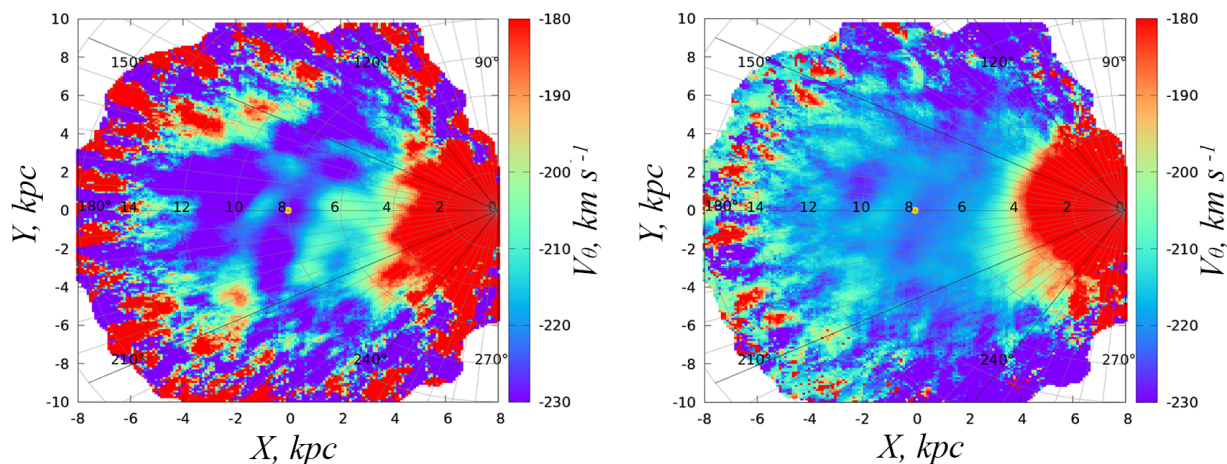


Рис. 3.16 Компонента обертання швидкості центроїдів V_θ як функція галактичних координат X, Y ПГСК, визначена з констант Оорта (1.49) з припущенням, що $\partial V_R / \partial \theta \equiv 0$ – ліворуч та з врахуванням $\partial V_R / \partial \theta$, обчислену з рівнянь (3.8) – праворуч.

X, Y , або R, θ збігається з Галактичною площиною. Кінематичні параметри, що належать до конкретної точки на цій площині, отримані в локальній прямокутній системі координат, осі x, y , якої збігаються з осями R й θ циліндричної системи координат з початком у Центрі Галактики, але протилежні їм за напрямком.

Щоб перевірити припущення про те, що зоряна система не є осесиметричною, на рис. 3.16 (ліворуч) представлено швидкість $V_\theta = -V_{\text{rot}}$, визначену за постійними Оорта (1.49) у припущенні, що $\partial V_R / \partial \theta \equiv 0$ та V_θ (праворуч) з використанням $\partial V_R / \partial \theta$, визначеної із рівнянь (3.8).

На рис. 3.17 представлена радіальна компонента швидкостей центроїдів як функція галактичних координат (ліворуч). Як видно з малюнка, ця компонента у представлений частині галактичної площини має швидкості, значення яких змінюються приблизно від -10 до $+10 \text{ km s}^{-1}$. Спостерігаються структурні особливості з підвищеними чи зниженими значеннями швидкостей, що відображені у вигляді концентричних кіл. Хоча значення швидкостей у цих областях відносно невеликі, але, візуально очевидно, що вони підпорядковуються певним закономірностям. Ймовірно, вони є глобальними кінематичними закономірностями.

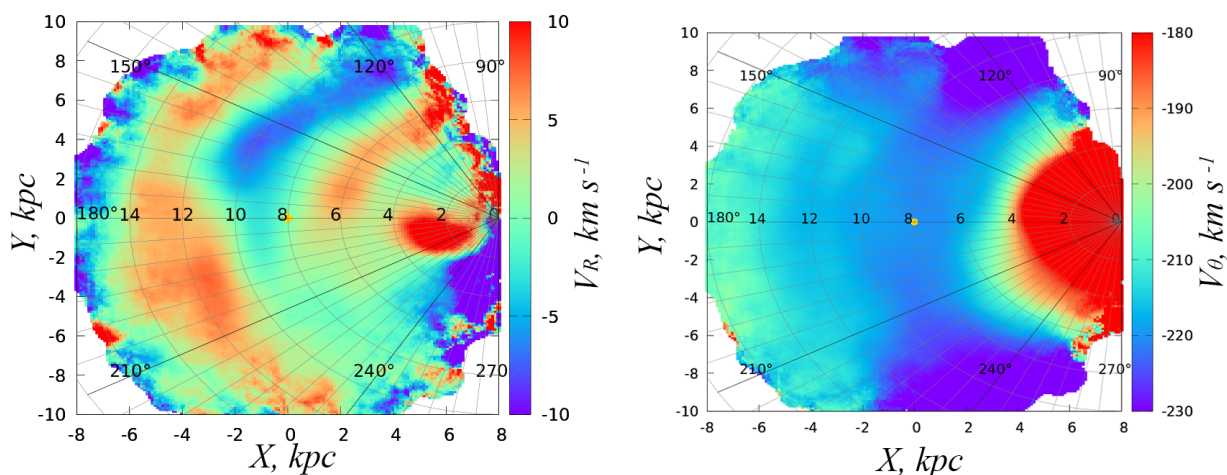


Рис. 3.17 Радіальні компоненти обертання швидкості центроїдів $V_{R,0}$ (праворуч) та обертальні компоненти обертання швидкості центроїдів $V_{\theta,0}$ (ліворуч) як функції галактичних координат X , Y ПГСК.

Радіальна швидкість центроїда Сонця, як видно з малюнка, близька до 5 km s^{-1} , що збігається з визначенням, яке наводиться у роботах [60, 61].

Вплив відмінних від нуля значень цієї компоненти швидкості на загальну швидкість центроїдів галактичної площини практично відсутня, що можна бачити на векторній діаграмі 1(права панель). Внаслідок цього вектори швидкості на діаграмі практично перпендикулярні до напрямку на центр Галактики протягом галактоцентричних відстаней приблизно від 2 до 16 kpc .

На рис. 3.17 (праворуч) представлені залежності $V_{\theta,0}$ від координат. Залежність $V_{\theta,0}(R)$ при фіксованому θ є кривою обертання Галактики. Як видно з малюнків, напрямок центр Галактики – Сонце – антицентр можна розглядати як вісь симетрії стосовно розподілу швидкості $V_{\theta,0}$ у частині галактичної площини. Середні значення швидкостей центроїдів, що знаходяться на одній відстані в діапазоні координатних кутів θ 140°–220° розрізняються незначно. У діапазоні, що залишився, їх залежність від кута θ очевидна. В цьому діапазоні швидкість $V_{\theta,0}$ є не тільки функцією галактоцентричної відстані R , а також залежить від кута θ .

Водночас добре видно, що розподіл компоненти швидкості $V_{\theta,0}$ в галактичній площині на відстанях більше 3, 5 kpc від центра Галактики та в діапазоні координатних кутів 140°–220°, змінюється приблизно від 200

до 230 km s^{-1} і не має яскраво виражених особливостей. Числові значення кривої обертання вздовж напрямку центр Галактики Сонце збігаються з числовими значеннями, наведеними в роботах [60, 61].

На жаль, відсутні роботи, в яких були б наведені залежності V_θ від координат Галактичної площини. Тому порівняння залежності V_θ проводяться тільки від однієї координати R . Одне з останніх визначень кривої обертання за даними Gaia було виконано в роботах Ейлерс [58]. На рис. 3.18 наведені криві обертання з роботи Ейлерс та кривої, що отримана в рамках дисертаційних досліджень. Як можна бачити з рисунка, чисельні значення V_θ у всьому діапазоні відстаней, що використовувались Ейлерс, відрізняються приблизно на константу. В статті [60] було показано, що ця, майже константна розбіжність, викликана асиметричним дрейфом, який не враховувався в рамках дисертаційної роботи.

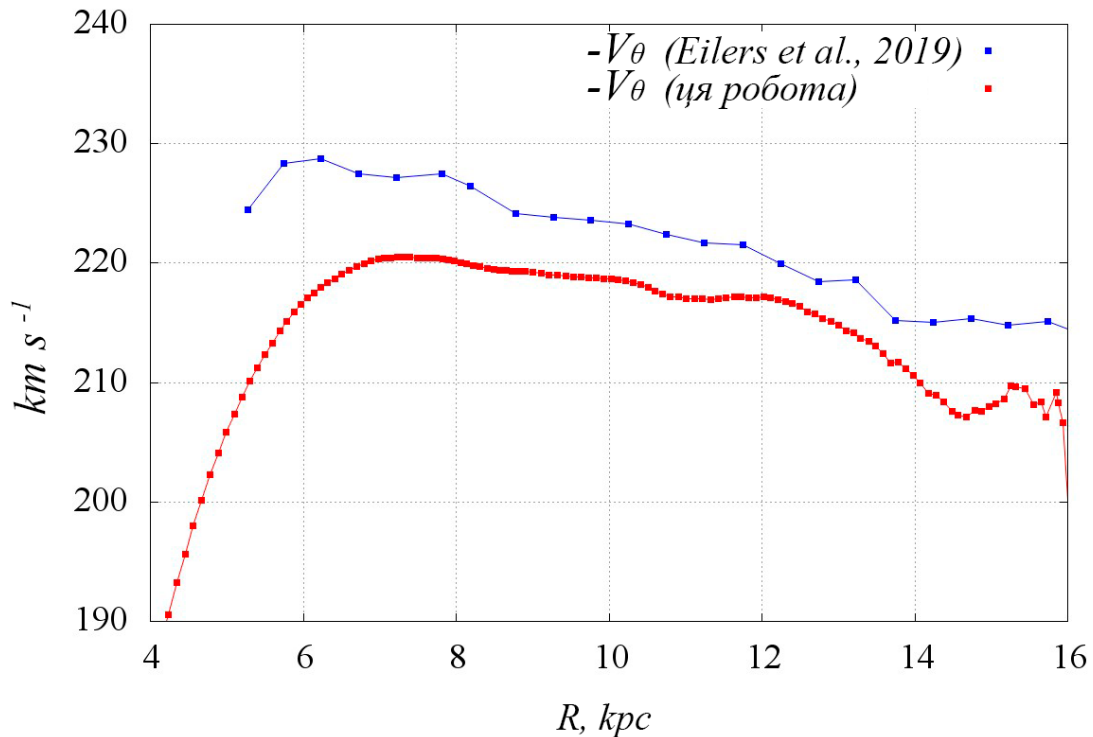


Рис. 3.18 Порівняння кривої обертання, отриманої в рамках дисертаційної роботи (червона крива), з кривою, отриманою в роботі [58] (синя крива). Для коректності порівняння, дані [58] були перераховані з врахуванням $R_\odot$, що використовувалось в розрахунках в рамках дисертаційної роботи (в роботі [58] використовувалось значення $R_\odot = 8,122 \text{ kpc}$).

Вертикальна компонента швидкості центроїдів V_Z (рис. 3.19) в діапазоні галактоцентричних відстаней від 2 до 12 kpc практично не змінюється. Поза межами цього діапазону значення швидкості досягають 8 km s^{-1} . Особливо добре це видно за межами $R = 12 \text{ kpc}$, де зростання швидкості спостерігається як певна структура, розташована вздовж концентричних кіл. Значення вертикальної швидкості на відстані центроїда Сонця збігається зі значеннями в роботах [60, 61], а її поведінка близька до значень, отриманих у роботі [102].

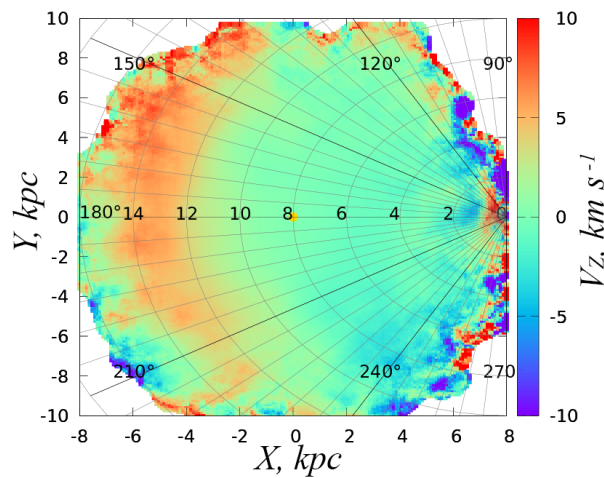


Рис. 3.19 Вертикальна компонента швидкості $V_{Z,0}$ центроїдів як функція галактичних координат X , Y ПГСК.

Порівняння значень $V_{R,0}$, $V_{\theta,0}$, $V_{Z,0}$ зі значеннями, отриманими за даними *Gaia* DR3 у роботі [55], показало гарний збіг результатів.

Параметр, який є радіальним градієнтом швидкості розширення Галактики представлений на малюнку 3.20. Зліва – параметр отриманий в межах моделі О–М, а праворуч – з рівнянь (3.8). Як видно з рисунка, значення та поведінка цього кінематичного параметра добре узгоджуються між собою.

Як відомо, в рамках моделі О–М $\partial V_R / \partial R$ інтерпретується як стиснення (розширення) зоряної системи вздовж осі X (m_{11}^+). З представленого малюнка видно, що розподіл цього параметра в галактичній площині має певні особливості у вигляді протяжних областей з підвищеними та зниженими значеннями (у межах 10 km s^{-1}), для інтерпретації яких

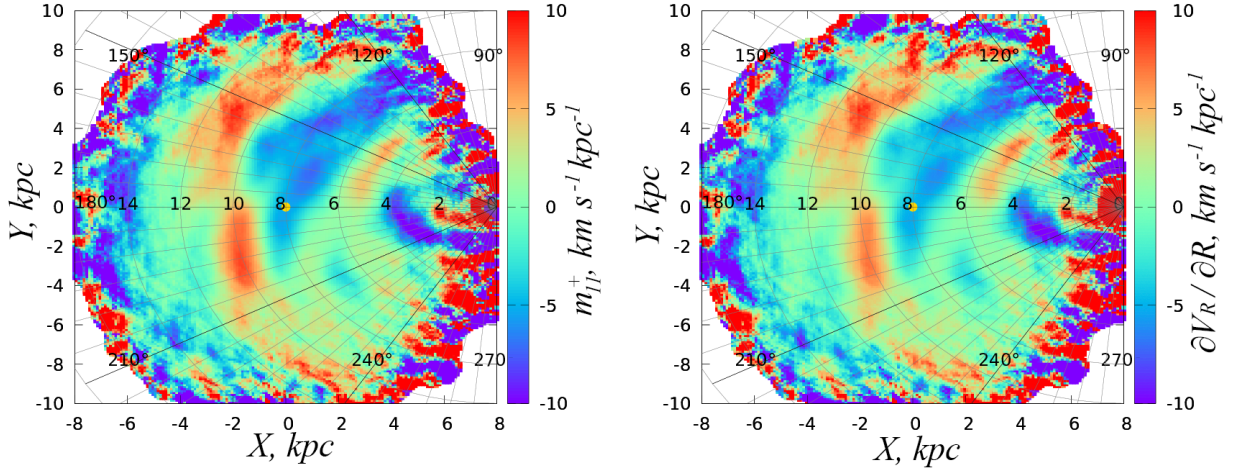


Рис. 3.20 Радіальний градієнт компоненти радіальної швидкості центроїдів як функція галактичних координат X, Y ПГСК. Ліворуч – m_{11}^+ , визначена з моделі О – М, а права панель $\partial V_R / \partial R$, визначена з рівнянь 3.8.

необхідні додаткові дослідження.

Визначення азимутального градієнта радіальної швидкості $1/R \partial V_R / \partial \theta$ є критично важливим, оскільки від знання його величини залежить значення кругової швидкості обертання, що визначається через параметри ω_3 та m_{12}^+ .

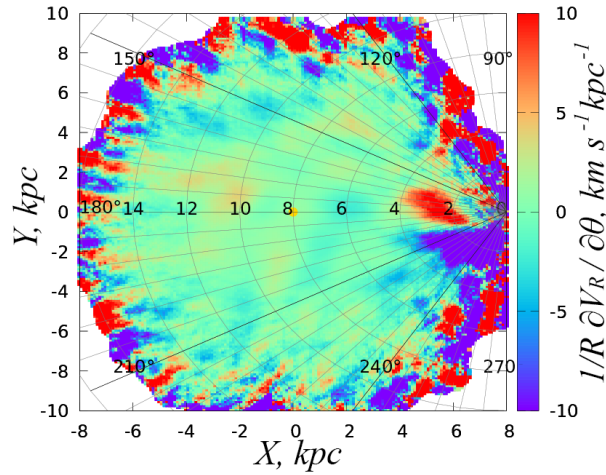


Рис. 3.21 Азимутальний градієнт радіальної компоненти швидкості центроїдів як функція галактичних координат X, Y ПГСК.

З рис. 3.21, є очевидним, що припущення про осесиметричне галактичне обертання не відповідає дійсності, оскільки цей параметр в залежності від галактичних координат відмінний від нуля. Навіть у центральних областях розглянутої частини Галактики значення градієнта

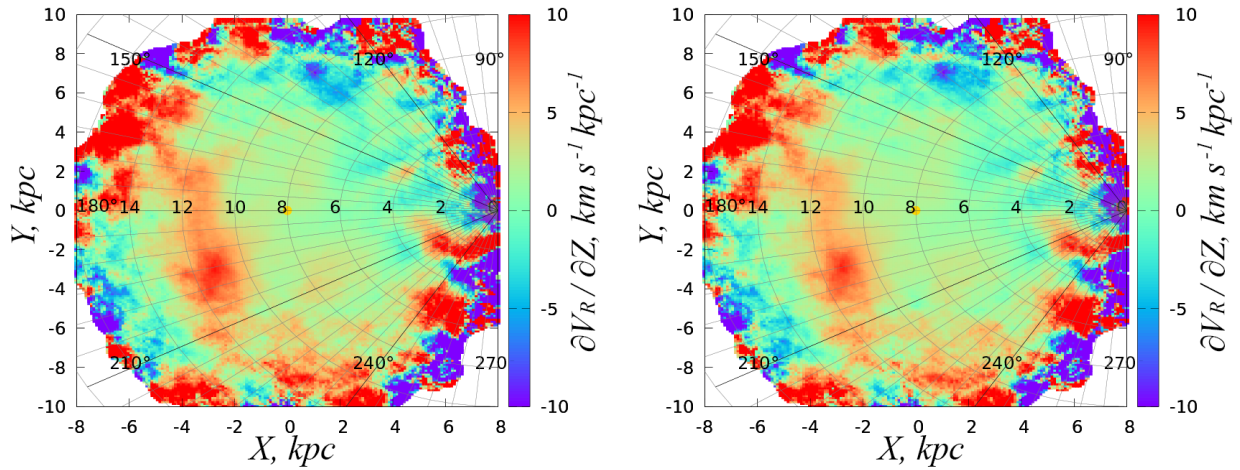


Рис. 3.22 Вертикальний градієнт компоненти радіальної швидкості центроїдів $\partial V_R / \partial z$ як функція галактичних координат X, Y , отриманий з параметрів моделі О–М (ліворуч) і безпосередньо з рівнянь 3.8 (праворуч).

дещо відрізняються і досягають значень $\pm 3\text{--}5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, що призводить до значення швидкості обертання $25\text{--}30 \text{ km s}^{-1}$. Це своєю чергою має призводити до значних відмінностей у визначенні лінійної швидкості обертання Галактики. Ця відмінність вже була показана на рис. 3.16.

В межах моделі О–М лінійна комбінація параметрів $(\omega_2 + M_{13}^+)$ являє собою вертикальний градієнт швидкості галактичного розширення $\partial V_R / \partial z$. Обчислений таким чином параметр представлено на рис. 3.22 ліворуч. Величину цього параметра, обчисленого з рівнянь (3.8), представлено праворуч на рис. 3.22. Як видно з рисунка, значення цього параметра, отримані обома методами, добре узгоджуються між собою.

Радіальний градієнт швидкості обертання Галактики, або нахил кривої обертання Галактики вздовж напрямку R визначається виразом: $(\omega_3 + M_{12}^+) = \partial V_\theta / \partial R$.

