

СК

МВО УССР

ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ.А.М.ГОРЬКОГО

Аспирант В.Г. ПЕСЧАНСКИЙ

"НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ГАЛЬВАНО-
МАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ В МЕТАЛЛАХ"

Диссертация

на соискание учёной степени канди-
дата физико-математических наук

Научный руководитель

член-корреспондент АН УССР
профессор доктор физико-математиче-
ских наук И.М. ЛИФШИЦ

Х а р ь к о в

1 9 5 8

О Г Л А В Л Е Н И Е

	стр.
В В Е Д Е Н И Е	1
Глава 1. ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ С ЗАМКНУТЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ ФЕРМИ	9
§ 1. Электроны проводимости в магнитном поле. Кинетическое уравнение	10
§ 2. Решение кинетического уравнения, Прово- димость, удельное сопротивление, по- стоянная Холла	16
§ 3. Гальваномагнитные явления в металлах с почти равными числами электронов и "дырок"	25
В В О Д Ы	29
Глава II. О ГЕОМЕТРИИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ ОТКРЫТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ФЕРМИ	31
§ 1. Случай поверхности типа "гофрированный цилиндр"	33
§ 2. Случай поверхности типа "пространст- венная сетка"	34
§ 3. Случай поверхности типа "гофрированная плоскость"	38
§ 4. Изознергетические поверхности для ме- таллов с гранецентрированной кубической решеткой	39
Глава III. ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕТАЛЛОВ С ОТКРЫТЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ ФЕРМИ	46
§ 1. Кинетическое уравнение. Тензор прово- димости σ_{ik}	46
§ 2. Решение кинетического уравнения и тен- зор проводимости σ_{ik} в случае $\bar{W}=1$	52
§ 3. Асимптотика гальваномагнитных характе- ристик в сильных магнитных полях. Типы особых направлений магнитного поля	56

Глава 1У. ИССЛЕДОВАНИЕ АСИМПТОТИК ГАЛЬВАНО- МАГНИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТАЛЛОВ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ТИПОВ ПОВЕРХНОСТЕЙ ФЕРМИ	61
§ 1. Случай поверхности типа "гофрированный цилиндр"	61
§ 2. Случай поверхности типа "пространст- венная сетка"	69
§ 3. Случай поверхности типа "гофрированная плоскость"	78
§ 4. Гальваномагнитные свойства металлов с гранцентрированной кристаллической решеткой	82
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	88
ЛИТЕРАТУРА	91

В В Е Д Е Н И Е

Исследование энергетического спектра электронов в металле является одной из основных проблем теории металлов. Есть все основания полагать, что энергетический спектр электронов в металле носит фермиевский характер. Это означает, что при рассмотрении термодинамических и кинетических свойств металлов электроны в металле могут быть заменены идеальным Ферми-газом элементарных возбуждений, характеризуемых зарядом " e ", квазиимпульсом \vec{p} , энергией $\epsilon(\vec{p})$ и спином $1/2$.

О функции $\epsilon(\vec{p})$ известно, что она обладает центральной симметрией $\epsilon(-\vec{p}) = \epsilon(\vec{p})$ и периодична с периодом обратной решетки в пространстве импульсов. Благодаря симметрии кристаллической решетки функция $\epsilon(\vec{p})$ обладает также ещё дополнительными элементами симметрии /т.е. функция $\epsilon(\vec{p})$ остается инвариантной относительно любого преобразования группы симметрии уравнения Шредингера, описывающего состояние электрона, находящегося в периодическом поле кристаллической решетки/.

Некоторые термодинамические и кинетические свойства электронов в металле, помещенном в магнитное поле, очень чувствительны к изменению закона дисперсии $\epsilon(\vec{p})$. Например, период осцилляции магнитной восприимчивости электронов в металле с изменением величины магнитного поля /эффект де-Гааза-ван-Альфвена/ в сильной мере зависит от закона дисперсии [1].

В очень сильной мере зависят от закона дисперсии $\epsilon(\vec{p})$ также поверхностное сопротивление металлов в переменном высокочастотном магнитном поле /аномальный скин-эффект, циклотронный резонанс [2] /, продольное сопротивление в постоянном маг-

нитном поле, поле Холла и другие гальваномагнитные характеристики металлов [3].

Гальваномагнитные и магнитные свойства металлов могут служить в некотором смысле индикаторами вида энергетического спектра электронов в металле.

Исследование кинетических свойств металлов в магнитном поле /гальваномагнитные явления, скин-эффект/ представляет наибольший интерес производить в области сильных магнитных полей, когда взаимодействие электронов с нерегулярностями решетки /фононами, спиновыми волнами, примесями/ не играет существенной роли в определении кинетических коэффициентов в явлениях переноса. Под сильными магнитными полями мы понимаем поля, для которых характерное время движения электрона в магнитном поле /например, период Ларморовой прецессии/ много меньше характерного времени между двумя столкновениями электрона с нерегулярностями решетки. В таких магнитных полях за время между двумя столкновениями, т.е. на длине свободного пробега " l ", многократно успевает проявиться характер движения электрона в магнитном поле, и кинетические коэффициенты в основном определяются динамикой движения электрона в магнитном поле, которое в период времени между двумя столкновениями описывается уравнением

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{e}{c} [\vec{v}, \vec{H}] ; \quad \vec{v} = \nabla_{\vec{p}} \varepsilon \quad // ,$$

где H - напряженность магнитного поля,
 e - заряд электрона,
 c - скорость света.

Если направление магнитного поля принять за ось Z , то решением уравнения /I/ будет

$$\varepsilon = \text{const}, \quad p_z = \text{const} \quad /II/$$

В импульсном пространстве \vec{p} траектория движения электрона в магнитном поле описывается уравнением /II/ и, естественно, зависит от формы изоэнергетической поверхности

$$\varepsilon(\vec{p}) = \varepsilon = \text{const}.$$

В области сильных магнитных полей кинетические характеристики металлов слабо зависят от характера взаимодействия электронов с нерегулярностями кристаллической решетки /столкновений/.

Больше того, асимптотика некоторых гальваномагнитных характеристик /например, постоянной Холла при определенных условиях/ оказывается вовсе независимой от вида интеграла столкновений.

Область сильных магнитных полей $r \ll l$, r - радиус кривизны траектории электрона в магнитном поле /практически достижима пока лишь при очень низких температурах, когда длина свободного пробега " l " электрона для чистых металлов очень велика.

При низких температурах, вследствие фермиевского характера энергетического спектра электронов в металле в явлениях переноса заряда принимают участие лишь электроны, энергия которых отличается от фермиевской энергии ε_0 на величину не большую ширины размытия ($\sim kT$) фермиевской функции распределения электронов.

Благодаря этому обстоятельству асимптотика гальваномагнит-

ных характеристик металлов в области сильных магнитных полей при низких температурах в основном определяется топологией поверхности Ферми и изоэнергетических поверхностей, расположенных вблизи поверхности Ферми.

Условие $\tau \ll \ell$ при температурах значительно меньших дебаевской температуры равносильно условию $H \gg \rho_{00} \cdot n e c$, где ρ_{00} - остаточное сопротивление исследуемого образца в отсутствии магнитного поля, а n - плотность электронов проводимости. Даже для очень чистых металлов при низких температурах величина критического поля H_0 ($H_0 = \rho_{00} \cdot n e c$) порядка $10^3 - 10^4$ гаусс.

В области больших магнитных полей $H \gg H_0$ экспериментально наблюдается значительное увеличение сопротивления некоторых металлов / Zn, Be и др./, которое неограниченно возрастает с увеличением магнитного поля, а сопротивление некоторых других /например Sn, Al, La / достигает насыщения.

Анализируя большое количество экспериментальных данных по изучению гальваномагнитных явлений Кости [7] разделил все металлы на 2 группы:

I-я группа - металлы, сопротивление которых достигает насыщения в области сильных магнитных полей. Это, в основном, одновалентные металлы.

II-я группа - металлы, сопротивление которых в области сильных магнитных полей неограниченно возрастает с увеличением магнитного поля. В основном, характерно квадратичное возрастание сопротивления с увеличением магнитного поля

/ $\rho \sim H^2$ /. Это, преимущественно, двухвалентные металлы.

Позднее Е.С. Боровик [8] показал, что для металлов I-й группы характерно возрастание отношения поля Холла к составляющей электрического поля вдоль направления тока $\frac{E_y}{E_x}$ в области сильных магнитных полей /за ось X - принято направление электрического тока/, а для металлов II-й группы - убывание величины $\frac{E_y}{E_x}$ с возрастанием магнитного поля.

Однако, такое разделение металлов на 2 группы являлось условным. Ещё до работ Юсти в 1929г. П.Л. Капица [4] наблюдал для большого числа металлов /поликристаллических образцов/ линейный закон возрастания сопротивления с магнитным полем в области сильных магнитных полей /до 300000 гаусс/.

В 1935г. Юсти и Шефферс [5], изучая гальваномагнитные свойства монокристалла золота, обнаружили различный закон возрастания сопротивления с увеличением магнитного поля при различных ориентациях направления магнитного поля относительно кристаллографических осей. При одних ориентациях направления магнитного поля сопротивление неограниченно возрастает с увеличением магнитного поля в области сильных магнитных полей $H \gg H_0$, при других ориентациях направления магнитного поля - сопротивление имеет тенденцию к насыщению.

Аналогичный эффект наблюдался Юсти и сотрудниками для ряда других металлов [7].

В 1939г. В.Г. Лазарев, Н.М. Нахимович и Е.А. Парфенова⁶ наблюдали при различных ориентациях направления магнитного поля различный закон возрастания сопротивления с увеличением

магнитного поля для монокристалла цинка.

Резкую анизотропию сопротивления /различный закон изменения сопротивления с магнитным полем в зависимости от ориентации направления магнитного поля/ для ряда металлов наблюдал и Е.С. Боровик^[8,9].

Бети и Е.С. Боровик^к отнесли такие металлы к числу исключений из этих правил /разделение металлов на 2 группы/.

Однако, недавние работы Н.Е. Алексеевского и Ю.П. Гайдукова^[10,11] показали, что такими свойствами /различный закон изменения сопротивления с магнитным полем в зависимости от ориентаций направления магнитного поля относительно осей монокристалла при $H \gg H_0$ / обладает большинство металлов.

Н.Е. Алексеевскому и Ю.П. Гайдукову удалось наблюдать при некоторых ориентациях направления магнитного поля строгое насыщение сопротивления в области сильных магнитных полей и при некоторых других ориентациях направления магнитного поля - квадратичное возрастание сопротивления с увеличением магнитного поля / $\rho \sim H^2$ / для одного и того же монокристалла.

В теоретическом исследовании И.М. Лифшица, М.Я. Азбея и М.И. Каганова^[3] гальваномагнитных свойств металлов для произвольного вида интеграла столкновений и произвольного закона дисперсии $\epsilon(\vec{p})$ показано, что металлы с замкнутыми поверхностями Ферми можно разделить на 2 группы: для металлов 1-й группы сопротивление достигает насыщения в области сильных магнитных полей; для металлов 2-й группы сопротивление квадратично возрастает с величиной магнитного поля / $\rho \sim H^2$ / не-

зависимо от ориентации направления магнитного поля.

На простом примере открытой поверхности Ферми типа "гофрированный цилиндр" авторы [3] показали, что сопротивление может изменяться по различному закону с изменением величины магнитного поля для различных ориентаций направления магнитного поля и тока. Например, если направление магнитного поля перпендикулярно к оси "гофрированного цилиндра", а направление электрического тока не перпендикулярно этой оси, то продольное сопротивление ρ квадратично возрастает с величиной магнитного поля при $H \gg H_0$ ($\rho \sim H^2$), в то время, как для большинства остальных ориентаций поля и тока сопротивление достигает насыщения в полях $H \gg H_0$.

По-видимому, различный закон изменения сопротивления с величиной магнитного поля в области сильных магнитных полей в зависимости от ориентации направления магнитного поля относительно кристаллографических осей может быть объясненным, если предположить, что поверхность Ферми для такого металла - открытая.

В настоящей работе исследуются гальваномагнитные явления в металлах, для которых поверхность Ферми либо открытая, либо распадается на несколько областей в импульсном пространстве, из которых, по крайней мере, одна представляет собой открытую поверхность.

В I-й главе излагаются основные результаты работы И.М. Лифшица, М.Я. Азбея и М.И. Каганова [3] и подробно исследована асимптотика сопротивления и постоянной Холла в области сильных магнитных полей в случае, когда число электронов близко к числу "дырок" [22].

Главы II-IV посвящены исследованию гальваномагнитных явлений в металлах с открытыми поверхностями Ферми [24,28].

Глава II-я посвящена геометрии плоских сечений открытых изоэнергетических поверхностей.

В этой главе выясняется характер траекторий движения электрона / $\varepsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$ / в импульсном пространстве для открытых поверхностей Ферми и характер движения электрона в реальном пространстве для различных траекторий $\varepsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ в импульсном пространстве. Построены стереографические проекции направлений магнитного поля, приводящих к появлению открытых траекторий $\varepsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ для конкретных наиболее распространённых типов поверхностей Ферми.

В III-й главе решено кинетическое уравнение для функции распределения электронов проводимости в металле, определены асимптотика гальваномагнитных характеристик металлов с открытыми поверхностями Ферми и типы особых направлений магнитного поля, при которых угловая зависимость сопротивления /зависимость от ориентации направления магнитного поля/ имеет особенности: узкие глубокие минимумы, узкие максимумы, точки излома.

В IV-й главе исследуются полученные в гл. III результаты для конкретных типов открытых поверхностей Ферми.

Глава I

ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ С ЗАМНУТЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ ФЕРМИ

Большое число теоретических работ, посвященных исследованию гальваномагнитных явлений в металлах основывалось на предположении о квадратичной зависимости энергии от импульса электрона в металле. Теоретически вычисленные таким образом выражения для кинетических коэффициентов в явлениях переноса находились в противоречии с экспериментом. Такое приближение для закона дисперсии $\epsilon(\vec{p})$ явилось слишком не точным.

Созданная Зоммерфельдом [12] и Пайерлсом [13] еще в 1928-31 гг. теория гальваномагнитных явлений для электронов с квадратичной зависимостью энергии от импульса не объясняла неограниченный рост сопротивления некоторых металлов в области сильных магнитных полей. /Сопротивление в сильных магнитных полях по теории Зоммерфельда - Пайерлса должно достигать насыщения/.

Позднее рядом авторов [14-19] было выяснено, что это затруднение может быть устранено привлечением двухзонной модели с равными числами "дырок" и электронов. Однако, смысл искусственно вводимых в рассмотрение положительно заряженных частиц /"дырок"/ оставался не ясным. Частица называлась электроном или "дыркой" /положительно заряженной частицей/ в зависимости от того находится энергетический уровень Ферми вблизи дна зоны или вблизи верхней границ зоны Бриллюэна.

Совершенно непонятно к какому сорту носителей заряда

/электронам или "дыркам"/ следует отнести частицу в случае, когда соответствующий ей энергетический уровень находится в середине зоны Бриллюэна. Основываясь на конкретных модельных предположениях о электронной части энергетического спектра металла и характере взаимодействия электронов с решеткой для некоторых металлов была объяснена экспериментально наблюдаемая зависимость сопротивления и поля Холла от величины магнитного поля.

В частности, теоретически определенная В.И. Давыдовым и И.Я. Померанчуком [19] зависимость сопротивления и постоянной Холла от величины магнитного поля для висмута находилась в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Теоретическое рассмотрение гальваномагнитных явлений в металлах свободно от каких-либо специальных предположений о виде интеграла столкновений и о законе дисперсии $\epsilon(\vec{p})$, кроме самых общих представлений о фермиевском характере энергетического спектра электронов в металле было проведено в 1956г. И.М. Лифшицем, М.Я. Азбелем и Н.И. Кагановым [3].

§ 1. Электроны проводимости в магнитном поле. Кинетическое уравнение.

Носителями электрического тока в металлах являются элементарные возбуждения - электроны проводимости с зарядом " e ", квазиимпульсом \vec{p} , энергией $\epsilon(\vec{p})$ и спином $1/2$. Изоэнергетическая поверхность $\epsilon(\vec{p}) = \epsilon$ может быть как замкнутой, так и открытой. Если поверхность $\epsilon(\vec{p}) = \epsilon$ - замкнутая, то она расположена в пределах объема одной ячейки обратной решетки, вследствие периодичности функции $\epsilon(\vec{p})$,

и может представлять собой одну или несколько не пересекающихся областей, расположенных в пределах одной ячейки обратной решетки.

За время между двумя столкновениями траектория движения электрона в магнитном поле определяется уравнением движения

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{e}{c} [\vec{v}, \vec{H}]; \quad \vec{v} = \nabla_{\vec{p}} \epsilon \quad /1/$$

из которого следует

$$\begin{aligned} \epsilon &= \text{const} \\ p_z &= \text{const} \end{aligned} \quad , \quad /2/$$

а

$$t = -\frac{c}{eH} \int \frac{dl}{v_{\perp}}$$

где l - элемент дуги кривой /2/, взятый в направлении движения электрона по траектории в импульсном пространстве,

$$\vec{v}_{\perp} - \text{нормаль к кривой /2/,} \quad v_{\perp} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Направление магнитного поля здесь и в дальнейшем выбрано за ось z .

Для описания состояния электрона естественно воспользоваться в качестве независимых переменных сохраняющимися в магнитном поле величинами ϵ и p_z и безразмерной переменной $\tau = \frac{t}{T_0}$, характеризующей положение электрона на фазовой траектории в магнитном поле.

Вследствие принципа Паули в явлениях переноса электрического заряда участвуют электроны с энергией, отличающейся от фермиевской энергии на величину не большую, чем ширина размы-

тия фермиевской функции распределения электронов. Поэтому нас будут интересовать, в основном, поверхности постоянной энергии, равной энергии ферми ϵ_0 либо отличающейся от энергии ферми не более чем на величину размытия ($\sim kT$) фермиевской функции распределения. В этой главе мы ограничимся рассмотрением случая, когда все изоэнергетические поверхности $\epsilon(\vec{p}) = \epsilon_0 + \delta\epsilon$ /где $|\delta\epsilon|$ не более kT / - замкнуты.

В этом случае все траектории $\epsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ естественно замкнуты и расположены в пределах одной ячейки обратной решетки, и T_0 удобно определить как величину порядка периода обращения электрона по замкнутой траектории в импульсном пространстве

$$T_0 \approx \frac{c}{eH} \oint \frac{dp_x}{v_y} \quad /3/$$

T_0 обратно пропорционально величине магнитного поля.

Кинетическое уравнение для функции распределения в этих переменных запишется в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \tau} \cdot \dot{\tau} + \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \cdot \dot{\epsilon} + \frac{\partial f}{\partial p_z} \cdot \dot{p}_z + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{ст}} = 0 \quad /4/$$

Значения $\dot{\tau}$, $\dot{\epsilon}$ и \dot{p}_z определяются из уравнения движения, которое при наличии электрического и магнитного полей имеет вид

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{e}{c} [\vec{v}, \vec{H}] + e\vec{E},$$

$$a \quad \dot{\epsilon} = e\vec{E}\vec{v}; \quad \dot{p}_z = eE_z; \quad \dot{\tau} = \frac{1}{T_0} \left(1 - \frac{c}{v_{1H}} [\vec{v}_1, \vec{E}]_z \right) \dots /5/,$$

где \vec{E} - напряженность электрического поля ;

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{cr.} = \frac{1}{t_0} \widetilde{W} \{ f \} \quad - \text{интеграл столкновений ;}$$

t_0 - характерное время свободного пробега, а
 $|\widetilde{W}| \sim 1$

В дальнейшем будем считать, что энергия, приобретаемая электроном за время между двумя столкновениями мала по сравнению с температурой электронного газа и уравнение /4/ можно линеаризовать по электрическому полю \vec{E}

$$f = f_0 - et_0 \vec{E} \vec{\Psi}; \quad f_0 = \left[1 + e \frac{\epsilon - \epsilon_0}{kT} \right]^{-1} \quad /6/$$

Учёт квадратичных членов по \vec{E} в уравнении /4/ существенен, вообще говоря, при больших плотностях тока [20]

$$j \sim 10^5 \text{ --- } 10^6 \frac{\text{A}}{\text{см}^2}$$

Однако, для некоторых чрезвычайно чистых металлов при низких температурах, когда длина свободного пробега очень велика, появление нелинейных эффектов по \vec{E} можно ожидать при меньших плотностях тока, особенно для тех металлов, у которых часть сопротивления, обусловленная межэлектронным взаимодействием велика [20]. Для таких металлов нелинейные эффекты начинают проявляться при плотностях тока

$$j \geq (nes) \frac{\tau_{оee}^{5/4}}{\tau_{ee}^{1/2} \tau_{np}^{3/4}} \quad //1,$$

где s - скорость звука, " n " и " e " - плотность и заряд электронов, τ_{np} - время между столкновениями электрона с примесными центрами, τ_{ee} - время между столкновениями электронов друг с другом, а $\tau_{оee} = \tau_{ee}(\theta_0)$,
/ θ_0 - температура Дебая/.

Для большинства металлов условие //1/ можно представить в таком виде

$$j \geq (10^9 \div 10^{10}) \left(\frac{n_{np}}{n_0} \right)^{3/4} \frac{A}{\text{см}^2} \quad //1,$$

где $\frac{n_{np}}{n_0}$ - концентрация примесей в металле.

При плотностях тока

$$j \ll (10^9 \div 10^{10}) \left(\frac{n_{np}}{n_0} \right)^{3/4} \frac{A}{\text{см}^2} \quad //8/$$

учёт нелинейных эффектов не существенен. Будем считать, что условие //8/ всегда выполнено.

Квантование движения электрона в магнитном поле начинает играть существенную роль, когда радиус кривизны траектории электрона " r " сравним с постоянной решетки " a ", что соответствует чрезвычайно большому магнитному полю /порядка 10^8 гаусс/.

И.М. Лифшицем [21] было исследовано влияние квантовых эффектов на гальваномагнитные явления в металлах. Оказалось, что квантовые поправки к гальваномагнитным характеристикам

малы и если интересоваться областью магнитных полей, для которых справедливо неравенство

$$a \ll r \ll l,$$

то для анализа гальваномагнитных характеристик металлов в таких полях можно пользоваться уравнением /4/.

