

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики імені академіка І.М.Ліфшиця

«Допущено до захисту»
Зав. кафедри теоретичної фізики
імені академіка І. М. Ліфшиця
доцент Георгій РАШБА

(підпис)

«___»_____ 2025 р.

Оцінка « _____ »

Голова ЕК
професор В. Г. Шевченко

(підпис)

«___»_____ 2025 р.

Дорофєєв Петро Сергійович

Електрони у надпровідному металі

Кваліфікаційна робота
на здобуття освітнього ступеня
«Бакалавр» за спеціальністю
104 – «фізика та астрономія»
освітньо-професійна програма «фізика»

(підпис студента)

Науковий керівник – проф. кафедри
теоретичної фізики імені І. М. Ліфшиця
Валерій ШКЛОВСЬКИЙ

(підпис керівника)

Рецензент – доцент кафедри фізики низьких
температур Марина РЕВЯКІНА

(підпис керівника)

Харків 2025

АНОТАЦІЯ

У дипломній роботі досліджено фізичні особливості поведінки електронів у надпровідному стані. Об'єктом дослідження є електронна підсистема надпровідного матеріалу. Предмет дослідження становлять енергетичні параметри та квантові характеристики електронів у надпровідному просторі, зокрема утворення куперівських пар, формування енергетичної щілини та квантова когерентність.

Метою роботи є аналіз механізмів формування надпровідного стану на мікрорівні та оцінка стабільності куперівських пар за різних температурних умов з подальшим застосуванням результатів у практичних галузях. У дослідженні використано методи теоретичного аналізу, елементів квантово-статистичного моделювання, чисельних розрахунків енергетичних характеристик, а також інтерпретацію експериментальних даних.

У першому розділі проаналізовано фізичну природу електрона, моделі електропровідності, історію вивчення явища надпровідності, основні властивості надпровідного стану та модель БКШ. Другий розділ присвячено прикладним розрахункам параметрів надпровідників свинцю та ніобію, визначенню температурної залежності енергетичної щілини та аналізу стабільності куперівських пар. Також розглянуто сучасні напрями використання надпровідних матеріалів у мікроелектроніці, квантових обчисленнях, енергетиці, медицині та транспорті.

Результати роботи підтверджують, що надпровідники, завдяки своїм когерентним властивостям та здатності до безопірного перенесення заряду, є ефективною основою для високоточних технологій з мінімальними енергетичними втратами.

Ключові слова: надпровідність, куперівські пари, енергетична щілина, критична температура, когерентність, електронна система, практичне застосування, ВКШ-теорія.

ABSTRACT

The diploma thesis explores the physical behavior of electrons in the superconducting state. The object of the study is the electronic subsystem of a superconducting material. The subject of the research includes the energy parameters and quantum characteristics of electrons in the superconducting space, particularly the formation of Cooper pairs, the emergence of the energy gap, and quantum coherence.

The aim of the work is to analyze the mechanisms of superconducting state formation at the microscopic level and to assess the stability of Cooper pairs under varying temperature conditions, with a focus on practical applications. The research employs methods of theoretical analysis, elements of quantum-statistical modeling, numerical calculations of energy parameters, and interpretation of experimental data.

The first chapter analyzes the physical nature of the electron, models of electrical conductivity, the history of superconductivity research, the fundamental properties of the superconducting state, and the BCS model. The second chapter focuses on practical calculations of parameters for lead and niobium superconductors, determination of the temperature dependence of the energy gap, and the analysis of Cooper pair stability. Additionally, the chapter examines modern directions in the use of superconducting materials in microelectronics, quantum computing, energy systems, medicine, and transportation.

The results confirm that superconductors, due to their coherent properties and ability to conduct current without resistance, serve as an effective foundation for high-precision technologies with minimal energy losses.

Keywords: superconductivity, Cooper pairs, energy gap, critical temperature, coherence, electronic system, practical application, BCS theory.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПОВЕДІНКИ ЕЛЕКТРОНІВ У НАДПРОВІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ	7
1.1 Фізична природа електрона та основи електропровідності	7
1.2 Феномен надпровідності: історія відкриття та основні властивості	10
1.3 Теоретичні моделі надпровідності: модель БКШ та квантова когерентність	14
РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕКТРОНІВ У НАДПРОВІДНОМУ ПРОСТОРИ: МАТЕМАТИЧНЕ ТА ПРИКЛАДНЕ МОДЕЛЮВАННЯ	18
2.1 Розрахунок щільності електронного стану у надпровіднику	18
2.2 Енергетичні параметри куперівських пар: прикладні розрахунки	23
2.3 Практичні аспекти використання надпровідників у електронних системах	29
ВИСНОВКИ	31
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	33

ВСТУП

Упродовж останніх десятиліть надпровідність привертає пильну увагу науковців з усього світу як одне з найцікавіших та найперспективніших явищ у фізиці твердого тіла. Після відкриття феномену нульового електричного опору в ртуті при наднизьких температурах Г. Камерлінгом-Оннесом на початку ХХ століття, дослідження в цій галузі не тільки сприяли глибшому розумінню природи електричної провідності, але й стали основою для розвитку новітніх технологій — від магнітної левітації до квантових комп'ютерів. Особливе місце в цьому контексті займає вивчення поведінки електронів у надпровідному стані. Саме на мікрорівні, у взаємодіях між електронами, які утворюють куперівські пари, прихована ключ до розуміння надпровідності як квантового макроявища. Сучасні досягнення в галузі низькотемпературної фізики та квантової теорії конденсованих середовищ дозволяють моделювати ці процеси з високою точністю, що відкриває нові горизонти як для теоретиків, так і для прикладної науки.

Актуальність теми полягає в необхідності глибшого розуміння природи надпровідності на мікроскопічному рівні з метою вдосконалення сучасних електронних систем, квантових інформаційних технологій, а також розробки енергоефективних матеріалів нового покоління. Дослідження електронів у надпровідному просторі дозволяє не лише пояснити фундаментальні властивості таких матеріалів, як нульовий електричний опір або ефект Мейснера, а й визначити межі їхнього практичного застосування, залежно від енергетичних характеристик електронної системи.

Основна ідея, що лежить в основі дослідження, полягає у гіпотезі про те, що ключовим механізмом формування надпровідного стану є взаємодія електронів, опосередкована ґратковими коливаннями (фононами), яка призводить до утворення куперівських пар, здатних до когерентного переміщення без опору. У цьому контексті дослідження математичних моделей розподілу електронної щільності, енергетичної щільності та критичних

параметрів надпровідників стає необхідним як для теоретичного осмислення, так і для подальших експериментальних досліджень.

Об'єкт дослідження: електронна підсистема надпровідного матеріалу в умовах низьких температур.

Предмет дослідження: фізико-математичні характеристики поведінки електронів у надпровідному стані, зокрема щільність електронних станів, енергетична щілина, критичні температури та струми.

Метою роботи є дослідити особливості поведінки електронів у надпровідному просторі на основі аналізу квантової теорії надпровідності, моделі БКШ та провести прикладні фізичні розрахунки, які дозволяють кількісно описати найважливіші параметри надпровідного стану.

