

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики імені академіка І.М. Ліфшиця

«Допущено до захисту»
Завідувач кафедри теоретичної
фізики імені академіка І.М. Ліфшиця
доц. Рашба Г. І. _____
«_____» травня 2025 р.

Оцінка «_____»
Голова ЕК _____
«_____» травня 2025 р.

Корень Юрій Володимирович

Спінові хвилі на поверхні нанотрубки у магнітному полі

Дипломна робота на здобуття
освітнього ступеня
«Магістр» за спеціальністю
104 – «фізика та астрономія»
освітня програма – «фізика»

Науковий керівник:
завідувач кафедри теоретичної
фізики імені академіка
І.М. Ліфшиця, ХНУ імені
В.Н. Каразіна, кандидат фіз.-мат.
наук, доцент Рашба Г.І.

Рецензент:
Доктор фіз.-мат. наук, провідний
науковий співробітник Інституту
монокристалів НАН України
Філь Дмитро Вячеславович

Харків 2025

АНОТАЦІЯ

У даній дипломній роботі буде розраховано спектри спінових хвиль Ландау–Сіліна на поверхні нанотрубки в поздовжньому магнітному полі. Розглядатиметься лінійна реакція електронних спінів на змінне магнітне поле, буде отримано формулу Кубо для тензора динамічної спінової сприйнятливості електронного газу на трубці. Для розрахунку спектра використано наближення випадкових фаз. Наведено дисперсійне рівняння для спектра поперечних спінових хвиль. Розв'язками цього рівняння є частоти внутрішньопідзонних і міжпідзонних магнонів, а також магнонів із незвичною від'ємною спіральністю. Буде розглянуто вплив надгратки на трубці на спектр спінових хвиль.

Ключові слова: спінові хвилі, нанотрубка, Ландау–Сілін, надгратка, магнон, динамічна спінова сприйнятливість, формула Кубо, режим квантової границі, електронний газ, магнітне поле, наближення випадкових фаз

ABSTRACT

This thesis aims to calculate the spectra of Landau–Silin spin waves on the surface of a nanotube subjected to a longitudinal magnetic field. The linear response of electron spins to an alternating magnetic field will be analyzed, and the Kubo formula for the dynamic spin susceptibility tensor of the electron gas on the nanotube will be derived. The spin wave spectrum will be calculated using the random phase approximation. A dispersion equation for the spectrum of transverse spin waves is presented. The solutions of this equation correspond to the frequencies of intra-subband and inter-subband magnons, as well as magnons with an unusual negative helicity. The influence of a superlattice on the nanotube on the spin wave spectrum will also be examined.

Key words: spin waves, nanotube, Landau–Silin, superlattice, magnon, dynamic spin susceptibility, Kubo formula, quantum limit regime, electron gas, magnetic field, random phase approximation

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1. АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ	7
РОЗДІЛ 2. ЕНЕРГЕТИЧНИЙ СПЕКТР ЕЛЕКТРОНІВ НА ПОВЕРХНІ НАНОТРУБКИ	11
РОЗДІЛ 3. ЛІНІЙНА РЕАКЦІЯ ЕЛЕКТРОННИХ СПІНІВ НА ЗМІННЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ	14
3.1. Оператор спінової намагніченості та його циркулярні компоненти.....	14
3.2. Гамільтоніан взаємодії та середнє значення намагніченості.....	16
3.3. Тензор спінової сприйнятливості та формула Кубо	17
РОЗДІЛ 4. ДИСПЕРСІЙНЕ РІВНЯННЯ ДЛЯ СПЕКТРА ПОПЕРЕЧНИХ СПІНОВИХ ХВИЛЬ НА ТРУБЦІ	21
4.1. Теоретичні основи спінової сприйнятливості.....	21
4.2. Фізична інтерпретація та дисперсійні властивості спінових хвиль	23
РОЗДІЛ 5. ДОВГОХВИЛЬОВІ МАГНОНИ НА НАНОТРУБЦІ.....	25
5.1. Спектр довгохвильових магنونів поза секторами Стонера.....	25
5.2. Внутрішньопідзонні магنونи	26
5.3. Міжпідзонні магنونи.....	28
РОЗДІЛ 6. СПІНОВІ ХВИЛІ НА ПОВЕРХНІ НАПІВПРОВІДНИКОВОЇ НАНОТРУБКИ З НАДГРАТКОЮ	33
6.1. Динамічна спінова сприйнятливість електронного газу на трубці з Надграткою.....	33
6.2. Спінові хвилі на трубці в квантовій межі.....	35
6.3. Спінові хвилі у квазікласичному випадку	39
ВИСНОВКИ	43
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	45

ВСТУП

У сучасній нанофізиці значну увагу приділяють дослідженню спінових хвиль у наноструктурах. Одним із перспективних напрямів є вивчення спінових хвиль у циліндричних структурах, зокрема в нанотрубках. Сучасні досягнення у галузі нанотехнологій та магнітоелектроніки дедалі більше орієнтуються на використання квантових властивостей мікроскопічних частинок для створення нових функціональних матеріалів та пристроїв.

Однією з новітніх форм магнітних наноструктур, що активно досліджуються, є нанотрубки — циліндричні структури з діаметром у нанометровому діапазоні. Завдяки особливій геометрії та топології, нанотрубки забезпечують унікальні умови для розповсюдження спінових хвиль, які суттєво відрізняються від властивостей у класичних площинних структурах. Така геометрія дозволяє реалізовувати нові режими поширення хвиль, а також досліджувати вплив кривини поверхні на динаміку спінів.

Особливо цікавим є вплив зовнішнього магнітного поля на поведінку спінових хвиль у нанотрубках. Магнітне поле може змінювати дисперсійні властивості хвиль, викликати їх розщеплення на моди, а також керувати їх напрямом та швидкістю поширення. Це створює потенціал для точного керування магнонами — носіями спінової інформації.

У цій дипломній роботі виконано теоретичний аналіз спінових хвиль Ландау–Сіліна на поверхні напівпровідникової нанотрубки, що знаходиться в поздовжньому магнітному полі. Основну увагу приділено виведенню тензора динамічної спінової сприйнятливості за формулою Кубо, використанню наближення випадкових фаз, а також дослідженню спектра поперечних спінових хвиль, включаючи внутрішньопідзонні, міжпідзонні та магнони з від’ємною спіральністю. Окремо розглянуто

вплив поздовжньої надґратки на спектр спінових хвиль як у квантовій межі, так і в квазікласичному режимі.

Об’єкт дослідження – є квантово-механічна спінова динаміка електронного газу на поверхні напівпровідникової нанотрубки з поздовжньою надґраткою в умовах зовнішнього магнітного поля.

Предметом дослідження є спектральні характеристики спінових хвиль Ландау–Сіліна, динамічна спінова сприйнятливість та вплив надґраткової модуляції на поведінку спінових збуджень у нанотрубкових системах із поздовжнім магнітним полем.

Мета роботи – є теоретичне дослідження спектрів спінових хвиль Ландау–Сіліна на поверхні напівпровідникової нанотрубки з поздовжньою надґраткою в умовах зовнішнього поздовжнього магнітного поля. Робота спрямована на виведення тензора динамічної спінової сприйнятливості електронного газу, дослідження дисперсійних властивостей поперечних спінових хвиль та виявлення впливу надґраткової модуляції на структуру спектра маґнонів, зокрема в квантовому та квазікласичному режимах.

Практична цінність отриманих у роботі результатів мають важливе значення для розвитку спінової електроніки, зокрема для моделювання та оптимізації спінтронних елементів на основі нанотрубок. Вони відкривають шлях до керування маґнонними збудженнями і можуть бути використані у сенсорах, мікрохвильових пристроях і енергоефективних логічних елементах.

Достовірність наведених у роботі результатів дослідження забезпечується використанням сучасних та апробованих теоретичних методів, зокрема формалізму лінійної відповіді, формули Кубо, а також наближення випадкових фаз. Усі розрахунки виконано з урахуванням фізичних умов, що відповідають реальним параметрам напівпровідникових нанотрубок та надґраткових структур.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Теорія фермі-рідини, закладена Л. Д. Ландау у середині XX століття, є фундаментальним підходом до опису низькоенергетичних збуджень у сильно вироджених електронних системах. У цій теорії елементарні збудження — квазічастинки — характеризуються добре визначеними енергією та імпульсом, а взаємодія між ними описується через феноменологічні параметри Ландау. Один з важливих напрямів цієї теорії — вивчення спінових збуджень, зокрема спінових хвиль (або спінових коливань) у фермі-рідинах.

У класичних ферромагнетиках спінові хвилі виникають як результат колективного узгодженого прецесійного руху спінів навколо напрямку магнітного моменту. Проте в 1957 році Л. Д. Ландау [1] передбачив існування спінових хвиль у немагнітних фермі-системах за рахунок обмінної взаємодії електронів. Це відкриття стало основою для подальших досліджень у цьому напрямі, зокрема для вивчення динаміки спінів у нормальній фермі-рідині (тобто без спонтанного магнітного впорядкування).

У статті В. П. Сіліна [3] було показано, що в магнітному полі з'являються дискретні енергетичні рівні (рівні Ландау), і на їх фоні формуються спінові хвилі з дисперсією поблизу спінового резонансу. Частоти цих збуджень залежать як від сили поля, так і від обмінної взаємодії в системі. Це підтверджує глибоку зв'язаність спінової динаміки з мікроскопічною структурою металу. Експериментально їх було виявлено в лужних металах С.Шульцем, Г.Даніфером [4]. Особливістю спінових хвиль у неферромагнітних системах є їхня сильна залежність від зовнішнього магнітного поля.

У 1960–70-х роках роботи таких дослідників Ізуяма, Кубо [5], та Едвардс [6], поглибили розуміння цієї проблематики. Зокрема, було введено наближення випадкових фаз (RPA — Random Phase Approximation), яке

дозволяє ефективно враховувати колективні збудження в системах із сильною кореляцією між електронами. У цьому підході динамічна спінова сприйнятливість обчислюється з використанням функцій Гріна та формується як полюс спектральної функції. Це дозволяє визначити умови існування спінових мод у різних фізичних режимах.

У більш пізніх дослідженнях, таких як праці Доніаха і Зондхаймера [7], спінова динаміка в неферромагнітних металах розглядалася з точки зору загальної теорії збуджень у кристалічному середовищі. Там показано, що спінові хвилі можуть виникати не лише внаслідок обміну, але й у результаті багаточастинкових ефектів, таких як спин-перенос та поляронні збудження.

З експериментальної точки зору, спінові хвилі в неферромагнітних металах були виявлені у лужних металах (зокрема, у натрії та калії) Schultz, Dunifer [4]. Це підтвердило передбачення теорії Ландау–Сіліна й стимулювало подальші роботи, спрямовані на розширення теорії до умов низьких температур, високих магнітних полів та наноструктурованих середовищ.

У сучасних дослідженнях акцент зміщується на вплив геометричних факторів, таких як кривина, топологія та обмеження розмірів — чинників, які особливо важливі для систем типу нанотрубок, графену та надіраток

Ця ідея була використана у працях О. М. Єрмолаєва, М. В. Ульянова [8]; Н. В. Глейзер, О. М. Єрмолаєва [9], де були передбачені нові гілки в спектрі спінових хвиль у металах та двовимірному електронному газі поблизу частот резонансних переходів між рівнями Ландау та магнітодомішковими рівнями. У статті О. М. Єрмолаєва та Н. В. Ульянова [8] запропоновано метод виявлення цих гілок у дослідах з розсіянням нейтронів.

