МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені В. Н. КАРАЗІНА

ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРИЧНІ МАТЕРІАЛИ

Конспект лекцій
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
за спеціальністю А5 Професійна освіта
(Енергетика, електротехніка та електромеханіка)

Електронний ресурс

Харків – 2026

УДК 621.3+621.315.6(075.8)
Е 46

Рецензенти :

Р. М. Тріщ – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри мехатроніки та електротехніки Національного аерокосмічного університету імені М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний університет»;

К. Ю. Бровко – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри електротехніки та електроенергетики ННІ «Українська інженерно-педагогічна академія» Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

Затверджено до розміщення в мережі Інтернет рішенням Науково-методичної ради Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (протокол № 8 від 21 травня 2026 року)

Е 46 **Електротехніка** та електричні матеріали : конспект лекцій для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за спеціальністю А5 «Професійна освіта (Енергетика, електротехніка та електромеханіка)» [Електронний ресурс] / уклад. А. І. Тарасенко, Г. М. Мосієнко. – Харків : Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, 2026. – (PDF 111 с.)

Конспект лекцій з дисципліни «Електротехніка та електричні матеріали» містить матеріали за розділами: загальні положення електричних кіл, електричні кола постійного струму, однофазні електричні кола синусоїдного струму, трифазні електричні кола, електричні матеріали.

Конспект лекцій призначено для організації самостійної роботи здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня електроенергетичного та електротехнічного профілю.

УДК 621.3+621.315.6(075.8)

© Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна, 2026
© Тарасенко А. І., Мосієнко Г. М., уклад., 2026

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ 6
ВСТУП 7
РОЗДІЛ 1. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ 10
Лекція 1. Загальні положення електричних кіл 10
1.1. Електричне коло, елемент, джерела та приймачі 10
1.2. Величини, які характеризують основні явища електричного кола 10
1.3. Параметри елементів електричного кола 11
1.4. Ідеальні елементи 12
1.5. Електричні схеми 13
1.6. Умовно-додатні напрями електричних величин 13
1.7. Ідеальні вимірювальні прилади 14
1.8. Структурні поняття електричних кіл 14
1.9. Класифікація електричних кіл 15
Лекція 2. Основні закони та методи розрахунку електричних кіл . . . 17
2.1. Закони Ома та Кірхгофа 17
2.2. Напруга реального джерела ЕРС. Вольт-амперна характеристика 20
2.3. Енергія та потужність, баланс потужностей 21
2.4. Режими роботи електричних кіл 22
2.5. Еквівалентне перетворення в електричних колах 23
Лекція 3. Методи розрахунку складних електричних кіл постійного струму 25
3.1. Метод суперпозиції 26
3.2. Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа 28
3.3. Метод контурних струмів 29
3.4. Метод напруги між двома вузлами 30
3.5. Метод еквівалентного генератора 31
РОЗДІЛ 2. ОДНОФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ 32
Лекція 4. Однофазні електричні кола синусоїдного струму. Загальні положення. 32
4.1. Загальні поняття 32
4.2. Основні величини, які характеризують синусоїдну функцію часу 32
4.3. Середні та діючі значення струму, ЕРС і напруги 34
Лекція 5. Представлення синусоїдних величин комплексними числами. Символічний метод 36
5.1. Зображення синусоїдних величин векторами 36
5.2. Комплексні амплітуди та комплексні діючі значення 38
5.3. Дії з комплексними числами 39
5.4. Закони Кірхгофа в комплексній формі 41
Лекція 6. Послідовне з'єднання *R, L* і *C* елементів 42
6.1. Аналіз електричного стану кола з послідовним з'єднанням *R*, *L* і *C* елементів. Закон Ома у комплексній формі. Комплексний і повний опір кола 42

6.2. Характер навантаження ділянки електричного кола 44
6.3. Векторна топографічна діаграма напруг. Трикутник напруг, опорів і потужностей 45
6.4. Загальний випадок послідовного з'єднання елементів з комплексними опорами 45
Лекція 7. Паралельне з'єднання *R, L* і *C* елементів 46
7.1. Напруги та струми при паралельному з'єднанні *R*, *L* і *C* елементів 46
7.2. Векторна діаграма струмів. Трикутники струмів, провідностей та потужностей 48
Лекція 8. Потужність у колах змінного струму 49
8.1. Миттєва потужність 49
8.2. Активна потужність 50
8.3. Реактивна потужність 50
8.4. Повна потужність 50
8.5. Потужність у комплексній формі 51
8.6. Баланс потужностей 51
8.7. Компенсація реактивної потужності 52
Лекція 9. Резонанс в електричних колах синусоїдного струму 54
9.1. Загальні положення 54
9.2. Резонанс напруг 55
9.3. Резонанс струмів 57
9.4. Частотні характеристики електричного кола 60
РОЗДІЛ 3. ТРИФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА 63
Лекція 10. Загальні положення трифазних електричних кіл 63
10.1. Загальні поняття 63
10.2. Отримання трифазної системи ЕРС 64
10.3. Способи представлення трифазної системи ЕРС 65
10.4. Незв'язана та зв'язана трифазні системи 66
10.5. З'єднання обмоток трифазного генератора 69
Лекція 11. З'єднання приймачів у трифазних системах 72
11.1. Схема з'єднання «зірка-зірка» з нейтральним проводом 72
11.2. З'єднання трифазних приймачів трикутником 74
11.3. Аварійні режими в трифазних колах, при з'єднанні навантаження зіркою 75
Лекція 12. Потужність трифазного кола. Вимірювання потужності . 79
12.1. Потужність трифазного кола 79
12.2. Вимірювання активної та реактивної потужності в трифазних колах 80
12.3. Коефіцієнт потужності симетричних трифазних приймачів і способи його підвищення 84
РОЗДІЛ 4. ЕЛЕКТРИЧНІ МАТЕРІАЛИ 86
Лекція 13. Загальні поняття. Класифікація електротехнічних матеріалів 86
13.1. Загальні відомості про будову речовин 86
13.2. Структура речовин 88

13.3. Властивості діелектриків 89
Лекція 14. Провідникові матеріали 92
14.1. Класифікація та застосування провідникових матеріалів 92
14.2. Фізичні процеси в провідниках та їх властивості 93
14.3. Метали високої провідності 96
14.4. Сплави високого опору 98
Лекція 15. Магнітні матеріали 100
15.1. Загальні відомості 100
15.2. Основні характеристики магнітних матеріалів 102
15.3. Магнітно-м'які матеріали 106
15.4. Магнітно-тверді матеріали 108
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ 110

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

АКЗ – аварійне коротке замикання
БК – батарея конденсаторів
ВАХ – вольт-амперна характеристика
вих – вихідний
вн – внутрішній
вх – вхідний (вхідна)
е – еквівалентне (еквівалентна, еквівалентний)
ЕГ – еквівалентний генератор
екв – еквівалентне (еквівалентна, еквівалентний)
ЕРС – електрорушійна сила
ЄСКД – єдина система конструкторської документації
КЗ – коротке замикання
ККД – коефіцієнт корисної дії
л – лінійний (лінійна)
ЛЕП – лінія електропередачі
МКС – метод контурних струмів
МРС – магніторушійна сила
н – навантаження
ном – номінальний (номінальна, номінальне)
РН – резонанс напруг
РС – резонанс струмів
сер – середній
тип – типовий
ф – фазний (фазне, фазна)
ХХ – холостий хід

ВСТУП

Відповідно до навчальних планів, студенти денної та заочної форми здобуття освіти спеціальності А5 Професійна освіта (Енергетика, електротехніка та електромеханіка) вивчають дисципліну «Електротехніка та електричні матеріали». Метою вказаної дисципліни є теоретична та практична підготовка інженерів-педагогів в галузі електротехніки в такій мірі, щоб вони могли вибирати необхідні електричні, електронні та електровимірювальні пристрої, вміти їх правильно експлуатувати та складати разом з інженерами інших спеціальностей технічні завдання на розробку електричних (і електронних) частин автоматизованих установок для управління виробничими (технологічними) процесами, а також проводити лабораторні роботи з електротехнічних дисциплін.

Під електротехнікою розуміють галузь практичного використання електромагнітних явищ. Курс електротехніки базується на курсах фізики, математики і містить інженерні методи розрахунку, аналізу та синтезу електричних і магнітних кіл, а також електронних пристроїв, які застосовуються у широкому класі сучасних електротехнічних пристроїв.

Електротехніка – це дійсно інтернаціональна галузь науки і техніки, в розвиток якої внесли свій вклад вчені та інженери різних країн світу. Історію розвитку електротехніки умовно можна поділити на три етапи:

1-й етап закінчується в середині 19-го століття;

2-й етап охоплює другу половину 19-го століття і початок 20-го століття;

3-й етап охоплює період від початку 20-го століття до наших днів.

Перший етап характеризується накопиченням знань з електромагнітних явищ, розробкою засобів кількісного і якісного розрахунку цих явищ та засобів їх вимірювання.

У 1758 р. академік Т. У. Елінус запропонував ідею про зв’язок між електричними та магнітними явищами, яка подалі була підтверджена теоретичними та практичними роботами.

У 1799 р. італійський фізик Вольт винайшов гальванічний елемент – перше джерело напруги, а через три роки у 1802 р. професор В. В. Петров сконструював потужний “Вольт-стовб”, за допомогою якого вперше в історії людства одержав штучним шляхом електричну дугу. Це було перше електричне явище, яке знайшло в подальшому застосування на практиці для освітлення, плавки та зварки металів.

За винаходом електричної дуги постала низка визначних винаходів, пов’язаних з електричним струмом і електромагнітним полем. Вченими Араго, Ампером, Омом, Ерстедом, Фарадеєм досліджені властивості електричного струму, встановлений зв’язок між електричною, магнітною, тепловою та хімічною дією електричного струму, відкрито явище термоелектрики, встановлена дія магнітного поля на світові промені, закони механічної взаємодії електричних струмів і магнітів і, нарешті, у 1831 р. Е. Х. Ленцем було відкрито явище електромагнітної індукції, яке відіграло значну роль у розвитку теорії електромагнетизму.

У 1845 р. німецьким фізиком Г. Кірхгофом були сформульовані основні закони розгалужених електричних кіл, які мали велике значення для розвитку теоретичної та практичної електротехніки.

Другий етап розвитку електротехніки пов'язаний з початком широкого практичного використання електрики. Протягом довгого часу основним джерелом електроенергії були гальванічні батареї. Такі батареї, наприклад, були використані академіком Якобі для роботи електродвигуна. Перший двигун, розроблений ним ще у 1838 р., був встановлений на човні, який міг рухатися по воді з великою швидкістю.

Машинні генератори постійного струму були розроблені значно пізніше. Поява таких генераторів відкрила широкий шлях практичному використанню електроенергії.

Змінний струм набув широкого поширення завдяки роботам видатного вченого М. О. Доліво-Добровольского, який розробив і ввів у повсякденний обіг трифазні системи живлення, трифазні трансформатори, двигуни та інше.

Видатною подією в розвитку теорії електромагнітних явищ стала двотомна праця Дж.К. Максвелла "A Treatise on Electricity and Magnetism", що побачила світ у 1873 р. В цій роботі він виклав сувору та цілісну теорію електромагнітного поля, яка доповнювала та розвивала ідеї Фарадея. Наведені в роботі знамениті рівняння Максвелла і в наші дні залишаються основою для аналізу та розуміння широкого класу питань, пов'язаних з електромагнітними процесами.

Експериментальне підтвердження теорії Максвелла було здійснено Г. Герцем у 1887-1889 рр. в його дослідах з генерації електромагнітних хвиль.

Значний вклад в теоретичну і практичну електротехніку вніс геніальний англійський вчений самоучка Олівер Хевісайд (1850-1925). Незважаючи на те, що він вперше ввів операційний метод розрахунку електричних кіл, одиничну 1(t) та дельта δ(t)-функції, векторний аналіз і багато іншого, його фундаментальна трьохтомна праця "Електромагнітна теорія", яка вийшла в світ протягом 1893-1912 років, залишилась непрочитаною. Не маючи вищої університетської освіти, він напрацював свою наукову мову, свій стиль постановки і вирішення наукових проблем, свій математичний апарат, що було неприйнятно для більшості його сучасників. Одержані Хевісайдом наукові результати дуже часто використовуються іншими вченими без усяких посилань на їх автора, а частина його результатів взагалі приписується іншим.

Третій етап розвитку електротехніки починається приблизно у 20-х роках 20-го століття і пов'язаний з бурхливим розвитком електроенергетики, побудовою потужних теплових та гідроелектростанцій і широким використанням електроенергії у всіх галузях народного господарства. Виробничі установки переводяться на електропривод, у великих містах розвивається електротранспорт, з'являються нові галузі, такі як електрометалургія, електрохімія, зв'язок, розробляються електричні прилади для вимірювання як електричних, так і неелектричних величин. Електроенергія починає широко використовуватися у повсякденному побуті. Разом з тим на базі електротехніки розвиваються нові напрямки досліджень, які з часом

сформувались як самостійні галузі технічних наук: радіотехніка і електроніка, електродинаміка, електроенергетика, електричні машини і апарати, електропривод і автоматичні системи управління, електронно-обчислювальна техніка, електричні вимірювання та інші.

На об'єктах електроенергетики застосовується різноманітне обладнання, яке забезпечує функціонування цих об'єктів та необхідне протікання технологічних процесів на електростанціях, в електричних і теплових мережах, які з'єднані між собою і зв'язані спільністю режимів і безперервним процесом виробництва, перетворення та розподілу електричної, теплової енергії при загальному управлінні цими режимами.

Енергетичне обладнання електротехнічного напрямку – це сукупність електричних машин, апаратів, ліній електропостачання та допоміжних пристроїв, які призначені для виробництва, перетворення, трансформації, передачі, розподілу електричної енергії та перетворення її в інші види енергії.

Споживачами електроенергії є промислові підприємства, електрифікований електротранспорт, будівельні об'єкти, сфера обслуговування міської інфраструктури, а також споживачі власних потреб електростанцій, тобто механізми, які обслуговують технологічні процеси виробництва електроенергії.

Режими споживання електроенергії визначаються характером навантаження, часом доби та року і можуть мати досить складні залежності.

В цих умовах від інженерів та інженерів-педагогів технічного профілю вимагається широта уявлень, глибоке розуміння основних закономірностей процесів, притаманних електромагнітним і електронним пристроям, в основі вивчення яких лежать курси електротехнічних дисциплін.

РОЗДІЛ 1

ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Лекція 1
Загальні положення електричних кіл

План лекції

1.1. Електричне коло, елемент, джерела та приймачі.
1.2. Величини, які характеризують основні явища електричного кола.
1.3. Параметри елементів електричного кола.
1.4. Ідеальні елементи.
1.5. Електричні схеми.
1.6. Умовно-додатні напрями електричних величин.
1.7. Ідеальні вимірювальні прилади.
1.8. Структурні поняття електричних кіл.
1.9. Класифікація електричних кіл.

1.1. Електричне коло, елемент, джерела та приймачі

Електричним колом називається сукупність приладів та об'єктів, які утворюють шлях для електричного струму і призначені для генерування, передачі і використання електроенергії, електромагнітні процеси в яких можуть бути описані за допомогою таких понять, як: ЕРС (*електрорушійна сила), струм* і *напруга*.

Окремий пристрій, який входить в склад електричного кола і виконує в ньому визначену функцію, називається **елементом** електричного кола. **Основними** елементами електричного кола являються **джерела, приймачі** та сполучні проводи.

В джерелах в електроенергію перетворюються різні види енергії: наприклад, механічна енергія первинних двигунів на електростанціях – в електромашинних генераторах; хімічна – в гальванічних і паливних елементах, а також в акумуляторах; теплова – в термоелементах; сонячна – в кремнієвих фотоелементах і т.п. В приймачах, навпаки, електроенергія перетворюється в інші види енергії: в механічну в електродвигунах; в хімічну – в акумуляторах (при зарядці); в теплову в електронагрівальних приладах; в світлову – в освітлювальних приладах і т. ін. До допоміжних пристроїв відносяться вимикачі, вимірювальні прилади, регулювальна та захисна апаратура.

1.2. Величини, які характеризують основні явища електричного кола

Електричний струм I являє собою направлений рух електричних зарядів. Для постійного струму визначається кількістю електричного заряду, яка пройшла через поперечний переріз за одну секунду.

ЕРС ***(E)*** джерела є фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі сторонніх сил по переміщенню точкового одиничного додатного заряду всередині джерела. ЕРС характеризує здатність джерела створювати напругу на його полюсах або викликати струм при підключенні приймача до джерела. Для відключеного джерела (при відсутності струму в колі) ЕРС чисельно дорівнює напрузі на його полюсах (***E=U)***.

Напругою ***U*** (або падінням напруги) на даній дільниці називається фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі, яка здійснюється електричним полем при переміщенні одиничного додатного заряду.

В таблиці 1.1 приведені одиниці вимірювання величин, які ми будемо використовувати у подальшому.

Таблиця 1.1

Назва величини	**Позначення величини**	**Назва одиниці вимірювання**	**Позначення одиниці вимірювання**	
			укр.	**міжнар.**
ЕРС	***E*** - постійна ***e*** - змінна	вольт	***В***	***V***
Напруга	***U*** - постійна ***u*** - змінна	вольт	***В***	***V***
Струм	***I*** - постійний ***i*** - змінний	ампер	***А***	***A***
Опір	***R*** - активний ***Z*** - повний ***X*** - реактивний	ом	***Ом***	***Ω***
Провідність	***G*** - активна ***Y*** - повна ***B*** - реактивна	сименс	***См***	***S***
Індуктивність	***L***	генрі	***Гн***	***H***
Ємність	***C***	фарад	***Ф***	***F***
Енергія, робота	***W***	джоуль	***Дж***	***J***
Потужність	***P*** - активна	ват	***Вт***	***W***
	S - повна	вольт-ампер	***ВА***	***VA, W***
	Q - реактивна	вар	***вар***	***var***

1.3. Параметри елементів електричного кола

Елементи електричного кола діляться на *активні* і *пасивні*.

Всі джерела електричної енергії являються активними елементами та характеризуються основним параметром ЕРС ***(E)***.

Приймачі електричної енергії можуть бути як пасивними, так і активними. Пасивними називають приймачі, в яких не виникає ЕРС.

Властивість пасивних елементів електричного кола перетворювати електричну енергію в інші види енергії, в тому числі в теплову енергію, енергію магнітного й електричного полів, характеризується основними параметрами елементів: опором, індуктивністю і ємністю.

*Опір (**R**)* характеризує властивість елемента необоротно перетворювати електроенергію в інші види енергії, наприклад в теплову в нагрівальних приладах. Значення цього параметра визначається законом Ома: воно дорівнює відношенню постійної напруги на ділянці пасивного електричного кола до постійного струму в ньому ***(R=U/I).***

*Індуктивність (**L**)* характеризує властивість елемента кола, наприклад індуктивної котушки, під дією струму в ньому створювати власне магнітне поле. Значення індуктивності дорівнює відношенню потокозчеплення самоіндукції Ψ елемента електричного кола до струму в ньому $(L=\Psi/I)$.

Енергія, яка запасена в магнітному полі котушки, дорівнює $W=Li^2/2$ (де i - миттєве значення змінного струму) і залишається незмінною при постійному струмі. Тому енергія джерела перетворюється в енергію магнітного поля (або навпаки) лише при зміні струму. Отже, при постійному струмі індуктивність елемента кола не впливає на його стан.

*Ємність (**C**)* характеризує властивість елемента кола, наприклад конденсатора, накопичувати електричні заряди та створювати електричне поле. Цей параметр являється коефіцієнтом пропорційності між напругою ***U*** і зарядом ***Q*** елемента електричного кола $Q=CU$. Ємність елемента кола впливає на його стан тільки при змінній напрузі.

1.4. Ідеальні елементи

При роботі джерела ЕРС в ньому виникають втрати енергії, які характеризуються параметром $R_{вт}$ (або $R_{вн}$, R_0) – внутрішнім опором джерела, але при номінальному режимі в більшості випадків вважають, що джерело характеризується одним параметром. Те ж можна віднести і до приймачів електричної енергії. Будь-який електротехнічний пристрій має ряд параметрів, однак елементи, що широко застосовуються в електричних колах, такі як **резистор** (призначений для використання його електричного опору), **індуктивна котушка** (призначена для застосування її індуктивності) і **конденсатор** (призначений для використання його ємності), при номінальних режимах роботи можуть характеризуватись лише **одним параметром**.

Елементи кола, властивості яких описуються *одним* параметром, називаються *ідеальними.* Ідеальний резистивний елемент має тільки опір ***R***, ідеальний індуктивний елемент – індуктивність ***L***, ідеальний ємнісний елемент – ємність ***C***, ідеальне джерело електроенергії – ЕРС ***(E).*** Їх умовні позначення приведені на рис. 1.1.

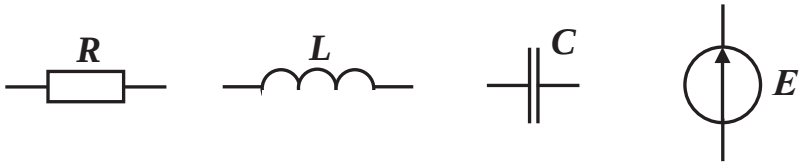


Рис. 1.1. Умовні позначення основних ідеальних елементів

Оскільки напруга на полюсах ідеального джерела електроенергії чисельно дорівнює ЕРС ***(E)***, часто джерело електроенергії зображають у вигляді двох полюсів зі стрілкою (рис. 1.2), напрям якої протилежний напряму ЕРС.

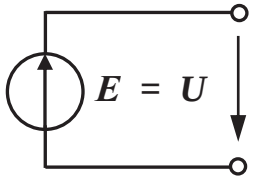


Рис. 1.2

В форматі А4 ідеальний резистивний елемент зображується прямокутником з розмірами 10×4 мм, ідеальний індуктивний елемент – трьома півколами радіусом 2,5…5 мм, ідеальний ємнісний елемент – двома паралельними лініями основної товщини довжиною 8…10 мм, розташованими на відстані 1…1,5 мм, ідеальне джерело електроенергії – колом діаметром 10 мм, всередині якого стрілка з указівкою напряму ЕРС.

Для зображення ідеальних елементів на схемах при кресленні існують спеціальні трафарети.

1.5. Електричні схеми

Графічне зображення електричного кола називається схемою. Частіше за все використовуються три види схем: *монтажні, принципові* та *схеми заміщення*.

На *монтажних схемах* зображають рисунок (ескіз) елементів кола та сполучні проводи. В більшості випадків монтажними схемами користуються при виготовленні, монтажі та ремонті електричних пристроїв та кіл.

На *принципових схемах* показують умовні графічні зображення елементів і їх сполучення. Ними користуються при вивченні, монтажі та ремонті електричних пристроїв та кіл.

Схема заміщення – це розрахункова модель електричного кола, в якій реальні елементи заміщуються розрахунковими моделями *(ідеальними елементами)* та зі схеми виключаються всі допоміжні елементи, які не впливають на результати розрахунку. Схеми заміщення використовуються для розрахунку електричних кіл.

1.6. Умовно-додатні напрями електричних величин

Для проведення аналізу й розрахунку електричних кіл необхідно знати не тільки значення заданих ЕРС, напруг і струмів, але і їх напрями, оскільки останні визначають знаки складових в розрахункових виразах. В зв’язку з цим згадаємо про напрями ЕРС, напруг і струмів, які прийняті в фізиці.

За додатний напрям струму приймають напрям руху додатних зарядів.

За напрям ЕРС між виводами джерела (або *активного приймача)* приймають напрям, в якому переміщалися б додатні заряди під дією сил стороннього поля, тобто від від’ємного полюса до додатного. Цей напрям вказує стрілка в умовному позначенні джерела ЕРС.

Додатний напрям напруги співпадає з додатним напрямом струму на пасивному елементі і протилежний йому на активному елементі.

При аналізі і розрахунку електричних кіл додатні напрями вказують на схемах стрілками. При аналізі стану складного кола напрями струмів і напруг звичайно невідомі. В цьому випадку задаються довільними напрямами, які називають *умовно-додатними,* позначають їх стрілками і для них складають відповідні рівняння. Якщо в результаті аналізу або розрахунку, якась із величин виявиться від'ємною, це означає, що вона направлена не так, як показано на схемі стрілкою.

1.7. Ідеальні вимірювальні прилади

При проведенні розрахункових робіт деякі електричні величини можуть задаватись у виді показів вимірювальних приладів, і навпаки підсумком задачі може бути знаходження показу того чи іншого приладу. В цьому випадку прилади показуються на схемах заміщення і розглядаються як ідеальні (див. рис. 1.3). Так внутрішній опір амперметра – приладу для вимірювання струму, вважається рівним нулю ($\boldsymbol{R}_{\mathrm{A}}=0$). Внутрішній опір вольтметра, приладу для вимірювання напруги, дорівнює нескінченності ($\boldsymbol{R}_{\mathrm{V}}=\infty$). Вмикання вольтметра не створює додаткової вітки та вузлів там, де їх не було раніше. Те ж відноситься і до ватметра, приладу для вимірювання потужності, у якого дві обмотки: обмотка струму й обмотка напруги.



Рис. 1.3. Умовні графічні позначення ідеальних вимірювальних приладів

1.8. Структурні поняття електричних кіл

Частина електричного кола, яка містить виділені в ній елементи, створює *ділянку* – активну (з джерелами) або пасивну (без них). Якщо елементи ділянки мають однаковий струм, то таку ділянку називають *віткою.* Наприклад, ділянка ***ab*** на рис. 1.4 є віткою. У вітці елементи з'єднані послідовно. Послідовним називають сполучення, при якому кінець кожного попереднього елемента з'єднується з початком наступного (*а місце з'єднання не повинне мати сполучення з жодним іншим елементом кола!!!*).

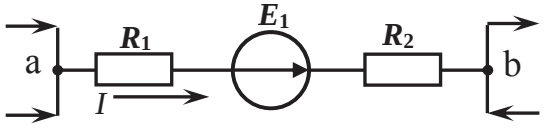


Рис. 1.4

Місце з'єднання трьох і більше віток називають *вузлом.* Наприклад, вузол ***a*** на рис. 1.5, рис. 1.6. На електричних схемах вузол зображується жирною точкою.

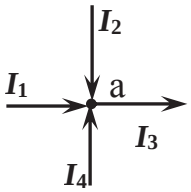


Рис. 1.5.

Ділянки електричного кола можуть з'єднуватися між собою послідовно, паралельно і змішано. *Послідовним* називається з'єднання, при якому в усіх ділянках кола один і той же струм, *паралельним* – з'єднання, при якому всі ділянки кола приєднуються до однієї пари вузлів, тобто знаходяться під дією однієї й тієї ж напруги. *Змішане* з'єднання ділянок електричного кола являє собою поєднання послідовного і паралельного сполучень. Існують й інші типи з'єднання, наприклад «трикутник» і «зірка», які будуть розглянуті далі.

Всякий замкнений шлях, який проходить по декільком ділянкам, називається *контуром* електричного кола. Наприклад, контур ***abcd*** на рис. 1.6.

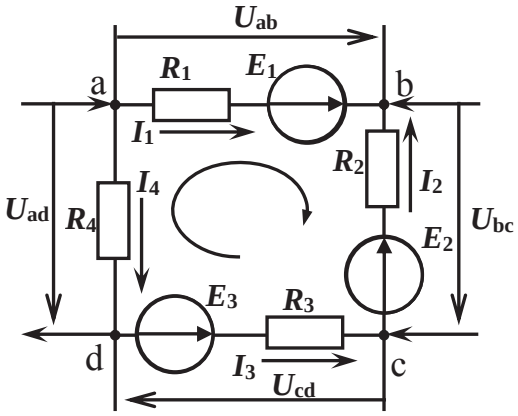


Рис. 1.6

1.9. Класифікація електричних кіл

Електричні кола класифікують за наступними ознаками (рис. 1.7).

В залежності від роду струму – кола *постійного* та *змінного* (синусоїдного та несинусоїдного) струмів.

В залежності від способу з'єднання елементів – нерозгалужені та розгалужені кола. Нерозгалуженим являється коло в усіх елементах якого один і той же струм (всі елементи з'єднані послідовно), розгалуженим – коло з паралельним або змішаним з'єднанням його ділянок, а також, коли ділянки кола з'єднуються «трикутником» або «зіркою».

В залежності від кількості джерел – кола з одним або декількома джерелами енергії.

В залежності від кількості та способу увімкнення джерел і приймачів – прості та складні. До простих відносяться нерозгалужені і розгалужені кола з одним джерелом живлення, до складних – розгалужені кола з двома і більш джерелами, які вмикаються в пізні вітки.

Лінійні та *нелінійні* кола. До перших відносяться кола, до складу яких входять тільки лінійні елементи – елементи, електричні параметри яких не залежать від значень або напрямів струмів і напруг у колі. В протилежному випадку (при наявності хоча б одного нелінійного елемента) – коло є нелінійним.



Рис. 1.7. Класифікація електричних кіл

Лекція 2
Основні закони та методи розрахунку електричних кіл

План лекції

2.1. Закони Ома та Кірхгофа.
2.2. Напруга реального джерела ЕРС. Вольт-амперна характеристика.
2.3. Енергія та потужність, баланс потужностей.
2.4. Режими роботи електричних кіл.
2.5. Еквівалентні перетворювання в електричних колах.

Основа всієї електротехніки – *постійний струм*. Засвоївши основні поняття та закони постійного струму, методи розрахунку електричних кіл, нескладно зрозуміти й все інше в області електротехніки. Під постійним струмом розуміють електричний струм, який *не змінюється в часі* ні за величиною, ні за напрямом.

Постійний струм використовується в процесі електролізу, на міському транспорті, в освітлювальних приладах, в пристроях автоматики, електроніки та обчислювальної техніки.

Якщо струм постійний, то відсутнє явище самоіндукції. Отже, *при постійному струмі напруга на ідеальному індуктивному елементі дорівнює нулю* ($\boldsymbol{U}_L=0$).

Якщо розглядати конденсатор як ідеальний ємнісний елемент, то в колі постійного струму вітка з конденсатором рівнозначна розімкненій. *Постійний струм через ідеальний ємнісний елемент не проходить.*

Таким чином, в колі постійного струму залишаються лише джерела ЕРС і приймачі-резистори.

2.1. Закони Ома та Кірхгофа

В основу розрахунку електричних кіл покладені відомі закони Ома та Кірхгофа.

Закон Ома застосовується для одного елементу, однієї вітки або для одноконтурного замкнутого (такого, що не має розгалужень) електричного кола.

Для одного елементу або пасивної вітки ***ab*** (рис. 2.1):

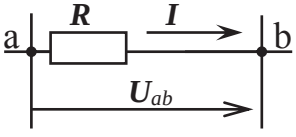


Рис. 2.1

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{U}_{ab}}{\boldsymbol{R}} \tag{2.1}$$

де $\boldsymbol{I}$ – струм, що проходить через елемент кола [*A*];

$\boldsymbol{U}_{ab}$ – прикладена до елементу (вітки) напруга [*B*];

$\boldsymbol{R}$ – опір [*Ом*].

Для активної вітки **ab** (рис. 2.2):

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{U}_{ab} + \boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2}{\boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{R}_2 + \boldsymbol{R}_3}. \tag{2.2}$$

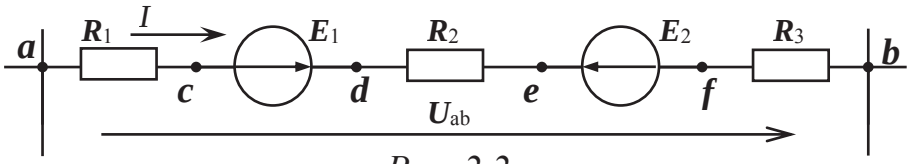


Рис. 2.2

У загальному випадку, коли між вузлами ***a*** і ***b*** ввімкнена активна резистивна вітка і струм направлений від вузла ***a*** до вузла ***b***, формула (2.2) приймає вигляд:

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{U}_{ab} + \sum \boldsymbol{E}}{\sum \boldsymbol{R}}, \tag{2.3}$$

де $\sum \boldsymbol{E}$ – алгебраїчна сума ЕРС. При цьому ЕРС, напрями яких збігаються з напрямом струму, беруться зі знаком "+", а якщо ці напрями не збігаються, то відповідні ЕРС беруться зі знаком "–".

Вираз (2.3) є *узагальнений закон Ома* для ділянки кола, що містить джерело ЕРС.

Для замкнутого *одноконтурного* кола (рис. 2.4):

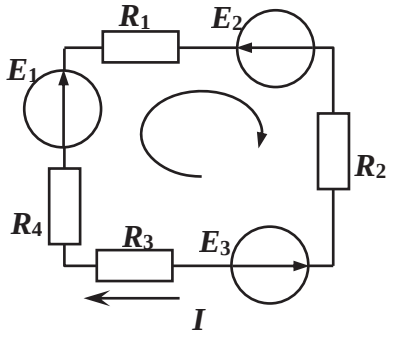


Рис. 2.4

$$\boldsymbol{I} = \frac{\sum \boldsymbol{E}}{\sum \boldsymbol{R}}, \tag{2.4}$$

де $\sum \boldsymbol{E}$ – алгебраїчна сума ЕРС контура; $\sum \boldsymbol{R}$ – арифметична сума опорів контуру.

Перший закон Кірхгофа *(закон струмів).*

Алгебраїчна сума струмів в будь-якому вузлі електричного кола дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{I_k} = 0 \qquad (2.5)$$

або *арифметична сума струмів, що входять у вузол, дорівнює арифметичній сумі струмів, що виходять з вузла*.

Для запису першого закону Кірхгофа у вигляді (2.5) *довільно* приймається правило знаків, наприклад: *струми, які входять у вузол, беруться зі знаком «+», а ті, які виходять, - зі знаком «–».*

З точки зору фізики перший закон Кірхгофа описує той експериментально встановлений факт, що заряди у вузлі електричного кола не накопичуються.

Розглянемо вузол ***a*** на рис. 1.5. Вважатимемо струми, що входять у вузол, додатними, а що виходять – від'ємними. Тоді для вузла ***a*** перший закон Кірхгофа можна записати таким чином:

$$\boldsymbol{I_1} + \boldsymbol{I_2} - \boldsymbol{I_3} + \boldsymbol{I_4} = 0 \text{ або } \boldsymbol{I_1} + \boldsymbol{I_2} + \boldsymbol{I_4} = \boldsymbol{I_3}.$$

Другий закон Кірхгофа *(закон напруг). Алгебраїчна сума напруг на вітках (елементах) будь-якого замкнутого контуру дорівнює нулю:*

$$\sum_{k=1}^{m} U_k = 0 \qquad (2.6)$$

або *алгебраїчна сума ЕРС у будь-якому замкнутому контурі дорівнює алгебраїчній сумі напруг на елементах цього контуру*:

$$\sum_{k=1}^{m} \boldsymbol{E_k} = \sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{I_k R_k} \qquad (2.7)$$

Для складання рівнянь за другим законом Кірхгофа спочатку задають (вказують) напрям струмів у всіх вітках електричного кола (якщо тільки струми не задані за умовою завдання). Потім для кожного контуру вибирають напрям обходу. Якщо при цьому напрям ЕРС збігається з напрямом обходу контуру, то таку ЕРС в рівнянні (2.7) беруть зі знаком "+", якщо не збігаються – зі знаком "–". Напруги в правій частині рівняння (2.7) беруть зі знаком "+", якщо вибраний напрям струму вітки збігається з напрямом обходу контуру, та зі знаком "–", якщо не збігається.

