

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Фізичний факультет

Кафедра загальної фізики

«Допущено до захисту»

Зав. кафедри загальної фізики

проф. О.В. Лазоренко

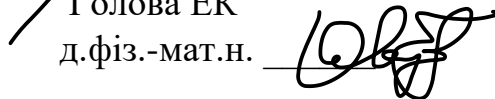


16. 12 2024 р.

Оцінка «80 (добре)»

Голова ЕК

д. фіз.-мат. н.



19. 12 2024 р.

Рудюк Ілля Олександрович

**Відмінності цілочисельного та дробового ефектів Холла:
експериментальні спостереження та перспективні застосування**

Кваліфікаційна робота на
здобуття освітнього ступеня
«Магістр» спеціальність 104
– «фізика та астрономія»
освітньо-професійна
програма «фізика»



Науковий керівник – доцент кафедри
загальної фізики, канд. фіз.-мат. н.,
Савченко О.М.



Харків 2024

Анотація

Рудюк І.О. «Відмінності цілочисельного та дробового ефектів Холла: експериментальні спостереження та перспективні застосування» – Рукопис.

Дипломна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «магістр» за спеціальністю 104 – «фізика та астрономія». – Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2024. – 35 с – Іл. 7, таблиця 1.

У дипломній роботі проводиться аналіз отриманих результатів експерименту з квантового ефекту Холла, обговорюються можливі причини відхилень, похибки вимірювань, а також робляться висновки про відповідність теоретичним передбаченням і можливі напрямки для подальших досліджень. Розраховані значення для постійної Планка h і заряду електрона e на основі вимірювань опору Холла в процесі квантування відповідають сучасним еталонам з точністю до кількох тисячних відсотка.

Ключові слова: ефект Холла, рівні Ландау, холлівське плато, еталон електричного опору.

Abstracts

Rudyuk I.O. 'Differences of integer and fractional Hall effects: experimental observations and perspective applications' - Manuscript.

Diploma thesis for obtaining the educational qualification level 'Master' in speciality 104 - 'Physics and Astronomy.' - Kharkiv: V. N. Karazin Kharkiv National University, 2024. 35 p. - Ill. 7, Table 1.

The thesis analyses the results of the quantum Hall effect experiment, discusses possible causes of deviations, measurement errors, and draws conclusions about the compliance with theoretical predictions and possible directions for further research. The calculated values for the Planck constant h and the electron charge e based on measurements of the Hall resistance during quantisation correspond to modern standards with an accuracy of several thousandths of a percent.

Key words: Hall effect, Landau region, Hall plateau, electrical support standard.

ЗМІСТ

Вступ	4
1. Огляд літературних джерел	
1.1 Цілочисельний квантовий ефект Холла (КЕХ, ЦКЕХ).....	6
1.2 Дробовий квантовий ефект Холла (ДКЕХ).....	8
1.3 Теоретична основа квантового ефекту Холла.....	10
1.4 Принципова різниця цілочисельного та дробового ефектів Холла..	11
2. Основна частина. Експериментальні спостереження цілочисельного і дробового квантового ефектів Холла	
2.1 Зразки	14
2.2 Методика вимірювань	17
2.3 Техніка експерименту. Процес вимірювань.....	19
2.4 Результати експерименту.....	22
3. Обговорення. Фундаментальне значення КЕХ для використання еталонів опору	27
Висновки	33
Список використаних джерел	34

Вступ

Квантовий ефект Холла, відкритий фон Клітцінгом у 1980 році [1], і раніше відкриті ядерний магнітний резонанс та ефекту Джозефсона [2] дозволяють представити електричні одиниці ом і вольт в термінах постійної Планка h і елементарного заряду e . Спостереження таких *макроскопічних квантових ефектів* і відтворення на їх основі одиниць магнітної індукції, електричної напруги та електричного опору дозволило підняти точність електричних вимірювань на 2–3 порядки. Ці ефекти утворюють основу для переглянутої квантової системи одиниць СІ [3], оскільки на них базується не тільки система електричних одиниць, але й одиниця кілограм. В основі цієї системи лежать фундаментальні фізичні сталі (ФФС) – еталони природи, носіями розмірів одиниць стали мікрооб'єкти, а методами їх зв'язку з макросвітом – квантові явища і ефекти.

Дипломна робота присвячена дослідженням саме квантового ефекту Холла (КЕХ) в цьому русі, що призвело до встановлення нового еталону в квантовій системі СІ – еталону опору. Намагання перевірити теоретично передбачену [6,7] універсальність КЕХ експериментально, порівнюючи квантування опору в системах, які фізично є якомога різноманітнішими, продовжуються і сьогодні.. Найбільш примітними серед них є порівняння між двовимірними електронними системами (2DES) в гетероструктурах GaAs/AlGaAs і Si-MOSFET [8,9], а також, нещодавно, між 2DES на основі GaAs і графену [10,11]. У цих вимірюваннях КЕХ був цілочисельного типу, за участю звичайних квазічастинок, таких як електрони в GaAs і Si, або ферміони Дірака в графені, зі значеннями опору, передбаченими теорією як цілочисельні суб-кратні h/e^2 .

Дробовий квантований ефект Холла (ДКЕХ) [12], характеризується дробовими субмультиплікаторами h/e^2 . Спрощено його можна розглядати як цілочисельний КЕХ (ЦКЕХ) квазічастинок, що складаються з електронів,

зв'язаних з парним числом $2m$ вихорів («квантів магнітного потоку») [13,14]. ДКЕХ спостерігається у високомобільних електронних і діркових системах GaAs/AlGaAs [15], а також у графені [16]. У напівпровідниках з надзвичайно високою рухливістю виникає ціла ієрархія таких складних квазічастинок [17]. Зрозуміло, що відповідні експерименти вимагають ретельної підготовки для того, щоб їх результати були переконливими та відтворюваними для можливості застосування при встановленні еталону опору в СІ.

Тому *мета роботи* - прослідити покроковий аналіз підготовки зразків, умов для спостереження ефекту Холла в обох випадках, проведення експериментів, їх результатів та фундаментальні висновки для метрології, що випливають з проведеного аналізу таких даних, які і були *предметом дослідження*.