Поведінка цього кінематичного параметра в галактичній площині представлена на рис. 3.23 (ліворуч - визначена за параметрами моделі О–М та праворуч - визначена з використанням рівнянь (3.8)). Як видно з рисунка, значення $\partial V_\theta / \partial R$ ліворуч і праворуч добре узгоджуються між собою в діапазоні галактоцентричних відстаней R від 0 до 5 kpc , а в усьому діапазоні змін кута θ є майже постійними і мають значення менше за $15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. На галактоцентричних відстанях, що перевищують

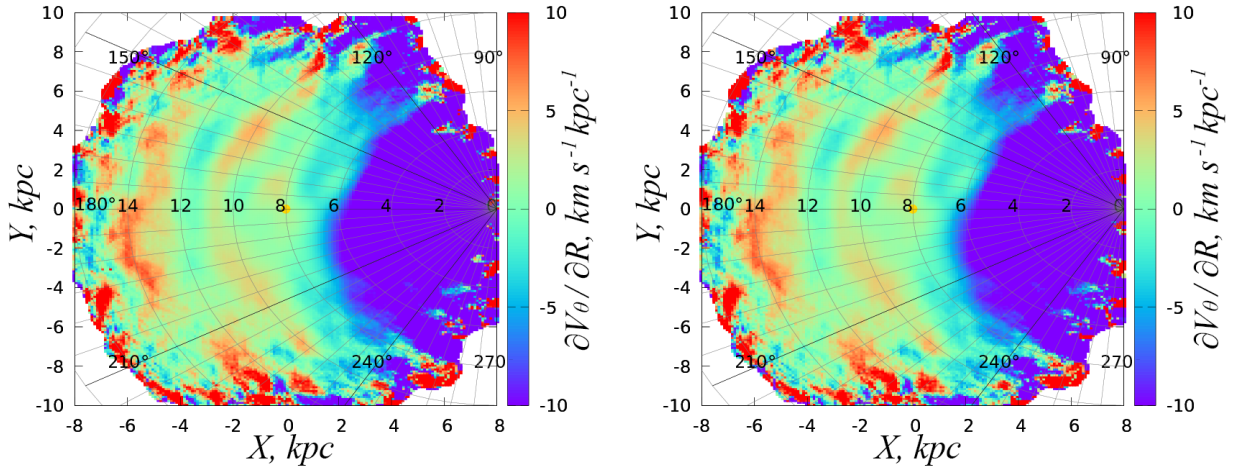


Рис. 3.23 Радіальний градієнт кругової швидкості, отриманий з параметрів моделі О–М (ліворуч) і з рівняння (3.8) (праворуч) як функції галактоцентричних координат X , Y ПГСК.

5 kpc , відбувається різка зміна величини параметра до значень близьких до нуля. На малюнку також чітко проглядаються деякі закономірності у вигляді кільцеподібних структур, що чергуються, зі швидкостями від 0 до приблизно $5\text{--}7\text{ km s}^{-1}kpc^{-1}$, для інтерпретації яких потрібні додаткові дослідження з врахуванням структурних особливостей Галактики.

Використання формул (3.8) також дозволяє легко визначити параметр $1/R \partial V_\theta / \partial \theta$, поведінка якого в галактичній площині представлена на рис. (3.24).

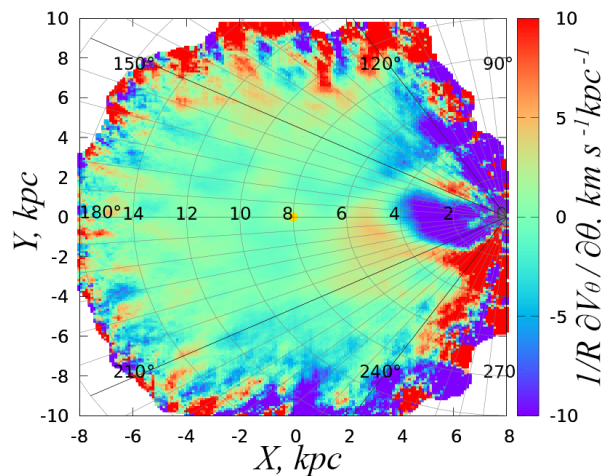


Рис. 3.24 Азимутальний градієнт кругової швидкості $\partial V_\theta / \partial \theta$ як функція галактичних координат X , Y ПГСК, отриманий із рівнянь 3.8.

Добре видно, що розподіл цього параметра немає явно виражених закономірностей. Значення швидкості в центральній частині досліджуваної області варіюється в межах від -4 до $+4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$.

Вертикальний градієнт кругової швидкості визначається з лінійної комбінації параметрів моделі О–М: $(\omega_1 - M_{23}^+) = \partial V_\theta / \partial z$, а також з вирішення системи поранень (3.8). Він представлений на лівій та правій панелі рис. 3.25 відповідно.

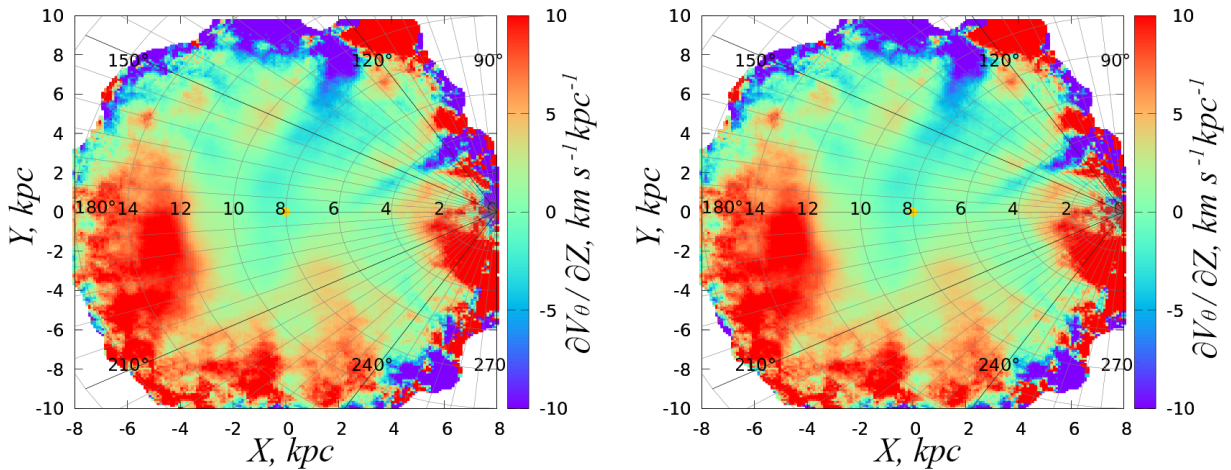


Рис. 3.25 Вертикальний градієнт кругової швидкості $\partial V_\theta / \partial z$ як функція галактичних координат X, Y ПГСК, отриманий з параметрів моделі О–М (ліворуч) і з рівнянь (3.8) (праворуч).

Слід нагадати, що значення цього параметра були отримані за даними зірок, що містяться у сферах, радіусом $d = 1 \text{ kpc}$, центри яких розташовані у галактичній площині. Це означає, що в такі сфери потрапили зірки як із південної півсфери, так і з північної. У роботі Г.Б. Величко [118] було показано, що градієнти для південної та північної півсфер мають однакові за модулем значення, але протилежні за знаком. Тому, отримані нами в центральній частині аналізованої області значення $\partial V_\theta / \partial z$ близькі до нуля, оскільки являють собою значення усереднені по зірках південної та північної півсфер. Не нульові значення представленого кінематичного параметра пов'язані зі структурними особливостями Галактики, такими як нерівномірність розподілу зірок, спіральні рукава, викривлення галактичного диска та інше, що потребує детальних додаткових дослідження, які виходять за рамки представленої

дисертаційної роботи.

Гرادієнт вертикальної складової поля швидкостей центроїдів вздовж радіус-вектора визначається так: $(\omega_2 - M_{13}^+) = \partial V_z / \partial R$. Як видно з рис. 3.26 його значення в більшій частині галактичної площини, що розглядається, близькі до нуля. І лише на периферії аналізованої області значення досягають $\pm 4 \text{ km s}^{-1}$. Його значення, які отримані обома методами, практично збігаються між собою.

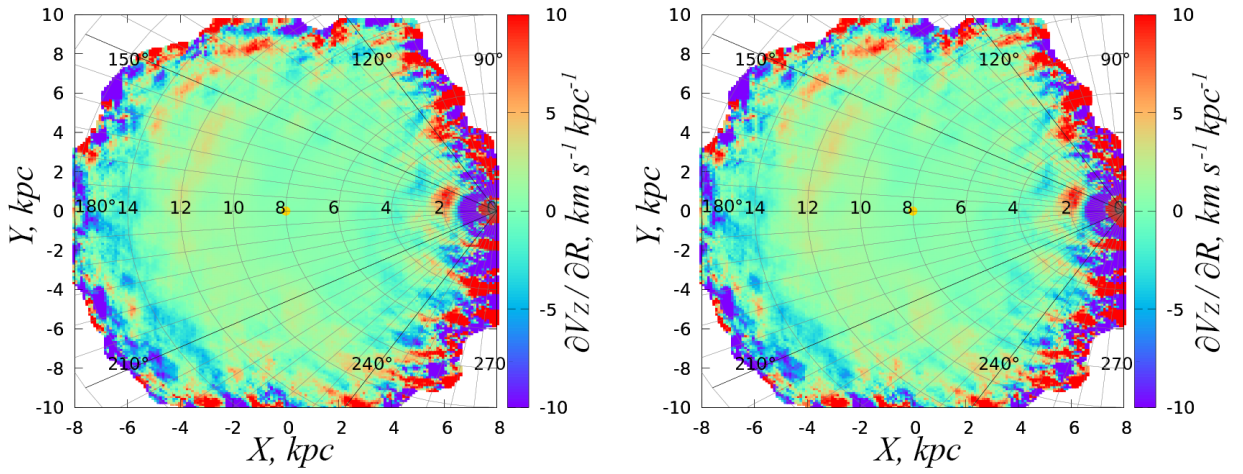


Рис. 3.26 Радіальний градієнт вертикальної компоненти швидкості центроїдів $\partial V_z / \partial R$ як функція галактичних координат X , Y ПГСК, отриманий з параметрів моделі О–М (ліворуч), і з рівнянь (3.8) (праворуч).

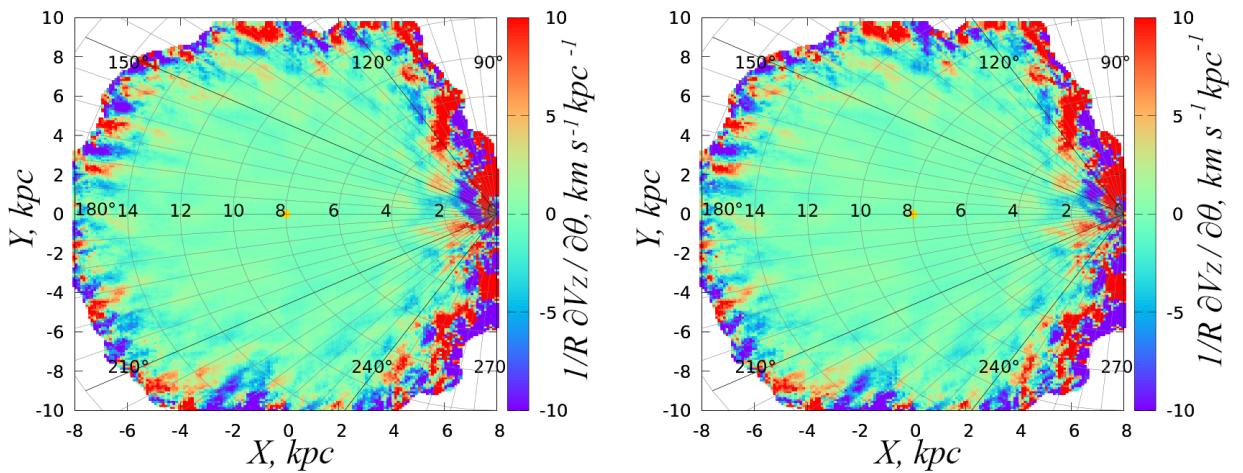


Рис. 3.27 Азимутальний градієнт компоненти вертикальної швидкості центроїдів як функція галактичних координат X , Y ПГСК, отриманий з параметрів моделі О–М (ліворуч) і з рівнянь (3.8) (праворуч).

На рис. 3.27 представлено величина $1/R \partial V_z / \partial \theta$, що є комбінацію параметрів моделі О–М ($\omega_1 + M_{23}^+$) та яка демонструє викривлення диска Галактики (Galactic warp). Зазначимо, що в області навколо Сонця аж до геліоцентричних відстаней приблизно 5 kpc розподіл параметра є переважно гладким, і тільки в центральній частині рис. 3.27 спостерігаються незначні відхилення швидкостей від фонових. На лівій та правій панелях рис. 3.27 представлені розподіли параметра, отримані обома методами.

Співвідношення $M_{33}^+ = \partial V_z / \partial z$ інтерпретується в рамках моделі О–М як стиснення–розтягування зіркової системи вздовж осі Z . Як і на попередніх рисунках, на рис. 3.28 представлені розподіли параметра в галактичній площині. З малюнка рисунка видно, що значення цього параметра досягають $\pm 4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Також проглядаються деякі концентричні структури з дещо різними значеннями параметра.

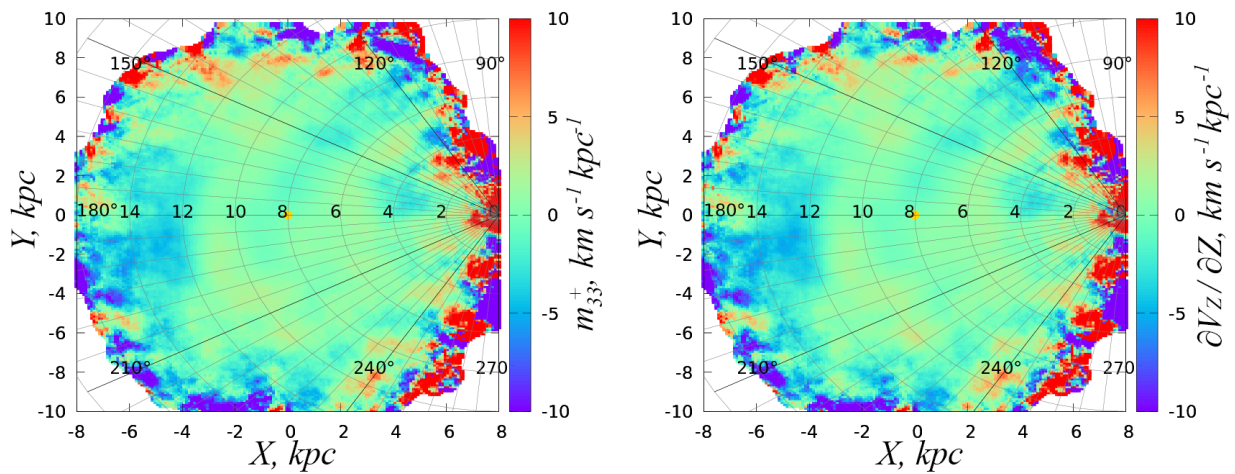


Рис. 3.28 Вертикальний градієнт компоненти вертикальної швидкості центроїдів як функція галактичних координат X , Y ПГСК, отриманий з параметрів моделі О–М (ліворуч) і з рівнянь 3.8 (праворуч).

Кінематичні параметри також доцільно представити у вигляді залежності від координат R, θ ЦГЦСК. На графіках нижче, представлена поведінка 9 кінематичних параметрів, що оцінюються за допомогою МНК в кожній ОЗ. На відміну від рисунків, що наведені вище (рис. 3.16–3.28), в цьому випадку (рис. 3.29–3.41) для визначення кінематичних параметрів використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

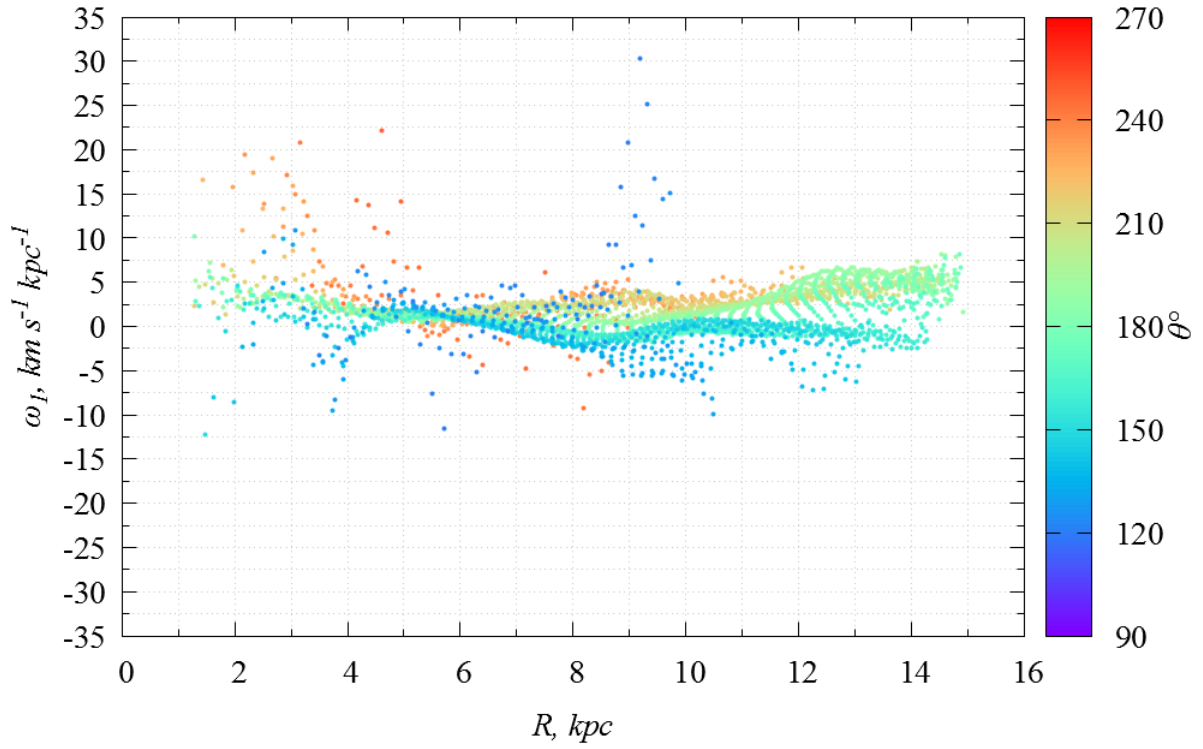


Рис. 3.29 Кінематичний параметр ω_1 в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

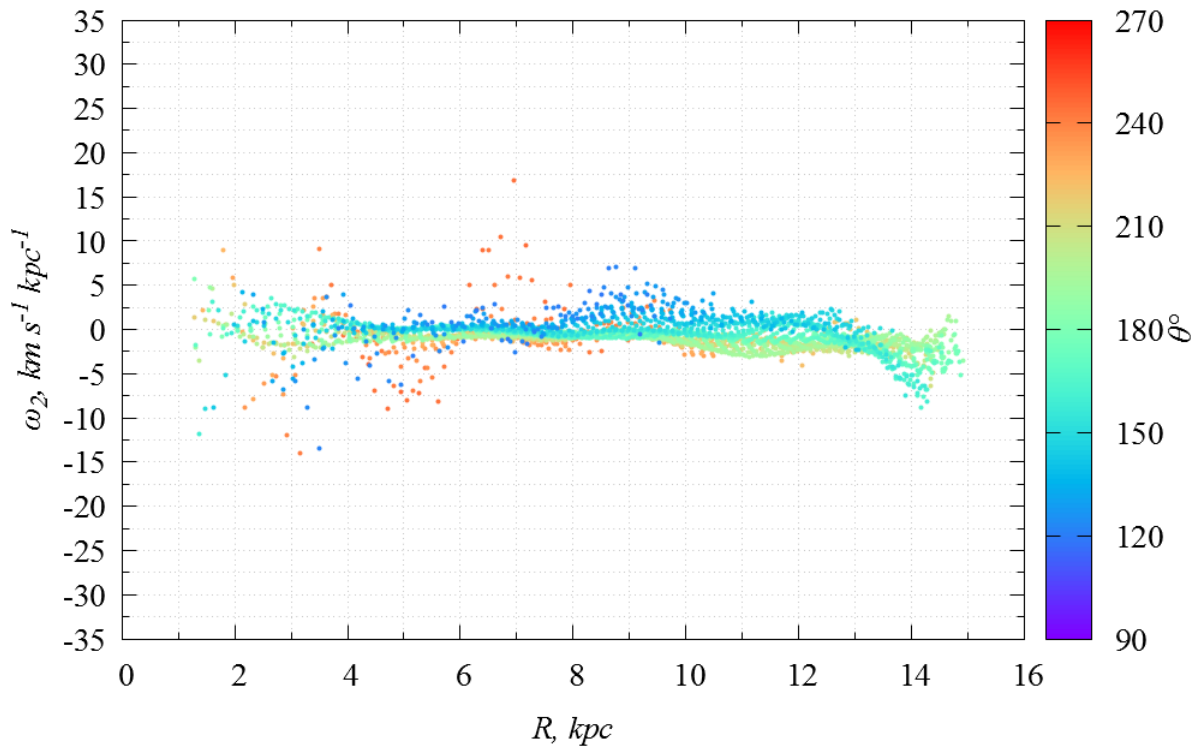


Рис. 3.30 Кінематичний параметр ω_2 в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