Для контуру ***abcd*** (рис. 1.6), який складається з віток ***ab***, ***bc***, ***cd***, ***da***, рівняння (2.7) приймає вигляд:

$$E_1 - E_2 - E_3 = I_1R_1 - I_2R_2 - I_3R_3 - I_4R_4,$$

а рівняння (2.6), якщо позначити напруги на вітках контуру як $\boldsymbol{U_{ab}}$, $\boldsymbol{U_{bc}}$, $\boldsymbol{U_{cd}}$, $\boldsymbol{U_{ad}}$, приймає вигляд:

$$U_{ab} + U_{bc} + U_{cd} - U_{ad} = 0.$$

2.2. Напруга реального джерела ЕРС. Вольт-амперна характеристика

Залежність напруги на затискачах джерела від струму називають вольт-амперною (зовнішньою) характеристикою (ВАХ) джерела.

Для *ідеального* джерела енергії – *джерела напруги* ЕРС $E = U$, тобто напруга не залежить від струму, ВАХ показана на рис. 2.5, *а*. *Реальне* джерело має внутрішній опір $\boldsymbol{R}_0$ ($\boldsymbol{R}_{\text{ВН}}$), на якому є падіння напруги $\boldsymbol{IR}_0$. Тому напруга на затискачах джерела ЕРС залежить від струму (навантаження) (рис. 2.5, *б*). При струмі короткого замикання напруга на затискачах джерела дорівнює нулю ($\boldsymbol{U}$=0).

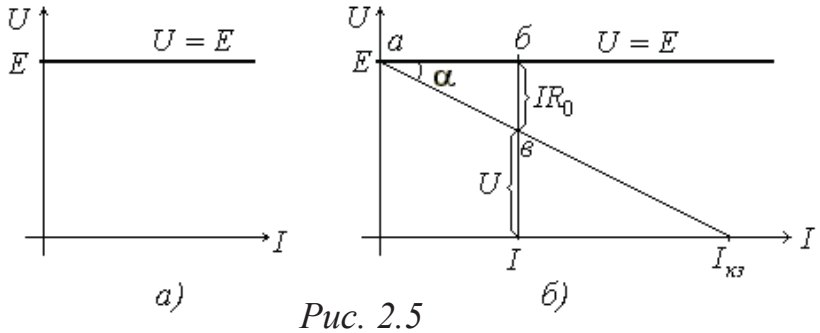


Рис. 2.5

Схема заміщення реального джерела з внутрішнім опором зображується, як показано на рис. 2.6.

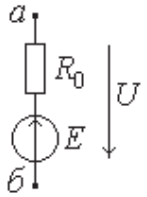


Рис. 2.6

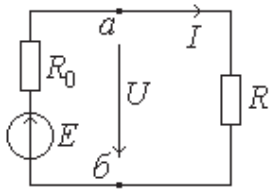


Рис. 2.7

У замкнутому електричному колі (рис. 2.7) протікає струм $\boldsymbol{I}$. Напругу $\boldsymbol{U}$ можна визначити двома шляхами:

$$\boldsymbol{U = IR}; \qquad \text{або} \qquad \boldsymbol{U = E - IR_0}.$$

Отже: $\boldsymbol{IR = E - IR_0}$; $\boldsymbol{E = IR + IR_0}$.

Струм в колі: $\boldsymbol{I = \dfrac{E}{R + R_0}}$.

Експериментальне визначення ЕРС (*E)* і внутрішнього опору R_0.

Для цього використовується рівняння $\boldsymbol{U = E - IR_0}$. В режимі розриву навантаження $(\boldsymbol{I = 0})$ вимірюється ЕРС $\boldsymbol{E = U}$, при навантаженні $(\boldsymbol{I \neq 0})$ вимірюється напруга ***U***, струм $\boldsymbol{I}$ та визначається внутрішній опір $\boldsymbol{R_0 = \dfrac{E - U}{I}}$.

2.3. Енергія та потужність, баланс потужностей

Із визначення *EPC* слідує що робота, яку здійснює джерело енергії за час *t*, тобто робота сторонніх сил в джерелі по розділенню зарядів, дорівнює

$$\boldsymbol{W_{дж} = EQ = EIt}\,. \tag{2.8}$$

На пасивній ділянці кола, тобто в опорі навантаження або, як кажуть у приймачі електричної енергії, при напрузі $\boldsymbol{U}$ та струмі $\boldsymbol{I}$ споживається енергія

$$\boldsymbol{W_{п} = UQ = UIt = RI^2t = U^2t/R}\,. \tag{2.9}$$

Потужність P являє собою енергію в одиницю часу. Для кола постійного струму потужність джерела

$$\boldsymbol{P_{дж} = W_{и} / t = EI}\,, \tag{2.10}$$

а приймача

$$\boldsymbol{P_{п} = W_{п} / t = UI = RI^2 = U^2 / R}\,. \tag{2.11}$$

Відповідно до закону збереження енергії, потужність джерел електричної енергії повинна дорівнювати потужності, яка перетворюється в колі в інші види енергії:

$$\boldsymbol{\Sigma EI = \Sigma I^2 R}\,, \tag{2.12}$$

де $\boldsymbol{\Sigma EI}$ – сума потужностей джерел,

$\boldsymbol{\Sigma RI^2}$ – сума потужностей всіх приймачів і незворотних перетворень енергії всередині джерела (втрати потужності внаслідок наявності внутрішніх опорів $\boldsymbol{P_{втрат}=I^2R_{вн}}$).

Останнє рівняння (2.12) називається *балансом потужності* електричного кола.

Якщо додатний напрям струму співпадає з напрямом ЕРС і в результаті розрахунку одержано додатне значення струму, то джерело виробляє (генерує) електричну енергію, тобто працює в режимі генератора. Якщо ж одержано від'ємне значення струму, то добуток $\boldsymbol{EI}$ від'ємний, тобто джерело працює в

режимі споживача й являється приймачем електричної енергії (наприклад, електричний двигун, акумулятор в режимі зарядки і т.п.).

$$\underbrace{\sum_{k=1}^{n} \pm E_k I_k}_{\substack{\textit{Потужність} \\ \textit{джерел ЕРС} \\ \textit{Алгебраїчна сума}}} = \underbrace{\sum_{k=1}^{m} I_k^2 R_k}_{\substack{\textit{Потужність} \\ \textit{приймачів} \\ \textit{Арифметична сума}}} \qquad (2.13)$$

Приклад. Розглянемо коло, схема якого приведена на рис. 2.8. Відповідно до вибраного напряму обходу другий закон Кірхгофа для кола має вигляд:

$$E_1 - E_2 = R_1 I + R_2 I.$$

Помножуючи одержану рівність на I, одержимо:

$$E_1 I - E_2 I = R_1 I^2 + R_2 I^2,$$

де $E_1 I$ – потужність першого джерела;

$E_2 I$ – потужність другого джерела;

$R_1 I^2$, $R_2 I^2$ – потужності приймачів.

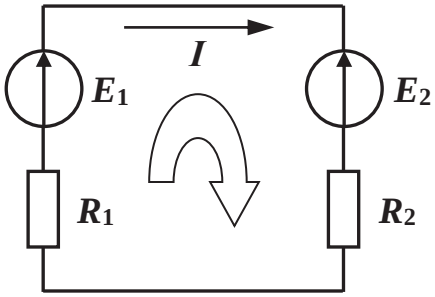


Рис. 2.8

Оскільки додатний напрям I співпадає з напрямом E_1, добуток $E_1 I$ додатний, і перше джерело працює в режимі генератора, додатний же напрям I не співпадає з напрямом E_2, добуток $E_2 I$ – від'ємний, і друге джерело працює в режимі приймача.

2.4. Режими роботи електричних кіл

Електричні кола і їх елементи можуть функціонувати в різних режимах відносно величин напруги, струмів і потужностей. Найбільш характерними режимами є:

– номінальний режим;

– узгоджений режим;

– режим холостого ходу (ХХ);

– режим короткого замикання (КЗ).

Номінальним режимом роботи елементу електричного кола вважається режим, при якому елемент працює з номінальними параметрами.

Узгодженим є *режим*, при якому потужність, що віддається джерелом або споживається приймачем (навантаженням), має максимальне значення. Таке значення виходить при певному співвідношенні (узгодженні) параметрів електричного кола.

Під *режимом холостого ходу* розуміється такий режим, при якому через джерело або приймач не протікає електричний струм. При цьому джерело не віддає енергію в зовнішню частину кола, а приймач не споживає енергію. Наприклад, для двигуна це буде режим без механічного навантаження на валу.

Режим короткого замикання – це режим, який виникає при з'єднанні між собою різнойменних затискачів джерела або пасивного елементу, а також ділянки електричного кола, що знаходиться під напругою.

2.5. Еквівалентні перетворення в електричних колах

Приступаючи до розрахунку електричних кіл, необхідно мати чітке уявлення про схеми з'єднання (послідовне, паралельне, змішане) як приймачів, так і джерел електричної енергії. У ряді випадків доводиться мати справи з більш складними з'єднаннями, до яких відносяться з'єднання «трикутником» і «зіркою».

При розрахунку електричних кіл звичайно користуються законами Ома і Кірхгофа. Розрахунок простих кіл проводиться двома методами: методом згортання схеми (визначення вхідного чи еквівалентного опору) і методом пропорційних величин.

При розрахунку складних кіл використовуються: метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа, методи контурних струмів, суперпозиції (накладання), напруги між двома вузлами й еквівалентного генератора.

У більшості випадків при розрахунку електричних кіл заданими величинами є ЕРС, чи напруги джерел електричної енергії й опори, а величинами, що розраховуються, є струми і напруги приймачів.

Дослідження й аналіз кіл постійного струму простіші, ніж кіл змінного (у тому числі синусоїдного струму). В той же час, методи аналізу кіл постійного струму можна узагальнити на кола синусоїдного струму без повторення доказів і виведення.

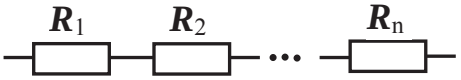
Для аналізу електричного кола з одним джерелом енергії найчастіше застосовують метод еквівалентних перетворень (метод згортання). Інколи цей метод корисно використовувати для попередніх перетворень складних електричних кіл (розгалужених кіл з двома і більш джерелами). Метод заснований на поступовому спрощенні конфігурації кола (так зване «згортання схеми») і знаходженні одного еквівалентного опору. При розрахунку струмів у окремих вітках, схему «розгортають» в зворотному порядку. Спрощення конфігурації електричного кола або будь-якої ділянки здійснюють так, щоб струми та напруги в частинах схеми, не підданих перетворенню, залишилися незмінними. Таке перетворення називається *еквівалентним*, а схеми – *еквівалентними*. При цьому потужності вихідного кола і перетвореного будуть однакові. Порядок (*алгоритм*) розрахунку наступний.

1) Здійснюємо «згортання» схеми кола на основі виразів для визначення еквівалентних параметрів при послідовному, паралельному і змішаному з'єднанні елементів, а також перетворень «зірка-трикутник» і «трикутник-зірка». Згортання схеми починається з найвіддаленіших від джерела віток,

проводиться у декілька етапів до досягнення повного згортання. Після повного згортання схеми визначаємо струм джерела за законом Ома. Спрощення конфігурації електричного кола або будь-якої ділянки здійснюють так, щоб струми і напруги в частинах схеми, не підданих перетворенню, залишилися незмінними. Таке перетворення називається еквівалентним, а схеми – еквівалентними. При цьому потужності вихідного кола і перетвореного будуть однакові.

2) «Розгортаємо» схему в зворотному порядку, розраховуючи струми в окремих вітках.

При заміні n послідовно з'єднаних опорів одним еквівалентним, його величина дорівнює сумі цих опорів:

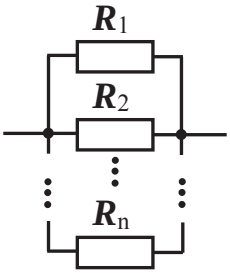


$$R_e = \sum_{i=1}^{n} R_i \,. \qquad (2.14)$$

В разі, якщо R_i рівні між собою (R_i=R), то при їх послідовному з'єднанні:

$$R_e = nR \,.$$

Еквівалентний опір кола, що складається з n паралельно з'єднаних опорів, дорівнює:



$$\boxed{R_e = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}}} \quad \text{або} \quad \boxed{G_e = \sum_{i=1}^{n} G_i}, \qquad (2.15)$$

де $G_e = \dfrac{1}{R_e}$ – еквівалентна провідність кола.

В разі, якщо R_i рівні між собою (R_i=R), то при їх паралельному з'єднанні:

$$R_e = R \diagup n \,.$$

В разі паралельного з'єднання двох опорів R_1 и R_2, їх еквівалентний опір дорівнює:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \ . \qquad (2.16)$$

Якщо $R_1 = R_2 = R$, то $R_{1,2} = 0{,}5 \cdot R$.

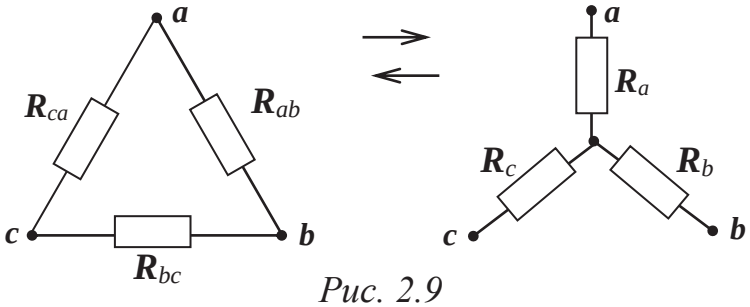


Рис. 2.9

У ряді випадків для спрощення кола необхідно перетворювати з'єднання «зіркою» в еквівалентне з'єднання «трикутником» або з'єднання «трикутником» – в з'єднання «зіркою» (рис. 2.9).

Такі перетворення виконують за формулами:

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c}; \ R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a}; \ R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_a \cdot R_c}{R_b}; \qquad (2.17)$$

$$R_b = \frac{R_{bc} \cdot R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}; \qquad R_c = \frac{R_{ca} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \ . \qquad (2.18)$$

Лекція 3

Методи розрахунку складних електричних кіл постійного струму

План лекції

3.1. Метод суперпозиції.
3.2. Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа.
3.3. Метод контурних струмів .
3.4. Метод напруги між двома вузлами.
3.5. Метод еквівалентного генератора.

Приступаючи до розрахунку електричних кіл, необхідно мати чітке уявлення про схеми з'єднання (послідовне, паралельне, змішане) як приймачів, так і джерел електричної енергії. У ряді випадків доводиться мати справи з

більш складними з'єднаннями, до яких відносяться з'єднання «трикутником» і «зіркою».

При розрахунку електричних кіл звичайно користаються законами Ома і Кірхгофа. Розрахунок простих кіл частіш за все проводиться методом згортання схеми (методом еквівалентних перетворень), який було розглянуто в попередній лекції. Якщо схема має більш складну конфігурацію і включає в себе кілька джерел енергії, тоді для аналізу схеми необхідно застосовувати інші методи, які дозволяють сформувати систему рівнянь для знаходження невідомих величин.

3.1. Метод суперпозиції

Метод суперпозиції або накладання зручно застосовувати, коли допоміжні схеми набирають простого вигляду та їх розрахунок не представляє труднощів. Використання цього методу недоцільне при розрахунку кіл з великою кількістю джерел.

Принцип накладання дійсний для струмів і напруг лінійних електричних кіл і полягає у наступному.

Струм у будь-якій вітці електричного кола дорівнює алгебричній сумі струмів у цій вітці, викликаних кожним джерелом енергії окремо.

Для обґрунтування цього положення розглянемо двоконтурну схему з двома джерелами ЕРС (рис. 3.1).

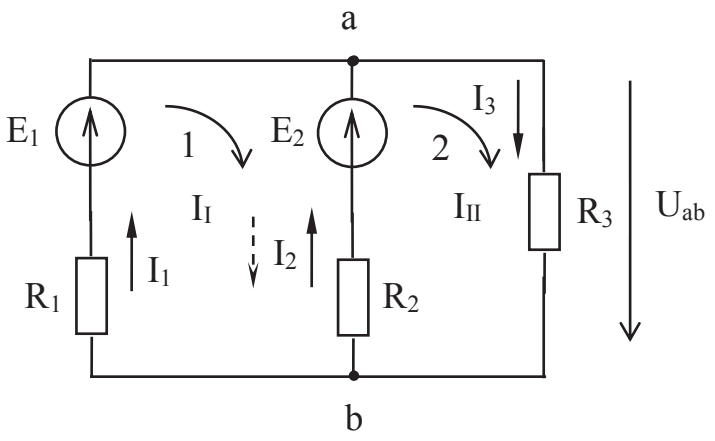
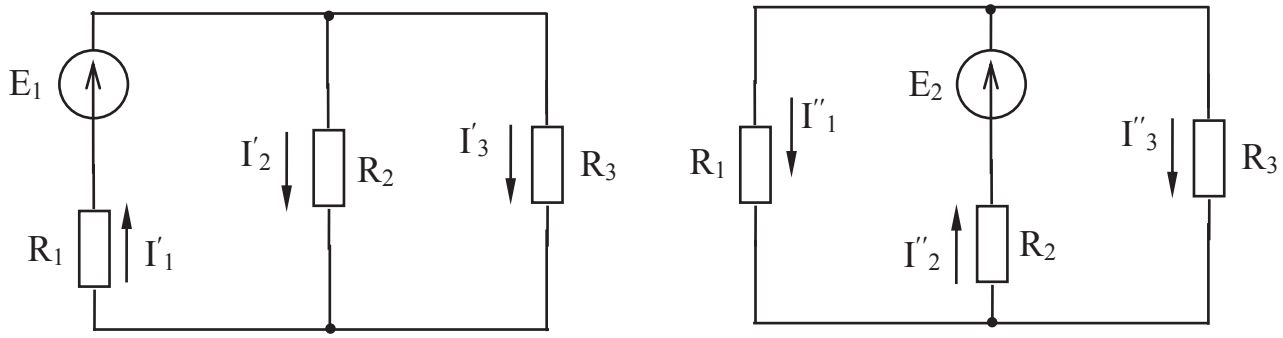


Рис. 3.1

Визначимо, наприклад, струми у вітках, які будуть протікати спочатку під дією джерела ЕРС E_1, потім під дією E_2. (рис. 3.2)



а) *б)*

Рис. 3.2

Розглянемо схему рис. 3.2, *а*
Еквівалентний опір схеми

$$R'_э = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}.$$

Струми у вітках

$$I'_1 = \frac{E_1}{R'_э},$$

$$I'_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot I'_1,$$

$$I'_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot I'_1.$$

Розглянемо схему рис. 3.2, *б*
Еквівалентний опір схеми

$$R''_э = R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}$$

Струми у вітках

$$I''_2 = \frac{E_2}{R''_э}$$

$$I''_1 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \cdot I''_2$$

$$I_3'' = \frac{R_1}{R_1 + R_3} \cdot I_2''$$

Знаходимо дійсні значення струмів

$$I_1 = I_1' - I_1'',$$

$$I_2 = I_2'' - I_2',$$

$$I_3 = I_3' + I_3''.$$

Звідки випливає, що струм у будь-якій вітці електричного кола дорівнює алгебричній сумі часткових струмів. При розрахунку часткових струмів від кожного джерела окремо, решта джерел вважаються такими, що їх ЕРС дорівнюють нулю, а затискачі джерела закорочуються.

3.2. Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа

У загальному випадку струми складного електричного кола можуть бути визначені в результаті спільного вирішення рівнянь, складених за першим і другим законами Кірхгофа. Кількість рівнянь (***m***) має дорівнювати кількості невідомих струмів кола (кількості віток).

Порядок (*алгоритм*) розрахунку наступний:

1) Визначаємо число вузлів ***n*** і число віток ***m*** з невідомими струмами.

2) Вказуємо додатні напрями струмів віток. Для (***n***–1) вузлів записуємо рівняння за першим законом Кірхгофа.

3) Вибираємо ***m***–(***n*** –1) незалежних контурів, вказуємо напрям обходу контурів і за другим законом Кірхгофа записуємо ***m***–(***n*** –1) рівнянь. При цьому контури вибираємо так, щоб кожен з них містив хоча б одну не враховану раніше вітку.

4) Вирішуємо систему ***m*** рівнянь, знаходимо струми. Якщо значення деяких струмів отримано з від'ємним значенням, то дійсні напрями таких струмів будуть мати протилежний напрям.

5) Складаємо рівняння балансу потужності та перевіряємо правильність рішення.

Розглянемо застосування цього методу для аналізу схеми на рис. 3.1.

Вказуємо умовні додатні напрями струмів (рис. 3.1). Складаємо рівняння за першим і другим законами Кірхгофа:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0,$$
$$E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_2 I_2,$$
$$E_2 = R_2 I_2 + R_3 I_3.$$

Розв'язуємо отриману систему рівнянь і знаходимо невідомі струми I_1, I_2 , I_3.

Якщо струм у вітці схеми отримали з від'ємним знаком, то дійсний напрям струму в цій вітці буде мати протилежний напрям стосовно обраному додатному напряму.

3.3. Метод контурних струмів

Цей метод дозволяє зменшити (в порівнянні з методом безпосереднього застосування законів Кірхгофа) загальне число рівнянь на (***n***–1) і звести систему до числа ***m***–(***n***–1) рівнянь, складених за другим законом Кірхгофа (***m*** – кількість віток, ***n*** – кількість вузлів).

Послідовність (*алгоритм*) розрахунку:

1) Розбиваємо коло на окремі контури, та в кожному контурі довільно обираємо напрям умовно діючого контурного струму, що замикається лише в даному контурі.

2) По числу контурних струмів записуємо в загальному вигляді систему контурних рівнянь.

3) Визначаємо параметри системи контурних рівнянь (власні та взаємні опори контурів, контурні ЕРС), підставляємо знайдені параметри в систему рівнянь.

4) Розв'язуємо отриману систему рівнянь, знаходимо контурні струми.

5) Вказуємо додатні напрями струмів у вітках і визначаємо їх через алгебраїчну суму контурних струмів, що протікають у відповідних вітках.

Розглянемо застосування методу контурних струмів для схеми на рис. 3.1.

Вводимо в указаних на схемі контурах 1 і 2 (рис. 3.1) розрахункові величини – контурні струми I_I і I_{II} , напрями яких збігаються з напрямами обходу контурів. Складаємо для кожного контуру рівняння відповідно до другого закону Кірхгофа:

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2)I_I - R_2 I_{II} &= E_1 - E_2, \\ -R_2 I_I + (R_2 + R_3)I_{II} &= E_2. \end{aligned}$$

Розв'язуємо отриману систему рівнянь і знаходимо контурні струми I_I , I_{II} .

Знаходимо дійсні струми, що протікають у вітках схеми через алгебраїчну суму контурних струмів.

$$I_1 = I_I, \quad I_2 = I_{II} - I_I, \quad I_3 = I_{II}.$$

3.4. Метод напруги між двома вузлами

Метод застосовується для розрахунку кіл, які мають лише два вузли. Суть методу полягає у визначенні напруги між вузлами, після чого струми віток знаходять по узагальненому закону Ома.

Порядок (*алгоритм*) розрахунку наступний:

1) Визначаємо вузлову напругу $\boldsymbol{U}_{ab}$ (напрям $\boldsymbol{U}_{ab}$ від вузла ***a*** до вузла ***b***):

$$\boldsymbol{U}_{ab} = \frac{\sum_{1}^{n} \boldsymbol{G}_k \boldsymbol{E}_k}{\sum_{1}^{m} \boldsymbol{G}_k},$$

де $\sum_{1}^{n} \boldsymbol{G}_k \boldsymbol{E}_k$ – алгебраїчна сума добутків сумарної ЕРС вітки та сумарної провідності вітки (ЕРС, що входять у вітку, беруть зі знаком «+», якщо їх напрями протилежні напряму напруги $\boldsymbol{U}_{ab}$, та зі знаком «-», коли їх напрями збігаються з напрямом $\boldsymbol{U}_{ab}$);

$\sum_{1}^{m} \boldsymbol{G}_k$ – сума провідностей всіх віток кола.

2) Розраховуємо струми в вітках по узагальненому закону Ома.

Розглянемо застосування цього методу на прикладі аналізу схеми на рис. 3.1.

Вказуємо напрями струмів і напруги U_{ab}. Визначаємо напругу U_{ab}.

$$U_{ab} = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2}{G_1 + G_2 + G_3}$$

де $G_1 = 1/R_1, \quad G_2 = 1/R_2, \quad G_3 = 1/R_3$ – провідності віток.

Користаючись узагальненим законом Ома, визначаємо струми віток:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3}$$

3.5. Метод еквівалентного генератора

***Формулювання теореми про еквівалентний генератор*:** по відношенню до виводів виділеної вітки або окремого елементу, решту частини складної схеми можна замінити еквівалентним генератором напруги з ЕРС $\boldsymbol{E}_{ЕГ}$, що дорівнює напрузі холостого ходу на виводах виділеної вітки або елементу ($\boldsymbol{E}_{ЕГ}=\boldsymbol{U}_{xx}$) і з внутрішнім опором $\boldsymbol{R}_0$, що дорівнює вхідному опору схеми з боку виділеної вітки або елементу.

Метод розрахунку струму у виділеній вітці складної схеми, заснований на застосуванні теореми про еквівалентний генератор, отримав назву методу ***еквівалентного генератора*** або методу ***холостого ходу і короткого замикання*** (ХХ і КЗ).

Послідовність (*алгоритм*) розрахунку виглядає так:

1) Вилучаємо із складної схеми виділену вітку, виконуємо розрахунок частини складної схеми що залишилася, будь-яким методом і визначаємо напругу холостого ходу між точками підключення виділеної вітки.

2) Вилучаємо зі схеми виділену вітку, в частині схеми що залишилася, вилучаємо всі джерела (джерела ЕРС $\boldsymbol{E}$ закорочуємо), методом перетворення виконуємо згортання пасивної схеми відносно точок підключення вилученої вітки і таким чином визначаємо, так званий, опір еквівалентного генератора.

3) Складаємо еквівалентну схему заміщення з генератором напруги (джерелом ЕРС).

4) Виконуємо розрахунок еквівалентної схеми та за законом Ома знаходимо розрахунковий струм.

Розглянемо застосування цього методу на прикладі схеми на рис. 3.1. Необхідно визначити тільки струм I_3.

Вилучивши вітку з резистором R_3, визначимо ЕРС еквівалентного генератора (напругу холостого ходу) (рис. 3.3).

Для цього скористаємося формулою для визначення вузлової напруги:

$$U_{xx} = E_e = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2}{G_1 + G_2}.$$

Визначимо внутрішній опір еквівалентного генератора, відносно затискачів резистора R_3, прийнявши $E_1 = 0$, $E_2 = 0$:

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

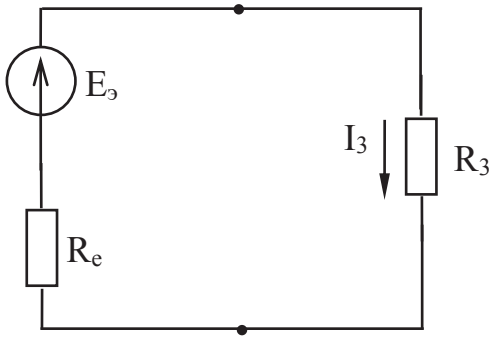


Рис. 3.3

Струм у вітці з резистором R_3:

$$I_3 = \frac{E_e}{R_э + R_3}.$$

РОЗДІЛ 2

ОДНОФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ

Лекція 4
Однофазні електричні кола синусоїдного струму. Загальні положення

План лекції

4.1. Загальні поняття.
4.2. Основні величини, які характеризують синусоїдну функцію часу.
4.3. Середні та діючі значення струму, ЕРС і напруги.

4.1. Загальні поняття

Змінним називається струм, що *змінюється у часі* (за значенням або за напрямом). Серед змінних струмів найбільше розповсюдження одержав струм, що змінюється за синусоїдним законом. Порівняно з постійним струмом *синусоїдний струм* має ряд переваг:

1) виробництво, передача та використання електричної енергії найбільш економічні при синусоїдному струмі;

2) в колах синусоїдного струму можна відносно просто перетворювати напругу при збереженні форми кривої напруги.

Синусоїдні струми широко застосовуються в радіоелектроніці, електротехнології, контрольно-вимірювальній техніці та інших областях.

В Україні, решті країн Європи, більшості країн Азії стандартна частота енергетичних установок синусоїдного струму складає 50 *Гц*; в США, країнах Північної, Центральної та, частково, Південної Америки, а також Японії – 60 *Гц*. Частота корабельних електромереж – 250 *Гц*, мереж літальних апаратів – 400 *Гц*. Діапазон частот синусоїдних струмів, які застосовуються на практиці: від часток герца (наприклад, в геологорозвідці), до мільярдів герц в радіотехніці.

Синусоїдні струми низьких частот (до декількох кілогерц) одержують за допомогою електромашинних синхронних генераторів (вивчаються у курсі електричних машин), синусоїдні струми більш високих частот одержують в напівпровідникових і лампових генераторах (вивчаються у курсі промислової електроніки).

4.2. Основні величини, які характеризують синусоїдну функцію часу

В колах синусоїдного струму ЕРС, напруга і струм являються синусоїдними функціями часу:

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e); \quad u = U_m \sin(\omega t + \psi_u); \quad i = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \qquad (4.1)$$

де e, u, i – *миттєві значення* (відповідно ЕРС, напруги та струму) – значення функції в даний момент часу;

E_m, U_m, I_m – *амплітуда* (відповідно ЕРС, напруги та струму) – максимальне значення функції;

$\omega t + \psi_e, \omega t + \psi_u, \omega t + \psi_i$ – *фаза* або *фазовий кут* – аргумент синусоїдної функції, який відраховується від нульового значення функції в додатному напрямі (вимірюється в радіанах або градусах);

ψ_e, ψ_u, ψ_i – *початкова фаза* (відповідно ЕРС, напруги та струму) – значення фази в початковий момент часу;

ω – *кутова частота* – швидкість зміни фази (вимірюється в *рад/с*), визначає число періодів в інтервалі часі, який дорівнює 2π. Графік (часова діаграма) синусоїдного струму зображено на рис. 4.1.

ψ_i – *початкова фаза* струму – значення фази в момент часу $t = 0$. Початкова фаза може бути додатна або від'ємна, і визначається від точки, де функція змінює знак «–» на «+», до початку координат. На рис. 4.1 початкова фаза додатна.

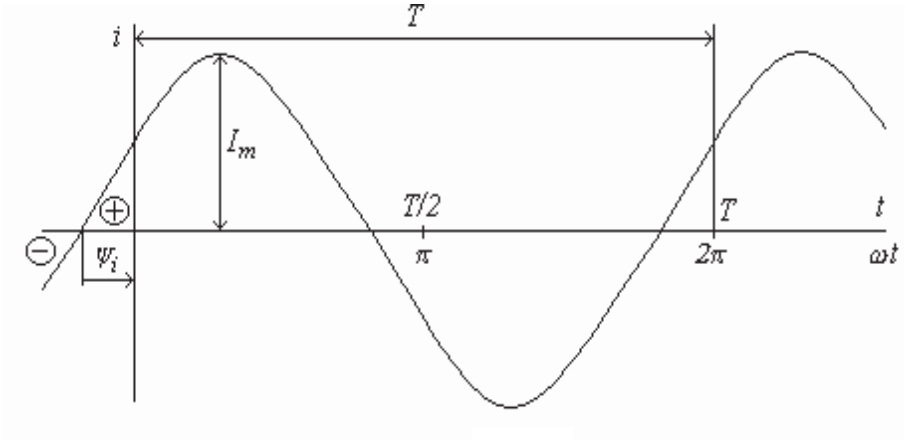


Рис. 4.1

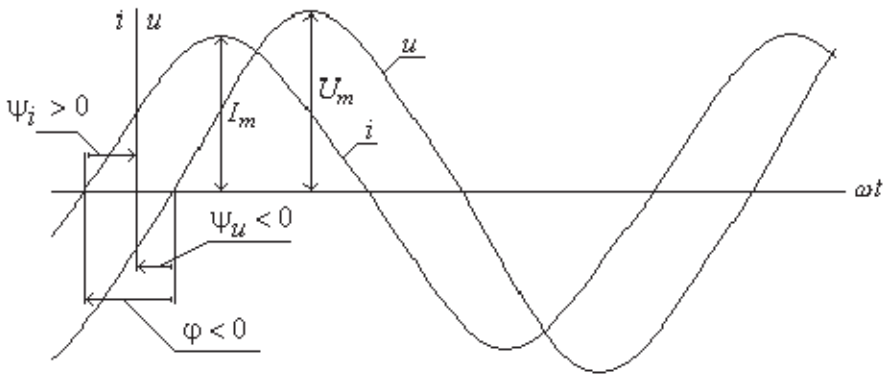


Рис. 4.2

Крім того, для характеристики синусоїдних функцій часу використовують наступні величини:

період $\boldsymbol{T}$ – найменший інтервал часу, через який повторюються миттєві значення періодичної величини (за значенням і напрямом зміни), тобто період – час, за який здійснюється одне повне коливання;

частота $\boldsymbol{f} = 1/\boldsymbol{T}$, тобто кількість періодів (коливань) за секунду. Одиниця частоти – герц (*Гц*) (1 *Гц* = 1 c^{-1}).

Відповідно до визначення $\boldsymbol{T}$ фазовий кут $\omega \boldsymbol{T} = 2\pi$, звідси:

$$\omega = 2\pi/\boldsymbol{T} = 2\pi \boldsymbol{f} \ . \tag{4.2}$$

зсув фаз між напругою і струмом $\varphi -$ алгебраїчна величина, яка визначається як різниця фаз напруги і струму:

$$\varphi = (\omega \boldsymbol{t} + \psi_u) - (\omega \boldsymbol{t} + \psi_i) = \psi_u - \psi_i . \tag{4.3}$$

На рис. 4.2 зображено синусоїдальні напругу $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{U}_m \sin(\omega \boldsymbol{t} + \psi_u)$ і струм $\boldsymbol{i} = \boldsymbol{I}_m \sin(\omega \boldsymbol{t} + \psi_i)$ однакової частоти, причому $\psi_u < 0, \psi_i > 0$.

Чисельне значення кута зсуву фаз з урахуванням того, що період синусоїди у кутовому вимірі дорівнює 2π, вибирають у діапазоні $-\pi \le \varphi \le \pi$.

При $\varphi > 0$ – напруга випереджає струм;

$\varphi = 0$ – напруга і струм співпадають за фазою;

$\varphi < 0$ – напруга відстає від струму.

4.3. Середні та діючі значення струму, ЕРС і напруги

Під середнім значенням синусоїдної ЕРС $\boldsymbol{E}_c$ (напруги, струму) розуміють середнє по модулю значення за половину періоду: це висота прямокутника, площа $\boldsymbol{S}$ якого дорівнює площі фігури, обмеженої напівхвилею синусоїди (рис. 4.3).

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E}_c \frac{\boldsymbol{T}}{2}$$

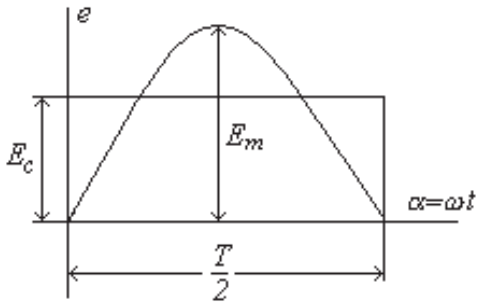


Рис. 4.3

$$E_c = \frac{S}{\frac{T}{2}} = \frac{\int_0^{\frac{T}{2}} E_m \sin \omega t \, dt}{\frac{T}{2}} = \frac{2E_m}{T\omega}(-\cos \omega t)\Big|_0^{\frac{T}{2}} = \frac{2TE_m}{2\pi T}(1+1) = \frac{2E_m}{\pi} \approx 0,637E_m \ .$$

Аналогічно можна знайти вирази для струму та напруги. Таким чином:

$$E_c = \frac{2}{\pi}E_m \approx 0,637E_m \ ; \ I_c = \frac{2}{\pi}I_m \approx 0,637I_m \ ; \ U_c = \frac{2}{\pi}U_m \approx 0,637U_m \quad (4.4)$$

Більшість електровимірювальних приладів (наприклад, електромагнітної системи) показують не амплітуду і не середнє значення, а, так зване, *діюче* або *ефективне* значення синусоїдної величини. Діюче значення синусоїдного струму, період якого T, дорівнює значенню такого еквівалентного постійного струму, який проходячи по тому ж опору, що й синусоїдний, за час T виділяє на ньому ту ж кількість енергії.