Подставив /6/ в /4/ и удерживая только линейные члены относительно слабого электрического поля \vec{E} , получим

$$\frac{t_0}{T_0} \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + \widetilde{W} \Psi = f'_0(\epsilon) \vec{v} \quad /9/$$

\vec{v} в уравнении /9/ уже не зависит от напряженности электрического поля и определяется из уравнения /1/:

$$v_x = - \frac{c}{eHT_0} \frac{\partial P_y}{\partial \tau}; \quad v_y = \frac{c}{eHT_0} \frac{\partial P_x}{\partial \tau} \quad /10/$$

Для замкнутых фазовых траекторий

$$\oint \frac{\partial P_x}{\partial \tau} d\tau = \oint \frac{\partial P_y}{\partial \tau} d\tau = 0$$

и средние значения по τ компонент скорости v_x и v_y равны нулю

$$\overline{v_x} = \overline{v_y} = 0 \quad /11/$$

Усредняя /9/ по τ , получим граничное условие для решения уравнения /9/

$$\overline{\widetilde{W}\{\Psi\}} = f'_0(\epsilon) \overline{v}; \quad /12/$$

§ 2. Решение кинетического уравнения.

Проводимость, удельное сопротивление,
постоянная Холла.

В области сильных магнитных полей

$$\gamma_0 = \frac{T_0}{t_0} = \frac{H_0}{H_c} \ll 1$$

уравнение /9/ можно решить методом последовательных приближений.

Представив Ψ_i в виде

$$\Psi_i = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_0^n \Psi_i^{(n)} \quad /13/$$

и подставив /13/ в /9/, получим цепочку уравнений

$$\frac{\partial \Psi_i^{(0)}}{\partial \tau} = 0;$$

$$\frac{\partial \Psi_i^{(1)}}{\partial \tau} + \tilde{W} \{ \Psi_i^{(0)} \} = f_0'(\epsilon) v_i; \quad /14/$$

$$\frac{\partial \Psi_i^{(k+1)}}{\partial \tau} + \tilde{W} \{ \Psi_i^{(k)} \} = 0; \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Решением уравнений /14/ является

$$\Psi_i^{(k)} = C_i^k(\epsilon, P_2) - \tilde{\Psi}_i^{(k)}, \quad /15/$$

где

$$\tilde{\Psi}_i^{(0)} = 0;$$

$$\tilde{\Psi}_i^{(k)} = \int_0^{\tau} \{ \tilde{W} \{ \Psi_i^{(0)} \} - f_0'(\epsilon) \cdot v_i \} d\tau; \quad /16/$$

$$\tilde{\Psi}_i^{(k)} = \int_0^{\tau} \tilde{W} \{ \Psi_i^{(k-1)} \} d\tau$$

$k = 2, 3, 4, \dots$

Независимые от τ величины $C_i^k(\epsilon, P_2)$ можно определить из условия /12/, которое запишем в таком виде

$$\overline{\tilde{W} \{ C_i^{(0)}(\epsilon, P_2) \}} = f'_0(\epsilon) \cdot \bar{v}_i \quad /17/$$

$$\overline{\tilde{W} \{ C_i^k(\epsilon, P_2) \}} = \overline{\tilde{W} \{ \tilde{\Psi}_i^{(k)} \}} \quad /18/$$

$k = 1, 2, 3, \dots$

Для замкнутых фазовых траекторий $\bar{v}_x = \bar{v}_y = 0$, и из

1126
/17/ следует

$C_x^{(0)} = C_y^{(0)} = 0$, но $C_z^{(0)} \neq 0$, так как, вообще говоря, $\bar{v}_z \neq 0$.

Отсюда легко вычисляется $\tilde{\Psi}_x^{(1)}$ и $\tilde{\Psi}_y^{(1)}$.

Для первых не исчезающих членов разложения Ψ_i в ряд по степеням γ_0 получим следующие выражения

$$\Psi_x = \gamma_0 \left\{ C_x^{(1)}(\epsilon, P_2) - \frac{c}{eHT_0} P_y \cdot f'_0(\epsilon) \right\} + \gamma_0^2 \dots$$

$$\Psi_y = \gamma_0 \left\{ C_y^{(1)}(\epsilon, P_2) + \frac{c}{eHT_0} P_x \cdot f'_0(\epsilon) \right\} + \gamma_0^2 \dots \quad /19/$$

$$\Psi_z = C_z^{(0)}(\epsilon, P_2) + \gamma_0 \dots$$

Зная решение кинетического уравнения /9/, не представляет труда вычислить плотность электрического тока

$$j_i = \frac{2e}{h^3} \int v_i f(d\vec{p})$$

/20/

Здесь интеграл понимается в следующем смысле

$$\int \dots d\vec{p} = \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{1}{y} \int_{(yV_0)} \dots d\vec{p}$$

где V_0 - объём одной ячейки обратной решетки, а y - число ячеек.

В случае замкнутой поверхности Ферми интегрирование можно производить только по одной ячейке обратной решетки.

Подставляя в /20/ вместо f выражение /6/ и сравнивая полученное выражение с законом Ома $j_i = \sigma_{ik} E_k$ для компонент тензора проводимости получим следующее выражение

$$\sigma_{ik} = -2e^2 t_0 h^{-3} \int v_i \psi_k(d\vec{p})$$

/21/

Интегрирование в /21/ удобно производить по переменным ϵ , P_z и τ . Для этого необходимо вычислить якобиан перехода от переменных P_x, P_y, P_z к переменным ϵ, P_z, τ , который легко вычисляется из уравнения движения

$$\frac{\partial P_x}{\partial \tau} = \frac{eH\tau_0}{c} v_y,$$

если учесть, что $v_y = \frac{\partial \epsilon}{\partial P_y} = \frac{\partial (\epsilon, P_x, P_z)}{\partial (P_y, P_x, P_z)}$,

а P_x является функцией τ при постоянной энергии ϵ

и постоянном значении проекции импульса P_z .

Уравнение движения принимает вид

$$\frac{\partial (P_x, \varepsilon, P_z)}{\partial (\tau, \varepsilon, P_z)} = \frac{eH\tau_0}{c} \cdot \frac{\partial (\varepsilon, P_x, P_z)}{\partial (P_y, P_x, P_z)}$$

и якобиан перехода

$$\frac{\partial (P_y, P_x, P_z)}{\partial (\varepsilon, P_z, \tau)} = \frac{eH\tau_0}{c} \quad /22/$$

Подставляя /10/ и /19/ в /21/, легко показать, что асимптотике $\bar{\sigma}_{xx}$ и $\bar{\sigma}_{yy}$ в сильных магнитных полях пропорциональна γ_0^2

$$\begin{aligned} \gamma_0 \int v_x \psi_x^{(1)} d\vec{p} &= \gamma_0 \int v_y \psi_y^{(1)} d\vec{p} = \\ &= \gamma_0 \int \frac{\partial P_x}{\partial \tau} \left\{ C_y^{(1)}(\varepsilon, P_z) + \frac{c}{eH\tau_0} P_x f_0'(\varepsilon) \right\} d\tau d\varepsilon dP_z = 0 \end{aligned}$$

т.к. $\oint \frac{\partial P_x}{\partial \tau} d\tau = 0$ и $\oint P_x \frac{\partial P_x}{\partial \tau} d\tau = \frac{1}{2} \oint \frac{\partial P_x^2}{\partial \tau} d\tau = 0$

Разложение недиагональных компонент тензора $\bar{\sigma}_{ik}$ в ряд по степеням γ_0 начинается, вообще говоря, с линейного члена по γ_0 , хотя некоторые из этих членов разложения могут обращаться в нуль в силу дополнительной симметрии функции $\varepsilon = \varepsilon(\vec{p})$, связанной с симметрией кристаллической решетки

$$\bar{\sigma}_{ik} = \begin{pmatrix} \gamma_0^2 a_{xx} & \gamma_0 a_{xy} & \gamma_0 a_{xz} \\ \gamma_0 a_{yx} & \gamma_0^2 a_{yy} & \gamma_0 a_{yz} \\ \gamma_0 a_{zx} & \gamma_0 a_{zy} & a_{zz} \end{pmatrix} \quad /23/$$

Все матричные элементы a_{ik} , кроме a_{yx} и a_{xy} , зависят от вида интеграла столкновений.

Учитывая, что

$$\iint P_y \frac{\partial P_x}{\partial z} dz dP_z = \iint P_y dP_x dP_z = \int S(\epsilon, P_z) dP_z = V$$

и обозначая $2h^{-3}V$ через " n ", где n - число частиц в объеме V фазового пространства, для $\tilde{\sigma}_{yx}$ получим следующее выражение

$$\tilde{\sigma}_{yx} = \pm \frac{n e c}{H} \quad /24'/$$

Если нормаль к поверхности Ферми $\vec{e} = \frac{\frac{\partial \epsilon}{\partial \vec{p}}}{|\frac{\partial \epsilon}{\partial \vec{p}}|}$ направлена внутрь поверхности, т.е. поверхность Ферми охватывает область энергий, больших чем энергия Ферми, то в выражении /24'/ следует взять знак минус, в противном случае - следует взять плюс /+/'.

В первом случае квазичастица ведёт себя как положительно заряженная частица /"дырка"/, во втором - как отрицательно заряженная частица /"электрон"/.

Следует отметить, что если поверхность Ферми распадается на несколько замкнутых областей, расположенных в пределах одной ячейки обратной решетки, то в $\tilde{\sigma}_{ik}$ суммируется вклад от каждой такой области и тогда $\tilde{\sigma}_{yx}$ приобретает вид

$$\tilde{\sigma}_{yx} = \frac{n_1 - n_2}{H} e c \quad /24/,$$

где n_1 - число электронов,
 n_2 - число "дырок".

Если число электронов равно числу "дырок" $n_1 = n_2$, то для ψ_x необходимо вычислить следующее приближение по γ_0 .

Так как $\psi_i(\epsilon, p_z, \tau)$ является периодической функцией τ , то уравнение /9/ целесообразно решать с помощью метода Фурье.

Положение электрона на фазовой траектории удобно определять фазой φ , которая связана с периодом обращения $T = T(\epsilon, p_z)$ электрона по замкнутой траектории

$\epsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$ следующим условием

$$\varphi = 2\pi \frac{t}{T}$$

Введя обозначение $\gamma = \frac{T}{2\pi T_0} \gamma_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{T}{t_0}$

уравнение /9/ приводится к виду

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial \varphi} + \gamma \tilde{W}\{\psi_i\} = \gamma f'_0(\epsilon) \cdot \psi_i \quad /25/$$

Представив ψ_i и ψ_i в виде ряда Фурье

$$\psi_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_i^k(\epsilon, p_z) \cdot e^{ik\varphi}$$

$$\psi_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_i^k(\epsilon, p_z) \cdot e^{ik\varphi} \quad /26/$$

и подставляя /26/ в /25/ получим для компонент Фурье следующие уравнения

$$i k \Psi_i^k + \gamma W_{kk'} \Psi_i^{k'} = \gamma f_0'(\varepsilon) v_i^k \quad /27/$$

где
$$W_{kk'} = \int \tilde{W}(\varepsilon, p_2, \varphi) \cdot e^{i(k-k')\varphi} d\varphi$$

Для решения уравнения /27/ удобно Ψ_i^0 выразить через все остальные компоненты Фурье функции Ψ_i

$$W_{00} \Psi_i^0 + W_{0k} \Psi_i^k = f_0'(\varepsilon) v_i^0$$

Решая это уравнение относительно Ψ_i^0 , $k \neq 0$, получим

$$\Psi_i^0 = W_{00}^{-1} v_i^0 f_0'(\varepsilon) - \sum_{k \neq 0} W_{00}^{-1} W_{0k} \Psi_i^k \quad /28/$$

Компоненты Фурье Ψ_i^k для $k \neq 0$ определяются из уравнения

$$\Psi_i^k - \gamma L_{kk'} \Psi_i^{k'} = \gamma h_k \quad /29/$$

$k, k' \neq 0$

где

$$L_{kk'} = \frac{i}{k} \{ W_{kk'} - W_{k0} W_{00}^{-1} W_{0k'} \}$$

а

$$h_k = -\frac{i}{k} f_0'(\varepsilon) \{ v_i^k - W_{k0} W_{00}^{-1} v_i^0 \}$$

$k, k' \neq 0$

Решая уравнение /29/, получим

$$\Psi_i^k = (1 - \gamma \hat{L})_{kk'}^{-1} \gamma h_{k'} \quad /30/$$

Воспользовавшись /26/ и /30/, для компонент тензора проводимости $\hat{\sigma}_{ie}$ получим следующее выражение

$$\begin{aligned} \sigma_{ie} &= -2e^2 t_0 h^{-3} \left\{ \iint v_i^0 \psi_i^0 d\varepsilon dp_z + \sum_{k=1}^{\infty} \iint (v_i^{-k} \psi_e^k + v_i^k \psi_e^{-k}) d\varepsilon dp_z \right\} = \\ &= -2e^2 t_0 h^{-3} \iint f_0'(\varepsilon) d\varepsilon dp_z \left\{ v_i^0 v_e^0 W_{00}^{-1} - v_i^0 \cdot 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^{\infty} W_{00}^{-1} W_{0k} (1-\gamma \hat{L})^{-1} \right. \\ &\left. \cdot h_k + 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^{\infty} v_i^{-k} (1-\gamma \hat{L})^{-1} \frac{\gamma v_e^k}{i k} - 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^{\infty} v_i^{-k} (1-\gamma \hat{L})^{-1} \frac{\gamma W_{k0} W_{00}^{-1} v_e^0}{i k} \right\} \end{aligned}$$

.../31/

В частном случае $\tilde{W} = 1$ выражение /31/ приобретает весьма простой вид

$$\sigma_{ie} = -2e^2 t_0 h^{-3} \iint f_0'(\varepsilon) d\varepsilon dp_z \left\{ v_i^0 v_e^0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(v_i^{-k} v_e^k + v_i^k v_e^{-k}) + \frac{i k}{\gamma} (v_i^k v_e^{-k} - v_i^{-k} v_e^k)}{\frac{k^2}{\gamma^2} + 1} \right\}$$

.../32/

Исследуя выражения /31/ и /32/, легко заметить, что разложение в ряд по степеням γ_0 или γ компоненты σ_{zz} начинается с нулевого члена разложения, так как $v_z^0 \neq 0$ / $v_z^0 = \bar{v}_z$ /. Разложение в ряд по степеням γ для всех остальных компонент σ_{ik} при $\gamma \ll 1$ начинается с квадратичного члена по γ_0 для диагональных матричных элементов / σ_{xx} и σ_{yy} / и с линейного члена по γ_0 для недиагональных матричных элементов σ_{ik} . При $\gamma \ll 1$ формула /31/ переходит в /23/.

В экспериментах обычно измеряется сопротивление и поле Холла, а не проводимость. Сопротивление представляет собой величину обратную проводимости.

В случае $n_1 \neq n_2$ тензор сопротивления ρ_{ik} имеет вид

$$\rho_{ik} = (\sigma^{-1})_{ik} = \begin{pmatrix} v_{xx} & \gamma_0^{-1} v_{xy} & v_{xz} \\ \gamma_0^{-1} v_{yx} & v_{yy} & v_{yz} \\ v_{zx} & v_{zy} & v_{zz} \end{pmatrix} \quad /33/$$

причём $v_{yx} = \frac{1}{a_{yx}}$;

Постоянная Холла

$$R = \frac{E_y}{j_x H} = \frac{\rho_{yx}}{H} = \frac{1}{nec} \quad /34/$$

где $n = n_1 - n_2$ ($n_1 \neq n_2$)

В случае $n_1 \neq n_2$ продольное сопротивление достигает насыщения в области сильных магнитных полей $\gamma_0 \ll 1$, а постоянная Холла R не зависит от вида интеграла столкновений. Если $n_1 = n_2$, то тензор сопротивления ρ_{ik} имеет другой вид, отличный от /33/. В частности, продольное сопротивление ρ_{xx} и ρ_{yy} - квадратично возрастает с увеличением магнитного поля.

Все металлы с замкнутыми изоэнергетическими поверхностями ферми /и если поверхности вблизи $\sim kT$ / фермиевской поверхности тоже замкнуты/ можно разделить на 2 группы.

1. Металлы, для которых число электронов не равно числу дырок $n_1 \neq n_2$.

Продольное сопротивление для таких металлов достигает насыщения в области сильных магнитных полей, а постоянная Холла R является действительно постоянной величиной, не зависящей от величины и направления магнитного поля и вида интеграла столкновений.

2. Металлы, для которых число электронов равно числу "дырок" $n_1 = n_2$.

Продольное сопротивление для таких металлов квадратично возрастает с увеличением магнитного поля в области сильных магнитных полей $\gamma_0 \ll 1$, а постоянная Холла не зависит от величины магнитного поля при $\gamma_0 \ll 1$, но является сложной функцией углов и вида интеграла столкновений.

Равенства числа "дырок" и электронов следует ожидать у двувалентных металлов если, конечно, поверхности Ферми и изоэнергетические поверхности вблизи фермиевской - замкнуты.

Однако строгое выполнение равенства числа электронов и "дырок" $n_1 = n_2$ практически невозможно достичь, так как даже в чрезвычайно чистых реальных металлах всё-таки содержатся небольшие количества примеси, благодаря чему равенство $n_1 = n_2$ нарушается. Рассмотрению случая, когда n_1 близко к n_2 , посвящен следующий параграф.

§ 3. Гальваномагнитные явления в металлах с почти равными числами электронов и "дырок" [22].

Для ряда металлов, содержащих небольшое количество примесей, следует ожидать приближенное равенство числа электронов и "дырок" ($n_1 \approx n_2$). Наличие дополнительного малого параметра $\frac{\Delta n}{n}$ ($\Delta n = n_1 - n_2$; $n = \frac{n_1 + n_2}{2}$) позволяет уточнить зависимость компонент тензора сопротивления ρ_{ik} от величины магнитного поля.

Разложение всех компонент тензора a_{ik} /см. /23/ /, кроме σ_{yx} и a_{xy} , в ряд по степеням $\frac{\Delta n}{n}$ начинается

с нулевого члена, а a_{yx} и a_{xy} - с линейного члена. Воспользовавшись этим обстоятельством легко вычислить

$$\det(\sigma_{ik}) = \left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 \left(\frac{nc}{H}\right)^2 a_{zz} + \beta \left(\frac{H_0}{H}\right)^4$$

где $\beta \gg \gamma_0$, β зависит от вида интеграла столкновений и ориентации направления магнитного поля относительно осей кристалла.

Не представляет труда вычислить продольное сопротивление " ρ " и постоянную Холла R .

Продольным сопротивлением обычно называют отношение величины электрического поля вдоль направления тока к величине тока

$$\rho = \frac{\vec{E} \vec{j}}{j^2}$$

Воспользовавшись законом Ома $E_i = \rho_{ik} j_k$ получим

$$\rho = \rho_{ik} \frac{j_i j_k}{j^2}$$

Если направление электрического тока перпендикулярно к направлению магнитного поля, то, выбрав направление тока за ось X-ов, получим

$$\rho = \rho_{xx} = \frac{\sigma_{yy} \sigma_{zz} - \sigma_{zy} \sigma_{yz}}{\text{Det } \sigma} = \rho' \frac{\left(\frac{H}{H_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{\Delta n}{n} \frac{H}{H_1}\right)^2} \quad /35/$$

где $H_1 = \left(\frac{\beta}{a_{zz}}\right)^{1/2} \left(\frac{H_0}{nc}\right) H_0$ по порядку величины примерно совпадает с H_0 , но в отличие от H_0 зависит от вида интеграла столкновений и ориентации направления магнитного

поля относительно кристаллографических осей.

В очень сильных магнитных полях $H \gg H_c \left| \frac{n}{\Delta n} \right|$

сопротивление ρ достигает насыщения, так же как и в случае $n_1 \neq n_2$. Однако в магнитных полях H , удовлетворяющих условию

$$H_c \ll H \ll H_c \left| \frac{n}{\Delta n} \right|$$

сопротивление квадратично возрастает с увеличением магнитного поля

$$\rho = \begin{cases} \rho' \left(\frac{H}{H_c} \right)^2 & ; \quad H_c \ll H \ll H_c \left| \frac{n}{\Delta n} \right| \\ \rho' \left(\frac{n}{\Delta n} \right)^2 & ; \quad H \gg H_c \left| \frac{n}{\Delta n} \right| \end{cases}$$

/36/

Для определения постоянной Холла необходимо вычислить поперечное сопротивление. Следует заметить, что обычно по-
лем Холла называют величину $\frac{E_y(H) - E_y(-H)}{2}$ /считаем,
что ось X-ов совпадает с направлением тока \vec{j} /.

В этом случае

$$R = \frac{E_y}{j_x H} = \frac{\rho_{yx}(H) - \rho_{yx}(-H)}{2H}$$

Определив ρ_{yx} , получим для R

$$R = \frac{1}{nec} \cdot \frac{b + \frac{\Delta n}{n} \left(\frac{H}{H_c} \right)^2}{1 + \left(\frac{\Delta n}{n} \frac{H}{H_c} \right)^2}$$

/37/

$$H \gg H_c$$

Величина " ν " порядка единицы.

В чрезвычайно сильных магнитных полях постоянная Холла также не зависит от величины и направления магнитного поля и вида интеграла столкновений, как и в случае $n_1 \neq n_2$

Согласно /37/ имеем

$$R = \begin{cases} \frac{\nu}{n e c} + \frac{\Delta n}{n^2 e c} \left(\frac{H}{H_1} \right)^2; & H_1 \ll H \ll H_1 \left| \frac{n}{\Delta n} \right| \\ \frac{1}{\Delta n \cdot e c} & H \gg \left| \frac{n}{\Delta n} \right| H_1 \end{cases} \quad /38/$$

Так как в области не слишком сильных полей

$$H_1 \ll H \ll \left| \frac{n}{\Delta n} \right| H_1$$

величина R изменяется с магнитным полем по квадратичному закону /см. /38/ / и уже не является постоянной величиной, то эффект Холла часто характеризуют величиной $\frac{E_y}{E_x}$ отношения поля Холла к составляющей электрического поля вдоль направления тока

$$\frac{E_y}{E_x} = \frac{E_y(H) - E_y(-H)}{2 E_x(H)} = \frac{\rho_{yx}(H) - \rho_{yx}(-H)}{2 \rho_{xx}} = \frac{R H}{\rho}$$

Особый интерес представляет величина

$$\frac{E_y}{E_x} H = \frac{R}{\rho} H^2$$

~~линейный член которой относительно H^2 не зависит от вида интеграла столкновений~~

$$\frac{E_y}{E_x} H = \frac{R}{\rho} H^2 = \frac{\nu}{\rho' n e c} H_1^2 + \frac{\Delta n}{n} \frac{1}{\rho' n e c} H^2 \quad /39/$$

Коэффициент при H^2 в правой части /39/ может служить критерием чистоты металла и характера примеси /электронная или "дырочная" примесь/.