1 Огляд літературних джерел

1.1 Цілочисельний квантовий ефект Холла (КЕХ, ЦКЕХ)

У 1980 р. було вперше експериментально виявлено, що польові залежності компонент тензору провідності двовимірного електронного газу кардинально відрізняються від передбачень простої теорії, показаних на рис.1 (а). Виявилось, що дисипативна провідність дійсно обертається в нуль, але не в окремих точках, а в цілих інтервалах магнітних полів, причому досить широких (рис. 1(б)).

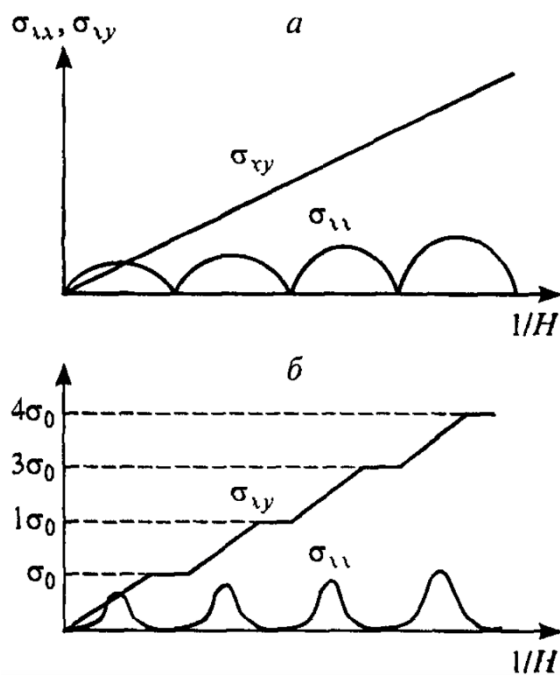


Рис. 1. Польові залежності провідності в сильних магнітних полях для ідеального двовимірного газу (а) і в реальних експериментах (б)

($\sigma_0 = e^2/2\pi\hbar$).

Ще більш вражаючим був той факт, що в тих самих інтервалах полів σ_{xy} зберігала постійне значення. Іншими словами, Холлівська провідність двовимірної системи дорівнювала величині (1.1), яка не залежить ні від

параметрів зразка, ні від магнітного поля, ні від температури, а визначається тільки значеннями фундаментальних фізичних констант e і \hbar .

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2 N}{2\pi\hbar}. \quad (1.1)$$

За відкриття цього ефекту, названого квантовим ефектом Холла, К. фон Клітцингу в 1985 р. було присуджено Нобелівську премію.

Спостерігати зникнення і плато можна не тільки при зміні магнітного поля, а й при зміні концентрації носіїв (шляхом зміни зміщення на затворі МДП-структури , саме так уперше було виявлено КЕХ). Про це свідчить і формула (1.2), з якої випливає, що зменшення концентрації змінює фактор заповнення так само, як і збільшення магнітного поля.

$$\nu = \frac{2\pi n_s \hbar c}{eH}, \quad (1.2)$$

Необхідно мати на увазі, що обернення провідності в нуль не означає перетворення речовини на ідеальний діелектрик, оскільки недіагональна компонента при цьому відмінна від нуля.

В умовах реальних експериментів зазвичай через зразок пропускають заданий струм і вимірюють напруги на контактах, тобто вимірюваною величиною є не питома провідність σ , а зворотна величина - питомий опір . Згідно з формулами (1.3)

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = -\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}. \quad (1.3)$$

і співвідношенням (1.1), в областях холлівських плато знаходимо,

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = -\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} = -\frac{1}{\sigma_{xy}} = -\frac{2\pi\hbar}{e^2 N}. \quad (1.4)$$

Таким чином, діагональна компонента опору обертається в нуль одночасно з діагональною компонентою провідності, а недіагональна компонента опору (як і провідності) набуває квантованих значень, що дорівнюють комбінації світових констант.

Дослідження показують, що формули (1.1), (1.4) є точними і не містять поправок, тобто з тією точністю, з якою в експерименті можна виміряти опір ρ_{xy} , ця величина дорівнює $2\pi\hbar/(e^2N)$. Це означає, що *шляхом високоточних вимірювань холлівського опору можна визначити величину e^2/\hbar .*

Часто кажуть, що КЕХ являє собою метод прецизійного вимірювання постійної тонкої структури $e^2/\hbar c$. Це пов'язано з тим, що значення швидкості світла c добре відоме з інших метрологічних вимірювань із точністю, значно більшою, ніж точність вимірювань e і як у КЕХ, так і за допомогою інших методів.

1.2 Дробовий квантовий ефект Холла (ДКЕХ)

Через кілька років після експериментального відкриття і теоретичного пояснення описаного вище цілочисельного КЕХ при дослідженні зразків з дуже високою рухливістю двовимірних носіїв ($> 10^6 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$) при наднизьких температурах ($< 1 \text{ К}$) було виявлено нове несподіване явище, назване дробовим КЕХ. Це додаткові плато на польових залежностях (або), описувані формулою (1.5),

$$v_y = \frac{eF\tau}{m(1+\omega_c^2\tau^2)} \cdot (1.5)$$

де замість цілого числа N стоїть дріб виду k/n , причому k - непарне число, а n - будь-яке ціле. З формального погляду так міг би виглядати звичайний КЕХ, якби заряд електронів мав дробову величину. За значень полів, що

відповідають плато, дисипативна провідність якщо i не обертається в нуль, то у всякому разі має різкий мінімум. До теперішнього часу подібний дробовий КЕХ спостерігався для знаменників аж до 13, так що при факторах заповнення < 1 польові залежності гальваномагнітних коефіцієнтів можуть бути насичені особливостями, як це показано на рис. 2.