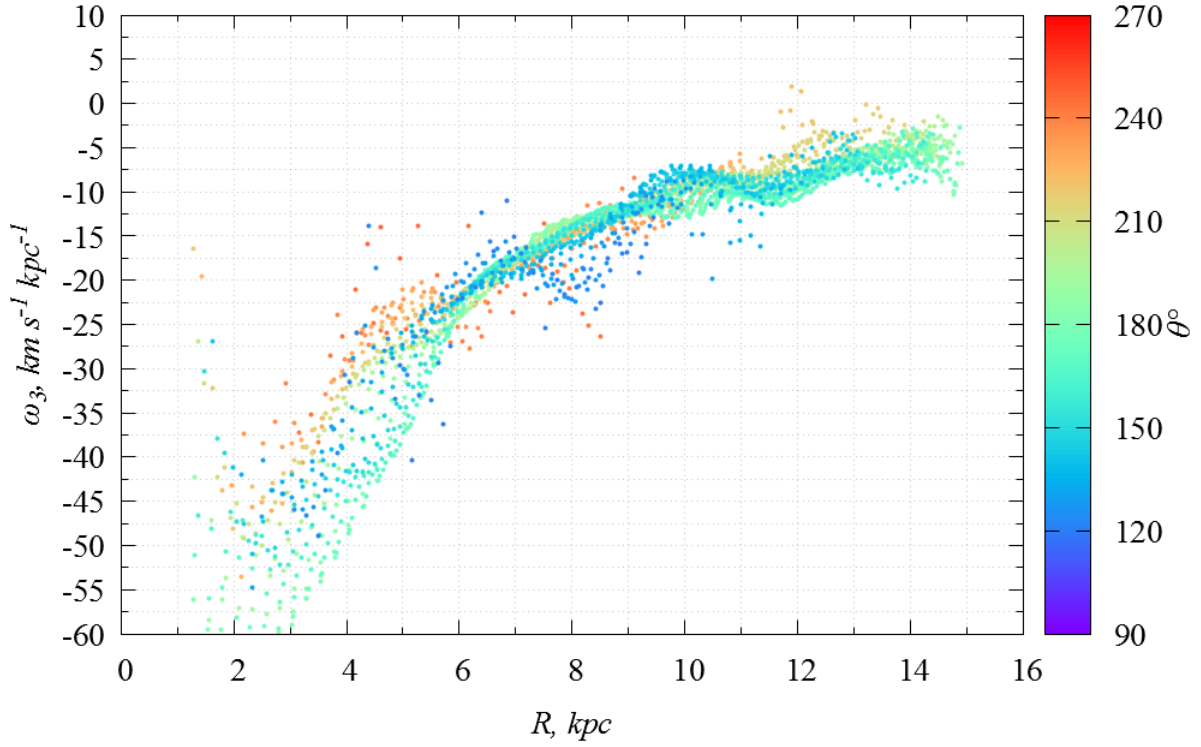


Рис. 3.31 Кінематичний параметр ω_3 в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотометричні відстані до зірок.

Параметри ω_1 , ω_2 та ω_3 є компонентами антисиметричного тензора M^- , або компонентами вектора миттєвої кутової швидкості $\vec{\omega}$ (кутова швидкість квазітвердотілого об'єму). З рис. 3.29 та рис. 3.30 видно, що перші дві компоненти (ω_1 та ω_2) близькі до нуля з незначними розсіюваннями, які найбільше проявляються в ω_1 . Проте залежність ω_3 на рис. 3.31 показує відмінність від нуля в усьому діапазоні галактичних координат. Таким чином, в деякому наближенні, можна вважати, що кожна ОЗ обертається в галактичній площині тільки навколо вісі Z. Важливим є також те, що ω_3 на однакових галактоцентричних відстанях R при різних θ має в середньому малий розкид величини. Тобто на цьому графіку присутні несуттєві розшаровування, які наявні лише в діапазоні галактоцентричних відстаней $1 < R < 6 \text{ kpc}$. Проте переважна більшість точок на графіку все ж добре узгоджується з основним трендом. Така поведінка параметра ω_3 говорить про більш менш стабільний диференціальний обертальний рух в Галактиці, але з локальними відхиленнями.

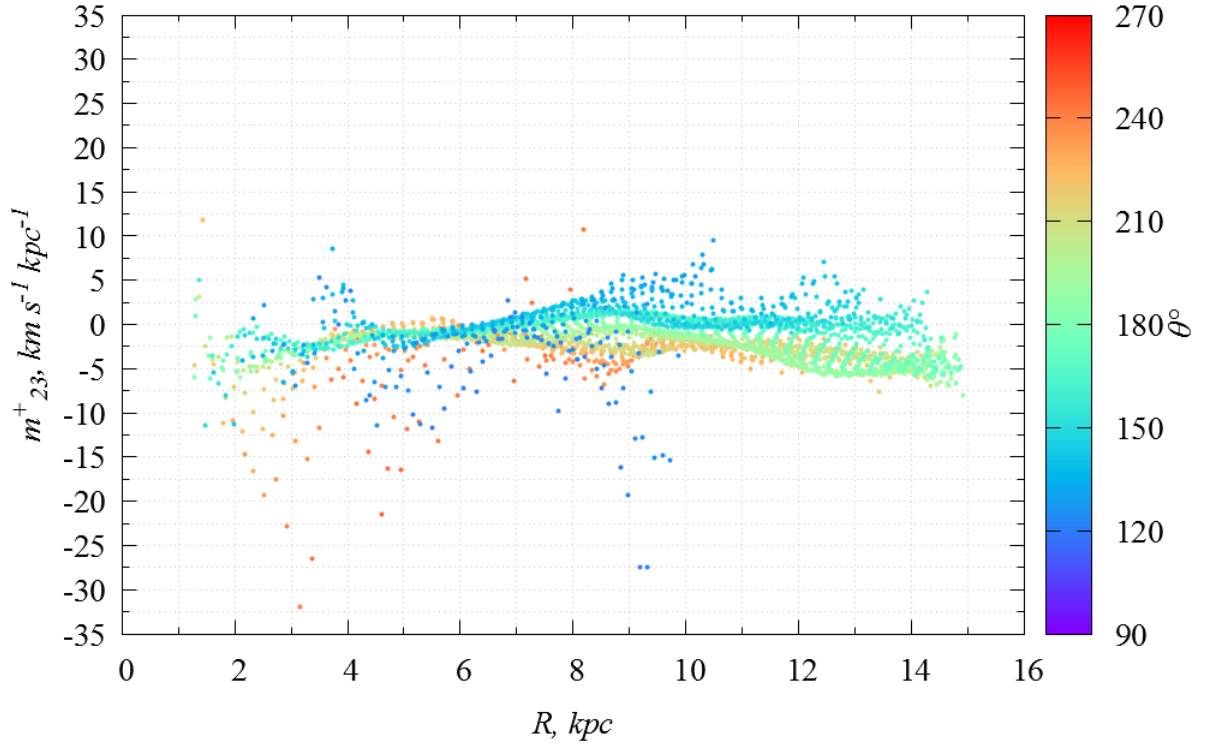


Рис. 3.32 Кінематичний параметр m_{23}^+ в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

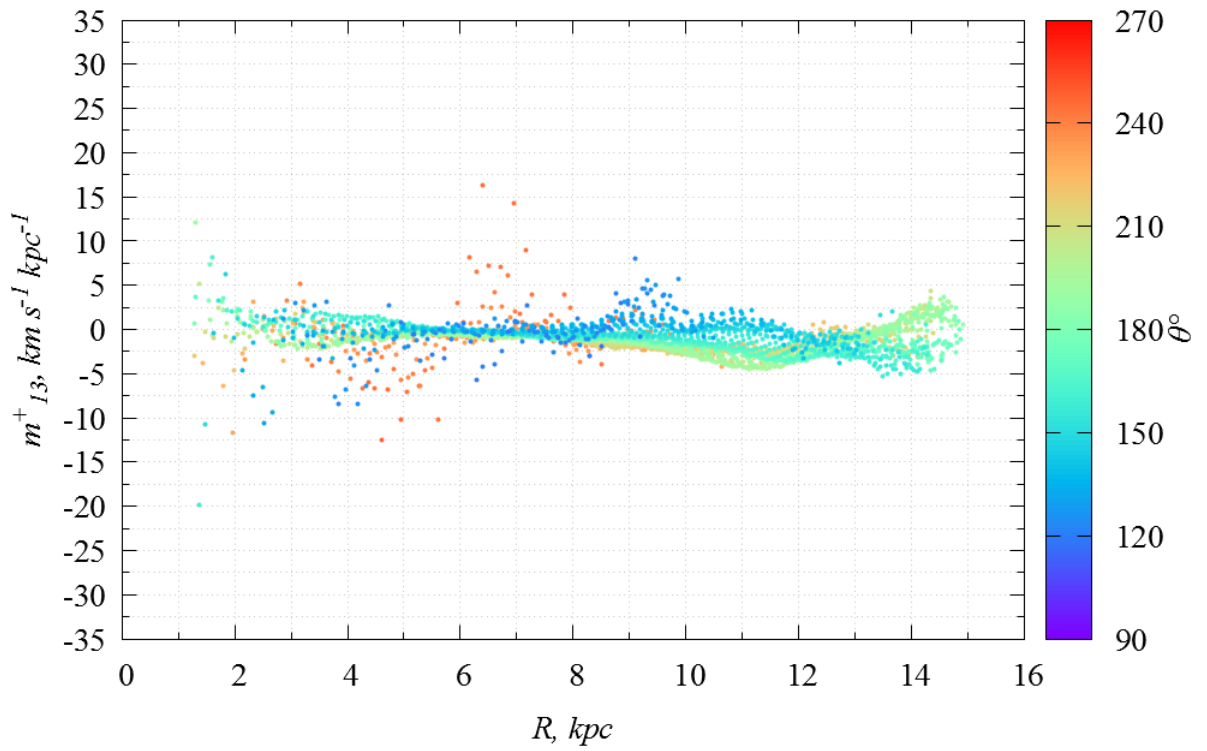


Рис. 3.33 Кінематичний параметр m_{13}^+ в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

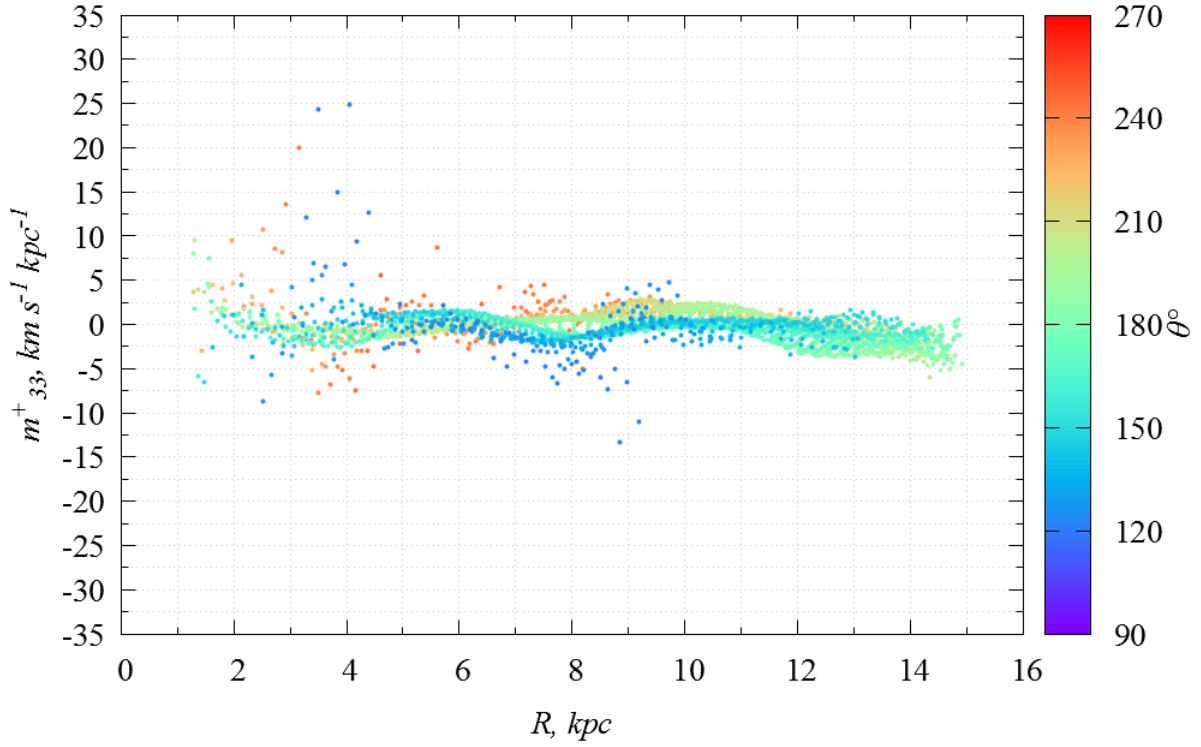


Рис. 3.34 Кінематичний параметр m_{33}^+ в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотометричні відстані до зірок.

На рис. 3.32-3.34 показані елементи симетричного тензора M^+ , що описують деформаційний рух зірок різних ОЗ, в залежності від координат R і θ . Так, кінематичні параметри m_{13}^+ та m_{33}^+ майже дорівнюють нулю в усьому діапазоні координат. Параметр m_{23}^+ теж близький до нуля, але має розшарування завтовшки $7 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ починаючи з $R = 5 \text{ kpc}$, а також нахил тренду в діапазоні $2 < R < 8 \text{ kpc}$. Повертаючись до параметра ω_1 та порівнюючи рис. 3.32 та 3.29, можна відмітити дзеркальність двох залежностей відносно нуля. Відомо (1.52), що величина $\omega_1 - m_{23}^+$ характеризує вертикальний градієнт швидкості обертання кожної ОЗ. На рис. 3.35 добре видно, що ця характеристика в нашій Галактиці змінюється за складним законом, до того ж має суттєве розшарування, починаючи з $R = 6 \text{ kpc}$. Причини такої поведінки параметра, можливо, пов'язані з порушенням симетрії розподілу зірок у сфері вздовж осі OZ , або ж це пов'язано з реальними характеристиками поля швидкостей зірок. Так чи інакше, причини та наслідки такої поведінки вертикального градієнта швидкості обертання, потребують

додаткових досліджень, проте вони виходять за межі даної дисертації.

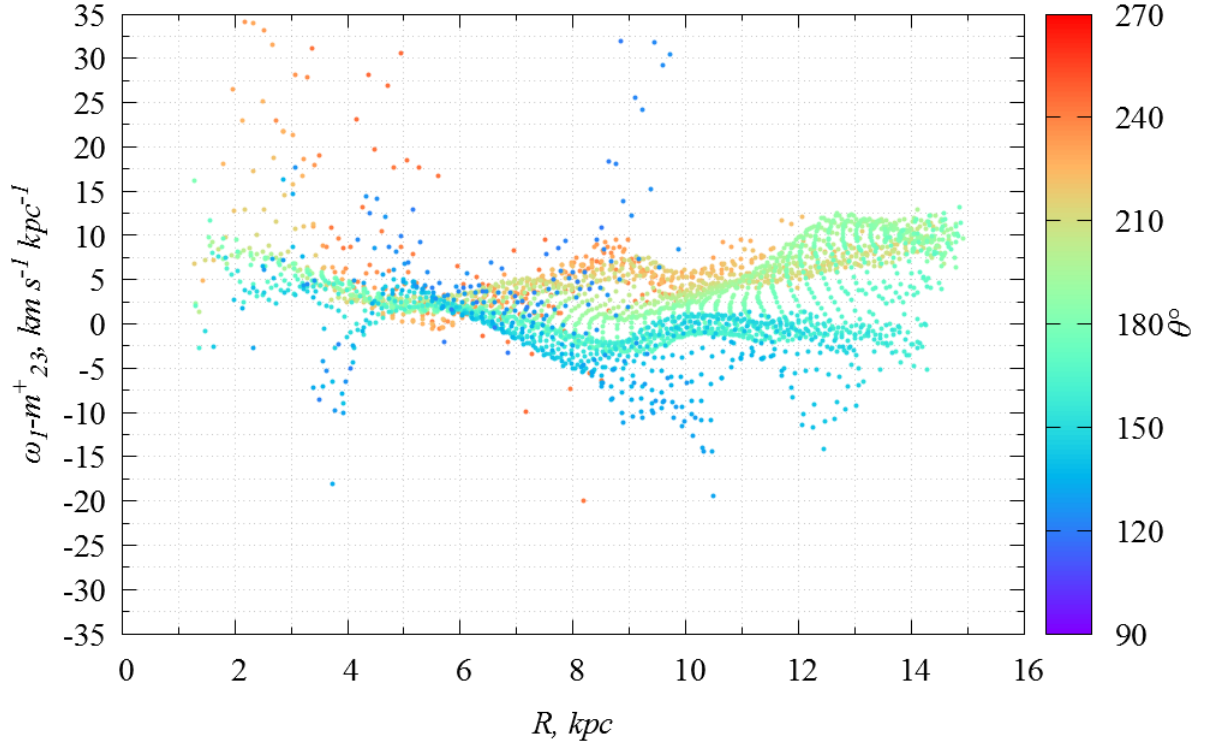


Рис. 3.35 Вертикальний градієнт швидкості обертання $(\omega_1 - m_{23}^+)$ в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

Кінематичні параметри m_{12}^+ , m_{11}^+ та m_{22}^+ характеризують деформаційну складову поля швидкостей в галактичній площині. З рис. 3.36, рис. 3.38 та рис. 3.39 видно їх складну поведінку в залежності від координат ЦГЦСК.

Як відомо з формул (1.48), $m_{12}^+ = A$, а $\omega_3 = B$. Тобто вони виступають аналогами постійних Оорта для кожної з розглянутих ОЗ. Таким чином, різниця параметрів $\omega_3 - m_{12}^+$ характеризує кутову швидкість обертання кожної ОЗ як області, що деформується. Використовуючи формулу (1.49), можна знайти лінійну кругову швидкість обертання центроїда кожної ОЗ V_θ в наближенні, коли $\partial V_R / \partial \theta = 0$. Тоді залежність, що представлена на рис. 3.37, можна назвати кривою обертання червоних гігантів та субгігантів в галактичному диску.

Характер поведінки залежності $V_\theta(R, \theta)$, принципово не суперечить сучасним уявленням про криву обертання Галактики, яка визначається з використанням інших даних.