Отметим еще, что настоящие результаты находятся в хорошем согласии с экспериментами Н.Е. Алексеевского, Н.Л. Брандта и Т.И. Костиной [23], производившимися на Bi с малыми количествами примеси.

Действительно, вне зависимости от закона дисперсии величина $H \frac{E_y}{E_x}$ /см. [23] / линейно зависит от квадрата величины магнитного поля, причём знак коэффициента при H^2 определяется знаком Δn .

В Н В О Д Ы

1. По характеру зависимости сопротивления от величины магнитного поля металлы с замкнутыми поверхностями Ферми можно разделить на 2 группы. Для металлов с равными числами электронов и "дырок" $n_1 = n_2$ в области сильных магнитных полей сопротивление квадратично возрастает с увеличением магнитного поля независимо от ориентации направления магнитного поля относительно кристаллографических осей.

Для металлов с $n_1 \neq n_2$ сопротивление достигает насыщения в области сильных магнитных полей, также независимо от ориентации направления магнитного поля относительно кристаллографических осей.

2. Для металлов, у которых при одних ориентациях направления магнитного поля сопротивление квадратично возрастает с магнитным полем, а при других - достигает насыщения в об-

ласти сильных магнитных полей, следует допустить, что изоэнергетическая поверхность Ферми открытая, либо вблизи поверхности Ферми расположена открытая изоэнергетическая поверхность.

$\epsilon(\mathbf{p}) = \epsilon_0 + \frac{1}{2} m v^2$... $\epsilon_0 = \text{const}$... $\epsilon_1 = \text{const}$...

Важно отметить, что ... P_2 ... P ...

$$U_{\mathbf{p}} = \frac{c}{2\pi} \frac{dP}{d\epsilon}$$

Следует отметить, что ... $P_2(\epsilon)$... $P_1 = \text{const}$... $P_2 = \text{const}$...

Г л а в а П

О ГЕОМЕТРИИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ ОТКРЫТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ
ФЕРМИ

В случае открытой изоэнергетической поверхности

$\varepsilon(\vec{p}) = \varepsilon$ траектории движения электрона $\varepsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$ в импульсном пространстве могут быть как

замкнутыми, так и открытыми линиями, проходящими через всю обратную решетку. Характер движения электрона в обычном пространстве существенно различен в зависимости от того, является траектория движения электрона в импульсном пространстве замкнутой или открытой линией.

Если выбрать координатные оси таким образом, чтобы среднее направление открытой траектории совпадало с осью P_x /напомним, что ось P_z - есть нормаль к плоскому сечению изоэнергетической поверхности, в котором расположена траектория движения электрона в P - пространстве/, то из уравнения движения

$$v_y = \frac{c}{eH} \cdot \frac{dP_x}{dt}$$

следует $\overline{v_y} \neq 0$, так как $P_x(t)$ помимо осциллирующих слагаемых содержит также слагаемое, которое является монотонно возрастающей /убывающей/ функцией t . Благодаря этому обстоятельству движение электрона в реальном пространстве инфинитно во всей плоскости YZ , в то время как для электрона, у которого траектория движения в P - пространстве ($\varepsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$) - замкнутая линия, движение в обычном пространстве инфинитно только вдоль оси Z .

Особый характер движения электрона в реальном пространстве, траектория $\varepsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ которого - открытая линия, находит свое отражение в явлениях переноса.

Однако не при каждом направлении магнитного поля сечения плоскостью $p_z = \text{const}$ открытой изоэнергетической поверхности содержат открытые траектории. Если открытые траектории появляются лишь при некоторых изолированных значениях p_z , то интегрирование по ним никакого вклада в тензор проводимости σ_{ik} не вносит.

Только при тех направлениях магнитного поля, при которых существует целый слой /по p_z / открытых траекторий, интегрирование по ним вносит существенный вклад в тензор σ_{ik} .

Совокупность направлений магнитного поля, при которых возможен слой открытых траекторий, определяется структурой открытой изоэнергетической поверхности.

Для удобства рассуждений ограничимся рассмотрением открытых изоэнергетических поверхностей только типа "гофрированный цилиндр" /рис. 1/, поверхности, представляющей собой пространственную сетку из гофрированных цилиндров /рис. 2/ и поверхности "гофрированная плоскость" /рис. 5, 6/.

Такого типа поверхности являются наиболее распространенными. Уже сейчас существование поверхности Ферми типа "пространственная сетка" экспериментально обнаружено. Пиллардом [25] для меди, а поверхность Ферми типа "гофрированный цилиндр" - Б.И. Верниным [26] для цинка.

Результаты, вытекающие из рассмотрения указанных выше типов поверхностей, не представляет труда обобщить на слу-

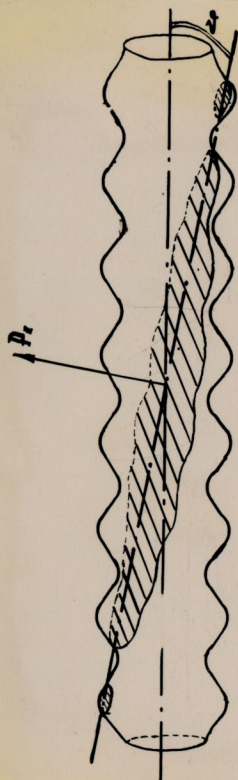


Рис. 1

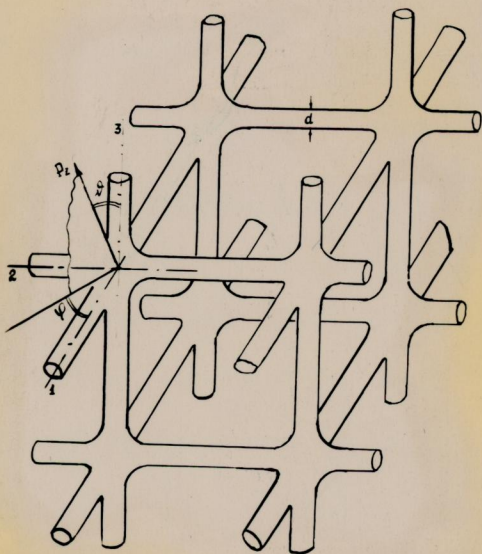


Рис. 2

Рис. 1. Сечение плоскостью $P_2 = \text{const}$ изоэнергетической поверхности типа "гофрированный цилиндр".

Рис. 2. Изоэнергетическая поверхность типа "пространственная сетка".

чай произвольной открытой поверхности, так как сечения этих поверхностей плоскостью $p_z = \text{const}$ содержат траектории $\xi = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ всевозможных типов: замкнутые и открытые, обладающие и не обладающие периодичностью обратной решетки.

Определение областей направлений магнитного поля, приводящих к открытым сечениям, будет проведено для конкретных типов поверхностей.

§ 1. Случай поверхности типа "гофрированный цилиндр"

Для поверхности типа "гофрированный цилиндр" открытые фазовые траектории встречаются только в том случае, когда направление магнитного поля перпендикулярно к оси цилиндра. В этом случае существует целый слой /по p_z / открытых сечений, причём направление открытых траекторий параллельно оси цилиндра. Во всех остальных случаях траектории $\xi = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ - замкнутые линии. Однако, когда направление магнитного поля близко к плоскости, перпендикулярной к оси цилиндра /что соответствует на рис. 1 малым углам ϑ /, помимо небольших траекторий, расположенных в пределах одной ячейки обратной решетки, существуют сильно вытянутые замкнутые траектории, проходящие через несколько ячеек обратной решетки.

Среднее значение скорости $\overline{(v_y)}_{t_0}$ за время свободного пробега t_0 на такой сильно вытянутой траектории /ось p_x направим по большой полуоси "гофрированного" эллипса / может быть отличным от нуля $\overline{(v_y)}_{t_0} \neq 0$ и электрон за время между двумя столкновениями может иметь тенденцию к инфинитному

движению в направлении оси Y . По мере уменьшения угла ϑ эти траектории сильно вытягиваются /их длина порядка $\frac{b}{\vartheta}$, где " b " - период обратной решетки/ и в пределе $\vartheta = 0$ каждая из таких сильно вытянутых замкнутых траекторий разрывается на 2 открытые.

§ 2. Случай поверхности типа "пространственная сетка"

Для поверхности типа "пространственная сетка" открытые траектории встречаются гораздо чаще, чем для поверхности типа "гофрированный цилиндр". Помимо направлений магнитного поля, перпендикулярных к осям "гофрированных" цилиндров, образующих пространственную сетку /для поверхности, изображенной на рис. 2 такие направления магнитного поля расположены в главных кристаллографических плоскостях $/1,0,0/$, $/0,1,0/$ и $/0,0,1/$ /, существуют двумерные множества направлений магнитного поля, расположенные вокруг кристаллографических осей, при которых также возможны открытые траектории

$$\xi = \text{const}, \quad p_z = \text{const}.$$

В первом случае, т.е. когда направление магнитного поля перпендикулярно к оси цилиндра, направление открытых траекторий параллельно кристаллографической оси, т.е. оси цилиндра, также как и в случае поверхности типа "гофрированный" цилиндр.

Во втором случае - открытые траектории проходят через сетку цилиндров и среднее направление таких траекторий совпадает с линией пересечения плоскости перпендикулярной направлению магнитного поля с ближайшей по углу главной кри-

сталлографической плоскостью.

Для определения границ областей направлений магнитного поля, при которых существуют открытые плоские сечения $P_2 = \text{const}$ изоэнергетической поверхности типа "пространственная сетка" /см. рис. 2/ необходимо знать аналитическое выражение для поверхности. Величина этих областей направлений магнитного поля зависит от толщины и формы гофрированных трубок, образующих "пространственную сетку".

Однако, некоторые утверждения справедливы для поверхности типа "пространственная сетка" независимо от формы и толщины гофрированных трубок:

1/ когда направление магнитного поля направлено вдоль кристаллографической оси, т.е. перпендикулярно одновременно к осям двух пересекающихся цилиндров, открытые сечения плоскостью $P_2 = \text{const}$ возникают при некоторых изолированных значениях P_2 и никакого вклада в тензор σ_{ik} не вносят ;

2/ когда направление магнитного поля расположено в любой из главных кристаллографических плоскостей и не совпадает ни с одной из кристаллографических осей, т.е. направление магнитного поля перпендикулярно к оси одного цилиндра и не перпендикулярно всем остальным неколлинеарным осям цилиндров, то существует целый слой /по P_2 / открытых сечений, интегрирование по которым вносит существенный вклад в тензор σ_{ik} ;
когда направление магнитного поля близко к кристаллографической оси /область I на рис. 4/ также возможно появление целого слоя открытых сечений.

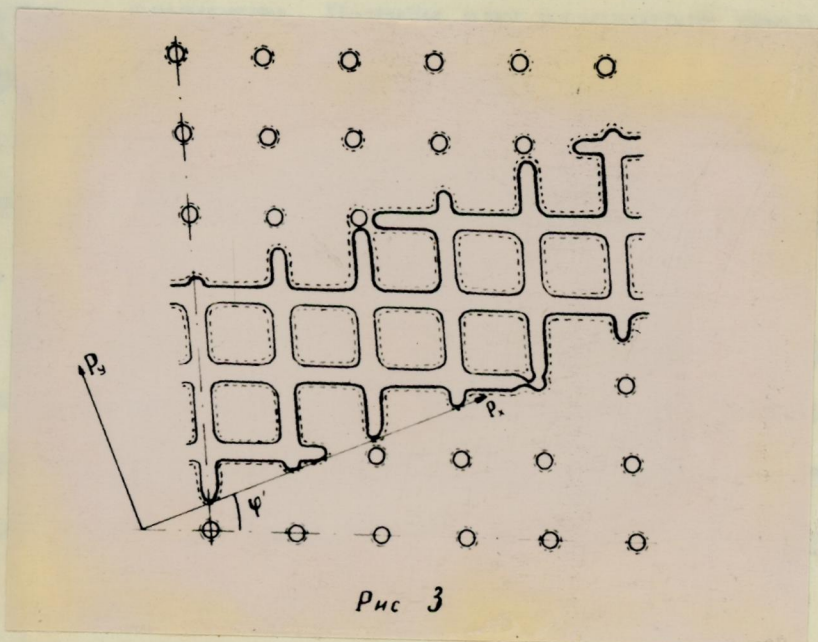


Рис 3

Рис. 3. Сечение плоскостью $p_z = \text{const}$ изоэнергетических поверхностей типа "пространственная сетка" $\epsilon = \epsilon_0$ /сплошные линии/ и $\epsilon = \epsilon_0 + \delta\epsilon$ /пунктирные линии/. Замкнутые траектории типа I охватывают области энергий $\epsilon < \epsilon_0$, а траектория типа II - области энергий $\epsilon > \epsilon_0$. Соответственно с этим, направление обхода этих траекторий противоположно. Открытые траектории отделяют эти два типа линий друг от друга. Направление открытой траектории задано углом ψ' , для которого

$$\cos \psi' = \cos \psi (1 + \sin^2 \psi \cdot \text{tg}^2 \theta)^{-\frac{1}{2}}$$

Кроме того существуют направления магнитного поля, при которых ни при каких значениях P_2 открытые сечения не возникают, все траектории движения электрона в импульсном пространстве - замкнуты. Причём эти замкнутые траектории могут быть расположенными в пределах одной ячейки обратной решетки или распространяться на несколько ячеек обратной решетки, как это имеет место для "гофрированного" цилиндра при малых ϑ .

В качестве примера построим стереографическую проекцию направлений магнитного поля, при которых возможны открытые траектории, для изоэнергетической поверхности типа "пространственная сетка", образованной из трубок постоянного диаметра " d ".

Уравнение секущей плоскости имеет вид

$$(P_1 \cdot \cos \varphi + P_2 \cdot \sin \varphi) \cdot \sin \vartheta + P_3 \cdot \cos \vartheta = P_2' \quad /40/$$

где P_1, P_2, P_3 - оси координат, совпадающие с кристаллографическими осями; ϑ, φ - угловые координаты вектора магнитного поля \vec{H} /см. рис. 2/.

Плоскость /40/ обязательно пересечется с плоскостью (P_1, P_2) , если ϑ не равно нулю или " π ". Линия пересечения этих плоскостей и будет служить направлением открытой траектории /см. рис. 3/.

Для реализации открытой траектории необходимо, чтобы координата P_3 изменилась на величину не большую, чем " d ", когда координаты P_1 и P_2 изменятся на величину периода обратной решетки, соответственно b_1 и b_2 .

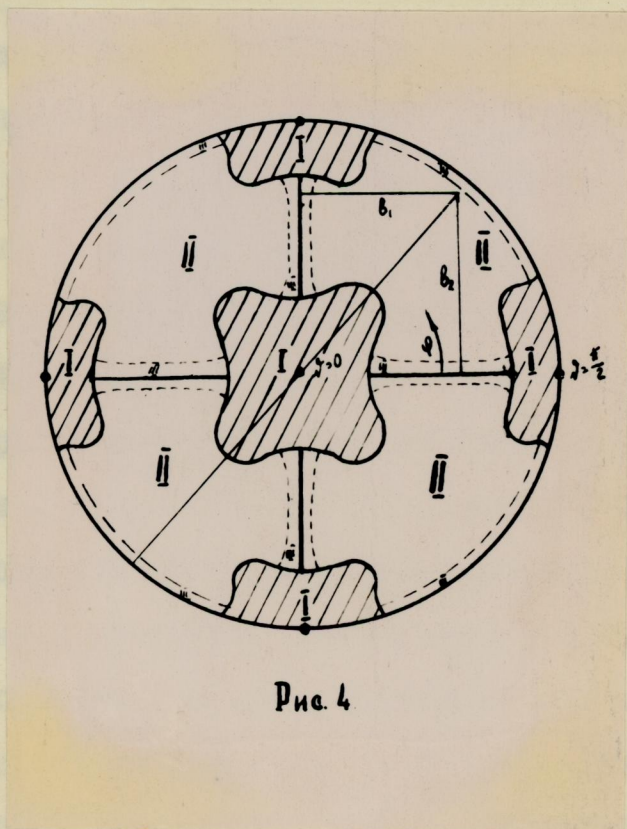


Рис. 4

Рис. 4. Стереографическая проекция направлений магнитного поля. Заштрихованные области I - направления поля, при которых существует слой открытых траекторий. В области II - открытые траектории отсутствуют. Области III - отделенные пунктирными линиями - направления поля, при которых существуют растянутые замкнутые траектории /охватывающие много ячеек/.

$$\begin{cases} b_1 \cdot \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \vartheta \approx d \\ b_2 \cdot \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \vartheta \approx d \end{cases}$$

/41/

Если выполнено только одно из условий /41/, то траектории замкнуты и распространяются на несколько ячеек обратной решетки /область III на рис. 4/. Если не выполнены оба условия /41/ одновременно, то замкнутые траектории расположены в пределах одной ячейки обратной решетки.

Условие /41/ определяет область направлений магнитного поля, при которых существуют открытые сечения, расположенную вблизи кристаллографической оси 3 /см. рис. 2/. Аналогичным образом можно построить область направлений магнитного поля, приводящих к открытым сечениям, вблизи осей 1 и 2.

На рис. 4 области I - области направлений магнитного поля, при которых существуют открытые траектории. Сплошные жирные линии также соответствуют направлениям магнитного поля, приводящих к появлению целого слоя открытых сечений.

В области II все траектории $\varepsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$ - замкнуты и расположены в пределах одной ячейки обратной решетки. В области III - траектории замкнутые и распространяются на несколько ячеек обратной решетки. На границе областей I и II и в точке $\vartheta = 0$ и подобных ей толщина слоя /по p_z / открытых сечений обращается в нуль.

В общем случае трубок неравномерной толщиной условие /41/ не является точным и границы областей I и II /см. рис. 4/ деформируются.

§ 3. Случай поверхности типа "гофрированная плоскость"

Для изознергетической поверхности типа "гофрированная плоскость" /рис. 5 и 6/ при любом направлении магнитного поля существуют открытые траектории $\varepsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$. Среднее направление открытых траекторий совпадает с линией пересечения плоскости $p_z = \text{const}$ с плоскостью, касательной к поверхности Ферми. Эту линию пересечения мы назовем осью P_x .

Когда эти плоскости параллельны друг другу /т.е. направление магнитного поля перпендикулярно к плоскости, касательной к поверхности Ферми/, толщина слоя открытых траекторий либо обращается в нуль, либо открытые траектории имеют вполне определенное направление ξ , определяемое исключительно симметрией гофрировки /в частности, это имеет место, если "рябь" на поверхности имеет вид параллельных волн/.

В первом случае примером такой поверхности служит поверхность, изображенная на рис. 5, во втором случае - поверхность, изображенная на рис. 6.

Для поверхности, гофрировка которой имеет вид параллельных волн, особый интерес представляет случай, когда направление магнитного поля близко к нормали к касательной плоскости, т.е. $\vartheta \rightarrow 0$ / ϑ - угол между направлением магнитного поля и нормалью к касательной плоскости - осью ζ ; оси ξ, ν, ζ - связаны с кристаллографическими осями обратной решетки, см. рис. 6, 7/.

В этом случае открытые траектории сильно вытягиваются в направлении ξ /см. рис. 7/ и при $\vartheta = 0$ направление открытой траектории изменяется, переходя от оси P_x к оси ξ .

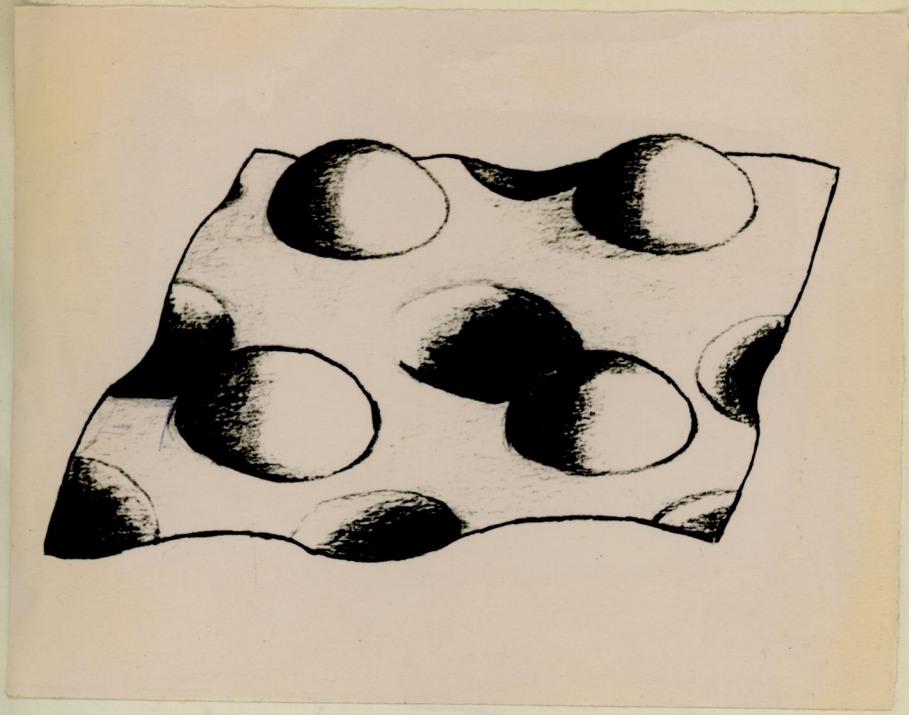


Рис. 5

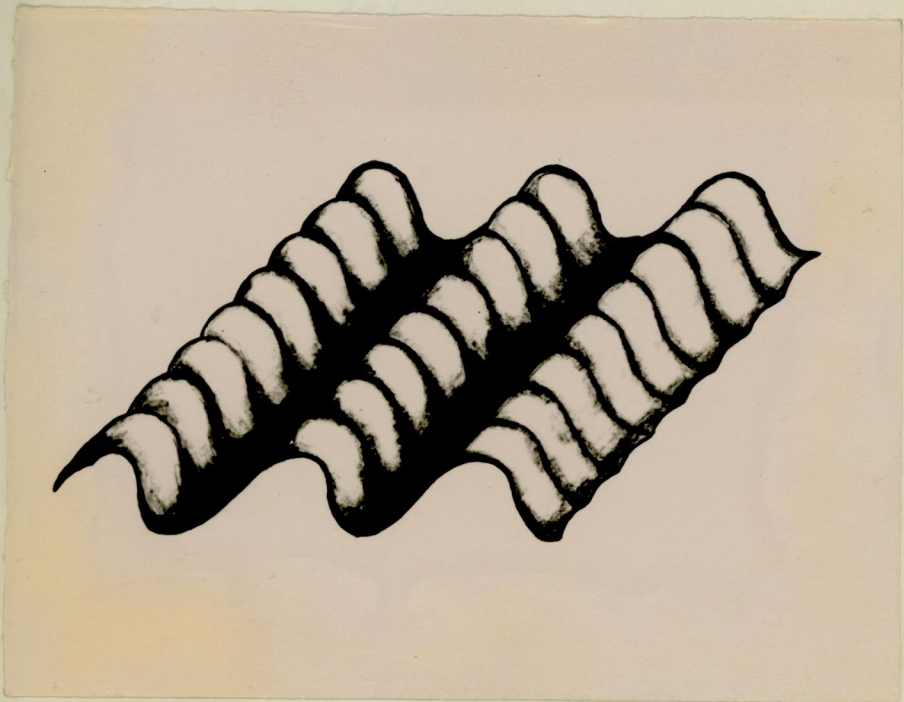


Рис. 6

Рис. 5 и 6. Изоповерхности типа "гофрированная плоскость".