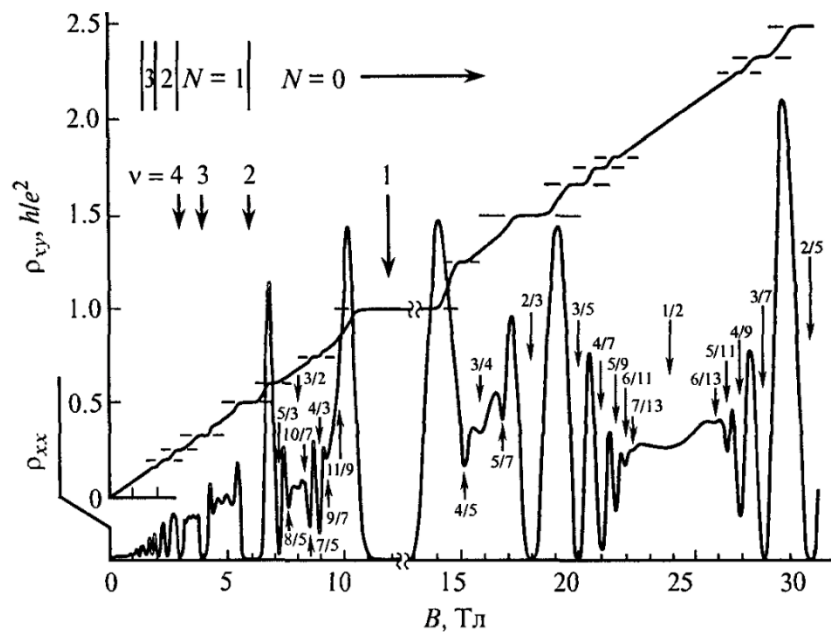


Рис. 2. Дробовий КЕХ у двовимірному електронному газі за низької температури та сильних магнітних полях (масштаб кривої в сильних полях збільшено в 2.5 раза).

Незважаючи на зовнішню схожість із цілочисельним КЕХ, зазначений дробовий ефект має зовсім іншу природу. Він не може бути пояснений у рамках простого одноелектронного підходу, а вимагає врахування електрон-електронних взаємодій. Ці взаємодії в сильному магнітному полі призводять до того, що *електронний газ перетворюється на особливу сильно корельовану рідину*. У такій рідині можна виділити пов'язані стани, що містять 3, 5, 7 і т. д. електронів (непарність цих чисел пов'язана з принципом Паулі, який

формально може бути представлений як вимога непарності електронної хвильової функції стосовно перестановки будь-яких двох електронів). Можна показати, що збудження в таких станах матимуть ефективний заряд відповідно $1/3$, $1/5$ і т. д. Формально подібні збудження часто розглядають як так звані *комполитні ферміони*, що являють собою звичайний ферміон (електрон), пов'язаний з парним числом квантів магнітного потоку. На відміну від вихідних електронів, що сильно взаємодіють, комполитні ферміони вже можна вважати частинками, що не взаємодіють одна з одною. Застосовуючи аргументи попереднього розділу не до звичайного електронного газу, а до газу таких збуджень, отримаємо теоретичну модель, що описує дробовий КЕХ.

1.3 Теоретична основа квантового ефекту Холла

Квантовий ефект Холла виникає у двовимірних провідниках під впливом сильного магнітного поля. Коли електричний струм проходить через провідник, розміщений у магнітному полі, виникає поперечний опір, що залежить від значення магнітного поля і кількості квантованих рівнів, доступних для руху електронів. Цей опір підпорядковується законам квантування і може бути пов'язаний з фундаментальними фізичними константами.

Постійний поперечний опір Холла виражається через фундаментальні константи та індекси заповнюваності, що відповідають рівням квантування:

$$R_H = \frac{h}{e^2 \cdot i},$$

де:

R_H - поперечний опір Холла,

h - постійна Планка,

e - заряд електрона,

i - індекс рівня квантування (наприклад, $i=2,4,6$ для спостережуваних плато опору).

Цей опір стає дискретним і чітко вираженим на плато залежно від магнітного поля і числа заповнених квантових рівнів. Кожен перехід між рівнями призводить до квантування опору і дає змогу його точно вимірювати.

1.4 Принципова різниця цілочисельного та дробового ефектів Холла

Теорія: ЦКЕХ описується теорією локалізації та квантуванням рівнів Ландау. ДКЕХ вимагає введення концепції композитних ферміонів і врахування взаємодій між електронами.

Механізм квантування: У ЦКЕХ квантування пов'язане з дискретними рівнями Ландау і локалізацією електронів. У ДКЕХ воно виникає через колективну поведінку електронів і утворення композитних ферміонів.

Заповнюваність рівнів Ландау: Для ЦКЕХ заповнюваність рівня Ландау завжди ціла, тоді як для ДКЕХ - дробова, що пов'язано з кореляціями між електронами.

Топологічна природа: ДКЕХ є проявом топологічного стану матерії, тоді як ЦКЕХ можна пояснити в рамках класичної теорії квантування.

Реальні структури, температурні та магнітні умови спостережень: ДКЕХ вимагає нижчих температур і сильніших магнітних полів, ніж ЦКЕХ, оскільки взаємодії між електронами більш чутливі до температури. Гетероструктури на основі арсеніду галію (GaAs) та алюмінію-галію-

арсеніду (AlGaAs) стали ключовими матеріалами для спостереження квантового ефекту Холла. В експериментах з використанням гетероструктур на основі GaAs було виявлено, що опір Холла в сильному магнітному полі демонструє дискретні значення. Ці значення виникають у разі заповнення рівнів Ландау цілими числами (цілочисельний квантовий ефект Холла) і дробовими числами (дробовий квантовий ефект Холла). Зокрема, дробовий ефект, вперше виявлений за заповнюваності $\nu = \frac{1}{3}$, вимагає чистіших зразків, низьких температур і високих магнітних полів, що також досягається в цих гетероструктурах.

Фізичне пояснення відмінностей і досягнення квантових значень

У гетероструктурах GaAs/AlGaAs, завдяки високій чистоті і правильній організації рівнів Ландау, можливі обидва типи квантування опору. У цілочисельному випадку рівні Ландау заповнюються індивідуальними електронами, що призводить до цілих значень заповнюваності ν . У дробовому випадку ефекти кореляції призводять до того, що електрони утворюють квазічастинки з дробовим зарядом, що відповідає дробовій заповнюваності ν .

2. Основна частина. Експериментальні спостереження цілочисельного і дробового квантового ефектів Холла

2.1 Зразки

У цьому розділі розглядається вибір, підготовка та характеристики зразків, що використовуються для вимірювань квантового ефекту Холла (КЕХ). Зразки відіграють ключову роль у забезпеченні точності експерименту, оскільки їхня структура і якість безпосередньо впливають на результати вимірювань. Для цих цілей використовуються напівпровідникові гетероструктури, що створюють двовимірний електронний газ (2DEG), який є основою для прояву квантового ефекту Холла.