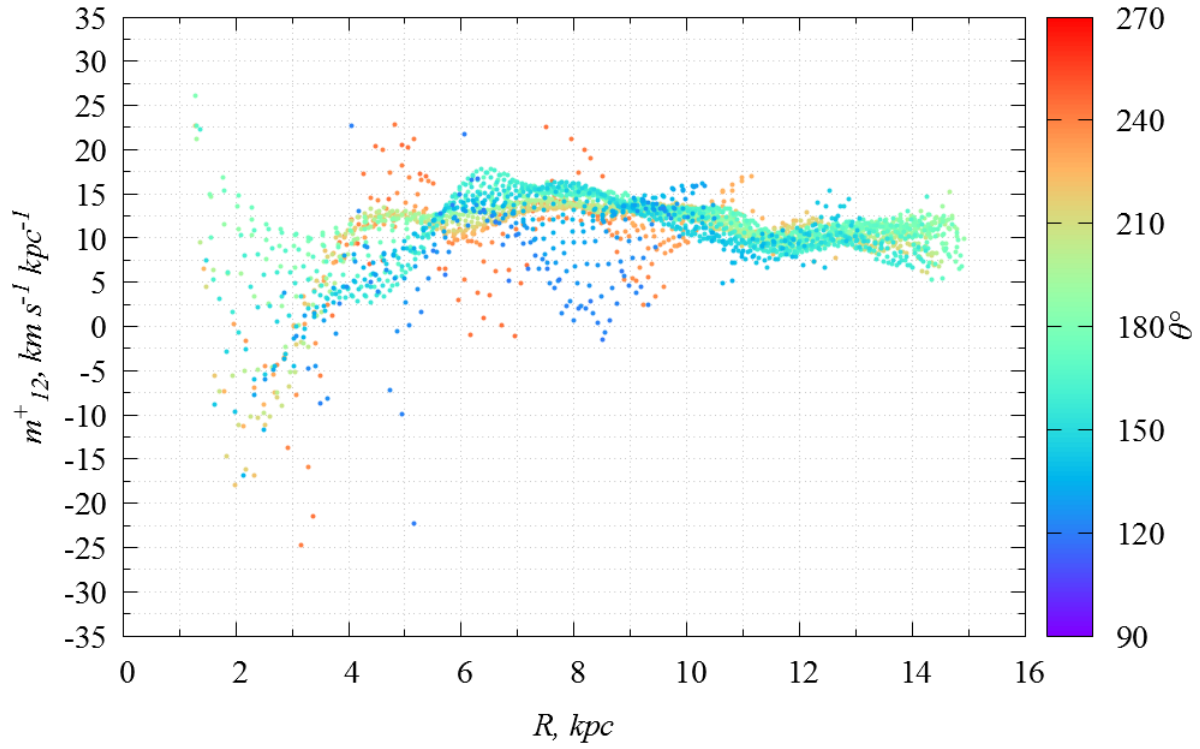


Рис. 3.36 Кінематичний параметр m_{12}^+ в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

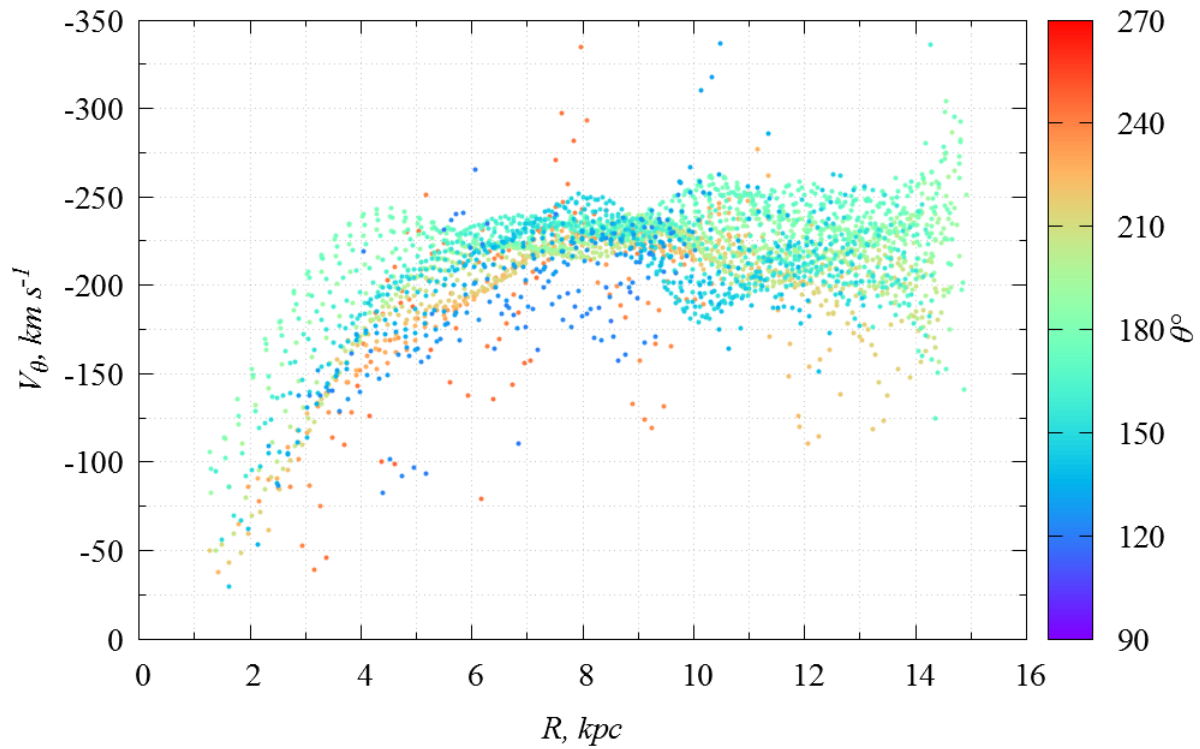


Рис. 3.37 Лінійна кругова швидкість V_θ обертання центроїдів ОЗ в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. Розраховувалась з використанням фотогеометричні відстані до зірок в наближенні, коли $\partial V_R / \partial \theta = 0$.

На рис. 3.37 присутній суттєвий розкид точок відносно основного тренду у всьому діапазоні галактоцентричних відстаней R , проте, це не заважає чітко відокремити діапазон $R < 7$, де модуль швидкості зростає, а далі відмітити, що в середньому крива швидкості V_θ виходить на плато.

Особливу цікавість викликає поведінка кінематичних параметрів m_{11}^+ та m_{22}^+ , що відповідно до тензора M , є градієнтами швидкості $\partial V_x/\partial x$ та $\partial V_y/\partial y$. Так, параметр m_{11}^+ на рис. 3.38 має явну періодичність в залежності від R , тоді як параметр m_{22}^+ на рис. 3.39 – сильне розшарування в діапазоні галактоцентричних відстаней $1 < R < 9$ крс. Така їх поведінка, скоріш за все, спричинена наявністю структур в галактичному диску, наприклад баром чи рукавами. Для підтвердження цих фактів, необхідно провести додаткові дослідження, що виносяться автором за межі дисертаційної роботи.

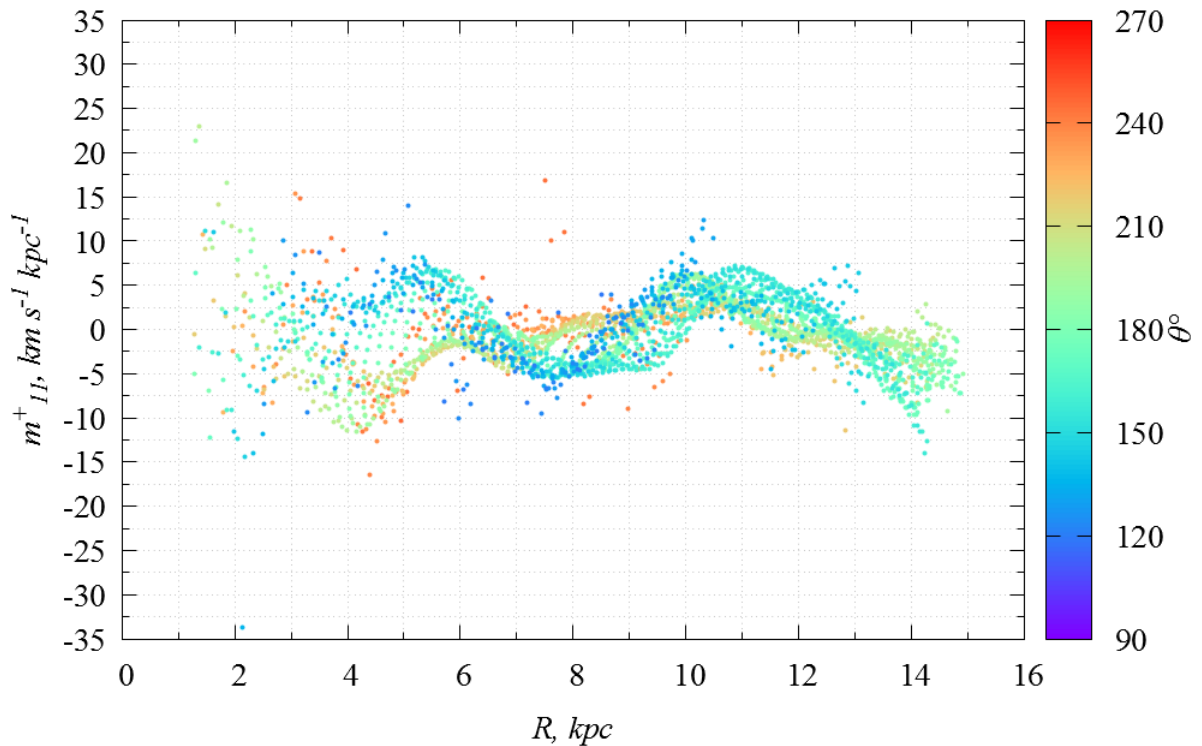


Рис. 3.38 Кінематичний параметр m_{11}^+ в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогометричні відстані до зірок.

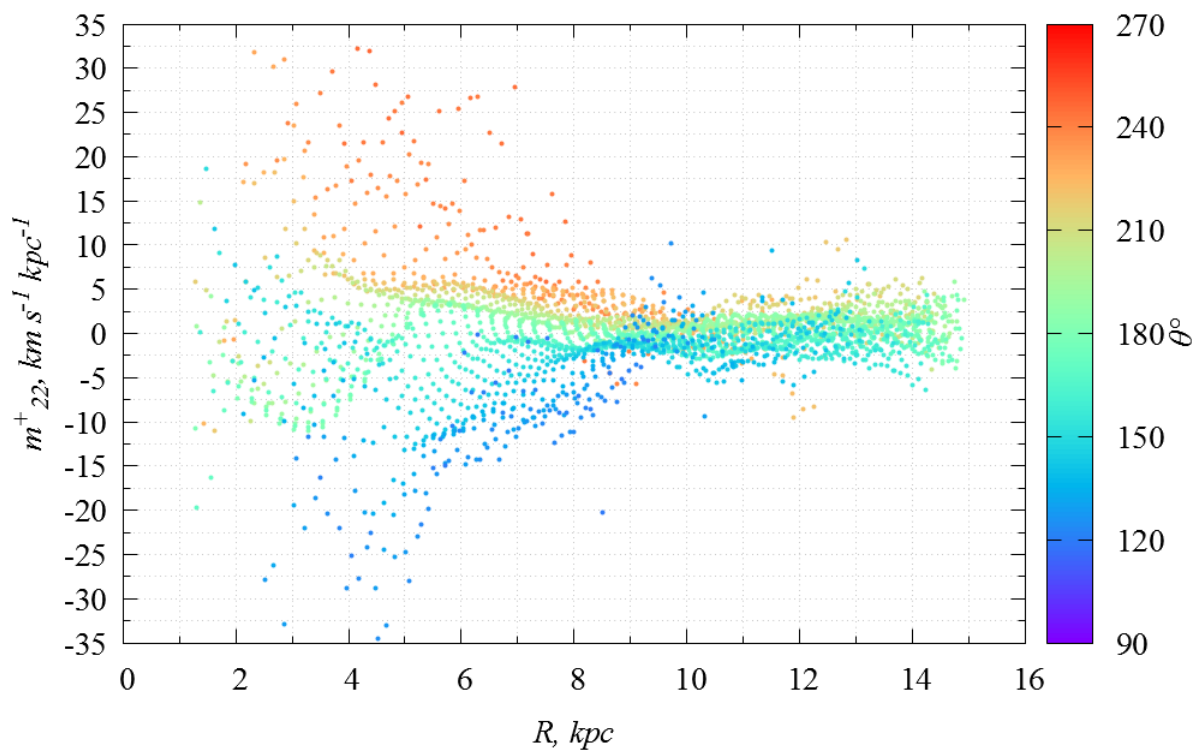


Рис. 3.39 Кінематичний параметр m_{22}^+ в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

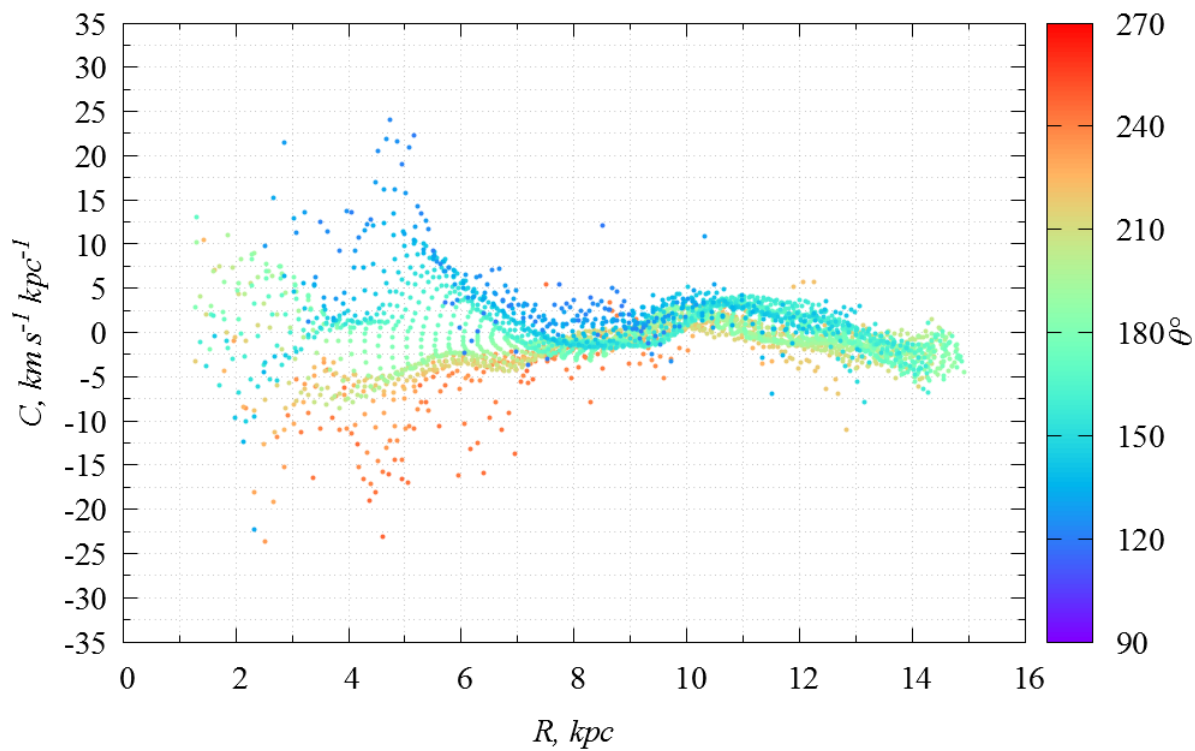


Рис. 3.40 Параметр C в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

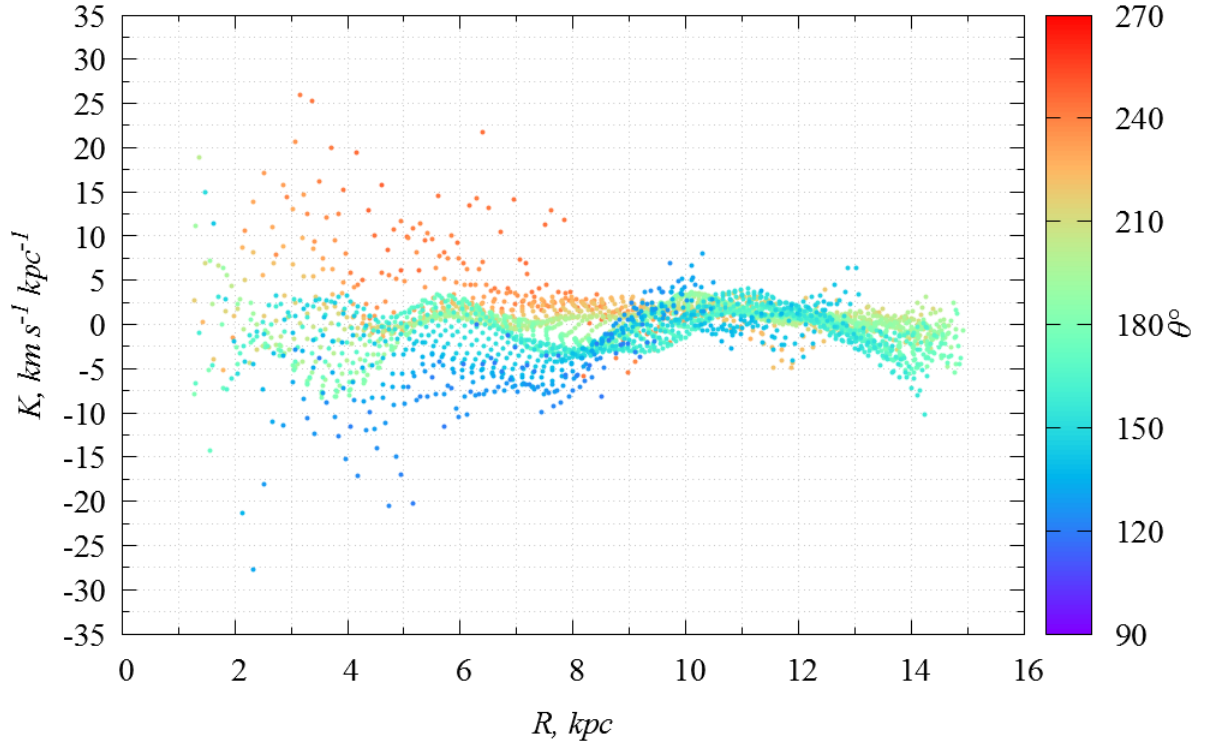


Рис. 3.41 Параметр K в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

На останок, на рис. 3.40 та рис. 3.41 наводяться узагальнені параметри Оорта S та K , що розраховані за формулами (1.48). На початку ери кінематичних досліджень, припускалось, що ці параметри дорівнюють нулю. Проте з використанням сучасних спостережень, як видно з рисунків, вони мають статистично значиму відмінність від нульових значень у всьому діапазоні галактоцентричних відстаней.

3.5 Визначення координат вертексів за допомогою тензорів швидкостей деформації

Параметри m_{12}^+ , m_{23}^+ , m_{13}^+ , m_{11}^+ , m_{22}^+ та m_{33}^+ утворюють симетричний тензор M^+ , орієнтація головних осей якого, тісно пов'язана з напрямком на вертекс.

На рис. 3.42 - 3.47 наведені широти та довготи головних осей симетричного тензора M^+ , що обчислені в рамках кожної ОЗ.