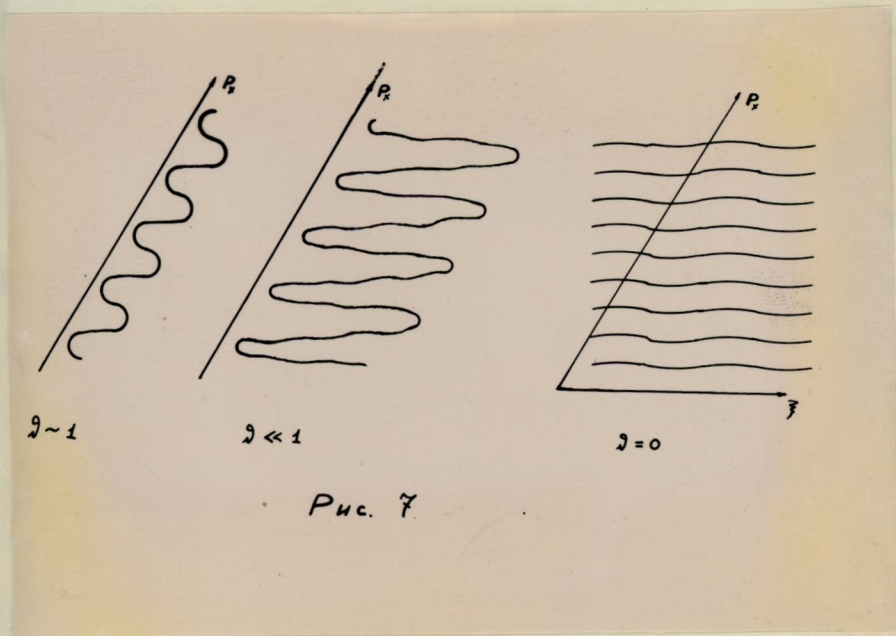


Рис. 7. Сечение плоскостью $P_2 = \text{const}$ изоэнергетической поверхности типа "гофрированная плоскость" с преимущественным направлением гофрировки.

Интересно отметить следующее обстоятельство: для рассмотренных в § 1-3 типов поверхностей постоянной энергии открытые траектории $\epsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$, если они существуют, при фиксированном направлении магнитного поля имеют общее направление на всех сечениях $p_z = \text{const}$ - это линия пересечения плоскости xy , перпендикулярной к направлению магнитного поля, с ближайшей /по углу/ главной кристаллографической плоскостью, /направление открытой траектории всегда расположено в одной из главных кристаллографических плоскостей /1,0,0/, /0,1,0/ или /0,0,1/. Это направление в дальнейшем выберем за ось X -ов. Тем самым уже определена ось Y -ов, так как ось Z -ов есть направление магнитного поля. В дальнейшем следует помнить, что при подобном выборе осей направление магнитного поля полностью определяет всю координатную систему.

Отметим еще, что мы молчаливо считали, что кристаллографические оси \vec{a}_i взаимно ортогональны. В этом случае векторы обратной решетки \vec{b}_i , определяемые из условия

$$\vec{a}_i \vec{b}_k = \delta_{ik},$$

коллинеарны с векторами прямой решетки

$$\vec{a}_i \parallel \vec{b}_i$$

Следует помнить, что если \vec{a}_i не взаимно ортогональны, то ориентация оси X -ов относительно векторов \vec{a}_i прямой решетки не совпадает с ориентацией оси P_x относительно кристаллографических осей обратной решетки /т.е. относительно \vec{b}_i /.

§ 4. Изознергетические поверхности для металлов с гранецентрированной кубической решеткой

/ Cu, Au, Ag, ... /

Ниппард, измеряя поверхностное сопротивление монокристалла

меди в переменном магнитном поле, восстановили поверхность Ферми для меди, которая оказалась открытой [25]. Г. Моллинер [27] предложил аналитическое выражение для поверхности, на которой с точностью до 1% укладывались экспериментальные точки Шинларда.

Моллинер ограничился парными произведениями косинусов в выражении для энергии электронов в металле с кубической кристаллической решеткой

$$\varepsilon(\vec{p}) = \lambda \left[\cos \frac{ap_x}{\hbar} \cdot \cos \frac{ap_y}{\hbar} + \cos \frac{ap_x}{\hbar} \cdot \cos \frac{ap_z}{\hbar} + \cos \frac{ap_y}{\hbar} \cdot \cos \frac{ap_z}{\hbar} - 3 + \beta \left(\cos \frac{ap_x}{\hbar} + \cos \frac{ap_y}{\hbar} + \cos \frac{ap_z}{\hbar} - 3 \right) \right] = \sum_0$$

где a - постоянная решетки, \hbar - постоянная Планка, деленная на 2π .

Такой вид зависимости энергии электронов от квазиимпульсов \vec{p} , по-видимому, справедлив для любого металла с гранецентрированной кубической решеткой /см. [27] /.

Для меди Моллинер выбрал следующие параметры

$$\frac{\sum_0}{\lambda} = -3,6301 \quad \text{и} \quad \beta = 0,0995$$

Представляет большой интерес исследовать гальваномагнитные явления для меди и других металлов с гранецентрированной кубической кристаллической решеткой, так как в этом случае задача значительно упрощена и заключается не в восстановлении поверхности Ферми, а в проверке уже имеющихся сведений об этой поверхности.

В этом параграфе будут построены стереографические проек-

ции направлений магнитного поля, приводящих к появлению открытых сечений поверхности ферми, описываемой уравнением /42/ с произвольными значениями параметров $\frac{\xi_0}{\lambda}$ и β .

Когда концентрация электронов проводимости мала /граничная фермиевская энергия ξ_0 - мала/ поверхность ферми представляет собой замкнутые области, расположенные вокруг вершин и центра куба ячейки обратной решетки. При увеличении ξ_0 эти области растут и при $\frac{\xi_0}{\lambda} < 3 \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)^2$ остаются замкнутыми и непересекающимися, если $|\beta|$ не очень велико. Случай, когда $|\beta| > 1$, а $\frac{\xi_0}{\lambda} < 3 \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)^2$ фактически уже рассмотрен нами в § 2 /поверхность /42/ в этом случае представляет собой пространственную сетку такого же типа, что и поверхность, изображенная на рис. 2./

Этот параграф будет посвящен рассмотрению всех остальных случаев.

Когда $\frac{\xi_0}{\lambda} = 3 \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)^2$ эти области касаются друг

друга в направлении больших диагоналей куба ячейки

$P_x = \pm P_y = \pm P_z$ /Начало координат P_x, P_y, P_z расположено в центре куба ячейки обратной решетки/.

С увеличением ξ_0 между этими областями появляются перемычки ненулевой толщины в направлении больших диагоналей куба и при $\frac{\xi_0}{\lambda} > 3 \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)^2$ поверхность ферми - открытая.

Легко показать, что при $\frac{\xi_0}{\lambda} > 3 \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)^2$ поверхность ферми не имеет ни одной общей точки с большими диагоналями

куба

$$3 \cos^2 \frac{\alpha p_z}{\hbar} + 3\beta \cdot \cos \frac{\alpha p_z}{\hbar} + \frac{\zeta_0}{\lambda} - 3(1+\beta) = 0$$

При $\frac{\zeta_0}{\lambda} > 3\left(1 + \frac{\beta}{2}\right)^2$

это уравнение не имеет действительного решения.

вительного решения.

В этом случае поверхность ферми представляет собой пространственную сетку, образованную "гофрированными" цилиндрами, направленными вдоль больших диагоналей куба ячейки обратной решетки. Иначе, поверхность ферми можно представить в данном случае как систему кубов, центры которых помещены в вершинах и центре кубической ячейки и эти кубы соединены друг с другом перемычками, исходящими из вершин кубов в направлении больших диагоналей кубической ячейки обратной решетки.

Изоэнергетическая поверхность /42/ в зависимости от параметров $\frac{\zeta_0}{\lambda}$ и β может представлять собой "пространственную сетку" более сложной структуры.

Помимо "гофрированных" цилиндров, оси которых направлены по большим диагоналям кубической ячейки обратной решетки, эта "пространственная сетка" может содержать также "гофрированные" цилиндры, оси которых параллельны кристаллографическим осям /рёбрам ячейки обратной решетки/ и диагоналям граней кубической ячейки обратной решетки. При дальнейшем увеличении ζ_0 поверхность ферми вновь становится замкнутой и состоит из областей, расположенных вокруг середин рёбер кубической ячейки обратной решетки, причём эти замкнутые области охватывают поверхности постоянной энергии, большей чем ζ_0 , и квази-

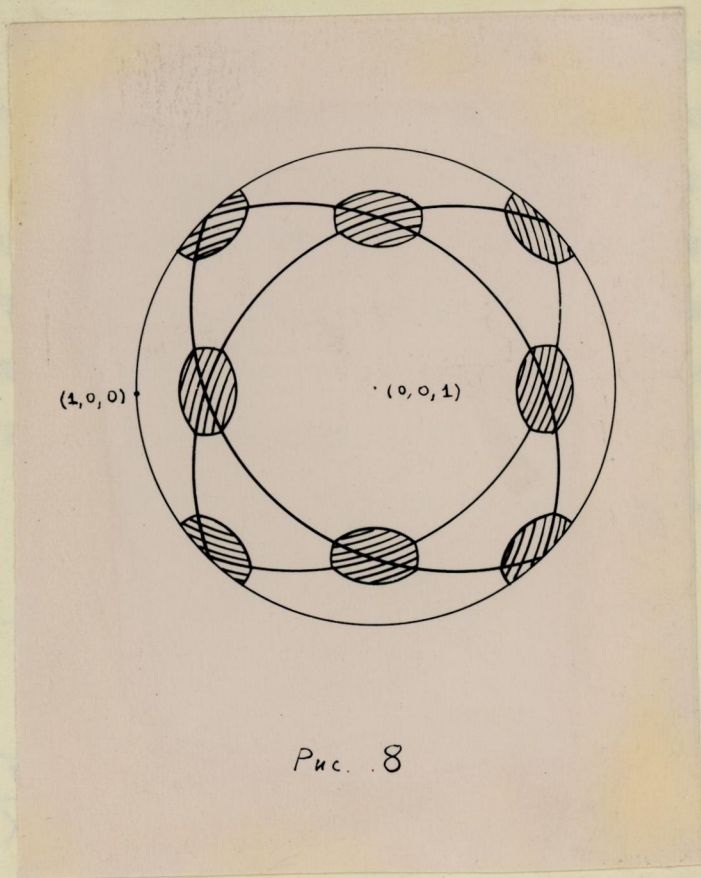


Рис. 8. Стереографическая проекция направлений магнитного поля для изоэнергетической поверхности, представляющей собой "пространственную сетку", образованную гофрированными цилиндрами, направленными вдоль больших диагоналей кубической ячейки обратной решетки. Затрихованные области и жирные линии, соединяющие эти области - направления поля, при которых существует целый слой /по P_z / открытых траекторий. При направлениях магнитного поля близких к силовым жирным линиям, соединяющим затрихованные области, существуют вытянутые замкнутые траектории /охватывающие много ячеек/.

частицы, с энергией ζ_0 ведут себя как положительно заряженные частицы /"дырки"/.

На рис. 8 изображена стереографическая проекция направления магнитного поля, приводящих к открытым траекториям движения электрона $\epsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$, когда открытая поверхность Ферми представляет собой "пространственную сетку", образованную "гофрированными" цилиндрами, направленными вдоль больших диагоналей кубической ячейки обратной решетки и никаких других "гофрированных цилиндров" не содержится. Параметры α и β должны в этом случае удовлетворять двум неравенствам

$$\frac{3}{4} < \frac{\alpha}{\beta^2} < 1 \quad \sim \quad \left| \frac{\alpha}{\beta} \right| < 1$$

где $\alpha = \frac{\zeta_0}{\lambda} - 3(1 + \beta)$

На рис. 9 изображена стереографическая проекция направлений магнитного поля, приводящих к открытым сечениям поверхности Ферми, представляющей собой "пространственную сетку" из "гофрированных" цилиндров, оси которых параллельны большим диагоналям и ребрам кубической ячейки обратной решетки. В частности, оси "гофрированных" цилиндров направлены по линиям $p_x = \pm p_y = \pm \frac{a\sqrt{\pi}}{2\pi}$ и подобным им.

Параметры α и β удовлетворяют следующим неравенствам

$$\frac{3}{4} < \frac{\alpha}{\beta^2} < 1 \quad \sim \quad \left| \frac{\alpha}{\beta} \right| > 1$$

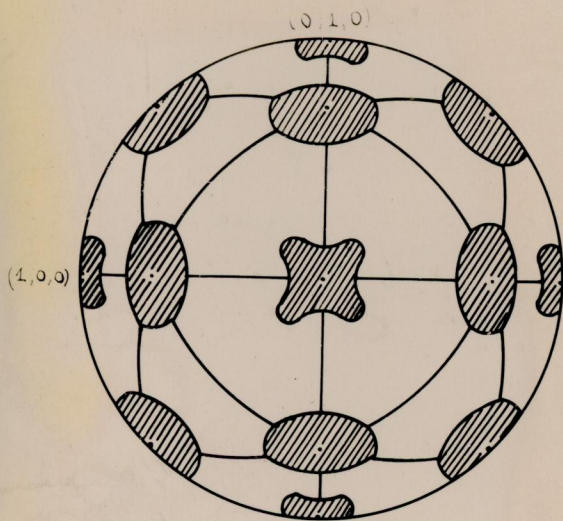


Рис. 9

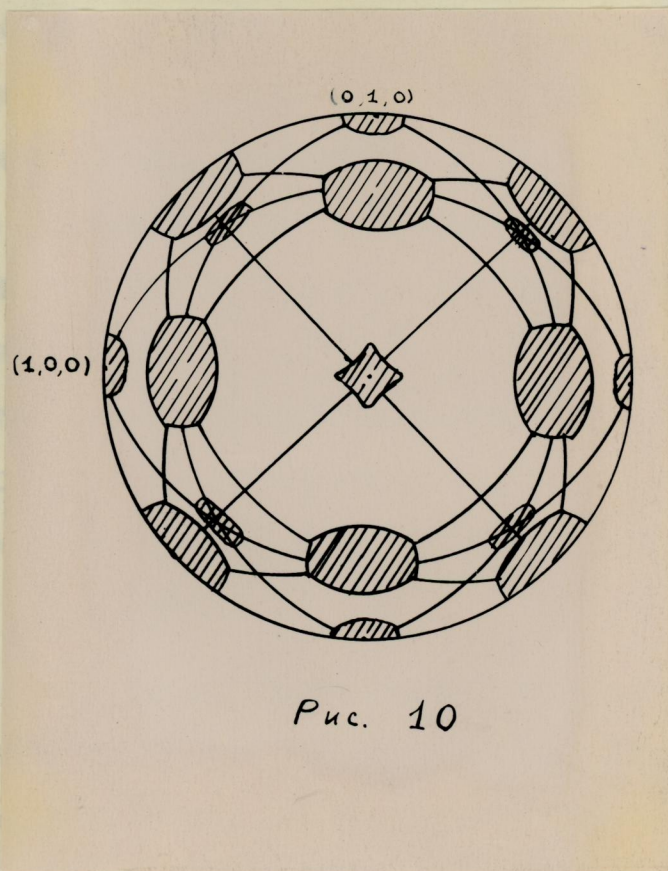


Рис. 10

Рис. 9 и 10. Стереографические проекции направлений магнитного поля для поверхности типа "пространственная сетка", состоящей из "гофрированных" цилиндров, оси которых параллельны большим диагоналям и рёбрам ячейки обратной решетки /рис. 9/ и для поверхности типа "пространственная сетка", оси "гофрированных" цилиндров, которые образуют эту сетку, параллельны большим диагоналям и диагоналям Гране́й ячейки обратной решётки /рис. 10/.

На рис. 10 изображена стереографическая проекция направлений магнитного поля, приводящих к открытым плоским сечениям поверхности Ферми, представляющей собой "пространственную сетку" из "гофрированных" цилиндров, оси которых параллельны большим диагоналям и диагоналям граней кубической ячейки обратной решетки.

В частности, оси цилиндров направлены по линиям

$$P_x = \pm P_y ; P_z = \pm \frac{\sqrt{h}}{2a} \text{ и подобным им.}$$

Такая поверхность может возникнуть, когда

$$\beta^2 < \alpha < |\beta| < 1$$

На рис. 11 изображена стереографическая проекция направлений магнитного поля, при которых возможны открытые плоские сечения поверхности Ферми, представляющей собой "пространственную сетку", образованную "гофрированными" цилиндрами, оси которых имеют 13 различных направлений, параллельных большим диагоналям и диагоналям граней кубической ячейки обратной решетки, а также параллельны основным кристаллографическим осям.

Параметры α и β удовлетворяют в этом случае условию

$$(1 + \beta) > \alpha > \max \{ |\beta|, \beta^2 \}$$

Именно этот случай имеет место для меди [27] : $\alpha = 0,6301$
и $\beta = 0,0995$.

Итак, поверхность Ферми, описываемая выражением /42/ может быть замкнутой или открытой поверхностью типа "простран-

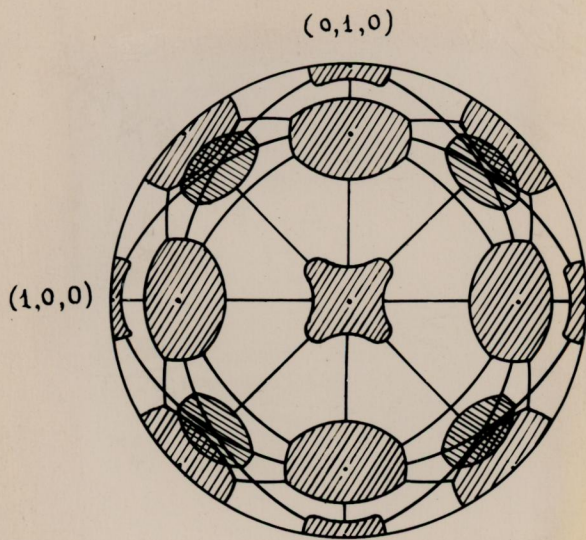


Рис. 11

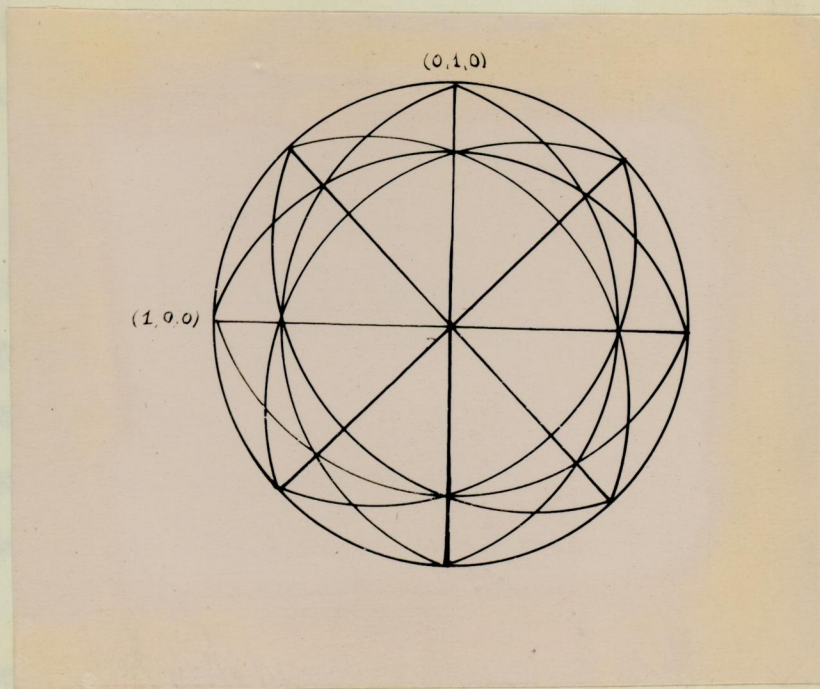


Рис. 11 и 12. Стереографическая проекция направлений магнитного поля /рис. 11/ и направлений открытых траекторий /рис. 12/ для поверхности типа "пространственная сетка", состоящей из "гофрированных цилиндров", оси которых имеют 13 различных направлений /поверхность Пиншарда [25] для Cu /. Дважды заштрихованные области на рис. 11 - направления магнитного поля, при которых существует несколько слоёв /по P_z / открытых траекторий с различным средним направлением.

венная сетка", образованной "гофрированными" цилиндрами, оси которых параллельны :

- а/ большим диагоналям ячейки обратной решетки ;
- б/ диагоналям граней ячейки обратной решетки ;
- в/ кристаллографическим осям /рёбрам ячейки обратной решетки/.

Случай б/ может существовать лишь тогда, когда существует случай а/. Существует, по крайней мере, 5 разновидностей открытой поверхности /42/, для которых стереографические проекции направлений магнитного поля, приводящих к открытым сечениям изображены на рис. 4, 8-11.

Отметим одно весьма важное обстоятельство: для поверхности типа "пространственная сетка" сложной структуры некоторые направления магнитного поля могут оказаться перпендикулярными к осям "гофрированных" цилиндров, не пересекающихся друг с другом.

В этом случае при таких направлениях магнитного поля возможны слои /по P_z / открытых траекторий с различным средним направлением открытых траекторий.