2.1.1 Гетероструктури GaAs/AlGaAs та їх параметри

Гетероструктура являє собою багат шарову конструкцію, що складається з матеріалу GaAs (арсенід галію) і легованого AlGaAs (арсенід алюмінію і галію). У результаті взаємодії цих матеріалів утворюється двовимірний електронний газ, що дає змогу спостерігати явища, такі як квантування опору Холла. Ці матеріали мають безліч важливих переваг:

- Висока рухливість електронів.
- Низька концентрація дефектів.
- Висока щільність носіїв заряду.

Основні параметри гетероструктур GaAs/AlGaAs:

- Товщина активного шару GaAs зазвичай становить близько 10 нм.
- Концентрація носіїв заряду в 2DEG може бути контрольованою в межах від 10^{11} до 10^{12} см^{-2} .
- Матеріали забезпечують високу рухливість електронів до $10^6 \text{ см}^2/\text{Вс}$, що важливо для спостереження квантових ефектів за високих полів.

2.1.2 Процес створення зразків

Процес створення зразків охоплює кілька етапів, включно з епітаксією, фотолітографією та нанесенням контактів. Усі етапи мають бути виконані з високою точністю для отримання якісного зразка з правильними електричними характеристиками.

1. Молекулярно-пряма епітаксія (МВЕ)

На першому етапі використовується метод молекулярно-прямої епітаксії (МВЕ) для зростання багатошарової структури GaAs/AlGaAs. Цей метод дає змогу нарощувати шари матеріалів атомарно точно, що важливо для створення високоякісного 2DEG.

2. Фотолітографія

Після нарощування шарів на зразок наносять фоточутливий матеріал, і потім проводять процес фотолітографії, під час якого визначають області, на яких будуть розташовані електроди. Цей процес дає змогу створити точні схеми провідників, які потім будуть використовуватися для вимірювань.

3. Нанесення контактів

На підготовлений зразок наносяться металеві контакти, використовуючи вакуумне випаровування і метод фотолітографії. Контакти мають бути розташовані з максимальною точністю, щоб мінімізувати помилки під час вимірювань. Це важливо, оскільки навіть незначне відхилення в розташуванні контактів може сильно вплинути на точність вимірювань.

4. Тестування зразків

Після завершення процесу підготовки зразків, їх тестують на їхні електричні характеристики, такі як опір і рухливість носіїв заряду, щоб

переконатися в їхній якості. Зразки, які не проходять тестування, відбраковуюються і замінюються.

2.1.3 Геометрія зразків і розмір контактів

Для правильної роботи експериментальної установки необхідно враховувати геометрію зразка і розміри контактних майданчиків.

- *Розміри зразка:*

Стандартні розміри зразків для експериментів з КЕХ варіюються від 1 до 3 мм у довжину і 0,1 мм у ширину. Розміри мають бути такими, щоб забезпечити хороші умови для спостереження

- *Розташування контактів:*

Контакти для подачі струму повинні розташовуватися по довжині зразка, а контакти для вимірювання напруги - поперечно, щоб виключити вплив контактного опору на вимірювану напругу. Зазвичай використовують схему з чотирма контактами, що допомагає мінімізувати помилки вимірювань.

- *Матеріали для контактів:*

Для контактів зазвичай використовується золоте або мідне покриття, яке має гарну провідність і стійкість до впливу низьких температур. Контакти повинні бути нанесені з високою точністю, щоб забезпечити стабільність результатів (рис.3). Контакти наносяться з використанням фотолітографії та інших методів точної обробки, щоб забезпечити мінімальний вплив на результати вимірювань. Це критично важливо для точних вимірювань опору на рівні квантування.

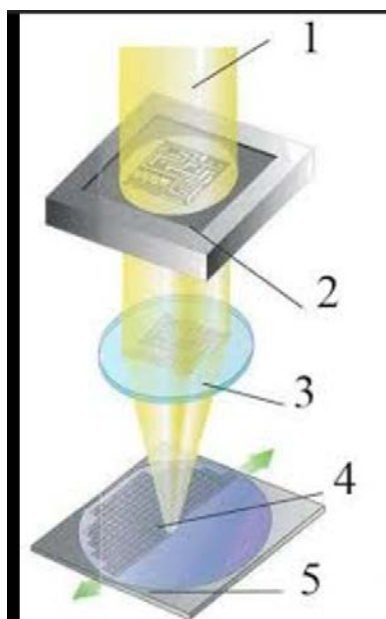


Рис.3. Демонстрація процесу нанесення контактних майданчиків на зразок (фотолітографія). 1 – джерело ; 2 – шаблон; 3 – оптична система ; 4 – фоторезист; 5 – підкладка з кремнію

2.2 Методика вимірювань

Принцип чотириконтактної методики вимірювань

Для точних вимірювань опору й усунення похибок, пов'язаних із контактами, використовується метод чотириконтактних вимірювань. У цій схемі застосовуються чотири контакти: два для подачі струму і два для вимірювання напруги.

Принцип роботи схеми наступний:

- Через два контакти подається постійний струм I .
- Напруга вимірюється між двома іншими контактами, розташованими поперечно до струму.
- Використання цієї конфігурації дає змогу мінімізувати похибки, пов'язані з контактним опором, оскільки напругу вимірюють без урахування ефекту контактів.

Схема, яка використовується в експериментах, наведена на рис.4.