Спектр спінових хвиль у шаруватих провідниках із квазідвовимірним законом дисперсії електронів у магнітному полі було розраховано в роботах В.Г. Піщанського, Д. І. Степаненко [10].

У зв'язку з підвищеним інтересом до вуглецевих С. Їджима [11]; А. А.

Звягін, І. В. Криве [12] та напівпровідникових Л. І. Магарілл, А. В. Чаплік, М. В. Ентін, [13] нанотрубок постає доцільність з'ясувати, чи можуть спінові хвилі поширюватися на їхній поверхні. Справа в тому, що багатозв'язність системи та наявність додаткового параметра — кривини структури — дозволяють очікувати появу нових ефектів, які відсутні в зразках із плоскою геометрією, а також розширення можливостей керування властивостями системи.

Позитивну відповідь на питання про існування спінових хвиль у нанотрубках було отримано в роботах О.М. Єрмолаєв, Г. І. Рашба, М. О. Соляник [14] – [16]. У цих статтях, на основі моделі контактної міжелектронної взаємодії, врахованої в наближенні Хартрі–Фока та з використанням апроксимації випадкових фаз, було обчислено спектр спінових хвиль на поверхні напівпровідникової нанотрубки в магнітному полі.

Розвиток сучасних нанотехнологій дозволяє створювати в лабораторіях не лише нанотрубки, але й надгратки на них. Досліджуються як радіальні, так і поздовжні надгратки. Радіальна надгратка являє собою набір коаксіальних циліндрів В. П. Драгунов, І.Г. Неівестний, В. А. Грідчин [17], а поздовжню можна апроксимувати як систему співвісних кілець. У такій надгратці електрони, які рухаються вздовж трубки, перебувають у періодичному полі модуляційного потенціалу. Перспективи використання таких надграток на графенових структурах обговорюються в огляді Ю. Є. Лозовик, С. П. Меркулов, А. А. Соколік [18].

Сучасні роботи О.М. Єрмолаєва та Г.І. Рашба демонструють, що поєднання формули Кубо, наближення RPA та спеціалізованих моделей геометрії дає змогу отримувати повноцінні результати для динамічної сприйнятливості на поверхні нанотрубок, які узгоджуються з фізичними очікуваннями й відкривають нові шляхи до керування спіновими процесами у квантових системах.

У цій дипломній роботі буде розраховано спектри спінових хвиль

Ландау–Сіліна на поверхні нанотрубки в поздовжньому магнітному полі. Розглядатиметься лінійна реакція електронних спінів на змінне магнітне поле, буде отримано формулу Кубо для тензора динамічної спінової сприйнятливості електронного газу на трубці. Для розрахунку спектра використано наближення випадкових фаз. Наведено дисперсійне рівняння для спектра поперечних спінових хвиль. Розв'язками цього рівняння є частоти внутрішньопідзонних і міжпідзонних магнонів, а також магнонів із незвичною від'ємною спіральністю. Буде розглянуто вплив надґратки на трубці на спектр спінових хвиль.

У дипломній роботі розглядаються спінові хвилі Ландау–Сіліна на поверхні напівпровідникової нанотрубки з поздовжньою надґраткою в магнітному полі. Наведено вирази для компонент тензора спінової сприйнятливості електронного газу. Знайдено спектри спінових хвиль у квантовому граничному режимі, що актуально для трубок малого радіуса з невеликою концентрацією електронів. Розглянуто також квазікласичні осциляції спектра хвиль за великого числа заповнених рівнів енергії поперечного руху електронів.

РОЗДІЛ 2

ЕНЕРГЕТИЧНИЙ СПЕКТР ЕЛЕКТРОНІВ НА ПОВЕРХНІ НАНОТРУБКИ

Електрон на поверхні циліндричної нанотрубки радіуса a , що має ефективну масу m_* , має енергію, яка складається з двох компонент: енергії обертального (азимутального) руху навколо осі трубки $\frac{l^2}{2m_*a^2}$ та енергії поступального (поздовжнього) руху вздовж неї $\frac{k^2}{2m_*}$, де $l = 0, \pm 1, \dots$, і k – відповідно проекції моменту імпульсу та імпульсу електрона на трубку вісь. Квантова стала приймається рівна одиниці. У разі прикладеного зовнішнього магнітного поля $\vec{B}$, паралельного осі трубки z , обертальна складова енергії модифікується і набуває вигляду $\varepsilon_0(l + \eta)^2$ Кулик І.О. [19], де $\varepsilon_0 = (2m_*a^2)^{-1}$ – обертальний квант, $\eta = \Phi/\Phi_0$ – відношення магнітного потоку, Φ , через поперечний переріз трубки, до кванта потоку, $\Phi_0 = 2\pi c/e$ (e – заряд електрона, c – швидкість світла). Враховуючи спінове розщеплення рівнів у зовнішньому полі, повна енергія електрона записується як:

$$\varepsilon_{lk\sigma} = \varepsilon_0(l + \eta)^2 + \frac{k^2}{2m_*} + \sigma\mu_B B. \quad (2.1)$$

Хвильова функція електрона у стаціонарному стані має вигляд [11]:

$$\psi_{lk}(\phi, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} e^{il\phi} \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikz}, \quad (2.2)$$

де ϕ, z – циліндричні координати, L – довжина труби

З виразу (2.1) випливає, що у відсутності магнітного поля енергетичні рівні, що відповідають обертальному руху електрона, є двократно

виродженими щодо знака проєкції кутового моменту $l \neq 0$. Магнітне поле зсуває нижній рівень ($l = 0$) на величину $\varepsilon_0 \eta^2$ та розділяє рівні з $l \neq 0$ на два підрівні. Густина електронних станів демонструє кореневі особливості поблизу меж підзон. Порядок розміщення енергетичних рівнів залежить від значення магнітного потоку.

Вплив кулонівської взаємодії між електронами на поверхні нанотрубки в наближенні Хартрі–Фока був досліджений у роботі О.М. Єрмолаєв, Г. І. Рашба, М. О. Соляник [20]. Питання екранування електрон-електронної взаємодії в подібних системах було розглянуто в статті Вітліна Р. З., Магаріл Л., Чаплик А.В. [21].

У рамках моделі контактної взаємодії електронів поправка Хартрі–Фока до спектра енергії має стандартну форму White R. M. [22] $gn_{-\sigma}$, де n_{σ} — поверхнева густина електронів із фіксованою проєкцією спіну σ , а g — фур'є-компонента короткодіючої взаємодії.

Ця поправка призводить до обмінного зсуву енергетичних підзон, що, у свою чергу, впливає на структуру енергетичного спектра. З урахуванням цієї поправки повний енергетичний спектр електронів далі набуває вигляду:

$$\varepsilon_{lk\sigma} = \varepsilon_0(l + \eta)^2 + \frac{k^2}{2m_*} + \sigma\mu_B B + gn_{-\sigma}. \quad (2.3)$$

Отриманий спектр буде використано для подальшого аналізу спінових хвиль в електронному газі на поверхні нанотрубки.

Сучасний рівень розвитку нанотехнологій дає змогу формувати радіальні та поздовжні надгратки з циліндричною симетрією на поверхні нанотрубок. Зокрема, поздовжня надгратка створює періодичне чергування потенціальних бар'єрів і ям для електронів, що рухаються вздовж осі трубки, модулюючи їхній енергетичний спектр у напрямку транспорту.

Їх можна врахувати, замінивши $\frac{k^2}{2m_*}$ в формулі (2.3) виразом:

$$\varepsilon_k = \Delta(1 - \cos k d), \quad (2.4)$$

що є типовим для моделі сильного зв'язку електронів у періодичних кристалічних структурах ґратці Kulik, I. O. [23]. У (2.4) символ Δ позначає амплітуду модулюючого потенціалу d – його період. Якщо $kd \ll 1$, то вираз (2.4) перетворюється на $\frac{k^2}{2m_*}$, де

$$m_* = \frac{1}{\Delta d^2}. \quad (2.5)$$

Поздовжню ефективну масу електрона приймають такою самою, як і його поперечну. За цих умов енергія електрона в нанотрубці з поздовжньою надґраткою має вигляд:

$$\varepsilon_{lk\sigma} = \varepsilon_0(l + \eta)^2 + \Delta(1 - \cos k d) + \sigma\mu_B B + gn_{-\sigma}. \quad (2.6)$$

Цей вираз характеризує систему мінізон, що можуть частково перекриватися між собою. Електронна густина станів із спектром (2.6) виражається згідно формули у статті О.М. Єрмолаєва, Г. І.Рашба, М. О. Соляник [24]

$$v(\varepsilon) = \frac{L}{\pi d} \sum_{l\sigma} \frac{\theta(\varepsilon - \varepsilon_l^\sigma) \theta(\varepsilon_l^\sigma + 2\Delta - \varepsilon)}{\sqrt{(\varepsilon - \varepsilon_l^\sigma)(\varepsilon_l^\sigma + 2\Delta - \varepsilon)}}, \quad (2.7)$$

де θ – функція Хевісайда.

Модулюючий потенціал надґратки трансформує спектр (2.3) на мінізони з ширинами 2Δ та кореневими особливостями електронної густини станів на межах мінізони ε_l^σ та $\varepsilon_l^\sigma + 2\Delta$. У подальшому буде проаналізовано, яким чином просторове розташування мінізон впливає на спектр спінових хвиль у нанотрубці.

РОЗДІЛ 3

ЛІНІЙНА РЕАКЦІЯ ЕЛЕКТРОННИХ СПІНІВ НА ЗМІННЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ

У цьому розділі досліджується поведінка спінової намагніченості електронного газу, локалізованого на поверхні нанотрубки, у присутності поздовжнього магнітного поля. Розглянуто квантомеханічне визначення оператора спінової намагніченості, його представлення у базисі циліндричних гармоник та циркулярні компоненти, що є зручними для опису поперечних спінових збурень.