Енергія W, що поглинається в опорі R за час dt дорівнює:

$$W = i^2 R dt .$$

За час одного періоду:

$$W = \int_0^T i^2 R \, dt = R\int_0^T i^2 \, dt .$$

Енергія для постійного струму за цей же час:

$$W = I^2 RT.$$

Прирівнюємо:

$$R\int_0^T i^2 dt = I^2 RT.$$

Звідки:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T {I_m}^2 \sin^2 \omega t \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T}{I_m}^2 \int_0^T \frac{1-\cos 2\omega t}{2} dt} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}I_m^2 (\int_0^T \frac{1}{2} dt - \frac{1}{2}\int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt)} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} t\Big|_0^T} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} T} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} .$$

Аналогічно можна знайти вирази для ЕРС і напруги. Таким чином:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707I_m \ ; \qquad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707E_m \ ; \qquad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707U_m . \qquad (4.5)$$

Діючі значення синусоїдних величин у √2 раз менші від амплітуди.

Лекція 5
Представлення синусоїдних величин комплексними числами. Символічний метод

План лекції

5.1. Зображення синусоїдних величин векторами.
5.2. Комплексні амплітуди та комплексні діючі значення.
5.3. Дії з комплексними числами.
5.4. Закони Кірхгофа в комплексній формі.

5.1. Зображення синусоїдних величин векторами

Згідно з першим законом Кірхгофа, для вузла (рис. 5.1): $\boldsymbol{i}_1 = \boldsymbol{i}_2 + \boldsymbol{i}_3$.

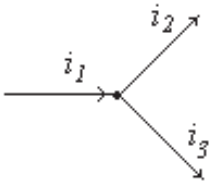


Рис. 5.1

При відомих струмах $\boldsymbol{i}_2 = \boldsymbol{I}_{m2}\sin(\omega t + \psi_{i2})$, $\boldsymbol{i}_3 = \boldsymbol{I}_{m3}\sin(\omega t + \psi_{i3})$ струм $\boldsymbol{i}_1$ можна знайти графічно, складаючи ординати синусоїд:

$$\boldsymbol{i}_1 = \boldsymbol{I}_{m2}\sin(\omega t + \psi_{i2}) + \boldsymbol{I}_{m3}\sin(\omega t + \psi_{i3}) = \boldsymbol{I}_{m1}\sin(\omega t + \psi_{i1}),$$

але це викликає значні труднощі при побудові.

Значно простішими обчислення будуть при заміні синусоїд векторами. Миттєві значення функції $\boldsymbol{i} = \boldsymbol{I}_m \sin(\omega t + \psi_i)$ можна одержати як проєкцію на вертикальну вісь відрізка довжиною I_m (рис. 5.2), який обертається відносно початку прямокутної системи координат з кутовою швидкістю $\omega = 2\pi \boldsymbol{f}$ у додатному напряму (тобто проти годинникової стрілки). Цей відрізок називають умовним обертовим вектором.

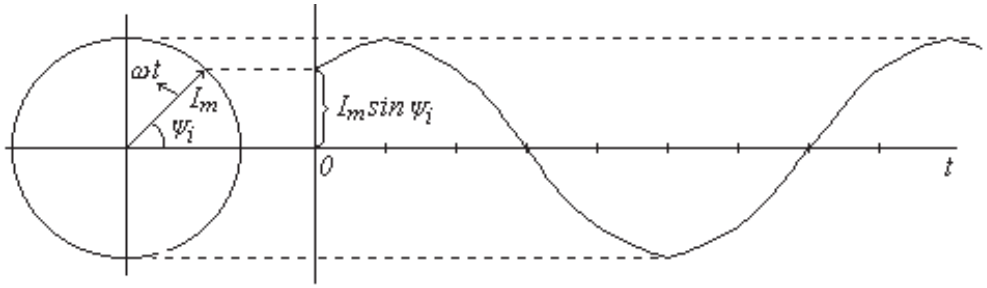


Рис. 5.2

У момент $t = 0$ вектор розміщений під кутом ψ_i до горизонтальної осі та його проєкція на вертикальну вісь дорівнює $I_m \sin\psi_i$, тобто миттєвому значенню заданої функції при $t = 0$. За час $t = t_1$ вектор повернеться на кут ωt_1 і буде повернутий відносно горизонтальної осі на кут $\omega t + \psi_i$, а його проєкція на вертикальну вісь буде $I_m \sin(\omega t_1 + \psi_i)$ і т.п.

Таким чином, розгляд синусоїдних функцій можна замінити розглядом обертових векторів, а для одержання миттєвих значень потрібно взяти проєкцію векторів на вертикальну вісь. Будь-якому обертовому вектору можна поставити у відповідність синусоїду і, навпаки, будь-якій синусоїді можна поставити у відповідність обертовий вектор, а кут відраховувати від горизонтальної осі.

Якщо синусоїдні функції мають однакову частоту, то відповідні їм вектори обертаються з однаковою кутовою швидкістю, а тому кути між ними незмінні.

Отже: *якщо в електричному колі протікають синусоїдні струми та діють синусоїдні напруги однієї частоти, то у цьому випадку обертову систему векторів, що зображають синусоїди, можна зупинити (зафіксувати), тому що при обертанні кути між векторами не змінюються.*

На рис. 5.3 зображені вектори I_{2m}, I_{3m} зі своїми кутами ψ_{i2}, ψ_{i3} та їх сума I_{1m} з кутом ψ_{i1}. Діаграма, на якій показані вектори, що зображають синусоїдні напруги і струми з урахуванням зсуву фаз між ними називається *векторною діаграмою.*

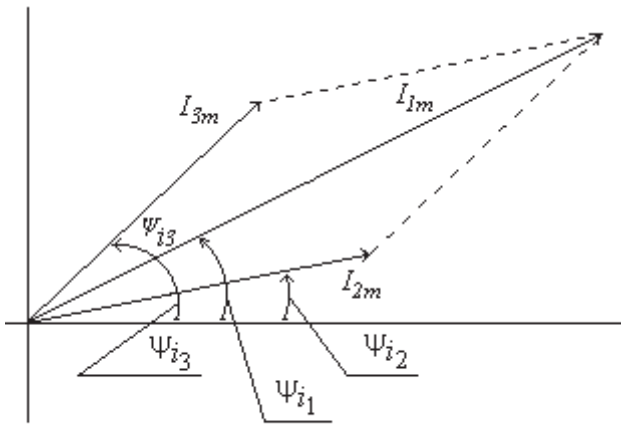


Рис. 5.3.

Як відомо з математики, проєкція геометричної суми векторів на будь-яку вісь дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій цих векторів на ту ж вісь. Тобто алгебраїчному додаванню миттєвих значень синусоїд відповідає геометричне додавання векторів, які їх зображають. Векторна діаграма найбільш наочно показує співвідношення амплітуд і кути зсуву фаз між синусоїдними напругами та струмами.

На рис. 5.4 зображена векторна діаграма для синусоїдних струму ***i*** та напруги ***u***, показаних на рис. 5.2. Кут $\psi_i > 0$ (відраховується від горизонтальної

осі проти годинникової стрілки), кут $\psi_u < 0$ (відраховується за годинниковою стрілкою). Кут зсуву фаз $\varphi = \psi_u - \psi_i < 0$ – (струм випереджає напругу).

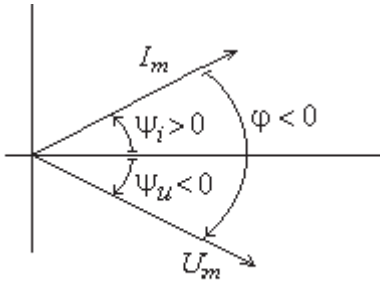


Рис. 5.4.

Додатним (напруга випереджає струм) вважається кут зсуву фаз φ, що відраховується від струму до напруги по найкоротшому шляху проти годинникової стрілки (рис. 5.5, *а*), у протилежному випадку кут φ – *від'ємний* (рис. 5.5, *б*).

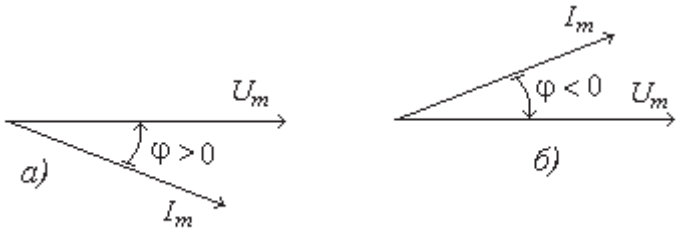


Рис. 5.5.

Векторні діаграми будуються як для амплітуд, так і для діючих значень, в останньому випадку модулі векторів зменшуються в порівнянні з амплітудами в $\sqrt{2}$ разів.

5.2. Комплексні амплітуди та комплексні діючі значення

При розрахунку електричних кіл синусоїдного стуму зручніше користуватися представленням синусоїдних величин комплексними числами. Для цього, наприклад, синусоїдній функції струму поставимо у відповідність комплексну функцію:

$$\boldsymbol{i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \Leftrightarrow I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}}.$$

Використання комплексних чисел дозволяє поряд зі спрощенням математичного апарату також зображувати синусоїдні величини векторами на комплексній площині, що зручніше і наочніше, ніж користуватись зображеннями синусоїдних величин. У подальшому відкидаючи змінну

складову фази ωt, однакову для всіх синусоїдних величин, перейдемо до так званих комплексних амплітуд $\underline{I}_m, \underline{U}_m, \underline{E}_m$,

де $\underline{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ – комплексна амплітуда струму;

$\underline{U}_m = U_m e^{j\psi_u}$ – комплексна амплітуда напруги;

$\underline{E}_m = E_m e^{j\psi_e}$ – комплексна амплітуда ЕРС.

Поділивши ліву і праву частини рівнянь на $\sqrt{2}$, одержимо рівняння для діючих комплексних величин:

$\underline{I} = Ie^{j\psi_i}$ – комплексний діючий струм;

$\underline{U} = Ue^{j\psi_u}$ – комплексна діюча напруга;

$\underline{E} = Ee^{j\psi_e}$ – комплексна діюча ЕРС.

5.3. Дії з комплексними числами

Комплексне число $\underline{A}$ можна представити у такому вигляді:

$$\underline{A} = A' + jA'' = A(\cos\alpha + j\sin\alpha) = Ae^{j\alpha}, \qquad (5.1)$$

де $A' + jA''$ – *алгебраїчна форма*;

$A(\cos\alpha + j\sin\alpha)$ – *тригонометрична форма*;

$Ae^{j\alpha}$ – *показникова форма*;

A' – *дійсна частина* комплексного числа;

A'' – *уявна частина* комплексного числа;

A – *модуль* комплексного числа;

α – *аргумент* комплексного числа;

j – уявна одиниця ($j^2 = -1$).

Комплексне число може бути зображеним на комплексній площині у вигляді радіуса-вектора $\underline{A}$, який з'єднує початок координат з точкою A комплексного числа. Проєкції радіуса-вектора $\underline{A}$ на дійсну та уявну координатні осі являються координатами комплексного числа, записаного в алгебраїчній чи тригонометричній формі, а кут α між радіусом-вектором $\underline{A}$ і дійсною віссю являється його аргументом при запису в тригонометричній чи показниковій формі. Звідси перехід від алгебраїчної до показникової форми та навпаки:

$$A', A'' \to A, \alpha;$$

$$A = \sqrt{A'^2 + A''^2},$$

$$\alpha = arctg(A''/A'), \text{ якщо } A' > 0 \ (|\alpha| < \pi/2);$$

$$\alpha = arctg(A''/A') + \pi, \text{ якщо } A' < 0 \ (|\alpha| > \pi/2);$$

$$A, \alpha \to A', A''$$

$$A' = A\cos\alpha, \qquad (5.2)$$

$$A'' = A\sin\alpha.$$

Комплексна площина з комплексним числом $\underline{A} = A' + jA''$, знаки дійсної та уявної частин комплексного числа в чотирьох квадрантах показана на рис. 5.6. Дії над комплексними числами досить широко вивчаються в курсі вищої математики, тому обмежимося лише виводами.

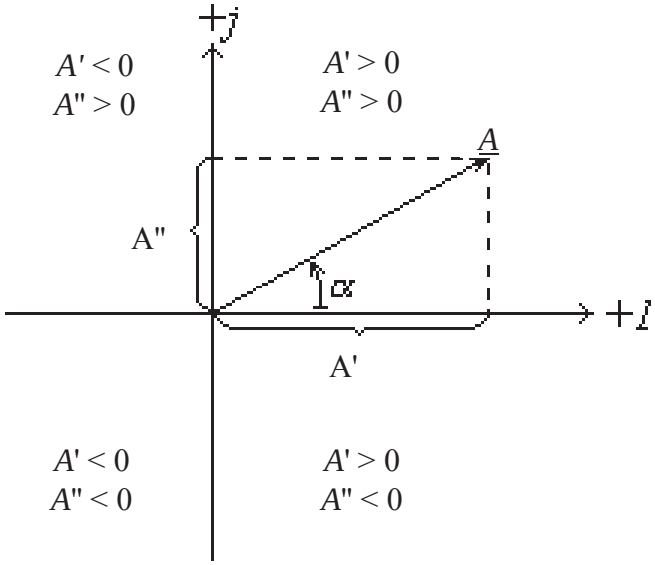


Рис. 5.6

Щоб додати (відняти) два комплексних числа в алгебраїчній формі

$$\underline{A} = A' + A'' \text{ і } \underline{B} = B' + B'',$$

необхідно додати (відняти) окремо їх дійсні і умовні частини, тобто:

$$\underline{A} \pm \underline{B} = A' \pm B' + j(A'' \pm B''). \tag{5.3}$$

При множенні комплексних чисел у показниковій формі

$$\underline{A}\underline{B} = Ae^{j\alpha} Be^{j\beta} = ABe^{j(\alpha+\beta)}, \tag{5.4}$$

тобто їх модулі перемножують, а аргументи додають.

При діленні комплексних чисел у показниковій формі їх модулі ділять, а аргументи віднімають:

$$\frac{\underline{A}}{\underline{B}} = \frac{Ae^{j\alpha}}{Be^{j\beta}} = \frac{A}{B} e^{j(\alpha-\beta)}. \tag{5.5}$$

Піднесення до ступеня та знаходження кореня проводяться у показниковій формі:

$$(\underline{A})^n = A^n e^{j(n\alpha)}; \quad \sqrt[n]{\underline{A}} = \sqrt[n]{A} e^{j\frac{\alpha}{n}}. \tag{5.6}$$

Спряжений до комплексу $\underline{A} = Ae^{j\alpha} = a + jb$ комплекс $\underline{A}^* = Ae^{-j\alpha} = a - jb$ відрізняється знаком аргументу.

$$\underline{A} \cdot A^* = a^2 + b^2; \quad \underline{A} + A^* = 2a; \quad \underline{A} - A^* = 2jb; \quad \frac{\underline{A}}{A^*} = e^{j2\alpha}. \quad (5.7)$$

Множення комплексу на $\pm j$ відповідає його повороту на $\pm 90°$.

$$\pm j = e^{j\pm 90^\circ}; \quad \underline{A} \cdot (\pm j) = Ae^{j\alpha} \cdot 1e^{j\pm 90^\circ} = Ae^{j(\alpha \pm 90^\circ)};$$

$$j \cdot j = j^2 = e^{j180^\circ} = -1; \; j^3 = j^2 \cdot j = -j = e^{-j90^\circ}; \; j^4 = j^2 \cdot j^2 = 1; \quad \frac{1}{j} = -j. \quad (5.8)$$

Запишемо також найбільш поширені співвідношення, які слідують з формули Ейлера:

$$e^{\pm j\alpha} = \cos\alpha \pm j \sin\alpha; \qquad e^{\pm j2\pi} = 1; \qquad e^{\pm j\pi} = -1; \qquad e^{\pm j\pi/2} = \pm j. \quad (5.9)$$

Метод розрахунку електричних кіл, при якому синусоїдні величини (оригінали) замінені комплексами (зображеннями) називається *комплексним* або *символічним* методом.

5.4. Закони Кірхгофа в комплексній формі

Закони Кірхгофа, розглянуті раніше для кіл постійного струму, справедливі й для миттєвих значень синусоїдних струмів, напруг і ЕРС, отже формулювання першого закону Кірхгофа: *алгебраїчна сума миттєвих значень струмів у вузлі дорівнює нулю:*

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0, \quad (5.10)$$

де k – число віток, з'єднаних у вузлі.

Формулювання другого закону Кірхгофа: *у будь-якому замкненому контурі в даний момент часу алгебраїчна сума ЕРС дорівнює алгебраїчній сумі напруг:*

$$\sum_{k=1}^{n} e_k = \sum_{p=1}^{m} u_p, \quad (5.11)$$

де k – порядковий номер ЕРС;

p – порядковий номер напруги;

n і m – кількості ЕРС і напруг відповідно.

Як показано раніше, синусоїдні функції часу можна представити у комплексній формі. Виконавши це перетворення для миттєвих значень синусоїдних струмів, напруг і ЕРС, одержимо закони Кірхгофа для кола синусоїдного струму в комплексній формі.

Перший закон Кірхгофа: *алгебраїчна сума комплексних струмів у вузлі електричного кола дорівнює нулю:*

$$\sum_{k=1}^{n} \underline{I}_k = 0. \tag{5.12}$$

Другий закон Кірхгофа: *у будь-якому замкненому контурі алгебраїчна сума комплексних ЕРС дорівнює алгебраїчній сумі комплексних напруг*:

$$\sum_{k=1}^{n} \underline{E}_k = \sum_{p=1}^{m} \underline{U}_p . \tag{5.13}$$

Лекція 6
Послідовне з'єднання *R, L* і *C* елементів

План лекції

6.1. Аналіз електричного стану кола з послідовним з'єднанням ***R***, ***L*** і ***C*** елементів. Закон Ома у комплексній формі. Комплексний і повний опір кола.

6.2. Характер навантаження ділянки електричного кола.

6.3. Векторна топографічна діаграма напруг. Трикутники напруг, опорів і потужностей.

6.4. Загальний випадок послідовного з'єднання елементів з комплексними опорами.

6.1. Аналіз електричного стану кола з послідовним з'єднанням *R, L* і *C* елементів. Закон Ома у комплексній формі. Комплексний і повний опір кола

Якщо до ділянки з послідовним з'єднанням ***R***, ***L*** і ***C*** елементів (рис. 6.1) прикласти синусоїдну напругу $\boldsymbol{u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)}$, то струм у колі також буде синусоїдним: $\boldsymbol{i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)}$.

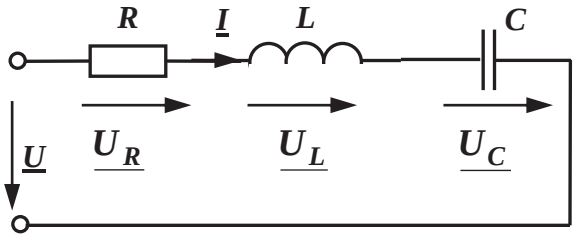


Рис. 6.1

Замінюючи миттєві значення їх комплексними виразами, одержимо:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C . \qquad (6.1)$$

Раніше (табл. 6.1) було одержано:

$$\underline{U}_R = R\underline{I}\,, \quad \underline{U}_L = jX_L\underline{I}\,, \quad \underline{U}_C = -jX_C\underline{I}$$

Тому

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I}. \qquad (6.2)$$

Виносячи у виразі (6.2) струм $\underline{I}$ за дужки, одержимо:

$$\underline{U} = (R + j(X_L - X_C))\underline{I}. \qquad (6.3)$$

Введемо позначення $\underline{Z} = R + j(X_L - X_C)$ і назвемо його *комплексним опором*.

Після підстановки $\underline{Z}$ у вираз (6.3) одержимо закон Ома у комплексній формі:

$$\underline{U} = \underline{Z}\underline{I}. \qquad (6.4)$$

Введемо також

$$X = X_L - X_C \qquad (6.5)$$

і назвемо його *реактивним опором*.

Представимо $\underline{Z}$ у показниковій формі:

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi}, \qquad (6.6)$$

де

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad (6.7)$$

- модуль комплексного опору, який називається *повним опором*,

$$\varphi = arctg\frac{X}{R} = arctg\frac{X_L - X_C}{R} \qquad (6.8)$$

- аргумент комплексного опору.

Виразимо $\underline{Z}$ через $\underline{U}$ і $\underline{I}$, представивши їх у показниковій формі:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ie^{j\psi_i}} = \frac{U}{I}e^{j(\psi_u - \psi_i)}. \qquad (6.9)$$

З (6.6) і (6.9) отримаємо:

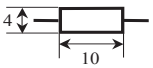
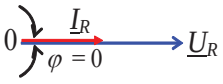
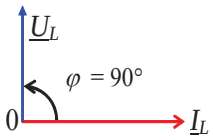
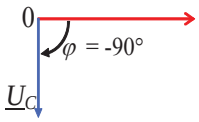
$$Z = U/I\,;$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i\,.$$

Таким чином кут зсуву фаз між напругою та струмом дорівнює аргументу комплексного опору (6.6).

В таблиці 6.1 приведені узагальнені співвідношення для основних величин елементів електричних кіл.

Таблиця 6.1

№	Назва елементу	Резистивний	Індуктивний	Ємнісний
1	Умовне позначення			
2	Параметр, позначення	Активний опір, $\boldsymbol{R}$	Індуктивність, $\boldsymbol{L}$	Ємність, $\boldsymbol{C}$
3	Одиниця вимірювання (назва і позначення)	ом, *Ом*	генрі, *Гн*, *мГн*=10^{-3} *Гн*	фарад, *Ф*, *мкФ*=10^{-6} *Ф*
4	Формули для визначення опору	$\boldsymbol{R}$	$\boldsymbol{X_L = \omega \cdot L = 2\pi f L}$	$\boldsymbol{X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi f C}}$
5	Формули для визначення провідності	$\boldsymbol{G = \frac{1}{R}}$	$\boldsymbol{B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega \cdot L} = \frac{1}{2\pi f L}}$	$\boldsymbol{B_C = \frac{1}{X_C} = \omega \cdot C = 2\pi f C}$
6	Кут зсуву напруги та струму за фазою	$\varphi = 0$	$\boldsymbol{\varphi = \pi/2 = 90^0}$	$\boldsymbol{\varphi = -\pi/2 = -90^0}$
7	Комплексний опір	$\boldsymbol{R}$	$\boldsymbol{jX_L = X_L e^{j90^0}}$	$\boldsymbol{-jX_C = X_C e^{-j90^0}}$
8	Закон Ома для діючих значень	$\boldsymbol{U_R = RI = \frac{I}{G}}$	$\boldsymbol{U_L = X_L I = \frac{I}{B_L}}$	$\boldsymbol{U_C = X_C I = \frac{I}{B_C}}$
9	Закон Ома в комплексній формі	$\underline{U}_R = R\underline{I}$	$\underline{U}_L = jX_L\underline{I}$	$\underline{U}_C = -jX_C\underline{I}$
10	Векторні діаграми			
11	Активна потужність, *Вт*	$\boldsymbol{P = U_R I = RI^2 = GU_R^2}$	$\boldsymbol{P = 0}$	$\boldsymbol{P = 0}$
12	Реактивна потужність, *вар*	$\boldsymbol{Q = 0}$	$\boldsymbol{Q_L = U_L I = = X_L I^2 = B_L U_L^2}$	$\boldsymbol{Q_C = U_C I = = X_C I^2 = B_C U_C^2}$

6.2. Характер навантаження ділянки електричного кола

Знак кута зсуву фаз між струмом і напругою визначається знаком реактивного опору $\boldsymbol{X}$ (6.5, 6.8).

Якщо $\boldsymbol{X_L > X_C}$, то ділянка має *активно-індуктивний характер*, струм за фазою відстає від напруги на кут $0 < \varphi < 90^0$.

Якщо $X_L < X_C$, то ділянка має *активно-ємнісний характер*, тобто струм за фазою випереджає напругу $(0 > \varphi > -90^0)$.

Коли $X_L = X_C$, то $\varphi = 0$ та має місце *режим резонансу*, при якому опір активний.

6.3. Векторна топографічна діаграма напруг. Трикутники напруг, опорів і потужностей

Відповідно до другого закону Кірхгофа $\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$ будується топографічна векторна діаграма напруг разом з вектором струму $\underline{I}$, початкова фаза якого ψ_i частіш за все вибирається рівною нулю. Від векторних діаграм можна перейти до трикутників опорів, напруг та потужностей, які будуть приведені у відповідних розділах.

6.4. Загальний випадок послідовного з'єднання елементів з комплексними опорами

В цьому випадку однотипні послідовно з'єднані елементи можна замінити еквівалентно відповідними опорами з параметрами:

$$R_e = \sum R_k; \quad X_{Le} = \sum X_{Lk}; \quad X_{Ce} = \sum X_{Ck}.$$

Тоді

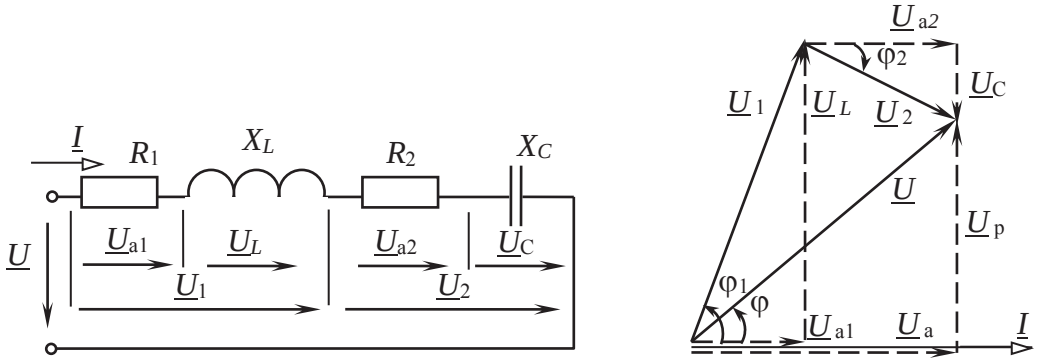
$$X_e = X_{Le} - X_{Ce}; \quad Z_e = R_e + jX_e; \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e}$$

і всі подальші дії такі ж, як і у випадку з трьома елементами.

Якщо ЕРС, напруги, струми й опори виражаються комплексними числами, то до електричних кіл синусоїдного струму можна застосовувати всі методи розрахунку кіл постійного струму, засновані на законах Ома та Кірхгофа: еквівалентного перетворення кіл, безпосереднього застосування законів Кірхгофа, контурних струмів, напруги між двома вузлами, еквівалентного генератора.

На рис. 6.2 показані схема заміщення (рис. 6.2, *а*) та векторна діаграма (рис. 6.2, *б*) кола з двома послідовно сполученими приймачами, перший з яких має активно-індуктивний, а другий – активно-ємнісний характер. Струм $\underline{I}$ обох приймачів однаковий, і комплексні напруги дорівнюють:

$$\underline{\boldsymbol{U}}_1 = \underline{\boldsymbol{Z}}_1 \underline{\boldsymbol{I}} = (\boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{j}\,\boldsymbol{X}_L)\underline{\boldsymbol{I}}, \quad \underline{\boldsymbol{U}}_2 = \underline{\boldsymbol{Z}}_2 \underline{\boldsymbol{I}} = (\boldsymbol{R}_2 - \boldsymbol{j}\,\boldsymbol{X}_C)\underline{\boldsymbol{I}}$$



а) *б)*

Рис. 6.2

Комплексна вхідна напруга $\boldsymbol{U}$ згідно другого закону Кірхгофа:

$$\underline{\boldsymbol{U}} = \underline{\boldsymbol{U}}_1 + \underline{\boldsymbol{U}}_2 = (\underline{\boldsymbol{Z}}_1 + \underline{\boldsymbol{Z}}_2)\underline{\boldsymbol{I}} = \underline{\boldsymbol{Z}}\,\underline{\boldsymbol{I}},$$

де $\underline{\boldsymbol{Z}} = \underline{\boldsymbol{Z}}_1 + \underline{\boldsymbol{Z}}_2 = (\boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{R}_2) + \boldsymbol{j}(\boldsymbol{X}_L - \boldsymbol{X}_C) = \boldsymbol{Z}\,\boldsymbol{e}^{j\varphi}$ – комплексний опір кола;

$\boldsymbol{Z} = \sqrt{(\boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{R}_2)^2 + (\boldsymbol{X}_L - \boldsymbol{X}_C)^2}$ – повний опір кола (модуль комплексного опору);

$\varphi = \mathbf{arctg}\dfrac{\boldsymbol{X}_L - \boldsymbol{X}_C}{\boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{R}_2}$ – аргумент або кут зсуву фаз між напругою та струмом.

Лекція 7
Паралельне з'єднання *R, L* і *C* елементів

План лекції

7.1. Напруги та струми при паралельному з'єднанні $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{L}$ і $\boldsymbol{C}$ елементів.

7.2. Векторна діаграма струмів. Трикутники струмів, провідностей та потужностей.

7.1. Напруги та струми при паралельному з'єднанні *R, L* і *C* елементів

Нехай до кола (рис. 7.1), що складається з паралельно з'єднаних $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{L}$ і $\boldsymbol{C}$ елементів, прикладена напруга $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{U}_m \sin(\omega\,\boldsymbol{t} + \psi_u)$. Введемо для заданої синусоїдної напруги комплексну діючу напругу, що її зображує:

$$\underline{\boldsymbol{U}} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{e}^{j\psi_u}. \tag{7.1}$$

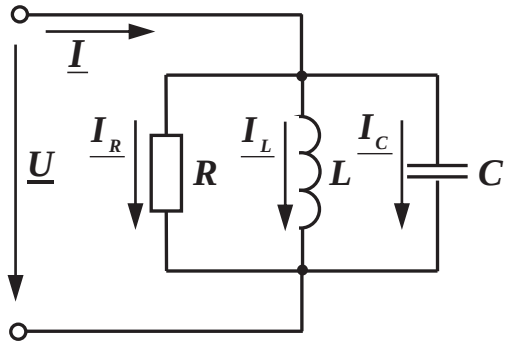


Рис. 7.1

Застосуємо для кожної з віток закон Ома у комплексній формі. Тоді одержимо:

$$\underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{R}} = \frac{\underline{\boldsymbol{U}}}{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{G}\underline{\boldsymbol{U}}; \tag{7.2}$$

$$\underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{L}} = \frac{\underline{\boldsymbol{U}}}{j\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{L}}} = -j\frac{\underline{\boldsymbol{U}}}{\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{L}}} = -j\boldsymbol{B}_{\boldsymbol{L}}\underline{\boldsymbol{U}}; \tag{7.3}$$

$$\underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{C}} = \frac{\underline{\boldsymbol{U}}}{-j\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{C}}} = j\frac{\underline{\boldsymbol{U}}}{\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{C}}} = j\boldsymbol{B}_{\boldsymbol{C}}\underline{\boldsymbol{U}}. \tag{7.4}$$

Для даного кола запишемо рівняння першого закону Кірхгофа у комплексній формі:

$$\underline{\boldsymbol{I}} = \underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{R}} + \underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{L}} + \underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{C}}. \tag{7.5}$$

Підставимо в (7.5) отримані значення струмів:

$$\underline{\boldsymbol{I}} = \boldsymbol{G}\underline{\boldsymbol{U}} - j(\boldsymbol{B}_{\boldsymbol{L}} - \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{C}})\underline{\boldsymbol{U}}. \tag{7.6}$$

Позначивши різницю

$$\boldsymbol{B}_{\boldsymbol{L}} - \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{B}, \tag{7.7}$$

і назвавши її *реактивною провідністю*, остаточно знайдемо:

$$\underline{\boldsymbol{I}} = (\boldsymbol{G} - j\boldsymbol{B})\underline{\boldsymbol{U}}. \tag{7.8}$$

Величина

$$\underline{\boldsymbol{Y}} = \boldsymbol{G} - j\boldsymbol{B} \tag{7.9}$$

називається *комплексною провідністю* електричного кола і може бути записана у показниковій формі:

$$\underline{\boldsymbol{Y}} = \boldsymbol{Y}\boldsymbol{e}^{-j\varphi}, \tag{7.10}$$

$$\text{де} \qquad \boldsymbol{Y} = \sqrt{\boldsymbol{G}^2 + \boldsymbol{B}^2}\,, \tag{7.11}$$

являється модулем комплексного числа $\underline{\boldsymbol{Y}}$, яке являє собою *повну провідність розгалуженого кола*, а величина

$$\varphi = \boldsymbol{arctg}\,\frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{G}} \tag{7.12}$$

– аргументом того ж комплексного числа $\underline{\boldsymbol{Y}}$, який визначає зсув фаз між напругою $\underline{\boldsymbol{U}}$ і струмом $\underline{\boldsymbol{I}}$.

Введення комплексної провідності $\underline{\boldsymbol{Y}}$ дозволяє знайти струм у нерозгалуженій частині кола:

$$\underline{\boldsymbol{I}} = \underline{\boldsymbol{Y}}\,\underline{\boldsymbol{U}}\ . \tag{7.13}$$

Останнє рівняння (7.13) представляє собою *закон Ома для розгалуженого кола у комплексній формі*.

7.2. Векторна діаграма струмів. Трикутники струмів, провідностей та потужностей

Після знаходження струму до розгалуження можна побудувати векторну діаграму струмів разом з вектором напруги $\underline{\boldsymbol{U}}$, початкова фаза якого ψ_u найчастіше приймається рівною нулю. Від векторної діаграми, переходячи до модулів, одержуємо трикутник струмів, а поділивши та помноживши його сторони на струм, одержимо трикутники провідностей та потужностей.

Схема електричного кола з двома паралельно включеними приймачами та векторна діаграма струмів і напруги приведені на рис. 7.2.

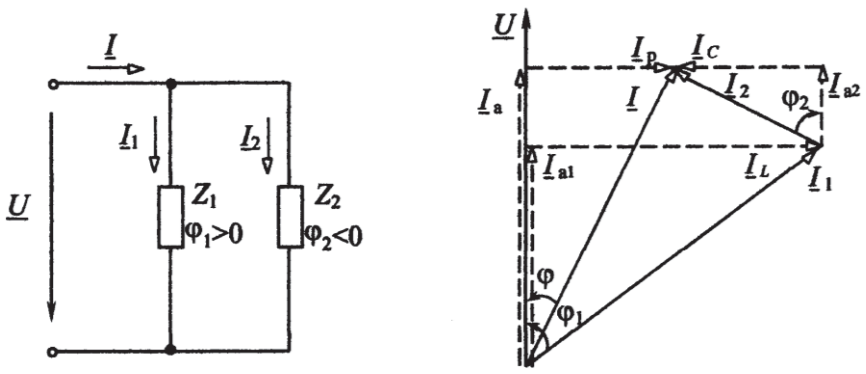


Рис. 7.2

До приймачів прикладена та ж сама напруга $\underline{\boldsymbol{U}}$, комплексні струми приймачів визначаються за законом Ома:

$$\underline{\boldsymbol{I}}_1 = \frac{\underline{\boldsymbol{U}}}{\underline{\boldsymbol{Z}}_1} = \frac{\underline{\boldsymbol{U}}}{\boldsymbol{Z}_1 \boldsymbol{e}^{j\varphi_1}}; \qquad \underline{\boldsymbol{I}}_2 = \frac{\underline{\boldsymbol{U}}}{\underline{\boldsymbol{Z}}_2} = \frac{\underline{\boldsymbol{U}}}{\boldsymbol{Z}_2 \boldsymbol{e}^{j\varphi_2}}\ ,$$

а струм $\underline{\boldsymbol{I}}$ на вході кола, згідно першого закону Кірхгофа:

$$\underline{\boldsymbol{I}} = \underline{\boldsymbol{I}}_1 + \underline{\boldsymbol{I}}_2 .$$

Лекція 8
Потужність у колах змінного струму

План лекції

8.1. Миттєва потужність.
8.2. Активна потужність.
8.3. Реактивна потужність.
8.4. Повна потужність.
8.5. Потужність у комплексній формі.
8.6. Баланс потужностей.
8.7. Компенсація реактивної потужності.