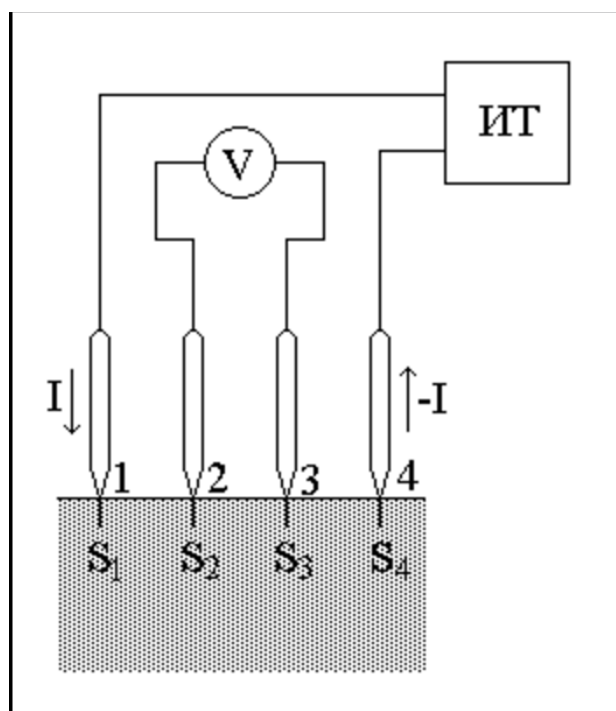


Рис.4 Схема чотирьохзондового методу вимірювань

Методика вимірювань на основі квантового ефекту Холла (КЕХ) є ключовою для визначення фундаментальних констант, таких як постійна Планка (h) і заряд електрона (e), з високою точністю. КЕХ ґрунтується на квантуванні опору в двовимірних електронних системах, що дає змогу безпосередньо пов'язати електричний опір із цими константами.

Методологія застосування КЕХ для вимірювань електричних одиниць у системі СІ відіграє важливу роль у точності та стабільності сучасних стандартів вимірювань.

2.3 Техніка експерименту. Процес вимірювань

У цьому розділі докладно розглядається техніка, що використовується для проведення експериментів з квантовим ефектом Холла (КЕХ), включно з описом використовуваного устаткування, яке забезпечує точність і відтворюваність результатів. Техніка експерименту охоплює кілька ключових

аспектів: створення і підтримання потрібних умов для вимірювань, використання спеціалізованих установок і точних приладів, а також процес контролю параметрів, таких як температура і магнітне поле.

Для того щоб КЕХ проявився, необхідно дотриматися кількох умов:

1. Експерименти проводять за *температур, нижчих 4К*, що мінімізує теплові коливання і підвищує точність вимірювань.
2. Для досягнення квантування потрібне *сильне магнітне поле*. Магнітна індукція повинна бути вищою за 1Тл, щоб електрони могли рухатися квантованими орбітами.
3. Необхідно, щоб матеріал, через який проходить струм, був *двовимірним провідником*. Це забезпечується використанням напівпровідникових гетероструктур, таких як GaAs/AlGaAs, які створюють двовимірний електронний газ, обмежуючи рух електронів в одній площині.



Рис.5. Загальний вигляд установки для вимірювань КЕХ.

Процес вимірювань включає кілька етапів (рис.5):

Підготовка зразка: Зразок поміщається в криогенну камеру, де його охолоджують до температури рідкого гелію ($<4\text{K}$). Криостати, що використовують рідкий гелій (He), дають змогу досягти цих температур і підтримувати зразки в стабільних умовах. Криостат складається з посудин для рідини, системи вакуумної ізоляції та датчиків температури. Цей пристрій допомагає мінімізувати теплові коливання, що критично для точних вимірювань. Охолодження має бути рівномірним, щоб уникнути термальних градієнтів, які можуть вплинути на результати. Коливання температури можуть призвести до зміни властивостей матеріалу і порушення точності вимірювань. Тому підтримання стабільної температури в криостаті є найважливішим елементом.

Створення магнітного поля: Для створення магнітного поля використовується надпровідний магніт, який здатний створювати поле з індукцією > 1 Тл. Магнітне поле збільшується в міру зміни показань. Зазвичай це поле встановлюється в діапазоні від 1 Тл до 12 Тл, залежно від конкретних умов експерименту.

Це дає змогу спостерігати квантування опору, оскільки воно проявляється за досить високих значень магнітної індукції. Магнітне поле має бути стабільним і однорідним по всьому зразку, щоб результат вимірювань був точним. Сили, що виникають від сторонніх магнітних полів, можуть спотворювати результати. Для їхньої мінімізації використовують екранувальні матеріали та спеціальне налаштування магнітного поля.

Підключення до вимірювального обладнання: Через контакти на зразку пропускається постійний струм, і за допомогою вольтметрів вимірюється напруга, що виникає на бічних контактах. Вольтметри, які будуть використовуватися для вимірювання напруги, мають бути підключені до

поперечних контактів, а джерело струму - до поздовжніх. Для проведення вимірювань опору і напруги використовується точна вимірювальна система, яка складається з джерела постійного струму і високоточних вольтметрів. Генератор струму дозволяє пропускати струм через зразок з відомою силою струму, а вольтметри фіксують напругу між контактами. Використовуються вольтметри з дуже високою чутливістю, оскільки напруга, вимірювана на поперечних контактах, може бути вкрай малою, особливо за низьких температур. Хоча чотирьохконтактна методика мінімізує вплив контактного опору, важливо правильно налаштувати контакти, щоб уникнути помилок під час вимірювання.

Фіксація даних: Для кожного значення магнітного поля вимірюється опір. Реєструються плато опору Холла, які відповідають квантованим значенням. Сучасні установки включають системи автоматичного контролю параметрів, як-от температура і магнітне поле, а також системи для збору та аналізу даних. Контролери та комп'ютерне обладнання керують експериментом, включно з реєстрацією даних про опір, напругу і струм, а також управління зміною магнітного поля і температури.

Обробка результатів

Після завершення серії вимірювань проводиться обробка даних, яка включає:

- Побудову графіків залежності поперечного опору від магнітного поля
Визначення рівнів квантування опору.
- Порівняння експериментальних даних з теоретичними передбаченнями для оцінки точності експерименту.

2.4 Результати експерименту

У цьому розділі докладно представлено результати, отримані під час експерименту, проведеного для вивчення квантового ефекту Холла (КЕХ) з

використанням зразків на основі напівпровідникових гетероструктур GaAs/AlGaAs/AlGaAs. Розглядаються всі ключові аспекти експериментальних даних, включно з графіками, числовими результатами, а також можливими відхиленнями від теоретичних передбачень.

1. Найважливішою частиною експерименту була побудова графіків залежності поперечного опору R_H від магнітного поля за фіксованого значення струму і температури, на яких відображаються плато опору, що відповідають квантовим рівням (рис.6).