3.1. Оператор спінової намагніченості та його циркулярні компоненти

Оператор спінової намагніченості електронного газу на поверхні нанотрубки в поздовжньому магнітному полі $\vec{B}$ має вигляд

$$\hat{M}(\vec{r}) = -\mu \sum_{a=1}^N \hat{\sigma}_a \delta(\vec{r} - \vec{r}_a), \quad (3.1)$$

де $\vec{r}$ і $\vec{r}_a$ – двовимірні вектори, μ – спіновий магнітний момент електрона, $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$ – матриці Паулі, N – число електронів на трубці. Цей оператор виражається через польові оператори $\hat{\psi}_\alpha(\vec{r}), \hat{\psi}_\alpha^\dagger(\vec{r})$ електронів співвідношенням $\hat{M}(\vec{r}) = -\mu \sum_\alpha \hat{\psi}_\alpha^\dagger(\vec{r}) \hat{\sigma} \hat{\psi}_\alpha(\vec{r})$, де α – спінова змінна. Фур'є-компонента оператора намагніченості дорівнює

$$\hat{M}(\vec{q}) = \int dS \hat{M}(\vec{r}) e^{-i\vec{q}\vec{r}} = -\mu \sum_\alpha \hat{\sigma}_\alpha e^{-i\vec{q}\vec{r}_\alpha},$$

де $\vec{q}\vec{r} = m\varphi + qz$, $dS = ad\varphi dz$. У базисі циліндричних гармоник $e^{i(l\varphi + kz)}$ цей оператор має вигляд

$$\widehat{M}(\vec{q}) = -\mu \sum_{lk\sigma l'k'\sigma'} \langle l'k'\sigma' | \hat{\sigma} e^{-i\vec{q}\vec{r}} | lk\sigma \rangle \hat{a}_{l'k'\sigma'}^+ \hat{a}_{lk\sigma}, \quad (3.2)$$

де $\hat{a}_{lk\sigma}$ і $\hat{a}_{lk\sigma}^+$ – оператори знищення та породження електронів у стані $|lk\sigma\rangle$, σ – спінове квантове число. Одночастинкова матриця дорівнює

$$\langle l'k'\sigma' | \hat{\sigma} e^{-i(m\varphi + qz)} | lk\sigma \rangle = \delta_{(l'+m)l} \delta_{(k'+q)k} \langle \sigma' | \hat{\sigma} | \sigma \rangle.$$

У результаті оператор (3.2) набуває вигляду

$$\widehat{M}(m, q) = -\mu \sum_{\sigma\sigma'} \langle \sigma' | \hat{\sigma} | \sigma \rangle \sum_{lk} \hat{a}_{(l-m)(k-q)\sigma}^+ \hat{a}_{lk\sigma}. \quad (3.3)$$

Компоненти цього вектора дорівнюють

$$\begin{aligned} \widehat{M}_x(m, q) &= -\mu \sum_{lk} \hat{a}_{(l-m)(k-q)+}^+ \hat{a}_{lk-} - \mu \sum_{lk} \hat{a}_{(l-m)(k-q)-}^+ \hat{a}_{lk+}, \\ \widehat{M}_y(m, q) &= \mu i \sum_{lk} \hat{a}_{(l-m)(k-q)+}^+ \hat{a}_{lk-} - \mu i \sum_{lk} \hat{a}_{(l-m)(k-q)-}^+ \hat{a}_{lk+}, \\ \widehat{M}_z(m, q) &= -\mu \sum_{lk} \hat{a}_{(l-m)(k-q)+}^+ \hat{a}_{lk+} + \mu \sum_{lk} \hat{a}_{(l-m)(k-q)-}^+ \hat{a}_{lk-}. \end{aligned}$$

Індекси $\pm$ у операторах вторинного квантування відповідають двом орієнтаціям спіна електрона – вздовж вектора $\vec{B}$ і проти. Зручно використовувати циркулярні компоненти вектора (3.3)

$$M_{\pm} = \frac{1}{2} (M_x \pm iM_y), \quad (3.4)$$

які містять понижуючу і підвищуючу матриці Паулі:

$$\hat{\sigma}_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ці компоненти мають вигляд

$$\hat{M}_\pm(m, q) = -\mu \sum_{lk} \hat{a}_{(l-m)(k-q)\pm}^+ \hat{a}_{lk\mp}. \quad (3.5)$$

3.2. Гамільтоніан взаємодії та середнє значення намагніченості

Гамільтоніан взаємодії електронних спінів із змінним магнітним полем

$$\vec{h}(\varphi, z, t) = \vec{h}_0 e^{i(m\varphi + qz - \omega t)}$$

дорівнює

$$\hat{V}(t) = - \int dS \hat{\vec{M}}(\varphi, z) \vec{h}(\varphi, z, t).$$

Використовуючи адіабатичну гіпотезу, отримуємо вираз

$$\vec{M}(\varphi, z, t) = \left\langle \hat{\vec{M}}_H(\varphi, z, t) \right\rangle, \quad (3.6)$$

де $\hat{\vec{M}}_H$ – оператор (3.1) у представленні Гейзенберга, кутові дужки означають гіббсівське усереднення.

Гамільтоніан електронного газу дорівнює $\hat{H} + \hat{V}$, де $\hat{V}$ – гамільтоніан взаємодії спінів електронів із магнітним полем $\vec{h}$. Основна частина $\hat{H}$ гамільтоніана не конкретизується. До $\hat{H}$ входять взаємодії електронів між собою, з іншими квазічастинками, з домішковими атомами на трубці. Абрикосов А.А. [25], Mahan G.D. [26]. Взаємодію $\hat{V}$ вважаємо слабким збуренням. Урахуємо її в лінійному наближенні за слабким полем $\vec{h}$. Для цього перейдемо від представлення Гейзенберга до представлення взаємодії

$$\hat{\vec{M}}_H(t) = \hat{S}^{-1}(t, -\infty) \hat{\vec{M}}_D(t) \hat{S}(t, -\infty),$$

де

$$\hat{S}(t, -\infty) = T_t \exp \left[-i \int_{-\infty}^t dt' \hat{V}_D(t') \right] \quad (3.7)$$

– оператор розсіяння, T_t – оператор хронологічного впорядкування, індексом D позначено оператори у представленні взаємодії.

У лінійному наближенні за $\hat{V}$ з (3.7) отримуємо

$$\hat{S}(t, -\infty) = 1 - i \int_{-\infty}^t dt' \hat{V}_D(t'), \quad \hat{S}^{-1}(t, -\infty) = 1 + i \int_{-\infty}^t dt' \hat{V}_D(t').$$

Підставляючи ці розклади у формулу (3.6), отримуємо для спінової намагніченості, індукованої слабким полем $\vec{h}$, вираз

$$M_i(\varphi, z, t) = \sum_k \int dS' \int_{-\infty}^t dt' \chi_{ik}(\varphi, z, t; \varphi', z', t') \vec{h}_k(\varphi', z', t') \quad (3.8)$$

де

$$\chi_{ik}(\varphi, z, t; \varphi', z', t') = i \langle [\hat{M}_i^D(\varphi, z, t), \hat{M}_k^D(\varphi', z', t')] \rangle$$

– тензор спінової сприйнятливості електронного газу; $i, k = x, y, z$. Кінцева верхня межа t в інтегралі за часом автоматично враховує принцип причинності: відгук системи $\vec{M}$ у момент t визначається спричиненою ним дією $\vec{h}$ у попередні моменти часу. Значення намагніченості у точці (φ, z) на поверхні трубки визначається магнітним полем по всій трубці. Тим самим враховується просторово-часова дисперсія тензора спінової сприйнятливості.

3.3. Тензор спінової сприйнятливості та формула Кубо

У однорідній рівноважній системі тензор χ_{ik} залежить від різниць $\varphi - \varphi', z - z', t - t'$. Це дозволяє перейти у співвідношенні (3.8) до компонентів Фур'є всіх величин. Пряме та обернене перетворення Фур'є

визначаються співвідношеннями

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} h_i \\ M_i \\ \chi_{ik} \end{pmatrix}(\varphi, z, t) &= \frac{1}{2\pi S} \sum_{mq} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \cdot \begin{pmatrix} h_i \\ M_i \\ \chi_{ik} \end{pmatrix}(m, q, \omega) \exp[i(m\varphi + qz - \omega t)], \\ \begin{pmatrix} h_i \\ M_i \\ \chi_{ik} \end{pmatrix}(m, q, \omega) &= \int_0^{2\pi} d\varphi a \int_0^L dz \int_{-\infty}^{\infty} dt \begin{pmatrix} h_i \\ M_i \\ \chi_{ik} \end{pmatrix}(\varphi, z, t) \exp[-i(m\varphi + qz - \omega t)], \end{aligned}$$

де $S = 2\pi aL$ – площа бічної поверхні трубки. Співвідношення (3.8) для амплітуд Фур'є має вигляд

$$M_i(m, q, \omega) = \sum_k \chi_{ik}(m, q, \omega) h_k(m, q, \omega), \quad (3.9)$$

де

$$\chi_{ik}(m, q, \omega) = \frac{i}{S} \int_{-\infty}^{\infty} dt \Theta(t) e^{i\omega t} \langle [\hat{M}_i^D(m, q, t), \hat{M}_k^D(-m, -q, 0)] \rangle \quad (3.10)$$

– тензор динамічної спінової сприйнятливості електронного газу.

Співвідношення (3.10) є формулою Кубо для тензора спінової сприйнятливості нанотрубки.

Після підстановки оператора (3.3) у формулу (3.10) отримуємо

$$\begin{aligned} \chi_{ik}(m, q, \omega) &= -\frac{\mu^2}{S} \sum_{\sigma\sigma'\sigma_1\sigma_1'} \sigma_{\sigma'\sigma}^i \sigma_{\sigma_1'\sigma_1}^k \sum_{lk l_1 k_1} F_{\omega} \left((l-m)(k-q)\sigma', lk\sigma; (l_1 + \right. \\ &\quad \left. m)(k_1 + q)\sigma_1', l_1 k_1 \sigma_1 \right), \\ \chi_{ik}(m, q, \omega) &= -\frac{\mu^2}{S} \sum_{\sigma\sigma'\sigma_1\sigma_1'} \sigma_{\sigma'\sigma}^i \sigma_{\sigma_1'\sigma_1}^k \sum_{lk l_1 k_1} F_{\omega} \left((l-m)(k-q)\sigma', lk\sigma; (l_1 + \right. \\ &\quad \left. m)(k_1 + q)\sigma_1', l_1 k_1 \sigma_1 \right), \end{aligned} \quad (3.11)$$

де F_{ω} – часова компонента Фур'є двоелектронної двочасової запізнілої функції Гріна

$$F_t(1,2;3,4) = -i\theta(t)\langle[\hat{a}_1^+(t)\hat{a}_2(t), \hat{a}_3^+\hat{a}_4]\rangle, \quad (3.12)$$

де

$$1 = (l - m)(k - q)\sigma', 2 = lk\sigma, 3 = (l_1 + m)(k_1 + q)\sigma'_1, 4 = l_1k_1\sigma_1.$$

Для вивчення поперечних спінових хвиль зазвичай використовують циркулярні компоненти тензора (3.11)

$$\chi_{\pm\mp}(m, q, \omega) = \frac{i}{s} \int_{-\infty}^{\infty} dt \theta(t) e^{i\omega t} \langle [\hat{M}_{\pm}^D(m, q, t), \hat{M}_{\mp}^D(-m, -q, 0)] \rangle, \quad (3.13)$$

де оператори $\hat{M}^{\pm}$ визначаються рівнянням (3.4). Якщо врахувати симетрію тензора χ_{ik} , ці співвідношення набудуть вигляду

$$\chi_{\pm\mp} = \frac{\chi_{\pm}}{2},$$

де

$$\chi_{+-} = \chi_{xx} \pm i\chi_{yx} \quad (3.14)$$

Циркулярна компонента χ_{+-} дорівнює

$$\chi_{+-}(m, q, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \chi_{+-}(m, q, t), \quad (3.15)$$

де

$$\begin{aligned} \chi_{+-}(m, q, t) &= \frac{i}{s} \theta(t) \langle [\hat{M}_+^D(m, q, t), \hat{M}_-^D(-m, -q, 0)] \rangle = \sum_{lm} \chi_{+-}(lk, mq, t), \\ \chi_{+-}(lk, mq, t) &= -\mu \frac{i}{s} \theta(t) \langle [\hat{a}_{lk+}^+(t) \hat{a}_{(l+m)(k+q)-}(t), \hat{M}_-^D(-m, -q, 0)] \rangle. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Таким чином, задача обчислення χ_{+-} зводиться до розрахунку функції Гріна

$$G_{+-}(lk, mq, t) = -i\theta(t) \langle [\hat{a}_{lk+}^+(t) \hat{a}_{(l+m)(k+q)-}(t), \hat{M}_-^D(-m, -q, 0)] \rangle. \quad (3.17)$$

Компонента χ_{+-} пов'язана з цією функцією співвідношенням

$$\chi_{+-}(lk, mq, t) = \frac{\mu}{s} G_{+-}(lk, mq, t). \quad (3.18)$$

РОЗДІЛ 4

ДИСПЕРСІЙНЕ РІВНЯННЯ ДЛЯ СПЕКТРА ПОПЕРЕЧНИХ СПІНОВИХ ХВИЛЬ НА ТРУБЦІ

У цьому розділі розглянуто методику обчислення циркулярних компонент тензора динамічної спінової сприйнятливості електронного газу на поверхні нанотрубки з урахуванням електрон-електронної взаємодії. Використано метод рівнянь руху та модель контактної взаємодії для сильно екранованого кулонівського потенціалу. Отримано дисперсійне рівняння для поперечних спінових хвиль, що поширюються вздовж трубки, з урахуванням резонансних переходів між станами з різними спінами. Показано, що у чистих зразках спінові хвилі не затухають поза межами секторів Стонера, а всередині них виникає затухання Ландау.