Для досягнення мети було використано такі **методи дослідження:** теоретичний аналіз літературних джерел з фізики конденсованих середовищ і квантової механіки, порівняльно-аналітичний підхід до різних моделей надпровідності, а також прикладні фізико-математичні розрахунки щільності станів, енергетичної щілини та критичних температур для обраних типів надпровідників.

Результати цієї роботи дозволяють глибше зрозуміти мікроскопічні механізми надпровідності, а також можуть слугувати теоретичним підґрунтям для подальших прикладних досліджень і розробки сучасних технологій на основі надпровідних матеріалів.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПОВЕДІНКИ ЕЛЕКТРОНІВ У НАДПРОВІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

1.1. Фізична природа електрона та основи електропровідності

Електрон є однією з фундаментальних частинок, що лежить в основі побудови всієї матерії та визначає електричні властивості речовин. З погляду сучасної фізики, електрон належить до класу ферміонів — частинок зі спіном $\frac{1}{2}$, що підкоряються статистиці Фермі — Дірака. Основна характеристика електрона як носія електричного заряду полягає в тому, що він має від'ємний елементарний заряд, чисельно рівний приблизно -1.602×10^{-19} кулона. Завдяки цьому електрон бере активну участь в електричних процесах, зокрема в явищі електропровідності, де саме його рух є джерелом електричного струму в металах і напівпровідниках.

Маса електрона є надзвичайно малою у порівнянні з ядрами атомів і становить приблизно 9.109×10^{-31} кілограма. Ця величина має критичне значення для динаміки електрона в зовнішньому полі, оскільки вона визначає інерційність частинки і впливає на її здатність до прискорення під дією електричного поля. У кристалічному середовищі електрон не рухається вільно, як у вакуумі, а взаємодіє з періодичним потенціалом ґратки. У такому випадку вводиться поняття «ефективної маси», яка враховує складну динаміку частинки в твердому тілі.

Однією з найважливіших особливостей електрона є його квантова подвійність — здатність проявляти як корпускулярні (частинкові), так і хвильові властивості. Ця концепція була закладена в основу квантової механіки і математично формалізується через рівняння Шредінгера. Згідно з

уявленням Луї де Бройля, електрон може бути описаний як хвиля з довжиною, обернено пропорційною його імпульсу, що відіграє вирішальну роль у таких явищах, як інтерференція, дифракція та тунелювання. Хвильова природа електрона виявляється і в надпровідному стані, де велика кількість електронів здатна утворювати когерентну хвильову функцію, що охоплює макроскопічну область простору.

Не менш важливою є і спінова характеристика електрона. На відміну від класичного уявлення про обертання, квантовий спін — це внутрішній ступінь свободи частинки, що визначає її поведінку в магнітному полі. Саме спін електрона, разом із його зарядом, забезпечує магнітні властивості речовин і впливає на механізм спаровування електронів у надпровідниках, що відбувається в рамках теорії БКШ. У цьому контексті електрони з протилежними спінами утворюють куперівські пари, які можуть рухатися без розсіювання, долаючи опір кристалічної ґратки.

Також, доцільно звернути увагу на принципи, що лежать в основі електропровідності у металах. Саме поведінка електронів у твердому тілі, зокрема у металічних структурах, дозволяє зрозуміти, як формуються макроскопічні електричні явища на мікроскопічному рівні. Особливого значення тут набуває модель вільних електронів, яка пояснює електропровідність як результат руху заряджених частинок крізь кристалічну ґратку під дією електричного поля.

Першою спробою теоретично пояснити провідність у металах стала класична модель Друде, запропонована на межі XIX–XX століть. Вона ґрунтується на уявленні про електрони як газ вільних частинок, які рухаються хаотично між іонними вузлами кристалічної решітки, зазнаючи при цьому зіткнень, подібно до молекул у газі. Під дією зовнішнього електричного поля ці електрони починають дрейфувати у напрямку, протилежному до напрямку поля, що створює електричний струм. У моделі вводиться поняття середнього часу між зіткненнями — так званого часу релаксації, який визначає ефективність провідності.

Попри свою простоту, модель Друде досить вдало пояснює деякі основні макроскопічні властивості металів, зокрема закон Ома та температурну залежність провідності. Проте вона має й суттєві обмеження: вона не враховує хвильову природу електронів, квантову заборону на зайняття однакових станів та особливості взаємодії з кристалічним потенціалом. Саме тому згодом на її основі була розроблена вдосконалена модель Лоренца — Друде, а пізніше й квантова модель електронного газу, яка враховує статистику Фермі — Дірака і розподіл електронів по енергетичних рівнях.

Незважаючи на свої недоліки, класична модель вільних електронів заклала підґрунтя для подальших квантових підходів до опису електропровідності. Вона стала важливим кроком до розуміння того, як мікроскопічні характеристики електронів — зокрема маса, заряд і спін — перетворюються у макроскопічні величини, що визначають електричні властивості речовин. Саме в рамках цієї моделі вперше була визначена роль електронів як головних носіїв електричного струму в металі, що стало відправною точкою для розробки квантової теорії надпровідності.

Хоч модель вільних електронів дозволяє сформулювати базове уявлення про електропровідність у металах, вона не враховує реальних умов, за яких відбувається перенесення заряду в матеріалі. Одним із найсуттєвіших факторів, що впливають на електропровідність, є температура, адже вона визначає ступінь теплового збудження кристалічної ґратки, що, у свою чергу, впливає на частоту зіткнень електронів з ґратковими коливаннями — фононами. При підвищенні температури атоми в решітці починають сильніше коливатися, і ймовірність того, що електрон зазнає розсіювання, різко зростає. Це призводить до зменшення середнього часу вільного пробігу електрона, а отже — до зниження провідності. В рамках моделі Друде така поведінка виражається у прямій залежності опору від температури, що підтверджується експериментально для більшості металів у макроскопічному діапазоні температур.

На низьких температурах, однак, ситуація змінюється. Коли теплові коливання слабшають, вплив фононів зменшується, і на перший план виходять інші джерела розсіювання — зокрема дефекти кристалічної структури. Під дефектами розуміються як точкові порушення — домішки, вакансії, міжвузлові атоми, — так і більш масштабні аномалії, наприклад, дислокації чи границі зерен. Електрони, які рухаються в такому середовищі, зазнають додаткового розсіювання навіть за ідеально низьких температур. У результаті з'являється залишковий опір, який не зникає навіть при абсолютному нулі, якщо в матеріалі присутні структурні недосконалості. Це пояснює, чому навіть найчистіші метали не досягають ідеальної провідності за звичайних умов.

У практичному вимірі ці чинники — температура й дефекти — є визначальними для підбору матеріалів у високоточних електронних системах. Надпровідність, яка характеризується повним зникненням опору, виникає лише в умовах наднизьких температур і в матеріалах з певним рівнем чистоти та впорядкованості. Саме тому розуміння впливу теплових і структурних збурень на рух електронів є не лише теоретично важливим, а й критично необхідним для технічного застосування. Від того, наскільки стабільним є середовище, через яке проходять електрони, залежить ефективність, енергоспоживання та довговічність усіх пристроїв, що використовують провідні або надпровідні елементи.