Графік показує явне квантування опору Холла, на якому плато розташовані на фіксованих значеннях h/e^2 , де h - постійна Планка, а e - заряд електрона. Кожне плато відповідає певному квантовому рівню і може бути інтерпретоване як підтвердження точності роботи установки та дотримання квантових ефектів у зразку.

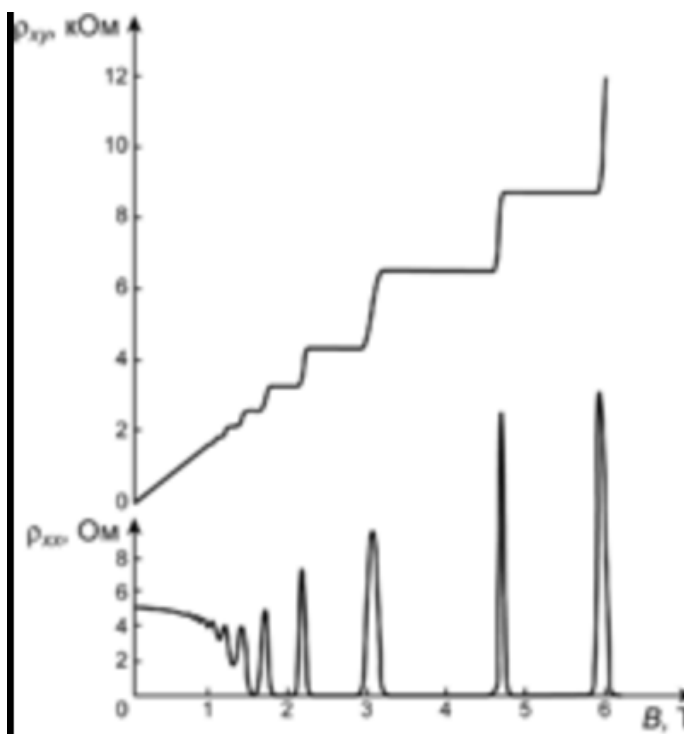


Рис.6 Графік квантування опору Холла

Під час збільшення магнітного поля спостерігаються характерні ступінчасті

зміни опору, які вказують на появу нових квантових рівнів. Плато на графіку показують стійке значення опору в певних діапазонах магнітного поля, що відповідає теоретично передбаченому квантуванню.

2. Однією з головних цілей експерименту є використання квантування опору Холла для обчислення фундаментальних констант, таких як постійна Планка h і елементарний заряд e . Для цього використовуються значення квантуваного опору на плато, які являють собою дробі h/e^2 .

За ЦКЕХ значення опору Холла (R_H) описується формулою:

$$R_H = \frac{h}{e^2\nu}$$

де ν - ціле число, пов'язане з кількістю заповнених рівнів Ландау. У гетероструктурах на основі GaAs, такі значення легко спостерігаються за досить низьких температур і сильних магнітних полів, де електрони локалізуються на рівнях Ландау і забезпечують цілочисельне квантування опору.

У разі ДКЕХ ν може набувати дробових значень (наприклад, $\nu = \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$), що пояснюється взаємодіями і кореляціями між електронами. У таких системах електрони поведуться як колективні стани, що утворюють квазічастинки, які демонструють дробові заряди.

Обчислення значення сталої Планка

Зі значень опору на плато можна розрахувати значення сталої Планка, використовуючи формулу:

$$R_H = \frac{h}{e^2} \Rightarrow h = e^2 R_H,$$

На основі точних вимірювань опору Холла за різних значень магнітного поля, було розраховано середній коефіцієнт для сталої Планка, який збігається з відомим значенням у межах похибки експерименту.

Визначення заряду електрона

Аналогічно можна розрахувати елементарний заряд e , використовуючи ті самі дані:

$$e = \sqrt{\frac{h}{R_H}}$$

Цей розрахунок дає змогу отримати точне значення заряду електрона з високим ступенем точності.

Результати вимірювань квантування опору Холла були зіставлені з теоретичними передбаченнями, отриманими на основі стандартної моделі КЕХ. Очікуваний опір Холла на плато дорівнює h/e^2 , і всі експериментальні дані збіглися з теоретичними значеннями в межах похибки, що підтверджує високу точність установки і правильність експериментальної техніки.

Розглядаючи залежність опору від магнітного поля і температури, можна зазначити, що зміни температури практично не впливають на значення квантування за температур близько 4 К. Однак за значно вищих температур можна спостерігати дисипацію та порушення квантування. Крім того, на величину плато впливає не тільки температура, а й структура матеріалу. Наприклад, дефекти в кристалічній решітці можуть спричиняти спотворення в квантових рівнях, що також необхідно враховувати під час аналізу отриманих даних.

Незважаючи на високий рівень точності експерименту, існують невеликі відхилення від ідеальних теоретичних значень, які можна пояснити низкою факторів:

1. Контактний опір: Вплив контактного опору на результати вимірювань може бути мінімальним, але все ж таки присутній. Це особливо важливо за низьких температур, де точність вимірювань стає критичною.
2. Похибки магнітного поля: Невеликі коливання магнітного поля або

його неоднорідність можуть викликати невеликі відхилення в показаннях опору. Ці коливання могли вплинути на чіткість квантування опору, але в межах допустимої похибки.

3. Теплові коливання: Незважаючи на використання криогенної установки, невеликі коливання температури можуть впливати на рухливість носіїв і, як наслідок, на характеристики опору Холла.
4. Неідеальні умови роботи установки: У процесі експерименту могли виникнути невеликі механічні або електромагнітні перешкоди, які також можуть впливати на точність вимірювань.
5. Дефекти в матеріалах, з яких були виготовлені зразки, можуть мати значний вплив на результати експерименту. Напівпровідникові гетероструктури GaAs/AlGaAs, що використовуються в цьому дослідженні, мають ідеальні та неідеальні області у своїй структурі. Домішки та межі зерен, можуть спричиняти локальні зміни в провідності та рухливості носіїв. Незважаючи на це, квантування опору Холла було добре видно на всіх рівнях магнітного поля.

3 Обговорення. Фундаментальне значення КЕХ для використання еталонів опору

Одним з основних аспектів, обговорюваних у розділі, є успішне підтвердження теоретичних передбачень щодо квантування опору Холла. Теорія передбачає, що опір Холла буде квантуватися на рівнях, що відповідають значенням h/e^2 , h - це постійна Планка, а e - заряд електрона. Експериментальні дані підтвердили цю гіпотезу з високою точністю, що підтверджує правомірність використання КЕХ для вимірювання фундаментальних фізичних констант.