4.1. Теоретичні основи спінової сприйнятливості

Для обчислення функції використаємо метод рівнянь руху . Диференціюючи (3.17) за t , одержуємо

$$i \frac{d}{dt} G_{+-}(lk, mq, t) = \delta(t) \langle [a_{lk+}^+ a_{(l+m)(k+q)-}, M_-(-m, -q)] \rangle - i\theta(t) \left\langle \left[i \frac{d}{dt} a_{lk+}^+(t) a_{(l+m)(k+q)-}(t), M_-(-m, -q) \right] \right\rangle. \quad (4.1)$$

Похідні операторів вторинного квантування виражаються через комутатори цих операторів із гамільтоніаном системи взаємодіючих електронів на трубці. Тоді наведений вище гамільтоніан системи взаємодіючих електронів на трубці набуває вигляду

$$\hat{H} = \sum_{lk\sigma} \varepsilon_{lk\sigma} \hat{a}_{lk\sigma}^+ \hat{a}_{lk\sigma} + \frac{g}{2S} \sum_{lk} \sum_{l'k'} \sum_{mq} \hat{a}_{(l+m)(k+q)\sigma}^+ \hat{a}_{(l'-m)(k'-q)\sigma}^+ \hat{a}_{l'k'\sigma} \hat{a}_{lk\sigma}. \quad (4.2)$$

Комутатори, що входять у (4.1), дорівнюють

$$\begin{aligned} & \left[a_{lk+}^+ a_{(l+m)(k+q)-}, a_{l'k'-}^+ a_{(l'-m)(k'-q)+} \right] = (n_{lk+} - n_{(k+q)(l+m)-}) \delta_{l',l+m} \delta_{k',k+q} \\ & [a_1^+ a_2, a_3^+ a_4^+ a_5 a_6] = \delta_{23} \delta_{45} a_1^+ a_6 - \delta_{23} a_1^+ a_5 a_4^+ a_6 + \delta_{15} \delta_{46} a_3^+ a_2 - \delta_{15} a_3^+ a_6 a_4^+ a_2 - \\ & - \delta_{24} \delta_{35} a_1^+ a_6 + \delta_{24} a_1^+ a_5 a_3^+ a_6 - \delta_{16} \delta_{45} a_3^+ a_2 + \delta_{16} a_3^+ a_5 a_4^+ a_2, \end{aligned} \quad (4.3)$$

де $n_{lk\sigma}$ – оператор числа електронів у стані $|lk\sigma\rangle$. В наближенні випадкових фаз у доданках (4.3), що мають чотири оператори, необхідно здійснити спарювання операторів $\hat{a}_{\pm}^+$ і $\hat{a}_{\pm}$, а також врахувати $\langle \hat{a}_1^+ \hat{a}_2 \rangle = \delta_{12} n_1$, де n_1 – фермієвська функція розподілу електронів.

У результаті рівняння (4.1) набуває вигляду

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} G_{+-}(lk, mq, t) &= \delta(t) \mu (n_{(l+m)(k+q)-} - n_{lk+}) + (\bar{\varepsilon}_{(l+m)(k+q)-} - \bar{\varepsilon}_{lk+}) G_{+-}(lk, mq, t) + \\ &+ \frac{g}{S} (n_{(l+m)(k+q)-} - n_{lk+}) \sum_{l'k'} G_{+-}(l'k', mq, t). \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\text{Тут} \quad \bar{\varepsilon}_{lk\sigma} = \varepsilon_{lk\sigma} + g n_{-\sigma}, \quad (4.5)$$

де $n_{\sigma} = \frac{1}{S} \sum_{lk} n_{lk\sigma}$ – поверхнева густина електронів. Після перетворення Фур'є за часом з (4.4) одержуємо

$$\sum_{lk} G_{+-}(lk, mq, \omega) = \frac{S}{2\mu} \chi_+^0(m, q, \omega) \left[1 - \frac{g}{2\mu^2} \chi_+^0(m, q, \omega) \right]^{-1}, \quad (4.6)$$

$$\text{де} \quad \chi_{\pm}^0(m, q, \omega) = \frac{2\mu^2}{S} \sum_{lk} \frac{n_{(l+m)(k+q)\mp} - n_{lk\pm}}{\omega - \varepsilon_{(l+m)(k+q)\mp} + \varepsilon_{lk\pm}} \quad (4.7)$$

– циркулярні компоненти тензора динамічної спінової сприйнятливості вільних електронів на трубці з перенормованим спектром (4.5). Функція G_{-+}

обчислюється аналогічно.

4.2. Фізична інтерпретація та дисперсійні властивості спінових хвиль

Ураховуючи формули (3.15), (3.16), (3.18) і (4.6), одержуємо циркулярні компоненти тензора в наближенні випадкових фаз:

$$\chi_{\pm}(m, q, \omega) = \chi_{\pm}^0(m, q, \omega) \left[1 - \frac{g}{2\mu^2} \chi_{\pm}^0(m, q, \omega) \right]^{-1}. \quad (4.8)$$

Звідси випливає дисперсійне рівняння для поперечних спінових хвиль, що поширюються вздовж трубки:

$$1 - \frac{g}{2\mu^2} \chi_{\pm}^0(m, q, \omega) = 0. \quad (4.9)$$

Індекси $\pm$ відповідають позитивній та негативній спіральності хвиль. Компонента χ_+ описує реакцію електронних спінів на зовнішнє магнітне поле $\vec{h}$ з «лівою» круговою поляризацією, а компонента χ_- — на поле з «правою» поляризацією. Компонента χ_- має резонанси на частотах переходів електронів із перекиданням спіна $- \rightarrow +$ в полі $\vec{h}$. Це впливає з уявної частини $Im \chi_-^0$, яка містить $\delta(\omega + \varepsilon_{kl-} - \varepsilon_{(l+m)(k+q)+})$. Функція $Im \chi_+^0$ містить $\delta(\omega + \bar{\varepsilon}_{lk+} - -\bar{\varepsilon}_{(l+m)(k+q)-})$. Вона має резонанси на частотах переходів з перекиданням спіна $+ \rightarrow -$. При цих переходах виконуються закони збереження енергії, а також поздовжніх компонент імпульсу і моменту.

Із формули (4.8) видно, що сингулярності χ пов'язані з сингулярностями чисельника або з нулями знаменника. Сингулярності чисельника відповідають одночастинковим збудженням системи — електронам і діркам із протилежними орієнтаціями спінів. Їм відповідають області всередині секторів Стонера на площині $q - \omega$ [28]. Нулям

знаменника відповідають спінові хвилі, які є когерентною суперпозицією переворотів спінів електронів на трубці. У чистих зразках вони не затухають, якщо точка (q, ω) лежить поза секторами Стонера.

РОЗДІЛ 5

ДОВГОХВИЛЬОВІ МАГНОНИ НА НАНОТРУБЦІ

У цьому розділі досліджується спектр колективних спінових збуджень — магнонів — у циліндрично-симетричній електронній системі на поверхні нанотрубки. Особливу увагу приділено довгохвильовим збуренням, для яких характерне сильне взаємодіяння зі спіновим ступенем свободи електронів. Використовуючи методику обчислення динамічної спінової сприйнятливості в межах апроксимації випадкових фаз (RPA), проаналізовано властивості магнонів із різними типами спіральності, включаючи внутрішньо- та міжпідзонні переходи. Також розглянуто вплив геометричних параметрів нанотрубки та магнітного потоку на спектр цих збуджень, включаючи осциляційні ефекти де Гааза — ван Альфена та Ааронова — Бома.

5.1. Спектр довгохвильових магнонів поза секторами Стонера

Спектр $\omega_m(q)$ циркулярно поляризованої спінової хвилі з додатною спіральністю є коренем дисперсійного рівняння (4.9) поза секторами Стонера на площині $q - \omega$. Реакція електронних спінів на слабке циркулярно поляризоване магнітне поле характеризується компонентами $\chi_{\pm}(m, q, \omega)$ тензора динамічної спінової сприйнятливості, що залежать від хвильового вектора q вздовж осі трубки та частоти ω . У межах RPA ці компоненти мають вигляд (4.8). Якщо електронний газ вироджений, дійсна частина сприйнятливості (4.7) має вигляд

$$\text{Re}\chi_{-}^0(m, q, \omega) = -\frac{m_*\mu^2}{2\pi^2 qa} \sum_{m'} \ln \left| \frac{(\Omega_{-} + qv_{m'}^{+} - \omega_{+})(\Omega_{+} - qv_{m'}^{-} - \omega_{-})}{(\Omega_{-} - qv_{m'}^{+} - \omega_{+})(\Omega_{+} + qv_{m'}^{-} - \omega_{-})} \right|. \quad (5.1)$$

Тут

$$\Omega_{\pm}(m, m') = \overline{\Omega}_0 + \varepsilon_0 \left[\pm \left(m' + \frac{\Phi}{\Phi_0} \pm m \right)^2 \mp \left(m' + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \right]$$

кути секторів Стонера, $\overline{\Omega}_0 = \Omega_0 + \text{Id}n$, $\Omega_0 = 2\mu B$, $\Delta n = n_{-} - n_{+}$,

$$\omega_{\pm} = \omega \pm q^2/2m_*,$$

$$v_{m'}^{\sigma} = \sqrt{\frac{2}{m_*}} \sqrt{\varepsilon_F - \varepsilon_{m'0\sigma}}$$

– максимальна швидкість електрона в підзоні (m', σ) , ε_F – енергія Фермі. Підсумовування в (5.1) обмежено номером останнього заповненого рівня. Границями секторів Стонера є параболи

$$\omega = \Omega_+ \pm qv_{m'}^-, \omega = \Omega_- \pm qv_{m'}^+, -\omega_q, \quad (5.2)$$

де $\omega_q = q^2/2m_*$.

Із формул (4.7) и (4.8) отримуємо

$$\chi_-(0,0,\omega) = 2\mu^2 \frac{n_+ - n_-}{\omega - \Omega_0}$$

згідно з теоремою Лармора. Зокрема, при $\hbar\bar{\Omega}_0 \ll \varepsilon_F$ статична сприйнятливість дорівнює

$$\chi_-(0,0,0) = \frac{2\mu^2 v}{1-lv},$$

де $v = m_*/2\pi$ - густина станів двовимірного електронного газу.