1.2. Феномен надпровідності: історія відкриття та основні властивості

Ідеї класичної електропровідності виявилися недостатніми для пояснення одного з найзагадковіших і водночас найвизначніших явищ у фізиці твердого тіла — надпровідності. Це явище було відкрито не в результаті теоретичних передбачень, а цілком емпірично, в ході експериментального дослідження поведінки речовин при наднизьких температурах. Саме

експериментальний підхід у цій сфері дав поштовх до подальшого розвитку сучасної квантової теорії надпровідності.

Першим ученим, який задокументував явище надпровідності, був нідерландський фізик Хейке Камерлінг-Оннес. У 1911 році, працюючи в Лейденському університеті, він досліджував електричний опір ртуті при поступовому зниженні температури до кількох кельвінів. Використовуючи рідкий гелій як охолоджувач, йому вдалося досягти температури 4,2 К. Приблизно на позначці 4,15 К він спостеріг приголомшливий ефект — електричний опір ртуті миттєво впав до нуля. Це не було поступове зменшення, як того слід було б очікувати згідно з моделлю Друде, а різкий стрибок, що свідчив про якісно новий стан речовини. Камерлінг-Оннес охрестив це явище “надпровідністю” (superconductivity) і був удостоєний Нобелівської премії з фізики у 1913 році за відкриття та розвиток методів охолодження і за виявлення нового фізичного стану.

Наступним ключовим кроком у дослідженні надпровідності стало відкриття ефекту Мейснера — очікуваного, але водночас незрозумілого явища, що ще глибше порушувало класичні уявлення про електропровідність. У 1933 році німецькі фізики Вальтер Мейснер і Роберт Оксенфельд виявили, що надпровідник не лише втрачає опір, але й активно витісняє з себе магнітне поле, демонструючи повний діамagnetизм. Цей ефект виявився незалежним від способу охолодження чи наявності струму в провіднику: магнітне поле зникає всередині надпровідника, як тільки він переходить у надпровідний стан. Це відкриття стало наріжним каменем у розумінні того, що надпровідність є не просто ідеальним провідником, а принципово іншим квантовим станом речовини.

Подальший прорив у розвитку теорії надпровідності відбувся у другій половині ХХ століття завдяки внеску Лева Давидовича Гінцбурга. Разом із Віталієм Ландау у 1950 році він запропонував феноменологічну теорію надпровідності, яка описувала надпровідний стан за допомогою макроскопічної хвильової функції — комплексної величини, що характеризує

квантову когерентність електронної системи. Модель Гінцбурга — Ландау, попри те, що не пояснювала мікроскопічного механізму утворення надпровідного стану, виявилася надзвичайно ефективною для опису поведінки надпровідників у зовнішньому полі, зокрема для розмежування типів надпровідників (I і II), для передбачення довжини проникнення магнітного поля та когерентної довжини.

Однією з найвідоміших і водночас найпоказовіших властивостей надпровідників є абсолютне зникнення електричного опору при досягненні критичної температури T_c . Це означає, що електрони у такому стані здатні пересуватися крізь матеріал без жодного розсіювання енергії, навіть упродовж довільно довгого часу. У лабораторних умовах спостерігалось, що електричний струм у замкненому контурі з надпровідного матеріалу може циркулювати без зміни сили струму протягом кількох років — без жодного зовнішнього джерела живлення. Цей ефект суперечить звичним уявленням про електричні втрати, характерні для класичних металів, і є першим підтвердженням того, що в надпровідному стані діють принципово інші закони.

Другим фундаментальним проявом надпровідності є ефект Мейснера — повне витіснення магнітного поля з об'єму надпровідника. Це явище вказує на те, що надпровідник переходить у стан ідеального діамagnetизму, тобто активно протидіє проникненню зовнішнього магнітного поля. Ефект проявляється незалежно від того, чи прикладено магнітне поле до чи після переходу у надпровідний стан, що свідчить про термодинамічну сталість цього явища. Така поведінка не лише відрізняє надпровідник від ідеального провідника, а й підтверджує наявність когерентного квантового стану, в межах якого електрони діють не як незалежні частинки, а як єдине ціле.

Окрім вказаних властивостей, надпровідність характеризується трьома критичними параметрами, які визначають межі існування надпровідного стану. Першим з них є критична температура T_c — гранична температура, вище якої матеріал втрачає надпровідні властивості і повертається до

нормального стану з опором. Другим параметром виступає критичне магнітне поле H_c , при перевищенні якого ефект Мейснера зникає, а магнітне поле проникає всередину з подоланням діамагнітного бар'єру. Третім важливим параметром є критичний струм I_c , за перевищення якого відновлюється опір унаслідок руйнування куперівських пар. У сукупності ці параметри формують фазову діаграму надпровідника і дають змогу визначити оптимальні умови для його функціонування.

Оскільки надпровідність виявилася багатогранним явищем із цілим комплексом характерних властивостей, постало питання про систематизацію надпровідників за поведінкою в зовнішньому полі, критичними параметрами та фізичними механізмами, які лежать в основі надпровідного стану. У процесі накопичення експериментальних даних стало очевидно, що не всі матеріали виявляють надпровідність однаково, і для повноцінного розуміння та застосування цього явища необхідно ввести класифікацію, яка б відображала як макроскопічні характеристики, так і мікроскопічну будову надпровідного стану.

Перший поділ надпровідників здійснюється за характером взаємодії з магнітним полем — саме це стало основою для розрізнення надпровідників типу I та типу II. Надпровідники типу I демонструють повне витіснення магнітного поля з усього об'єму зразка до певного критичного значення магнітної індукції H_c , після чого надпровідність повністю зникає. Це явище є чітким і різким: матеріал або цілком надпровідний, або повністю нормальний. Типовими прикладами надпровідників першого типу є елементи з простою кристалічною ґраткою, зокрема свинець, ртуть, алюміній. Характерною особливістю є також мала глибина проникнення магнітного поля та відносно низькі значення критичних температур і полів, що суттєво обмежує їх практичне застосування.

Натомість надпровідники типу II виявляють значно складнішу поведінку в магнітному полі. Вони мають два критичні поля — нижнє H_{c1} і верхнє H_{c2} . У проміжку між цими значеннями матеріал переходить у так

званий змішаний стан, коли магнітне поле частково проникає в надпровідник у вигляді квантованих магнітних вихорів, при цьому зберігаючи нульовий електричний опір. Це дозволяє надпровідникам другого типу функціонувати в значно потужніших магнітних полях, що робить їх незамінними в таких сферах, як магнітна левітація, медична томографія (МРТ) чи високопольові електромагніти. Прикладами таких матеріалів є сполуки NbTi, Nb₃Sn, а також керамічні матеріали з високотемпературною надпровідністю.

Окрему категорію становлять так звані високотемпературні надпровідники (ВТН), які було відкрито у 1986 році швейцарськими вченими Беднортцем і Мюллером. Вони виявили, що певні оксидні кераміки — зокрема купрати, що містять мідь та рідкоземельні елементи — здатні ставати надпровідними при температурах вище 77 К, тобто за температур рідкого азоту. Це стало справжнім проривом, оскільки до того всі відомі надпровідники потребували наднизьких температур, близьких до абсолютного нуля, що обмежувало їхню практичність через високу вартість охолодження. ВТН належать до надпровідників другого типу, мають дуже високі критичні поля та складну багат шарову структуру, яка досі залишається предметом інтенсивного теоретичного аналізу.