Пояснення квантування R_H з дуже високою точністю в ділянці плато має ґрунтуватися не на наближених модельних розрахунках, а на фундаментальних фізичних законах. Така аргументація вперше запропонована Лафліном [18] і ґрунтується на так званій калібрувальній інваріантності, тобто властивості симетрії, яка призводить, зокрема, до того, що додавання кванта магнітного потоку не змінює енергетичного спектра носіїв, а призводить лише до збільшення або зменшення збудження вихідної системи. Він розглядав уявний експеримент, коли стрічка двовимірного електронного шару зігнута в петлю. Магнітне поле пронизує її, будучи скрізь спрямованим за нормаллю до поверхні, а між двома краями кільця прикладена напруга V_H . За відсутності дисипації енергія зберігається, і можна записати закон індукції Фарадея у формі, яка пов'язує струм у петлі I з адіабатичною похідною від повної енергії системи E по магнітному потоку Φ через петлю:

$$I = \frac{dE}{d\Phi}, \quad (1.6)$$

Якщо потік Φ зміниться на квант магнітного потоку $\Phi_0 = h/e$, то енергетичний спектр має залишитися незмінним через калібрувальну інваріантність. При цьому всі носії зміщуються на сусідні стани так, що один носій на кожному рівні Ландау виходить за один край кільця і інший входить з іншого краю, тобто ефективно через систему переноситься N носіїв, по одному з кожного із заповнених рівнів Ландау. Якщо рівень Фермі розташований у щілині рухливості, то дисипація в системі відсутня і повна зміна енергії відповідає переходу N електронів від одного краю кільця до іншого:

$$\Delta E = NeV_H, (1.7)$$

З (1.6) і (1.7) знаходимо співвідношення між бездисипативним холловським струмом і холловською напругою

$$I = \frac{\Delta E}{\Delta \Phi} = \frac{\Delta E}{\Phi_0} = N \frac{e^2}{h} V_H, (1.8)$$

звідки виходить значення квантованого холлівського опору

$$R_H = \frac{h}{Ne^2}, (1.9)$$

У цій інтерпретації основна причина квантування холлівського опору - квантування магнітного потоку на елементарні кванти $\Phi_0 = h/e$ і електричного заряду на елементарні заряди e . Переконливість доводів, що ґрунтуються на цьому уявному експерименті, пов'язана з тим, що вони виходять із найзагальніших міркувань - калібрувальної інваріантності і в них не використовують макроскопічних моделей.

Дві фундаментальні постійні визначають значення квантованого опору Холла, і кожна з них сама по собі має принципове значення для будови фізичного світу, що складається з елементарних частинок. При цьому насамперед мається на увазі речовина, тобто атоми або елементарні частинки, з яких складаються атоми, причому найменший спостережуваний електричний заряд - заряд електрона e .

Світло (електромагнітне поле) також складається з елементарних частинок - квантів енергії, або фотонів. Енергія цих фотонів дорівнює добутку частоти світла на постійну Планка h . Комбінація елементарного заряду e і постійної Планка h дає величину з розмірністю опору: $h/e^2 = 25812,808 \dots$ Ом. З огляду на високу точність, стабільність і відтворюваність цього квантованого опору, а також загальне прагнення метрологів до використання під час визначення фізичних одиниць незмінних фундаментальних величин, передбачається **визнати фундаментальний опір $R_H = h/e^2$ міжнародним еталонним опором.**

Іншою найважливішою особливістю величини h/e^2 те, що вона утворена з таких самих універсальних фізичних постійних, що й постійна тонкої структури Зоммерфельда α , до якої входить також швидкість світла c . Постійна тонкої структури α є найважливішою фундаментальною константою, оскільки вона не має розмірності, а її значення, що приблизно дорівнює $1/137$, не залежить від системи одиниць.

Малість величини α дає змогу використовувати її як параметр розкладання у квантовій електродинаміці - теорії, що з високою точністю описує взаємодію між зарядженими частинками та електромагнітним випромінюванням. Крім того, всі релятивістські поправки в атомній фізиці пов'язані з постійною тонкої структури. Строго кажучи, вже саме положення всіх енергетичних рівнів електрона в атомі визначається значенням постійної тонкої структури. Тому підвищення точності вимірювання сталої α має принципове значення: будь-яка зміна величини α неминуче зачіпає значення

поправок у квантовій і релятивістській теоріях та величину інших фундаментальних констант - комптонівської довжини хвилі електрона λ_c , сталої Фарадея F , сталої Планка h тощо.

Також варто зазначити, що метод КЕХ є основою для визначення одиниць вимірювання в системі СІ. У 2019 році систему СІ було перероблено, і ампер було визначено через квантування ефекту Холла, що призвело до виключення артефактних еталонів, які використовували раніше для визначення електричного струму. Отже, використання КЕХ як еталона для системи СІ дає змогу поліпшити точність вимірювань і знизити похибки при визначенні фізичних констант, що має критичне значення для наукових досліджень і промислового застосування.

Мета метрології – це пошук оптимальних фізичних величин і одиниць вимірювань, а також таких стабільних явищ і об'єктів природи, які могли б стати фундаментом для відтворення цих одиниць і створення еталонів.

М. Планк довів, що основні одиниці можуть бути визначені через фундаментальні фізичні сталі: швидкість світла c , сталу Планка h і гравітаційну сталу G . Значення цих сталих фігурують у вигляді коефіцієнтів у рівняннях основних фізичних теорій – класичній і квантовій електродинаміці та загальній теорії відносності. Знаючи ці сталі, можна обчислити одиниці довжини, часу і маси [2]

$$l = \sqrt{\frac{G\eta}{c^3}} \approx 1,6 \cdot 10^{-35} \text{ м}, \quad t = \sqrt{\frac{G\eta}{c^5}} \approx 5,4 \cdot 10^{-44} \text{ с}, \quad m = \sqrt{\frac{\eta c}{G}} \approx 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ кг}$$

У наведеній нижче Таблиці видно, як зокрема аналіз розмірностей електричних величин приводить до формул макроскопічних квантових ефектів у Новій SI. Таким чином, аналіз розмірностей через сталі c , h і e може бути продуктивним, підтверджуючи вирази для ряду відомих

квантових ефектів, а також вказуючи на потенційну можливість існування нових ефектів [12].