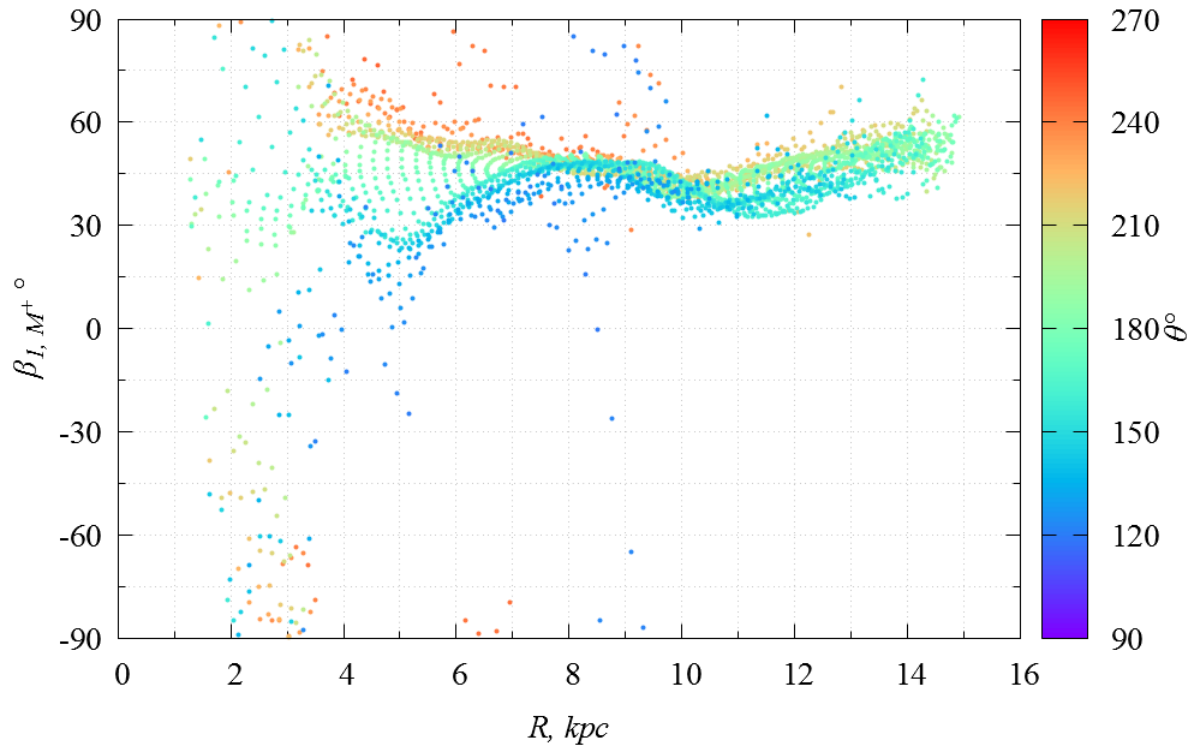


Рис. 3.42 Довготи першої осі тензорів швидкостей деформації в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

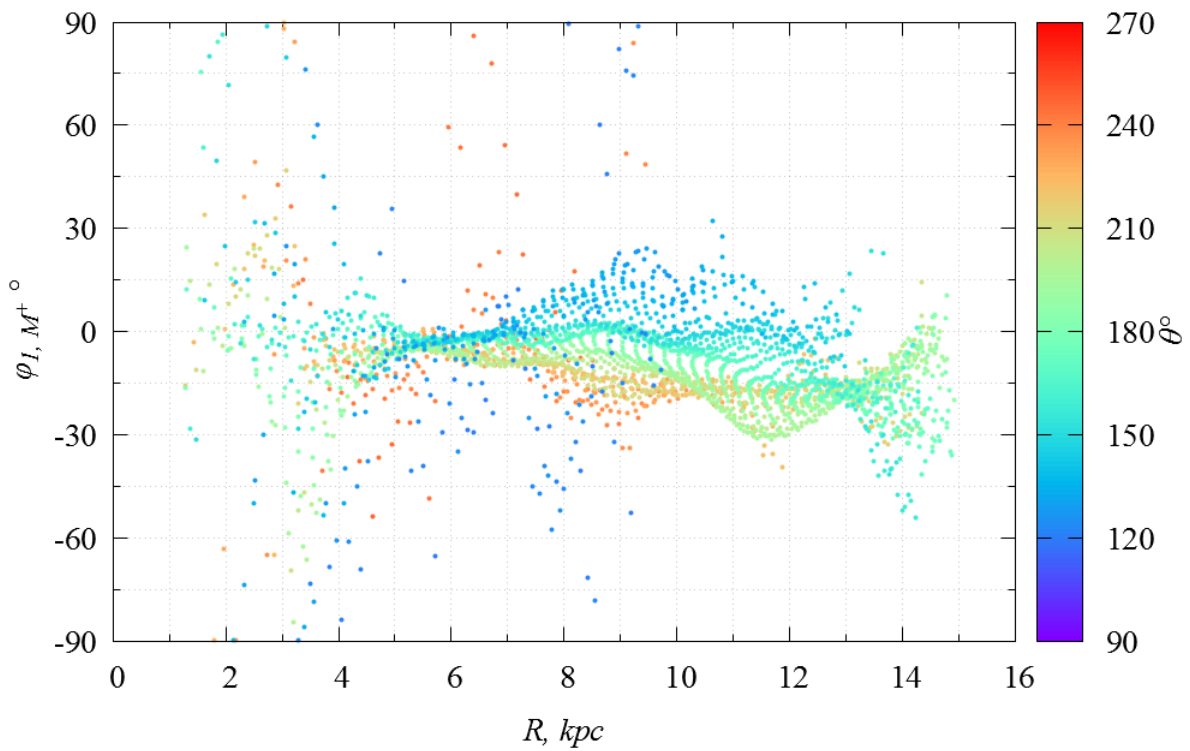


Рис. 3.43 Широти першої осі тензорів швидкостей деформації в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

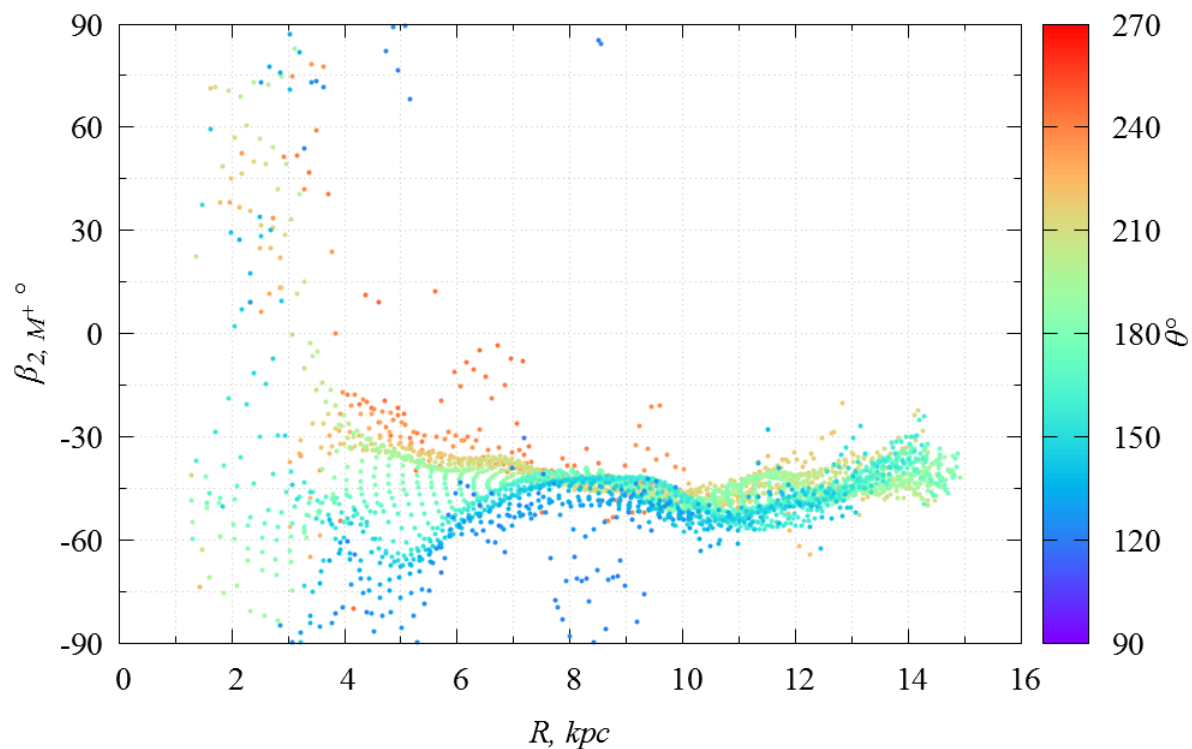


Рис. 3.44 Довготи другої осі тензорів швидкостей деформації в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

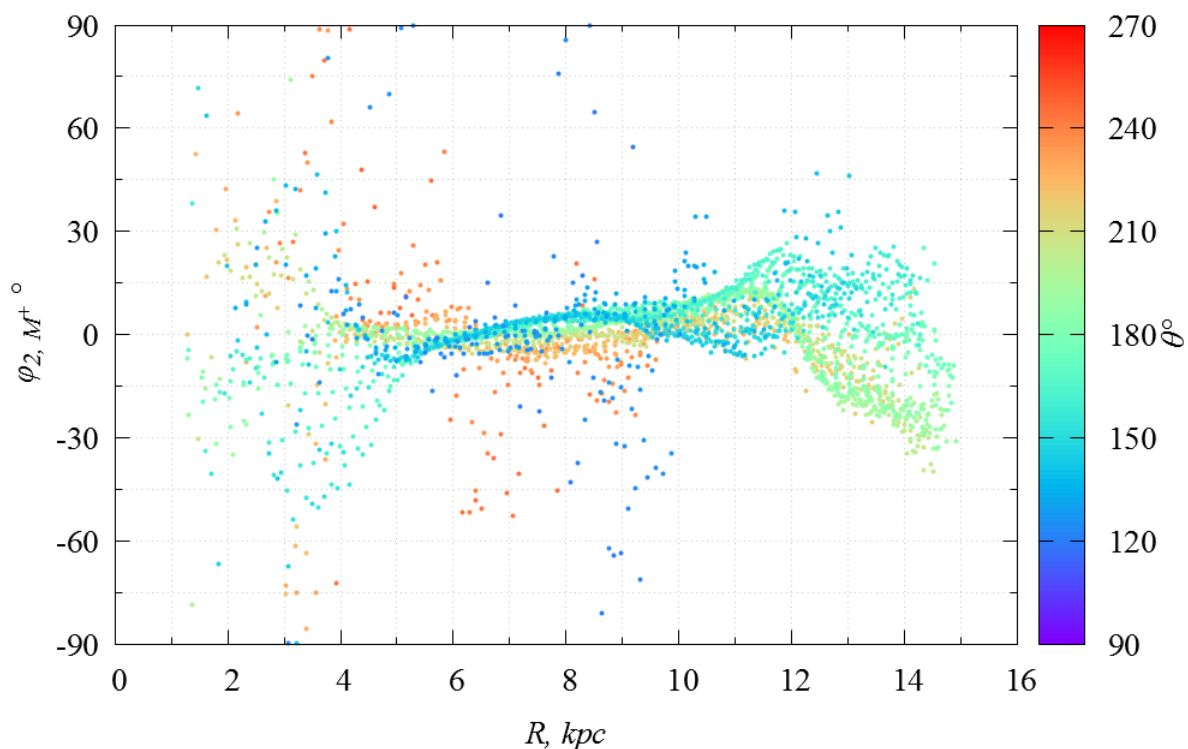


Рис. 3.45 Широти другої осі тензорів швидкостей деформації в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

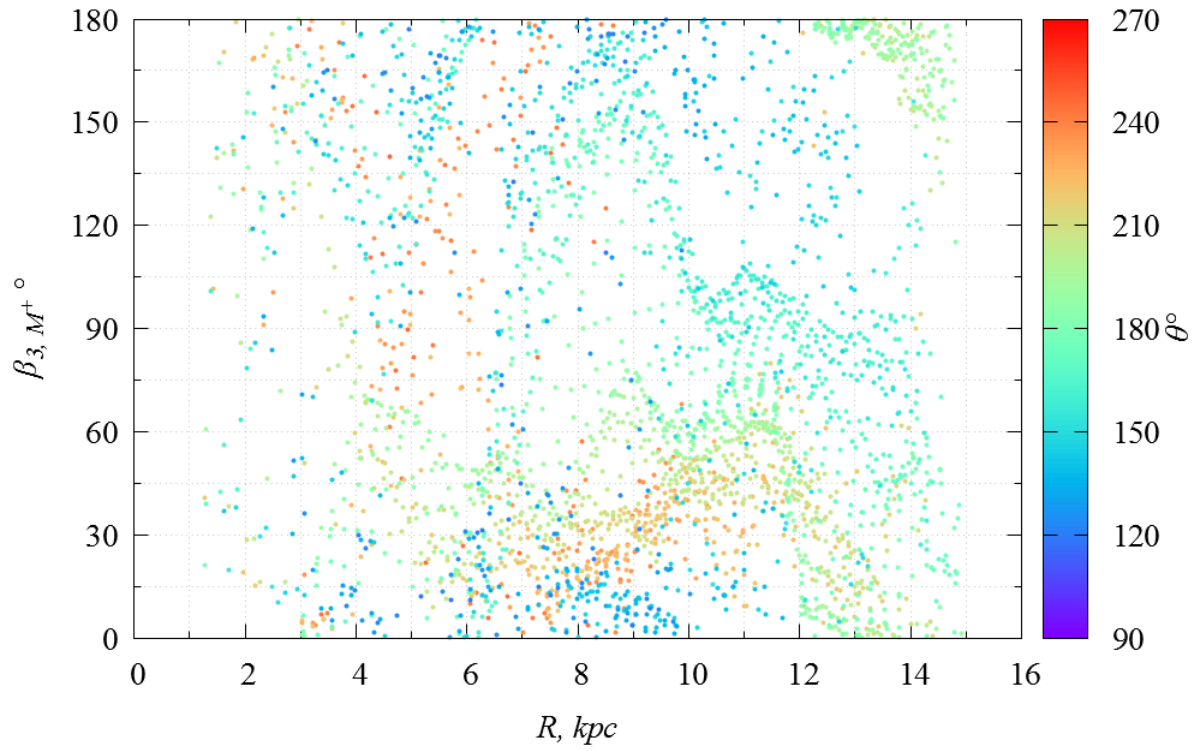


Рис. 3.46 Довготи третьої осі тензорів швидкостей деформації в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

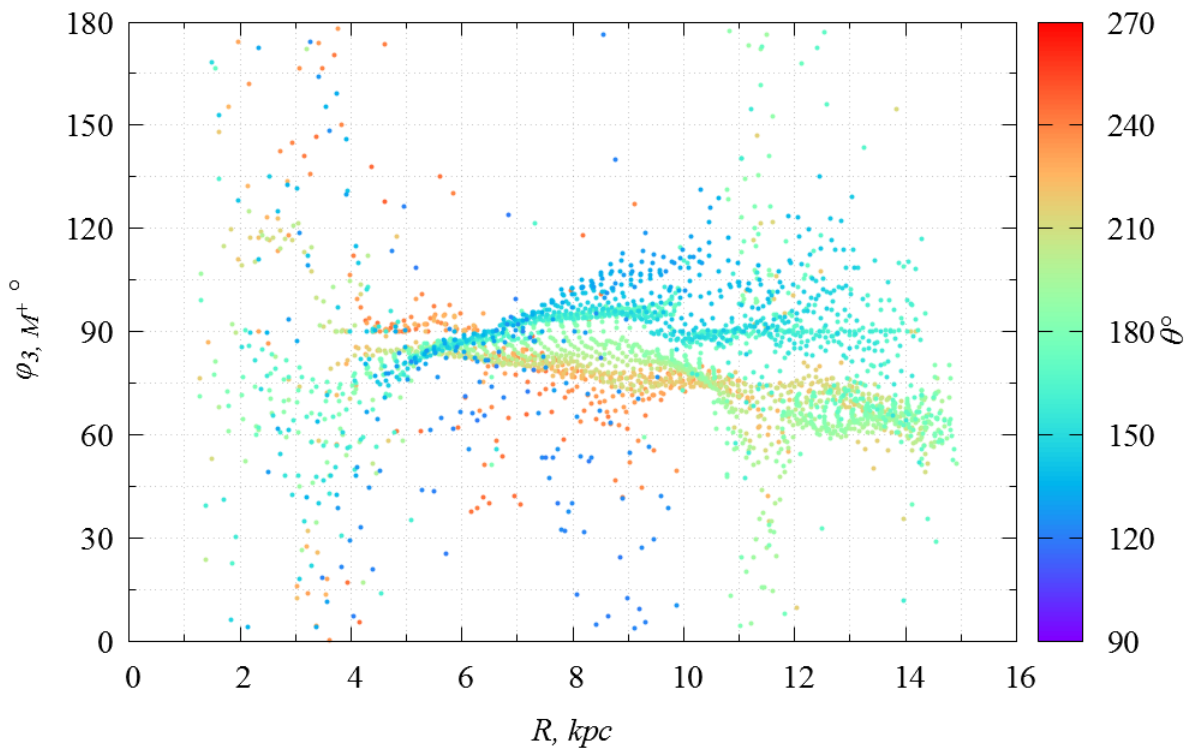


Рис. 3.47 Широти третьої осі тензорів швидкостей деформації в залежності від координат R, θ ЦГЦСК. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

На рисунках присутні значні розшарування та розсіювання залежностей і вони мають різні масштаби та спостерігаються в різних діапазонах галактоцентричних відстаней. Проте, деяка узгодженість з теорією стаціонарного обертання все ж присутня. А саме: довготи першої головної осі на рис. 3.42, в середньому групуються навколо значення 45° , а широт – навколо 0° (рис. 3.43). Другі головні осі тензорів, як і перші, також приблизно знаходяться в площині Галактики, що видно з рис. 3.44 та рис. 3.45. Третя вісь, не зважаючи на помітний розкид широт (рис. 3.47), знаходиться перпендикулярно цій площині.

Терміном вертекс зазвичай називають точку на небі, відносно якої відбувається обертання зоряної системи. Для визначення координат вертекса був використаний симетричний тензор швидкості деформацій, що отриманий при розкладанні поля швидкостей різних ОЗ.

Як показано раніше (див. розд. 2.2), при осесиметричному (оортівському) обертанні, кут $l_V = (\beta_{1,M+} - 45^\circ)$, що зветься ухиленням довгот вертексів від напрямку на центр Галактики, точно дорівнює нулю. Він може бути визначений за формулою (2.27) чи (2.28), використовуючи певні кінематичні параметри.

На рис. 3.48, представлено відхилення вертексів l_V в залежності від циліндричних координат R, θ . Як видно із рис. 3.48, значення кутів l_V в залежності від R при різних θ помітно відрізняються. А на рис. 3.49 представлені ці ж значення, але у вигляді карти, де по осях відкладені прямокутні галактичні координати X та Y , а кольором відображено значення l_V . Перевага такого графічного представлення результатів у тому, що можна відразу бачити поведінку l_V у всьому діапазоні прямокутних галактичних координат X та Y , де проводився кінематичний аналіз.

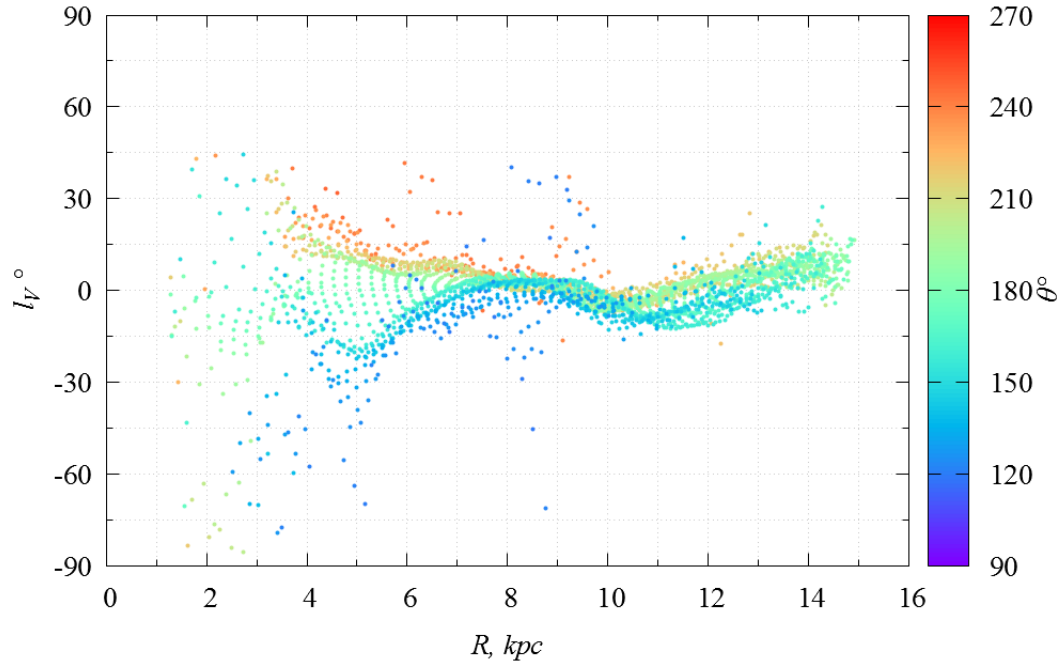


Рис. 3.48 Довготи вертексів ОЗ l_{V,M^+} в залежності від координат R, θ ЦГЦСК визначені за компонентами тензора M^+ . В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

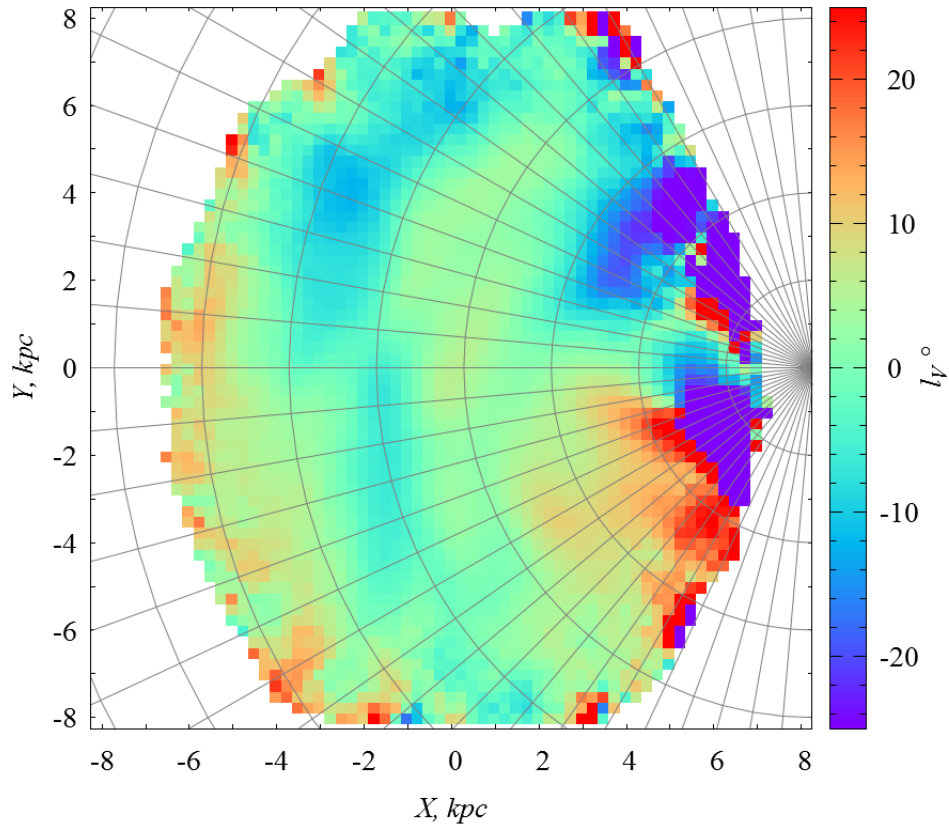


Рис. 3.49 Довготи вертексів ОЗ l_{V,M^+} в залежності від координат X, Y ПГСК визначені за компонентами тензора M^+ . В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

На рис. 3.48 добре видно, що кут l_V не дорівнює нулю, а зазнає змін зі зміною R, θ . Виразно проглядається «розшарування та переплетення» залежностей $l_V(R)$, що відповідають різним фіксованим значенням кута θ . Така поведінка залежностей $l_V(R, \theta)$, ймовірно, пов'язана з різницею деформаційних швидкостей у різних частинах Галактики. Це припущення підтверджується рис. 3.49, який демонструє відмінності орієнтацій тензорних поверхонь унаслідок відмінності деформаційних швидкостей у різних частинах Галактики.