У складному електричному колі, що складається з різнорідних елементів $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{C}$, одночасно відбуваються наступні фізичні процеси:

а) *незворотний процес перетворення електричної енергії* в інші види (теплову, механічну та ін.), який *називається активним*;

б) *зворотний процес коливання енергії* між змінним електричним полем $\left(\boldsymbol{W_E} = \dfrac{\boldsymbol{Cu}^2}{2}\right)$, магнітним полем котушок $\left(\boldsymbol{W_M} = \dfrac{\boldsymbol{Li}^2}{2}\right)$ і джерелом енергії, який *називається реактивним*.

Процес перетворення і процес коливання енергії взаємно накладаються один на одного, створюючи у колі єдиний складний енергетичний процес.

8.1. Миттєва потужність

Під *миттєвою потужністю* $\boldsymbol{p}$ розуміють добуток миттєвих значень напруги $\boldsymbol{u}$ та струму $\boldsymbol{i}$, тобто:

$$\boldsymbol{p = ui} . \qquad (8.1)$$

Вважаючи початкову фазу струму рівною нулю ($\psi_i = 0$) та враховуючи, що напруга випереджає струм на кут $\boldsymbol{\varphi}$:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{U}_m \sin(\omega \boldsymbol{t} + \varphi), \qquad \boldsymbol{i} = \boldsymbol{I}_m \sin \omega \boldsymbol{t} ,$$

отримаємо $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{UI}\cos\varphi - \boldsymbol{UI}\cos(2\omega \boldsymbol{t} + \varphi)$ або

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{UI}\cos\varphi(1 - \cos 2\omega \boldsymbol{t}) + \boldsymbol{UI}\sin\varphi \sin 2\omega \boldsymbol{t} . \qquad (8.2)$$

Миттєва потужність вимірюється у ватах (*Вт*).

8.2. Активна потужність

Середнє за період значення миттєвої потужності

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T ui\, dt = UI\cos\varphi \tag{8.3}$$

називається *активною потужністю* та характеризує незворотне перетворення електричної енергії в інші види (наприклад, у теплову в резистивному елементі). *Активна потужність безпосередньо зв'язана тільки з резистивними елементами*.

Активна потужність вимірюється в ватах (Вт).

8.3. Реактивна потужність

Друга складова миттєвої потужності $\boldsymbol{p}$ являє собою потужність реактивних елементів. В *середньому* за період вона дорівнює нулю, являючись додатною на протязі чверті періоду, що фактично означає накопичення енергії в магнітному полі котушки чи в електричному полі конденсатора, а на протязі наступної чверті – від'ємною, що характеризує зворотний процес. Таким чином, має місце процес коливання енергії, але незворотних перетворень немає. Потужність енергії, яка коливається, на відзнаку від активної називають *реактивною* та позначають буквою $\boldsymbol{Q}$. Кількісно її характеризують амплітудою миттєвої потужності реактивних елементів, тобто:

$$\boldsymbol{Q = UI\sin\varphi}\,. \tag{8.4}$$

Одиницю реактивної потужності, щоб відрізнити її від одиниці активної, називають не ват, а *вольт-ампер реактивний – вар*. Якщо в колі мають місце індуктивний та ємкісний елементи, то реактивна потужність

$$\boldsymbol{Q = Q_L - Q_C}\,. \tag{8.5}$$

де $\boldsymbol{Q_L}$ – реактивна потужність індуктивного елемента;

$\boldsymbol{Q_C}$ – реактивна потужність ємнісного елемента.

8.4. Повна потужність

Крім активної та реактивної потужностей коло синусоїдного струму характеризується повною потужністю, яка позначається буквою $\boldsymbol{S}$. Під *повною потужністю* розуміють максимально можливу потужність при заданих напрузі $\boldsymbol{U}$ та струмі $\boldsymbol{I}$. Безперечно, що максимальна потужність має місце при $\boldsymbol{\cos\varphi = 1}$, тобто при відсутності зсуву фаз між напругою та струмом:

$$\boldsymbol{S = UI}\,. \tag{8.6}$$

Необхідність у введенні цієї потужності пояснюється тим, що при конструюванні електричних пристроїв, апаратів, мереж і т. і. їх розраховують на визначену номінальну напругу $U_{ном}$ та визначений номінальний струм $I_{ном}$, і їх добуток $U_{ном}I_{ном} = S_{ном}$ дає максимально можливу потужність даного пристрою (повна потужність $S_{ном}$ указується в паспорті більшості електричних пристроїв змінного струму).

Щоб відрізнити повну потужність від інших потужностей її одиницю називають *вольт-ампер* і скорочено позначають *ВА*.

8.5. Потужність у комплексній формі

Всі розрахункові формули для потужностей можна одержати у комплексній формі.

Складемо добуток $\underline{U} \cdot \underline{I}^*$, де $I^* = Ie^{-j\psi_i}$ – спряжений струм:

$$\underline{U}\,\underline{I}^* = Ue^{j\psi_u} Ie^{-j\psi_i} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = P + jQ \quad . \qquad (8.7)$$

З іншого боку:

$$\underline{U}\,\underline{I}^* = UIe^{j\phi} = Se^{j\phi} = \underline{S} \quad , \qquad (8.8)$$

де $\underline{S}$ називається *комплексною потужністю.*

Таким чином:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + jQ = Se^{j\varphi} \quad , \qquad (8.9)$$

де $P = \mathrm{Re}(\underline{U} \cdot \underline{I}^*)$; $Q = \mathrm{Im}(\underline{U} \cdot \underline{I}^*)$, (**Re** - дійсна частина, **Im** - уявна частина).

8.6. Баланс потужностей

Із закону збереження енергії слідує, що активна потужність джерел дорівнює активній потужності приймачів, тобто:

$$\sum P_{дж} = \sum P_{п} \quad , \qquad (8.10)$$

де, в свою чергу: $P_{дж} = UI\cos\varphi$; $P_{п} = RI^2$.

Можна показати, що алгебраїчна сума реактивних потужностей джерел дорівнює алгебраїчній сумі реактивних потужностей приймачів, тобто:

$$\sum Q_{дж} = \sum Q_{п} \quad , \qquad (8.11)$$

де $Q_{дж} = UI\sin\varphi$, $Q_{п} = XI^2$.

Оскільки активні та реактивні потужності джерел дорівнюють активним і реактивним потужностям приймачів, то також однакові їх повні потужності в комплексній формі:

$$\sum \underline{\boldsymbol{S}}_{дж} = \sum \underline{\boldsymbol{S}}_{п} \ . \qquad (8.12)$$

Приведені рівності (8.10-8.12) виражають *баланс потужностей* в колах змінного струму.

8.7. Компенсація реактивної потужності

Більшість сучасних споживачів електроенергії змінного струму разом з активною потужністю $\boldsymbol{P}$ споживає з мережі реактивну (індуктивну) потужність $\boldsymbol{Q}_L$. Це обумовлено тим, що електродвигуни, трансформатори та інші електротехнічні пристрої містять обмотки, які пов'язані зі змінними магнітними полями, тобто окрім активного опору мають індуктивність.

Втрати активної потужності в лінії електропостачання (ЛЕП), що живить споживача та має опір $\boldsymbol{R}_{л}$:

$$\Delta \boldsymbol{P} = \boldsymbol{R}_{л} \boldsymbol{I}^2 = \boldsymbol{R}_{л} \frac{\boldsymbol{S}^2}{\boldsymbol{U}^2} = \boldsymbol{R}_{л} \frac{\boldsymbol{P}^2}{\boldsymbol{U}^2} + \boldsymbol{R}_{л} \frac{\boldsymbol{Q}^2}{\boldsymbol{U}^2} . \qquad (8.13)$$

З виразу (8.13) видно, що втрати активної потужності в лінії можна розділити на дві складові: втрати від передачі активної потужності $\boldsymbol{P}$ і втрати від передачі реактивної потужності $\boldsymbol{Q}$.

Відношення

$$\frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{P}} = \mathbf{tg}\varphi \qquad (8.14)$$

називають коефіцієнтом реактивної потужності ($\cos\varphi = \boldsymbol{P}/\boldsymbol{S}$ – коефіцієнт активної потужності). Природний $\mathrm{tg}\varphi$ промислових підприємств (без установки спеціальних компенсуючих пристроїв) зазвичай знаходиться в межах $\mathrm{tg}\varphi = 0{,}7...1$, тобто реактивна потужність складає від 70 до 100 % активної. Отже, велике споживання реактивної потужності суттєво підвищує втрати в мережах живлення і здорожує передачу електричної енергії споживачеві.

Крім того, завантаження генераторів, трансформаторів і ЛЕП реактивною потужністю вимагає підвищення встановленої потужності генераторів і трансформаторів, а також перетину дротів ЛЕП. Генератори та трансформатори розраховують на певний номінальний струм $\boldsymbol{I}_{\text{ном}}$ і номінальну потужність $\boldsymbol{S}_{\text{ном}} = \boldsymbol{U}_{\text{ном}} \cdot \boldsymbol{I}_{\text{ном}}$, перевищувати які не можна:

$$\boldsymbol{S}_{\text{ном}} \geq \boldsymbol{S} = \sqrt{\boldsymbol{P}^2 + \boldsymbol{Q}^2} \ . \qquad (8.15)$$

При даній активній потужності споживача $\boldsymbol{P}$ зростання $\boldsymbol{Q}$ вимагає встановлення генераторів і трансформаторів більшої номінальної потужності $\boldsymbol{S}_{\text{ном}}$ і спорудження ЛЕП з більшою пропускною спроможністю (більш великим перетином дротів). В результаті капітальні витрати на спорудження електростанцій, трансформаторних підстанцій і ЛЕП, а також поточні витрати на їх обслуговування зростають. Повне або часткове розвантаження

електростанцій і ЛЕП від реактивної потужності суттєво підвищує економічність систем електропостачання.

Споживання реактивної потужності знижують за допомогою організаційно-технічних заходів і шляхом компенсації реактивної потужності.

До організаційно-технічних заходів належать:

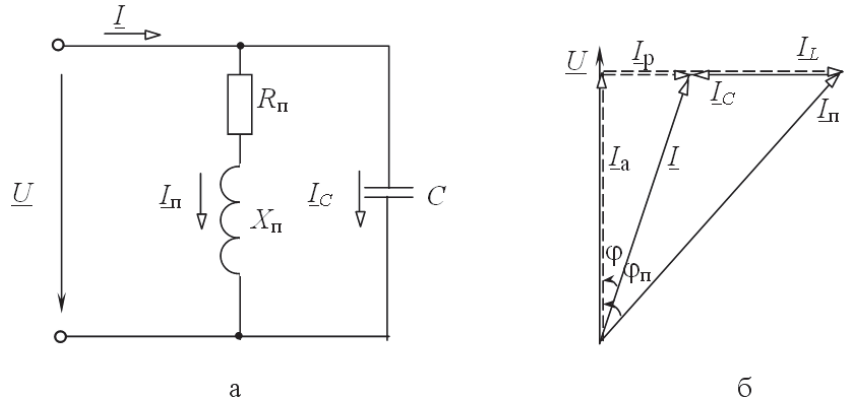
а) упорядкування технологічних процесів з метою підвищення завантаження устаткування та асинхронних двигунів (оскільки при малому завантаженні коефіцієнт реактивної потужності $\mathrm{tg}\varphi = \boldsymbol{Q}/\boldsymbol{P}$ різко зростає);

б) заміна мало завантажених асинхронних двигунів і трансформаторів двигунами та трансформаторами меншої потужності;

в) обмеження часу роботи двигунів в режимі холостого ходу;

г) застосування (де це можливо) синхронних двигунів замість асинхронних (синхронні двигуни застосовувати такі, які працюють з $\cos\varphi$, близьким до 1, або зі споживанням ємнісної потужності).

Як правило, одних організаційно-технічних заходів виявляється недостатньо і подальше зниження $\boldsymbol{Q}$ здійснюють шляхом компенсації частини або всієї реактивної потужності споживача. Для цього паралельно споживачеві підключають батареї конденсаторів (БК) або синхронні двигуни, що працюють в режимі споживання ємнісної потужності (рис. 8.1, *а*).



а б

Рис. 8.1

Струм споживача $\underline{\boldsymbol{I}}_{\text{п}}$ має активну $\underline{\boldsymbol{I}}_{\text{а}}$ й індуктивну $\underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{L}}$ складові (рис. 8.1, *б*). Підключення БК призводить до появи ємнісного струму $\underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{C}}$, який компенсує реактивну складову струму $\underline{\boldsymbol{I}}$ у лінії до величини

$$\boldsymbol{I}_{\text{Р}} = \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{L}} - \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{C}} .$$

Помноживши цю рівність на $\boldsymbol{U}$, отримаємо рівняння для потужностей:

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{L}} - \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{C}} \qquad \text{або} \quad \boldsymbol{Q} + \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{L}}.$$

Останнє співвідношення означає, що генератор, який виробляє реактивну потужність $\boldsymbol{Q}$, і БК потужністю $\boldsymbol{Q}_C$ спільно покривають реактивну потужність споживача $\boldsymbol{Q}_L$. Отже, БК по суті є локальним джерелом реактивної потужності.

Фізичне пояснення ролі конденсаторів в процесі компенсації реактивної потужності полягає в наступному. Генерування та споживання реактивної

потужності представляє періодичний обмін енергією між джерелом і споживачем. Ємність конденсаторів $\boldsymbol{C}$ та індуктивність споживача $\boldsymbol{L}$ утворюють коливальний контур (рис. 8.1, *а*), у якому здійснюється обмін енергією між $\boldsymbol{C}$ і $\boldsymbol{L}$. Переймаючи на себе основну частину вказаного коливального процесу, БК розвантажує від нього генератор і ЛЕП.

Доцільна міра компенсації реактивної потужності визначається економічними міркуваннями. Для невеликих підприємств часто економічно вигідна повна компенсація реактивної потужності ($\boldsymbol{Q_C} = \boldsymbol{Q_L}$, $\boldsymbol{Q} = 0$, $\mathrm{tg}\boldsymbol{\varphi} = 0$).

Потужність БК, яка необхідна для компенсації реактивної потужності, визначається за формулою:

$$\boldsymbol{Q_C = Q_п - Q = P\,(\mathrm{tg}\varphi_п - \mathrm{tg}\varphi)}, \qquad (8.16)$$

де $\boldsymbol{P}$ – активна потужність споживача;

$\boldsymbol{Q_п}$ – природна реактивна потужність споживача;

$\boldsymbol{Q}$ – задане значення реактивної потужності, яка поступає з енергетичної системи;

$\mathrm{tg}\varphi_п$, $\mathrm{tg}\varphi$ – природний та необхідний коефіцієнти реактивної потужності.

Лекція 9
Резонанс в електричних колах синусоїдного струму

План лекції

9.1. Загальні положення.
9.2. Резонанс напруг.
9.3. Резонанс струмів.
9.4. Частотні характеристики електричного кола.

9.1. Загальні положення

Під ***резонансом*** розуміють такий режим роботи ділянки електричного кола, що містить ємнісний та індуктивний елементи, при якому її вхідний опір має чисто резистивний характер і, отже, зсув фаз між напругою $\boldsymbol{u}$ та струмом $\boldsymbol{i}$ на її вході дорівнює нулю ($\boldsymbol{\varphi} = 0$), тобто напруга та струм збігаються за фазою**.**

Як було показано вище, реактивні опори конденсатора та котушки індуктивності залежать від частоти. Отже, розподіл струмів і напруг електричного кола визначається не лише параметрами кола, але й частотою джерела живлення.

Кола, в яких виникають резонансні явища, називають *резонансними колами* або коливальними контурами. Найпростіший коливальний контур містить один індуктивний $\boldsymbol{L}$ і один ємнісний $\boldsymbol{C}$ елементи. Ці елементи з'єднані між собою та джерелом синусоїдної напруги послідовно (послідовний коливальний контур) або паралельно (паралельний коливальний контур**)**.

Розрізняють два основні різновиди резонансних режимів: *резонанс напруг*

і *резонанс струмів*.

9.2. Резонанс напруг

Резонанс напруг (РН) виникає в послідовному коливальному контурі (рис. 9.1). В схему заміщення кола, окрім індуктивного $\boldsymbol{L}$ та ємнісного $\boldsymbol{C}$ елементів, ввімкнений також елемент $\boldsymbol{R}$, який враховує всі види активних втрат в контурі (у котушці, в конденсаторі, у внутрішньому опорі джерела живлення, в з'єднувальних дротах).

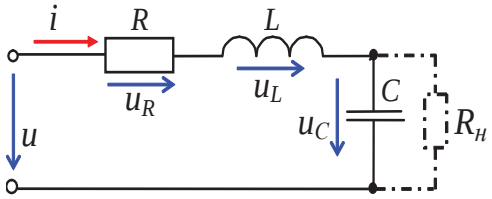


Рис. 9.1

Умовою настання РН в колі (рис. 9.1) є рівність нулю реактивного опору на вході кола:

$$\boldsymbol{X}_{PH} = \boldsymbol{X}_{L(PH)} - \boldsymbol{X}_{C(PH)} = 0 \qquad \text{або} \qquad \omega_{PH} L = 1/(\omega_{PH} C).$$

Звідки *кутова резонансна* частота контуру (в *рад/с*):

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{РН}} = \frac{1}{\sqrt{\boldsymbol{LC}}} \,. \tag{9.1}$$

Отже, *резонансна* частота контуру (в *Гц*):

$$\boldsymbol{f}_{\text{РН}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\boldsymbol{LC}}} \,. \tag{9.2}$$

Характеристичний (*хвильовий*) *опір* $\boldsymbol{\rho}$ (в *Ом*) послідовного коливального контуру дорівнює його індуктивному або ємнісному опору при резонансі:

$$\rho = \boldsymbol{X}_{L(PH)} = \omega_{\text{РН}} \boldsymbol{L} = \frac{1}{\sqrt{\boldsymbol{LC}}} \boldsymbol{L} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{C}}} \,. \tag{9.3}$$

Добротністю $\boldsymbol{Q}$ контуру називають відношення характеристичного опору $\boldsymbol{\rho}$ контуру до активного опору $\boldsymbol{R}$ при резонансі:

$$\boldsymbol{Q} = \frac{\rho}{\boldsymbol{R}} = \frac{\boldsymbol{X}_{L(PH)}}{\boldsymbol{R}} = \frac{\boldsymbol{X}_{C(PH)}}{\boldsymbol{R}} \,. \tag{9.4}$$

Чим більше $\boldsymbol{\rho}$ та менше $\boldsymbol{R}$, тим вище добротність контуру, тим будуть більш вузькими (меншими за діапазоном) частотні характеристики струму та

напруги на елементах контуру. В радіотехнічних контурах добротність Q = 100…1000; в електричних колах добротність зазвичай не перевищує 3…5.

Добротність показує, в скільки разів напруга на конденсаторі U_C або індуктивна напруга U_L котушки при резонансі більше напруги живлення контуру U:

$$Q = \frac{(U_C)_{РН}}{U} = \frac{(U_L)_{РН}}{U} = \frac{\rho}{R}. \qquad (9.5)$$

Величина, обернена добротності, називається *згасанням* (*послабленням*) d контуру:

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\rho} \qquad (9.6)$$

Струм I при РН має *максимальне* значення, так як

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_{L(РН)} - X_{C(РН)})^2}} = \frac{U}{R} = I_{max}.$$

Характерною особливістю режиму РН є перевищення напругами U_L та U_C вхідної напруги U контуру.

На рис. 9.2 представлені *векторні діаграми* напруг на елементах контуру до режиму резонансу (рис. 9.2, *а*), при режимі резонансу (рис. 9.2, *б*) та після режиму РН (рис. 9.2, *в*). Зауважимо, що вектори напруг на індуктивному $\underline{U}_L$ та ємнісному $\underline{U}_C$ елементах при РН більше вектора вхідної напруги $\underline{U}$ в Q разів, а кут зсуву фаз на вході кола $\varphi = 0$ (рис. 9.2, *б*), тобто коло при резонансі має чисто активний характер. До резонансу ($f < f_{РН}$, кут $\varphi < 0$) коло має активно-ємнісний характер (рис. 9.2, *а*), а після резонансу ($f > f_{РН}$, кут $\varphi > 0$) – активно-індуктивний характер (рис. 9.2, *в*).

Найважливішою характеристикою контуру є його *смуга пропускання* (рис. 9.3):

$$\Delta f = f_в - f_н \quad \text{або} \quad \Delta\omega = \omega_в - \omega_н, \qquad (9.7)$$

під якою розуміють діапазон частот, в межах якого значення нормованого струму

$$N_i(f) = I(f)/I_{max} \qquad (9.8)$$

дорівнює або більше $1/\sqrt{2} \approx 0{,}707$. На границях смуги пропускання, тобто на частотах $f_в$ та $f_н$ (або $\omega_в$ та $\omega_н$), які називаються верхньою та нижньою частотами зрізу, струм $I = I_{max}/\sqrt{2}$, активна потужність P = 0,5P_{max}, а кут $\varphi = \pm 45°$.

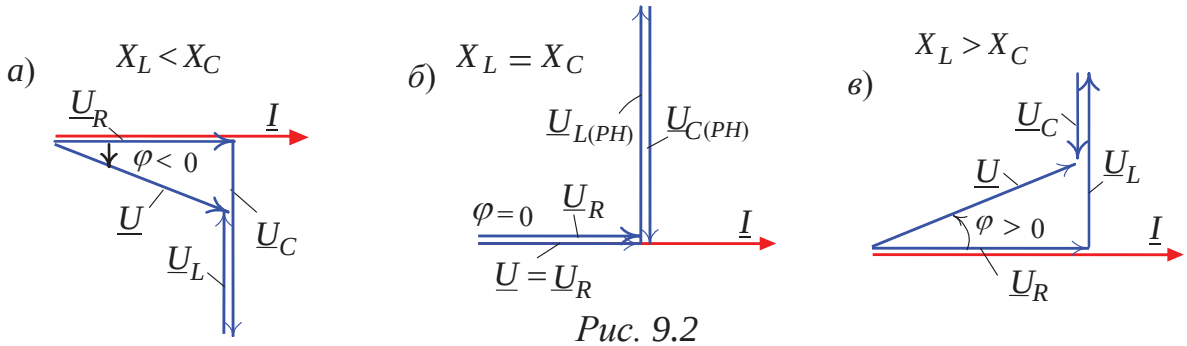


Рис. 9.2

Приблизно смугу пропускання контуру визначають за формулою:

$$\Delta f \approx f_{PH} / Q \quad \text{або} \quad \Delta\omega \approx \omega_{PH} / Q, \qquad (9.9)$$

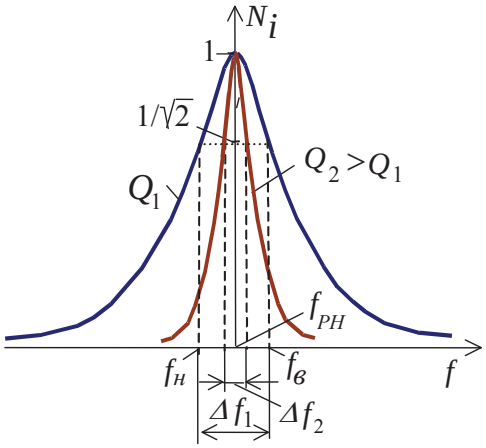


Рис. 9.3

звідки витікає, що чим більше добротність, тим менше смуга пропускання контуру (рис. 9.3).

На практиці паралельно конденсатору підключають приймач, опір якого знаходиться в межах $R_н$ = 10, …, 100 *кОм*. При невеликих значеннях $R_н$ смуга пропускання Δf збільшується, а добротність контуру знижується та дорівнює

$$Q_н = \frac{\rho}{R + \rho^2 / R_н}. \qquad (9.10)$$

Активна потужність $P = UI\cos\varphi = RI^2$ має максимальне значення, що пояснюється максимальним струмом при резонансі.

Резонанс напруги широко застосовується в радіотехніці та техніці зв'язку.

9.3. Резонанс струмів

Резонанс струмів (РС) виникає в паралельному коливальному контурі (рис. 9.4). Умовою РС є рівність нулю вхідної реактивної провідності:

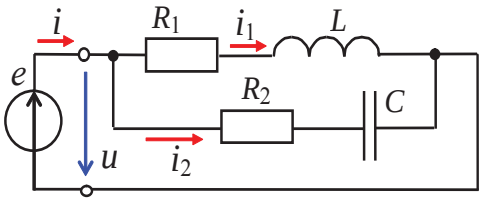


Рис. 9.4

$$B_{PC} = B_{L(PC)} - B_{C(PC)} = 0 \quad \text{або}$$

$$\boldsymbol{B}_{L(PC)} = \frac{\omega_{PC}\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{R}_1^2 + (\omega_{PC}\boldsymbol{L})^2} = \\ = \boldsymbol{B}_{C(PC)} = \frac{1/(\omega_{PC}\boldsymbol{C})}{\boldsymbol{R}_2^2 + 1/\left(\omega_{PC}\boldsymbol{C}\right)^2}, \tag{9.11}$$

звідки *резонансна кутова частота*

$$\omega_{PT} = \frac{1}{\sqrt{\boldsymbol{LC}}}\sqrt{\frac{\boldsymbol{L}/\boldsymbol{C} - \boldsymbol{R}_1^2}{\boldsymbol{L}/\boldsymbol{C} - \boldsymbol{R}_2^2}} = \omega_0\sqrt{\frac{\rho^2 - \boldsymbol{R}_1^2}{\rho^2 - \boldsymbol{R}_2^2}}, \tag{9.12}$$

де $\omega_0 = 1/\sqrt{\boldsymbol{LC}}$ – резонансна частота контуру без втрат ($\boldsymbol{R}_1 = \boldsymbol{R}_2 = 0$);

$\rho = \sqrt{L/C}$ – *характеристичний опір* контуру.

Характеристична *(хвильова) провідність*

$$\gamma = \sqrt{\frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{L}}} = \frac{1}{\rho}. \tag{9.13}$$

У залежності від параметрів кола можливі такі випадки :

1) $\rho^2 > \boldsymbol{R}_1^2;\ \rho^2 > \boldsymbol{R}_2^2$
2) $\rho^2 < \boldsymbol{R}_1^2;\ \rho^2 < \boldsymbol{R}_2^2$
} ω_{PC} – ***дійсне число, резонанс можливий;***

3) $\rho^2 > \boldsymbol{R}_1^2;\ \rho^2 < \boldsymbol{R}_2^2$
4) $\rho^2 < \boldsymbol{R}_1^2;\ \rho^2 > \boldsymbol{R}_2^2$
} ω_{PC} – ***уявне число, резонанс неможливий;***

5) $\rho^2 = \boldsymbol{R}_1^2 = \boldsymbol{R}_2^2;\quad \omega_{PC} = \omega_0\sqrt{\frac{0}{0}}$ – ***невизначеність, резонанс на всіх частотах.***

Резонансні властивості кола з двома вітками $\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{L}$ и $\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{C}$ (рис. 9.4) зручно вивчати стосовно її еквівалентної схеми заміщення з трьома паралельно сполученими вітками з параметрами $\boldsymbol{G}=1/\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{B}_L$ та $\boldsymbol{B}_C$ (рис. 7.1), які дорівнюють:

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{G}_1 + \boldsymbol{G}_2 = \frac{\boldsymbol{R}_1}{\boldsymbol{R}_1^2 + \boldsymbol{X}_L^2} + \frac{\boldsymbol{R}_2}{\boldsymbol{R}_2^2 + \boldsymbol{X}_C^2}; \\ \boldsymbol{B}_L = \frac{\omega\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{R}_1^2 + (\omega\boldsymbol{L})^2};\quad \boldsymbol{B}_C = \frac{1/(\omega\boldsymbol{C})}{\boldsymbol{R}_2^2 + 1/(\omega\boldsymbol{C})^2}. \tag{9.14}$$

Тоді *добротність* паралельного коливального контуру:

$$Q = \frac{B_{C(PC)}}{B_{PC}} = \frac{B_{L(PC)}}{B_{PC}}. \qquad (9.15)$$

Добротність Q дорівнює також відношенню струму I_C в вітці з конденсатором (при R_2=0, див. рис. 9.4) при режимі РС і струму I_{PT} на затискачах контуру, тобто:

$$Q = \frac{I_{C(PT)}}{I_{PT}}. \qquad (9.16)$$

Струм I при РС має *мінімальне* значення:

$$I_{PC} = \frac{U}{Z_{PC}} = UY_{PC} = U\sqrt{B_{PC}{}^2 + \left(B_{L(PC)} - B_{C(PC)}\right)^2} = UB_{PC} = I_{min}, \qquad (9.17)$$

оскільки повна провідність контуру в цьому режимі $Y_{PT} = G_{(PT)} = Y_{min}$, а опір контуру

$$Z_{PC} = 1/Y_{PC} = Z_{max}. \qquad (9.18)$$

На рис. 9.5 представлені *векторні діаграми* струмів віток і струму на вході реального (рис. 9.5, *а,б*) та ідеального (рис. 9.5, *в,г*) коливальних контурів для режиму РС. Струм I_1 у першій вітці відстає від напруги за фазою на кут φ_1, а струм I_2 у другій вітці випереджає напругу за фазою на кут φ_2 (рис. 9.5,*б*).

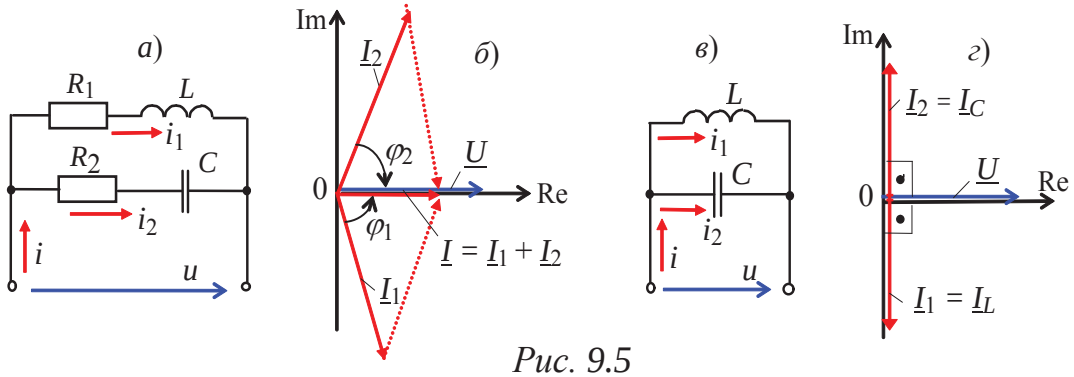


Рис. 9.5

При режимі РС струм I на вході контуру, як правило, менше струмів I_1 та I_2 віток, а для ідеального контуру струм $I_{PC} = 0$ (рис. 9.5,*г*). При підключенні приймача $R_н$ паралельно конденсатору (при $R_2 = 0$, див. рис. 9.5,*а*) добротність навантаженого контуру знижується тим сильніше, чим менше $R_н$:

$$Q_н = \frac{Q}{1 + R_{PC} / R_н}, \qquad (9.19)$$

де $\boldsymbol{R_{PC} \approx \frac{\omega_{PC}^2 L^2}{R_1} = \frac{\rho^2}{R_1} = \rho Q}$.

Приблизно *смугу пропускання* контуру визначають за формулою:

$$\Delta f \approx \frac{f_{PC}}{Q} \quad \text{або} \quad \Delta\omega \approx \frac{\omega_{PC}}{Q}. \tag{9.20}$$

Резонанс струмів широко застосовується в радіотехніці, техніці зв'язку, вимірювальній техніці, автоматиці. Підвищення коефіцієнта потужності приймачів змінного струму шляхом паралельного підключення конденсаторів є заходом, в результаті якого досягається резонанс струмів.

9.4. Частотні характеристики електричного кола

Залежності модуля та аргументу комплексного опору (провідності) електричного кола від частоти будемо називати *частотними характеристиками*.

Визначимо частотні характеристики послідовного контуру.

$$\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}, \quad |\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}, \quad \varphi = arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Побудуємо частотні характеристики послідовного контуру (рис. 9.6).

Якщо $\omega < \omega_0$; $X < 0$; $\varphi < 0$ – реактивний опір кола носить ємнісний характер.

Якщо $\omega = \omega_0$; $X = 0$; $\varphi = 0$ – опір послідовного контуру чисто активний.

Якщо $\omega > \omega_0$; $X > 0$; $\varphi > 0$ – реактивний опір кола носить індуктивний характер.

Таким чином, у момент резонансу відбувається зміна характеру реактивного опору кола.