Отже, класифікація надпровідників на тип I, тип II та високотемпературні системи дозволяє не лише систематизувати різноманітні прояви надпровідного стану, а й забезпечує основи для вибору матеріалів у конкретних технічних задачах. Від властивостей надпровідника — його температурного режиму, стійкості до магнітних полів, внутрішньої структури — безпосередньо залежить ефективність його використання в науці, медицині, енергетиці та інформаційних технологіях.

1.3. Теоретичні моделі надпровідності: модель БКШ та квантова когерентність

Уточнення природи надпровідного стану, що протягом кількох десятиліть залишалася відкритим питанням, зрештою стало можливим лише після переходу від феноменологічних моделей до повноцінного мікроскопічного пояснення. Попри успішність теорії Гінцбурга–Ландау у формальному описі багатьох властивостей надпровідників, вона не розкривала механізму утворення надпровідного стану на рівні елементарних частинок. Вирішальний прорив у цьому напрямі відбувся у 1957 році, коли американські фізики Джон Бардін, Леон Купер і Роберт Шріффер запропонували мікроскопічну теорію надпровідності, що отримала назву БКШ (BCS – Bardeen–Cooper–Schrieffer). Саме ця модель дала змогу зрозуміти, яким чином електрони, попри електростатичне відштовхування, можуть вступати у взаємодію, що веде до повної відсутності електричного опору.

У центрі теорії БКШ лежить ідея про куперівські пари — особливі зв'язані стани двох електронів із протилежними спінами та імпульсами, які виникають завдяки ефективній привабній взаємодії між ними, опосередкованій фононами — квантуваннями ґраткових коливань. Це, на перший погляд, парадоксальне явище — утворення стабільної пари з двох однаково заряджених частинок — можливе за рахунок того, що деформація кристалічної ґратки, яку спричиняє один електрон, може знижувати потенціальну енергію для іншого. У результаті формується слабозв'язана пара з великою довжиною когерентності — вона може охоплювати тисячі атомних відстаней у кристалі. Такі пари не поводяться як окремі електрони: вони діють як єдина квазічастинка зі спіном 0 і цілою статистикою, підпорядкованою законам Бозе — Ейнштейна.

Ключовим наслідком утворення куперівських пар є спонтанне порушення симетрії основного стану системи, яке знаменує собою фазовий перехід другого роду. У нормальному металі електронний газ характеризується симетрією Фермі — Дірака, де всі стани заповнюються відповідно до енергетичного розподілу. У надпровідному стані ж електрони втрачають індивідуальність, формуючи єдиний когерентний конденсат, у

якому кожна куперівська пара пов'язана з усіма іншими. Таким чином, виникає новий порядок — хвильова функція конденсату має сталу фазу на великих масштабах, а сама система набуває властивостей, яких не було у вихідній конфігурації: нульового опору, стабільного потоку, витіснення магнітного поля. Це порушення симетрії не нав'язане зовнішніми умовами, а є наслідком внутрішньої взаємодії в системі, що робить його “спонтанним” у фізичному сенсі.

Теорія БКШ не лише підтвердила емпірично відомі властивості надпровідників, а й передбачила кілька принципово нових ефектів, які були згодом підтверджені експериментально. Зокрема, вона описала появу енергетичної щілини в спектрі збуджень — мінімальної енергії, необхідної для розриву куперівської пари, — та дала точні співвідношення між критичною температурою, щілиною і питомою теплотністю. Від моменту свого формулювання модель БКШ стала наріжним каменем у розумінні не лише надпровідності, але й багатьох інших квантових макроефектів, зокрема надтекучості та поведінки ферміонних систем за умов сильної кореляції.

Коли електронна система переходить у надпровідний стан відповідно до моделі БКШ, її енергетична структура зазнає принципових змін, що найяскравіше проявляється в появі енергетичної щілини. Ця щілина в спектрі елементарних збуджень — один із ключових наслідків формування куперівських пар і спонтанного порушення симетрії. У нормальному металі електрони можуть збуджуватись практично з довільно малою енергією, оскільки рівні в околі рівня Фермі є щільно заповнені. Проте в надпровіднику для того, щоб розірвати куперівську пару й отримати вільні квазічастинки, потрібна енергія, більша за певну мінімальну величину — цю величину й називають енергетичною щілиною (Δ).

Розмір цієї щілини залежить від температури і зникає повністю при досягненні критичної температури T_c , що знаменує собою перехід до нормального стану. У рамках моделі БКШ величина щілини при абсолютному нулі температури пов'язана з критичною температурою співвідношенням:

$$\Delta(0) \approx 1.76 k_B T_c$$

де k_B — стала Больцмана. Це співвідношення справджується для більшості класичних надпровідників і підтверджується експериментально методами тунельної спектроскопії та теплової ємності. Фізично щілина виконує роль енергетичного бар'єра, що обмежує збудження квазічастинок, тим самим забезпечуючи стійкість надпровідного стану навіть за умов зовнішніх збурень, таких як слабе електричне поле чи флуктуації температури.

Наявність енергетичної щілини має низку важливих наслідків. По-перше, вона пояснює відсутність електричного опору: за умови, що зовнішні збурення не перевищують енергії щілини, електрони не можуть розсіюватися на збуджених станах, оскільки таких збуджень просто немає. По-друге, вона визначає термодинамічні характеристики надпровідника — зокрема поведінку питомої теплоємності та теплопровідності при низьких температурах. По-третє, щілина забезпечує захист надпровідного стану від руйнування слабкими магнітними полями, сприяючи довготривалому збереженню когерентного стану куперівських пар. В результаті енергетична щілина виступає не лише характеристикою мікроскопічної структури надпровідника, а й основним параметром його функціональної надійності.

РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕКТРОНІВ У НАДПРОВІДНОМУ ПРОСТОРИ: МАТЕМАТИЧНЕ ТА ПРИКЛАДНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

2.1. Розрахунок щільності електронного стану у надпровіднику

Розрахунок щільності електронних станів у надпровіднику базується на реальному описі поведінки електронного газу в умовах наднизьких температур, наближених до абсолютного нуля. При таких температурах система електронів поводить не класично, а квантово — і саме в цьому режимі найяскравіше проявляється статистика Фермі — Дірака. У цьому підпункті розгляд зосереджено виключно на практичних обчисленнях та описі електронного розподілу з точки зору квантової статистики без теоретичних узагальнень.

У межах моделі фермі-газу електрони в металі займають квантові стани з мінімально можливою енергією відповідно до принципу Паулі: на кожному енергетичному рівні може перебувати не більше одного електрона з кожним значенням спіну. Тому навіть при абсолютному нулі температури система заповнює всі стани до певного максимуму — так званого рівня Фермі E_F . Це енергія найвищого зайнятого стану при $T = 0$. У надпровіднику, який знаходиться у стаціонарному холодному стані (наприклад, при $T \approx 1.5$ К), електронний розподіл майже не змінюється порівняно з ідеальним розподілом при нулі, і тому використання статистики Фермі — Дірака у вигляді:

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) + 1}$$

Тут $f(E)$ — ймовірність того, що квантовий стан з енергією E є зайнятий, μ — хімічний потенціал, який при низьких температурах практично дорівнює E_F , k_B — стала Больцмана, а T — абсолютна температура.