Г л а в а III

ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕТАЛЛОВ С ОТКРЫТЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ ФЕРМИ

Сопротивление большинства металлов в магнитном поле в области сильных магнитных полей обладает резкой анизотропией /зависимость сопротивления от величины магнитного поля оказывается различной для различных ориентаций направления магнитного поля относительно кристаллографических осей/, которая при увеличении величины магнитного поля проявляется всё более отчётливее. Этот факт не может быть объяснён, если предположить, что поверхность Ферми и изоэнергетические поверхности, расположенные вблизи поверхности Ферми - замкнуты. Поэтому следует рассматривать гальваномагнитные явления в металлах отказавшись от этого предположения и допустить, что поверхность Ферми может быть как замкнутой, так и открытой.

В этой главе мы рассмотрим случай, когда изоэнергетическая поверхность Ферми - открытая или разбивается на ряд областей, из которых, по крайней мере, одна представляет собой открытую поверхность.

§ 1. Кинетическое уравнение. Тензор проводимости σ_{ik} .

При описании движения электрона, как и в I-й главе, мы будем пользоваться в качестве независимых переменных сохраняющимися в магнитном поле величинами ϵ и p_z , а также безразмерной величиной $\tau = \frac{t}{T_0}$, характеризующей положение электрона на траектории $\epsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$ в импульсном пространстве.

t - "время движения" электрона по данной траектории, равное $\frac{c}{eH} \int \frac{dp_x}{v_y}$ /см. /2/ /, а T_0 - по порядку величины совпадает с временем, в течение которого проекция квазимпульса / P_x или P_y / электрона, движущегося по фазовой траектории, либо возвратится к первоначальному значению /если траектория целиком расположена в пределах одной ячейки обратной решетки/, либо изменится на величину порядка периода обратной решетки. Последнее возможно для электрона, движущегося по открытой фазовой траектории или по замкнутой фазовой траектории, проходящей через несколько ячеек обратной решетки.

Для вычисления компонент тензора проводимости σ_{ik} необходимо решить кинетическое уравнение, которое после линеаризации по слабому электрическому полю \vec{E} имеет такой же вид, как и в гл. I /см. /9/ /

$$\frac{t_0}{T_0} \frac{\partial \psi_i}{\partial \tau} + \tilde{W} \{ \psi_i \} = f'_0(\epsilon) v_i \quad /43/$$

Все обозначения в /43/ совпадают с обозначениями главы I-й.

Под сильными магнитными полями понимаем поля, удовлетворяющие условию

$$\gamma_0 = \frac{T_0}{t_0} = \frac{H_0}{H} \ll 1 \quad /44/$$

Характерное поле H_0 есть поле, при котором характерное время T_0 совпадает с временем свободного пробега t_0 . В дальнейшем будем считать, что условие /44/ выполнено всегда.

Для замкнутых траекторий и открытых периодических траекторий $\varepsilon = \text{const}$ и $P_z = \text{const}$ решение уравнения /43/ удобно искать в виде ряда Фурье

$$\Psi_i(\varepsilon, P_z, \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Psi_i^k(\varepsilon, P_z) \cdot e^{ik\tau}; \quad v_i(\varepsilon, P_z, \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_i^k(\varepsilon, P_z) e^{ik\tau}$$

Произведя вычисления, аналогичные вычислениям /26/-/30/, сделанным в главе I-й, получим для Ψ_i^k следующее выражение

$$\Psi_i^k = (1 - \gamma \hat{L})_{kk'}^{-1} \gamma h_{k'}$$

h_k , $L_{kk'}$ и $W_{kk'}$ имеют тот же смысл, что и в главе I-й /см. Формулы /27/, /29/,

$$\gamma = \frac{T}{t_0}, \quad \text{где } T = T(\varepsilon, P_z)$$

определяется из условия $P_x(\tau + \frac{T}{T_0}) = P_x(\tau)$

Для замкнутой траектории T является периодом обращения электрона по этой траектории, а в случае открытой траектории /направление открытой траектории всегда принимаем за ось P_x / $T(\varepsilon, P_z)$ - есть время, в течение которого P_x изменится на величину периода обратной решетки b_x

$$T(\varepsilon, P_z) = \frac{c}{eH\beta_0} \int_{P_x}^{P_x+b_x} \frac{dP_x}{v_y}$$

Если $\gamma \ll 1$, то оператор $(1 - \gamma \hat{L})^{-1}$ можно разложить в ряд по степеням малого параметра

$$(1 - \gamma \hat{L})^{-1} = 1 + \gamma \hat{L} + \gamma^2 \hat{L}^2 + \dots$$

/см. /14/ главы I-й/.

При $\gamma \ll 1$ Ψ_i можно представить в виде ряда

$$\Psi_i = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_0^n \Psi_i^{(n)} \quad /45/$$

и решить уравнения /43/ методом последовательных приближений, как и в случае замкнутых поверхностей Ферми /см. /14/-/16/ главы I-й/ с той лишь разницей, что в этом случае для открытой траектории, кроме $\bar{v}_z \neq 0$, также $\bar{v}_y \neq 0$, а следовательно,

$$C_y^{(0)}(\epsilon, p_z) \neq 0$$

/см. /17/ главы I-й/.

Все остальные члены разложения Ψ_i в ряд по степеням γ_0 имеют вид, аналогичный /15/, /16/ главы I-й.

Благодаря этому обстоятельству, кроме компоненты тензора проводимости σ_{zz} , будут стремиться к насыщению при $\gamma_0 \rightarrow 0$ еще три компоненты σ_{yy} , σ_{yz} и σ_{zy} /если, конечно, толщина слоя /по p_z / открытых траекторий не равна нулю/, т.к. $(v_y^0)^2 \neq 0$ и $v_y^0 v_z^0 \neq 0$ /см. формулы /31/, /32/ главы I-й/.

Для замкнутых поверхностей Ферми $\gamma \sim \gamma_0$ и разложение /45/ справедливо всегда.

Как мы увидим ниже, в случае открытых поверхностей Ферми разложение /45/ не всегда допустимо.

Такое положение может возникнуть, в частности, когда замкнутая траектория $\epsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ распространяется на большое число ячеек обратной решетки или

когда длина участка открытой траектории, который необходимо пройти электрону, чтобы проекция импульса P_x изменилась на величину периода обратной решетки /т.е. за время $T(\epsilon, P_z)$ / очень велика по сравнению с v_x . /Такие открытые периодические траектории должны иметь очень "длинные язмки" в направлении оси P_y , повторяющиеся вдоль оси P_x с периодом обратной решетки. /см., например, рис. 7. Длина таких участков порядка v/d /.

Время $T(\epsilon, P_z)$ для таких траекторий может быть сравнимо с временем свободного пробега или даже много больше его и вблизи некоторых особых направлений магнитного поля /при которых появляются подобные траектории/ разложение Ψ_i в ряд по степеням γ_0 недопустимо.

Например, при малых углах ϑ /см. рис. 1 и 7/ время обращения электрона по наибольшей замкнутой траектории /рис. 1/ и время $T(\epsilon, P_z)$ /определяемое из условия $P_y(t+T) = P_y(t)$ / для сильно вытянутой в направлении оси P_y открытой траектории /см. рис. 7 $\vartheta \ll 1$ /, может быть очень велико

$$T = \alpha \frac{T_0}{\vartheta},$$

т.к. T_0 - по порядку величины фактически совпадает с временем, в течение которого электрон пройдет участок траектории длиной порядка " v " периода обратной решетки ;
 $\alpha \sim 1$.

При $\vartheta \sim \gamma_0 \ll 1$ параметр $\gamma = \alpha \frac{\gamma_0}{\vartheta}$ не является малым и разложение /45/ недопустимо.

Так как $|\tilde{W}| \sim 1$, то, следовательно, $|L_{kk}| \sim \frac{1}{K}$

/ K - целое положительное число / и вид интеграла столкновений не влияет, как это легко увидеть из /45'//, на условие допустимости разложения Ψ_i в ряд по степеням γ_0 .

При наличии открытых неперiodических траекторий решение уравнения /43/ методом последовательных приближений с использованием разложения /45/ для Ψ_i выполнить нельзя, так как Ψ_i , как это легко увидеть из разложения Ψ_i по компонентам Фурье, будет содержать слагаемые, медленно меняющиеся с τ , для которых $\frac{1}{\gamma_0} \frac{\partial \Psi_i}{\partial \tau}$ может оказаться порядка Ψ_i и даже много меньше Ψ_i по порядку величины, хотя $\gamma_0 \ll 1$.

Для таких слагаемых, так же, как и в случае сильно вытянутых замкнутых траекторий ($T(\epsilon, p_2) \geq t_0$), разложение /45/ недопустимо.

В некоторых случаях роль таких слагаемых в вычислении компонент тензора проводимости $\tilde{\sigma}_{ik}$ не велика /т.е. компоненты Фурье скорости v_i^k для малых " K " - малы/ и для определения асимптотики тензора проводимости $\tilde{\sigma}_{ik}$ разумно воспользоваться разложением /45/.

Чтобы сделать последующие рассуждения более простыми проиллюстрируем сказанное выше на случае $\tilde{W} = 1$, т.е. на случае, когда столкновения можно описать введением времени свободного пробега t_0 .

§ 2. Решение кинетического уравнения и тензор проводимости $\tilde{\sigma}_{ik}$ в случае $\tilde{W} = 1$

При $\tilde{W} = 1$ уравнение /43/ имеет вид

$$\frac{1}{\gamma_0} \frac{\partial \psi_i}{\partial \tau} + \psi_i = f_0'(\varepsilon) v_i \quad /46/$$

Так как открытые фазовые траектории могут быть не периодическими /см. рис. 3/, то решение ψ_i уравнения /46/ следует представить в виде интеграла Фурье

$$\psi_i = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_i^k e^{ik\tau} dk; \quad v_i = \int_{-\infty}^{+\infty} v_i^k e^{ik\tau} dk \quad /47/$$

Подставляя /47/ в /46/ получим

$$\psi_i^k = \frac{v_i^k}{\frac{i k}{\gamma_0} + 1} f_0'(\varepsilon) \quad /48/$$

а компоненты тензора проводимости

$$\tilde{\sigma}_{ie} = -2e^2 t_0 \hbar^{-3} \int v_i \psi_e (d\vec{p})$$

примут вид:

$$\tilde{\sigma}_{ie} = -2e^2 t_0 \hbar^{-3} \iint f_0'(\varepsilon) d\varepsilon dp_z \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v_i^{-k} v_e^k}{\frac{i k}{\gamma_0} + 1} dk \quad /49/$$

Если $v_i(\tau)$ является строго периодической функцией τ ($v_i(\tau + \frac{T}{T_0}) = v_i(\tau)$), то интегрирование по "к" в /49/ можно заменить суммированием по "к"

$$\tilde{\sigma}_{ie} = -2e^2 t_0 \hbar^{-3} \iint \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{v_i^{-k} v_e^k}{\frac{i k}{\gamma_0} + 1} \cdot f_0'(\varepsilon) d\varepsilon dp_z \quad /50/$$

где

$$\gamma = \frac{T}{t_0}$$

Подставляя /48/ в /47/ получим для $\Psi_i(\tau)$ следующее выражение

$$\Psi_i(\tau) = f_0'(\varepsilon) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v_i^k e^{ik\tau}}{\frac{ik}{\gamma_0} + 1} dk \quad /51/$$

В области малых " k " ($k \sim \gamma_0$) подинтегральное выражение в /49/ и /51/ невозможно разложить в ряд по степеням γ_0 , так как γ_0 входит в /49/ и /51/ в виде комбинации γ_0/k .

Поэтому разумно интегрирование по " k " в /51/ и /49/ произвести отдельно по области малых " k " ($|k| \sim \gamma_0$) и по области больших " k " ($|k| \gg \gamma_0$). В области больших $|k|$ возможно разложение подинтегрального выражения в /49/ и /51/ в ряд по степеням γ_0 . Не представляет труда показать, что разложение интеграла /49/ по области больших k ($|k| \gg \gamma_0$) в ряд по степеням γ_0 начинается с линейного члена для недиагональных компонент тензора σ_{ik} и с квадратичных членов по γ_0 - для диагональных компонент тензора σ_{ik} .

В случае открытых траекторий не слишком распространённых в направлении, перпендикулярном среднему направлению траектории, интеграл по области малых " k " в /49/ и /51/ нетрудно оценить с точностью до членов более высокого порядка по γ_0 , чем первые неисчезающие члены при $\gamma_0 \rightarrow 0$.

Следует заметить, что вблизи $k=0$ v_y^k и v_z^k имеют δ -образный характер, т.к. $\bar{v}_y \neq 0$ и $\bar{v}_z \neq 0$. Поэтому основной вклад в интеграл /49/ и /51/ по области малых

$|k|$ ($|k| \leq \gamma_0$) подинтегральное выражение вносит при $k = 0$.

Этот результат и следовало предвидеть, так как ψ_y и ψ_z при $\gamma_0 \rightarrow 0$ стремятся к конечным величинам.

Относительно оценки интеграла по области малых "k" в выражении для ψ_x дело обстоит несколько сложнее, так как $\bar{v}_x = 0$ и $v_x^0 = 0$.

Однако, можно показать, если на открытой неперiodической траектории $\Delta P_y = (P_y^{\max} - P_y^{\min}) \ll b/g$, то для определения асимптотики b_{ik} разумно воспользоваться разложением /45/, так как слагаемые в ψ_i неразложимые в ряд по степеням γ_0 при $\gamma_0 \ll 1$ порядка γ_0^2 . В этом легко убедиться, представив решение уравнения /46/ в виде

$$\psi_i(\tau) = \gamma_0 \int_0^{\infty} e^{-\gamma_0 \tau'} v_i(\tau - \tau') d\tau' \cdot f_0'(\varepsilon) \quad /52/$$

Воспользовавшись уравнением движения получим

$$\frac{eH\Gamma_0}{c} v_x = \frac{\partial P_y}{\partial \tau}$$

$$\psi_x(\tau) = \gamma_0 \frac{c}{eH\Gamma_0} f_0'(\varepsilon) [\bar{P}_y - P_y(\tau)] + \gamma_0^2 \int_0^{\infty} [P_y(\tau - \tau') - \bar{P}_y] e^{-\gamma_0 \tau'} d\tau' f_0'(\varepsilon) + \gamma_0^3 \dots$$

... /53/

где \bar{P}_y - среднее значение по τ проекции импульса на всей открытой траектории.

Аналогичное выражение для линейного члена разложения ψ_x

в ряд по степеням γ_0 получим, решая уравнение /46/ методом последовательных приближений, используя /45/.

Чтобы можно было утверждать, что $\gamma_0 (\bar{P}_y - P_y) \frac{c}{\text{снт}_0} \delta'(\varepsilon)$ порядка γ_0 , а все остальные члены разложения /55/ много меньше γ_0 , необходимо, чтобы $|P_y - \bar{P}_y| \ll \frac{b}{\gamma_0}$ и $\int_{-\infty}^{\tau} [P_y(\tau) - \bar{P}_y] d\tau \ll \frac{b}{\gamma_0}$ для любого значения τ .

Для выполнения этих условий необходимо, чтобы величина $[P_y(\tau) - \bar{P}_y]$ часто меняла знак, т.е. расстояние между нулями этой функции должно быть гораздо меньше b/γ_0 .

Для вычисления компонент тензора проводимости σ_{ik} необходимо интегрирование $v_i \tau_k$ по всем τ . По-видимому, для определения асимптотики тензора σ_{ik} можно воспользоваться разложением τ_i в ряд по степеням γ_0 , если даже на траектории имеются очень длинные пики в направлении оси P_y /ось P_x по-прежнему - есть направление открытой траектории/, $|P_y(\tau) - \bar{P}_y| \geq \frac{1}{\gamma_0}$ для некоторых значений τ , но эти значения τ должны встречаться крайне редко, интервал между такими особенностями должен быть гораздо больше величины этой особенности. Это связано с тем обстоятельством, что интегрирование по всем состояниям τ является в некотором смысле усреднением по всей обратной решетке /результат интегрирования делится на число ячеек см. гл. I/ и крайне редко встречающиеся особенности при такого рода усреднении сглаживаются.

Все перечисленные условия и тот факт, что разность

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{v_i^k e^{ik\tau}}{\frac{ik}{\gamma_0} + 1} dk - \varepsilon \int_0^{\frac{1}{\varepsilon}} v_i(\tau - \tau') d\tau',$$

где $\varepsilon \geq \gamma_0$, стремится к нулю быстрее, чем γ_0 , при $\gamma_0 \rightarrow 0$ можно объединить в одно условие налагаемое на траектории $\varepsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$, при выполнении которого возможно воспользоваться разложением /45/ для определения асимптотик \bar{b}_{ik} .

А именно, необходимо, чтобы среднее значение скорости на участке траектории, проходимой электроном за время меньшее времени свободного пробега с подавляющей вероятностью совпадало с средним значением на всей траектории $\varepsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$.

Другими словами разность $\varepsilon \int_0^{\tau} [v_i(\tau + \tau') - \bar{v}_i] d\tau'$,

где $\varepsilon \geq \gamma_0$, должна быть по крайней мере порядка γ_0 при $\gamma_0 \rightarrow 0$ для большинства значений τ , т.е.

$$\frac{1}{N} \left| \sum_{i=0}^{N-1} \int_{i\tau}^{(i+1)\tau} [\bar{v}_i - v_i(\tau + \tau')] d\tau' \right| \lesssim \gamma_0$$

$\tau \approx \frac{1}{\gamma_0}$

Ясно, что это условие не выполняется для замкнутых траекторий, длина которых порядка или больше v/γ_0 , а открытые траектории слишком распространены в направлении оси p_y /т.е. $|p_y(\tau) - \bar{p}_y| \sim v/\gamma_0$ во многих точках на интервале $1/\gamma_0$ /.

§ 3. Асимптотика гальваномагнитных характеристик в сильных магнитных полях. Типы особых направлений магнитного поля.

При $\tilde{W} \neq 1$ качественный характер результатов, полученных в § 2, не изменится. Незаложимые в ряд по степеням γ_0 слагаемые в \bar{b}_{ie} имеют вид, подобный /50/

$$\sigma_{ie} = \sum_k \frac{A_{ie}^k \gamma_0 + B_{ie}^k \gamma}{k^2 \gamma^2 + \alpha^2 \gamma_0^2} \quad /55/$$

/Вместо γ подставлено в σ_{ie} его выражение $\gamma = \alpha \frac{\gamma_0}{\gamma}$
см. § 1/.

Однако, коэффициенты A_{ie}^k и B_{ie}^k зависят от вида интеграла столкновений. В дальнейшем мы не будем интересоваться плавной угловой зависимостью σ_{ie} , обусловленной конкретным видом интеграла столкновений /видом оператора \tilde{W} /, а будем выделять лишь резкую угловую зависимость σ_{ie} , связанную с подходом к особым направлениям магнитного поля.

σ_{ie} является функцией от γ_0 и от комбинации γ_0/γ . При $\gamma \sim \gamma_0 \ll 1$ возможно, как это ясно из /30/, /50/ и /55/ разложение типа

$$\sigma_{ie} = \sigma_{ie}(\gamma_0, \gamma_0/\gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_0^n \sigma_{ie}^{(n)}(\gamma_0/\gamma)$$

.../56/
в то время, как разложение типа /45/ -не допустимо. x

В этом параграфе мы ограничимся рассмотрением случая, когда открытые траектории $\epsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ при фиксированном направлении магнитного поля имеют общее среднее направление на всех сечениях $p_z = \text{const}$ /выберем это направление за ось P_x / и не слишком распространены в направлении оси P_y ($\frac{\Delta P_y}{v_y} \ll \frac{1}{\gamma_0}$), а замкнутые фазовые траектории могут быть сильно вытянутыми лишь в одном направлении.

Интегрирование по $\tau, \epsilon \sim p_z$ в выражении для тензора проводимости σ_{ie} будем производить отдельно по открытым траекториям и отдельно по замкнутым траекториям $\epsilon = \text{const}$ и

$$P_z = \text{const.}$$

Вклад в тензор $\bar{\sigma}_{ie}$ от интегрирования по открытым траекториям, как легко показать, используя /31/, /15/-/17/, имеет вид

$$\bar{\sigma}'_{ie} = \begin{pmatrix} \gamma_0^2 a'_{xx} & \gamma_0 a'_{xy} & \gamma_0 a'_{xz} \\ \gamma_0 a'_{yx} & a'_{yy} & a'_{yz} \\ \gamma_0 a'_{zx} & a'_{zy} & a'_{zz} \end{pmatrix} \quad /57/$$

Компоненты a'_{yy} , a'_{yz} , a'_{zy} пропорциональны толщине слоя /по P_z / открытых сечений $\epsilon = \text{const}$,

$P_z = \text{const}$, когда толщина этого слоя мала.

Для тензора сопротивлений в этом случае получим следующее выражение

$$\rho_{ik} = (\bar{\sigma}^{-1})_{ik} = \begin{pmatrix} \gamma_0^{-2} b_{xx} & \gamma_0^{-1} b_{xy} & \gamma_0^{-1} b_{xz} \\ \gamma_0^{-1} b_{yx} & b_{yy} & b_{yz} \\ \gamma_0^{-1} b_{zx} & b_{zy} & b_{zz} \end{pmatrix} \quad /58/$$

Вклад в тензор $\bar{\sigma}_{ik}$ от замкнутых траекторий $\epsilon = \text{const}$, $P_z = \text{const}$, расположенных в пределах одной ячейки обратной решетки будет иметь вид /23/.

При наличии сильно растянутых замкнутых траекторий компоненты тензора проводимости $\bar{\sigma}_{ik}$ не разложимы в ряд по степеням γ_0 . Этот случай будет подробно рассмотрен в следующей главе.

Постоянная Холла $R = \frac{\rho_{yx}(H) - \rho_{yx}(-H)}{2H}$ при $\gamma_0 \ll 1$

не зависит от величины магнитного поля. Однако, в случае наличия открытых траекторий или сильно вытянутых замкнутых траекторий постоянная Холла R является сложной функцией углов и вида интеграла столкновений.

Если при некоторых фиксированных направлениях магнитного поля существуют слои открытых траекторий $\varepsilon = \text{const}$,

$p_z = \text{const}$ с различными направлениями, то все компоненты тензоров σ_{ik} и ρ_{ik} стремятся к насыщению.