Однією з причин виникнення «розшарувань та переплетень» може бути некоректне значення прийнятої галактоцентричної відстані Сонця $R_\odot$. У цьому випадку використання прийнятого значення $R_\odot$ для визначення кутів повороту осей x локальних СК у напрямку на центр Галактики буде викликати систематичну помилку у визначенні кутів ϵ . Через це, поведінка $l_V(R, \theta)$ буде спричинена як кінематичними відмінностями, так й помилкою орієнтації осей локальних СК.

Перевіряючи це припущення, було виявлено, що максимальна збіжність функцій $l_V(R, \theta)$ реалізується при деякому значенні RV , яке помітно відрізняється від прийнятого $R_\odot$. Фактично, при використанні значення RV для задання орієнтації локальних систем координат, залежності $l_V(R, \theta)$, стають найближчими й практично перетворюються на одну, «найменш розшаровану» функцію $l_V(R)$, яка мало залежить від θ .

Також з'ясувалося, що використання лише однієї точки у просторі відносно якої відбуваються обертання локальних СК, не забезпечує найкращої збіжності функцій $l_V(R, \theta)$ у всьому діапазоні відстаней R , що використовуються. Так, досягнення найкращої збіжності функцій $l_V(R, \theta)$ в діапазоні 7–10 kpc , призводить до помітного погіршення збіжності в діапазоні 10–15 kpc (детальніше у розд. 3.7). Цей результат означає, що вертекси різних ОЗ знаходяться в різних точках простору.

3.6 Область перетинання променів на вертекси

За методикою, що описана в розділі 2.3.1, з використанням знайдених параметрів l_V , були побудовані промені на вертекси, які зображені на рис. 3.50. Варто зазначити, що побудова променів відбувалася із застосуванням жорсткішої умови до кількості зірок в ОЗ, а саме $N > 25\,000$. Вона була використана для підвищення сукупної надійності побудованих променів. Звісно, такий критерій вплинув на максимальну відстань між Сонцем та найвіддаленішим центроїдом і зменшив загальну їх кількість, яка тепер становить $M = 1647$. Проте, як видно з рисунків, області перетинання променів залишаються насиченими.

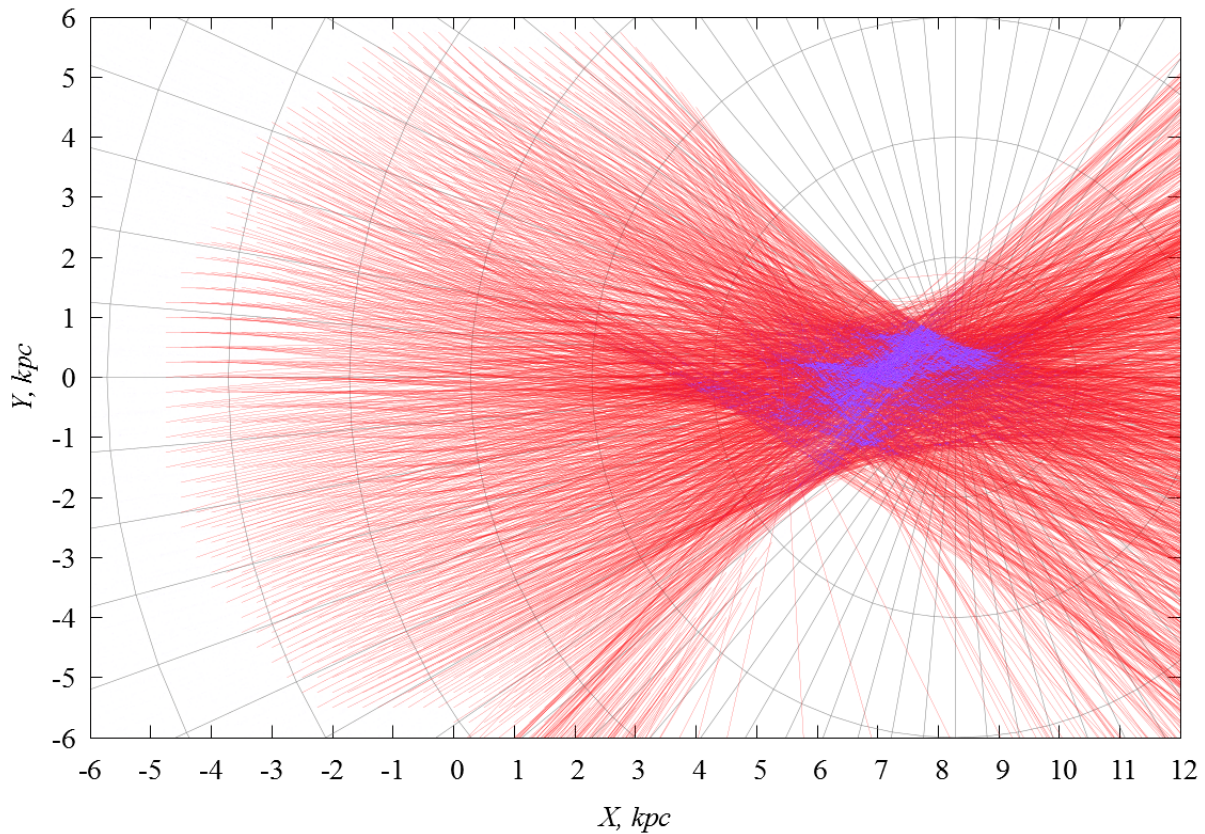


Рис. 3.50 Промені на вертекс в площині XOY , що побудовані з використанням параметра $l_{V,M+}$. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

Оскільки поведінка відхилень вертексів $l_{V,M+}$ в залежності від галактичних координат є складною, з локальними особливостями, область перетинання променів також не буде однозначною. Промені

утворюють по декілька вузлів перетину. На рисунках фіолетовим кольором позначені області, де щільність променів найбільша. Добре помітно, що на рис. 3.50 найбільші виразні вузли компактно зосереджені в діапазонах прямокутних координат $6 < X < 9 \text{ kpc}$ та $-1 < Y < 1 \text{ kpc}$.

Для відображення впливу відмінностей в галактоцентричних відстанях до зірок на положення вузлів перетину, на рис. 3.51 представлені промені, що побудовані за допомогою відхилень вертекса $l_{V,M+}$ з використанням паралаксів *Gaia* в розрахунках. Варто нагадати, що відстані до зірок, які обчислені за формулою (1.1), будуть переоціненими. Як видно з рисунка, використання переоцінених відстаней до зірок призвело також до переоцінки геліоцентричних відстаней вузлів перетину променів спрямованих на вертекси.

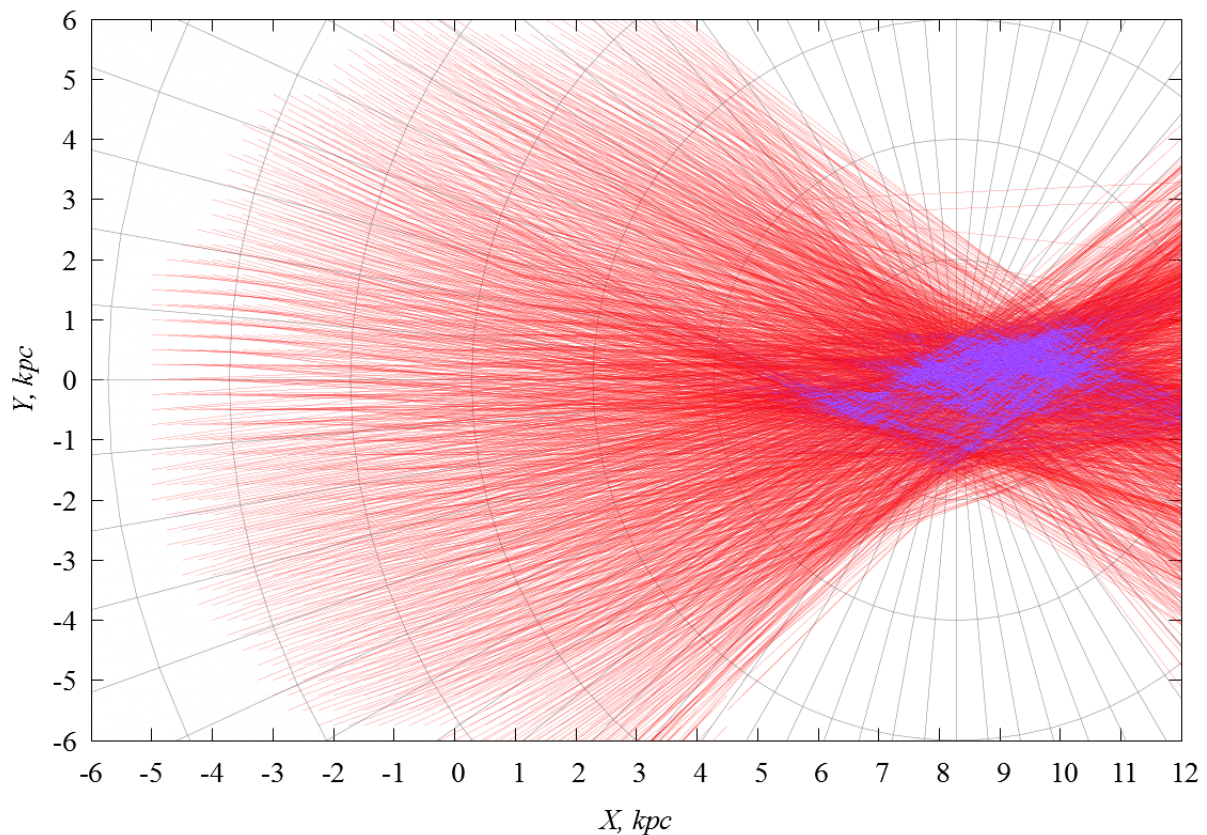


Рис. 3.51 Промені на вертекс в площині XOY , що побудовані з використанням параметра $l_{V,M+}$. В розрахунках використовувались відстані до зірок розраховані з паралаксів *Gaia*.

3.7 Просторові координати спільних вертексів

З використанням даних астрометричного каталогу місії *Gaia*, ми побудували непаралельні промені на вертекси в галактичній площині. Оскільки область їх перетину розділена на вузли, а також в залежностях $l_V(R, \theta)$ присутні певні закономірності, оцінку просторових координат спільних вертексів G_j , краще проводити окремо для різних груп ОЗ. В таблиці 3.6 наводяться координати вертексів в ПГСК, що оцінені за методикою, яка описана в розділі 2.3.2. Результати оцінки координат та їх похибки представлені для різних діапазонів галактоцентричних відстаней, з використанням в розрахунках компонентів тензорів M^+ .

Табл. 3.6

Оцінки галактичних прямокутних координат вертексів в різних діапазонах галактоцентричних відстаней. В розрахунках використані фотогеометричні відстані до зірок та компоненти тензора M^+

	ΔR , кpc	X_V , кpc	Y_V , кpc	R_V , кpc	$\epsilon(X_V)$, кpc	$\epsilon(Y_V)$, кpc
G_0	0–16	7.06	-0.10	7.07	0.03	0.02
G_1	7–10	8.07	0.15	8.07	0.04	0.02
G_2	10–15	6.6	0.15	6.6	0.07	0.04

В стаціонарній, осесиметричній дисковій галактиці, незалежно від того в якій частині Галактики були взяті ОЗ, координати всіх точок G_j мали б збігатися і дорівнювати координатам галактичного Центра. Проте, як показують результати дисертаційного дослідження, координати вертексів різних зоряних систем не збігаються з координатами Центра Галактики, що свідчить про суттєві локальні кінематичні особливості в полі швидкостей зірок. Цікавим також є те, що координата Y_V також всюди є відмінною від нуля.

Для прикладу, в таблиці 3.7 наведені результати оцінки координат спільних вертексів G_j у випадку коли відстані до зірок визначались з використанням лише паралаксів *Gaia*. Якщо у попередній таблиці 3.6 R_V в різних діапазонах галактоцентричних відстаней є меншою за сучасні оцінки $R_\odot$, то в таблиці 3.7 навпаки – більшою.

Оцінки галактичних прямокутних координат вертексів в різних діапазонах галактоцентричних відстаней. В розрахунках використовувались відстані до зірок розраховані з паралаксів *Gaia* та компоненти тензора M^+

	ΔR , кpc	X_V , кpc	Y_V , кpc	R_V , кpc	$\epsilon(X_V)$, кpc	$\epsilon(Y_V)$, кpc
G_0	0–16	9.39	0.59	9.39	0.04	0.02
G_1	7–10	9.82	0.31	9.83	0.04	0.02
G_2	10–15	8.99	-0.36	8.99	0.07	0.03

З використанням координат будь-якої визначеної точки G_j можна задати нову штриховану циліндричну СК R', θ', Z' , в якій розглядатимуться залежності $l_V(R', \theta')$. Так, наприклад, на рис. 3.52, рис. 3.53 та рис. 3.54 представлені значення l_{V,M^+} в залежності від циліндричних координат, що обрані з початком в точках G_j за даними таблиці 3.6.

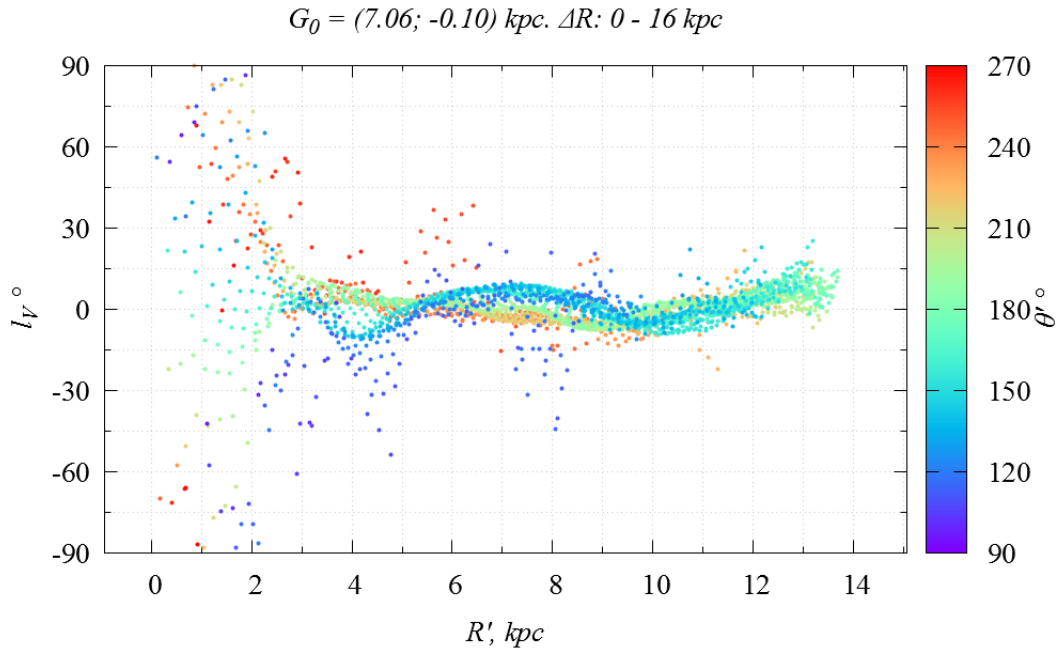


Рис. 3.52 Довготи вертексів ОЗ l_{V,M^+} в залежності від координат R', θ' циліндричної СК координат, яка обиралась з початком в точці G_0 за даними з таблиці 3.6. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

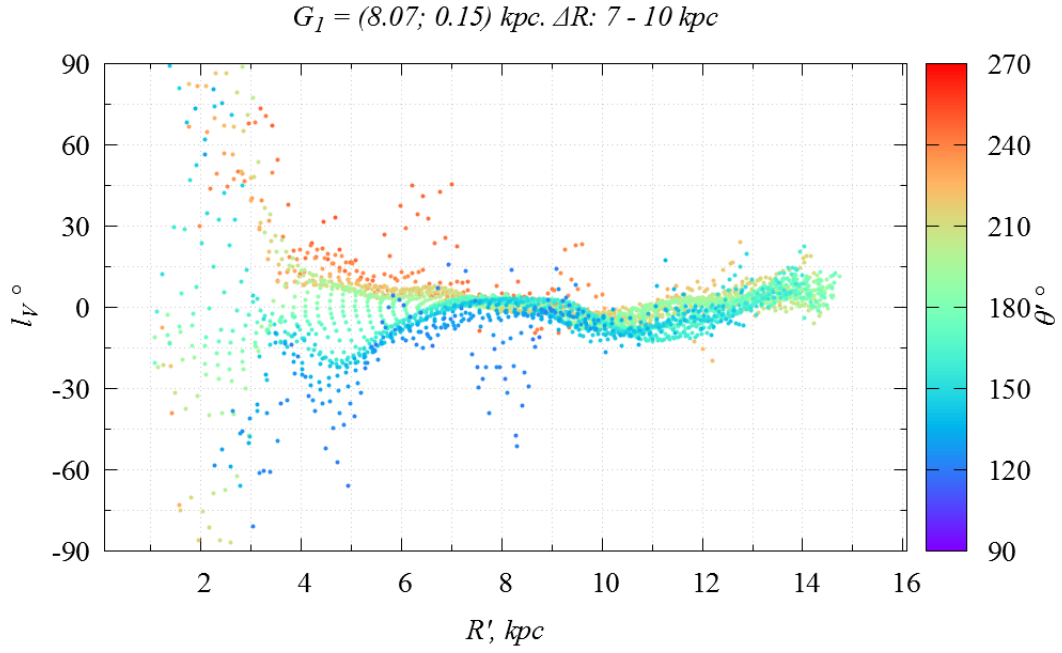


Рис. 3.53 Довготи вертексів ОЗ $l_{V,M+}$ в залежності від координат R', θ' циліндричної СК координат, яка обиралась з початком в точці G_1 за даними з таблиці 3.6. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

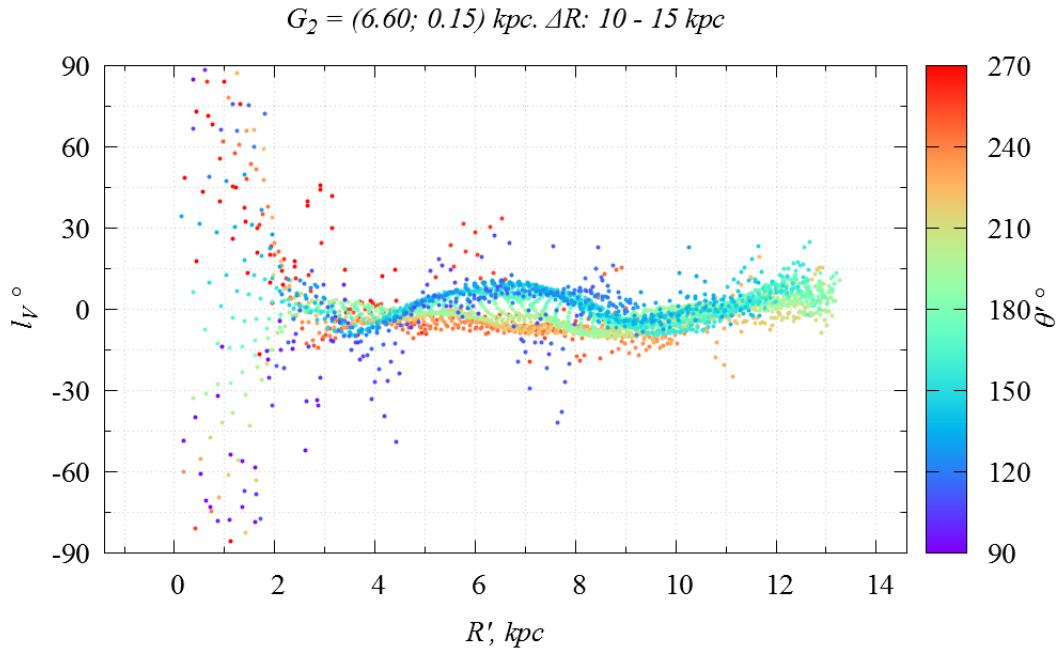


Рис. 3.54 Довготи вертексів ОЗ $l_{V,M+}$ в залежності від координат R', θ' циліндричної СК координат, яка обиралась з початком в точці G_2 за даними з таблиці 3.6. В розрахунках використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

На рисунках вище добре видно, що розшарування в поведінці $l_{V,M+}$ мінімізується в тих діапазонах галактоцентричних відстаней, в яких була визначена відповідна G_j , що використовується для задання штрихованої СК. Таким чином, ми демонструємо геометричний вплив вибору СК на значення кутів $l_{V,M+}$.