Для того щоб визначити щільність електронних станів $D(E)$, що доступні для заповнення при кожному значенні енергії, застосовується наступне співвідношення (в умовах тривимірного вільного електронного газу):

$$D(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{E}$$

де m — маса електрона, \hbar — зведена стала Планка. Ця функція дозволяє розрахувати, скільки квантових станів на одиницю об'єму існує в околі певної енергії. Для побудови розподілу фактичної концентрації електронів при певній температурі слід перемножити $D(E)$ на $f(E)$:

$$n(E) = D(E) \cdot f(E)$$

Це й буде диференціальна густина заповнених станів на рівні енергії E . Для чисельного розрахунку можна підставити експериментально відомі значення:

- маса електрона: $m = 9.11 \times 10^{-31}$ кг,
- $\hbar = 1.05 \times 10^{-34}$ Дж·с,
- $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ Дж/К,
- температури: $T \approx 1.5$ К,
- енергії: E близько $E_F = 5-7$ еВ (для більшості металів).

Проведемо умовний розрахунок для $E = 5$ еВ $= 8 \times 10^{-19}$ Дж:

1. Розрахуємо $D(E)$:

$$D(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2 \cdot 9.11 \times 10^{-31}}{1.05^2 \times 10^{-68}} \right)^{3/2} \cdot \sqrt{8 \times 10^{-19}}$$

Результат після обчислень — близько $D(E) \approx 10^{47}$ 1/Дж м³, що узгоджується з типовими значеннями щільності електронних станів у металах.

2. Для визначення кількості зайнятих станів на рівні $E = E_F$ при температурі $T = 1.5$ K, знайдемо:

$$f(E_F) = \frac{1}{\exp(0) + 1} = \frac{1}{2}$$

Отже, рівень Фермі при $T > 0$ частково розмитий — 50% ймовірність зайнятості при самій вершині. Проте через наднизьку температуру розмиття вкрай незначне — майже всі стани нижче E_F зайняті, а вище — майже вільні.

Отримане через статистику Фермі — Дірака уявлення про заповнення електронних станів створює необхідну основу для порівняльного аналізу електронної щільності в нормальному та надпровідному станах. У класичному металі при температурі, що наближається до абсолютного нуля, електрони заповнюють усі енергетичні рівні до рівня Фермі. Таким чином формується максимально щільний електронний газ, який бере участь у процесах електропровідності. У нормальному стані електронна щільність визначається сумарною кількістю електронів у провідній зоні на одиницю об'єму, і для більшості металів становить величину порядку 10^{28} електронів на кубічний метр.

У надпровідному стані загальна кількість електронів не змінюється, однак принципово змінюється характер їхньої участі в провідності. Значна частина електронів поблизу рівня Фермі починає взаємодіяти, утворюючи куперівські пари. Вважається, що в межах енергетичної смуги шириною порядку енергетичної щілини Δ навколо рівня Фермі електрони переходять у

надпровідний стан. Саме в цій вузькій зоні утворюються квазізв'язані пари, які поводяться не як окремі ферміони, а як єдиний бозе-конденсат.

Для практичних оцінок часто застосовують наближений підрахунок: частка електронів, що переходять у надпровідний стан, становить приблизно $10^{-4} - 10^{-3}$ від загальної кількості. Хоч ця частка здається мізерною, саме вона створює ефект повного зникнення електричного опору. Іншими словами, навіть невелика кількість когерентно зв'язаних пар може ефективно перешкоджати втраті енергії через розсіювання, оскільки пари рухаються узгоджено й не взаємодіють із ґратковими дефектами так, як це роблять вільні електрони.

У нормальному стані, де всі електрони діють як незалежні ферміони, загальна щільність заповнених станів у провідній зоні є сталою при фіксованій температурі. У надпровідному ж випадку щільність провідних частинок умовно ділиться: частина електронів формує куперівські пари, а решта залишається у вигляді збуджених квазічастинок. Кількість останніх при дуже низьких температурах (близьких до абсолютного нуля) є вкрай малою, оскільки для їхнього виникнення потрібно подолати енергетичну щілину. Відповідно, фактична електронна щільність, яка забезпечує провідність, у надпровідному стані виявляється не лише достатньою, а й навіть ефективнішою порівняно з нормальним станом, попри те, що частина електронів бере участь у перенесенні заряду у вигляді зв'язаних пар.

Проведені експерименти з використанням методів специфічної теплоємності, тунельної спектроскопії та магнітного резонансу підтверджують, що перерозподіл електронної щільності відбувається не глобально, а в околі рівня Фермі, з формуванням чіткої межі між надпровідним і збудженим станом. Цей факт ще раз підкреслює, що перехід до надпровідності не потребує зміни загальної кількості електронів або їх концентрації, а лише переорганізовує структуру електронного газу на мікрорівні.

У надпровідному стані, де електрони об'єднуються в куперівські пари, зміна характеру розподілу електронної щільності проявляється насамперед у модифікації щільності станів поблизу рівня Фермі. Цей ефект неможливо виявити через загальну кількість електронів, яка залишається незмінною, однак його чітко видно при порівнянні щільності енергетичних станів $D(E)$ у нормальному та надпровідному станах. Власне, зміна щільності станів у межах енергетичної щілини Δ і є прямим індикатором надпровідного переходу.

У нормальному стані, як уже згадувалося, щільність станів поблизу рівня Фермі E_F залишається сталою й може бути апроксимована як:

$$D_N(E) \approx D_0 = \text{const}$$

Це означає, що для кожного рівня енергії в околі E_F існує однакова кількість доступних квантових станів, імовірність заповнення яких визначається статистикою Фермі — Дірака. Однак, після переходу в надпровідний стан відбувається енергетичне «вимивання» станів у межах щілини, і щільність станів набуває модифікованої форми:

$$D_S(E) = \frac{D_0 \cdot |E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}, \quad |E| > \Delta$$

Ця формула описує щільність станів у надпровіднику, де Δ — енергетична щілина, характерна для матеріалу, а E — енергія квазічастинки відносно рівня Фермі. Найважливішим моментом тут є те, що щільність станів звертається в нуль при $|E| = \Delta$, тобто всередині енергетичної щілини електронні стани не існують. Це означає, що жодне теплове або електричне збурення не здатне викликати електронні збудження в цьому діапазоні, допоки його енергія не перевищить Δ .

Для прикладу, у свинцю (Pb) критична температура $T_c \approx 7.2 \text{ K}$, відповідно:

$$\Delta(0) \approx 1.76 \cdot k_B \cdot T_c \approx 1.76 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 7.2 \approx 1.75 \cdot 10^{-22} \text{ Дж}$$

Переведення в електрон-вольти дає:

$$\Delta(0) \approx \frac{1.75 \cdot 10^{-22}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \approx 1.1 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$$

Отже, для свинцю електронні збудження можливі лише за умови, що енергія перевищує $\Delta \approx 1.1$ мЕВ. При побудові графіків функцій $D_M(E)$ та $D_S(E)$, різниця між станами особливо чітко простежується у вигляді «провалу» в околі рівня Фермі у надпровідному стані та появи піків щільності одразу за межами щілини — так звані когерентні піки.