У довгохвильовій межі $qv^{\pm} \ll |\omega - \Omega_{\pm}|$ із формули (5.1) випливає

$$Re\chi_-^0(m,q,\omega) = -\frac{m_*\mu^2}{\pi^2 a} \sum_{m'} \frac{v_{m'}^-}{\omega - \Omega_+} - \frac{v_{m'}^+}{\omega - \Omega_-} + \omega_q \left[\frac{v_{m'}^+}{(\omega - \Omega_-)^2} + \frac{v_{m'}^-}{(\omega - \Omega_+)^2} \right] - \frac{q^2}{3} \left[\frac{(v_{m'}^+)^3}{(\omega - \Omega_-)^3} - \frac{(v_{m'}^-)^3}{(\omega - \Omega_+)^3} \right]. \quad (5.3)$$

Цей вираз буде використано нижче для розрахунку спектра спінових хвиль.

5.2. Внутрішньопідзонні магнони

При $m = 0$ кути секторів Стонера $\Omega_{\pm}$ дорівнюють $\bar{\Omega}_0$, а параболи (5.2)

перетворюються на $\omega = \overline{\Omega}_0 \pm qv \pm \omega_q$. В цьому випадку електрони здійснюють квантові переходи з перекиданням спіна $(-) \rightarrow (+)$ у межах підзони, розташованої на межі Фермі. При $m = 0$ вираз (5.3) набуває вигляду

$$Re\chi_-^0(0, q, \omega) = -\frac{2\mu^2}{(\omega - \Omega_0^-)} \left\{ \Delta n + \frac{\omega_q}{\omega - \Omega_0^-} \left[n_+ + n_- + \frac{4}{\omega - \Omega_0^-} (e_- - e_+) \right] \right\}, \quad (5.4)$$

де e_σ – густина енергії руху електронів уздовж осі трубки. Із (4.9) и (5.4) отримуємо спектр аксіально-симетричного внутрішньопідзонного магнона:

$$\omega_0(q) = \Omega_0 \left[1 - \frac{4\omega_q \Delta e}{I\Omega_0(\Delta n)^2} \right]. \quad (5.5)$$

Тут $\Delta e = e_- - e_+$ і враховано $n = n_+ + n_- \ll \Delta e / \Delta n$. Гілка спектра магنونів (5.5) розташована у вікні прозорості нижче межі $\omega = \overline{\Omega}_0 - qv + \omega_q$ континуума Стонера. Дисперсія цієї хвилі є аномальною. Її амплітуда не залежить від азимутального кута у площині, перпендикулярній напрямку поширення хвилі.

За великої кількості заповнених підзон ($\varepsilon_F \gg \varepsilon_0$) величини Δn і Δe , що входять в формулу (5.5) можуть бути обчислені за допомогою формули Пуассона. У результаті маємо:

$$\omega_0(q) = \Omega_0 \left\{ 1 - \frac{\pi}{m_+ I} \left(\frac{qv_F}{\Omega_0} \right)^2 \left[1 - 4 \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_F} \right)^{1/4} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{l}} \cos \left(2\pi l \sqrt{\frac{\varepsilon_F}{\varepsilon_0}} - \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(2\pi l \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \right] \right\}, \quad (5.6)$$

де v_F – швидкість Фермі. Тут враховано $\overline{\Omega}_0 \ll \varepsilon_F$. Монотонна складова у правій частині (5.6) не залежить від радіуса трубки. Вона співпадає зі спектром квазікласичних спінових хвиль у двовимірному електронному газі [27], отриманим у моделі фермі-рідини. У двовимірному випадку константа g

пов'язана з параметром B_0 , що входить у функцію розсіяння Ландау, співвідношенням $g = \frac{B_0}{v}$.

Частота (5.6) внутрішньопідзонних магنونів випробовує осциляції типу де Гааза — ван Альфена та Ааронова — Бома. Перші зумовлені проходженням кореневих особливостей густини станів електронів через межу Фермі зі зміною радіуса трубки. Період цих осциляцій дорівнює

$$\tau_a = (2m_*\varepsilon_F)^{-1/2}.$$

Якщо ж змінюється $\varepsilon_F^{1/2} = (n/2v)^{1/2}$, то період становить

$$\tau_\varepsilon = 1/\sqrt{2m_*a}.$$

Відносна амплітуда осциляцій пропорційна $(\varepsilon_0/\varepsilon_F)^{1/4}$. Вони зберігаються навіть за відсутності магнітного поля. Осциляції Ааронова — Бома зумовлені зміною магнітного потоку крізь поперечний переріз трубки. Їхній період дорівнює кванту потоку.

5.3. Міжпідзонні магнони

При значеннях радіусів вуглецевих і напівпровідникових нанотрубок, що використовувалися в експериментах, величина обертового кванта є порівнянною з енергією Фермі. Це означає, що електрони у виродженому електронному газі заповнюють лише незначну кількість нижніх підзон. Подамо відношення потоків у вигляді $\Phi/\Phi_0 = M + \eta$, де $M = 0, 1, \dots$ — ціла частина Φ/Φ_0 , а η — дробова частина ($0 \leq \eta < 1$). Тоді енергія (2.1) мінімальна при $m = -M$, коли момент імпульсу електрона m майже компенсується магнітним полем. У досяжних магнітних полях число M невелико, є малим, якщо тільки радіус трубки не надто великий.

Коли спінове розщеплення нижніх рівнів є слабким, тобто, $2\mu B < \varepsilon_0(1 + 2\eta)$, а густина електронів задовольняє нерівність

$$n < \frac{(m_* \mu B)^{1/2}}{\pi^2 a},$$

то електрони частково заповнюють лише нижню підзону ($m' = -M, \sigma = -1$).

При $\Omega_+ > m_* I v / 2\pi^2 a$ існує розв'язок дисперсійного рівняння (4.9):

$$\omega(q) = \Omega_+ + \omega_q - qvcth \frac{2\pi^2 qa}{m_* I}, \quad (5.7)$$

де

$$\begin{aligned} \Omega_{\pm} &= \overline{\Omega}_0 + \varepsilon_0 (2m\eta \pm m^2), \\ v &= \sqrt{\frac{2}{m_*}} (\varepsilon_F + \mu B - \varepsilon_0 \eta^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (5.8)$$

– максимальна швидкість електрона в підзоні $(-M, -1)$. У межі довгих хвиль $qa \ll m_* I$ частота (5.7) дорівнює

$$\omega(q) = \omega(0) \left[1 - \frac{q^2 v^2}{3 \ln \omega(0)} \right],$$

де $\omega(0) = \Omega_+ - \ln$ – гранична частота. Дисперсійна крива (5.7) розташована у вікні прозорості для спінових хвиль нижче межі континуума Стонера $\omega = \Omega_+ - qv + \omega_q$. При $qa \gg m_* I$ ця дисперсійна крива наближається до вказаної межі.

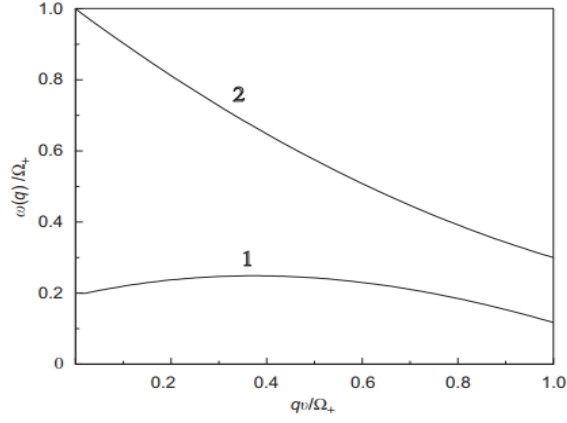


Рис. 5.1. Залежність відносної частоти спінової хвилі ω/Ω_+ (5.7) від qv/Ω_+ (крива 1) для параметрів нанотрубки, зазначених у тексті. Крива 2 — межа сектора Стонера.

Залежність частоти спінової хвилі (5.7) від хвильового вектору (крива 1) і межа континуума Стонера (крива 2) наведені для параметрів: $m_* = 2.3 \cdot 10^{-28}$ г, $a = 4 \cdot 10^{-6}$ см, $B_0 = 0.1$, $n = 10^9$ см $^{-2}$, $B = 10^4$ Гс, $m = 0$, $\eta = 0$, — типових для напівпровідникових нанотрубок. Значення $B_0 = 0.1$ * використовується для оцінки інтенсивності електрон-електронної взаємодії в теорії фермі-рідини [28].

Дві підзони $(-M, \pm 1)$ частково заповнені, якщо густина електронів задовольняє нерівність

$$n < \sqrt{\frac{m_*}{2}} \frac{1}{\pi^2 a} (\sqrt{\epsilon_0(1+2\eta)} + \sqrt{\epsilon_0(1+2\eta) - 2\mu B}).$$

Величина Ω_- є додатною за умови

$$a > \left[\frac{m(m-2\eta)}{2m_*\Omega_0} \right]^{1/2}.$$

За цих умов у вікні прозорості між параболами $\omega = \Omega_{\pm} \mp qv^{\mp} \pm \omega_q$ існують дві гілки спектра міжпідзонних магнонів, якщо виконується додаткова умова

$$2\epsilon_0 m^2 > In_+ \left(1 + \sqrt{\frac{n_-}{n_+}} \right)^2. \quad (5.9)$$

Граничні частоти хвиль у цьому вікні дорівнюють

$$\omega_m^{\pm} = \frac{1}{2}(\Omega_+ + \Omega_- - I\Delta n) \pm \frac{1}{2}[(\Omega_+ - \Omega_- - I\Delta n)^2 - 4In_+(\Omega_+ - \Omega_-)]^{1/2}. \quad (5.10)$$

У довгохвильовій межі ($qv^{\pm} \ll |\omega - \Omega_{\pm}|$) частоти спінових хвиль у розглядуваному вікні прозорості мають вигляд

$$\omega_m^{\pm}(q) = \omega_m^{\pm} \left\{ 1 - \frac{4\pi^4 q^2 a^2}{3m_*^2 \omega_m^{\pm}} \frac{n_+^3(\omega_m^{\pm} - \Omega_+)^3 - n_-^3(\omega_m^{\pm} - \Omega_-)^3}{(\omega_m^{\pm} - \Omega_-)(\omega_m^{\pm} - \Omega_+)[n_-(\omega_m^{\pm} - \Omega_-)^2 - n_+(\omega_m^{\pm} - \Omega_+)^2]} \right\}. \quad (5.11)$$

Густина електронів n_{σ} пов'язана з енергією Фермі співвідношенням

$$n_{\sigma} = \frac{1}{\pi^2 a} \sqrt{\frac{m_*}{2}} \sqrt{\varepsilon_F - \varepsilon_{(-M)0\sigma}}.$$

Якщо нерівність (5.9) перетворюється на рівність, маємо

$$\omega_m^+ = \omega_m^- = \Omega_0 + \frac{1}{2}\Delta n + 2\varepsilon_0 m,$$

а частоти (5.11) збігаються.

На рис. 5.2 наведено дисперсійні криві (5.11) (1 і 2).