В соответствии со сказанным ранее особые направления магнитного поля приводящие к резкой угловой зависимости

σ_{ik} и ρ_{ik} могут быть, по крайней мере, трёх типов:

1/ Направления магнитного поля, при которых существует слой открытых траекторий, образуют одномерное множество. Это будет, в частности, если имеется изолированное направление открытых траекторий. Примеры: направления магнитного поля, перпендикулярные к оси, для поверхности типа "гофрированный цилиндр", сплошные кривые соединяющие области I на стереографической проекции направлений \vec{H} для случая поверхности типа "пространственная сетка" /рис. 4/.

Вблизи этих особых направлений магнитного поля компоненты тензора проводимости σ_{ik} не разложимы в ряд по степеням γ_0 .

2/ Имеется двумерная область /телесный угол/ направлений магнитного поля, отвечающих открытым траекториям. Особыми направлениями магнитного поля в этом случае являются границы этой области, т.е. направления, при которых появляются открытые траектории.

Примеры: границы заштрихованных областей I на рис. 4.

3/ В области открытых траекторий имеется изолированное направление магнитного поля, при котором слой открытых траекторий исчезает. Пример: направление главных кристаллографических осей для поверхности типа "пространственная сетка" /точка $\mathcal{D}=0$ и подобные ей на рис. 4/.

Как было показано выше, в случае 1/ резкая угловая зависимость σ_{ik} возникает уже в области замкнутых траекторий, по мере подхода к особой линии направлений магнитного поля.

В случае 2/, если на границе области толщина слоя открытых траекторий обращается в нуль, то, как будет показано, резкая угловая зависимость σ_{ik} появляется с внутренней стороны этой границы /т.е. в области открытых траекторий/. Это же имеет место и в случае 3/.

Более подробно этот вопрос исследуется на конкретных примерах в следующей главе.

ИССЛЕДОВАНИЕ АСИМПТОТИК ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТАЛЛОВ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ТИПОВ ПОВЕРХНОСТЕЙ ФЕРМИ

§ 1. Случай поверхности типа "гофрированный цилиндр"

Если магнитное поле не перпендикулярно к оси изоэнергетической поверхности типа "гофрированный цилиндр", то все траектории $\varepsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$ являются замкнутыми.

В дальнейшем мы по-прежнему считаем ось z направленной вдоль магнитного поля, а оси x и y выбираем соответственно: x - в плоскости магнитного поля и оси цилиндра, а y - перпендикулярно к этой плоскости.

Когда угол ϑ между направлением магнитного поля и плоскостью, перпендикулярной к оси цилиндра не мал, то период обращения электрона T_ϑ по всем траекториям $\varepsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ много меньше характерного времени пробега t_0 .

$$\frac{T_\vartheta}{t_0} \cong \frac{T_0}{t_0} \frac{1}{\vartheta} \ll 1$$

когда $\gamma_0 \ll 1$

Асимптотика тензора проводимости σ_{ik} и тензора сопротивлений ρ_{ik} в сильных магнитных полях имеет такой же вид, как и в случае закрытых изоэнергетических поверхностей

$$\sigma_{ik} = \begin{pmatrix} \gamma_0^2 a_{xx} & \gamma_0 a_{xy} & \gamma_0 a_{xz} \\ \gamma_0 a_{yx} & \gamma_0^2 a_{yy} & \gamma_0 a_{yz} \\ \gamma_0 a_{zx} & \gamma_0 a_{zy} & a_{zz} \end{pmatrix} \quad /59/$$

$$\rho_{ik} = \begin{pmatrix} v_{xx} & \gamma_0^{-1} v_{xy} & v_{xz} \\ \gamma_0^{-1} v_{yx} & v_{yy} & v_{yz} \\ v_{zx} & v_{zy} & v_{zz} \end{pmatrix} \quad /60/$$

Постоянная Холла для $d \gg \gamma_0$ является изотропной величиной, не зависит от вида интеграла столкновений и обратно пропорциональна объёму, заключённому между поверхностью "цилиндра" и двумя соседними кристаллографическими плоскостями, перпендикулярными к оси цилиндра.

Если $d \sim \gamma_0 \ll 1$, то период обращения электрона по наибольшей траектории /см. рис.1/ сравним с t_0 и в σ_{ik} есть слагаемые, не разложимые в ряд по степеням γ_0 .

В этом случае σ_{ik} можно представить в виде

$$\sigma_{ik} = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_0^n \sigma_{ik}^{(n)}(\gamma_0/d) \quad /см. /55/, /56/ /.$$

В частном случае прямого кругового цилиндра $\epsilon = \frac{p^2 - p_3^2}{2m_0}$

/ p_3 - ось цилиндра /.

Коэффициенты $\sigma_{ik}^{(n)}(\gamma_0/d)$ легко вычисляются.

Дело в том, что в случае любого квадратичного закона дисперсии $\epsilon = \lambda_{ik} p_i p_k$ уравнения движения $\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{e}{c} [\vec{v}, \vec{H}]$ легко решаются и компоненты Фурье скорости \vec{v}^k отличны от нуля лишь при $k = 0, \pm 1$ / $\vec{v}^k = 0$ для $|k| > 1$ /.

В этом случае вычисление компонент тензора проводимости σ_{ik} не представляет труда и после элементарных вычислений для поверхности $\epsilon = \frac{p^2 - p_3^2}{2m_0}$ получим

$$\sigma_{xx} = \sigma_0 \frac{\gamma_0^2 d^2}{\gamma_0^2 + d^2}$$

$$\bar{\sigma}_{yy} = \bar{\sigma}_0 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_0^2 + \vartheta^2}$$

$$\bar{\sigma}_{zz} = \bar{\sigma}_0 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_0^2 + \vartheta^2}$$

/61/

$$\bar{\sigma}_{yx} = -\bar{\sigma}_{xy} = \bar{\sigma}_0 \frac{\gamma_0 \vartheta}{\gamma_0^2 + \vartheta^2}$$

$$\bar{\sigma}_{yz} = \bar{\sigma}_0 \frac{\gamma_0 \vartheta}{\vartheta^2 + \gamma_0^2}$$

$$\bar{\sigma}_{xz} = \bar{\sigma}_0 \frac{\gamma_0 \vartheta^2}{\vartheta^2 + \gamma_0^2}$$

где $\bar{\sigma}_0 = 2h^{-3} V \frac{e^2 t_0}{m_0}$; при $\tilde{W} = 1$

Из формул /61/ вполне очевидно, что при $\vartheta \sim \gamma_0 \ll 1$ разложение $\bar{\sigma}_{ik}$ в ряд по степеням γ_0 не допустимо, но возможно разложение /56/.

Если изоэнергетическая поверхность Ферми представляет собой "гофрированный цилиндр", то при малых углах ϑ /см. рис.1/ помимо сильно вытянутых замкнутых траекторий существуют замкнутые траектории, расположенные в пределах одной ячейки обратной решетки. Интегрирование по таким небольшим траекториям вносит вклад в тензор $\bar{\sigma}_{ik}$ типа /59/. Слагаемые в $\bar{\sigma}_{ik}$ не разложимые в ряд по степеням γ_0 при $\vartheta \sim \gamma_0$ появляются при интегрировании по сильно вытянутым замкнутым траекториям.

Заметим, что сильно вытянутая замкнутая траектория может быть помещена между двумя эллипсами /для кругового "гофрированного" цилиндра/, полученными в результате сечения той же плоскостью $p_z = \text{const}$ двух прямых круговых цилиндров, радиусы которых совпадают с минимальным и максимальным радиусами "гофрированного" цилиндра. "Гофрированная" замкнутая тра-

ектория касается с большим и малым эллипсами, причём точки касания удалены друг от друга на расстояние порядка периода обратной решетки " b ". "Гофрированная" замкнутая траектория может быть представлена следующим аналитическим выражением

$$\vec{p}(\varphi) = \vec{p}^{\circ} + \vec{P}_{\perp}(\varphi) + \delta\vec{p}_{\perp}(\varphi)$$

где $\varphi = 2\pi z \cdot \frac{T_0}{T(\epsilon, p_z)}$, $T(\epsilon, p_z)$ - полный период обращения электрона по замкнутой "гофрированной" траектории,

\vec{p}° - постоянный вектор, связанный с выбором начала координат в пространстве импульсов, \vec{P}_{\perp} и $\delta\vec{p}_{\perp}$ - векторы в плоскости p_x, p_y , причём $\vec{P}_{\perp}(\varphi)$ - представляет собой гладкий эллипс, расположенный в середине между описанным и вписанным эллипсами в "гофрированную" траекторию.

Кроме того

$$\vec{P}_{\perp}(\varphi) = \frac{1}{\Delta\varphi} \int_{\Delta\varphi} [\vec{p}(\varphi) - \vec{p}^{\circ}] d\varphi = \overline{(\vec{p})}_{\Delta\varphi} - \vec{p}^{\circ}$$

с точностью до членов порядка δ/δ_0 при $\delta \ll \delta_0$,

где $\Delta\varphi$ - разворот угла, в котором вектор $\delta\vec{p}_{\perp}(\varphi)$ много раз изменяет знак, т.е. когда угол φ изменится на величину $\Delta\varphi$ электрон пройдет участок "гофрированной" траектории, много больший, чем период обратной решетки.

$\delta\vec{p}_{\perp}(\varphi)$ меняет знак на участке траектории $\vec{p}(\varphi)$ порядка периода обратной решетки, а, следовательно, время, в течение которого при движении электрона по сильно вытянутой замкнутой траектории вектор $\delta\vec{p}_{\perp}(\varphi)$ опишет замкнутую траекторию, порядка T_0 .

При $\vartheta \ll \gamma_0$ интегрирование по сильно вытянутой траектории можно провести отдельно по гладкой траектории $\vec{P}_I(\varphi)$ и замкнутым траекториям $\delta \vec{P}_I(\varphi)$, т.е. результат интегрирования по τ в b_{ik} будет таким же, как и в случае, когда поверхность Ферми распадается на прямой цилиндр и замкнутые области, расположенные в пределах одной ячейки обратной решетки.

Для большей наглядности речь шла о круговом "гофрированном" цилиндре. Легко понять, что эти рассуждения в равной мере относятся к любому "гофрированному" /некруговому/ цилиндру.

Учитывая вышесказанное и произведя несложные вычисления, тензор проводимости b_{ik} при произвольных ϑ можно представить в виде

$$b_{ik} = \begin{pmatrix} \gamma_0^2 a_{xx}(\eta) & \gamma_0 a_{xy}(\eta) & \gamma_0 a_{xz}(\eta) \\ \gamma_0 a_{yx}(\eta) & a_{yy}(\eta) & a_{yz}(\eta) \\ \gamma_0 a_{zx}(\eta) & a_{zy}(\eta) & a_{zz}(\eta) \end{pmatrix} \quad /62/$$

где $\eta = \gamma_0 / \vartheta$.

При $\eta \rightarrow \infty$ /т.е. $\vartheta \ll \gamma_0$ / все компоненты матрицы $a_{ik}(\eta)$ стремятся к конечным величинам $a_{ik}(\infty)$, что и следовало ожидать, так как $\eta = \infty$ означает, что сильно вытянутая замкнутая траектория разорвалась на 2 открытые. При этом выражение /62/ переходит в /57/.

При $\eta \ll 1$ матричные элементы $a_{ik}(\eta)$ имеют вид

$$a_{ik} = \begin{pmatrix} a_{xx}(0) & a_{xy}(0) & a_{xz}(0) \\ a_{yx}(0) & d_1 \cdot \eta^2 & d_2 \cdot \eta \\ a_{zx}(0) & -d_2 \cdot \eta & a_{zz}(0) \end{pmatrix} \quad /63/$$

и /62/ при $\eta \ll 1$ переходит в /59/.

Хорошей экстраполяцией $a_{ik}(\eta)$ соответствующей структуре величин b_{ik} при $\eta \ll 1$ и $\eta \gg 1$ являются выражения типа

$$a_{ik}(\eta) = \frac{\alpha_{ik}^0 + \alpha_{ik}^{(1)} \cdot \eta + \alpha_{ik}^{(2)} \cdot \eta^2}{1 + \beta_{ik} \cdot \eta^2} \quad /64/$$

В частном случае прямого кругового цилиндра, как легко увидеть из /61/, выражения /64/ являются точными.

Для тензора сопротивления ρ_{ik} получим выражение

$$\rho_{ik} = \begin{pmatrix} \gamma_0^{-2} v_{xx}(\eta) & \gamma_0^{-1} v_{xy}(\eta) & \gamma_0^{-1} v_{xz}(\eta) \\ \gamma_0^{-1} v_{yx}(\eta) & v_{yy}(\eta) & v_{yz}(\eta) \\ \gamma_0^{-1} v_{zx}(\eta) & v_{zy}(\eta) & v_{zz}(\eta) \end{pmatrix} \quad /65/$$

Матричные элементы $v_{ik}(\eta)$ при $\eta \rightarrow \infty$ стремятся к конечным значениям $v_{ik}(\infty)$ / $\eta = \infty$ соответствует наличию открытых траекторий, выражение /65/ переходит в /58/ /

а при $\eta \rightarrow 0$ матричные элементы v_{ik} имеют вид

$$v_{ik} = \begin{pmatrix} \eta^2 v'_{xx} & v_{xy}(0) & \eta \cdot b \\ v_{yx}(0) & v_{yy}(0) & v_{yz}(0) \\ -\eta \cdot b & v_{zy}(0) & v_{zz}(0) \end{pmatrix} \quad /66/$$

и тензор ρ_{ik} имеет вид /60/.

Отметим, что формулы /62/ и /65/ сохраняют силу также и в том случае, когда поверхность ферми распадается на "гофрированный цилиндр" и произвольное количество замкнутых областей.

Так как в выражении для b_{ik} и ρ_{ik} /62/, /65/ координатные оси выбраны специальным образом, то представляет интерес записать выражения для сопротивления при произвольном направлении тока /перпендикулярном направлению магнитного поля/. Это даёт

$$\rho = \rho_{xx} \cdot \cos^2 \alpha + \rho_{yy} \cdot \sin^2 \alpha - (\rho_{xy} + \rho_{yx}) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha =$$

$$= \gamma_0^{-2} b_{xx}(\eta) \cdot \cos^2 \alpha - \gamma_0^{-1} (b_{xy}(\eta) + b_{yx}(\eta)) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + b_{yy} \cdot \sin^2 \alpha$$

.../67/,

где α - угол между направлением тока и осью X-ов.

Учитывая поведение $b_{ik}(\eta)$ при $\eta \ll 1$ и $\eta \gg 1$ мы представим его в форме

$$b_{xx} = \frac{\beta_1 \cdot \eta^2}{1 + \lambda^2 \cdot \eta^2} \cdot C(\eta)$$

и для ρ получим выражение

$$\rho = \frac{\beta_1 \cdot \cos^2 \alpha}{\vartheta^2 + \lambda^2 \gamma_0^2} \cdot C(\eta) + A$$

/68'/,

где A, β_1, λ - плавные функции углов, а $C(\eta)$ - плавная функция своего аргумента $\eta = \delta_0 / \vartheta$, причём

$$C(0) = C(\infty) = 1$$

Таким образом, основная зависимость от углов и от магнитного поля при приближении к особой линии $\vartheta = 0$ дается формулой /68'/, или в явной форме

$$\rho = \frac{\beta_1 \cdot \cos^2 \alpha \cdot H^2}{\vartheta^2 H^2 + \lambda^2 H_0^2} \cdot C(\eta) + A$$

/68/

Таким образом, при приближении к направлениям $\vartheta = 0$ возникает квадратичный рост сопротивления с полем, в то время, как при всех остальных направлениях магнитного поля - имеется

насыщение в полях $H \gtrsim \frac{H_0}{g}$

При фиксированном поле H имеется резкий максимум в угловой зависимости сопротивления, причём ширина его обратно пропорциональна полю

$$\Delta \vartheta \sim \gamma_0 = \frac{H_0}{H}$$

Ввиду очень большой остроты максимума при больших полях любое усреднение по углам в интервале $\delta \vartheta \gg \gamma_0$ /включающем $\vartheta = 0$ / приводит к линейному возрастанию сопротивления с полем:

$$\overline{(\rho)_{\delta \vartheta}} = \frac{\bar{\alpha} \cdot \cos^2 \alpha}{\delta \vartheta} \cdot \frac{H}{H_0} + A$$

/69/

$$\bar{\alpha} = \frac{\beta_1}{\lambda} \int_0^{\infty} \frac{c(\frac{\eta}{\lambda})}{1 + \eta^2} d\eta$$

В частности, при измерении сопротивления на тонкой поликристаллической проволоке, диаметр которой порядка размеров кристаллита, наблюдаемое сопротивление является усредненным, причём

$$\rho = \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \frac{H}{H_0} + \bar{A}$$

/70/

/Черта над α и A означает усреднение по плавной угловой зависимости в экваториальной плоскости $\vartheta = 0$ /.

Возможно, что линейный закон, открытый П.Л. Капицей [4], связан именно с подобным усреднением /следует еще раз подчеркнуть, что ввиду малой ширины максимума характер усреднения не играет особой роли/.

Значение поперечной компоненты сопротивления при произвольном направлении тока X' будет

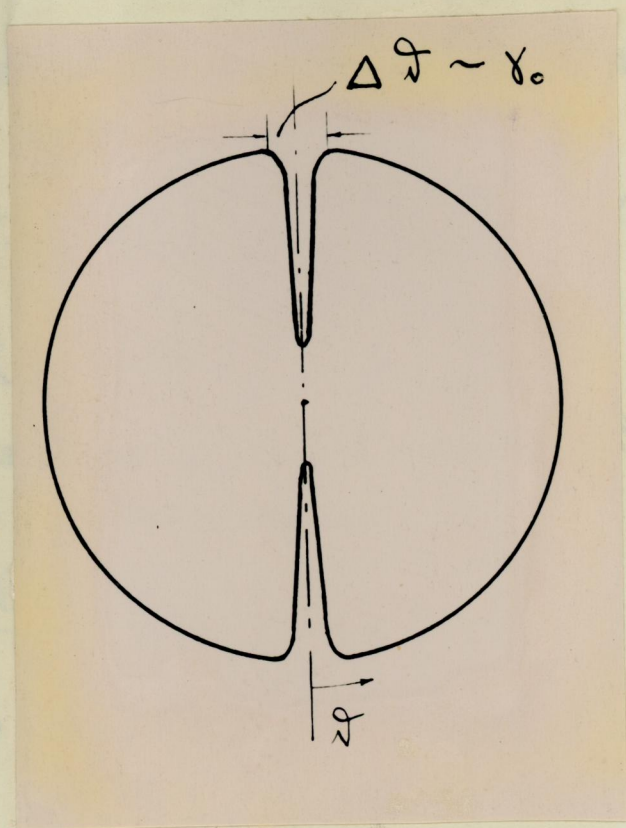


Рис. 13. Зависимость R от угловой координаты ϑ вектора \vec{H} /диаграмма вращения/ для поверхности типа "гофрированный цилиндр".

$$\rho_{y'x'} = \cos^2 \alpha \cdot \rho_{yx} - \sin^2 \alpha \cdot \rho_{xy} + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot (\rho_{yy} - \rho_{xx})$$

Отсюда, для постоянной Холла при произвольном направлении тока получим выражение

$$R = \frac{\rho_{y'x'}(H) - \rho_{y'x'}(-H)}{2H} = \frac{v_{yx}(\eta) + v_{xy}(-\eta)}{2H_0} = R_0 \cdot v(\eta) \quad (111)$$

где R_0 - значение постоянной Холла при $\alpha \gg \alpha_0$, т.е. не зависящая от углов поля величина

$$R_0 = \frac{v_{yx}(0)}{H_0} = \frac{1}{nec} \quad (112)$$

/ n - число электронов на одну ячейку/, а в $v(\eta)$ - плавная функция η , причём $v(0) = 1$ и $v(\infty) = \frac{v_{yx}(\infty)}{v_{yx}(0)}$

Характерная угловая зависимость константы Холла от направления поля при фиксированном H /"диаграмма вращения"/ изображена на рис. 13. Как видно из этой диаграммы, $R = R_0$ всюду за исключением узкой области вблизи $\alpha = 0$. Ее ширина убывает с полем $\Delta \alpha \sim \alpha_0 = \frac{H_0}{H}$

В этой области асимптотика константы Холла зависит от конкретного вида интеграла столкновений и не имеет простого выражения.

§ 2. Случай поверхности типа "пространственная сетка"

Как уже было указано, эта поверхность /рис.2/ содержит особенности всех перечисленных в главе III типов.

В частности, участки экваториальных линий, не принадлежащие областям I на стереографической проекции направлений магнитного поля /жирные сплошные линии на рис. 4/ представляют собой особые линии эквивалентные направлениям $\vartheta = 0$ для поверхности типа "гофрированного цилиндра".

В области III, окружающей эту линию имеются сильно вытянутые замкнутые траектории и к этой области применим весь анализ и все результаты предыдущего параграфа. Роль ϑ играет при этом угол между направлением магнитного поля и ближайшей основной кристаллографической плоскостью.

Особыми направлениями другого типа являются границы областей I-II /рис. 4/, а также направления основных кристаллографических осей. Переходя к их исследованию следует прежде всего отметить, что внутри областей II содержатся лишь замкнутые траектории, расположенные в пределах одной ячейки обратной решетки, а в области I, - наряду с ними открытые траектории. Поэтому в области II вплоть до ее границ асимптотика тензора проводимости σ_{ik} и тензора сопротивления ρ_{ik} имеют вид /59/ и /60/, такой же, как и в случае замкнутых поверхностей Ферми, и резкая угловая зависимость σ_{ik} и ρ_{ik} появляется лишь в области I и III.

Характер асимптотики для тензора проводимости внутри области I удобнее всего выяснить рассматривая отдельно вклад в каждую компоненту тензора проводимости $\sigma_{ik} / \sigma_{ik} = \sigma_{ik}' + \sigma_{ik}''$ см. формулы /57/ и /59/ / от слоя открытых траекторий и от всех замкнутых траекторий. При этом следует учесть, что вклад в σ_{ik} от замкнутых траекторий, расположенных в

пределах одной ячейки обратной решетки имеет вид /59/.

Для определения вклада от слоя открытых траекторий заметим, прежде всего, что направление магнитного поля /внутри области I/ однозначно определяет единственное общее для всех линий направление открытых траекторий /пересечение плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля с ближайшей главной кристаллографической плоскостью/. Выбирая это направление за ось X-ов, мы получаем картину, аналогичную разобранным ранее случаю "гофрированного цилиндра" при условии, что направление магнитного поля, перпендикулярно к его оси /т.е. $\vartheta = 0$ /. Соответствующий вклад в тензор σ_{ik} имеет вид /57/.