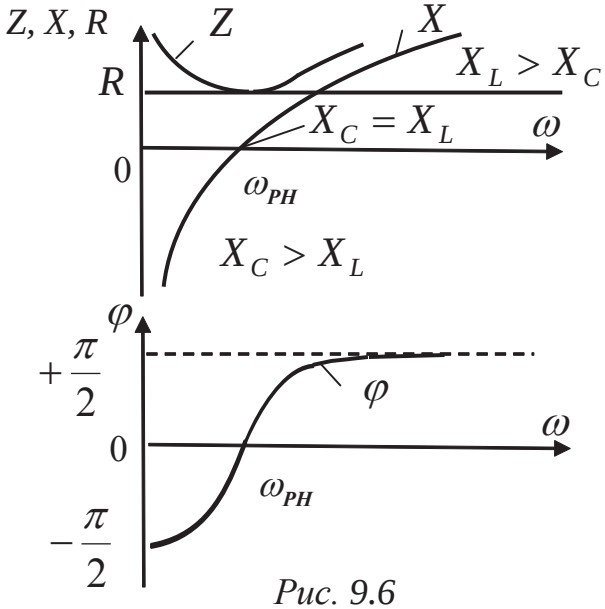
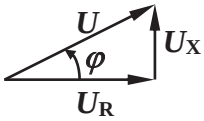
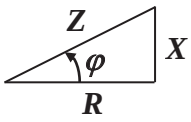
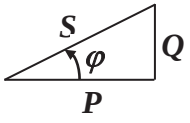
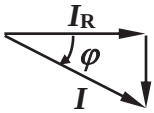
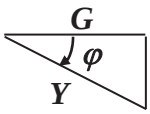
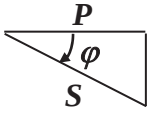


Рис. 9.6

Таблиця 9.1

Узагальнена таблиця зв'язку між електричними величинами та параметрами ділянок з послідовним та паралельним з'єднанням елементів

№ зп	Схема	Послідовна	Паралельна
1	Параметри	опори	провідності
2	Активні	R	G
3	Реактивні	$X = X_L - X_C$	$B = B_L - B_C$
4	Повні	$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$	$Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$
5	Комплексні	$\underline{Z} = R + jX = R + j(X_L - X_C);$ $\underline{Z} = Ze^{j\varphi}$	$\underline{Y} = G - jB = G - j(B_L - B_C);$ $\underline{Y} = Ye^{-j\varphi}$
6	Кут зсуву фаз	$\varphi = \mathrm{arctg}(X/R);$ $\varphi = \arccos(R/Z);$ $\varphi = \arcsin(X/Z)$	$\varphi = \mathrm{arctg}(B/G);$ $\varphi = \arccos(G/Y);$ $\varphi = \arcsin(B/Y)$
7	Закон Ома в комплексній формі	$\underline{U} = \underline{Z}\underline{I};\ \underline{U}_R = R\underline{I};$ $\underline{U}_L = jX_L\underline{I};$ $\underline{U}_C = -jX_C\underline{I}$	$\underline{I} = \underline{Y}\underline{U};\ \underline{I}_R = G\underline{U};$ $\underline{I}_L = -j\underline{B}_L\underline{U};$ $\underline{I}_C = jB_C\underline{U}$
8	Закон Ома для модулів	$U = ZI;\ U_R = RI;$ $U_L = X_L I;\ U_C = X_C I$	$I = YU;\ I_R = GU;$ $I_L = B_L U;\ I_C = B_C U$
9	Закони Кірхгофа (тільки в комплексній формі!)	$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$	$\underline{I} = \underline{I}_G + \underline{I}_L + \underline{I}_C$
10	Трикутники параметрів	 трикутник напруг  трикутник опорів  трикутник потужностей	 трикутник струмів  трикутник провідностей  трикутник потужностей

11	Співвідношення з трикутників напруг і струмів	$U_R = RI = U\cos\varphi;$ $U_X = U_L - U_C =$ $= XI = U\sin\varphi;$ $U = ZI = \sqrt{U_R^2 + U_X^2} =$ $= \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$	$I_R = GU = I\cos\varphi;$ $I_X = I_L - I_C =$ $= BU = I\sin\varphi;$ $I = YU = \sqrt{I_R^2 + I_X^2} =$ $= \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$
12	Співвідношення з трикутників опорів і провідностей	$R = Z\cos\varphi;$ $X = X_L - X_C =$ $= Z\sin\varphi;$ $Z = \sqrt{R^2 + X^2} =$ $= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$	$G = Y\cos\varphi;$ $B = B_L - B_C =$ $= Y\sin\varphi;$ $Y = \sqrt{G^2 + B^2} =$ $= \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$
13	Співвідношення з трикутників потужностей	$P = RI^2 = U_R I =$ $= UI\cos\varphi = S\cos\varphi;$ $Q = Q_L - Q_C = XI^2 =$ $= U_X I = (U_L - U_C)I =$ $= UI\sin\varphi = S\sin\varphi;$ $S = ZI^2 = UI =$ $= \sqrt{P^2 + Q^2} =$ $= \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$	$P = GU^2 = UI_R =$ $= UI\cos\varphi = S\cos\varphi;$ $Q = Q_L - Q_C = BU^2 =$ $= UI_X = U(I_L - I_C) =$ $= UI\sin\varphi = S\sin\varphi;$ $S = YU^2 = UI =$ $= \sqrt{P^2 + Q^2}$
14	Резонансні явища	Резонанс напруг	Резонанс струмів
15	Умови резонансу ($\varphi = 0$)	$X_L = X_C$ $U_L = U_C$ $Q_L = Q_C$	$B_L = B_C$ $I_L = I_C$ $Q_L = Q_C$
16	Резонансна частота	$\omega_{РН} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\omega_{РТ} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{L/C - R_1^2}{L/C - R_2^2}}$
17	Струм при резонансі	$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} =$ $= \frac{U}{R} = \max$	$I = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}\,U =$ $= GU = \min$

РОЗДІЛ 3

ТРИФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА

Лекція 10
Загальні положення трифазних електричних кіл

План лекції

10.1. Загальні поняття.
10.2. Отримання трифазної системи ЕРС.
10.3. Способи представлення трифазної системи ЕРС.
10.4. Незв'язана та зв'язана трифазні системи.
10.5. З'єднання обмоток трифазного генератора.

10.1. Загальні поняття

Багатофазною системою називається сукупність, яка складається з "n" окремих однакових електричних кіл або електричних схем, режимні параметри в яких (e, u, i) зсунуті у часі на рівні відрізки $\Delta t = T/n$ або за фазою $\Delta\omega t = 2\pi/n = 360^\circ/n$.

Окремі частини системи називаються ***фазами***. Таким чином, термін "***фаза***" в електротехніці має два смислові значення:

перше – *як момент часу* для синусоїдної функції струму, напруги або ЕРС;

друге – *як частина багатофазної системи*.

Система багатофазних ЕРС (струмів, напруг) називається ***симетричною***, якщо амплітуди всіх ЕРС однакові за величиною, а початкові фази відрізняються на однаковий кут.

Система електричних кіл (навантаження) називається ***симетричною***, якщо комплексні опори окремих фаз однакові.

У техніці знайшли застосування 2-х, 3-х, 6-и і більш фазні системи. В електроенергетиці найбільшого поширення набула трифазна система, що володіє рядом переваг перед системами з іншою кількістю фаз.

Переваги трифазної системи наступні.

1) *Передача енергії* від генератора до споживачів трифазним струмом *найбільш вигідна економічно*, чим при будь-якому іншому числі фаз. Наприклад, в порівнянні з двопровідною системою досягається економія проводів в два рази (3 проводи замість 6), відповідно зменшуються втрати енергії в проводах лінії.

2) Трифазна система дозволяє *технічно просто отримати кругове поле, що обертається*, та яке лежить в основі роботи всіх трифазних машин (генераторів і двигунів).

3) *Елементи трифазної системи* (генератори, трансформатори, двигуни) *прості за конструкцією, надійні в роботі, мають хороші масогабаритні показники, порівняно дешеві, довговічні*.

4) *На виході трифазних генераторів є два рівні вихідної напруги - лінійна* та *фазна* напруги, які відрізняються в $\sqrt{3}$ разів ($\boldsymbol{U}_{л}$ /$\boldsymbol{U}_{ф}$=$\sqrt{3}$), що дозволяє підключати до такого генератора приймачі з різною номінальною напругою.

Завдяки своїм перевагам трифазна система застосовується в електроенергетиці для виробництва, передачі, розподілу та споживання електричної енергії.

Трифазна система та її основні ланки (генератор, трансформатор, лінія електропередачі, двигун) були розроблені в 1889 році інженером М. О. Доливо-Добровольським (фірма Сименс і Шукерт). Створення цієї системи з'явилося важливою подією в історії розвитку електротехніки та енергетики.

Трифазна система складається з трьох електричних кіл або електричних схем (фаз), параметри режиму (***e, u, i***) у яких зсунуті в часі на $\Delta\omega t = 2\pi/3 = 360^{\circ}/3 = 120^{\circ}$. Окремі фази трифазної системи відповідно до ДСТУ позначаються (іменуються):

1) заголовними латинськими буквами ***A***, ***B***, ***C*** (основне позначення), або
2) цифрами ***1***, ***2***, ***3*** (допустиме позначення), або
3) заголовними латинськими буквами ***R, S, T*** (міжнародне позначення).

Не має значення, яку з трьох фаз іменувати якою буквою ***A***, ***B*** чи ***C***, суттєвим є їх послідовність (або чергування) одна за одною в часі. Відповідно до стандартів *прямим порядком чергування фаз* називається $\boldsymbol{A \to B \to C \to A}$, при якому параметри режиму (***u, i***) в фазі ***B*** відстають від аналогічних параметрів у фазі ***A*** на 120º, а у фазі ***C*** – випереджають на 120º. При зворотному порядку слідування фаз $\boldsymbol{A \to C \to B \to A}$ параметри режиму в фазі ***C*** відстають від аналогічних параметрів у фазі ***A*** на 120º, а в фазі ***B*** – випереджають на 120º. Зворотний порядок ($\boldsymbol{A \to C \to B \to A}$) в генераторах є недопустимий, оскільки може привести при вмиканні синхронних генераторів на паралельну роботу до аварій, а в двигунах трифазного струму – до зміни напряму обертання ротора.

10.2. Отримання трифазної системи ЕРС

Для одержання трифазної системи ЕРС використовується трифазний генератор.

На рис. 10.1 представлене схематичне зображення трифазного генератора.

Він складається з нерухомої частини – статора (заштрихована зона) і рухомої частини – ротора. Статор виконаний із трансформаторного заліза, у пазах якого покладені три однакові обмотки, розташовані в просторі під кутом 120º одна до одної.

Початок першої обмотки позначають буквою ***A***, кінець – ***X***, другої – ***B-Y***, третьої – ***C-Z***.

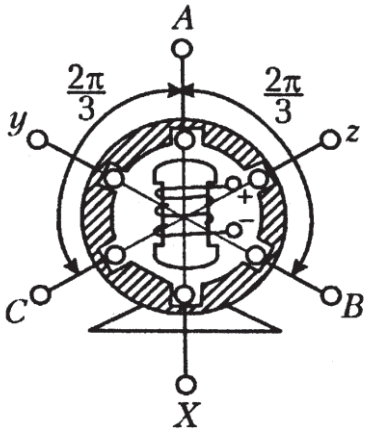


Рис. 10.1

Ротор генератора являє собою електромагніт, що розташований на осі гідротурбіни, парової турбіни тощо. Ротор генератора обертається від дії зовнішніх сил неелектричної природи, найчастіше, механічних.

При обертанні магніту (ротора) в обмотках статора відповідно до закону електромагнітної індукції по черзі наводяться ЕРС. В силу того, що обмотки статора зсунуті у просторі на кут ± 120º, то ЕРС обмоток будуть зсунуті за фазою на кут ± 120º.

10.3. Способи представлення трифазної системи ЕРС

На рис. 10.2 показані миттєві значення трифазної системи ЕРС e_A, e_B, e_C. Кожна ЕРС зсунута за фазою відносно інших на 120^0.

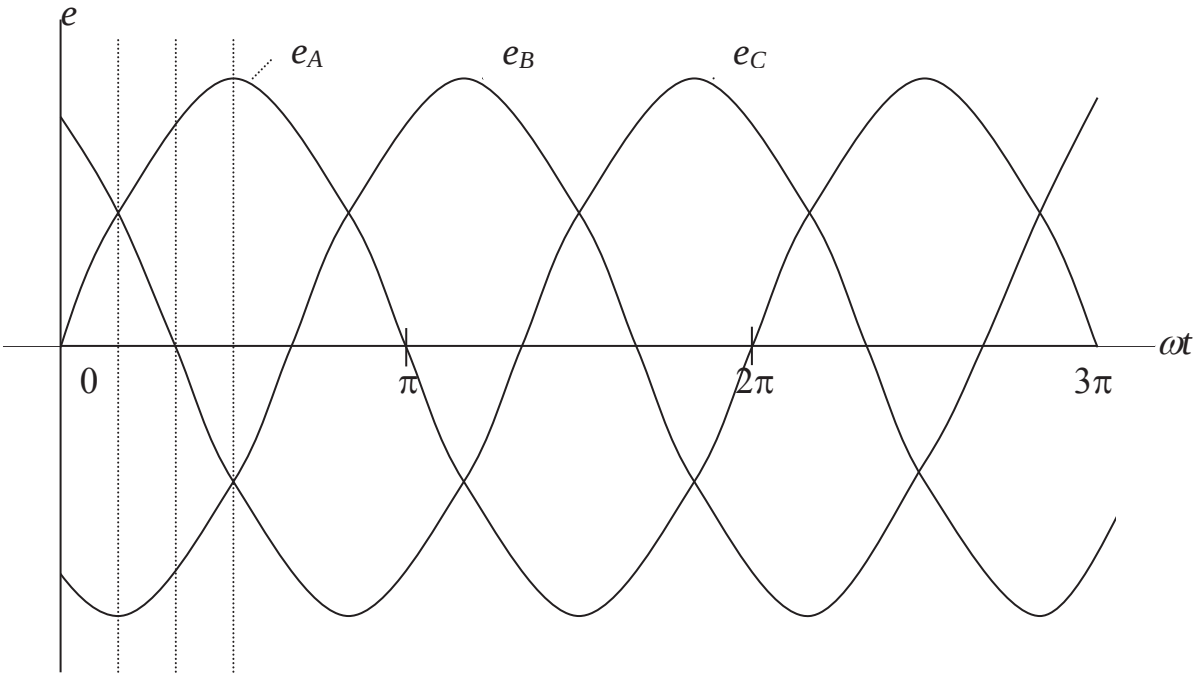


Рис. 10.2

Якщо початкову фазу ЕРС e_A прийняти рівною нулю, то миттєві значення ЕРС можна записати так:

$$e_A = E_m \sin \omega t;$$
$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120^0); \qquad (10.1)$$
$$e_C = E_m \sin(\omega t - 240^0) = E_m \sin(\omega t + 120^0).$$

У комплексній формі діючі значення цих же ЕРС:

$$\underline{E}_A = Ee^{j0} = E(1 + j0) = E;$$
$$\underline{E}_B = Ee^{-j120^0} = E(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}); \qquad (10.2)$$
$$\underline{E}_C = Ee^{-j240^0} = Ee^{j120^0} = E(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}).$$

Оскільки комплексному числу відповідає вектор на комплексній площині, то трифазна система ЕРС може бути зображена у вигляді трьох векторів (рис. 10.3), зсунутих між собою на 120^0 (вісь дійсних величин при розрахунку трифазних систем прийнято направляти вертикально).

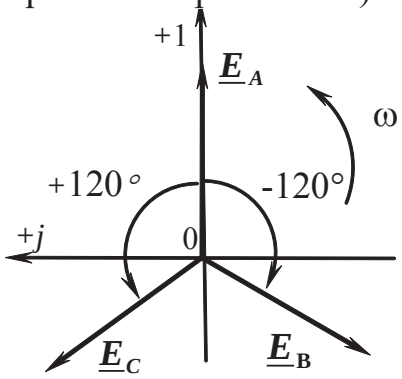


Рис. 10.3

Вектор $\underline{E}_A$ (початкова фаза дорівнює нулю) направлений по дійсній осі, вектор $\underline{E}_B$ відстає від вектора $\underline{E}_A$ на кут 120^0, а вектор $\underline{E}_C$ випереджає на кут 120^0.

10.4. Незв'язана та зв'язана трифазні системи

Якщо *окремі фази системи працюють ізольовано та незалежно* одна від одної, *то система називається незв'язаною*. Розглянемо роботу найпростішої незв'язаної трифазної системи (рис. 10.4). Миттєві значення фазних ЕРС генератора зсунуті за часом на 120^o в порядку слідування фаз $A \to B \to C \to A$:

$$e_A = E_m \sin \omega t \Leftrightarrow \underline{E}_A = Ee^{j0^\circ};$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ) \Leftrightarrow \underline{E}_B = Ee^{-j120^\circ};$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t - 240^\circ) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ) \Leftrightarrow \underline{E}_C = Ee^{j120^\circ}.$$

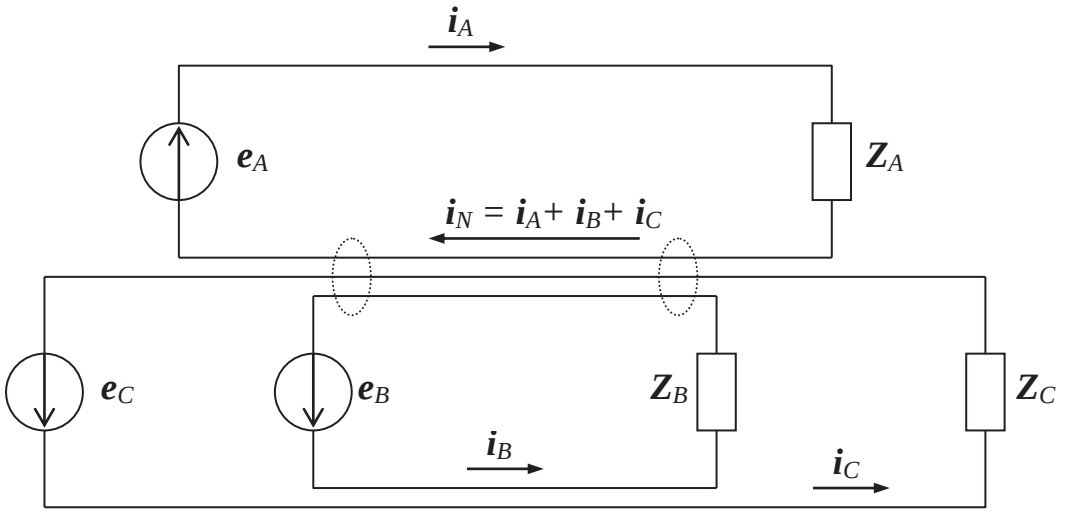


Рис. 10.4

Графічні діаграми цих функцій показані на рис. 10.2, а векторні – на рис. 10.5.

Основна властивість будь-яких змінних функцій (***e***, ***u***, ***i***) у симетричній трифазній системі полягає в тому, що сума їх миттєвих значень у будь-який момент часу дорівнює нулю, наприклад: $e_A + e_B + e_C = 0$. Знайдемо цю суму для різних моментів часу:

$$\omega t = 0,$$

$$e_A + e_B + e_C = E_m \sin(0) + E_m \sin(-120^o) + E_m \sin(120^o) = E_m \left(0 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0;$$

$$\omega t = 30^o,$$

$$e_A + e_B + e_C = E_m \sin(30^o) + E_m \sin(-90^o) + E_m \sin(150^o) = E_m \left(\frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{2}\right) = 0;$$

$$\omega t = 60^o,$$

$$e_A + e_B + e_C = E_m \sin(60^o) + E_m \sin(-60^o) + E_m \sin(180^o) = E_m \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 0\right) = 0.$$

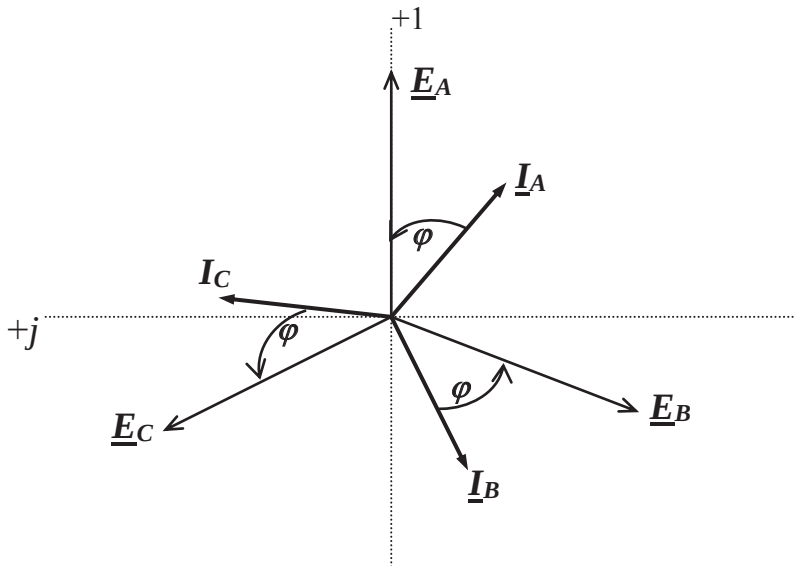


Рис.10.5

Як випливає з векторної діаграми (рис. 10.5), геометрична сума векторів фазних ЕРС також дорівнює нулю:

$$\underline{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{A}} + \underline{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{B}} + \underline{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{E}\boldsymbol{e}^{j0^\circ} + \boldsymbol{E}\boldsymbol{e}^{-j120^\circ} + \boldsymbol{E}\boldsymbol{e}^{j120^\circ} = \boldsymbol{E}\left(\boldsymbol{e}^{j0^\circ} + \boldsymbol{e}^{-j120^\circ} + \boldsymbol{e}^{j120^\circ}\right) = \boldsymbol{E}\cdot 0 = 0\,.$$

Якщо навантаження окремих фаз рівні між собою, тобто $\underline{\boldsymbol{Z}}_{\boldsymbol{A}} = \underline{\boldsymbol{Z}}_{\boldsymbol{B}} = \underline{\boldsymbol{Z}}_{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{e}^{j\varphi}$, то фазні струми будуть рівні за модулем і зсунуті за фазою відносно своїх ЕРС (напруг) на один і той же кут $\boldsymbol{\varphi}$, а між собою, як і ЕРС, будуть зсунуті за фазою на 120°. Отже, фазні струми $\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{A}}, \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{B}}, \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{C}}$ утворюють симетричну трифазну систему та для них будуть справедливі отримані раніше виводи:

$$\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{C}} = 0; \quad \underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{A}} + \underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{B}} + \underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{C}} = 0.$$

Перетворимо незв’язану трифазну систему (рис. 10.4) у зв’язану шляхом об’єднання трьох зворотних проводів в один загальний провід. Відповідно до 1-го закону Кірхгофа у загальному проводі повинен протікати сумарний струм

$$\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{N}} = \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{i}_{\boldsymbol{C}} = 0.$$

Це означає, що потреба в зворотному проводі взагалі відпадає, завдяки чому досягається значна економія поводів при передачі енергії від трифазного генератора до приймача.

Таким чином, трифазна система ЕРС називається *зв'язаною, якщо електричні кола, що утворюють її, мають гальванічні зв'язки*, і незв’язаною – якщо не мають.

На практиці використовуються тільки зв’язані трифазні системи.

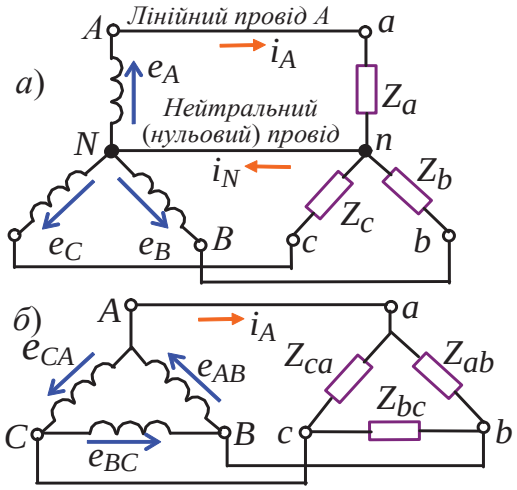


Рис. 10.6

Зв'язану систему можна отримати шляхом з'єднання або кінців обмоток генератора в один вузол (з'єднання «зіркою»), або послідовним з'єднанням кінців одних обмоток з початками наступних (з'єднання «трикутником») (рис. 10.6, *а* і *б* ліворуч). Навантаження, як і генератор, також може з'єднуватися або «зіркою» (⅄), або «трикутником» (Δ) (рис. 10.6, *а* і *б* праворуч). Залежно від цього розрізняють такі види з'єднань: зірка-зірка (⅄-⅄), зірка-трикутник (⅄-Δ), трикутник – зірка (Δ-⅄) та трикутник-трикутник (Δ-Δ).

10.5. З'єднання обмоток трифазного генератора

В обмотках трифазного генератора індукуються синусоїдальні ЕРС, зсунуті за фазою на 120^0:

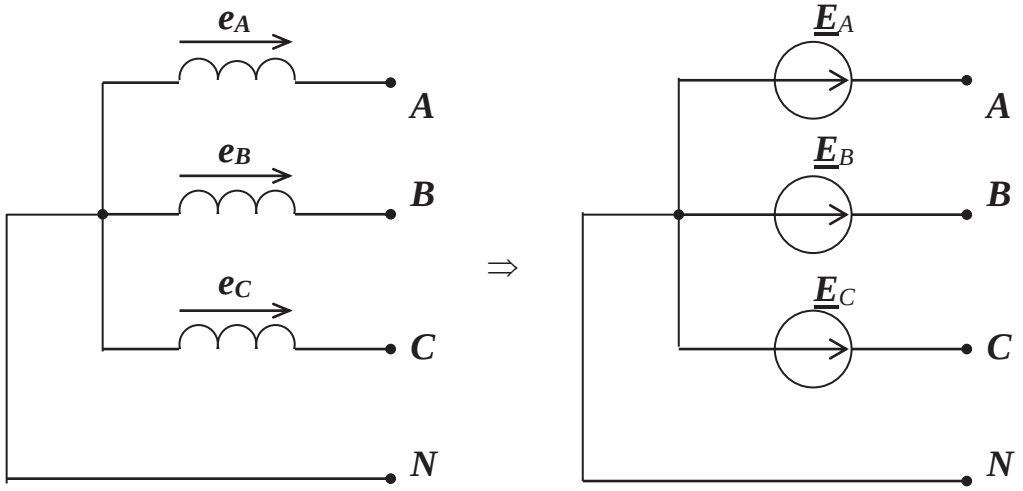
$$e_A = E_m \sin \omega t \Leftrightarrow \underline{E}_A = E_\Phi e^{j0^0};$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120^o) \Leftrightarrow \underline{E}_B = E_\Phi e^{-j120^o};$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t + 120^o) \Leftrightarrow \underline{E}_C = E_\Phi e^{j120^o}.$$

При з'єднанні в зірку кінці фазних обмоток (фаз) генератора з'єднуються в загальну точку ***N***, яка називається нульовою або нейтральною, а початки обмоток служать лінійними виводами генератора ***A***, ***B***, ***C*** (рис. 10.7).

Векторна діаграма напруг трифазного генератора при з'єднанні його фазних обмоток в зірку показана на рис. 10.8,*а,б*.



а) *б)*

Рис. 10.7

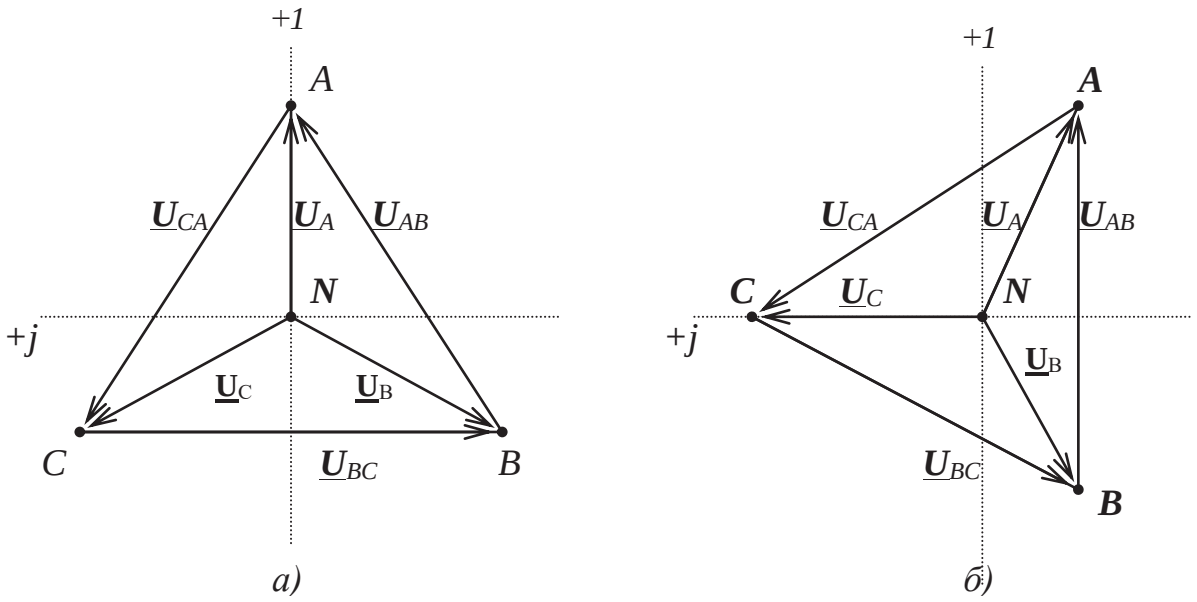


Рис.10.8

У трифазному генераторі розрізняють фазну та лінійну напруги. ***Фазною*** називається напруга між початками та кінцями фазних обмоток або між одним з лінійних виводів ***A***, ***B***, ***C*** і нульовим виводом ***N***. Фазні напруги рівні фазним ЕРС: $\underline{\boldsymbol{U}}_A=\underline{\boldsymbol{E}}_A$, $\underline{\boldsymbol{U}}_B=\underline{\boldsymbol{E}}_B$, $\underline{\boldsymbol{U}}_C=\underline{\boldsymbol{E}}_C$ (індекс ***N*** при фазних напругах не записується, оскільки $\boldsymbol{\varphi}_N=0$). Лінійними називаються напруги між двома лінійними виводами ***A***, ***B***, ***C***. Лінійні напруги дорівнюють векторній різниці двох фазних напруг:

$$\underline{\boldsymbol{U}}_{AB}=\underline{\boldsymbol{U}}_A-\underline{\boldsymbol{U}}_B\ ;\ \underline{\boldsymbol{U}}_{BC}=\underline{\boldsymbol{U}}_B-\underline{\boldsymbol{U}}_C\ ;\ \ \underline{\boldsymbol{U}}_{CA}=\underline{\boldsymbol{U}}_C-\underline{\boldsymbol{U}}_A\,. \qquad (10.3)$$

При розрахунку трифазних кіл комплексним методом фазні та лінійні напруги генератора представляються в комплексній формі, при цьому один з векторів системи приймають за початковий та поєднують його з дійсною віссю, а решта векторів отримують початкові фази згідно їх кутам зсуву відносно до початкового вектора.

На рис. 10.8,*а* показаний варіант представлення напруг трифазного генератора в комплексній формі, коли за початковий вектор береться фазна напруга фази ***A***. В цьому випадку фазна напруга генератора в комплексній формі отримає вигляд:

$$\underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{A}}=\underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{\Phi}}\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j}0^\circ},\ \underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{B}}=\underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{\Phi}}\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{j}120^\circ},\ \underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{C}}=\underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{\Phi}}\boldsymbol{e}^{+\boldsymbol{j}120^\circ};$$

лінійні напруги: $\underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{AB}}=\underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j}30^\circ},\ \underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{BC}}=\underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{j}90^\circ},\ \underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{CA}}=\underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j}150^\circ}.$

На рис. 10.8,*б* показаний інший варіант представлення напруги трифазного генератора в комплексній формі, коли за початковий вектор береться лінійна напруга $\underline{\boldsymbol{U}}_{AB}$. В цьому випадку фазна напруга генератора в комплексній формі отримає вигляд:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_\Phi e^{-j30^\circ},\ \underline{U}_B = \underline{U}_\Phi e^{-j150^\circ},\ \underline{U}_C = \underline{U}_\Phi e^{+j90^\circ};$$

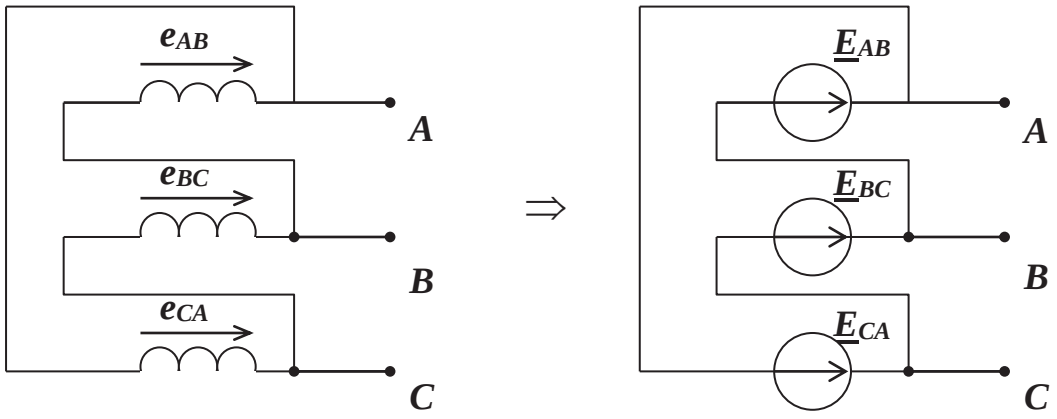
лінійні напруги: $\underline{U}_{AB} = \underline{U}_Л e^{j0^\circ},\ \underline{U}_{BC} = \underline{U}_Л e^{-j120^\circ},\ \underline{U}_{CA} = \underline{U}_Л e^{j120^\circ}.$

З геометрії рис. 10.8 отримуємо співвідношення між модулями лінійної та фазної напруг: $U_Л = 2U_\Phi \cos 30^0 = 2U_\Phi \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\,U_\Phi.$

Тобто:

$$U_Л = \sqrt{3}U_\Phi\ . \qquad (10.4)$$

Обмотки трифазного генератора теоретично можна вмикати за схемою трикутника. У такій схемі кінець кожної попередньої фази з'єднується з початком подальшої, а точки з'єднання служать лінійними виводами генератора (рис. 10.9).



а) *б)*

Рис. 10.9

При з'єднанні фаз в трикутник в його контурі діє сума фазних ЕРС:

$$\sum e\ = e_{AB} + e_{BC} + e_{CA}.$$

У реальних трифазних генераторах технічно неможливо забезпечити рівність нулю для сумарної ЕРС. Оскільки власні опори обмоток генератора малі, то навіть незначна по величині сумарна ЕРС $\sum e > 0$ може викликати в контурі трикутника зрівняльний струм, сумірний з номінальним струмом генератора, що привело б до додаткових втрат енергії та зниження ККД генератора. З цієї причини обмотки трифазних генераторів забороняється з'єднувати за схемою трикутника.

Номінальною напругою в трифазній системі називається лінійна напруга. Номінальну напругу прийнято виражати в кіловольтах (*кВ*). Шкала номінальних трифазних напруг, які застосовуються на практиці, має вигляд

(у *кВ*): 0,4; 1,1; 3,5; 6,3; 10,5; 22; 35; 63; 110; 220; 330; 500; 750. На споживчому рівні номінальна трифазна напруга може вказуватися у вигляді співвідношення $\boldsymbol{U_Л / U_Ф}$, наприклад: $\boldsymbol{U_Л / U_Ф} = 380 / 220\ В$.

Лекція 11

З'єднання приймачів у трифазних системах

План лекції

11.1. Схема з'єднання «зірка–зірка» з нейтральним проводом.

11.2. З'єднання трифазних приймачів трикутником.

11.3. Аварійні режими в трифазних колах, при з'єднанні навантаження зіркою.

11.1. Схема з'єднання «зірка-зірка» з нейтральним проводом

На рис. 11.1,*а* зображено трифазне коло, в якому джерело та приймач з'єднані «зіркою» з *нейтральним* (*нульовим*) проводом (***чотирипровідна система***). Фазні напруги приймача в схемі «зірка–зірка» з нейтральним проводом дорівнюють фазним напругам джерела:

$$\underline{\boldsymbol{U}}_a = \underline{\boldsymbol{U}}_A; \quad \underline{\boldsymbol{U}}_b = \underline{\boldsymbol{U}}_B \quad \text{и} \quad \underline{\boldsymbol{U}}_c = \underline{\boldsymbol{U}}_C,$$

а так звана *напруга зсуву нейтралі* між точками ***n*** і ***N*** при нульовому опорі нейтрального проводу дорівнює нулю ($\underline{\boldsymbol{U}}_{nN} = 0$**).**

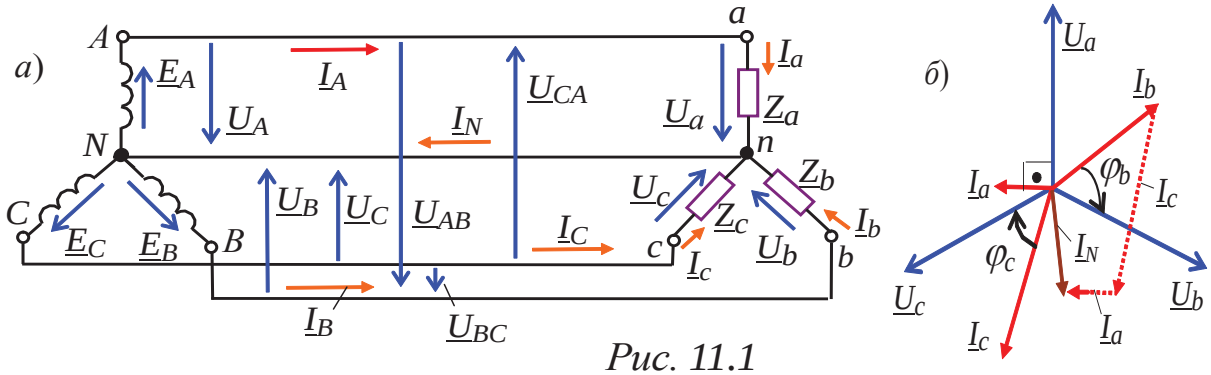


Рис. 11.1

У чотирипровідній системі забезпечується незалежний режим роботи фаз приймача (окрім короткого замикання у фазі, яке недопустимо): в разі зміни опору однієї фази (у тому числі при її обриві) напруги та струми двох інших фаз не змінюються.