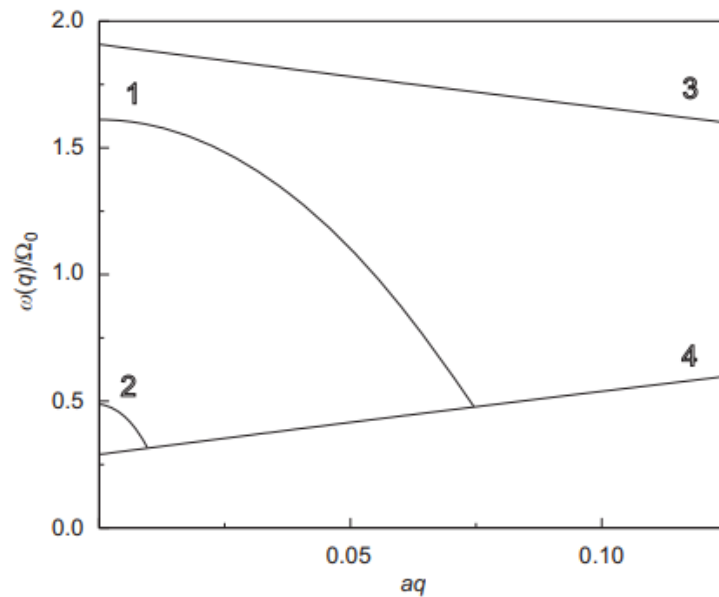


Рис. 5.2. Залежність відносних частот спінових хвиль $\omega_{\pm}(q)/\Omega_0$ від $q a$ (криві 1 і 2) для значень параметрів, зазначених у тексті. Криві 3 і 4 — межі секторів Стонера.

Згадані вище значення параметрів, за винятком $a = 1.9 \cdot 10^{-6}$ см, $B = 10^5$ Гс, $m = 1$. Криві 3 і 4 — межі секторів Стонера.

Таким чином, розглянуті тут особливості спектра спінових хвиль зумовлені спектром електронів провідності (2.1). Він являє собою набір одномірних підзон, межі яких не є еквідистантними. Густина станів електронів на поверхні трубки має кореневі особливості на цих межах. Це зближує спектр нанотрубки зі спектром електронного газу в магнітному полі. Тому природно очікувати осциляцій тензора динамічної спінової сприйнятливості та спектра спінових хвиль при проходженні цих особливостей крізь межу Фермі Ermolaev A.M. [29]. Ці осциляції існують навіть за відсутності магнітного поля. Вимірювання їхнього періоду дозволяє отримати ефективну масу електрона або радіус нанотрубки. На ці осциляції накладаються осциляції Ааронова—Бома, зумовлені топологією системи.

РОЗДІЛ 6

СПІНОВІ ХВИЛІ НА ПОВЕРХНІ НАПІВПРОВІДНИКОВОЇ НАНОТРУБКИ З НАДГРАТКОЮ

У цьому розділі досліджується динамічна спінова сприйнятливість та спектр колективних спінових збуджень — магнонів — в електронному газі, локалізованому на поверхні напівпровідникової нанотрубки з поздовжньою надграткою. Така система демонструє одночасно квантові та квазікласичні властивості, що зумовлені модуляційною структурою потенціалу вздовж осі трубки.

6.1. Динамічна спінова сприйнятливість електронного газу на трубці з надграткою

На рис.6.1 зображено спектр енергії (2.6) поздовжнього руху електронів у двох нижніх мінізонах першої зони Брілюєна — (а) у разі відсутності перекриття мінізон і (b) у разі їх перекриття. Величина перекриття мінізон на рис. 1(b) дорівнює $2\Delta - \Omega$, де $\Omega = \Omega_0 + g \cdot \delta n$, $\Omega_0 = 2\mu B$, $\delta n = n_- - n_+$, μ — спіновий магнітний момент електрона.

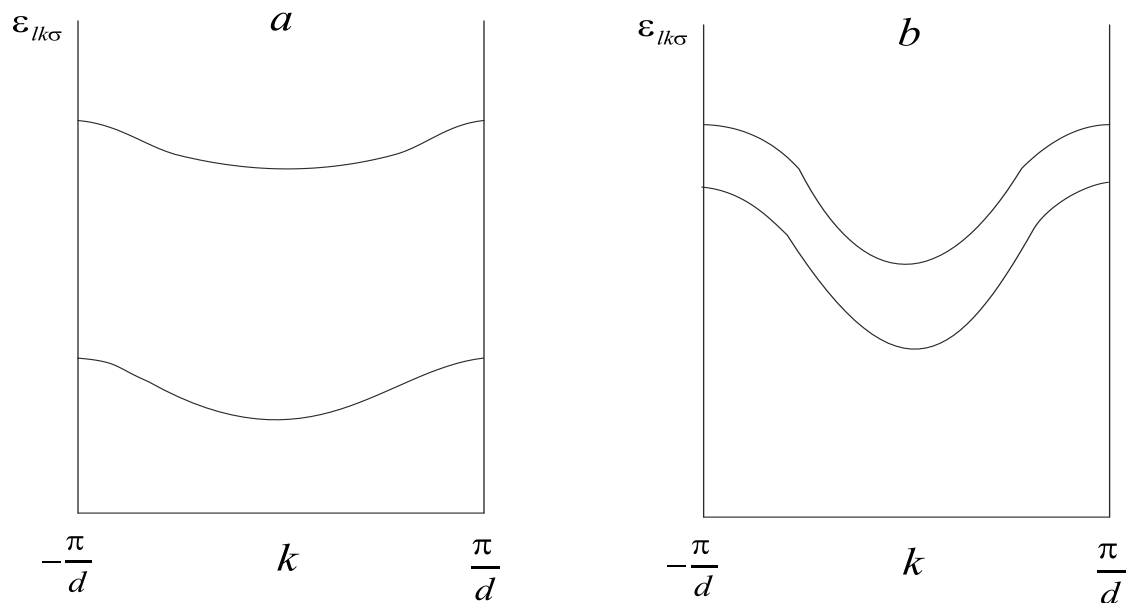


Рис. 6.1. Спектр енергії поздовжнього руху електрона на трубці за відсутності перекриття мінізон (а) та у випадку перекриття (b).

Дійсна та уявна частини компоненти χ_-^0 (4.7) виродженого електронного газу на поверхні напівпровідникової нанотрубки з надграткою дорівнюють:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \chi_-^0(m, q, \omega) = & \frac{\mu^2}{4\pi^2 a d \Delta \sin \frac{qd}{2}} \sum_l \left[P \int_{(-k_l^+ - \frac{q}{2})d}^{(k_l^+ - \frac{q}{2})d} dx \cdot (C_- - \sin x)^{-1} - \right. \\ & \left. - P \int_{(-k_l^- + \frac{q}{2})d}^{(k_l^- - \frac{q}{2})d} dx \cdot (C_+ - \sin x)^{-1} \right], \end{aligned} \quad (6.1)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \chi_-^0(m, q, \omega) = & \frac{\mu^2}{4\pi^2 a d \Delta |\sin \frac{qd}{2}|} \sum_l \left[\int_{(-k_l^- + \frac{q}{2})d}^{(k_l^- + \frac{q}{2})d} dx \cdot \delta(\sin x - C_+) - \int_{(-k_l^+ - \frac{q}{2})d}^{(k_l^+ - \frac{q}{2})d} dx \cdot \right. \\ & \left. \delta(\sin x - C_-) \right], \end{aligned} \quad (6.2)$$

де $k_l^\sigma = \frac{1}{d} \arccos \frac{\varepsilon_l^\sigma + \Delta - \mu_0}{\Delta}$ – максимальний імпульс електронів у мінізоні з номером (l, σ) , μ_0 – енергія Фермі,

$$C_\pm = \frac{\omega - \Omega_\pm}{2\Delta \sin \frac{qd}{2}},$$

$$\Omega_\pm = \varepsilon_0 m [2(l + \eta) \pm m] + \Omega \quad (6.3)$$

– частоти «вертикальних» переходів електронів між межами мінізон

$$\varepsilon_l^\sigma = \varepsilon_0 (l + \eta)^2 + \sigma \mu B + g n_{-\sigma}$$

із перекиданням спіна $- \rightarrow +$ під дією змінного поля. Підсумовування за l в (6.1) и (6.2) обмежується умовою $|\varepsilon_l^\sigma + \Delta - \mu_0| < \Delta$, що означає, що енергія Фермі лежить у мінізоні (l, σ) .

6.2 Спінові хвилі на трубці в квантовій межі

Якщо $\eta < 1/2$, а густина електронів не перевищує $(2\pi ad)^{-1}$, то межа Фермі лежить у нижній мінізоні: $\varepsilon_0^- < \mu_0 < \varepsilon_0^- + 2\Delta$. У цьому випадку гранична частота спінової хвилі з позитивною спіральністю дорівнює:

$$\omega_0 = \Omega_+ - gn_-, \quad (6.4)$$

де $n_- = \frac{k_0^-}{2\pi^2 a}$ - густина електронів у нижній мінізоні, а $\Omega_+ = \varepsilon_0 m(2\eta + m) + \Omega$. Формула (6.4) справедлива також для $\eta > 1/2$, якщо імпульс k_0^- у n_- замінити на k_{-1}^- , а l в Ω_+ (6.3) покласти рівним -1 .

Для отримання спектра хвилі, що поширюється вздовж трубки, необхідно врахувати залежність функції (6.1) від q . Для отримання спектра хвилі, що поширюється вздовж трубки, необхідно врахувати залежність функції (6.1) від

$$|C_{\pm}| \gg 1. \quad (6.5)$$

У цьому наближенні з рівняння (4.9) з урахуванням (6.1) отримуємо:

$$\omega(q) = \omega_0 \left[1 + \frac{2\Delta \sin k_0^- d}{\omega_0 k_0^- d} \sin^2 \frac{qd}{2} \right]. \quad (6.6)$$

Якщо $k_0^- = \pi/d$, то нижня мінізона повністю заповнена. У цьому випадку спінова хвиля зі спектром (6.6) вздовж трубки не поширюється. Залишаються лише кругові коливання спінової намагніченості з частотою (6.4).

Уявна частина сприйнятливості (6.2) пропорційна диференціальному перерізу розсіювання світла й нейтронів на одночастинкових збудженнях електронного газу на трубці з передачею енергії ω [30]. Із формули (6.2) видно, що в квантовій межі уявна частина сприйнятливості дорівнює нулю поза областю на площині $q - \omega$, обмеженою синусоїдами:

$$\omega = \Omega_{+} \pm 2\Delta \sin \frac{qd}{2}. \quad (6.7)$$

У межах цієї області хвиля зазнає беззіткнувального згасання Ландау. Синусоїди (6.7) разом із дисперсійною кривою (6.6) схематично зображено на рис. 2. Щілина $\Omega_{+} - \omega_0$ на рис. 6.2 дорівнює gn_{-} .

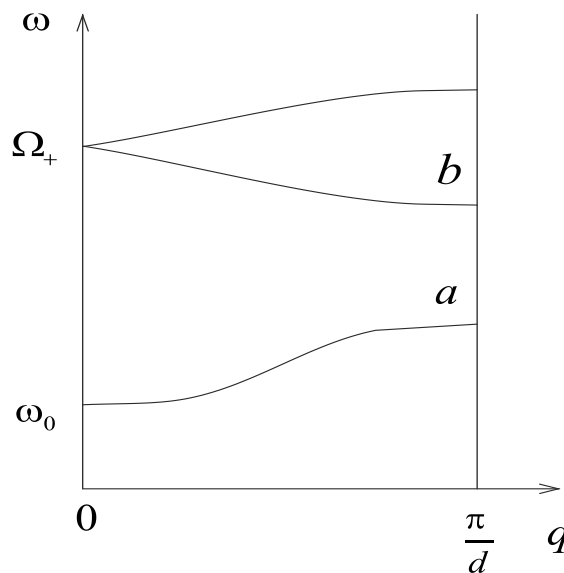


Рис. 6.2. Дисперсійна крива (а) та область беззіткнувального згасання (b) спінової хвилі зі спектром (5.7).