Толщина слоя /по P_z / открытых траекторий обращается в нуль на границе областей I-II, а также в направлениях главных кристаллографических осей.

Вблизи этих особых направлений толщина слоя, вообще говоря, пропорциональна ϑ' , где ϑ' - абсолютная величина угла между направлением магнитного поля и границей области I-II /либо направлением ближайшей кристаллографической оси/.

Поэтому, вблизи особых направлений, удерживая главные относительно малых параметров γ_0 и ϑ' члены в выражении для σ_{ik} , мы получим

$$\sigma_{ik} = \begin{pmatrix} \gamma_0^2 a_{xx} & \gamma_0 a_{xy} & \gamma_0 a_{xz} \\ \gamma_0 a_{yx} & \gamma_0^2 a_{yy} + \vartheta' \cdot c_2 & \gamma_0 a_{yz} + \vartheta' \cdot c_3 \\ \gamma_0 a_{zx} & \gamma_0 a_{zy} + \vartheta' \cdot c_3 & a_{zz} \end{pmatrix} /73/$$

где a_{ik}, c_i - главные функции углов, причём все они,

вообще говоря, величины одного порядка.

Для обратного тензора ρ_{ik} имеем с той же точностью

$$\rho_{ik} = \begin{pmatrix} v_{xx} + \frac{v'_{xx} \cdot d'}{\gamma_0^2} & \frac{v_{xy}}{\gamma_0} & v_{xz} + \frac{v'_{xz} \cdot d'}{\gamma_0} \\ \frac{v_{yx}}{\gamma_0} & v_{yy} & v_{yz} \\ v_{zx} + \frac{v'_{zx} \cdot d'}{\gamma_0} & v_{zy} & v_{zz} \end{pmatrix} \quad /74/$$

/ v_{ik} - главные функции углов, причём $v_{xy} = 1/a_{xy}$ /.

Для определения сопротивления при произвольном направлении электрического тока и перпендикулярном ему направлении магнитного поля, следует снова произвести преобразование компонент тензора ρ_{ik} , как это было сделано в предыдущем параграфе. Если α есть угол между направлением электрического тока и определенным выше направлением X , то сопротивление ρ имеет вид

$$\rho = \frac{d' \cdot \cos^2 \alpha \cdot v'_{xx}}{\gamma_0^2} + \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot (v_{xy} + v_{yx})}{\gamma_0} + \cos^2 \alpha \cdot v_{xx} + \sin^2 \alpha \cdot v_{yy}$$

Учитывая, что с точностью до членов порядка γ_0

$$v_{xy} = -v_{yx}, \text{ имеем при } H \gg H_0 \quad (\gamma_0 \ll 1)$$

$$\rho = d' \cdot \cos^2 \alpha \cdot v'_{xx} \cdot \frac{H^2}{H_0^2} + A \quad /75/$$

/ A - главная функция углов, не зависящая от H /.

Таким образом, в областях I имеется квадратичное возрастание сопротивления, исчезающее на границах области, а также в ее центре. Кроме того имеется направление тока

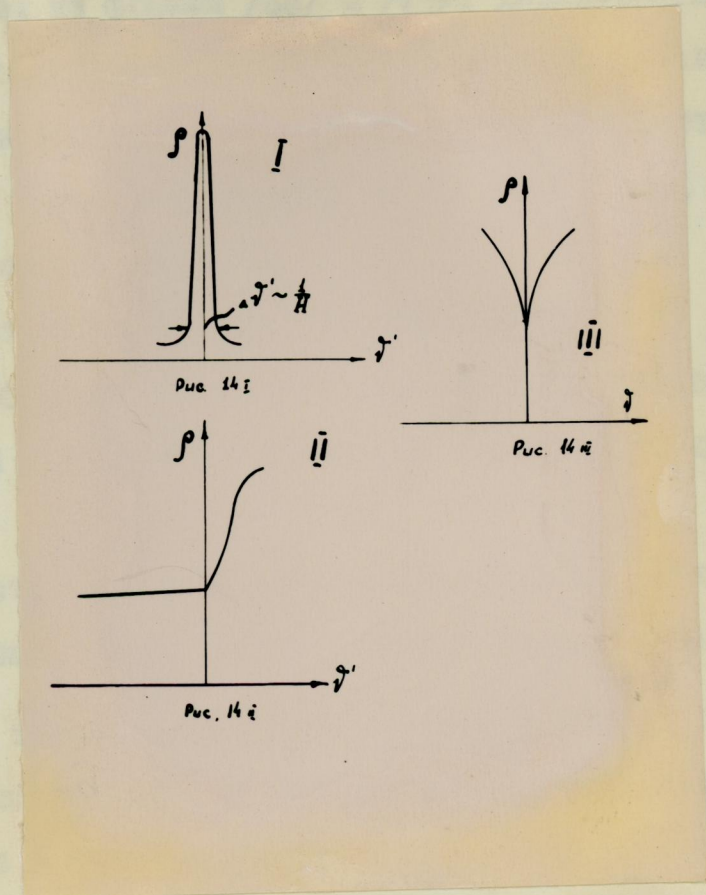


Рис. 14. Угловая зависимость ρ вблизи особых точек первого /I/, второго /II/ и третьего /III/ типов.

$\cos \alpha = 0$ /перпендикулярное направлению открытых траекторий/ при котором сопротивление также стремится к насыщению.

Как следует из формул /68/ и /75/, характерная угловая зависимость сопротивления при подходе к особым направлениям трёх типов, указанных в конце III-й главы будет иметь в области очень сильных магнитных полей / $H \gg H_0$ / вид, изображенный схематически на рис. 14.

Особенность I-го типа в угловой зависимости ρ представляет собой узкий и длинный максимум, величина максимума увеличивается с увеличением поля, а ширина максимума уменьшается.

Особенность II-го типа представляет собой точку, в которой производная $\frac{d\rho}{d\theta'}$ имеет скачок /т.е. кривая $\rho(\theta')$ имеет в этой точке излом - это связано с тем обстоятельством, что слева и справа этой точки различный закон зависимости сопротивления с магнитным полем/.

Особенность III-го типа представляет собой узкий и глубокий минимум, сопротивление в этой точке остается неизменным при изменении магнитного поля ($\chi_0 \ll 1$), в то время, как вблизи этой точки слева и справа сопротивление квадратично возрастает с увеличением магнитного поля. Поэтому ширина минимума уменьшается при увеличении магнитного поля, а глубина минимума - увеличивается.

Характерная розетка сопротивлений /диаграмма вращения $H \perp j$ /, содержащая все три типа особенностей, получается при вращении магнитного поля в плоскости, проходящей через одну из кристаллографических осей, но не лежащей слишком

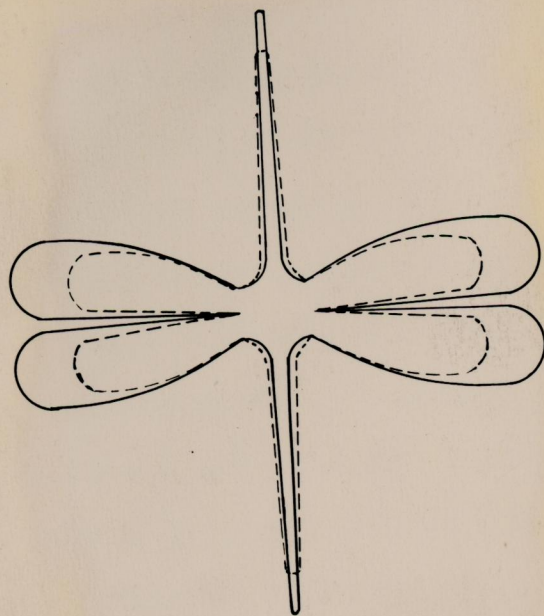


Рис. 15

Рис. 15. Диаграмма вращения $\rho = \rho(\vartheta')$ с тремя типами особых точек /сплошные линии - $\rho = \rho(\vartheta')$ при постоянной величине напряженности магнитного поля H_2 , пунктирные линии - $\rho = \rho(\vartheta')$ при постоянной величине поля H_1 ;

$$H_2 > H_1 \gg H_0$$

близко к кристаллографической плоскости /например, плоскость /110/ /. Подобная розетка схематически изображена на рис.15. Экспериментальное построение подобных угловых зависимостей в разных плоскостях даст возможность определить характер особых точек и таким образом "прощупать" всю поверхность Ферми.

Заметим, что все полученные результаты остаются справедливыми, когда наряду с одной открытой поверхностью в металле имеется произвольное число замкнутых поверхностей Ферми.

Как было показано в главе I-й, компонента тензора проводимости σ_{yx} , а с ней и постоянная Холла R не зависит от вида интеграла столкновений и связана с геометрией поверхности Ферми, если эта поверхность замкнутая.

Поэтому в области II и вблизи особых точек рассматриваемого типа мы можем вычислить значение R .

Воспользовавшись /73/ - /74/ для ρ_{yx} при малых углах ϑ' получим

$$\rho_{yx} = \frac{1}{\sigma_{yx}} [1 + \lambda(\vartheta, \varphi) \cdot \vartheta] \quad /76/$$

$\lambda(\vartheta, \varphi)$ - плавная функция углов ;
(ϑ и φ - угловые координаты вектора \vec{H} в системе координат, где полярной осью является ось 3 /.
/см. рис.2/.

В случае, когда открытые траектории не слишком распространены, а замкнутые траектории расположены в пределах одной ячейки обратной решетки /именно такие траектории могут существовать, когда направление магнитного поля принадлежит области I/ для σ_{yx} справедливо выражение:

$$\bar{\sigma}_{yx} = -2e^2 t_0 h^{-3} \int \gamma_0 \frac{c}{e n T_0} \frac{\partial P_x}{\partial \tau} \left[C_x^{(1)}(\epsilon, p_z) - \frac{c}{e n T_0} P_y f_0'(\epsilon) \right] \cdot (d\vec{p})$$

.../76'/

Постоянная $C_x^{(1)}(\epsilon, p_z)$ определяется из условия /12/
/см. гл. I/.

$$\overline{W \{ C_x^{(1)}(\epsilon, p_z) \}} = \overline{W \left\{ f_0'(\epsilon) \frac{c}{e n T_0} \bar{P}_y \right\}} = \overline{W \left\{ f_0'(\epsilon) \frac{c}{e n T_0} P_y(\tau) \right\}}$$

.../77/

и, естественно, зависит от вида интеграла столкновений.

2-е слагаемое в правой части /76'/ не зависит от вида интеграла столкновений и от ориентации направления магнитного поля

$$\iint P_y \frac{\partial P_x}{\partial \tau} d\tau dp_z = V(\epsilon)$$

где $V(\epsilon)$ - общий объём трубок, приходящийся на одну ячейку обратной решетки.

Если все траектории замкнуты, то $\oint \frac{\partial P_x}{\partial \tau} d\tau = 0$ и первое слагаемое в /76'/ обращается в нуль.

Для открытой траектории

$$\int_{\tau}^{\tau + \frac{T}{\tau_0}} \frac{\partial P_x}{\partial \tau} d\tau \approx \pm v_x$$

Учтя инвариантность Ψ относительно преобразований, связанных с трансляционной симметрией решетки

$$\begin{aligned} P_x &\rightarrow P_x + m_1 v_1 \cdot \sin\psi - m_2 v_2 \cdot \cos\psi \\ P_y &\rightarrow P_y + (m_1 v_1 \cdot \cos\psi + m_2 v_2 \sin\psi) \cos\vartheta - m_3 v_3 \cdot \sin\vartheta \\ P_z &\rightarrow P_z + (m_1 v_1 \cdot \cos\psi + m_2 v_2 \sin\psi) \cdot \sin\vartheta + m_3 v_3 \cdot \cos\vartheta \end{aligned}$$

/ b_1, b_2, b_3 - периоды обратной решетки, m_1, m_2, m_3 - целые числа/, мы получим при направлениях поля, близких к кристаллографическим осям

$$\sigma_{yx} = - \frac{2ec}{Hh^3} \left\{ V - d_{\min} b_1 b_2 \left[1 - \frac{b_1 \cdot \cos\varphi + b_2 \cdot \sin\varphi \cdot \sin\delta}{d_{\min}} \right] \cos\delta + u(\delta, \varphi) \right\} \quad /78/$$

где d_{\min} - минимальная толщина трубки в направлении соответствующей кристаллографической оси 3; и $u(\delta, \varphi)$ - зависит от конкретного вида интеграла столкновений \tilde{W} и дается интегралом

$$u(\delta, \varphi) = - 2b_1 \int \bar{P}_y(p_z) dp_z$$

взятым только по открытым траекториям. Величина $\bar{P}_y(p_z)$ определяется из условия /77/.

При $\delta = 0$ открытые траектории исчезают и $u(0, \varphi) = 0$. При малых δ будет $u(\delta, \varphi) \sim \delta$, причём в случае, когда трубки имеют постоянную толщину, u убывает быстрее, чем δ и этим слагаемым в /78/ можно пренебречь.

Таким образом относительно асимптотики постоянной Холла можно высказать следующие утверждения:

Постоянная Холла $R = \frac{P_{yx}(H) - P_{yx}(-H)}{2H}$ не зависит

от H , но является функцией углов и вида интеграла столкновений в областях I, III /рис. 4/.

В области II

$$R = \frac{1}{nec} \quad /79/,$$

где n - число электронов $n = 2h^3 V$

Когда магнитное поле направлено по кристаллографической оси, асимптотика постоянной Холла также определяется только топологией поверхности Ферми и не зависит от вида интеграла столкновений.

Формально R записывается в виде, аналогичном /79/

$$R = \frac{1}{n_i ec} \quad i = 1, 2, 3 \quad /80/,$$

однако числа " n_i " уже не равняются числу электронов " n " и даются выражениями

$$n_1 = n - 2h^{-3} v_2 d_3 d_1; \quad n_2 = n - 2h^{-3} d_2 v_1 v_3$$

$$n_3 = n - 2h^{-3} d_3 v_1 v_2$$

d_1, d_2, d_3 - минимальные толщины трубок в направлении кристаллографических осей 1, 2, 3, соответственно.

Следует отметить одно любопытное обстоятельство. Как указывалось в главе I-й /см. [8] /, понятие "электронов" и "дырок" можно ввести лишь в случае замкнутых поверхностей Ферми. В случае замкнутых траекторий на открытых поверхностях можно в некотором смысле также говорить о движениях двух типов, в зависимости от направления обхода траектории /для замкнутых поверхностей направление обхода различно для "электронов" и "дырок"/. Однако, в случае открытой поверхности направление обхода в одной и той же точке может зави-

сиг^{НАПРАВЛЕНИЯ} от ориентации магнитного поля /т.е. от направления сеточной плоскости/. Именно это имеет место для поверхности типа "пространственная сетка". Поэтому "число носителей" I-го и II-го типов зависит от направления магнитного поля и не является инвариантным.

С этой точки зрения величины n_i в формулах /80/ могут быть формально интерпретированы, как разности чисел таких носителей в форме $n_i = n_i^I - n_i^{II}$, хотя ни о каком делении на "дырки" и "электроны", естественно, не приходится говорить.

§ 3. Случай поверхности типа "гофрированная плоскость"

Для поверхности типа "гофрированная плоскость" открытые траектории $\varepsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$ существуют при любом направлении магнитного поля. Поэтому сопротивление будет квадратично возрастать с магнитным полем почти при любой ориентации направления магнитного поля и электрического тока. Исключение составляют случаи, когда электрический ток направлен перпендикулярно к направлению открытых траекторий (кроме того $\frac{\Delta p_z}{\hbar} \ll \frac{1}{\delta_0}$), либо когда магнитное поле направлено так, что толщина слоя /по p_z / открытых сечений поверхности ферми плоскостью $p_z = \text{const}$ равна нулю. В этих случаях сопротивление достигает насыщения в области сильных магнитных полей

Для поверхности, изображенной на рис. 5 /не имеющей преимущественного направления гофрировки/, диаграммы вращения ($\rho = \rho(\vartheta), \vec{n} \perp \vec{j}$) будут иметь 2 особые точки III-го типа

независимо от ориентации направления электрического тока.

Несколько отличным будет положение для поверхности, имеющей преимущественное направление гофрировки /в направлении, перпендикулярном ему поверхность слабо гофрирована/. /См. рис. 6/.

Когда направление магнитного поля не совпадает с осью ζ и не расположено вблизи оси ζ /ось ζ - направлена перпендикулярно касательной плоскости к поверхности Ферми, оси ν и ζ - расположены в касательной плоскости; см. § 3 гл. II и рис. 7/, то для данной поверхности /рис. 6/ справедливы утверждения, сделанные для поверхности, изображенной на рис. 5. В этом случае при $\delta \gg \delta_0$ / δ - угол между осью ζ и направлением магнитного поля/ открытые траектории не слишком распространены в направлении оси P_y /ось P_x по-прежнему направлена вдоль направления открытой траектории/ и для тензора проводимости σ_{ik} и тензора сопротивления ρ_{ik} справедливы выражения /57/ и /58/.

Особый интерес представляет рассмотрение случая, когда направление магнитного поля близко к оси ζ , т.е.

$$\delta \lesssim \delta_0 \ll 1 .$$

При таких направлениях магнитного поля открытые траектории сильно вытянуты в направлении оси P_y $(\frac{\Delta P_y}{v_y} \sim \frac{1}{\delta_0})$ и разложением /45/ для ψ_i нельзя воспользоваться для определения асимптотики σ_{ik} .

В этом случае среднее значение $(v_x)_{\Delta t}$ за время порядка времени свободного пробега может оказаться существенно отличным от нуля, в то время, как $\overline{v_x}$ на всей

траектории равно нулю.

Для простоты рассмотрим случай, когда направление магнитного поля расположено в плоскости $\xi \zeta$. Тогда открытые траектории будут строго периодическими, их направление параллельно кристаллографической оси V .

При $d \ll 1$ время $T(\epsilon, p_z)$, в течение которого проекция квазиимпульса p_x изменится на величину v_x очень велико /так как электрон должен пройти очень "длинный язык" длиной порядка v/d на траектории $\epsilon = const, p_z = const$ /.

Среднее значение \bar{v}_y очень мало в этом случае

$$\bar{v}_y = v_y^0 = \frac{c v_x}{e H T} = \left(\frac{c v_x}{e H T_0} \right) d$$

и
$$\sigma_{yy} \approx (d^2 a'_{yy} + \gamma_0^2 a_{yy})$$

/2-е слагаемое в выражении σ_{yy} обязано наличию слабой гофрировки поверхности ферми в направлении ζ ; открытую траекторию в этом случае можно представить как сглаженную траекторию - такой она являлась бы, если бы гофрировка поверхности в направлении ζ отсутствовала, на которую накладывается слабая гофрировка. Ясно, что этой слабой гофрировке соответствуют большие "K" в Фурье - разложении \bar{v} и $\bar{\psi}$, для которых выражение для σ_{ik} разложимо в ряд по степеням γ_0 , а сглаженной периодической кривой соответствуют малые "K". Так как $T(\epsilon, p_z)$ велико, то параметр $\frac{T}{\hbar_0} \frac{1}{K}$ для малых K не является малым и слагаемые в σ_{ik} с v_i^k / K - небольшие / не разложимы в ряд по степеням γ_0 /.

Произведя несложные вычисления, получим для $\bar{\sigma}_{ik}$

$$\bar{\sigma}_{ik} = \begin{pmatrix} a_{xx}(\eta) & \gamma_0 a_{xy}(\eta) & a_{xz}(\eta) \\ \gamma_0 a_{yx}(\eta) & \gamma_0^2 a_{yy}(\eta) & \gamma_0 a_{yz}(\eta) \\ a_{zx}(\eta) & \gamma_0 a_{zy}(\eta) & a_{zz}(\eta) \end{pmatrix} \quad /81/$$

$a_{ik}(\eta)$ можно представить следующими экстраполяционными формулами, характеризующими поведение $\bar{\sigma}_{ik}$ при $\eta \ll 1$ и $\eta \gg 1$.

$$a_{ik}(\eta) = \frac{\alpha_{ik}^{(0)} + \alpha_{ik}^{(1)} \cdot \eta + \alpha_{ik}^{(2)} \cdot \eta^2}{\beta_{ik} + \eta^2}$$

причём $\alpha_{xx}^{(0)} = \alpha_{xx}^{(1)} = \alpha_{xz}^{(0)} = \alpha_{zx}^{(0)} = \alpha_{yy}^{(1)} = \alpha_{yz}^{(0)} = \alpha_{zy}^{(0)} = 0$

и $\beta_{yy} = \beta_{yz} = \beta_{zy} = 0$

Все $a_{ik}(\eta)$ при $\eta \rightarrow \infty$ стремятся к конечным величинам $a_{ik}(\infty)$ и направление открытой траектории при $\eta = \infty$ изменяется, переходя от оси ν к оси ξ . При $\eta \ll 1$ /81/ переходит в /57/.

Если ось x не совпадает с осью ξ , то \bar{v}_y всегда пропорционально δ для малых $\delta \leq \gamma_0 \ll 1$

При $\delta \ll \gamma_0 \ll 1$ практически ось z параллельна оси ξ .

Если ввести угол φ между осями x и ξ , и угол α между направлением электрического тока и осью x , опуская элементарные вычисления получим для продольного сопротивления в предельных случаях $\delta \ll \gamma_0$ и $\delta \gg \gamma_0$ сле-

дующие выражения.

$$\rho = v \left(\frac{H}{H_0} \right)^2 \cos^2 \alpha + A ; \quad d \gg \gamma_0$$

$$\rho = \left(\frac{H}{H_0} \right)^2 \left[v_1 \cos^2(\alpha + \varphi) + v_2 d^2 \cos^2 \alpha \right] + A_1 ; \quad \begin{matrix} /82/ \\ d \ll \gamma_0 \end{matrix}$$

Если направление электрического тока \vec{j} параллельно плоскости $\xi \eta$ и $\cos(\alpha + \varphi) \neq 0$, то на диаграмме вращения ($\rho = \rho(\gamma)$) сопротивление всюду квадратично возрастает с полем. В противном случае на диаграмме вращения для сопротивления имеются две особенности третьего типа /см. рис. 14/. Постоянная Холла является сложной функцией углов и вида интеграла столкновений. Исключение составляет случай, когда направление магнитного поля перпендикулярно к касательной плоскости к поверхности Ферми, изображенной на рис. 5. В этом случае траектории вносящие вклад в B_{ik} замкнуты и постоянная Холла R не зависит от вида интеграла столкновений.