Цей ефект спостерігається експериментально через тунельну спектроскопію: при прикладанні малого напругового зсуву електрони не проходять через бар'єр, бо всередині щілини немає дозволених станів. Як тільки енергія перевищує Δ , струм різко зростає — це підтвердження зміни щільності станів.

В цілому, порівняння функцій $D_M(E)$ і $D_S(E)$ підтверджує, що надпровідний стан супроводжується не просто якісною зміною поведінки електронів, а кількісним перерозподілом щільності станів. Саме цей перерозподіл і створює основу для безопірного руху куперівських пар та повної відсутності дисипації енергії, що є характерною рисою надпровідності.

2.2. Енергетичні параметри куперівських пар: прикладні розрахунки

При переході металу в надпровідний стан з'являється енергетична щілина Δ — фундаментальний параметр, що визначає мінімальну енергію, необхідну для розриву куперівської пари. Для прикладних розрахунків цієї величини використовують співвідношення, отримане в рамках теорії БКШ, яке встановлює прямий зв'язок між енергетичною щілиною при температурі абсолютного нуля $\Delta(0)$ та критичною температурою T_c :

$$\Delta(0) = 1.76 \cdot k_B \cdot T_c$$

Це співвідношення є емпірично точним для класичних низькотемпературних надпровідників і дозволяє з високою точністю оцінити значення енергетичної щілини без глибокого мікроскопічного аналізу. З практичної точки зору, знаючи критичну температуру конкретного матеріалу, можна негайно розрахувати величину Δ у джоулях або електрон-вольтах.

Приклад 1. Свинець (Pb):

Для свинцю критична температура становить:

$$T_c = 7.2 \text{ К}$$

Підставляючи у формулу, отримаємо:

$$\Delta(0) = 1.76 \cdot (1.38 \cdot 10^{-23}) \cdot 7.2 \approx 1.75 \cdot 10^{-22} \text{ Дж}$$

Для зручності переведемо в електрон-вольти:

$$\Delta(0) \approx \frac{1.75 \cdot 10^{-22}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \approx 1.1 \text{ мЕВ}$$

Отже, для свинцю енергетична щілина при нулі температури становить близько 1.1 міліелектрон-вольта.

Приклад 2. Ніобій (Nb):

Ніобій має одну з найвищих критичних температур серед елементів:

$$T_c = 9.3 \text{ К}$$

Тоді:

$$\Delta(0) = 1.76 \cdot (1.38 \cdot 10^{-23}) \cdot 9.3 \approx 2.26 \cdot 10^{-22} \text{ Дж}$$

$$\Delta(0) \approx \frac{2.26 \cdot 10^{-22}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \approx 1.4 \text{ мЕВ}$$

У результаті, для ніобію енергетична щілина становить приблизно 1.4 мЕВ, що дещо вище, ніж у свинцю, і відповідає його вищій критичній температурі.

Що стосується температурної залежності $\Delta(T)$, то вона не є лінійною. За наближенням БКШ енергетична щілина плавно зменшується при зростанні температури і зникає при $T = T_c$. Для наближених прикладних оцінок можна використовувати емпіричне рівняння:

$$\Delta(T) \approx \Delta(0) \cdot \tanh \left(1.74 \cdot \sqrt{\frac{T_c}{T} - 1} \right)$$

Це рівняння зручне для чисельного моделювання. Наприклад, для свинцю при $T = 4$ К, отримаємо:

$$\Delta(4\text{ K}) \approx 1.1\text{ мЕВ} \cdot \tanh \left(1.74 \cdot \sqrt{\frac{7.2}{4} - 1} \right) \approx 1.1 \cdot \tanh(1.74 \cdot \sqrt{0.8}) \approx 1.1 \cdot \tanh(1.55) \approx 1.1 \cdot 0.913 \approx 1.0\text{ мЕВ}$$

Таким чином, при температурі, яка становить приблизно 55% від T_c , енергетична щілина лише незначно зменшується — усього на 0.1 мЕВ, тобто на менше ніж 10%.

Ці прикладні розрахунки енергетичної щілини мають не лише теоретичне, а й суто практичне значення. Вони дають змогу визначити діапазон енергій, які слід уникати в пристроях, що працюють з надпровідними компонентами, а також розраховувати резонансні частоти в надпровідних квантових схемах, таких як джозефсонівські кубіти або SQUID-прилади. Саме точне знання Δ дозволяє налаштувати системи так, щоб уникати руйнування надпровідного стану зовнішніми збуреннями.

Одержані з формули БКШ орієнтовні значення енергетичної щілини дозволяють швидко оцінити порядок величин для різних надпровідників, однак практичні розрахунки повинні враховувати реальні експериментальні дані. У цьому підпункті подано приклад точного розрахунку значень енергетичної щілини Δ для двох найвідоміших класичних надпровідників —

свинцю (Pb) і ніобію (Nb), на основі їх критичних температур та експериментально виміряних характеристик.

Для свинцю, одного з перших виявлених надпровідників, відомо, що критична температура переходу становить $T_c = 7.20$ К, а енергетична щільність при температурі абсолютного нуля вимірюється експериментально з використанням тунельної спектроскопії. Найбільш точні дані дають величину $\Delta_{\text{Pb}}(0) = 1.35$ мЕВ. Це значення трохи перевищує наближення БКШ, яке для цієї температури дає:

$$\Delta_{\text{БКШ}}(0) = 1.76 \cdot k_B \cdot T_c = 1.76 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 7.2 \approx 1.75 \cdot 10^{-22} \text{ Дж} \approx 1.09 \text{ мЕВ}$$

Отже, у випадку свинцю спостерігається перевищення експериментального значення приблизно на 20%, що може бути пов'язано з особливостями структури металу, взаємодіями в кристалічній ґратці або наближеннями самої моделі БКШ. Практично це означає, що свинець має вищу стійкість куперівських пар до теплових збуджень, ніж передбачає ідеалізована теорія.

Для ніобію, який є технічно важливим надпровідником (особливо у надпровідних магнітах), критична температура дорівнює $T_c = 9.25$ К. Експериментально виміряна щільність становить:

$$\Delta_{\text{Nb}}(0) \approx 1.55 \text{ мЕВ}$$

У той час як теоретичне значення за БКШ дорівнює:

$$\Delta_{\text{БКШ}}(0) = 1.76 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 9.25 \approx 2.25 \cdot 10^{-22} \text{ Дж} \approx 1.41 \text{ мЕВ}$$

І тут ми бачимо, що фактичне значення $\Delta(0)$ перевищує теоретичне на приблизно 10%. Це підтверджує, що для реальних надпровідників слід враховувати не лише температуру переходу, а й експериментальні поправки, які впливають з точного спектроскопічного аналізу та вимірювань питомої теплоємності.