Резюме до розділу

За допомогою чисельного моделювання оортівського обертання Галактики було показано, що якщо вибирати СК таким чином, щоб її площина XOY збігалася з площиною обертання всієї системи, ненульовими виявляються лише три параметри, що описують поле швидкостей зірок навколо локальної точки, тобто центроїда. Два з таких параметрів будуть аналогами постійних Оорта A та B для обраних ОЗ. Швидкість спостерігача, або швидкість Сонця відносно нерухомого центра обертання системи ніяк не вплине на оцінювані значення кінематичних параметрів, а вплине лише на компоненти вектора $\vec{V}_0$. Визначення напрямку на вертекс за компонентами тензора швидкостей деформації M^+ дають однакові результати, використовуючи модельні вхідні дані. Для будь-якої модельної ОЗ, напрямок на вертекс збігається з напрямком на заданий центр обертання всієї зоряної системи.

Для кінематичних досліджень Галактики було створено підвибірку зірок, яка в астрометричному плані буде мати найкращу якість. Тому з 33,7 мільйона джерел *Gaia* DR3, для яких відомі 3 координати та 3 швидкості, були відбраковані ті зорі, що мають велику похибку визначення паралаксів та власних рухів. Додатково, був застосований критерій, який відсіює зірки з поганою астрометрією за параметром $RUWE$, що наведений для кожного джерела в каталозі. Далі, за допомогою двох прямих на діаграмі Г–Р, зірки були розділені на головну послідовність та область червоних гігантів і субгігантів. З огляду на те, що гіганти та субгіганти в каталозі *Gaia* DR3 знаходяться на більших відстанях, ніж зірки головної послідовності. Для кінематичних

досліджень були обрані саме вони. Таким чином, остаточно кількість зірок робочої вибірки склала 15 млн.

З огляду на розподіл зірок гігантів та субгігантів з каталогу *Gaia* DR3, центроїди ОЗ обирались в площині Галактики з рівномірним кроком в $0,25 \text{ kpc}$ по обох осях ПГСК. Радіус сфери, що обмежує кожну ОЗ дорівнює 1 kpc . Таким чином, в сусідні ОЗ потрапляє деяка кількість спільних зірок. Такий підхід дозволив отримати більше точок в галактичній площині де був знайдений розв'язок, а також залучити більшу кількість зірок вибірки до кінематичного аналізу. Якщо населеність ОЗ виявлялась менше 500 зірок, вона не розглядалась. Таким чином, у випадку, коли відстані до зірок визначені з паралаксів *Gaia*, загальна кількість ОЗ становила 3872, а у випадку фотогеометричних – 2940.

Для визначення кінематичних параметрів були використані два підходи. Перший спосіб – розрахунок кінематичних параметрів в рамках моделі О–М, рівняння якої представлені в локальній прямокутній системі координат. Другий спосіб заснований на обчисленні середніх значень і градієнтів компонент швидкості центроїдів в циліндричній системі координат з початком в центрі Галактики. Показано, що кінематичні параметри, отримані цими методами, добре узгоджуються між собою. На кольорових графіках (картах), ілюстративно був показаний характер поведінки кінематичних параметрів поблизу серединної галактичної площини. Натомість залежності параметрів від (R, θ) дають змогу точніше відстежувати значення параметрів в залежності від галактичних координат.

Кінематичні параметри, що були отримані як рішення системи рівнянь моделі О–М, показали, що майже всі Z-залежні компоненти тензорів M^+ та M^- близькі до нуля. Кінематичні параметри, що описують поле швидкостей в галактичній площині мають складні залежності від (R, θ) . В них наявні деякі систематичні поведінки у вигляді «розшарувань й переплетень». Деякі кінематичні характеристики, що можна отримати як комбінацію кінематичних параметрів (наприклад вертикальний градієнт),

також мають «розшарування й переплетення» в залежності від (R, θ) ЦГЦСК.

Напрямок на вертекс пов'язаний з орієнтацією головних осей симетричного тензора M^+ . Дослідження їх широт та довгот в залежності від (R, θ) показало, що їх орієнтація помітно відрізняється від тієї, яка б мала бути при оортівському обертанні Галактики. Зазвичай у роботах з визначення координат вертекса явно чи неявно передбачається, що відстань від Сонця до центра Галактики й вертекса збігаються. Це справді справедливо для осесиметричних систем. В результаті дисертаційних досліджень виявилось, що вертекси різних зоряних систем розташовані на різних відстанях, що може свідчити про те, що в досліджуваній частині Галактики немає єдиного центру обертання.

ВИСНОВКИ

В межах дисертаційної роботи, на основі новітніх даних місії *Gaia*, було отримано низку важливих результатів. По-перше, проведено просторовий кінематичний аналіз Галактики. За зірками в околицях центроїдів, що знаходяться в галактичній площині (серединній площині Галактики), отримано оцінки кінематичних параметрів. Залежність зазначених параметрів від галактичних координат, вказує на те, що на обертальний рух Галактики впливають локальні особливості поля швидкостей зірок. Цей результат неможливо було б отримати без знання тривимірних координат та швидкостей зірок, що містяться в каталозі *Gaia* DR3.

По-друге, використовуючи результати кінематичного аналізу, було визначено кутові координати вертексів для різних областей зірок. Для цього використовувалися компоненти тензорів швидкості деформації M_+ кожної області зірок, що досліджувалася. За допомогою моделювання було показано, що у випадку стаціонарних осесиметричних зоряних систем, вертекс будь-якої області зірок та центр обертання всієї галактики, мають координатно збігатися у просторі. Проте результати дослідження виявили складні закони поведінки довгот вертексів l_V зоряних систем від галактичних координат. Це свідчить про те, що галактика Чумацький Шлях не є осесиметричною та не має єдиного центру обертання, як в осесиметричних зоряних системах. Цей результат також був продемонстрований за допомогою побудови променів, спрямованих на вертекси. Область перетину таких променів, не є однозначною, а розділена на низку вузлів.

Представлений в роботі оригінальний підхід дозволив отримати оцінки геліоцентричних відстаней до вертексів для різних ОЗ. В роботі продемонстровано вплив систематичних похибок паралаксів каталогу *Gaia* DR3 на визначення відстаней до вертексів. Отримані результати дозволили показати, що відстані до зірок, які розраховані лише з паралаксів *Gaia* є переоціненими в порівнянні з виправленими фотогеометричними відстанями [16]. Приведено декілька значень

відстаней від Сонця до вертексів G_j , при яких, функція $l_V(R, \theta)$, в конкретному діапазоні галактоцентричних відстаней, має мінімальне розшарування. Отримані результати свідчать, що не збігаються не тільки кутові координати галактичного Центра та вертекси різних ОЗ, а й не збігаються їх відстані до Сонця. Ці результати особливо важливі для рішення кінематичних та динамічних задач.

Таким чином, можна виділити наступні основні результати кінематичних досліджень Галактики та результати визначення координат вертексів областей зірок.

Вперше:

1. Отримано 12 кінематичних параметрів в кожній із заданих областей зірок, центроїди яких розташовані у галактичній площині на геліоцентричних відстанях до $8 - 10 \text{ kpc}$.
2. Побудовані карти залежності кінематичних параметрів від галактичних координат в досліджуваній частині галактичної площини.
3. Визначено кутові координати вертексів для кожної області зірок з використання компонентів тензорів швидкості деформації M^+ .
4. Продемонстровано наявність нетривіального зв'язку між напрямками на вертекс кожної області зірок та центром обертання всієї Галактики.
5. Запропоновано та використано оригінальний метод визначення геліоцентричних координат спільних вертексів груп областей зірок зі схожою кінематикою.
6. Проведено порівняльний аналіз параметрів, що отримані у випадку, коли в розрахунках використовувались відстані до зірок, що отримані із паралаксів *Gaia* DR3 та у випадку, коли використовувались фотогеометричні відстані до зірок.

Дістало подальший розвиток:

7. Дослідження кінематики зірок з використанням моделі Огороднікова–Мілна не тільки для навколосонячної околиці, а й для інших областей зірок, центроїди яких знаходяться в інших точках галактичної площини.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. R. Abuter, A. Amorim, N. Anugu, M. Bauböck, M. Benisty, J. P. Berger, N. Blind, H. Bonnet, W. Brandner, A. Buron et al., 2018. Detection of the gravitational redshift in the orbit of the star S2 near the Galactic centre massive black hole. *Astronomy and Astrophysics*, 615, L15
2. The GRAVITY Collaboration: R. Abuter, A. Amorim, M. Bauböck, J. P. Berger, H. Bonnet, W. Brandner, Y. Clénet, V. Coudé du Foresto, P. T. de Zeeuw, J. Dexter et al., 2019. A geometric distance measurement to the Galactic center black hole with 0.3% uncertainty. *Astronomy and Astrophysics*, 625, L10
3. The GRAVITY Collaboration: R. Abuter, A. Amorim, M. Bauböck, J. P. Berger, H. Bonnet, W. Brandner, Y. Clénet, R. Davies, P. T. de Zeeuw, J. Dexter et al., 2021. Improved GRAVITY astrometric accuracy from modeling optical aberrations. *Astronomy and Astrophysics*, 647, A59
4. W. S. Adams, A Kohlschutter, 1914. The radial velocities of one hundred stars with measured parallaxes. *Astrophysical Journal*, 39, 341
5. W. S. Adams, A.H. Joy, 1919. The motions in space of some stars of high radial velocity. *Astrophysical Journal*, 49, 179
6. G. B. Airy, 1859. On the movement of the solar system in space. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 19, 175
7. G. B. Airy, 1860. On the movement of the solar system in space. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 28, 143
8. EHT Collaboration: Kazunori Akiyama, Antxon Alberdi, Walter Alef, Juan Carlos Algaba, Richard Anantua, Keiichi Asada, Rebecca Azulay, Uwe Bach, Anne-Kathrin Baczko, David Ball et al., 2022. First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole in the Center of the Milky Way. *The Astrophysical Journal Letters*, 930, 2, L12

9. Borja Anguiano, Steven R. Majewski, Kenneth C. Freeman, Arik W. Mitschang and Martin C. Smith, 2017. The velocity ellipsoid in the Galactic disc using Gaia DR1. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 474, 1, 854
10. F. W. A. Argelander. Extract of a letter relative to his account of the motion of the solar system. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 4, 82
11. E. F. Arias, P. Charlot, M. Feissel, J. Lestrade, 1995. The extragalactic reference system of the International Earth Rotation Service, ICRS. *Astronomy and Astrophysics*, 303, 604
12. Tri L. Astraatmadja and Coryn A. L. Bailer-Jones, 2016. Estimating distances from parallaxes. II. Performance of Bayesian distance estimators on a Gaia-like catalogue. *The Astrophysical Journal*, 832, 2, 137
13. Tri L. Astraatmadja and Coryn A. L. Bailer-Jones, 2016. Estimating distances from parallaxes. III. Distances of two million stars in the Gaia DR1 catalogue. *The Astrophysical Journal*, 833, 1, 119
14. C. A. L. Bailer-Jones, 2015. Estimating Distances from Parallaxes. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 127, 956, 994
15. C. A. L. Bailer-Jones, J. Rybizki, M. Fouesneau, G. Mantelet², and R. Andrae, 2018. Estimating Distance from Parallaxes. IV. Distances to 1.33 Billion Stars in Gaia Data Release 2. *The Astronomical Journal*, 156, 2, 58
16. C. A. L. Bailer-Jones, J. Rybizki, M. Fouesneau, M. Demleitner, and R. Andrae, 2021. Estimating Distances from Parallaxes. V. Geometric and Photogeometric Distances to 1.47 Billion Stars in Gaia Early Data Release 3. *The Astronomical Journal*, 161, 3, 147
17. M. Bennett and Jo Bovy, 2019. Vertical waves in the solar neighbourhood in Gaia DR2. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 482, 1, 1417

18. O. Bienaymé, 1999. The local stellar velocity distribution of the Galaxy. Galactic structure and potential. *Astronomy and Astrophysics*, 341, 86
19. James Binney and Scott Tremaine, 2008. Galactic Dynamics: Second Edition, by James Binney and Scott Tremaine. Published by Princeton University Press, Princeton, NJ USA, 920
20. J. Bland-Hawthorn and O. Gerhard, 2016. The Galaxy in Context: Structural, Kinematic, and Integrated Properties. *Astronomy and Astrophysics*. 54, 529
21. В. В. Бобылев, 2002. Кинематика звезд Пояса Гульда, Часть I: Кинематические модели. *Известия главной астрономической обсерватории*, 216, 9
22. V. V. Bobylev, A. S. Stepanishchev, A. T. Bajkova and G. A. Gontcharov, 2009. Kinematics of Tycho-2 red giant clump stars. *Astronomy Letters* 35, 836
23. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, 2016. Kinematic analysis of solar-neighborhood stars based on RAVE4 data. *Astronomy Letters*, 42, 90
24. V. V. Bobylev, 2017. Kinematics of the galaxy from Cepheids with proper motions from the Gaia DR1 catalogue. *Astronomy Letters*, 43, 152
25. V.V. Bobylev and A.T. Bajkova, 2019. Features of the Residual Velocity Ellipsoid of Hot Subdwarfs from the Gaia DR2 Catalog. *Astronomy Reports*, 63, 11, 932
26. V.V. Bobylev and A.T. Bajkova, 2020. New Expansion Rate Estimate of the Scorpius–Centaurus Association Based on T Tauri Stars from the Gaia DR2 Catalog. *Astronomy Reports* 64, 326
27. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, 2021. A New Estimate of the Best Value for the Solar Galactocentric Distance. *Astronomy Reports*, 65, 498
28. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, 2021. Three-Dimensional Kinematics of Classical Cepheids. *Astronomy Letters* 47, 607

29. V. V. Bobylev, A. T. Bajkova and G. M. Karelin, 2022. Kinematics of OB Stars with Data from the LAMOST and Gaia Catalogues. *Astronomy Letters* 48, 243
30. L. Boss, 1910. Preliminary General Catalogue of 6 188 stars for the epoch 1900. Washington, D.C.: Carnegie institution of Washington, 392
31. L. Boss, 1911. Precession and solar motion. Third paper. Relation of systematic motions to spectral types. *Astronomical Journal*, 26, 187
32. L. Boss, 1913. Systematic motion of stars of type G. *Astronomical Journal*, 28, 12
33. L. Boss, 1914. Dependence of solar motion upon spectral type. *Astronomical Journal*, 28, 163
34. B. Boss, 1918. Systematic corrections to and weight of stellar parallax. *Popular Astronomy*, 26, 86
35. Jo Bovy, 2017. Galactic rotation in Gaia DR1. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 468, 1, L63
36. J. Bradley, 1748. A letter to the right honourable George Earl of macclesfield concerning an apparent motion observed in some of the fixed stars. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 45, 1
37. R. L. J. Branham, 2002. Kinematics of OB Stars. *The Astrophysical Journal*, 570, 1, 190
38. Richard L. Branham, 2006. Kinematics of O-B5 giants. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 370, 3, 1393
39. Richard L. Branham, 2010. Kinematics and velocity ellipsoid of the F giants. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 409, 3, 1269
40. M. A. Breddels, M. C. Smith, A. Helmi, O. Bienaymé, J. Binney, J. Bland-Hawthorn, C. Boeche, B. C. M. Burnett, R. Campbell, K. C. Freeman et al., 2010. Distance determination for RAVE stars using stellar models. *Astronomy and Astrophysics*, 511, A90

41. Tia Camarillo, Varun Mathur, Tyler Mitchell, and Bharat Ratra, 2018. Median Statistics Estimate of the Distance to the Galactic Center. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 130, 984
42. Tristan Cantat-Gaudin, Morgan Fouesneau, Hans-Walter Rix, Anthony G. A. Brown, Alfred Castro-Ginard, Ronald Drimmel, David W. Hogg, Andrew R. Casey, Shourya Khanna, Semyeong Oh et al., 2023 An empirical model of the Gaia DR3 selection function. *Astronomy and Astrophysics*, 669, A55
43. P. Charlot, C. S. Jacobs, D. Gordon, S. Lambert, A. de Witt, J. Bohm, A. L. Fey, R. Heinkelmann, E. Skurikhina, O. Titov, et al., 2020. The third realization of the International Celestial Reference Frame by very long baseline interferometry. *Astronomy and Astrophysics*, 644, A159
44. Chengdong Li, Gang Zhao and Chengqun Yang, 2019. Galactic Rotation and the Oort Constants in the Solar Vicinity. *The Astrophysical Journal*, 872, 2, 205
45. Devin S. Chu, Tuan Do, Aurelien Hees, Andrea Ghez, Smadar Naoz, Gunther Witzel, Shoko Sakai, Samantha Chappell, Abhimat K. Gautam¹, Jessica R. Lu et al., 2018. Investigating the Binarity of S0-2: Implications for Its Origins and Robustness as a Probe of the Laws of Gravity around a Supermassive Black Hole. *The Astrophysical Journal*, 854, 1, 12
46. S. V. M. Clube, 1972. Galactic Rotation and the Precession Constant. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 159, 3, 289–314
47. F. Comeron, J. Torra, A. E. Gomez, 1994. On the characteristics and origin of the expansion of the local system of young objects. *Astronomy and Astrophysics*, 286, 789
48. Walter Dehnen, 1998. The Distribution of Nearby Stars in Velocity Space Inferred from Hipparcos Data. *The Astronomical Journal*, 115, 6, 2384
49. Walter Dehnen, 1999. Approximating Stellar Orbits: Improving on Epicycle Theory. *The Astronomical Journal*, 118, 3, 1190