При цьому виконується співвідношення між лінійною та фазною напругами:

$$\boldsymbol{U_ф = U_л / \sqrt{3}}, \qquad (11.1)$$

тобто *фазні напруги в* $\sqrt{3}$ *рази менше лінійних.*

У освітлювальних системах лінійна напруга $\boldsymbol{U}_л$ = 380 *В*, а фазна $\boldsymbol{U}_ф = \boldsymbol{U}_л / \sqrt{3}$ =220 *В* (рідко $\boldsymbol{U}_л$ = 220 В, а $\boldsymbol{U}_ф = U_л / \sqrt{3}$ =127 *В*).

При нерівномірному навантаженні ($\underline{\boldsymbol{Z}}_a \neq \underline{\boldsymbol{Z}}_b \neq \underline{\boldsymbol{Z}}_c$, наприклад, $\underline{\boldsymbol{Z}}_a = -j\boldsymbol{X}_a$, $\underline{\boldsymbol{Z}}_b = \boldsymbol{R}_b - j\boldsymbol{X}_b$ і $\underline{\boldsymbol{Z}}_c = \boldsymbol{R}_c - j\boldsymbol{X}_c$), фазні та лінійні струми (для кожної фази)

$$\underline{\boldsymbol{I}}_ф = \underline{\boldsymbol{U}}_ф / \underline{\boldsymbol{Z}}_ф = \underline{\boldsymbol{I}}_л \ , \tag{11.2}$$

а струм в нейтральному проводі (рис. 11.1,*б*)

$$\underline{\boldsymbol{I}}_N = \underline{\boldsymbol{I}}_a + \underline{\boldsymbol{I}}_b + \underline{\boldsymbol{I}}_c. \tag{11.3}$$

В разі рівномірного навантаження ($\underline{\boldsymbol{Z}}_a = \underline{\boldsymbol{Z}}_b = \underline{\boldsymbol{Z}}_c = \underline{\boldsymbol{Z}}_ф$) модулі фазних струмів однакові та дорівнюють відповідним лінійним струмам:

$$\boldsymbol{I}_ф = \boldsymbol{I}_л = \boldsymbol{U}_ф / \boldsymbol{Z}_ф. \tag{11.4}$$

На векторній діаграмі вектори струмів складають симетричну зірку (як і вектори фазних напруг), тому сума комплексів фазних струмів

$$\underline{\boldsymbol{I}}_N = \underline{\boldsymbol{I}}_a + \underline{\boldsymbol{I}}_b + \underline{\boldsymbol{I}}_c = 0, \tag{11.5}$$

тобто струм *в нейтральному проводі дорівнює нулю* і нейтральний провід можна видалити (не підєднувати, з метою економії). В результаті отримаємо *трипровідну* систему включення приймача з генератором за схемою «зірка–зірка» (⅄-⅄).

При *нерівномірному навантаженні* і в разі відсутності нейтрального проводу (трипровідна система ⅄-⅄ без нуля) має місце залежний режим роботи фаз приймача: при зміні опору однієї фази змінюється всі фазні напруги. Між точками *n* і *N* (див. рис. 11.1,*а*) з'явиться *напруга зсуву нейтралі*:

$$\underline{\boldsymbol{U}}_{nN} = \frac{\underline{\boldsymbol{E}}_A \underline{\boldsymbol{Y}}_a + \underline{\boldsymbol{E}}_B \underline{\boldsymbol{Y}}_b + \underline{\boldsymbol{E}}_C \underline{\boldsymbol{Y}}_c}{\underline{\boldsymbol{Y}}_a + \underline{\boldsymbol{Y}}_b + \underline{\boldsymbol{Y}}_c}, \tag{11.6}$$

де $\underline{\boldsymbol{Y}}_a = 1/\underline{\boldsymbol{Z}}_a$; $\underline{\boldsymbol{Y}}_b = 1/\underline{\boldsymbol{Z}}_b$; $\underline{\boldsymbol{Y}}_c = 1/\underline{\boldsymbol{Z}}_c$ – провідність фаз навантаження.

Напруги фаз приймача знаходять із співвідношень:

$$\underline{\boldsymbol{U}}_a = \underline{\boldsymbol{U}}_A - \underline{\boldsymbol{U}}_{nN}; \ \underline{\boldsymbol{U}}_b = \underline{\boldsymbol{U}}_B - \underline{\boldsymbol{U}}_{nN} \quad \text{и} \quad \underline{\boldsymbol{U}}_c = \underline{\boldsymbol{U}}_C - \underline{\boldsymbol{U}}_{nN}. \tag{11.7}$$

В результаті виходить несиметрична зірка фазних напруг приймача ("перекіс" фаз). Причому, в одній фазі (наприклад, у фазі ***a***), напруга $\underline{\boldsymbol{U}}_a$ може зрости і значно перевищити фазну напругу $\underline{\boldsymbol{U}}_A$ генератора (що в більшості

випадків недопустимо), а в інших фазах – зменшитися. Значна несиметрія фазних напруг приймача утворюється при різних за характером опорах навантаження, наприклад, при

$$\underline{Z}_a = R_A\,,\ \underline{Z}_b = jX_L \text{ и } \underline{Z}_c = -jX_C.$$

З цієї причини *в трифазних системах* забороняється встановлювати запобіжники та вимикачі в нейтральному дроті.

Комплекси струмів фаз приймача:

$$\underline{I}_a = \underline{U}_a/\underline{Z}_a;\quad \underline{I}_b = \underline{U}_b/\underline{Z}_b;\quad \underline{I}_c = \underline{U}_c/\underline{Z}_c,$$

а їх сума дорівнює нулю, тобто:

$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0.$$

11.2. З'єднання трифазних приймачів трикутником

Схема трикутника застосовується в тому разі, якщо номінальна фазна напруга приймача відповідає (дорівнює) лінійній напрузі генератора. При з'єднанні в трикутник кінець кожної фази з'єднується з початком подальшої фази, а точки з'єднання (вершини трикутника) підключаються до лінійних виводів трифазного генератора *A, B, C* лінійними проводами (рис. 11.2).

Струми, що протікають у фазах приймача по напряму від їх початків до кінців, називаються фазними ($\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$). Струми, що протікають в лінійних проводах по напряму від генератора до приймача, називаються лінійними ($\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$).

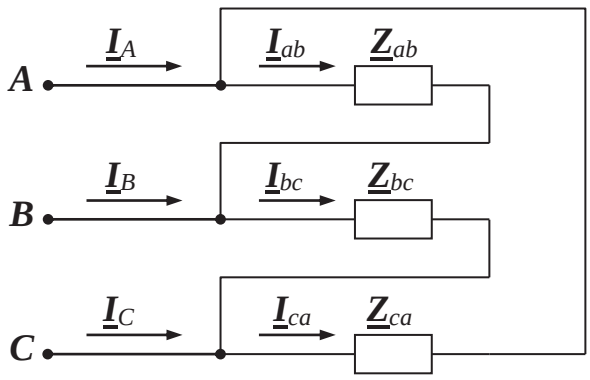


Рис. 11.2

У схемі трикутника фазні та лінійні напруги приймача тотожно рівні (рис. 11.3,*а*):

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB},\ \underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC},\ \underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA}. \qquad (11.8)$$

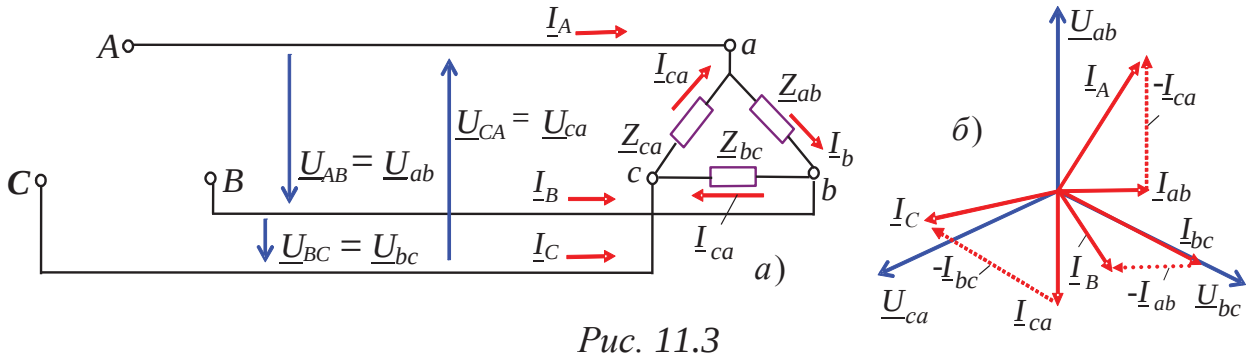


Рис. 11.3

У цій схемі до кожної фази приймача підводиться безпосередньо лінійна напруга генератора, при цьому окремі фази працюють незалежно одна від одної. Фазні струми визначаються за законом Ома:

$$\underline{\boldsymbol{I}}_{ab} = \frac{\underline{\boldsymbol{U}}_{ab}}{\underline{\boldsymbol{Z}}_{ab}}; \quad \underline{\boldsymbol{I}}_{bc} = \frac{\underline{\boldsymbol{U}}_{bc}}{\underline{\boldsymbol{Z}}_{bc}}; \quad \underline{\boldsymbol{I}}_{ca} = \frac{\underline{\boldsymbol{U}}_{ca}}{\underline{\boldsymbol{Z}}_{ca}}. \tag{11.9}$$

Лінійні струми визначаються з рівнянь першого закону Кірхгофа для вершин трикутника, вони дорівнюють геометричній різниці фазних струмів:

$$\underline{\boldsymbol{I}}_A = \underline{\boldsymbol{I}}_{ab} - \underline{\boldsymbol{I}}_{ca}; \; \underline{\boldsymbol{I}}_B = \underline{\boldsymbol{I}}_{bc} - \underline{\boldsymbol{I}}_{ab}; \; \underline{\boldsymbol{I}}_C = \underline{\boldsymbol{I}}_{ca} - \underline{\boldsymbol{I}}_{bc}. \tag{11.10}$$

У симетричному режимі ($\underline{\boldsymbol{Z}}_{ab} = \underline{\boldsymbol{Z}}_{bc} = \underline{\boldsymbol{Z}}_{ca} = \boldsymbol{Z}_{\Phi}\boldsymbol{e}^{j\varphi}$) фазні та лінійні струми симетричні, при цьому відношення їх модулів складає:

$$\boldsymbol{I}_{\phi} = \boldsymbol{I}_{л} / \sqrt{3}. \tag{11.11}$$

При несиметричному навантаженні співвідношення між лінійними та фазними струмами визначається рівняннями першого закону Кірхгофа. На рис. 11.3,*б* показана векторна діаграма струмів і напруг для довільного трифазного кола при з'єднанні фаз приймача в трикутник.

11.3. Аварійні режими в трифазних колах, при з'єднанні навантаження зіркою

Розглянемо коротке замикання однієї з фаз симетричного навантаження.

Припустимо, що в трифазному двигуні відбулося замикання витків в одній з обмоток, наприклад у фазі ***A*** (рис. 11.4)

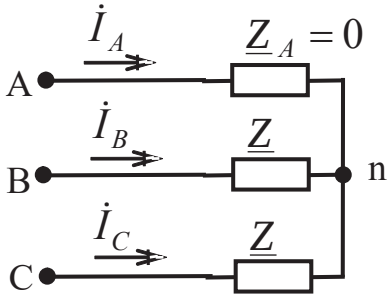


Рис. 11.4

В силу того, що $\underline{Y}_A = \dfrac{1}{\underline{Z}_A} = \infty$, то розрахувати напругу зсуву нейтралі за формулою для двох вузлів не представляється можливим.

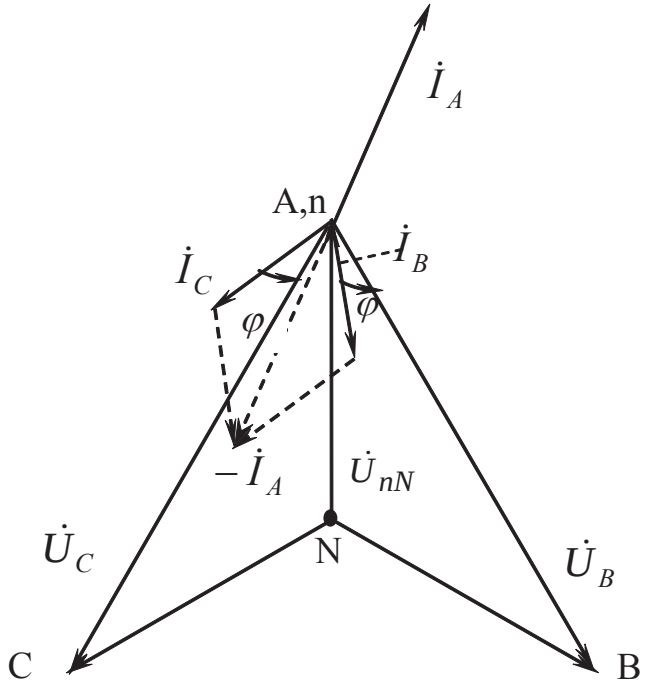


Рис. 11.5

Вочевидь, що $\dot{U}_{nA} = 0$, тобто точки ***n*** та ***A*** співпали. Якщо побудувати векторну діаграму для даного випадку (рис. 11.5), то видно, що при замиканні фази ***A*** напруга у двох інших фазах збільшиться у $\sqrt{3}$ разів, наприклад з 220 В до 380 В. Тоді обмотки фаз ***B*** та ***C*** можуть згоріти через перевантаження. Якщо прийняти, що опори навантаження мають індуктивний характер $\underline{Z} = R + jX_L$, то на векторній діаграмі струми у фазах відстають від відповідних напруг на деякий кут φ.

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}}; \quad \dot{I}_A = -(\dot{I}_B + \dot{I}_C) \ .$$

Розглянемо обрив однієї з фаз симетричного трифазного навантаження. На рис. 11.6 наведена схема режиму обриву фази ***A***.

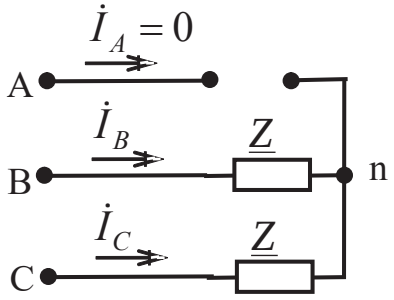


Рис. 11.6

Опір $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}$, тому

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\underline{Y}_\phi (\dot{E}_B + \dot{E}_C)}{2\underline{Y}_\Phi} = -\frac{\dot{E}_A}{2}.$$

На рис. 11.7 наведена векторна діаграма, що відповідає цьому випадку. Із діаграми видно, що напруга у фазі ***A*** :

$$U_{An} = E_A + \frac{E_A}{2} = \frac{3}{2} E_A.$$

Наприклад, якщо $E_A = 220\ B$, то $U_{An} = 330B$.

Але якщо у фазі ***A*** обрив, то така напруга не приводить до аварії.

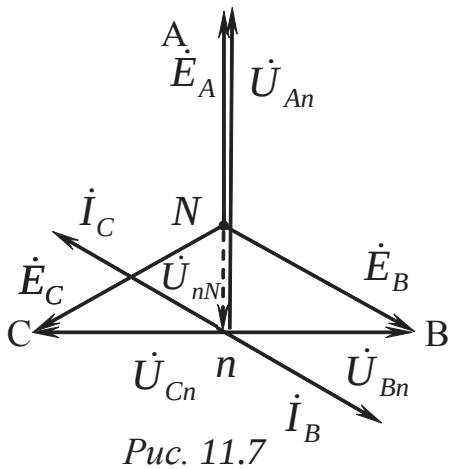


Рис. 11.7

$$\dot{U}_{Bn} = \dot{E}_B - \dot{U}_{nN} = \dot{E}_B + \frac{\dot{E}_A}{2} = \frac{1}{2}\dot{U}_{BC};\ \dot{I}_B = \frac{0{,}5\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}};$$

$$\dot{U}_{Cn} = \dot{E}_C - \dot{U}_{nN} = \dot{E}_C + \frac{\dot{E}_A}{2} = \frac{1}{2}\dot{U}_{CB};\ \dot{I}_C = \frac{0{,}5\dot{U}_{CB}}{\underline{Z}}.$$

З діаграми видно, що напруга в неушкоджених фазах зменшилася у $\frac{\sqrt{3}}{2}$ рази.

Розглянемо обрив нейтрального проводу у випадку несиметричного трифазного навантаження.

За своїми наслідками аварійний режим, пов'язаний з обривом нейтрального проводу при несиметричному трифазному навантаженні, несе велику загрозу для споживачів електричної енергії, особливо тих, які не мають захисту від перевищення напруги в електромережі. Такий аварійний режим відповідає схемі рис. 11.8.

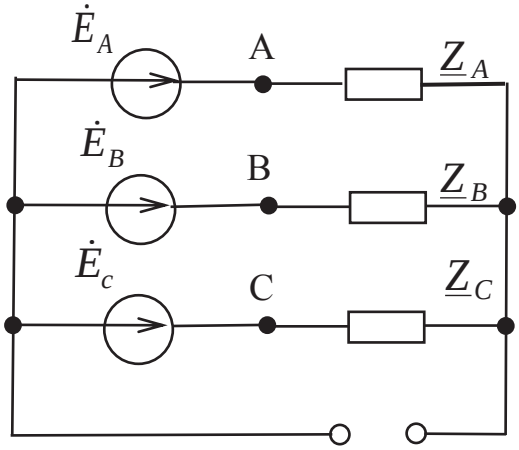


Рис. 11.8

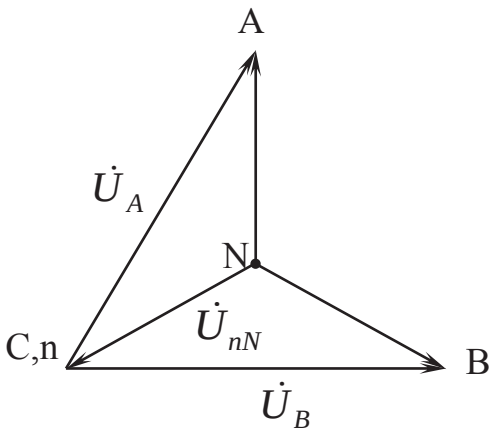


Рис. 11.9

Нехай споживачем електричної енергії з лінійною напругою 380 В є багатоквартирний будинок, кожна квартира якого живиться від однієї із фаз та нейтрального проводу. Припустимо, що навантаження носить активний характер, а потужність споживачів у фазі ***C*** значно перевищує потужності, які споживаються у фазах ***A*** та ***B***. Наприклад, у фазах ***A*** та ***B*** ввімкнені блоки живлення радіотелефонів, телевізорів у режимі очікування і таке інше, а у фазі ***C*** – електричний чайник та праска, загальною потужністю більше 3 кВт, тобто опір $\underline{Z}_C$ значно менший опорів $\underline{Z}_A$ та $\underline{Z}_B$. У такому випадку, у виразі для напруги зсуву нейтралі доданками, які містять провідності $\underline{Y}_A$ та $\underline{Y}_B$ можна знехтувати у порівнянні з доданком, який містить $\underline{Y}_C$, і зсув нейтралі буде дорівнювати напрузі у фазі ***C***, тобто точка ***n*** переміститься у точку ***C*** (рис. 11.9).

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_A\dot{E}_A + \underline{Y}_B\dot{E}_B + \underline{Y}_C\dot{E}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} \approx \dot{E}_C .$$

Таким чином, напруга у фазах ***A*** та ***B*** збільшиться майже до лінійної напруги 380 В і споживачі, які були розраховані на напругу 220 В, можуть не

витримати навантаження, спалахнути та спричинити пожежу. Для запобігання таких аварій на вході у квартиру можна встановити реле напруги, яке відключає живлення квартири, якщо напруга в мережі перевищує максимально припустиму 250 В.

Лекція 12

Потужність трифазного кола. Вимірювання потужності

План лекції

12.1. Потужність трифазного кола.
12.2. Вимірювання активної та реактивної потужності в трифазних колах.
12.3. Коефіцієнт потужності симетричних трифазних приймачів і способи його підвищення.

12.1. Потужність трифазного кола

Трифазне коло являє собою сукупність трьох однофазних кіл. Тому, активна та реактивна потужності трифазного кола дорівнюють сумам потужностей окремих фаз.

Активна потужність трифазного кола:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_a + \boldsymbol{P}_b + \boldsymbol{P}_c \text{ для схеми з'єднання фаз приймачів зіркою} \qquad (12.1)$$

або

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_{ab} + \boldsymbol{P}_{bc} + \boldsymbol{P}_{ca} \text{ для схеми з'єднання трикутником.} \qquad (12.2)$$

Тут $\boldsymbol{P}_a, \boldsymbol{P}_b, \boldsymbol{P}_c, \boldsymbol{P}_{ab}, \boldsymbol{P}_{bc}, \boldsymbol{P}_{ca}$ – активні потужності фаз в схемах з'єднання зіркою й трикутником відповідно. Активна потужність кожної фази розраховується так само, як і для однофазного приймача:

$$\boldsymbol{P}_\phi = \boldsymbol{U}_\phi \boldsymbol{I}_\phi \cos\varphi_\phi = \boldsymbol{R}_\phi \boldsymbol{I}_\phi^2 \ . \qquad (12.3)$$

Реактивна потужність трифазного кола:

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}_a + \boldsymbol{Q}_b + \boldsymbol{Q}_c \text{ для схеми з'єднання фаз приймачів зіркою} \qquad (12.4)$$

або

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}_{ab} + \boldsymbol{Q}_{bc} + \boldsymbol{Q}_{ca} \text{ для схеми з'єднання трикутником.} \qquad (12.5)$$

Тут прийняті позначення, що аналогічні активним потужностям. Реактивна потужність кожної фази розраховується так само, як і для однофазного приймача:

$$Q_ф = U_ф I_ф \sin\varphi_ф = X_ф I_ф^2 \ . \qquad (12.6)$$

Повна потужність трифазного кола:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \ , \qquad (12.7)$$

але в загальному випадку $S \neq S_a + S_b + S_c$ або $S \neq S_{ab} + S_{bc} + S_{ca}$.

При симетричному навантаженні потужності всіх фаз однакові, тому потужність трифазного кола дорівнює потрійній потужності однієї фази:

$$P = 3P_ф = 3U_ф I_ф ; \quad Q = 3Q_ф = 3U_ф I_ф \sin\varphi_ф ; \quad S = 3S_ф = 3U_ф I_ф . \qquad (12.6)$$

Потужності при симетричному навантаженні можуть бути виражені й через лінійні напруги та струми. При з'єднанні фаз приймачів зіркою:

$$U_ф = U_л / \sqrt{3}; \ I_ф = I_л ,$$

отже

$$P = 3(U_л / \sqrt{3}) I_л \cos\varphi = \sqrt{3} U_л I_л \cos\varphi_ф ;$$

$$Q = \sqrt{3} U_л I_л \sin\varphi_ф ; \quad S = \sqrt{3} U_л I_л .$$

При з'єднанні фаз приймачів трикутником:

$$U_ф = U_л , \ I_ф = I_л / \sqrt{3} ,$$

тому

$$P = 3U_л (I_л / \sqrt{3}) \cos\varphi = \sqrt{3} U_л I_л \cos\varphi_ф ; \qquad (12.9)$$

$$Q = \sqrt{3} U_л I_л \sin\varphi_ф ; \quad S = \sqrt{3} U_л I_л . \qquad (12.10)$$

Таким чином, при симетричному навантаженні формули потужності незалежно від схеми з'єднання фаз приймачів однакові.

12.2. Вимірювання активної та реактивної потужності в трифазних колах

При симетричному навантаженні трифазного кола $\left(\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}\right)$ активна і реактивна потужність усіх фаз однакова і для визначення потужності кола достатньо виміряти потужність однієї фази, а потім результат потроїти.

Для вимірювання активної потужності будь-якої фази досить мати один ватметр і включити його на фазну напругу та фазний струм (рис. 12.1). Показ ватметра дорівнює активній потужності однієї фази:

$$\boldsymbol{P}_W = \boldsymbol{P}_\text{ф} = \boldsymbol{U}_\text{ф}\boldsymbol{I}_\text{ф}\cos\boldsymbol{\varphi}.$$

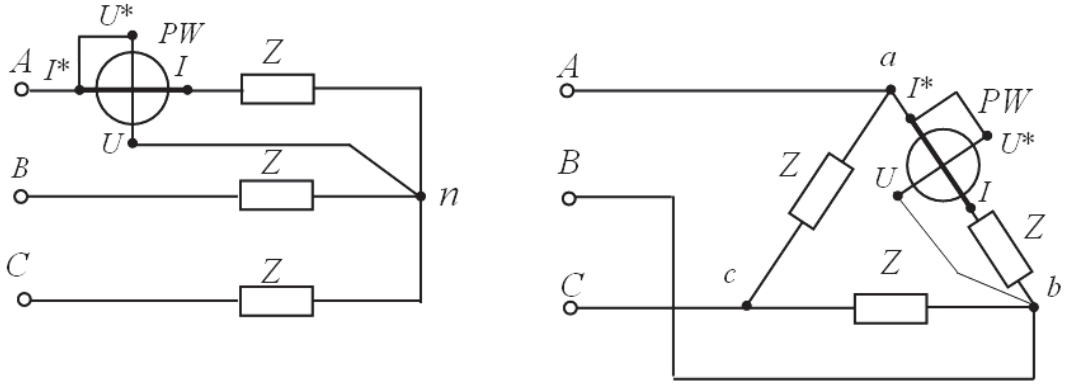


Рис. 12.1

Активна потужність трифазного кола $\boldsymbol{P} = 3\boldsymbol{P}_W$.

Розглянутий метод вимірювання активної потужності симетричного кола називають *методом одного приладу*.

Реактивну потужність фази та всього симетричного кола можна визначити непрямим методом, додатково вимірюючи напругу та струм фази. Обчисливши

$$\cos\varphi = \frac{\boldsymbol{P}_\text{ф}}{\boldsymbol{U}_\text{ф}\boldsymbol{I}_\text{ф}}, \text{ отримаємо:}$$

$$\boldsymbol{Q}_\phi = \boldsymbol{U}_\phi\boldsymbol{I}_\phi\sin\varphi,\ \boldsymbol{Q} = 3\boldsymbol{Q}_\phi.$$

Крім того, реактивну потужність симетричного кола можна виміряти звичайним ватметром, включеним на «чужу напругу». При цьому паралельна обмотка ватметра включається на «чужі фази» по відношенню до фази, в яку включено послідовне (струмове) коло приладу (рис. 12.2).

Як видно з векторної діаграми (рис. 12.2, *б*), показ ватметра:

$$\boldsymbol{P}_W = \boldsymbol{U}_{BC}\boldsymbol{I}_A\cos\left(\underline{\boldsymbol{I}}_A\,\underline{\boldsymbol{U}}_{BC}\right) = \boldsymbol{U}_\text{л}\boldsymbol{I}_\text{л}\cos\left(90^\circ - \varphi\right) = \boldsymbol{U}_\text{л}\boldsymbol{I}_\text{л}\sin\varphi = \frac{\boldsymbol{Q}}{\sqrt{3}}.$$

Звідси витікає, що для визначення реактивної потужності трифазного симетричного кола треба показ ватметра збільшити в $\sqrt{3}$ рази, тобто:

$$\boldsymbol{Q} = \sqrt{3}\boldsymbol{U}_\text{л}\boldsymbol{I}_\text{л}\sin\varphi = \sqrt{3}\boldsymbol{P}_W. \qquad (12.11)$$

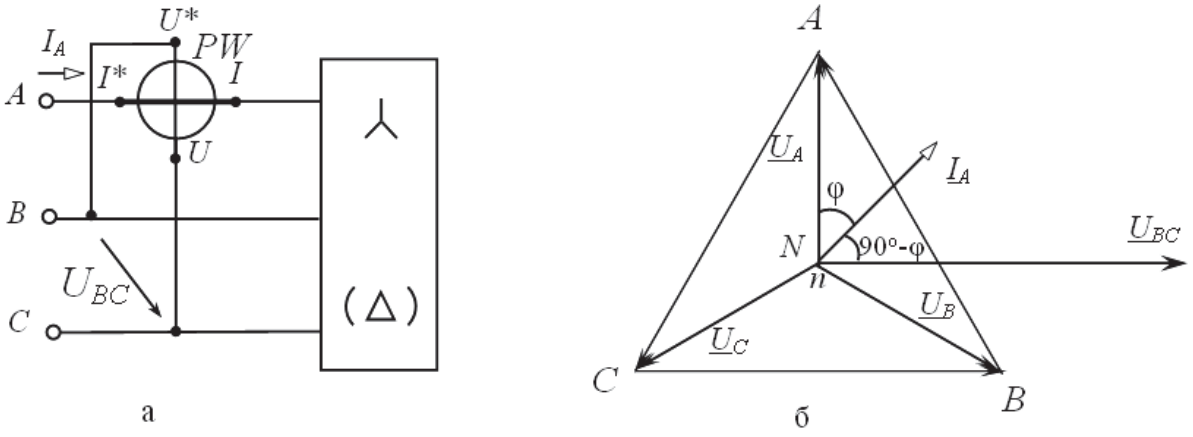


Рис. 12.2

Основним методом вимірювання активної потужності в трипровідних трифазних колах при будь-якій асиметрії кола є *метод двох ватметрів* (рис. 12.3).

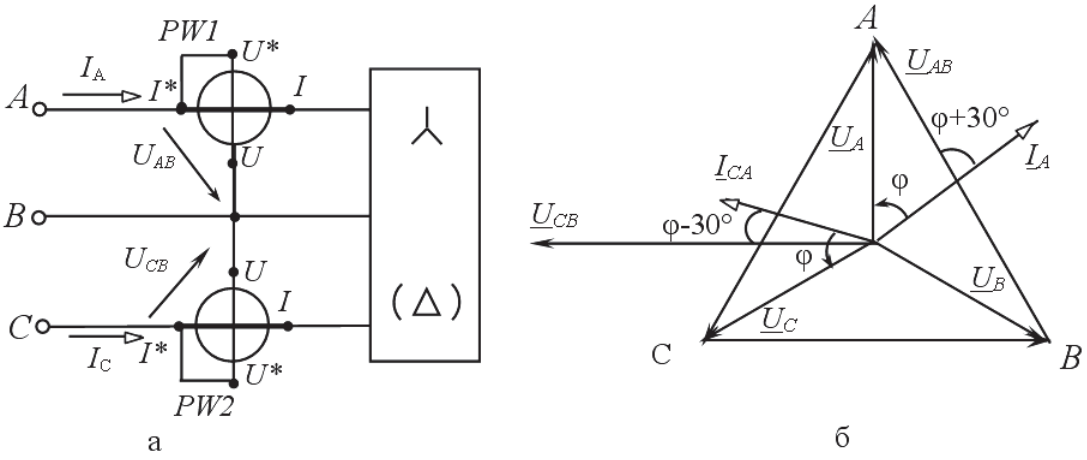


Рис. 12.3

В даному випадку миттєві потужності, що враховуються ватметрами:

$$\boldsymbol{p}_1 = \boldsymbol{u}_{AB}\boldsymbol{i}_A \ , \ \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{u}_{CB}\boldsymbol{i}_C \ .$$

Сума цих потужностей дорівнює миттєвій потужності трифазного кола:

$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{u}_{AB}\boldsymbol{i}_A + \boldsymbol{u}_{CB}\boldsymbol{i}_C = \boldsymbol{u}_A\boldsymbol{i}_A + \boldsymbol{u}_B\boldsymbol{i}_B + \boldsymbol{u}_C\boldsymbol{i}_C = \boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_B + \boldsymbol{p}_C \, ,$$

оскільки $\boldsymbol{u}_{AB} = \boldsymbol{u}_A - \boldsymbol{u}_B ; \boldsymbol{u}_{CB} = \boldsymbol{u}_C - \boldsymbol{u}_B ; \boldsymbol{i}_B = -\left(\boldsymbol{i}_A + \boldsymbol{i}_C\right)$.

Переходячи до середньої або активної потужності, яка виражена через діючі значення напруг і струмів, отримаємо, активну потужність, яка вимірюється ватметрами:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{U}_{AB}\boldsymbol{I}_A \cos\left(\underline{\boldsymbol{U}}_{AB}\,\underline{\boldsymbol{I}}_A\right) + \boldsymbol{U}_{CB}\boldsymbol{I}_C \cos\left(\underline{\boldsymbol{U}}_{CB}\,\underline{\boldsymbol{I}}_C\right) = \boldsymbol{P}_1 + \boldsymbol{P}_2 \, . \qquad (12.12)$$

Таким чином, активна потужність, що вимірюється методом двох ватметрів, дорівнює алгебраїчній сумі показів ватметрів.

На рис. 12.3,*б* наведена векторна діаграма для симетричного активно-індуктивного навантаження. При цьому кут між векторами $\underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{AB}}$ і $\underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{A}}$ дорівнює ($\boldsymbol{\varphi}$ + 30°), а кут між векторами $\underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{CB}}$ і $\underline{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{C}}$ дорівнює ($\boldsymbol{\varphi}$ – 30°).

Покази ватметрів:

$$\boldsymbol{P}_1 = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{\cos}\ (\varphi + 30°),\ \boldsymbol{P}_2 = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{\cos}\ (\varphi - 30°).$$

Активна потужність всього кола:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{\cos}\ (\varphi + 30°)\ + \mathrm{U}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{\cos}\ (\varphi - 30°)\ = \sqrt{3}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{\cos}\varphi.$$

Покази ватметрів залежать від кута $\boldsymbol{\varphi}$ = arctg($\boldsymbol{R}_{\text{ф}}/\boldsymbol{X}_{\text{ф}}$) (для паралельної схеми заміщення). При активному навантаженні ($\boldsymbol{\varphi}$ = 0) покази обох ватметрів однакові:

$$\boldsymbol{P}_1 = \boldsymbol{P}_2 = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Л}}\mathbf{cos}\,30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Л}};\quad \boldsymbol{P} = \sqrt{3}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Л}}.$$

У випадку φ ≠ 0 покази ватметрів різні, причому якщо $\boldsymbol{\varphi}$ = 60°, то $\boldsymbol{P}_1$ = 0, а $\boldsymbol{P}_2$ = $\boldsymbol{P}$; якщо $\boldsymbol{\varphi}$ > 60°, то кут ($\boldsymbol{\varphi}$ + 30°) > 90°, і показ першого ватметра стане від'ємним ($\boldsymbol{P}_1$ < 0), і його стрілка відхиляється ліворуч від нуля. Для відліку показу необхідно змінити напрям струму в одній з обмоток приладу, тобто перемкнути затискачі обмотки струму або обмотки напруги, а покази записати зі знаком мінус.