Із ростом густини електронів вона збільшується від нуля до $g / 2 \pi a d$. Щілина між нижньою межею сектора (b) та дисперсійною кривою на межі зони Брілюена дорівнює

$$\delta\omega = gn_{-} - 2\Delta \left(1 + \frac{\sin k_0^- d}{k_0^- d} \right).$$

При $\delta\omega = 0$ дисперсійна крива (6.6) входить у сектор (b), і спінова хвиля згасає.

Для уточнення меж області беззіткнувального згасання спінових хвиль обчислимо уявну частину сприйнятливості (6.2). У квантовій межі вона дорівнює:

$$\text{Im}\chi_{-}^0(m, q, \omega) = \frac{\mu^2}{2\pi ad} \left[\left(2\Delta \sin \frac{qd}{2} \right)^2 - (\omega - \Omega_{+})^2 \right]^{1/2} \cdot \theta \left[x_0 - \left(-k_0^- + \frac{q}{2} \right) d \right] \theta \left[\left(k_0^- + \frac{q}{2} \right) d - x_0 \right], \quad (6.8)$$

де $x_0 = \arcsin C_{+}$, θ – функція Хевісайда. Графік функції (6.8) зображено на рис. 6.3. Межі області беззіткнувального згасання хвиль виявляються рівними.

Область беззіткнувального згасання вже за площею, ніж сектор (b) на рис. 6.2. відношення значень уявної частини (6.8) у точках $\omega_{\pm}$ дорівнює

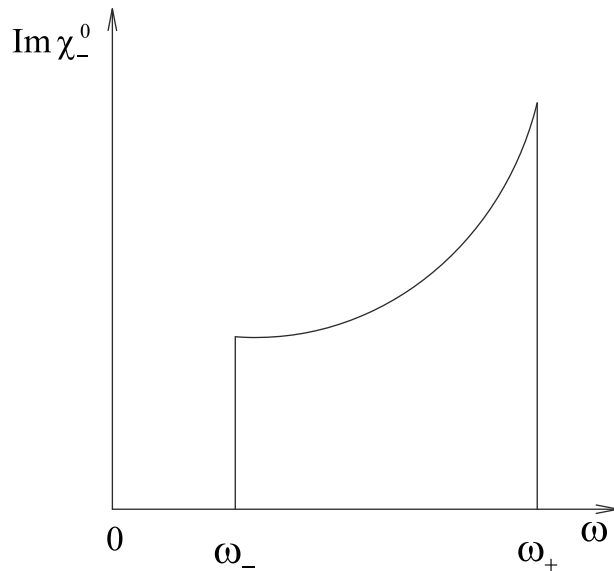


Рис. 6.3. Залежність уявної частини сприйнятливості (6.8) від частоти в квантовій межі.

У міру заповнення електронами вищих мінізон кількість «сходинок» в області (b), подібної до тієї, що зображена на рис. 6.3, зростає. На площині

$q - \omega$ формують сектори Стонера з межами $\omega_{\pm} = \Omega_{\pm} \pm 2\Delta \sin \frac{qd}{2} \sin \left(k_l^{\pm} \pm \pm \frac{q}{2} \right) d$, всередині яких спінові хвилі зазнають беззіткнувального згасання Ландау.

Для отримання спектра хвиль із від'ємною спіральністю необхідно розв'язати дисперсійне рівняння (4.9) з функцією χ_+^0 . Гілки спектра цих хвиль розташовані поблизу частот резонансних переходів електронів між рівнями (2.6) з перекиданням спіна $+\rightarrow -$. Частоти цих переходів відрізняються від (6.3) іншим знаком перед Ω . Це означає, що аксіально-симетричні спінові хвилі ($m = 0$) з від'ємною спіральністю не поширюються вздовж трубки.

Мінімальні частоти переходів $+\rightarrow -$ дорівнюють $\varepsilon_0(1 - 2\eta) - \Omega$ у випадку $\eta < 1/2$ і $\varepsilon_0(2\eta - 1) - \Omega$, якщо $\eta > 1/2$. В обох випадках енергія Фермі лежить у другій мінізоні. Дисперсійне рівняння (4.9) для граничних частот має два корені. Якщо $\eta < 1/2$, дві нижні мінізони перекриваються, а енергія Фермі перебуває в області перекриття, тоді ці корені дорівнюють:

$$\omega_{\pm}(0) = \frac{1}{2} [\Omega_+ + \Omega_- + v(k_0^- - k_0^+)] \pm \frac{1}{2} [(\Omega_+ - \Omega_-)^2 + v^2(k_0^- - k_0^+)^2 + 2(\Omega_+ + \Omega_-)v(k_0^- - k_0^+) - 4v(k_0^- \Omega_+ - k_0^+ \Omega_-)]^{1/2}, \quad (6.9)$$

Де $v = g/2\pi^2 a$. За відсутності перекриття мінізон k_0^- у (6.9) необхідно замінити на π/d . Розв'язок (6.9) спрощується у разі слабкої міжелектронної взаємодії: $v \ll d\Omega_{\pm}$. У цьому випадку $\omega_{\pm}(0) = \Omega_{\pm} \mp vk_0^{\pm}$.

Оскільки в розглядуваному випадку $\Omega_- < 0$, нижня гілка (6.9) розташована в області від'ємних частот. Спектр верхньої гілки у довгохвильовій межі (6.5) при слабкій електрон-електронній взаємодії дорівнює:

$$\omega_+(q) = \Omega_+ - vk_0^+ + \frac{2\Delta \sin k_0^+}{dk_0^+} \sin^2 \frac{qd}{2}. \quad (6.10)$$

Дисперсія цієї хвилі нормальна. Дисперсійна крива (6.10) розташована нижче межі сектора Стонера.

Розглянуті тут низькочастотні магнони зі спектром (6.6) та (6.10) дають внесок у термодинамічні характеристики нанотрубки. Енергія ідеального газу магнонів із частотою $\omega_m(q)$ при температурі T дорівнює

$$E_{\text{mag}} = \sum_{mq} \omega_m(q) \left(e^{\frac{m_m(q)}{T}} - 1 \right)^{-1}.$$

Зокрема, внесок гілки аксіально-симетричних магнонів (6.6) в енергію при низьких температурах ($T \ll \Omega$) дорівнює

$$E_{\text{mag}} = \frac{L}{2} \omega_0 \sqrt{\frac{T}{\pi\alpha}} \exp\left(-\frac{\omega_0}{T}\right),$$

де

$$\alpha = \frac{1}{2} \Delta d \sin k_0^- d / k_0^-.$$

6.3 Спінові хвилі у квазікласичному випадку

За великої кількості електронів, що заповнюють рівні (2.6), енергія Фермі значно перевищує обертальний квант. У такому випадку суму за l у формулі (6.1) можна обчислити за допомогою формули Пуассона. В результаті частоти спінових хвиль міститимуть як монотонні, так і осциляційні доданки. Отримаємо їх для випадку $m = 0$, коли існують лише аксіально-симетричні коливання спінової намагніченості, що поширюються вздовж трубки.

У цьому випадку електрони у виродженому електронному газі на трубці здійснюють квантові переходи з перекиданням спіна $\rightarrow +$ без зміни орбітального кутового моменту. Енергія Фермі розташована у верхній частково заповненій мінізоні з номером $(I_0, \sigma = -1)$. Частоти переходів (6.3) дорівнюють Ω . З формули (6.1) при $q = 0$ у цьому випадку отримуємо:

$$\text{Re}\chi_-^0(\omega) = \frac{2\mu^2\delta n}{(\Omega - \omega)}. \quad (6.11)$$

У статичній межі $\omega = 0$ при $\Omega \ll \mu_0$ із цієї формули впливає пауліївська сприйнятливість для двовимірного електронного газу на площині:

$$\chi_0 = m_* \mu^2 / . \text{ Із (6.5) та (6.11) отримуємо граничну частоту хвилі } \omega(0) = \Omega - g\delta n.$$

Розв'язок дисперсійного рівняння (6.5) при $q \neq 0$ залежить від параметра $\mu_0/2\Delta$. Якщо $\mu_\sigma < 2\Delta$, то монотонна частина частоти хвилі в довгохвильовій межі (6.5) дорівнює:

$$\omega_{mon}(q) = \omega(0) + \frac{4\sqrt{m\Delta}}{3\pi^2 d\delta n} \cdot \sin^2 \frac{qd}{2} \sum_{\sigma} \left[(2\Delta - \mu_{\sigma}) F\left(\sqrt{\frac{\mu_{\sigma}}{2\Delta}}\right) - 2(\Delta - \mu_{\sigma}) E\left(\sqrt{\frac{\mu_{\sigma}}{2\Delta}}\right) \right], \quad (6.12)$$

де $\mu_{\sigma} = \mu_0 - \sigma\mu B - n_{-\sigma}$, F и E – повні еліптичні інтеграли 1-го і 2-го роду.

Якщо $d \rightarrow 0$, $\Delta \rightarrow \infty$ таке, що виконується умова (2.5), то надгратка відсутня, і енергія поздовжнього руху електрона стає рівною $k^2/2m_*$. У цьому випадку з формули (6.12) впливає відоме раніше [31] - [33] вираз для частоти хвилі:

$$\omega_{mon}(q) = \omega(0) + \mu_0 q^2 / 3\pi\delta n. \quad (6.13)$$

Частоти (6.12) і (6.13) не залежать від радіуса трубки, оскільки межа $\mu_0 \gg \varepsilon_0$ ($a \rightarrow \infty$) відповідає розгортанню трубки на площину.

Осциляційна частина спектра хвилі при $\mu_{\sigma} < 2$, $\mu_{\sigma} \gg \varepsilon_0$ у довгохвильовій межі дорівнює:

$$\omega_{asc}(q) = \frac{1}{\pi^3 a^2 d\delta n} \sqrt{\frac{\Delta}{m_*}} \sin^2 \frac{qd}{2} \cdot \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2\pi r \eta}{r^{3/2}} \sum_{\sigma} \left(\frac{\mu_{\sigma}}{\varepsilon_0} \right)^{1/4} \sin \left(2\pi r \sqrt{\frac{\mu_{\sigma}}{\varepsilon_0}} - \frac{\pi}{4} \right). \quad (6.14)$$

Монотонна частина частоти хвилі при $\mu_\sigma > 2\Delta$ має вигляд

$$\omega_{mcn}(q) = \omega(0) + \frac{4\sqrt{2m_*}}{3\pi^2 d \delta n} \cdot \sin^2 \frac{qd}{2} \sum_\sigma \sqrt{\mu_\sigma} \left[(\mu_\sigma - \Lambda) E\left(\sqrt{\frac{2\Lambda}{\mu_\sigma}}\right) - (\mu_\sigma - 2\Lambda) F\left(\sqrt{\frac{2\Lambda}{\mu_\sigma}}\right) \right]. \quad (6.15)$$

Ця залежність є наслідком квазіодновимірного руху електронів уздовж трубки у даному випадку.