50. Walter Dehnen, 2000. The Effect of the Outer Lindblad Resonance of the Galactic Bar on the Local Stellar Velocity Distribution. *The Astronomical Journal*, 119, 2, 800
51. Ping-Jie Ding, Zi Zhu and Jia-Cheng Liu, 2019. Local standard of rest based on Gaia DR2 catalog. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 19, 5, 68
52. A. M. Dmytrenko, P. N. Fedorov, V. S. Akhmetov, A. B. Velichko and S. I. Denischenko, 2023. The vertex coordinates of the Galaxy's stellar systems according to the Gaia DR3 catalogue. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 521, 3, 4247
53. Tuan Do, Aurelien Hees, Andrea Ghez, Gregory D. Martinez, Devin S. Chu, Siyao Jia, Shoko Sakai, Jessica R. Lu, Abhimat K. Gautam, Kelly Kosmo O'Neil et al., 2019. Relativistic redshift of the star S0-2 orbiting the Galactic Center supermassive black hole. *Science*, 365, 6454, 664
54. Sheperd S. Doeleman, Jonathan Weintraub, Alan E. E. Rogers, Richard Plambeck, Robert Freund, Remo P. J. Tilanus, Per Friberg, Lucy M. Ziurys, James M. Moran, Brian Corey, et al. 2008. Event-horizon-scale structure in the supermassive black hole candidate at the Galactic Centre. *Nature*, 455, 78
55. Gaia Collaboration: R. Drimmel, M. Romero-Gómez, L. Chemin, P. Ramos, E. Poggio, V. Ripepi, R. Andrae, R. Blomme, T. Cantat-Gaudin, A. Castro-Ginard, G. Clementini, F. Fiqueras, Y. Frémat, M. Fousneau, K. Jardin, S. Khanna, et al., 2022. Gaia Data Release 3. Mapping the asymmetric disc of the Milky Way. *Astronomy and Astrophysics*, Forthcoming article
56. B. Du Mont, 1977. A Three-dimensional Analysis of the Kinematics of 512 FK4/FK4 Sup Stars. *Astronomy and Astrophysics* 61, 127
57. F. K. Edmondson, 1937. Stellar kinematics and mean parallaxes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 97, 473

58. A.-C. Eilers, D. W. Hogg, H.-W. Rix, M. K. Ness, 2019. The Circular Velocity Curve of the Milky Way from 5 to 25 kpc. *The Astrophysical Journal*, 871, 1, 120
59. Michael Feast, Patricia Whitelock, 1997. Galactic kinematics of Cepheids from Hipparcos proper motions. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 291, 4, 683
60. P. N. Fedorov, V. S. Akhmetov, A. B. Velichko, A. M. Dmytrenko, S. I. Denischenko, 2021. Kinematics of the Milky Way from the Gaia EDR3 red giants and subgiants. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 508, 2, 3055
61. P. N. Fedorov, V. S. Akhmetov, A. B. Velichko, A. M. Dmytrenko, S. I. Denischenko, 2021. Mapping the kinematic parameters of the Galaxy from the Gaia EDR3 red giants and sub-giants. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 518, 2, 2761
62. A. L. Fey, D. Gordon, C. S. Jacobs, C. Ma, R. A. Gaume, E. F. Arias, G. Bianco, D. A. Boboltz, S. Bockmann, S. Bolotin, et al., 2015. The Second Realization of the International Celestial Reference Frame by Very Long Baseline Interferometry. *The Astronomical Journal*, 150, 2, 58
63. Gaia Collaboration: A. G. A. Brown, A. Vallenari, T. Prusti, J. H.J. de Bruijne, F. Mignard, R. Drimmel, C. Babusiaux, C. A. L. Bailer-Jones, U. Bastian, M. Biermann et al., 2016. Gaia Data Release 1. Summary of the astrometric, photometric, and survey properties. *Astronomy and Astrophysics*, 595, A2
64. S. Gillessen, F. Eisenhauer, S. Tripp, T. Alexander R., Genzel F. Martins and T. Ott, 2009. Monitoring stellar orbits around the Massive Black Hole in the Galactic Center. *The Astrophysical Journal*, 692, 2, 1075
65. S. Gillessen, P. M. Plewa, F. Eisenhauer, R. Sari, I. Waisberg, M. Habibi, O. Pfuhl, E. George, J. Dexter, S. von Fellenberg et al., 2017. An Update on Monitoring Stellar Orbits in the Galactic Center. *The Astrophysical Journal*, 837, 1, 30

66. O. Golubov, A. Just, O. Bienaymé, J. Bland-Hawthorn, B. K. Gibson, E. K. Grebel, U. Munari, J. F. Navarro, Q. Parker, G. Seabroke et al., 2013. The asymmetric drift, the local standard of rest, and implications from RAVE data. *Astronomy and Astrophysics*, 557, A92
67. Richard de Grijs and Giuseppe Bono, 2017. Clustering of Local Group Distances: Publication Bias or Correlated Measurements? V. Galactic Rotation Constants. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 232, 2, 22
68. W. Herschel 1783. On the proper motion of the Sun and Solar system. With an account of several changes that have happened among the fixed stars since the time of Mr. Flamsteed. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 73, 736
69. I. Heywood, I. Rammala, F. Camilo, W. D. Cotton, F. Yusef-Zadeh, T. D. Abbott, R. M. Adam, G. Adams, M. A. Aldera, K. M. B. Asad et al., 2022. The 1.28 GHz MeerKAT Galactic Center Mosaic. *The Astrophysical Journal*, 925, 2, 165.
70. David W. Hogg, Michael R. Blanton, Sam T. Roweis and Kathryn V. Johnston, 2005. Modeling Complete Distributions with Incomplete Observations: The Velocity Ellipsoid from Hipparcos Data. *The Astrophysical Journal*, 629, 1, 268
71. J.C. Kapteyn, 1905, Report of the Brit. Ass. for the Advancement of Science, 257
72. F. J. Kerr, D. Lynden-Bell, 1986. Review of galactic constants. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 221, 4, 1023
73. A. D. Klinichev, E. V. Glushkova, A. K. Dambis and L. N. Yalaliev, 2018. Absolute Proper Motions and the Kinematics of Globular Clusters. *Astronomy Reports*. 62, 12, 986
74. Gaia Collaboration: S. A. Klioner, L. Lindegren, F. Mignard, J. Hernández, M. Ramos-Lerate, U. Bastian, M. Biermann, A. Bombrun, A. de Torres,

- E. Gerlach et al., 2022. Gaia Early Data Release 3. The celestial reference frame (Gaia-CRF3). *Astronomy and Astrophysics*, 667, A148
75. Г. Корн та Т. Корн, 1968. Довідник з математики для науковців та інженерів. Визначення, теореми, формули. Наука, 720.
 76. М. А. Ковальський, 1860. Sur les lois du mouvement propre des étoiles du catalogue de Bradley. Учёные записки, издаваемые императорским Казанским университетом, 1, 47
 77. П.Г. Куликовский, 1985. Звездная астрономия, Наука, Москва, 272
 78. Bertil Lindblad, 1926. Cosmogonic consequences of a theory of the stellar system. *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, 19A, 21, 1
 79. Bertil Lindblad, 1926. Star-streaming and the structure of the stellar system (Second paper). *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, 19B, 7, 1
 80. Bertil Lindblad, 1926. Cosmogonic consequences of a theory of the stellar system. *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, 19A, 35, 1
 81. Gaia Collaboration: L. Lindegren, J. Hernández, A. Bombrun, S. Klioner, U. Bastian, M. Ramos-Lerate, A. de Torres, H. Steidelmüller, C. Stephenson, D. Hobbs et al., 2018. Gaia Data Release 2. The astrometric solution. *Astronomy and Astrophysics*, 616, A2
 82. L. Lindegren J. Hernández, A. Bombrun, S. Klioner, U. Bastian, M. Ramos-Lerate, A. de Torres, H. Steidelmüller, C. Stephenson, D. Hobbs et al., 2018. Gaia Data Release 2. The astrometric solution. *Astronomy and Astrophysics*, 616, A2
 83. Gaia Collaboration: L. Lindegren, S. A. Klioner, J. Hernández, A. Bombrun, M. Ramos-Lerate, H. Steidelmüller, U. Bastian, M. Biermann, A. de Torres, E. Gerlach et al., 2021. Gaia Early Data Release 3. The astrometric solution. *Astronomy and Astrophysics*, 649, A2
 84. L. Lindegren, U. Bastian, M. Biermann, A. Bombrun, A. de Torres, E. Gerlach, R. Geyer, J. Hernández, T. Hilger, D. Hobbs et al., 2021. Gaia

- Early Data Release 3. Parallax bias versus magnitude, color, and position. *Astronomy and Astrophysics*, 649, A4
85. А.В. Локтин, В.А. Марсаков, 2009. Лекции по звездной астрономии. Учебно-научная монография, 280
 86. C. Ma, E. F. Arias, T. M. Eubanks, A. L. Fey, A. Gontier, C. S. Jacobs, O. J. Sovers, B. A. Archinal, P. Charlot, 1998. The International Celestial Reference Frame as Realized by Very Long Baseline Interferometry. *The Astronomical Journal*, 116, 1, 516
 87. D. Majaess, I. Dékány, G. Hajdu, D. Minniti, D. Turner and W. Gieren, 2018. Establishing the Galactic Centre distance using VVV Bulge RR Lyrae variables. *Astrophysics and Space Science*, 363, 6, 127
 88. M. Mayor, 1970. Possible Influence of the Spiral Galactic Structure on the Local Distributions of Residual Stellar Velocities. *Astronomy and Astrophysics*, 6, 60
 89. M. Mayor, 1972. On the Vertex Deviation. *Astronomy and Astrophysics*, 18, 97
 90. Gaia Collaboration: F. Mignard, S. A. Klioner, L. Lindegren, J. Hernández, U. Bastian, A. Bombrun, D. Hobbs, U. Lammers, D. Michalik, M. Ramos-Lerate et al., 2018. Gaia Data Release 2. The celestial reference frame (Gaia-CRF2). *Astronomy and Astrophysics*, 616, A14
 91. E. A. Milne, 1935. Stellar Kinematics and the K-Effect. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 95, 7, 560
 92. I. Minchev and B. Famaey, 2010. A New Mechanism for Radial Migration in Galactic Disks: Spiral-Bar Resonance Overlap. *The Astrophysical Journal*, 722, 1, 112
 93. Masanori Miyamoto and Mitsuru Soma, 1993. Is the Vorticity Vector of the Galaxy Perpendicular to the Galactic Plane? I. Precessional Correction and Equinoctal Motion Correction to the FK5 System. *Astronomical Journal*, 105, 691

94. Masanori Miyamoto, Mitsuru Soma and Masanori Yoshizawa, 1993. Is the Vorticity Vector of the Galaxy Perpendicular to the Galactic Plane? II. Kinematics of the Galactic Warp. *Astronomical Journal*, 105, 2138
95. I. I. Nikiforov, 2004. Order and Chaos in Stellar and Planetary Systems, Proc. Conf. 17–24 August 2003, at St. Petersburg State University, Russia; edited by G. G. Byrd, K. V. Kholshevnikov, A. A. Myllari, I. I. Nikiforov, and V. V. Orlov (San Francisco: Astron. Soc. Pacific), ASP Conf. Ser. 316, 199
96. I. I. Nikiforov and A. V. Veselova, 2018, Numerical Study of Statistical Properties of the Galactic Center Distance Estimate from the Geometry of Spiral Arm Segments. *Astronomy Letters*, 44, 699
97. К. Ф. Огородников, 1932. О динамике звездных движений в галактической системе на основе теории потоков. *Астрономический журнал*, 4, 180
98. K. F. Ogorodnikov, 1965. Dynamics of Stellar Systems. Pergamon Press, 359
99. Rob P. Olling and Walter Dehnen, 2003. The Oort Constants Measured from Proper Motions. *The Astrophysical Journal*, 599, 1, 275
100. J. H. Oort, 1927. Observational evidence confirming Linblad’s hypothesis of a rotation of the galactic system. *Bulletin of the astronomical institutes of the Netherlands*. 3, 120, 275
101. M. A. C. Perryman, L. Lindegren, J. Kovalevsky, E. Hoeg, U. Bastian, P. L. Bernacca, M. Cr    , F. Donati, M. Grenon, M. Grewing et al., 1997. The HIPPARCOS Catalogue. *Astronomy and Astrophysics*, 323, L49
102. E. Poggio, R. Drimme, M. G. Lattanz, R. L. Smart, A. Spagna, R. Andrae, C. A. L. Bailer-Jones, M. Fouesneau, T. Antoja, C. Babusiaux et al., 2018. The Galactic warp revealed by Gaia DR2 kinematics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 481, 1, L21–L25
103. M. J. Reid, 1993. The Distance to the Center of the Galaxy. *Astronomy and Astrophysics*, 31, 345

104. M. J. Reid, K. M. Menten, X. W. Zheng, A. Brunthaler and Y. Xu, 2009. A Trigonometric Parallax of Sgr B2. *The Astrophysical Journal*, 705, 2, 1548
105. Kavan U. Ratnatunga and Arthur R. Upgren, 1997. Kinematics of Common Dwarf Stars: A Maximum-Likelihood Analysis. *The Astrophysical Journal*, 476, 2, 811
106. M. J. Reid, K. M. Menten, A. Brunthaler, X. W. Zheng, T. M. Dame, Y. Xu, Y. Wu, B. Zhang, A. Sanna, M. Sato et al., 2014. Trigonometric Parallaxes of High Mass Star Forming Regions: The Structure and Kinematics of the Milky Way. *The Astrophysical Journal*, 783, 2, 14
107. M. J. Reid, K. M. Menten, A. Brunthaler, X. W. Zheng, T. M. Dame, Y. Xu, J. Li, N. Sakai, Y. Wu, K. Immer et al., 2019. Trigonometric Parallaxes of High-mass Star-forming Regions: Our View of the Milky Way. *The Astrophysical Journal*, 885, 2, 131
108. M. J. Reid and A. Brunthaler, 2020. The Proper Motion of Sagittarius A*. III. The Case for a Supermassive Black Hole. *The Astrophysical Journal*, 892, 1, 39
109. С.П. Рыбка, 2004. Кинематика карликов в окрестности Солнца по данным каталога "Tycho-2". *Кинематика и физика небесных тел*, 20, 2, 133
110. Kanak Saha, Daniel Pfenniger and Ronald E. Taam, 2013. Meridional Tilt of the Stellar Velocity Ellipsoid during Bar Buckling Instability. *The Astrophysical Journal*, 764, 2, 123
111. K. Schwarzschild, 1907. Ueber die Eigenbewegung der Fixsterne. *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse*, 614
112. Martin C. Smith, S. Hannah Whiteoak and N. W. Evans, 2012. Slicing and Dicing the Milky Way Disk in the Sloan Digital Sky Survey. *The Astrophysical Journal*, 746, 2, 181

113. G. Stromberg, 1922. The distribution of the velocities of stars of spectral types F to M. *Astrophysical Journal*, 56, 265
114. Gustaf Strömberg, 1923. The Asymmetry in the Distribution of Stellar Velocities. *PNAS*, 9, 312
115. И.Е. Тарапов, 2002. Механика сплошной среды. Часть 2. Харьков, Золотые страницы, 515
116. Jacques P. Vallée, 2017. Recent advances in the determination of some Galactic constants in the Milky Way. *Astrophysics and Space Science*, 362, 79
117. Gaia Collaboration: A. Vallenari, A.G.A. Brown, T. Prusti, J.H.J. de Bruijne, F. Arenou, C. Babusiaux, M. Biermann, O.L. Creevey, C. Ducourant, D.W. Evans et al., 2022. Gaia Data Release 3: Summary of the content and survey properties. *Astronomy and Astrophysics* 649, A1
118. A.B. Velichko, P.N. Fedorov, V.S. Akhmetov, 2020. Kinematics of main sequence stars from the Gaia DR2 and PMA proper motions. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 494, 1, 1430
119. V. V. Vityazev, A. S. Tsvetkov and D. A. Trofimov, 2014. Kinematic analysis of stellar radial velocities by the spherical harmonics. *Astronomy Letters*, 40, 713
120. V. V. Vityazev and A. S. Tsvetkov, 2014. Intercomparison of kinematics derived from catalogues UCAC4, PPMXL and XPM with vector spherical harmonics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 442, 2, 1249
121. E. I. Vorobyov and Ch. Theis, 2018. Shape and orientation of stellar velocity ellipsoids in spiral galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 383, 3, 817
122. R. Wielen, 1974. The Kinematics and Ages of Stars in Gliese's Catalogue. *Highlights of Astronomy*, 3, 395

123. А.И. Яценко, 2001. Определение кинематических параметров Галактики по данным каталога ФОНАК. Кинематика и физика небесных тел, 17, 2, 166
124. C. Yuan, 1971. On the Kinematics of the Nearby Stars. 1. The Vertex Deviation of the Velocity Ellipsoids. Astronomical Journal, 76, 664
125. В.А. Захожай, 2005. Физика звезд и межзвездной среды. Кинематика и физика небесных тел, 21, 6, 414
126. В. Е. Жаров, 2006. Сферическая астрономия, Век 2, Фрязино, 480

ДОДАТОК А

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

Публікації у закордонному періодичному науковому виданні, що входить до міжнародної наукометричної бази Scopus

1. Fedorov P., Akhmetov, V., Velichko A., **Dmytrenko, A.**, Denischenko S., 2021. Kinematics of the Milky Way from the Gaia EDR3 red giants and subgiants. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 508, Iss. 2 P. 3055–3067 (Scopus, Q1).

DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/stab2821>

(Особистий внесок здобувача: брав участь в постановці, обговоренні та розв'язання поставленої задачі, реалізував алгоритм мовою програмування C++, створив програмне забезпечення для візуалізації отриманих результатів.)

2. Fedorov P., Akhmetov, V., Velichko A., **Dmytrenko, A.**, Denischenko S., 2023. Mapping the kinematic parameters of the Galaxy from the Gaia EDR3 red giants and sub-giants. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 518, Issue 2, Pages 2761–2774 (Scopus, Q1).

DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/stac3218>

(Особистий внесок здобувача: брав участь в постановці, обговоренні та розв'язання поставленої задачі. Запропонував використовувати прямокутну модель поля швидкостей зірок для оцінки кінематичних параметрів в площині Галактики. Створив програмне забезпечення для візуалізації отриманих результатів.)

3. **Dmytrenko, A.**, Fedorov P., Akhmetov, V., Velichko A., Denischenko S., 2023. The vertex coordinates of the Galaxy's stellar systems according to the Gaia DR3 catalogue. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 521, Issue 3, Pages 4247–4256 (Scopus, Q1).

DOI: <https://doi.org/10.1093/mnras/stad823>

(Особистий внесок здобувача: поставив та розв'язав задачу. Використав рівняння тривимірної моделі Огороднікова–Мілна в прямокутних координатах для оцінки кінематичних параметрів в площині Галактики. Розробив та використав метод оцінки відстані до вертексів Галактики за допомогою кінематичного аналізу. Створив власне програмне забезпечення для обробки даних та їх візуалізації. Автор брав участь в обговоренні та фізичній інтерпретації отриманих результатів. Підготував текст статті.)

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

4. **Dmytrenko, A.**, Fedorov P., Akhmetov V., Velichko A. The Coordinates Estimation of the Galactic Vertex by Mean of Kinematic Analysis of the Red Gigants and Subgigants Velocity Field Containing in the Gaia EDR3 Catalogue. Astronomy and beyond: astrophysics, cosmology, cosmomicrophysics, astroparticle physics, radioastronomy and astrobiology: International 21-th Gamow Conference-school, 15-21 August 2021.: abstr. Odesa, Ukraine, 2021. p. 10

(Особистий внесок здобувача: розробка програмного забезпечення, отримання та аналіз параметрів поля швидкостей зірок. Оцінка координат галактичного Вертєкса, інтерпретація отриманих результатів.)

5. **Dmytrenko, A.**, Fedorov P., Akhmetov V., Velichko A. The Coordinates Estimation of the Galactic Vertex by Mean of Kinematic Analysis of the Red Gigants and Subgigants Velocity Field Containing in the Gaia EDR3 Catalogue. Actual Questions of Ground-Based Observational Astronomy: International Conference. MAO-200, 15-21 September 2021.: abstr. Mykolaiv, Ukraine, 2021. p. 46

(Особистий внесок здобувача: розробка програмного забезпечення, отримання та аналіз параметрів поля швидкостей зірок. Оцінка координат галактичного Вертєкса, інтерпретація отриманих результатів.)

6. Fedorov P., Akhmetov V., Velichko A. **Dmytrenko, A.**, Denyshchenko S. Mapping The Kinematic Parameters Of The Galaxy From The Gaia EDR3 Data. Astronomy and beyond: astrophysics, cosmology, cosmomicrophysics, astroparticle physics, radioastronomy and astrobiology: International 22-th Gamow Conference-school, 22-26 August 2022.: abstr. Odesa, Ukraine, 2022. p. 9

(Особистий внесок здобувача: розробка програмного забезпечення, обчислення кінематичних параметрів, графічне представлення результатів.)