Таблиця 1

Вирази для деяких ФВ у системах SI і Новій SI

Фізична величина	Розмірність у SI	Розмірність у HSI	Фізичний закон
Енергія, E	ML^2/T^2	$h\nu$	Квантування енергії випромінювання $E = h\nu$ (Планк, Ейнштейн)
Момент імпульсу, L	ML^2/T^2	h	Квантування моменту імпульсу (Бор) $L = nL_0 = n\hbar$
Електричний заряд, q	TI	e	Квантування електричного заряду $Q = nq_0 = ne$
Напруга, потенціал, U	ML^2/IT^2	$h\nu/e$	Ефект Джозефсона $U = \pi(\hbar\nu/e) = h\nu/2e$
Електричний струм, I	I	$e\nu$	Одноелектронне тунелювання $I = e\nu$
Електричний опір, R	ML^2/I^2T^2	h/e^2	Квантовий ефект Холла $R_0 = h/e^2$
Магнітний потік, Φ	ML^2/IT^2	h/e	Квантування магнітного потоку (Ф. Лондон)

Як зазначають автори [3], «першою і основною фундаментальною перевагою є відсутність визначень на основі артефактів, тобто Нова SI є повністю природною системою: визначення одиниць відбувається через фундаментальні фізичні сталі – еталони природи, реалізація – через квантові ефекти – закони природи.»

У рамках сучасних та майбутніх досліджень можна виокремити кілька ключових напрямків розширення сфери застосування методу КЕХ:

1. Використання більш досконалих матеріалів. Поліпшення якості напівпровідникових гетероструктур і використання нових матеріалів з меншою кількістю дефектів дасть змогу підвищити точність вимірювань.

2. Розвиток технологій для більш точного контролю магнітного поля: Застосування більш досконалих магнітних систем з мінімальною неоднорідністю поля підвищить стабільність вимірювань.
3. Підвищення точності температурного контролю. Удосконалення криогенних установок і системи стабілізації температури дасть змогу зменшити вплив температурних коливань на результати.
4. Різноманіття зразків. Використання різних матеріалів і геометрій зразків відкриє нові можливості для застосування методу КЕХ у різних галузях науки і техніки.

Висновки

1. Переваги методу КЕХ для визначення фундаментальних констант

Метод КЕХ є універсальним, оскільки він не залежить від властивостей матеріалу, таких як його форма, опір і розмір. Це дає змогу використовувати його як еталон для вимірювань опору, оскільки опір Холла безпосередньо пов'язаний з фундаментальними фізичними константами.

2. Результати експерименту мають велике практичне значення, оскільки вони дають змогу точно вимірювати фундаментальні фізичні константи з використанням доступних технологій. Це відкриває можливості для застосування методу КЕХ у різних галузях, включно з точною метрологією, створенням нових стандартів вимірювань і дослідженням фундаментальних властивостей матерії.

3. Аналіз досліджень КЕХ, виконані у роботі, може бути рекомендований до включення у відповідні курси бакалаврського рівня в якості методичного посібника.

Частково результати кваліфікаційної роботи опубліковані в рамках студентської конференції:

V Міжнародна студентська наукова конференція «МІЖДИСЦИПЛІНАРНІ НАУКОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ЇХ РОЗВИТКУ» с. 112
ЗАСТОСУВАННЯ ОДНОЕЛЕКТРОННОГО НАБЛИЖЕННЯ ДО ОПИСУ
КВАНТОВОГО ЕФЕКТУ ХОЛЛА Рудюк І.О., Науковий керівник: Савченко
О.М., 2024/ <https://archive.liga.science/index.php/conference-proceedings/issue/view/inter-04.10.2024/97>

Список використаних джерел

1. П.І. Неєжмаков, Ю.Ф. Павленко, Ю.Ю. Буняєва http://www.metrology.kharkov.ua/fileadmin/user_upload/news/Branch_NURE/Statija_Nova_SI.pdf Національний науковий центр “Інститут метрології”, вул. Мироносицька, 42, 61002, Харків, Україна
2. Фон Кліцінг К., Дорда, Г., Пеппер М. Новий метод високоточного визначення константи тонкої структури на основі квантування опору Холла, 1980
3. Датта С..Електронний транспорт у мезоскопічних системах: Видавництво Кембриджського університету, 1997
4. Фуфлигіна, І. А. Квантовий ефект Холла і метрологія опору. Метрологія, 2014
5. Яковлев Д. Р., Жуков С. В., Кузьменко, А. І. Напівпровідникові гетероструктури GaAs/AlGaAs для дослідження квантових явищ: Журнал технічної фізики, 2008
6. Лурій С., Кастальський, А. Квантова фізика свердловин, 1985
7. Джекельманн Б., Мохарам, А. Квантовий ефект Холла як стандарт електричного опору: Доповіді про прогрес у фізиці, 2001
8. Вступ до квантової метрології: підручник для студентів ВНЗ: За ред. Ю.Ф. Павленка. Харків: ФОП Мезіна В.В. 244 с., 2017
9. Стормер, Х. Л., Цуй, Д. К., та Госсард, А. К. Дробовий квантовий ефект Холла: Огляди сучасної фізики, 1983
10. Шаєган, М. Гетероструктури для квантових систем Холла. Напівпровідникова наука і технологія, 1997
11. Неєжмаков П.І., Павленко Ю.Ф., Маслова Н.М., Анікін В.В. Реформа SI і її вплив на систему відтворення електричних одиниць: Український метрологічний журнал № 1. С. 3–10, 2013

12. Венгеров С. І. Основи кріогенної техніки та методи низькотемпературних вимірювань. Видавництво СПбДУ, 2015
13. Касьянов, А. В., Іванов М. В. Методи вимірювання опору за низьких температур. Журнал прикладної фізики, 2006
14. Ландау Л. Д., Ліфшиць Є. М. Курс теоретичної фізики, том 9: Статистична фізика, 1977
15. Лафлін Р. Б.. Квантована холівська провідність у двох вимірах, 1981