Для перевірки точності розрахунків також застосовується співвідношення $2\Delta / k_B T_c$, яке в межах стандартної БКШ-теорії має дорівнювати ≈ 3.52 . У випадку свинцю:

$$\frac{2 \cdot 1.35}{k_B \cdot 7.2} \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{1.38 \cdot 10^{-23}} \approx 4.35$$

Для ніобію:

$$\frac{2 \cdot 1.55}{k_B \cdot 9.25} \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{1.38 \cdot 10^{-23}} \approx 4.0$$

У кожному випадку видно, що коефіцієнт перевищує теоретичну межу 3.52, що свідчить про помірне відхилення від слабкої зв'язаної пари, закладеної в класичній теорії БКШ. Це може бути пов'язано з сильнішими електрон-фононними взаємодіями, які не повністю враховані у базовій моделі, а також з анізотропією щілини.

Визначивши реальні значення енергетичної щілини для типових надпровідників, можна перейти до практичного аналізу того, як ця щілина — а отже, і куперівські пари — реагують на зміну температури в околі критичного значення. Такий аналіз має ключове значення для оцінки стабільності надпровідного стану в реальних умовах експлуатації, зокрема в системах, де можливі коливання температури навіть у межах часток кельвіна.

На практиці стабільність куперівських пар прямо пов'язана з температурною залежністю щілини $\Delta(T)$. Як показують розрахунки й експериментальні спостереження, при температурі, яка становить менше ніж половину від критичної, куперівські пари залишаються надзвичайно стабільними: щілина залишається майже незмінною, а концентрація збуджених квазічастинок — вкрай малою. Наприклад, для свинцю при $T = 3.5$ К (тобто $\approx 50\%$ від T_c) величина Δ зменшується менш ніж на 10% порівняно з $\Delta(0)$, що свідчить про високу стійкість надпровідного стану до помірного нагріву.

Проведемо розрахунок для свинцю при вказаній температурі, використовуючи апроксимовану емпіричну формулу:

$$\Delta(T) \approx \Delta(0) \cdot \tanh \left(1.74 \cdot \sqrt{\frac{T_c}{T} - 1} \right)$$

За умови $T_c = 7.2 \text{ К}$, $T = 3.5 \text{ К}$, $\Delta(0) = 1.35 \text{ мЕВ}$, отримаємо:

$$\frac{T_c}{T} - 1 = \frac{7.2}{3.5} - 1 \approx 1.057, \quad \sqrt{1.057} \approx 1.028$$

$$\tanh(1.74 \cdot 1.028) = \tanh(1.79) \approx 0.946$$

$$\Delta(3.5 \text{ К}) \approx 1.35 \cdot 0.946 \approx 1.28 \text{ мЕВ}$$

Таким чином, навіть при підвищенні температури до половини від критичної, енергетична щільність залишається достатньо великою для збереження стабільних куперівських пар. Цей результат підтверджує, що у низькотемпературному режимі надпровідники можуть працювати з високою надійністю, навіть якщо температура не є абсолютно стабільною.

Інша ситуація спостерігається, коли температура підходить до 90 – 95% від T_c . У цьому діапазоні навіть незначне підвищення температури веде до стрімкого зменшення $\Delta(T)$, що вказує на нестійкість куперівських пар. Наприклад, для ніобію при $T = 8.5 \text{ К}$, (тобто $\approx 92\%$ від $T_c = 9.25 \text{ К}$) спостерігається падіння щільності майже на 40 – 50%. Практично це означає, що навіть короточасний локальний перегрів може спричинити розрив значної частини куперівських пар, появу збуджених квазічастинок і руйнування надпровідного стану. Особливо критично це в тих випадках, коли надпровідник використовується в імпульсних або змінних режимах, де теплове навантаження змінюється з часом.

Для технічних застосувань цей аналіз має безпосередню прикладну цінність. Для прикладу, при проєктуванні надпровідних електромагнітів, резонаторів або квантових елементів важливо не лише підтримувати температуру нижче T_c , а й тримати її в безпечному діапазоні — бажано не вище

$0.6 - 0.7 T_c$, де стабільність куперівських пар гарантована. У системах, що працюють близько до критичної межі, потрібні спеціальні засоби охолодження або термостабілізації, які запобігають випадковому перегріванню.

Підсумовуючи, можна зробити висновок, що куперівські пари демонструють високу термостійкість у нижньому діапазоні температур, проте стають вразливими при наближенні до критичної межі. Саме тому практична стабільність надпровідного стану визначається не лише абсолютною температурою, а й точністю її контролю, тепловими флуктуаціями, тепловідведенням і навіть якістю матеріалу, який впливає на локальні температурні піки.

2.3. Практичні аспекти використання надпровідників у електронних системах

У сфері мікроелектроніки надпровідні матеріали використовуються як основа для створення надшвидких елементів логіки, що здатні працювати з мінімальними втратами енергії та надзвичайно високою частотою перемикання. Одним із ключових напрямів є розробка джозефсонівських контактів — елементів, які дозволяють керувати струмом на рівні окремих куперівських пар завдяки тунельному ефекту. Саме такі структури лежать в основі квантових бітів, або кубітів, у квантових комп'ютерах. Використовуючи здатність куперівських пар перебувати в когерентному суперпозиційному стані, квантові процесори забезпечують експоненційне прискорення обчислень для низки задач, недоступних традиційним комп'ютерам. Завдяки високій стабільності надпровідного стану при низьких температурах і точному контролю фазових змін таких елементів, надпровідні

квантові системи вважаються одними з найперспективніших архітектур у сфері квантових технологій.

Не менш значущими є надпровідники в практичних галузях, таких як медицина, транспорт та енергетика. Одним із найпоширеніших медичних застосувань є магнітно-резонансна томографія, де надпровідні електромагніти використовуються для створення стабільного й надзвичайно потужного магнітного поля. Завдяки відсутності електричних втрат, надпровідні магніти не потребують великих об'ємів живлення і забезпечують високу точність зображення. У транспорті надпровідність стала основою для технології магнітної левітації — поїздів, які «пливуть» над рейками завдяки сильним магнітним полям, що виникають у надпровідному середовищі. Це не лише усуває тертя між колесами та рейками, а й дозволяє розвивати швидкість, що значно перевищує можливості класичного залізничного транспорту. В енергетиці надпровідні кабелі використовуються для передачі великих обсягів електроенергії без втрат на нагрівання, що дозволяє оптимізувати інфраструктуру електропостачання у великих містах або на підприємствах з критичним навантаженням.

Одним із фундаментальних чинників, що забезпечує ефективність цих систем, є квантова когерентність електронної підсистеми в надпровіднику. Завдяки цій властивості, електрони або куперівські пари діють не як окремі частинки, а як єдине узгоджене квантове ціле. У реальних електронних схемах це дозволяє уникати шуму, втрат енергії на розсіювання та зберігати точність сигналів навіть на надвисоких частотах. У енергетичних системах когерентність забезпечує стабільний струм без флуктуацій, що критично важливо для чутливих електронних пристроїв, зокрема у вимірювальній техніці, квантових сенсорах та метрології. Навіть мінімальні збурення у звичайних провідниках можуть спричинити значне погіршення сигналу, тоді як у надпровіднику когерентна природа струму гарантує стабільність і передбачуваність на рівні, недосяжному для класичних матеріалів.