Осциляційна частина спектра при $\mu_\sigma > 2\Delta$, $\mu_\sigma - 2\Delta \gg \varepsilon_0$ крім доданка (6.14), містить ще один доданок:

$$\delta\omega_{asc}(q) = -\frac{1}{\pi^3 a^2 d \delta n} \sqrt{\frac{\Delta}{m_*}} \sin^2 \frac{qd}{2} \cdot \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2\pi r \eta}{r^{3/2}} \sum_\sigma \left(\frac{\mu_\sigma - 2\Delta}{\varepsilon_0} \right)^{1/4} \sin \left(2\pi r \sqrt{\frac{\mu_\sigma - 2\Delta}{\varepsilon_0}} + \frac{\pi}{4} \right). \quad (6.16)$$

Поява другого доданка (6.16) має фізичний сенс. Якщо $\mu_\sigma < 2\Delta$, вираз (6.14) дає осциляції, подібні до осциляцій де Гааза — ван Альфена. Вони обумовлені проходженням нижньої межі кожної мінізони через межу Фермі зі зміною параметрів трубки — її радіуса, густини електронів. Якщо ж $\mu_\sigma > 2\Delta$, то через межу Фермі проходить не лише «дно» кожної мінізони, а й її «стеля» $\varepsilon_l^\sigma + 2\Delta$. У результаті виникає другий доданок (6.16) з іншою частотою та амплітудою осциляцій. Сума доданків (6.14) і (6.16) призводить до биття на графіку залежності частоти хвилі від параметрів трубки.

Ці биття аналогічні биттям у спектрі магнітоплазмонних хвиль на трубці з надграткою, розглянутих у статті [34]. Там наведено частоти осциляцій спектра плазмонів, які збігаються з частотами осциляцій спектра магнітонів за умови $\mu_0 \gg \Omega$.

У квазікласичному випадку спектри магнонів, так само як і плазмонів, також зазнають осциляцій Ааронова — Бома зі зміною магнітного потоку.

ВИСНОВКИ

У цій дипломній роботі було проведено теоретичне дослідження спінових хвиль у виродженому електронному газі, що локалізований на поверхні напівпровідникової нанотрубки у присутності зовнішнього поздовжнього магнітного поля. Такі структури мають складну енергетичну конфігурацію через циліндричну геометрію та можливу наявність надґратки — періодичної модуляції потенціалу вздовж осі трубки. Це суттєво впливає на спектральні властивості магнонів — колективних спінових збуджень електронної підсистеми.

У межах моделі було враховано як квантовий режим, коли електрони заповнюють лише кілька нижніх підзон, так і квазікласичний режим, характерний для високих енергій Фермі. Для кожного випадку отримано аналітичні вирази динамічної спінової сприйнятливості та побудовано відповідні дисперсійні залежності спінових хвиль. Показано, що спектр хвиль зазнає змін залежно від густини електронів, геометричних розмірів трубки, сили магнітного поля та глибини модуляційного потенціалу надґратки.

Дослідження виявило наявність характерних осциляційних ефектів у спектрі магнонів: осциляцій де Гааза — ван Альфена, пов'язаних з переходом електронних рівнів через рівень Фермі, та осциляцій Ааронова — Бома, зумовлених впливом магнітного потоку через трубку. Встановлено також ефект биття — інтерференційної модуляції частоти хвиль у разі перекриття мінізон. Ці явища несуть інформацію про внутрішню структуру спектра та параметри носіїв заряду.

Окремо проаналізовано умови **беззіткнувального** згасання спінових хвиль (згасання Ландау), що виникає в межах секторів Стонера — зон, де відбувається поглинання енергії хвилі одночастинковими електронними збудженнями без участі зовнішнього розсіювання. Це згасання істотно впливає на стабільність і поширення спінових збуджень у нанотрубках.

Отримані результати мають практичне значення для фізики низьковимірних систем і можуть бути використані при інтерпретації експериментальних даних із розсіювання світла та нейтронів на спінових хвилях, дослідженнях електронного парамагнітного резонансу, а також у розробці елементів спінтроники, нанофотоники та квантової інформаційної техніки. Зокрема, спектральні особливості магнів можна використати для визначення ефективної маси електрона, геометричних параметрів нанотрубки, характеристик надґратки, а також сили міжелектронної взаємодії.

Таким чином, проведене дослідження розширює уявлення про природу спінових збуджень у наноструктурованих матеріалах та закладає основу для подальших прикладних розробок у сфері керованих спінових систем на основі нанотрубок.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. **Landau L. D.** Theory of Fermi liquid/L. D. Landau // Journal of Experimental and Theoretical Physics. - 1956. - V. 30. - P. 1058-1064.
2. **Landau L. D.** On the propagation of density and spin oscillations in a truss system / L.A. D. Landau // Journal of Experimental and Theoretical Physics. - 1957. - Vol. 32 - P. 59-66.
3. **Silin V. P.** On the propagation of spin waves in a normal Fermi liquid/V. P. Silin // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 1958. – V. 35 – P. 1243-1250.
4. **Schultz S., Dunifer G.** Observation of spin waves in non-ferromagnetic metals // Physical Review Letters. – 1967. – Т. 18. – С. 283–285.
5. **Izuyama T., Kim D. J., Kubo R.** Statistical-mechanical theory of magnetic susceptibility // Journal of the Physical Society of Japan. – 1963. – Т. 18. – С. 1025–1040.
6. **Edwards D. M.** Collective excitations in non-ferromagnetic metals in a quantizing field // Journal of Physics C: Solid State Physics. – 1969. – Т. 2. – С. 84–91.
7. **Doniach S., Sondheimer E. H.** Green's functions for solid-state physicists. – New York: Benjamin, 1974. – 266 с.
8. **Єрмолаєв О.М., Ульянов Н.В.** Фізика низьких температур (ФНТ). - 1992._ Т. 18. - С. 1375
9. **Глейзер Н.В., Єрмолаєв О.М.,** Фізика низьких температур (ФНТ). - 1998._ Т. 24.- С. 647.
10. **Peschansky V.G., Stepanenko D.I.** Resonance in quasi-two-dimensional metals in an inclined magnetic field – Low Temperature Physics 2003.- Т. 78. - P. 772
11. **Iijima** Nature (London). Synthesis of Carbon Nanotubes. Nature - 1991.- Т. 354. -С. 56

12. **Звягін А.А., Криве І.В** Фізика низьких температур (ФНТ). - 1995._ Т. 21.- С. 687
13. **Магарілл Л.І., Чаплік А.В., Ентін М.В.** Успіхи фізичних наук. - 2005._ Т. 175.- С. 995
14. **Єрмолаєв А. М., Рашба Г. І., Соляник М. А.** Спінові хвилі на поверхні напівпровідникової нанотрубки з надґраткою – 2011. – Т. 406. – С. 2077–2081.
15. **Єрмолаєв А. М., Рашба Г. І., Соляник М. А.** Спектри спінових хвиль у нанотрубці // Фізика твердого тіла. – 2011. – Т. 53. – С. 1518–1523
16. **Єрмолаєв А. М., Рашба Г. І., Соляник М. А.** Магнони з від’ємною спіральністю у нанотрубці – 2011. – Т. 37. – С. 1156–1162.
17. **Драгунов С.П., Неізвестний І. Р., Гридчин С.А.** Основи наноелектроніки. - Х.: Логос, 2006. - 320 с.
18. **Lozovik Yu. E., Merkulov S. P., Sokolik A. A.** Prospects of a superlattice on graphene // *Uspekhi fizicheskikh nauk.* – 2000. – V. 178. – P. 757-772.
19. **Kulik, I. O.** JETP Letters.- 1970.- T.11.- C.275–278
20. **Ermolaev A. M.; Rashba G.I.; Solyanik M. A.** Vestnik KhNU, Series “Physics”. – 2010. - №914 . - С. 24–28].
21. **Vitlina R. Z. ,Magarill L. I., Chaplik, A. V.** JETP Letters.- 2007.- T. 86.-C. 132–134
22. **White, R. M.** *Quantum Theory of Magnetism*. Berlin: Springer-Verlag. -1983. — С.304 .
23. **Kulik, I. O.** Josephson effect in small tunnel contacts. *JETP Letters.* -**1970.** – T.11.- C.275–278.
24. **Ermolaev, A. M.; Rashba, G. I.; Solyanik, M. A.** Spin waves on the surface of a semiconductor nanotube with a superlattice. *Low Temperature Physics.*- **2012** - T.37.- C.824–830.
25. **Abrikosov A. A.** Methods of quantum field theory in statistical physics – State Publishing House of Foreign Literature. -1962. – P.444.
26. **Mahan G.D.** **Many-Particle Physics.** – New-York, London: Plenum Press.-

1981. – С. 1003.
27. **Ermolaev A. M., Ulyanov N. V.** Electron spin waves in nonmagnetic conductors with resonance states of electrons. – Харків : Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна.- 2008
 28. **Platzman P. M., Wolff P. A.** Waves and interactions in solid state plasmas. – New York : Academic Press.-1973.
 29. **Ermolaev A. M., Rashba G. I., Solyanik M. A.** Spin waves on the surface of the nonferromagnetic nanotube in magnetic field / A. M. Ermolaev, G. I. Rashba, M. A. Solyanik // *Physica B*. – 2011. – Т. 406. – С. 2077–2080.
 30. **Ахієзер О. І., Барьяхтар В.Г., Пелетмінський В.Г.** Спінові хвилі. - К.: Наукова думка, 1967. - 408 с.
 31. **Ermolaev A. M., Rashba G. I., Solyanik M. A.** Spin waves on the surface of the nonferromagnetic nanotube in magnetic field / A. M. Ermolaev, G. I. Rashba, M. A. Solyanik // *Physica B*. – 2011. – Т. 406. – С. 2077–2080
 32. **Ермолаєв А. М., Рашба Г. І., Соляник М. А.** Спінові хвилі на поверхні нанотрубки у магнітному полі // *Фізика твердого тіла*. – 2011. – Т. 53, № 7. – С. 1518–1523.
 33. **Єрмолаєв О.М., Рашба Г. І., Соляник М. О.** Спінові хвилі в циліндричних надгратках // *Фізика низьких температур*. – 2011. – Т. 37, № 10. – С. 1156–1161.
 34. **Ermolaev A. M., Rashba G. I., Solyanik M. A.** Magnetoplasma waves on the surface of a semiconductor nanotube with a superlattice / A. M. Ermolaev, G. I. Rashba, M. A. Solyanik // *Low Temperature Physics*. – 2012. – Т. 38, № 6. – С. 653–659.
 35. **Ermolaev A. M., Rashba G. I., Solyanik M. A.** Spin waves on the surface of a semiconductor nanotube with a superlattice / A. M. Ermolaev, G. I. Rashba, M. A. Solyanik // *Low Temperature Physics*. – 2012. – Т. 38, № 10. – С. 1209–1215.
 36. **Kondratiev A.S., Kuchma A.E.** Electron fluid of normal metals. – L.: Publishing house of Leningrad State University, 1980. – 200 p.

37. **Kondratiev A.S., Kuchma A.E.** Lectures on the theory of quantum liquids. – L.: Leningrad State University Publishing House, 1989. – 264 p.
38. **Okulov V. I., Silin V. P.** Collective excitations in metals // Proceedings of the Lebedev Physical Institute. – 1985. – V. 158 – P. 3–50.
39. **Baym G., Pethick C.** Landau Fermi-Liquid Theory: Concepts and Applications. – New York: Wiley, 1991. – 356 c.
40. **Pines D., Nozières P.** Quantum Fluid Theory: Normal Fermi Liquids. – New York: CRC Press, 1966. – 312 c.