При симетричному навантаженні метод двох ватметрів дозволяє розрахувати й реактивну потужність кола. Розглянемо різницю показів приладів:

$$\boldsymbol{P}_2 - \boldsymbol{P}_1 = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{\cos}\ (\varphi - 30°)\ - \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{\cos}\ (\varphi + 30°)\ = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{Л}}\boldsymbol{\sin}\varphi.$$

Як видно з виразу, для визначення реактивної потужності кола необхідно різницю ($\boldsymbol{P}_2$ – $\boldsymbol{P}_1$) помножити на $\sqrt{3}$:

$$\boldsymbol{Q} = \sqrt{3}\left(\boldsymbol{P}_2 - \boldsymbol{P}_1\right) = \sqrt{3}\boldsymbol{U}_{\text{л}}\boldsymbol{I}_{\text{л}}\,\mathbf{sin}\,\varphi. \qquad (12.13)$$

За показами ватметрів можна з'ясувати характер навантаження:

$$\mathbf{tg}\,\varphi = \frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{P}} = \sqrt{3}\cdot\frac{\boldsymbol{P}_2 - \boldsymbol{P}_1}{\boldsymbol{P}_2 + \boldsymbol{P}_1}. \qquad (12.14)$$

Слід пам'ятати, що співвідношення (12.13) справедливе лише при симетричному навантаженні.

12.3. Коефіцієнт потужності симетричних трифазних приймачів і способи його підвищення

Значну частину приймачів електричної енергії складають трифазні асинхронні двигуни, які обслуговують силові промислові установки (компресори, насоси, вентилятори) і виробничі механізми (в основному верстати), установки електричного освітлення, електричні печі, а також перетворювальні агрегати, які служать для живлення приймачів постійного струму. Всі ці приймачі, окрім установок електричного освітлення, як правило, є симетричними.

Більша частина промислових приймачів споживає з мережі як активну, так і реактивну енергію. Основними споживачами реактивної енергії є асинхронні двигуни та трансформатори, які споживають відповідно 60…65% і 20…25% загальної кількості реактивної енергії.

При завантаженні ліній передач і трансформаторів значними потоками реактивної енергії виникають додаткові втрати на нагрів, втрати напруги (особливо в мережах районного значення), зменшується пропускна спроможність ліній електропередачі та трансформаторів, виникає необхідність збільшення площ перетинів проводів повітряних і кабельних ліній, а також потужності або кількості трансформаторів. Тому в сучасних системах електропостачання прагнуть частково розвантажувати лінії електропередачі та трансформатори від реактивної енергії, наближаючи відповідно до техніко-економічних можливостей джерела реактивної енергії до місць її споживання. Це призводить до збільшення коефіцієнта потужності установок.

Підвищення коефіцієнта потужності має величезне техніко-економічне значення: так, його підвищення на 0,01 лише в одній крупній енергосистемі дає щорічно економію декількох мільйонів кіловат-годин.

Підвищення коефіцієнта потужності промислових підприємств повинне здійснюватися перш за все шляхом виконання наступних заходів:

1) впорядкування енергетичного режиму обладнання;

2) раціональне використання встановлених потужностей асинхронних двигунів і трансформаторів;

3) заміна малозавантажених двигунів двигунами менших потужностей;

4) обмеження режимів холостого ходу трансформаторів і двигунів та ін.

У разі потреби вдаються до штучних заходів підвищення коефіцієнта потужності за допомогою компенсуючих пристроїв (джерел реактивної енергії) - синхронних компенсаторів (потужних синхронних двигунів) і статичних конденсаторів.

Коефіцієнт потужності трифазних приймачів:

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + \left(Q_L - Q_K\right)^2}}, \qquad (12.15)$$

де Q_K – реактивна потужність компенсуючих пристроїв.

Чим більше реактивна енергія, що виробляється компенсуючими пристроями, встановленими поблизу приймачів, тим вище коефіцієнт потужності.

Вибір компенсуючих пристроїв здійснюють на основі техніко-економічних розрахунків. Використання синхронних компенсаторів в малопотужних установках недоцільно, тому на промислових підприємствах при потужності компенсуючого пристрою менше 5 *Мвар* (***U*** = 6 *кВ*) і 10 *Мвар* (***U*** = 10 *кВ*) економічно доцільна установка батарей конденсаторів (БК).

Реактивна потужність конденсаторів в одному елементі складає 4÷10 *квар*: з двох елементів збирають батареї необхідної потужності, з'єднують їх трикутником і включають в трифазну мережу. В цьому випадку при заданій напрузі потрібні конденсатори меншої ємності. Установки конденсаторів поділяються на три види: індивідуальні, групові та централізовані. У централізованих установках потужність конденсаторів використовується ефективніше.

Відповідно до вказівок щодо компенсації реактивної потужності в розподільних мережах кожному підприємству нормується не коефіцієнт потужності, а безпосереднє економічно обґрунтоване значення реактивної енергії, яку йому дозволяється споживати з мережі. Відповідно до спеціальних договорів підприємствам встановлюється оптимальний tgφ, який визначається за показами лічильників реактивної й активної енергії (tgφ = $\boldsymbol{Q_{ср}/P_{ср}}$). Якщо підприємство працює з tg$\boldsymbol{\varphi}$, близьким до оптимального значення, то воно отримує знижку на оплату за електроенергію (що дає загальну економію коштів).

Якщо ж tgφ відрізняється від оптимального, то встановлюється надбавка до тарифу (до 30 %).

РОЗДІЛ 4

ЕЛЕКТРИЧНІ МАТЕРІАЛИ

Лекція 13
Загальні поняття. Класифікація електротехнічних матеріалів

План лекції

13.1. Загальні відомості про будову речовин.
13.2. Структура речовин.
13.3. Властивості діелектриків

13.1. Загальні відомості про будову речовин

Властивості матеріалів досить різноманітні. Вони визначаються зокрема структурою та типом зв'язку між атомами речовини. Нагадаємо, що найменша частка речовини, яка зберігає її хімічні властивості – молекула. Вона складається з однакових (проста речовина) або різних (складна речовина – хімічна сполука) атомів, з'єднаних між собою хімічними зв'язками. Кількість атомів у молекулі може бути від двох (водень, кисень та інші) до сотень тисяч (макромолекулярні сполуки: поліетилен, каучук, целюлоза та інші). Хімічні зв'язки підтримуються за рахунок електричних сил взаємодії електронів та ядер атомів.

Атом – найдрібніша частка хімічного елемента. Він складається з позитивно зарядженого ядра, навколо якого рухаються електрони, утворюючи електронні оболонки. Будову атома, його електронних оболонок можна визначити за допомогою таблиці Менделєєва.

Атоми можуть втрачати під впливом різних факторів електрони зовнішніх оболонок (валентні) або набувати додатково один чи кілька електронів. При цьому створюються позитивні та негативні іони.

В залежності від будови зовнішніх електронних оболонок атома можуть виникати різні види зв'язку. Розрізняють чотири основні типи зв'язку: **ковалентний, іонний, металічний та молекулярний**. Провести різку границю між ними часто неможливо, однак можна визначити домінуючий механізм.

Ковалентний зв'язок виникає між сусідніми атомами в результаті попарного усуспільнення електронів. Ці пари – спільні для атомів, які складають молекулу. Якщо двоатомна молекула складається з однакових атомів, електронна пара належить в однаковій мірі обом атомам. В цьому випадку молекулу та ковалентний зв'язок називають ***неполярними*** або нейтральними. У неполярних молекул центри позитивних та негативних зарядів співпадають.

Якщо в окремій молекулі центри протилежних за знаком зарядів не співпадають та знаходяться на деякій відстані один від одного, то такі молекули

називають ***полярними*** або ***дипольними***. Полярна молекула характеризується електричним дипольним моментом, який визначається добутком заряду на відстань між центрами позитивного та негативного зарядів,

$$M = ql.$$

Іонний зв'язок обумовлений силами електричного притягання між позитивними та негативними іонами; для нього характерний повний перенос валентних електронів від одних атомів сполуки до інших.

Сполуки з іонним зв'язком існують здебільшого як кристалічні речовини (*NaCl*, *KCl*, Al_2O_3 тощо). Вони поступаються речовинам з ковалентним зв'язком в механічній міцності та хімічній стійкості.

Металічний зв'язок реалізується у тих речовинах, які мають мало (1-3) валентних електронів. Ці зовнішні електрони порівняно слабко зв'язані з ядром атома. При дуже близькому розташуванні атомів валентні електрони здатні залишати свої атоми і вільно рухатися всередині решітки, утворюючи "електронний газ". Цей газ компенсує сили електростатичного відштовхування позитивно заряджених атомних остовів, забезпечуючи монолітність металу.

Особливості міжмолекулярної взаємодії, яка має електричну природу, визначаються типом молекул речовини: полярні чи неполярні. Для полярних характерне притягання різнойменно заряджених кінців молекул. Неполярні молекули взаємодіють через миттєві дипольні моменти, що можна уявити як результат узгодженого руху валентних електронів сусідніх атомів (рис. 13.1), якими "торкаються" сусідні молекули. В будь-який момент часу електрони максимально віддалені один від одного і максимально наближені до позитивних зарядів. При цьому притягання валентних електронів до позитивно зарядженого остова сусіднього атома виявляється сильнішим від відштовхування електронів зовнішніх орбіт.

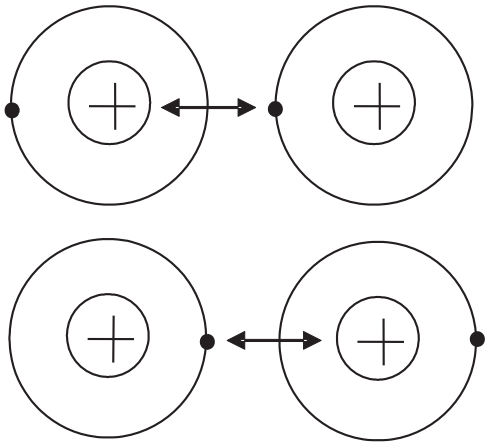


Рис. 13.1

Молекулярні кристали утворюють органічні сполуки, неорганічні бінарні сполуки типу H_2O, CO_2, деякі прості речовини H_2 , N_2 , O_2, S_2 , інертні гази. Для молекулярних кристалів характерні низькі температури плавлення (наприклад, для парафіну $T_{пл}$ = 50-52°С), значна стисліcть, невелика твердість. Якщо для ковалентного, іонного та металічного зв'язку енергія зв'язку складає ≈100 кДж/моль, то для міжмолекулярного зв'язку ≈0,1-1 кДж/моль.

13.2. Структура речовин

Агрегатні стани речовини – якісно відмінні стани тієї самої речовини, які відрізняються структурою і характером теплового руху структурних елементів – молекул, атомів, іонів тощо.

За агрегатним станом електрорадіоматеріали поділяються на тверді, рідкі та газоподібні. В радіоелектроніці використовують і четвертий стан речовини – плазму, яка являє собою частково або повністю іонізований газ, у котрого густини позитивних і негативних зарядів практично однакові. І все ж більшість електрорадіотехнічних матеріалів являє собою тверді тіла.

Поняття ***структура*** має як мікроскопічне, так і макроскопічне значення. Мікроструктура – характер впорядкованості елементарних часток матеріалу(атомів, іонів, молекул). Макроструктура – характер формування окремих областей в матеріалі, розмір яких перевищує розмір молекул і які мають специфічні властивості. В цьому значенні говорять про **доменну** структуру магнітних та сегнетоелектричних матеріалів, про пористу, шарувату, волокнисту структуру. Властивості матеріалу залежать не лише від типу структури, але і від розмірів і форми структурних утворень, які в деяких випадках мають спеціальні назви (наприклад, кристаліти, волокна, зерна та ін.).

Тверді матеріали за структурою можуть бути монокристалічними, полікристалічними, аморфними та змішаними. Впорядкована кристалічна структура твердих тіл є природною, тому що енергія впорядкованої структури звичайно нижча, ніж у невпорядкованої.

Для кристалічного стану характерний далекий порядок – впорядковане розташування часток (атомів, іонів, молекул) у вузлах кристалічної решітки з періодичністю в трьох вимірах, яка є правильною в більшій чи меншій мірі, тобто має менше чи більше **дефектів**.

Монокристали – однорідні анізотропні тіла, котрі характеризуються правильним порядком в розташуванні часток в усьому об'ємі і мінімальною кількістю дефектів. Цього досягають спеціальними технологічними процесами – вирощуванням.

Полікристали утворені великою кількістю дрібних кристалічних зерен-кристалітів; кожне зерно окремо має регулярне розташування атомів, а при переході від одного зерна до іншого спостерігається відхилення від регулярного розташування (метали, кераміка).

Полікристали через велику кількість кристалітів, хаотично орієнтованих в різних напрямах, звичайно ізотропні. Полікристалічні тіла зі штучно створеною

спеціальною обробкою анізотропією називаються текстурованими, або текстурами.

Однак кристалічний стан речовини не завжди реалізується, деякі частки не завжди мають можливість розташуватись впорядковано. Тоді утворюється **аморфна** структура, у якої відсутній далекий порядок. Аморфні тіла утворюються при швидкому охолодженні речовини, коли утруднюється переміщення молекул, потрібне для формування і росту кристалів. До них можна віднести скло, смоли.

Змішані (аморфно-кристалічні) матеріали – частково закристалізовані аморфні. Наприклад, скло певного складу, витримане при підвищеній температурі, починає кристалізуватись, перетворюючись у **ситал**.

Рідкі кристали – широкий клас органічних сполук, які за певних умов мають одночасно властивості кристала (впорядкованість структури, анізотропія основних фізичних властивостей) і рідини (плинність).

В електротехніці і радіоелектроніці широко застосовуються матеріали як з впорядкованою, так і з невпорядкованою структур

13.3. Властивості діелектриків

Здатність матеріалу поглинати вологу з повітря характеризує його **гігроскопічність**, яка висока у матеріалів капілярної структури (деревина, тканинні матеріали) і добре розчинних у воді речовинах. Кількість води, що їх поглинає речовина, зростає із збільшенням вологості повітря.

Під дією вологи електричні властивості більшості діелектриків погіршується. Надзвичайно сильний вплив на них води визначається її високою діелектричною проникністю та високим ступенем дисоціації на іони, котра викликає високу електропровідність води. В воді легко дисоціюють і молекули інших речовин, що ще більше підвищує електропровідність діелектриків. Навіть мала кількість вологи здатна різко погіршити електричні властивості ізоляції, якщо вона утворить всередині матеріалу нитки або плівку, котрі пронизують весь проміжок між електродами. Тому приділяється велика увага усуненню води з електроізоляційних матеріалів та їх захисту проти зволоження під час експлуатації, що досягається просоченням пористих матеріалів та покриттям плівками гідрофобних (водовідштовхуючих) матеріалів.

Для практичного застосування надзвичайно важливі теплові властивості матеріалу. Зокрема **стійкість до нагрівання** – здатність електричної ізоляції витримувати підвищену температуру без істотного погіршення електричних властивостей, оскільки від цього залежить найвища допустима робоча температура ізоляції. В свою чергу, від неї залежать можливості зменшення розмірів, маси та вартості виробів, а також пожежна безпека та вибухобезпечність.

В потужному устаткуванні, в багатьох електронних приладах необхідність високої температури випливає з особливостей їх роботи. У деяких матеріалів при підвищених температурах неприпустимо погіршуються механічні властивості, у інших – електричні (ρ, $\mathrm{tg}\delta$ та ін.). Крім цих

властивостей, які проявляються навіть при короткочасному підвищенні температури, при тривалому впливі підвищеної температури прискорюється теплове старіння ізоляції і скорочення строку служби виробів.

Матеріали, що застосовуються як ізоляційні, з врахуванням їх стійкості до нагрівання (при тривалому впливі) традиційно поділяють на класи; для кожного класу встановлено певну максимальну робочу температуру (табл. 13.1).

Таблиця 13.1

Клас	**Y**	**A**	**E**	**B**	**F**	**H**	**C**
Робоча температура	90	105	120	130	155	180	вище 180

Віднесення матеріалу до певного класу не означає, що його не можна використовувати при вищій температурі. Як правило, це можливо, але строк служби виробу істотно зменшується. Він скорочується приблизно вдвоє при підвищенні температури на 7-10°С.

Поділ матеріалів на класи виконав свою історичну задачу, і за рекомендацією Міжнародної електротехнічної комісії матеріали характеризують температурним індексом – значенням температури в °С, за якої строк служби ізоляції складає 20000 годин; а також використовують складніші способи оцінки стійкості електричної ізоляції до нагрівання. В багатьох випадках експлуатації електрорадіотехнічного обладнання, наприклад, на літаках, лініях електропередачі та зв’язку, відкритих підстанціях і т.п, важлива стійкість, тобто здатність ізоляції працювати без погіршення експлуатаційної надійності при низьких температурах, наприклад -60÷-70°С і навіть при дуже низьких (кріогенних) температурах. Електричні властивості матеріалів в цих умовах, як правило, покращуються; однак знижуються еластичність, гнучкість, що може ускладнити роботу устаткування. Теплові втрати провідників, а інколи і магнітопроводів, переходять в оточуюче середовище через шар ізоляції. Більшість діелектриків проводять тепло значно гірше за провідники. Лише деякі керамічні оксиди наближаються своєю теплопровідністю до провідникових матеріалів.

Розчинність – здатність матеріалу розчинятися в розчиннику, визначається швидкістю переходу речовини в розчин або концентрацією його насиченого розчину. Важлива для вибору розчинників, а також для оцінки стійкості матеріалу до дії різних рідин, з якими вони контактують в процесі виготовлення та експлуатації.

Неорганічні речовини, як правило, краще розчинні у воді та полярних розчинниках, органічні - в органічних та неполярних розчинниках. Розчинність визначається хімічною природою, температурою та діелектричною проникністю розчинника. Із зростанням температури розчинність твердих та рідких речовин звичайно збільшується.

Хімічна стійкість, тобто стійкість до корозії різними хімічно активними речовинами електроізоляційних матеріалів важлива і досить різноманітна. Тому

цій властивості буде приділено належну увагу при розгляді конкретних матеріалів.

Світлостійкість – здатність матеріалів під дією світлового опромінення зберігати свої експлуатаційні властивості. Світлові, а особливо ультрафіолетові промені, можуть впливати на діелектрики та напівпровідники, викликаючи фотопровідність, різні хімічні зміни, прискорюючи старіння ряду органічних матеріалів, знижуючи механічну міцність та еластичність.

Радіаційна стійкість – здатність матеріалу зберігати свої електричні та механічні властивості при дії радіоактивного випромінювання високої енергії. Ця здатність важлива у випадках, коли електрорадіоапаратура може опинитися в таких умовах.

Енергія випромінювання, попадаючи на поверхню матеріалу, спадає з глибиною проникнення; причому поглинання залежить від природи матеріалу та випромінювання. Розсіювання енергії випромінювання відбувається через іонізацію, збудження атомів; частина енергії витрачається на вибивання атомів або іонів в міжвузловини. Порушення структури речовини зарядженими частками відбувається, в основному, в поверхневому шарі. Під дією нейтронів структура речовини змінюється в більших об'ємах через більшу довжину пробігу нейтронів. В результаті тривалого або дуже інтенсивного опромінення може зруйнуватись будь-який полімер або змінитись його структура. Вплив опромінення на неорганічні діелектрики слабший. В них утворюються центри забарвлення; їх питомий електричний опір та електрична міцність можуть знизитись. Випромінювання може бути використане в технологічних процесах створення нових матеріалів та отримання в них цінних властивостей.

До механічних властивостей діелектриків можна віднести механічну міцність, повзучість, крихкість, твердість, еластичність, в'язкість.

Повзучість – властивість матеріалу безперервно і повільно деформуватись під впливом постійного механічного навантаження.

Механічна міцність – здатність матеріалу без руйнування витримувати механічні навантаження. Характеризується міцністю на стискання, на розтяг, на згинання.

Крихкість - здатність руйнуватись без помітної пластичної деформації; багато матеріалів здатні витримувати значні статичні навантаження, але легко руйнуються динамічними зусиллями.

Твердість - здатність поверхневого шару матеріалу протистояти деформації від стискаючого зусилля, що передається через предмет малого розміру.

Еластичність – здатність матеріалів зазнавати великих пружних деформацій під дією малих розтягуючих зусиль.

В'язкість – властивість рідин та газів чинити опір переміщенню однієї їх частини відносно іншої – дуже важлива характеристика для рідких та напіврідких ізоляційних матеріалів, мастил, лаків, заливних та просочувальних компаундів. В'язкість всіх речовин, що не зазнають при нагріванні хімічних змін, значно зменшується з підвищенням температури, що дозволяє їм швидко заповнювати найдрібніші пори.

Лекція 14
Провідникові матеріали

План лекції

14.1. Класифікація та застосування провідникових матеріалів.
14.2. Фізичні процеси в провідниках та їх властивості.
14.3. Метали високої провідності.
14.4. Сплави високого опору.

14.1. Класифікація та застосування провідникових матеріалів

Провідникові матеріали (провідники) – речовини з високою порівняно з іншими матеріалами електропровідністю. Провідники містять значну кількість вільних носіїв заряду, які в електричному полі набувають впорядкованого руху.

Провідникові матеріали можна класифікувати за різними ознаками: за агрегатним станом, за основними властивостями та іншими ознаками. На рис. 14.1 наведена одна з класифікацій провідникових матеріалів.

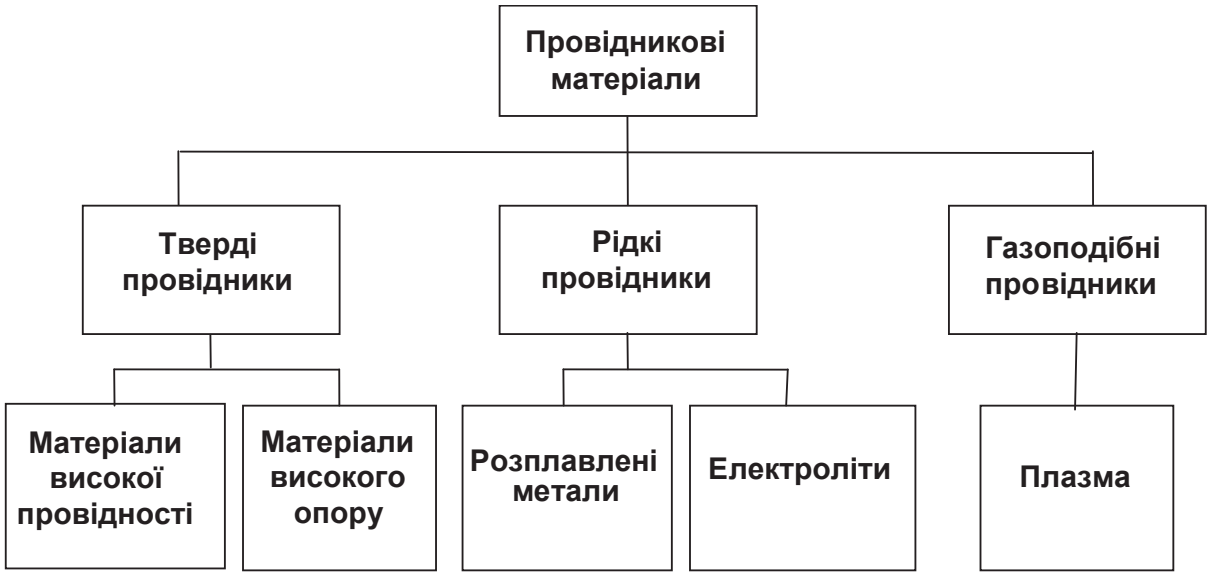


Рис. 14.1

До основних провідників належать метали (металеві сплави) і електроліти. З металевих провідникових матеріалів можна виділити **метали високої провідності** з питомим опором не більше 0,05 мкОм·м, наприклад, срібло, золото, мідь, алюміній, сплави міді (латуні, бронзи), сплави алюмінію (дюралюміній та ін.).

Матеріали високої провідності застосовуються:

– для виготовлення обмоткових та монтажних проводів, кабелів зв’язку та силових;

– в надвисокочастотних хвилеводах малого загасання;

– для виготовлення електромагнітних екранів і т. ін.

Особливу групу провідників з дуже малим питомим опором при дуже низьких температурах утворюють надпровідники та кріопровідники.

До **матеріалів високого опору** належать сплави та метали з питомим опором не менше 0,3 мкОм·м, наприклад, манганін, константан, ніхром та інші сплави і метали. Вони застосовуються для виготовлення резисторів, електронагрівальних елементів, термопар і т. ін.

До рідких провідників належать розплавлені метали і рідкі електроліти. За нормальних умов з чистих металів лише ртуть є рідким провідником; у більшості металів температура плавлення висока. Рідкі провідникові матеріали застосовуються в різних датчиках, в нормальних елементах, акумуляторах, в хімічному виробництві.

Як газоподібні провідники застосовують гази при значеннях напруженості електричного поля, що перевищують деяке критичне значення і спричиняють іонізацію. Використовується також газова плазма – сильно іонізований газ з рівною кількістю електронів та позитивних іонів в одиниці об’єму. Відзначимо, що всі гази, пара, включаючи пару металів, в слабких електричних полях – діелектрики з високим питомим опором.

14.2. Фізичні процеси в провідниках та їх властивості

За механізмом протікання струму провідники поділяють на провідники першого роду, в яких струм обумовлений дрейфом вільних електронів (метали в твердому і рідкому стані), і провідники другого роду – електроліти, у котрих струм пов’язаний з переносом заряду іонами (розчини кислот, лугів, солей).

Основна причина провідності металічних провідників полягає в русі великої кількості вільних електронів ("електронного газу"), що підтверджує ряд експериментальних результатів:

1) спостерігається прямий зв’язок між електропровідністю та теплопровідністю;

2) при тривалому проходженні струму через коло, складене лише з металічних провідників, не спостерігається проникнення атомів одного металу в інший;

3) при нагріванні металу до високих температур спостерігається емісія електронів з поверхні;

4) поява ЕРС на кінцях провідника, що швидко рухався, і різко зупиненого;

5) зміна питомого опору провідника в магнітному полі в результаті викривлення траєкторії електронів.

До основних характеристик провідників слід віднести:

– питому провідність γ (або питомий опір ρ);

– питому теплопровідність $\lambda_т$;

– температурний коефіцієнт питомого опору $ТК_\rho$;

– контактну різницю потенціалів $\varphi_к$ і термоелектрорушійну силу;

– фізичні параметри (температурний коефіцієнт лінійного розширення TKl, температура плавлення $Т_{пл}$ та ін.);

– механічні параметри (границя міцності на розтяг $\sigma_р$ та ін.).

Питома електропровідність провідників

Питома електропровідність (провідність) γ – коефіцієнт пропорційності між густиною електричного струму J і напруженістю електричного поля E. Закон Ома в диференціальній формі можна записати

$$J = ne\mathrm{v}_n = ne\mathrm{u}\mathrm{E} = \gamma E, \tag{14.1}$$

де n – концентрація електронів в провіднику;

e – заряд електрона (e = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл);

v_n – середня швидкість напрямленого руху електронів під дією електричного поля E ($\mathrm{v}_n \approx 10^{-3}$ м/с).

u – рухливість носія.

Величина, обернена питомій провідності $\gamma = \mathrm{ne}\,\mathrm{u}_n$ – питомий електричний опір $\rho = 1/\gamma$. Для провідників зі сталим поперечним перерізом S та довжиною L питомий опір обчислюється за формулою

$$\rho = RS/L\,. \tag{14.2}$$

Розмірність питомої провідності 1/(Ом·м) або См/м (сименс на метр), а розмірність питомого опору Ом·м. Для вимірювання ρ провідникових матеріалів зручно користуватись позасистемною одиницею Ом·мм^2/м; очевидно, що провід з матеріалу довжиною 1м з поперечним перерізом 1мм^2 має опір в омах, що чисельно дорівнює ρ матеріалу в Ом·мм^2/м. Замість цієї одиниці доцільно вживати рівну їй за величиною одиницю системи СІ мкОм·м. Зв’язок між одиницями питомого опору

1 Ом·м = 10^6 мкОм·м = 10^6 Ом·мм^2/м.

Питомий опір чистих металів, кристалічна решітка яких найбільш досконала, має найменші значення ρ. Введення домішок і сплавлення металів призводять до змін кристалічної решітки і збільшення ρ. Питомий опір сплавів вищий (до 10 мкОм·м), ніж у чистих металів. Діапазон значень питомого опору ρ металічних провідників складає три порядки.

Питомий опір провідників залежить від багатьох чинників: від температури, деформації, магнітного поля, тиску і інших факторів.

Електричні властивості тонких металічних плівок, які широко використовуються в мікроелектроніці, можуть відрізнятись від властивостей об’ємних елементів вихідних матеріалів. Ці відмінності виникають через дрібнозернисту структуру плівки та вищу концентрацію дефектів, а також через прояви розмірних ефектів, коли товщина плівки сумірна з середньою довжиною вільного пробігу електронів. Для оцінки провідності (опору) плівки використовується питомий поверхневий опір $R_□$ (Ом/квадрат), що чисельно

дорівнює опору квадратної ділянки плівки будь-якого розміру. Опір тонкоплівкового резистора можна визначити за співвідношенням

$$R=R_{\square}\, l / b \tag{14.3}$$

де l та b – відповідно довжина та ширина елемента.

Тонкоплівкові резистивні елементи виготовляються з тугоплавких металів (вольфрам, молібден, тантал, реній, хром) та сплавів нікелю з хромом.

Залежність питомого опору від температури

Згідно з класичною електронною теорією металів величина питомого опору металічного провідника визначається виразом

$$\rho = \frac{2mV_T}{e^2 n\lambda_{cp}}, \tag{14.4}$$

де m – маса електрона;

V_T – середня швидкість теплового руху електрона всередині металічного провідника;

$\lambda_{ср}$ – середня довжина вільного пробігу електрона.

З підвищенням температури металічного провідника коливання вузлів кристалічної решітки посилюються, що зменшує середню довжину вільного пробігу електрона. Тому питомий опір металічних провідників збільшується з підвищенням температури. Для більшості металів в інтервалі температур від – 20 до $+100^0$С ця залежність близька до лінійної:

$$\rho_T = \rho_0[1+\alpha_{\rho,T}(T-T_0)] = \rho_0[1+\alpha_{\rho,T}\Delta T], \tag{14.5}$$

де T_0 – початкова температура,^{0}С;

ρ_0 – питомий опір при $T=T_0$;

$\alpha_{\rho,т}$=ТКρ – середній температурний коефіцієнт питомого опору (розмірність ТКρ 1/К).

Середній температурний коефіцієнт питомого опору в інтервалі температур ($T-T_0$) визначається виразом

$$TK\rho = \alpha_{\rho,T} = \frac{\rho_T - \rho_0}{\rho_0\left(T-T_0\right)}. \tag{14.6}$$

В разі нелінійної залежності питомого опору від температури ТКρ визначається для заданої температури Т:

$$TK\rho = \alpha_{\rho,T} = \frac{1}{\rho_T}\cdot\frac{d\rho}{dT}. \tag{14.7}$$

Для більшості чистих металів значення $\alpha_{\rho.т}$ близькі (за винятком магнетиків: заліза, нікелю, кобальту, хрому) до 1/273 або 0,004 $К^{-1}$.

Залежність питомого опору від температури використовується для створення термометрів електричного опору.

При переході з одного агрегатного стану в інший питомий опір металів змінюється стрибкоподібно. При плавленні металів ρ звичайно зростає (рис. 14.2). Однак питомий опір тих металів, об'єм яких при плавленні зменшується, знижується при плавленні.

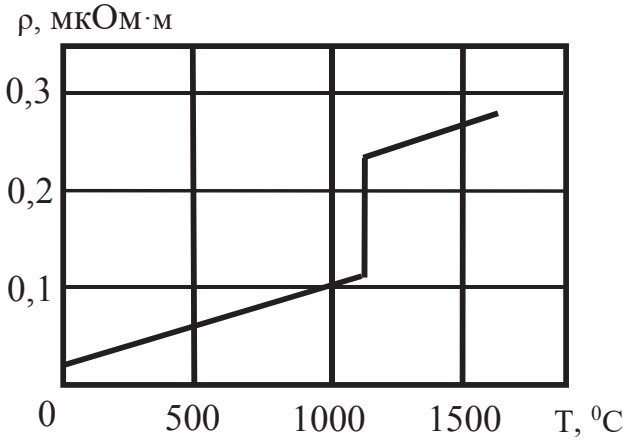


Рис. 14.2

14.3. Метали високої провідності

До цієї групи матеріалів належать мідь та її сплави, алюміній та його сплави, срібло, золото та деякі інші метали.

Мідь (Cu) знайшла широке застосування в електрорадіотехніці завдяки таким своїм перевагам:

1) малому питомому опору (ρ = 0,0172 мкОм·м);

2) достатньо високим механічним властивостям (міцності, пластичності);

3) задовільній корозійній стійкості;

4) хорошій технологічності; мідь прокочується в листи і стрічку та протягується в провід;

5) відносній легкості паяння та зварювання.

Найчастіше мідь отримують переробкою сульфідної руди. Електротехнічна мідь обов'язково проходить електролітичне очищення. Після нього мідь переплавляють, прокочують і протягують, одержуючи вироби потрібного поперечного перерізу.

Властивості міді досить чутливі до вмісту домішок. Тому як провідниковий матеріал використовують мідь марки М1 (99,9% Cu, кисень не більше 0,08%) та марки М0 (99,95% Cu, кисень не більше 0,02%). У вакуумних приладах, зокрема потужних електронних лампах, використовується мідь особливо високої чистоти – безкиснева (O_2 не більше 0,002 %).

Залежно від технології переробки отримують мідь тверду або м'яку. Першу отримують холодним протягуванням, друга додатково піддається відпалу.

Тверда мідь використовується там, де важлива висока механічна міцність, твердість та опір стиранню: контактні проводи та колекторні пластини, шини розподільчих пристроїв тощо.

М'яка мідь застосовується як обмоткові проводи та струмопровідні жили кабелів, коли важливі гнучкість та пластичність.

При температурах вище 200-225˚С мідь починає інтенсивно окислятися. Щоб захистити провід від окислення на його поверхню наноситься шар нікелю.

Однак механічні властивості чистої міді в деяких випадках не задовольняють вимоги до виробів з неї. Тому тоді використовують сплави міді з невеликим вмістом легуючих домішок: Sn, Si, P, Be, Cr, Mg, Cd та ін. Ці сплави називаються бронзами, при правильному виборі складу вони мають значно кращі механічні властивості, ніж чиста мідь.

Введення в мідь кадмію при порівняно малому зниженні питомої провідності γ істотно підвищує механічну міцність і твердість. Кадмієву бронзу застосовують для контактних проводів та колекторних пластин для електричних машин спеціального призначення. Ще вища механічна міцність ($\sigma_р$ – до 1350 МПа) у берилієвої бронзи.

В електрорадіотехніці найширше застосовуються фосфориста, берилієва та кадмієва бронзи.

Сплав міді з цинком – **латунь** – визначається більшим відносним подовженням при розтязі порівняно з міддю, що забезпечує йому технологічні переваги при обробці тиском. Застосовується для виготовлення різних струмопровідних деталей.

Мідь – порівняно дорогий і дефіцитний матеріал, тому повинна витрачатися дуже економно. Наскільки можливо, мідь замінюється іншими металами, найчастіше алюмінієм.

Алюміній (Al) – другий за значенням (після міді) провідниковий матеріал. Належить до так званих легких металів (приблизно в 3,5 рази легше міді).

Питомий опір ρ алюмінію (див. табл. 14.1) приблизно в 1,63 рази більше ρ міді. Однак якщо порівняти за масою два відрізки алюмінію і мідного проводів однієї довжини і однакового опору, то виявиться, що алюмінієвий провід приблизно вдвічі легший за мідний. Дуже важливо й те, що алюміній менш дефіцитний, ніж мідь.

Як провідниковий матеріал використовують алюміній, що містить не більше 0,5% домішок. В радіоелектроніці застосовують алюміній вищої чистоти (не більше 0,03% домішок).

Алюміній добре протягується (можна одержати тонку фольгу до 5-7 мкм). Дуже активно окисляється на повітрі, покривається тонкою оксидною плівкою, яка захищає матеріал від подальшої корозії. Ця ж плівка значно ускладнює паяння алюмінієвих провідників звичайними методами – доводиться використовувати спеціальні флюси, припої та інструменти.