Загалом, застосування надпровідників у сучасних електронних системах є не просто експериментальним напрямом, а вже зараз стає практичним інструментом вирішення складних інженерних задач. Когерентність, нульовий опір та надвисока чутливість — це ті переваги, які забезпечують технологічну перевагу в низці критичних галузей, що вимагають точності, енергоефективності та довговічності.

ВИСНОВКИ

У ході проведеного дослідження було здійснено всебічний аналіз електронних процесів у надпровідному просторі, що дозволило глибше зрозуміти фізичну природу надпровідності як складного квантового явища, яке виходить за межі класичних уявлень про електропровідність. На основі вивчення фундаментальних властивостей електрона, його квантових характеристик, зокрема хвильової природи, спіну, заряду та маси, було з'ясовано, що саме ці мікроскопічні параметри визначають здатність електронів до формування нових типів зв'язків у матеріалі за низьких температур. Подальший розгляд моделей електропровідності в металах, включно з класичною моделлю Друде, продемонстрував обмеженість традиційних підходів у поясненні явища надпровідності та виявив критичну роль температурних і дефектних чинників у зміні ефективності провідності.

У теоретичному розділі були простежені історичні етапи становлення науки про надпровідність, починаючи з відкриття Камерлінга-Оннеса й завершуючи формуванням сучасної мікроскопічної теорії БКШ. Розгляд основних властивостей надпровідного стану, зокрема нульового опору, ефекту Мейснера та критичних параметрів, дав змогу структурувати уявлення про надпровідність як про цілісний квантовий фазовий стан. Класифікація надпровідників на типи I і II, а також окремий розгляд високотемпературних керамічних систем показали багатоманіття фізичних моделей і можливостей практичного використання, а також актуальність дослідження механізмів надпровідності для матеріалознавства та прикладної фізики.

У межах моделі БКШ були розглянуті ключові механізми формування куперівських пар, що виникають внаслідок фонон-опосередкованої привабливої взаємодії електронів. У цьому контексті визначальне значення має поява енергетичної щілини, яка задає стійкість надпровідного стану до теплових і електромагнітних збурень. Спонтанне порушення симетрії та формування макроскопічної хвильової функції електронної системи були охарактеризовані як центральні чинники, що забезпечують узгоджене, когерентне функціонування надпровідника в масштабах усього об'єму матеріалу.

Практичний розділ дозволив кількісно підтвердити ключові висновки, отримані теоретичним шляхом. За допомогою статистики Фермі — Дірака було проведено моделювання розподілу електронної щільності при низьких температурах, а також порівняно поведінку електронного газу в нормальному та надпровідному станах. Розрахунки енергетичної щілини для типових надпровідників, таких як свинець і ніобій, показали, що реальні значення Δ можуть перевищувати наближення моделі БКШ, що вказує на складнішу внутрішню структуру взаємодії в реальних матеріалах. Аналіз температурної залежності щілини підтвердив, що куперівські пари залишаються стабільними за температур значно нижчих за критичну, однак стають вразливими до збудження при наближенні до межі переходу, що потребує точного термодат контролю у практичних пристроях.

Фінальна частина роботи була присвячена прикладному аспекту — використанню надпровідників у мікроелектроніці, квантових обчисленнях, енергетиці, транспорті та медицині. Було встановлено, що завдяки когерентному квантовому стану та відсутності втрат на опір, надпровідники забезпечують надвисоку ефективність, точність і чутливість у сучасних технологічних системах. У квантових комп'ютерах вони виступають основою для формування кубітів, в МРТ — для створення стабільного магнітного поля, у системах енергопостачання — для передачі енергії без втрат, а в транспорті — для реалізації магнітної левітації. Електронна когерентність, що лежить в основі цих процесів, гарантує стабільну роботу систем навіть у найвимогливіших експлуатаційних умовах.

Узагальнюючи результати дослідження, можна стверджувати, що надпровідність є винятковим прикладом прояву квантових ефектів у макроскопічному світі, а її вивчення й використання мають вирішальне значення для подальшого розвитку фундаментальної науки та високотехнологічної інженерії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Природа електропровідності. URL:
<https://studfile.net/preview/10538935/page:2/>
2. Електропровідність. URL:
<https://vue.gov.ua/%D0%95%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B2%D1%96%D0%B4%D0%BD%D1%96%D1%81%D1%82%D1%8C>
3. Електропровідність напівпровідників. URL:
[https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/feeem/10elektrotech_mat\(2015\)/p9.html](https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/feeem/10elektrotech_mat(2015)/p9.html)
4. Фізика твердого тіла. URL:
<https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/c24768bc-c6f5-4df4-bd59-05dbdc26e721/content>

5. Дослідження впливу температури на електропровідність металів і напівпровідників. URL:
<https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/cd68d6d9-2e31-4131-8ccc-cf9a0c188994/content>
6. Надпровідність та її використання. URL:
<https://dspace.nuft.edu.ua/server/api/core/bitstreams/b6e1990b-0dc3-45dd-99e9-1e3b6c246cca/content>
7. Надпровідність: історія відкриття та перспективи застосування. URL:
<https://futurenow.com.ua/nadprovidnist-istoriya-vidkryttya-ta-perspektyvy-zastosuvannya/>
8. Фізика твердого тіла. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/83099871.pdf>
9. Явище надпровідності. URL:
https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/3pavlov_osnovy_mikroelektroniky/52.htm
10. Бібик В.В. Фізика твердого тіла: навч. посіб. / В.В.Бібик, Т.М. Гричановська, Л.В. Однодворець, Н.І. Шумакова. – Суми: Вид-во СумДУ, 2010. – 200 с.
11. Блецкан Д.І., Горват А.А., Кабацій В.М. Електричні вимірювання. Ужгород: ВАТ «Закарпаття», 2008. 400 с.
12. Вайданич В.І., Пенцак Г.М. Фізика. — Львів : Національний лісотехнічний університет України, 2009.
13. Заячук Д.М. Нанотехнології і наноструктури. — Львів: В-во Національного університету “Львівська політехніка”, 2009.
14. Колесов С.М. Електроматеріалознавство (електротехнічні матеріали): підручник для вузів.– К.: Дельта, 2008. – 516 с.
15. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Курс загальної фізики. Електрика і магнетизм.— К.: Техніка, 2001.
16. Попик Ю.В. Фізика напівпровідників. Ужгород: ТОВ «ІВА», 2014. 820 с.
17. Скіцько І.Ф. Фізичний практикум. Частина II. – К.ІСЗЗІ НТУУ «КПІ», 2011. – 168 с.

18. Geim A.K. Random walk to graphene // *Rev. Modern Phys.* – 2011. – V. 83. – P. 851–862.
19. Novoselov K.S. Graphene: Materials in the Flatland // *Rev. Modern Phys.* – 2011. – V. 83. – P. 837–849.
20. Stangl J., Holy V., Bauer G. Structural properties of self-organized semiconductor nanostructures // *Rev. Modern Phys.* – 2004. – V. 76. – P. 725–783.