§ 4. Гальваномагнитные свойства металлов с гранецентрированной кристаллической решеткой

Поверхность Ферми для этой группы металлов, если она открытая, представляет собой "пространственную сетку", образованную из "гофрированных" цилиндров.

Наиболее простой пример поверхности Ферми типа "пространственная сетка", когда оси "гофрированных" цилиндров, образующих сетку, направлены вдоль главных кристаллографических осей /см. рис. 2 /, уже был рассмотрен нами /геометрия плоских сечений в § 2 гл. II, а гальваномагнитные свойства металлов с такой поверхностью в § 2 гл. IV/.

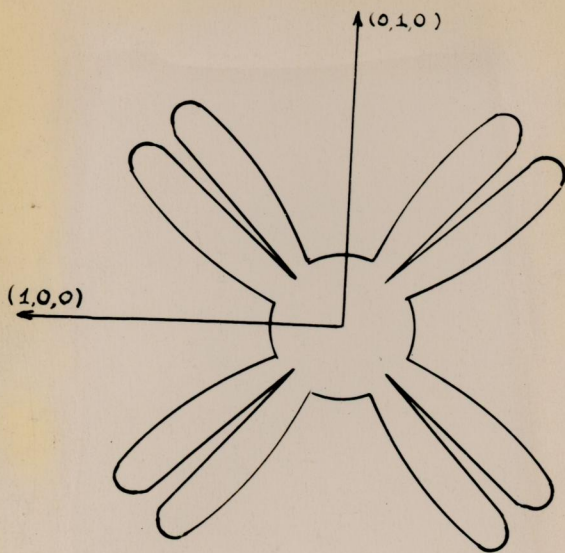


Рис. 16

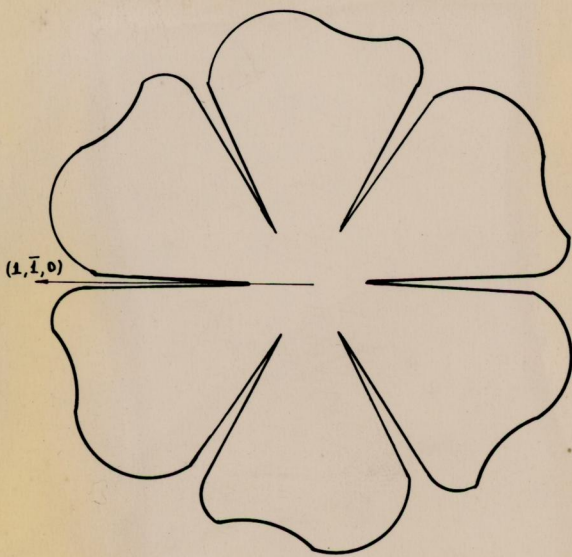


Рис. 17

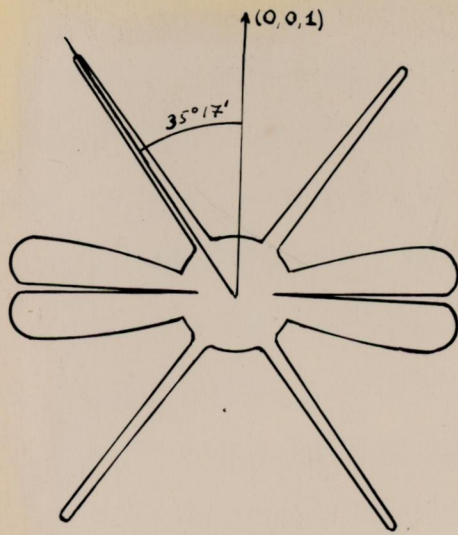


Рис. 18

Рис. 16, 17, 18. Диаграммы угловой зависимости сопротивления $\rho = \rho(\vartheta)$ / диаграммы вращения $\vec{H} \perp \vec{j}$ / для металла с поверхностью Ферми типа "пространственная сетка", образованной "гофрированными" цилиндрами, направленными вдоль больших диагоналей кубической ячейки обратной решетки. -/Стереографическую проекцию направлений магнитного поля см. на рис. 8/. Электрический ток направлен по оси симметрии кристалла 4-го порядка $/0, 0, 1/$ /рис. 16/, по оси симметрии 3-го порядка $/1, 1, 1/$ /рис. 17/ и по оси симметрии 2-го порядка $/1, 1, 0/$ /рис. 18/.

Еще одной простой разновидностью поверхности типа "пространственная сетка" является поверхность, образованная "гофрированными цилиндрами", оси которых направлены по большим диагоналям куба ячейки обратной решетки. В этом случае в одной точке пересекаются оси сразу 4-х цилиндров.

Легко заметить, что весь анализ § 2 этой главы для гальваномагнитных свойств металлов с поверхностью Ферми, изображенной на рис. 2, может быть перенесен на другую вышеуказанную разновидность поверхности типа "пространственная сетка".

На рис. 15, 17, 18 изображены принципиальные диаграммы вращения $(\vec{H} \perp \vec{j})$ зависимости сопротивления от величины магнитного поля и угловых координат для случаев, когда электрический ток направлен по оси 4-го порядка /главной кристаллографической оси/, по оси 3-го порядка /по большой диагонали ячейки обратной решетки/ и по оси 2-го порядка /диагонали грани ячейки/, соответственно.

Исследование, содержащееся в § 4 главы II, конечно, не представляет собой исчерпывающее исследование геометрических свойств поверхностей Ферми для металлов с гранецентрированной решеткой, хотя бы потому, что вид закона дисперсии $\epsilon = \epsilon(\vec{p})$ представлен в виде ряда, в котором опущены тройные, четвертые и более высокого порядка произведения косинусов, и выражение /42/ является приближенным.

Поэтому данное исследование является в некотором смысле качественным исследованием наиболее интересных случаев. Помимо простых вышеуказанных разновидностей поверхности типа "производственная сетка", существуют поверхности типа "пространственная сетка" сложной структуры, состоящей из "гофри-

рованных" цилиндров, оси которых могут иметь в принципе 13 различных направлений, причём некоторые оси цилиндров являются скреживающими линиями /см. § 4 гл. II/.

Вероятно, для металлов с гранецентрированной решеткой с большей плотностью электронов проводимости поверхность Ферми имеет более сложную структуру.

По-видимому, следует ожидать, что для поверхности Ферми для меди стереографическая проекция направлений магнитного поля, приводящих к открытым сечениям, имеет вид, изображенный на рис. 11. Для золота и серебра плотности электронов проводимости почти одинаковы и меньше, чем плотности электронов проводимости для меди. Кроме того, основной период прямой решетки " a " /постоянная решетки/ для золота и серебра почти не различается между собой. Есть все основания предположить, что изоэнергетическая поверхность Ферми для золота и серебра имеет очень близкую структуру. Возможно, стереографическая проекция направлений магнитного поля, приводящих к появлению открытых фазовых траекторий, для поверхности Ферми золота и серебра имеет вид, изображенный на рис. 9 или рис. 10. Однако, не исключена возможность, что поверхность Ферми для золота подобна поверхности Ферми для меди.

Некоторые выводы о зависимости сопротивления от величины магнитного поля $\rho = \rho(H)$ для всей группы металлов с гранецентрированной решеткой можно сделать, используя свойства симметрии решетки и не прибегая к очень сложному геометрическому анализу топологии поверхности Ферми:

А именно, если магнитное поле направлено по оси симметрии 3-го или 4-го порядка /большая диагональ или ребро куба ячейки/, то при любой ориентации направления электрического тока продольное сопротивление достигает насыщения в области сильных магнитных полей.

Это связано с тем обстоятельством, что сечение поверхности Ферми плоскостью $\rho_z = \text{const}$ /когда ось z направлена по оси симметрии 3-го или 4-го порядка/ должно быть симметричным относительно поворота ^{вокруг} оси симметрии 3-го или 4-го порядка на угол в 120° или 90° , соответственно /см. /42/ /.

Это значит, что невозможны открытые траектории при таком направлении магнитного поля с единственным средним направлением. При повороте на угол 120° или 90° вокруг оси симметрии поворачивается на такой же угол направление открытой траектории и большие полуоси сильно вытянутых замкнутых траекторий, если, конечно, таковые существуют.

Благодаря этому всегда продольное сопротивление ρ не зависит от величины магнитного поля в области сильных магнитных полей, когда магнитное поле направлено по оси симметрии решетки 3-го и более высокого порядка.

При некоторых направлениях магнитного поля для поверхности Ферми сложной структуры возможно появление нескольких слоёв /по ρ_z / открытых траекторий с различным направлением траекторий в каждом слое. Например, это возможно, когда направление магнитного поля перпендикулярно осям двух "гофрированных" цилиндров, образующих "пространственную сетку", оси которых не пересекаются друг с другом /большие диагонали куба, диагональ или ребро могут быть скрещивающимися линиями/.

В этом случае все компоненты ^{тензора} сопротивления достигают насыщения.

В качестве примера рассмотрим случай, когда имеется 2 слоя открытых траекторий, направления которых взаимно перпендикулярны. Тогда выбирая одно направление за ось X-ов, а другое - за ось Y-ов, тензор проводимости σ_{ik} запишется в виде

$$\sigma_{ik} = \begin{pmatrix} \gamma_0^2 a_{xx} & \gamma_0 a_{xy} & \gamma_0 a_{xz} \\ \gamma_0 a_{yx} & \cancel{\gamma_0 a_{yy}} & \cancel{\gamma_0 a_{yz}} \\ \gamma_0 a_{zx} & \gamma_0 a_{zy} & a_{zz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a'_{xx} & \gamma_0 a'_{xy} & a'_{xz} \\ \gamma_0 a'_{yx} & \gamma_0^2 a'_{yy} & \gamma_0 a'_{yz} \\ a'_{zx} & \gamma_0 a'_{zy} & a'_{zz} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a'_{xx} & \gamma_0 a''_{xy} & a'_{xz} \\ \gamma_0 a''_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a'_{zx} & a_{zy} & a''_{zz} \end{pmatrix} \quad /83/$$

Из /83/ видно, что все компоненты тензора сопротивления ρ_{ik} достигают насыщения в области сильных магнитных полей

Достигает насыщения в этом случае продольное сопротивление ρ , а постоянная Холла $R = \frac{\rho_{yx}(H) - \rho_{yx}(-H)}{2H}$ /за ось X-ов принято направление тока/ убывает с увеличением величины магнитного поля как $\frac{1}{H^2}$.

Учитывая вышеизложенные обстоятельства и зная стереографическую проекцию /см. рис. 11/ для поверхности Ферми меди возможно построить принципиальные диаграммы вращения ($\rho = \rho(\theta')$).

На рис. 19 изображена принципиальная диаграмма вращения

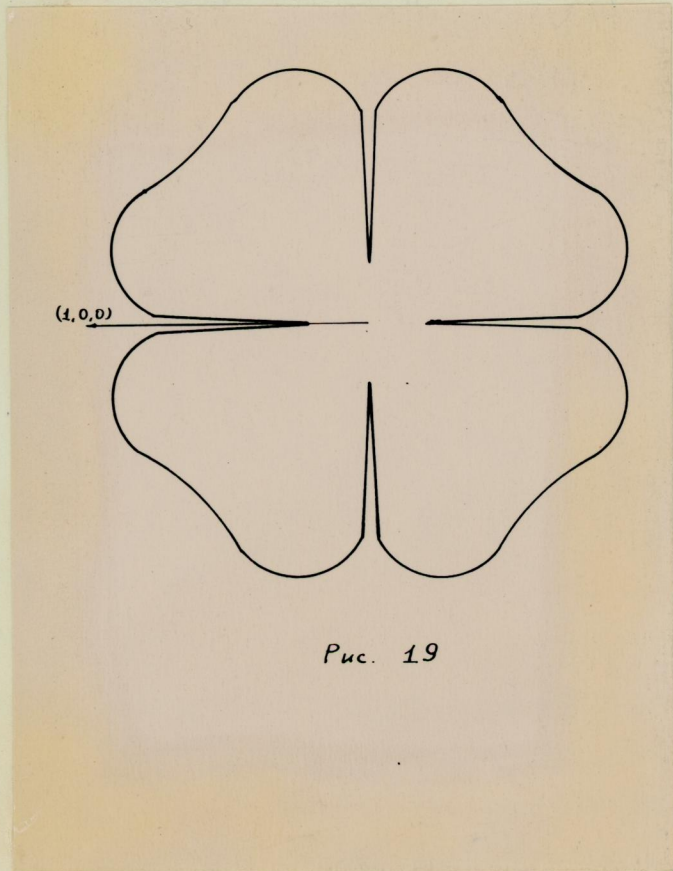


Рис. 19

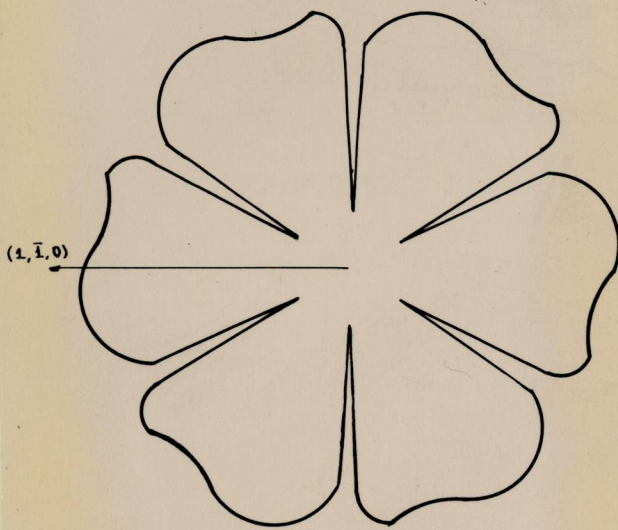


Рис. 20

Рис. 19 и 20. Диаграммы угловой зависимости сопротивления $\rho = \rho(\vartheta')$ / диаграммы вращения $\vec{H} \perp \vec{j}$ для металла с поверхностью Ферми типа поверхности Пиппарда для Cu. Электрический ток направлен по оси $/0, 0, 1/$ /рис. 19/ и по оси $/1, 1, 1/$ /рис. 20/.

$(\rho = \rho(\theta), \vec{H} \perp \vec{j})$, когда электрический ток направлен вдоль главной кристаллографической оси /оси 4-го порядка/. В четырёх точках /когда \vec{H} направлено по осям 4-го порядка/ имеются узкие и глубокие провалы, ширина которых должна убывать с увеличением магнитного поля как $\frac{1}{H^2}$. При остальных ориентациях направления магнитного поля на диаграмме вращения сопротивление квадратично возрастает с полем $\rho \sim H^2$.

На рис. 20 изображена принципиальная диаграмма вращения $\rho = \rho(\theta) (\vec{H} \perp \vec{j})$, когда электрический ток направлен по большой диагонали куба ячейки решетки. Так же, как и на рис. 17 имеется 6 минимумов сопротивления /рис. 13 /, однако они смещены на угол 30° .

Диаграммы вращения $(\vec{H} \perp \vec{j})$ для зависимости сопротивления от величины магнитного поля при произвольном направлении тока чрезвычайно сложны.

Расшифровка экспериментальных диаграмм вращения для сопротивления позволит сделать некоторые выводы о геометрических свойствах поверхности ферми.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Различный закон изменения сопротивления с магнитным полем в области сильных магнитных полей при различных ориентациях направлений магнитного поля относительно кристаллографических осей является наиболее существенным признаком того, что поверхность Ферми для металла - открытая.

Для открытых поверхностей Ферми возможны открытые траектории движения электрона в импульсном пространстве $\epsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ /, проходящие через всю обратную решетку. Характер движения электрона в обычном пространстве существенно зависит от того является ли траектория $\epsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ открытой или замкнутой траекторией. Если траектория $\epsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ - открытая, то движение электрона в обычном пространстве инфинитно в целой плоскости.

Это обстоятельство проявляется в явлениях переноса.

Экспериментальное исследование гальваномагнитных явлений в металлах в области сильных магнитных полей позволит сделать некоторые выводы о топологии поверхности Ферми. Так, например, особые точки в угловой зависимости сопротивления ρ при фиксированном магнитном поле H непосредственным образом связаны с геометрическими свойствами поверхности Ферми и характеризуют те направления нормалей, при которых появляются или исчезают открытые плоские сечения. Кроме того, в некоторых случаях возможно определить по особым точкам в угловой зависимости ρ направление открытых траекторий $\epsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$.

Сопротивление ρ в области сильных магнитных полей

может достигать насыщения:

1/ если при данном направлении магнитного поля открытых траекторий движения электрона в импульсном пространстве $\varepsilon = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ вовсе нет, или открытые траектории появляются лишь при изолированных значениях p_z . При этом все замкнутые траектории не велики;

2/ если все открытые траектории имеют общее среднее направление на всех сечениях $p_z = \text{const}$, но электрический ток направлен перпендикулярно этому направлению;

3/ если имеются слои /по p_z / открытых траекторий с различным средним направлением открытой траектории.

Во всех остальных случаях сопротивление возрастает с увеличением магнитного поля.

Постоянная Холла R при наличии открытых траекторий является сложной функцией углов и вида интеграла столкновений, в то время как для замкнутой поверхности Ферми постоянная Холла является изотропной величиной и не зависит от вида интеграла столкновений (если, конечно, число электронов n_1 не равно числу "дырок" n_2). Выделение области углов, в которой постоянная Холла изотропна, позволит определить области направлений магнитного поля, при которых отсутствуют траектории $\varepsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$, распространяющиеся на несколько ячеек обратной решетки.

Для восстановления топологической структуры поверхности Ферми необходимо одновременное исследование анизотропии продольного сопротивления ρ и эффекта Холла.

В случае наличия слоёв /по p_z / открытых траекторий $\varepsilon = \text{const}$ и $p_z = \text{const}$ с различным средним направле-

нием этих траекторий постоянная Холла убывает как $\frac{1}{H^2}$. Это, пожалуй, единственный случай такого резкого убывания постоянной Холла. Во всех остальных случаях при $H \gg H_0$ постоянная Холла R стремится к насыщению, или наблюдается слабая зависимость R от H /вблизи особых точек $\rho = \rho(\vartheta')$ /.

При исследовании анизотропии сопротивления $\rho(\vartheta')$ помимо симметричных диаграмм вращения /когда электрический ток направлен по оси симметрии кристалла/ очень важно экспериментальное получение диаграмм вращения в случае, когда направление электрического тока не совпадает ни с одной осью симметрии кристалла. Такие диаграммы являются наиболее устойчивыми и кроме того позволяют определить в некоторых случаях величину двумерной области направлений магнитного поля, приводящих к открытым плоским сечениям поверхности Ферми.

Уже имеющиеся экспериментальные данные по изучению гальваномагнитных явлений в металлах в области сильных магнитных полей позволяют предположить, что для большинства металлов поверхности Ферми - открытые.

Пользуюсь случаем поблагодарить научного руководителя члена-корреспондента АН УССР профессора Илью Михайловича Лифшица за постоянное руководство, ценные советы и помощь в работе, а также Моисея Исааковича Каганова за помощь в работе и полезные обсуждения полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. И.М. Лифшиц, А.М. Косевич ДАН СССР 96, 963, 1954,
ЖЭТФ 29, 730, 1955. Г.В. Зильберман. Докторская диссертация, Харьков, ХГУ, 1957г.
L. Onsager Phil. Mag. 43, 1006, 1952г.
2. М.Я. Азбель, Э.А. Канер. ЖЭТФ 32, 896, 1957
3. И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, М.И. Каганов ЖЭТФ, 31, 63, 1956
4. П.Л. Капица. Proc. Roy. Soc. A 123, 232, 1929
5. E. Justi und H. Scheffers, Phys. Zs. 37, 383
и. 475, 1936
6. В.Г. Лазарев, Н.М. Нахимович, Е.А. Парфенова ЖЭТФ, 9, 1169,
1939
7. E. Justi Leitfähigkeit und Leitungsmechanismus fester Stoffe
Göttingen, 1948
8. Е.С. Боровик. Докторская диссертация, Харьков, ХГУ, 1954г.
9. Е.С. Боровик ЖЭТФ, 23, 91, 1952 ;
ФМН, 2, 33, 1956
10. Н.Е. Алексеевский, Ю.П. Гайдуков. ЖЭТФ, 35, 554, 1958
11. Н.Е. Алексеевский, Ю.П. Гайдуков. У-е Всесоюзное совещание по физике низких температур. г. Тбилиси, 1958. Тезисы докладов.
12. A. Sommerfeld, Naturwiss. 15, 825, 1927; 16, 374, 1929,
Zs. f. Phys. 47, 1 43, 1928; Zs. VDJ 74, 585, 1930
13. R. Peierls, Ann. der Phys. 10, 97, 1931
14. Д. Блохинцев, Л. Нордгейм. Zs. f. Phys. 84, 168, 1933
15. Т. Конторова. Я.И. Френкель, ЖЭТФ, 5, 405, 1935
16. E. H. Sondheimer u. A. H. Wilson, Proc. Roy. Soc. A 190, 435, 1935

17. А.И. Ахиезер ЖЭТФ
18. M. Köhler, *Ann. der Phys.* 6, 186, 1949
19. В.И. Давыдов, И.Я. Померанчук ЖЭТФ, 9, 1295, 1939
20. М.И. Каганов, В.Г. Песчанский ЖЭТФ, 33, 1261, 1957
21. И.М. Лифшиц ЖЭТФ, 32, 1957
22. М.И. Каганов, В.Г. Песчанский ЖЭТФ, 35, 1052, 1958
23. Н.Е. Алексеевский, Н.В. Брандт, Т.И. Костина
ДАН СССР, 105, 46, 1955
24. И.М. Лифшиц, В.Г. Песчанский ЖЭТФ, 35, 1251, 1958
25. A.V. Pippard, *Phil. Trans. Roy. Soc.* A 250
325, 1957
26. В.И. Веркин. Докторская диссертация, Харьков, ХГУ, 1957г.
27. F. Garcia Moliner, *Phil. Mag.* 3, 207, 1958
28. И.М. Лифшиц, В.Г. Песчанский. У-е Всесоюзное совещание
по физике низких температур г. Тбилиси, 1958г., Тезисы
докладов.

17. A. A. ...
M. K. ...

18. A. A. ...

19. A. A. ...

20. A. A. ...

21. A. A. ...

22. A. A. ...

23. A. A. ...

24. A. A. ...

25. A. A. ...

26. A. A. ...

27. A. A. ...

28. F. Garcia ...

29. A. A. ...

30. A. A. ...

31. A. A. ...

26/11

Центральна Наукова
БІБЛІОТЕКА при ХДУ
ІНВ. № 11262