Алюміній використовують для виготовлення проводів, захисних кабельних оболонок, корпусів приладів, екранів тощо. Для повітряних ліній електропередач застосовують альдрей (сплав з домішками Mg, Si, Fe), який зберігаючи легкість алюмінію і незначно відрізняючись від нього провідністю, за механічною міцністю наближається до твердої міді.

Залізо (сталь) як найдешевший метал, до того ж досить міцний, в ряді випадків використовують як провідниковий матеріал. Однак навіть чисте залізо має значно вищий порівняно з міддю та алюмінієм питомий опір

(ρ≈0,1мкОм·м), значення ρ сталі, тобто заліза з домішкою вуглецю та інших елементів, ще вище.

На змінному струмі стальні провідники мають активний опір вищий, ніж на постійному через сильний, як у магнітного матеріалу, **поверхневий ефект**.

До того ж на змінному струмі з'являються втрати на гістерезис. Звичайна сталь не стійка до корозії, вона швидко ржавіє, тому поверхня стальних провідників і елементів апаратури повинна бути захищена шаром стійкого матеріалу, наприклад, цинку.

Застосовують сталь як провід для повітряних ліній передач невеликої потужності, як серцевину сталеалюмінієвих провідників ліній електропередач, як елемент системи живлення електрифікованих залізниць та трамваю (рейки, включно з контактною в метро). В електрорадіоприладах використовують для виготовлення магнітних екранів та конструкційних елементів (каркаси, шасі, корпуси тощо).

Срібло – білий , блискучий метал з найвищою серед металів тепло- та електропровідністю, стійкий проти окислення при нормальній температурі. Застосовується для виготовлення контактів, розрахованих на невеликі струми; для обкладок керамічних та слюдяних конденсаторів, для покриття внутрішніх поверхонь хвилеводів, провідників високоякісних котушок індуктивності, резонаторів, деталей НВЧ-приладів.

Золото – метал жовтого кольору, стійкий до дії хімічних реагентів. Використовується для гальванічного покриття відповідальних контактів елементів радіотехнічних приладів та у виробництві мікросхем.

Основні характеристики деяких металів приведені в табл. 14.1

Таблиця 14.1

Метал	**Al**	**Sn**	**Cu**	**Ag**	**Pb**	**Au**	**Fe**	**W**
d, Мг/м^3	2,70	7,31	8,94	10,5	11,4	19,3	7,8	19,3
$T_{пл}$, ^{0}C	657	232	1083	961	327	1063	1535	3380
C, Дж (кг·К)	922	226	385	234	130	126	452	218
$\lambda_т$, Вт/(м·К)	209	65	390	415	35	293	73	168
ТКl·10^6, К$^{-1}$	24	23	16	19	29	14	11	4,4
ρ, мкОм·м	0,028	0,12	0,0172	0,016	0,21	0,024	0,098	0,055
ТКρ·10^3, К$^{-1}$	4,2	4,4	4,3	4,0	3,7	3,8	6,0	4,6
А, еВ	4,3	4,4	4,3	4,4	4,8	4,8	4,5	4,5
$T_к$, К	1,2	3,7	-	-	7,2	-	-	0,01

14.4. Сплави високого опору

Провідникові метали високого опору повинні задовольняти такі вимоги: мати високий питомий опір, часову стабільність, малий ТКρ і малу термо-е.р.с. в парі сплаву з міддю.

Сплави для нагрівальних елементів повинні тривалий час працювати на повітрі при високих температурах. Бажано, щоб матеріали були технологічні, дешеві, не містили дефіцитні компоненти.

Залежно від призначення і умов експлуатації як резистивний матеріал використовують сплави на основі міді (манганін, константан), сплави на нікелевій основі, на основі кремнію та інші матеріали.

Манганін – сплав на основі міді (85% -Cu, 12% - Mn, Ni – 3%) – є основним для виготовлення еталонних резисторів, шунтів і додаткових резисторів для вимірювальних приладів, резистивних датчиків тиску. Спеціальною термічною обробкою можна забезпечити високу стабільність опору в часі.

Манганін має високий питомий опір (0,42-0,48 мкОм·м), дуже малий ТКρ, малу термо-е.р.с. в парі з міддю, міцний, технологічний, добре паяється, емалюється, протягується в провід діаметром 0,02 – 5 мм. Випускається різних марок, що відрізняються складом, властивостями (термообробкою), ізоляцією. Гранична робоча температура не перевищує 200˚С.

Константан – сплав міді та нікелю (60% -Cu, Ni – 40%). Назва підкреслює стабільність опору при зміні температури. Застосовується для виготовлення резисторів, термопар і електронагрівальних елементів, які працюють при Т < 450 С.

Константан має високий питомий опір (0,48-0,52 мкОм·м), дуже малий ТКρ, високу міцність, хорошу технологічність; проте висока термо-е.р.с. відносно міді обмежує його використання в вимірювальній техніці, за винятком вимірювання температури, в якому використовуються термопари мідь-константан, залізо-константан.

Кремнієві резистивні сплави. Це багатокомпонентні сплави, що спеціально розроблені для виготовлення тонкоплівкових резисторів. Плівки одержують шляхом термічного вакуумного випаровування з наступною конденсацією плівок на діелектричну основу. Питомий поверхневий опір плівок різних сплавів товщиною близько мікрометра складає від десятків ом до десятків кілоом.

Сплави на основі заліза застосовуються в основному для електронагрівальних елементів. Деякі з них використовуються в дротових резисторах. Висока термостійкість таких матеріалів забезпечується складовими, що утворюють при нагріванні на повітрі суцільну оксидну плівку (нікель, хром, алюміній).

Ніхроми – сплави системи Fe-Ni-Cr – характеризуються високим питомим електричним опором (ρ=0,5-1,2 мкОм·м), малим значенням ТКρ, високою термостійкістю. Основний недолік – нестійкі до різких перепадів температури, що руйнують захисну оксидну плівку. Застосовуються для виготовлення елементів електронагрівальних приладів, зокрема паяльників, як матеріал для плівкових резисторів інтегральних схем. Як і константан, ці сплави мають великий вміст (55–80%) дорогого і дефіцитного нікелю.

Сплави заліза з хромом і алюмінієм (фехраль, хромаль) мають вищий питомий опір, значно дешевші ніхромів, але менш термостійкі і менш технологічні, твердіші і крихкіші за ніхроми. Тому проводи і стрічки з них можна виготовити з більшим поперечним перерізом, які відповідно застосовують в нагрівальних елементах великої потужності.

Основні властивості термостійких матеріалів наведено в табл. 14.2.

Таблиця 14.2

Матеріал	**Ніхроми**	**Фехраль**	**Хромаль**
марка	Х 15 Н 60 Х 20 Н 80	Х 13 Ю 4	Х 23 Ю 5
склад	Ni 55-75% Cr 15-23% Mn 1.5% Fe – решта	Cr 12-15% Al 3,5-5,5% Ni 0,6% Mn 0,7% Fe - решта	Cr 23-27% Al 4,5-5,5% Ni 0,6% Mn 0,7% Fe - решта
ρ, мкОм·м	1,0 – 1,2	1,2 – 1,35	1,3 – 1,5
$ТК\rho \cdot 10^4$,1/К	1 – 2	1 – 1,2	0,65
T_ρ, ^{0}С	1000 -1100	800	1200

Лекція 15
Магнітні матеріали

План лекції

15.1. Загальні відомості
15.2. Основні характеристики магнітних матеріалів.
15.3. Магнітно-м’які матеріали.
15.4. Магнітно-тверді матеріали.

15.1. Загальні відомості

До магнітних матеріалів звичайно відносять такі, що намагнічуються у відносно слабких магнітних полях і істотно змінюють їх. Вони знайшли широке застосування в електротехніці, радіоелектроніці, автоматиці, приладобудуванні (постійні магніти, електромагніти, статори і ротори електричних машин, датчики, дроселі, запам’ятовуючі елементи тощо). Почалось їх застосування (спочатку заліза) ще в XIX столітті. З початку XX століття в електротехніці застосовується сталь з домішками кремнію 0,5-5 %. Пізніше почали використовувати сплави Fe-Ni. В цей же час розвивалась теорія феромагнетизму, яка сприяла розробці нових магнітних матеріалів. В середині XX століття з’явились оксидні магнітні матеріали – ферити, що використовуються на високих та надвисоких частотах; в 1976 р. – металічне скло-сплави на основі Fe, Co, Ni з додаванням неметалів, які відіграють роль склоутворюючих елементів.

Дослідження, пошук нових матеріалів з кращими характеристиками, удосконалення відомих матеріалів актуальні і сьогодні і тривають.

Нагадаємо, що основною фізичною величиною, яка характеризує магнітні властивості речовини, є магнітний момент. За класичною теорією електромагнітних явищ джерелом магнетизму є макро- та мікро(атомні)-електричні струми. Елементарним джерелом вважається замкнутий струм. Вектор магнітного моменту $\vec{M}$ визначається як добуток сили струму на площу контуру $\vec{S}$

$$\vec{M} = i\vec{S} . \qquad (15.1)$$

Магнітний момент мають елементарні частинки, атомні ядра, електронні оболонки атомів та молекул. Магнітний момент окремих елементарних частинок (електронів, протонів, нейтронів та ін.) визначається їх власним механічним моментом – спіном. Магнітний момент атомів є векторною сумою спінових та орбітальних магнітних моментів, зумовлених спіновим та орбітальним рухом електронів оболонок та нуклонів ядер. Магнітні моменти атомних ядер на три порядки менше магнітних моментів електронів в атомах, тому магнітні моменти атомів та молекул визначаються, в основному, спіновими та орбітальними магнітними моментами електронів. Магнітний момент макроскопічної системи дорівнює сумі магнітних моментів її атомів (молекул). Характеристикою магнітного стану макроскопічного тіла є намагніченість, яка дорівнює магнітному моменту одиниці об'єму тіла:

$$\vec{J} = \vec{M}/V . \qquad (15.2)$$

Здатність речовини намагнічуватись у магнітному полі характеризується магнітною сприйнятливістю χ_m, яка для ізотропних речовин дорівнює відношенню намагніченості *J* до напруженості поля H

$$\chi_m = J/H . \qquad (15.3)$$

Відповідно до сучасних уявлень про магнетизм розрізняють такі основні типи магнітного стану речовини: діамагнетизм, парамагнетизм, феромагнетизм, антиферомагнетизм). Речовини, в котрих проявляються такі явища, називаються відповідно **діамагнетики, парамагнетики, феромагнетики, антиферомагнетики.**

Ці групи матеріалів відрізняються за величиною і знаком магнітної сприйнятливості χ_m ,а також характером залежності χ_m від температури та напруженості зовнішнього магнітного поля.

Діамагнетики намагнічуються назустріч напрямові діючого на них зовнішнього поля. Величина χ_m для них від'ємна, складає близько 10^{-6} для твердих тіл та рідин і практично не залежить від температури і напруженості

поля. Зовнішнім проявом діамагнетизму є виштовхування тіла з неоднорідного магнітного поля. Діамагнетизм властивий усім речовинам, проте визначає поведінку речовини в магнітному полі лише за відсутності сильніших магнітних властивостей.

Парамагнетики намагнічуються в напрямі зовнішнього магнітного поля. Їх магнітна сприйнятливість $\chi_m > 0$ і за звичайних умов складає 10^{-3}-10^{-5}; для багатьох парамагнетиків не залежить від величини напруженості поля, але істотно залежить від температури. Парамагнетики втягуються в неоднорідне магнітне поле.

Феромагнетики відрізняються великими позитивними значеннями χ_m і складною нелінійною залежністю χ_m від температури і зовнішнього поля. Вище деякої критичної температури T_c феромагнетики переходять у парамагнітний стан.

Антиферомагнетики нижче певної температури $T_н$ відзначаються впорядкованим станом, в якому магнітні моменти сусідніх частинок речовини зорієнтовані назустріч один одному (антипаралельно), і слабкою намагніченістю в зовнішньому магнітному полі ($\chi_m \approx 10^{-4} - 10^{-6}$).

Для **феримагнетиків** характерна наявність кількох магнітних підрешіток, магнітні моменти яких відрізняються і не компенсують одна одну (як у антиферомагнетиках).

Діамагнетики, парамагнетики і антиферомагнетики звичайно об‘єднують у групу слабомагнітних речовин, а феромагнетики і феримагнетики – в групу сильномагнітних, останні знайшли широке застосування як магнітні матеріали в електротехніці та радіотехніці.

15.2. Основні характеристики магнітних матеріалів

Магнітні властивості феро- та феримагнетиків звичайно характеризують залежностями магнітної індукції B та намагніченості J (або внутрішньої магнітної індукції $B_i = \mu_0 \cdot J$) від напруженості магнітного поля H. Графіки залежностей B (або J) від H називають кривими намагнічування. При циклічному перемагнічуванні крива намагнічування утворює петлю гістерезису. Її форма залежить від максимального значення напруженості магнітного поля H_{max} (рис. 15.1).

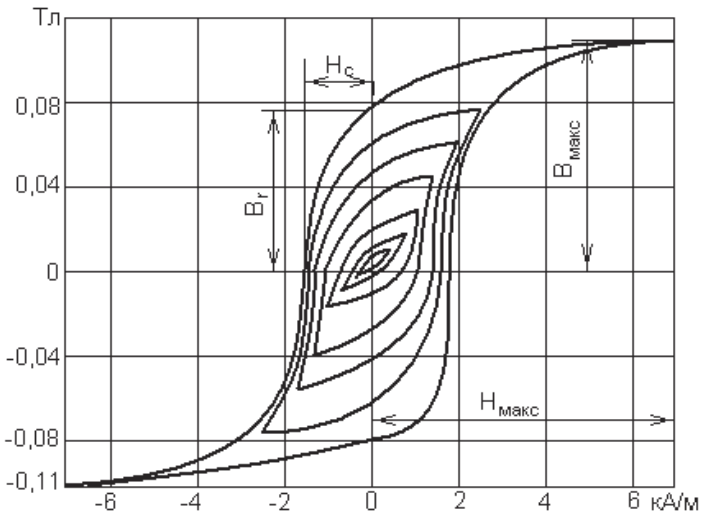


Рис. 15.1

Для слабкого поля петля має вигляд еліпсу, зі збільшенням $H_{\max}$ петлі витягуються. Петля гістерезису, одержана за умови насичення, називається граничною. В довідниках звичайно наводять граничні петлі гістерезису.

Основними параметрами петлі гістерезису є означені вище залишкова індукція B_r, коерцитивна сила H_C та площа петлі, яка характеризує питомі витрати на гістерезис P_r за один цикл перемагнічення.

Оскільки намагніченість матеріалів характеризується як кривими $B(H)$,так і $J(H)$, то розрізняють коерцитивну силу за магнітною індукцією H_{cB} і коорцитивну силу за намагніченістю H_{cM} (для матеріалів з широкою петлею вони істотно відрізняються рис. 15.2).

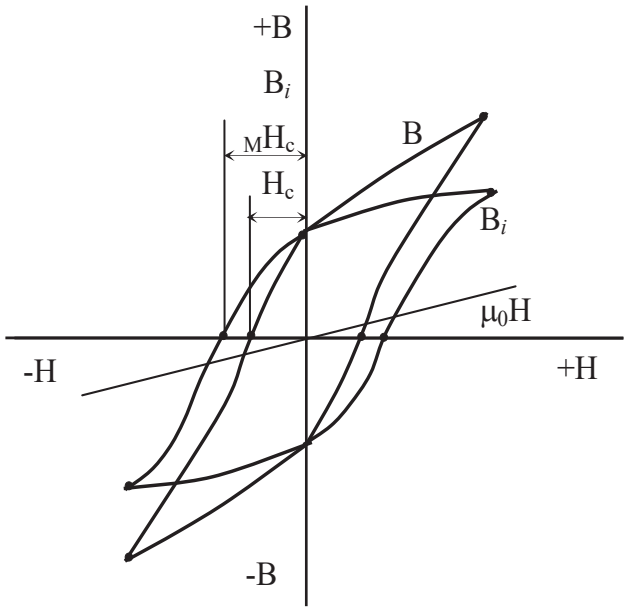


Рис. 15.2

Однією з найважливіших характеристик феромагнітного матеріалу є основна крива намагнічування, що являє собою геометричне місце вершин петель гістерезису для різних H_M, які одержані при циклічному перемагнічуванні (рис. 15.3).

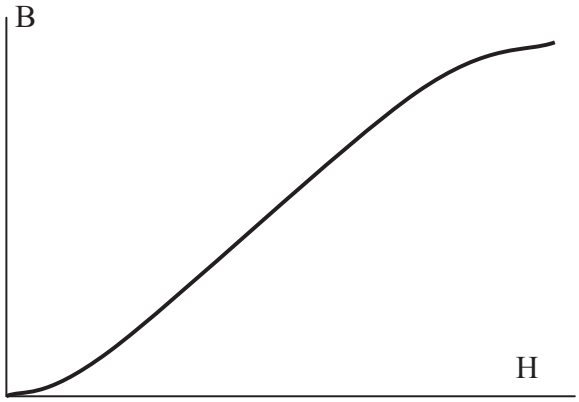


Рис. 15.3

З основної кривої намагнічування можна визначити абсолютну μ_a та відносну магнітну проникність μ для заданої точки кривої

$$\mu_a = B/H, \tag{15.4}$$

$$\mu = B/\mu_0 H = \mu_a/\mu_0 . \tag{15.5}$$

Магнітна проникність μ_n при $H \approx 0$ називається початковою проникністю і визначається в дуже слабких полях ($H < 0.1 < H_m$).

Максимальна магнітна проникність $\mu_{\max}$ - найбільше значення магнітної проникності. Для феромагнетиків $\mu_{max} \approx 10^4 - 10^5$, а для феримагнетиків $\mu_{max} \approx (2-4)10^4$.

Динамічна магнітна проникність $\mu_{\sim}$ характеризує матеріал в змінних магнітних полях і визначається відношенням найбільшого значення індукції до найбільшого значення напруженості магнітного поля. Вона зменшується зі збільшенням частот змінного поля через інертність магнітних процесів (рис. 15.4 – ферити).

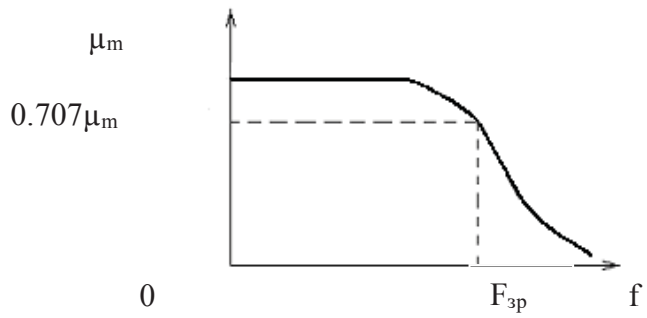


Рис. 15.4

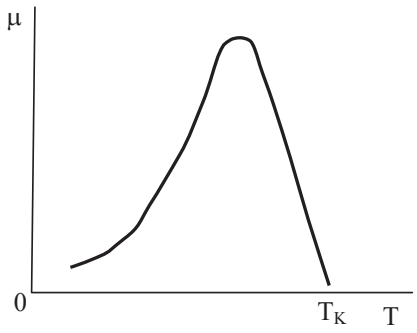


Рис. 15.5

Диференціальну магнітну проникність визначають як похідну від магнітної індукції по напруженості магнітного поля для будь-якої точки кривої намагнічування :

$$\mu_{dif} = dB/(\mu_0 dH) \tag{15.6}$$

Вона також може бути визначена з кривої намагнічування методом графічного диференціювання.

Імпульсна проникність

$$\mu_i = \frac{1}{\mu_0}\frac{\Delta B_i}{\Delta H_i}, \tag{15.7}$$

де ΔB_i – максимальна зміна магнітної індукції при намагнічуванні імпульсним полем ΔH_i.

Магнітна проникність феромагнітних матеріалів змінюється з температурою, набуваючи максимальних значень при температурах, близьких до температури (точки) Кюрі – рис. 15.5. Для чистого заліза температура Кюрі складає 768°С, для нікелю – 358°С, для кобальту – 1131°С. Вище температури Кюрі феромагнетики переходять в парамагнітний стан (іноді в антиферомагнітний). Зміна магнітної проникності характеризується температурним коефіцієнтом магнітної проникності TK_μ

$$TK_\mu = \alpha_\mu = \frac{1}{\mu}\frac{d\mu}{dT}\ . \tag{15.8}$$

Залежність $\mu(f)$ характеризує динамічні властивості магнітних матеріалів, тобто здатність магнітної індукції встигати за змінами напруженості магнітного поля в часі (рис. 15.5). Залежно від значення частоти зрізу магнітно-м’які матеріали поділяють на низькочастотні ($f_{зр}$ складає десятки-сотні кілогерц), середньо частотні ($f_{зр}$ складає одиниці мегагерц), високочастотні ($f_{зр}$ до сотень мегагерц) і надвисокочастотні ($f_{зр}$ досягає десятків гігагерц).

За величиною коерцитивної сили магнітні матеріали поділяють на магнітно-м'які та магнітно-тверді. Перші відзначаються малими значеннями H_C і великою магнітною проникністю. Другим притаманні високі значення H_C, залишкової намагніченості, максимальної магнітної енергії $(BH)_{max}$ на ділянці розмагнічування петлі гістерезису і порівняно невелика магнітна проникність.

15.3. Магнітно-м'які матеріали

Ці матеріали призначені перш за все для роботи в змінному магнітному полі або в динамічних режимах. Вони відзначаються здатністю легко намагнічуватися та розмагнічуватися. Вони мають вузьку петлю гістерезису, малу коерцитивну силу (0,2-4000А/м) і малі втрати на гістерезис ($\sim 1 \div 10^3$ Дж/м^3) на один цикл перемагнічування.

Частотний діапазон застосування різних груп магнітно-м'яких матеріалів значною мірою визначається величиною їх питомого електричного опору: матеріали з більшим опором можна використовувати на вищих частотах. У разі малих значень опору з підвищенням частоти можуть недопустимо зрости вихрові струми, а відповідно, і втрати на перемагнічування. В постійних і низькочастотних полях (до сотень герц і одиниць кілогерц)використовують металічні магнітно-м'які матеріали. На підвищених та високих частотах застосовують матеріали з питомим опором, що відповідає напівпровідникам та діелектрикам.

Бажано, щоб матеріали були технологічними, недорогими і недефіцитними; їх властивості мало залежали від механічних напружень. В окремих випадках важливі температурна та часова стабільність властивостей, лінійність кривої намагнічення (на певній ділянці) та ін.

Розглянемо найважливіші матеріали цієї групи.

Технічно чисте залізо (армко-залізо) – залізо, що містить менше 0,05 % вуглецю і дуже малу кількість інших домішок.

Магнітні властивості заліза дуже сильно залежать від його чистоти (кількості домішок), розміру зерна та способу обробки. Монокристал найчистішого заліза, ретельно відпалений у водні, може мати коерцитивну силу H_C = 0,8 А/м, а магнітну проникність $\mu_{МАКС} \approx 1{,}5 \cdot 10^6$. Залізо, у якого кількість домішок не перевищує 0,01 %, без відпалювання має відповідно $H_C = 6 \div 10$ А/м і $\mu_{МАКС} = (2 \div 6) \cdot 10^4$. "Звичайне" не відпалене залізо має істотно гірші показники $H_C \approx (30 \div 60)$ А/м і $\mu_{МАКС} \approx (7 \div 15) \cdot 10^3$.

Низьковуглецева електротехнічна сталь – різновид технічно чистого заліза з вмістом вуглецю не більше 0,04 % і не більше 0,6 % інших домішок; має $H_C \approx (32 \div 100)$ А/м, $\mu_{МАКС} \approx (3 \div 5) \cdot 10^3$, B(H=5000А/м)≥1,7 Тл. Випускається тонколистовою та сортовою, застосовується для виготовлення магнітопроводів всіх типів: деталей реле, осердь та полюсних наконечників електромагнітів, елементів вимірювальних приладів, магнітопроводів двигунів постійного і змінного струму малої і середньої потужності та ін.

Особливо чисте залізо (домішок менше 0,05 %) можна одержати двома способами, в результаті одержують:

а) електролітичне залізо, що застосовується для виробництва деталей методами порошкової металургії або як шихтовий матеріал при виплавлені спеціальних сталей і сплавів;

б) термічним розкладом – карбонільне залізо, що застосовується як феромагнітна складова магнітодіелектриків.

Електротехнічна сталь з вмістом вуглецю менше 0.05 % та кремнію від 0,4 до 4,8 % - основний магнітно-м'який матеріал найширшого застосування. Домішка кремнію істотно збільшує питомий електричний опір сталі, початкову та максимальну магнітні проникності, зменшує коерцитивну силу та втрати на гістерезис; однак погіршує механічні властивості та знижує індукцію насичення.

Сталь з вмістом кремнію до 1,8 % використовують для виготовлення деталей електричних машин, що працюють в постійному полі; сталь з вмістом кремнію 1,8-2,8 % застосовується в електричних машинах змінного струму; сталь з вмістом кремнію 2,8-4,8 % використовують, головним чином, для виготовлення магнітопроводів трансформаторів.

Пермалої – група сплавів заліза і нікелю(іноді з кобальтом) з вмістом нікелю від 35 до 80 %, легованих додатково Mo, Cr, Mn, Si і іншими елементами. Відзначаються високими значеннями магнітної проникності в слабких полях і малим значенням коерцитивної сили. За вмістом нікелю розрізняють сплави низьконікелеві (40 - 50%Ni) та високонікелеві (70 - 80% Ni). Низьконікелеві пермалої відзначаються вищою індукцією насичення (~ у 1,5 рази), приблизно вдвічі вищим питомим електричним опором, простішою термообробкою, нижчою вартістю, слабшим впливом механічних напружень, чистоти і складу на магнітні властивості порівняно з високонікелевими. Магнітна проникність високонікелевих пермалоїв в кілька разів більша, а коерцитивна сила менша, ніж у низьконікелевих.

Таблиця 15.1

Група	**Початкова $\mu_п$**	**Макси-мальна μ_{max}**	**Hc, А/м**	**Bs, Тл не менше**	**ρ, мкОм·м, не менше**
Нелеговані, низько нікелеві 45Н, 50Н	1700-3000	16000-35000	32-10	1.5	0.45
Низько нікелеві, леговані 50НХС	1500-3200	15000-30000	20-8	1.0	0.9
Високо нікелеві нелеговані 78Н	≥7000	≥35000	≤5.6	1.0	0.16
Високо нікелеві леговані 79НМ, 80НХС	16000-35000	50000-220000	5.2-1.0	0.65	0.55
Супермалой	~100000	до $2 \cdot 10^6$	0.3-0.2	0.80	0.60

Класичний пермалой має склад 78,5 % Ni та 21,5 % Fe (властивості наведено в табл. 15.1). Найкращі магнітні властивості у супермалою (79 % Ni, 15 % Fe, 5 % Mo, 0,5 % Mn).

До недоліків цих сплавів слід віднести нижчі значення індукції насичення і вищу вартість порівняно з електротехнічними сталями, чутливість до механічних напружень і потребу в складній термообробці.

Низьконікелеві пермалої рекомендується застосовувати для малогабаритних трансформаторів, дроселів, реле і деталей магнітопроводів, що працюють з підвищеними індукціями і на підвищених частотах. Високонікелеві сплави використовують в малогабаритних трансформаторах, реле, магнітних екранах; особливо тонкі стрічки застосовують в імпульсних трансформаторах, магнітних підсилювачах, безконтактних реле.

Ферити – магнітні матеріали на основі оксиду заліза Fe_2O_3 та оксидів інших металів. Вони поєднують властивості феромагнетиків та напівпровідників або діелектриків. Зокрема їх питомий опір досягає значень 10^2-10^{10} Ом·м, що дозволяє використовувати їх на найвищих частотах.

Як переваги феритів можна також відзначити, що вони виготовляються з недефіцитних матеріалів і відносно дешеві, причому змінюючи їх склад і структуру, можна одержувати матеріали з потрібними характеристиками.

До недоліків феритів слід віднести низьку магнітну індукцію насичення 0.15-0.5 Тл (внаслідок часткової компенсації магнітних моментів речовини), більшу коерцитивну силу, низьку температуру точки Кюрі (у більшості феритів вона не перевищує 200-300˚С) порівняно з феромагнетиками. Феритам властиві також всі недоліки кераміки(твердість, крихкість тощо).

Ферити застосовуються при виготовленні осердь імпульсних і високочастотних трансформаторів та котушок індуктивності, магнітних антен, магнітних запам’ятовуючих пристроїв.

15.4. Магнітно-тверді матеріали

Магнітно-тверді матеріали (магнітножорсткі або висококоерцитивні матеріали) – магнітні матеріали (феро- та феримагнетики), котрі намагнічуються до насичення і перемагнічуються в порівняно сильних магнітних полях, напруженістю в тисячі і десятки тисяч А/м. Магнітно-тверді матеріали відзначаються високими значеннями коерцитивної сили Нс ($5*10^3$-$7*10^5$ А/м), залишкової індукції B_r (0.2-1.2 Тл), а відповідно, і енергетичного добутку $(BH)_{max}$= (10^3-10^5 Тл*А/м). Магнітна проникність таких матеріалів нижча, ніж магнітно-м’яких матеріалів, причому чим вища коерцитивна сила, тим менша магнітна проникність. Для них характерна велика кількість різних дефектів, що утруднюють переміщення доменних границь. З магнітно-твердих речовин виготовляють, головним чином, постійні магніти, які набули широкого застосування. За складом і способом одержання розрізняють: 1) леговану мартенситну сталь; 2) литі магнітно-тверді сплави; 3) магніти з порошків; 4) магнітно – тверді ферити; 5) магнітні стрічки.

Мартенситна сталь належить до найпростіших і найдоступніших матеріалів. Використовується лише легована хромом (до 10 %), вольфрамом (до 6 %), кобальтом (до 16 %) сталь. Набуває потрібних магнітних властивостей після гартування з утворенням **мартенситу**-специфічної структурної складової. Через невисокі магнітні характеристики($(BH)_{max}$ складає 1-5 кДж/м^3) має обмежене застосування. Найбільшу кількість постійних магнітів виготовляють з литих сплавів складу Fe-Al-Ni та Fe-Al-Ni-Co.

Сплави системи Fe-Al-Ni (альні) містять 20-30 % Ni, 11-13 % Al, легуються міддю, інколи титаном . Мають порівняно невисокі магнітні властивості (Нс досягає значень 50 кА/м, а $(BH)_{max}$-12 кДж/м^3), але дешеві, бо не мають дефіцитних компонентів.

Сплави систем Fe-Al-Ni-Co (альніко) містять 12-26 % Ni, 2-40 % Co і 6-13 % Al з додаванням міді(2-8 %), титану (0-9 %) та ніобію (0-3 %) для поліпшення властивостей. Залежно від вмісту кобальту та технології термообробки можна одержати матеріали з $(BH)_{max}$ 15-45 кДж/м^3. Спеціальною обробкою – охолодженням магнітів після відливання в сильному магнітному полі - сплавів оптимального складу можна досягти $(BH)_{max}$ до 85кДж/м^3, що дозволяє зменшити масу та габарити магнітів. Сплави альніко значно дорожчі за сплави типу альні.

Порошкові матеріали використовуються способом пресування з наступною термообробкою. Їх застосування особливо важливе, коли треба виготовити дрібні вироби з суворим додержанням розмірів. Матеріали (магніти) цієї групи поділяються на металокерамічні, металопластичні та оксидні.

Металокерамічні магніти одержують пресуванням і наступним спіканням без зв'зуючої речовини порошку з подрібненого магнітно-твердого сплаву.

За магнітними властивостями вони майже не поступаються литим магнітам, але дорогі. Дрібні деталі за такої технології одержують з досить точними розмірами без потреби в додатковій обробці.

Металопластичні магніти одержують пресуванням магнітного порошку зі зв'язуючим і нагріванням до невисокої температури, необхідної для полімеризації останнього. Ці магніти відзначаються простішою технологією виготовлення, вищим питомим опором, нижчою вартістю, але їх магнітні властивості гірші, ніж литих.

Оксидні матеріали являють собою магнітно-тверді ферити. Найчастіше використовують барієвий ферит $BaO*6Fe_2O_3$, котрий не містить дефіцитних компонент. Матеріал має високе значення коерцитивної сили (до 240 кА/м), питомий опір 10^4-10^7 Ом*м, але невелику залишкову індукцію (~0.38 Тл) і $(BH)_{max}$ –до 12 кДж/м^3. Як недоліки барієвих магнітів слід відзначити невисоку механічну міцність, крихкість, сильну залежність магнітних властивостей від температури. Краща температурна стабільність у фериту кобальту, але його вартість значно вища.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Електротехніка та енергетичне обладнання : конспект лекцій для здобув. вищ. освіти ОС «бакалавр» денної та заоч. форм здобут. освіти. електротехн. та енерг. спец. / Г.М. Мосієнко, С.В. Петров, А.І. Тарасенко ; Укр. інж.-пед. акад. – Харків : УІПА, 2022. – 108 с.

2. Електротехніка. Комплексні моделі змісту навчання : навч.-метод. посіб. для здобувачів вищої освіти ОС «бакалавр» денної та заоч. форм здобуття освіти машинобудівних спеціальностей / Г.М. Мосієнко; Укр. інж-пед. акад. – Харків : Друкарня Мадрид, 2020. – 96 с.

3. Електротехніка: навч.-метод. посібник для студ. денної та заоч. форм навч. інж. та інж.-пед. спец. Ч. 1: Електричні кола/ А. І. Тарасенко, Г. М. Мосієнко, С. В. Петров; Укр. інж.-пед. акад., Каф. фізики, теоретичної і загальної електротехніки. - Харків: УІПА, 2015. – 136 с.

4. Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка : Підручник. За ред. В. І. Мілих. 2-е вид. – К. : Каравела, 2008. – 688 с.

5. Електротехніка та електромеханіка: навч. посібник для вищих навч. закладів/ В. І. Мілих. - Київ: Каравела, 2005. – 376 с.

6. Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка: підручник для вищих навч. закладів неелектротехн. спец./ М. С. Будіщев; Науково-метод. центр вищої освіти, Укр. академія друкарства. - Львів: Афіша, 2001. – 424 с.

Допоміжна

1. Електротехніка та основи електроніки : підручник для здобувачів професійної (професійно-технічної) освіти / А. М. Гуржій, С. К. Мещанінов, А. Т. Нельга, В. М. Співак. – Київ : Літера ЛТД, 2020. – 288 с. https://lib.imzo.gov.ua/pdruchniki-ta-navchaln-posbniki-dlya-zdobuvachv-profesyno-profesyno-tekhnchno-osvti/pdruchnik-yelektrotekhnka-ta-osnovi-elektronki-gurzhy-am-meshchannov-sk-nelga-at-spvak-vm/

2. Електротехнічні матеріали : навч. посіб. / М. І.Трегуб, А. М. Рубець, В. С. Хахула. – Біла Церква, 2020. – 60 с.

3. Електротехнічні матеріали: навч. посіб. / А. С. Головченко, Д. В. Ципленков, А. А. Колб, А. В. Ніколенко; Мін-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка» – Дніпро: НТУ "ДП", 2021. – 184 с.

Електронне навчальне видання комбінованого використання
Можна використовувати в локальному та мережному режимі

Тарасенко Анатолій Іванович
Мосієнко Ганна Миколаївна

ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРИЧНІ МАТЕРІАЛИ

Конспект лекцій
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
за спеціальністю А5 Професійна освіта
(Енергетика, електротехніка та електромеханіка)

В авторській редакції

Підписано до розміщення 21.05.2026. Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 3,32. Обсяг3,369 Мб. Зам. № 265/26.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3367 від 13.01.2009
Видавництво ХНУ імені В. Н. Каразіна