

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Факультет (навчально-науковий інститут) радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем

Кафедра квантової радіофізики

До захисту допущено

Кафедрою квантової радіофізики протокол № _____ від _____

завідувач кафедри _____
(підпис)

Андрій Дегтярьов
(ім'я, прізвище)

« _____ » _____ 202_ р.

Кваліфікаційна робота
здобувача другого (магістерського) рівня вищої освіти
(першого (бакалаврського) / другого (магістерського))

Фокусування терагерцових вихрових лазерних пучків, збуджених
 TM_{0m} модами діелектричного хвилевідного резонатора
(назва роботи)

Спеціальність (спеціалізація) 105 «Прикладна фізика та наноматеріали»
(код та найменування спеціальності; спеціалізації спеціальності - за наявності)

Освітня програма «Радіофізика та електроніка»
(назва освітньої програми)

Виконавець _____
(підпис) Євген Пронін
(ім'я, прізвище)

Науковий керівник _____
(підпис) Микола Дубінін
(ім'я, прізвище)

Анотація

Кваліфікаційна робота в 42 сторінках містить 14 рисунків та 19 бібліографічних посилань.

Мета даної кваліфікаційної роботи полягає у дослідженні фізичних властивостей гостросфокусованих вихрових лазерних пучків, збуджених радіально поляризованими TM_{0m} модами хвилеводного резонатора терагерцового лазера.

Об'єкт дослідження – фізичні процеси розповсюдження та фокусування у вільному просторі вихрових терагерцових лазерними пучків з радіальної поляризацією поля.

Предмет дослідження – закономірності розповсюдження та фокусування у вільному просторі вихрових терагерцових лазерними пучків з радіальної поляризацією поля.

Методи дослідження. Для розв'язання задач даної кваліфікаційної роботи використана векторна теорія Релея-Зоммерфельда. За допомогою цієї теорії знайдено компоненти електричного поля вихрових лазерних пучків, як у вільному просторі, так і при їх гострому фокусуванні.

Отримані результати та їх новизна. Аналітично отримано вирази для опису непараксіальної дифракції та досліджено розповсюдження та фокусування вихрових терагерцових лазерних пучків, збуджених радіально поляризованими модами $TM_{01}-TM_{03}$. Вперше встановлено особливості розподілів інтенсивностей поля для різних топологічних зарядів: кільцева структура для $n = 0, 2$ та осьовий максимум для $n = 1$. Показано зміну просторового профілю пучка при гострому фокусуванні: зосередження поля в центрі для $n = 1$ і формування нульової інтенсивності на осі для $n = 2$ під дією спіральної фазової пластинки. Використання спіральної фазової пластинки з топологічним зарядом $n = 1$ призводить до зміни фазового фронту пучка з сферичного на такий, що має однопелюсткову вихрову структуру, а для $n = 2$ – двопелюсткову вихрову структуру.

Ключові слова: терагерцовий діапазон, діелектричний хвилевідний резонатор, мода, радіальна поляризація, спіральна фазова пластинка, топологічний заряд, гостре фокусування, вихровий лазерний пучок.

Abstract

The qualification work in 42 pages contains 14 figures and 19 bibliographical references.

The purpose of this qualification work is to study the physical properties of sharply focused vortex laser beams excited by radially polarized TM_{0m} modes of the waveguide resonator of a terahertz laser.

The object of the study is the physical processes of propagation and focusing in free space of vortex terahertz laser beams with radial polarization of the field.

The subject of the study is the regularities of propagation and focusing in free space of vortex terahertz laser beams with radial polarization of the field.

Research methods. To solve the problems of this qualification work, the vector theory of Rayleigh-Sommerfeld was used. Using this theory, the components of the electric field of vortex laser beams were found, both in free space and during their sharp focusing.

Results and their novelty. Expressions for describing non-paraxial diffraction were analytically obtained and the propagation and focusing of vortex terahertz laser beams excited by radially polarized modes $TM_{01}-TM_{03}$ were investigated. The features of the field intensity distributions for different topological charges were established for the first time: a ring structure for $n = 0, 2$ and an axial maximum for $n = 1$. The change in the spatial profile of the beam during sharp focusing was shown: the field concentration in the center for $n = 1$ and the formation of zero intensity on the axis for $n = 2$ under the action of a spiral phase plate. The use of a spiral phase plate with a topological charge $n = 1$ leads to a change in the phase front of the beam from spherical to one with a single-lobe vortex structure, and for $n = 2$ – a two-lobe vortex structure.

Keywords: terahertz range, dielectric waveguide resonator, mode, radial polarization, spiral phase plate, topological charge, sharp focusing, vortex laser beam.

Зміст

Вступ.....	5
1. Аналітичний огляд літератури.....	8
2. Теоретична модель та розрахунки.....	18
3. Результати розрахунку та їх аналіз.....	23
4. Висновки	39
Список літератури	41

Вступ

Останніми роками інтерес до терагерцового діапазону (частоти приблизно від 0,1 до 10 ТГц) помітно зріс, оскільки саме ця спектральна область заповнює «розрив» між мікрохвильовою та оптичною частинами електромагнітного спектра, поєднуючи їхні ключові переваги. Терагерцові хвилі дозволяють безпечно досліджувати структуру об'єктів, проникати крізь широкий спектр матеріалів, забезпечувати високошвидкісну передачу даних та виконувати неруйнівний контроль без застосування іонізуючого випромінювання. Стрімкий розвиток напівпровідникових технологій, покращення методів генерації та детекції ТГц-випромінювання, а також зростаючий попит на нові системи комунікації, візуалізації й сенсори стимулювали появу цілої низки досліджень і практичних рішень у цьому діапазоні. Окрім цього терагерцові хвилі поєднують високу проникну здатність, прийнятну просторову роздільну здатність та низьку іонізувальну дію, завдяки чому їх можна безпечно використовувати для контролю матеріалів, візуалізації прихованих структур та організації бездротових каналів зв'язку. Саме поведінка пучків у фокальній області визначає, наскільки ефективними будуть такі системи.

Суттєві можливості для керування структурою фокуса відкривають векторні промені з просторово неоднорідною поляризацією. На відміну від звичайних лінійно поляризованих пучків, у них напрям поляризації змінюється в поперечному перерізі, що приводить до іншого перерозподілу енергії компонент електричного поля при проходженні через фокусувальну систему. Одним із найважливіших прикладів таких променів є радіально поляризовані пучки, для яких у режимі гострого фокусування формується кругова фокальна пляма з помітним внеском поздовжньої компоненти поля в центрі. Це дозволяє зменшувати характерний розмір фокуса та наближатися до дифракційної межі, а в окремих конфігураціях – ефективно її “обходити” за рахунок посиленої поздовжньої складової.

Не менш важливим класом структурованих полів є вихрові промені, що несуть орбітальний кутовий момент і мають спіральну фазу. Топологічний заряд вихору можна використовувати як додатковий канал кодування інформації, тому вихрові промені активно розглядаються для задач зв'язку, високоточної метрології, оптичного маніпулювання мікрооб'єктами та підвищення контрасту в системах зображення. Перенесення цих підходів у терагерцовий діапазон створює передумови для появи нових типів терагерцових каналів зв'язку та сенсорних систем.

Особливої уваги заслуговує поєднання двох вищезазначених ефектів – радіальної поляризації та вихрової фази в одному пучку. Радіально поляризований вихровий промінь водночас має неоднорідну поляризаційну структуру і спіральний хвильовий фронт, тому його фокусування відбувається істотно відмінно від випадків звичайних чи лише вихрових пучків. У фокусі можуть з'являтися як кільцеподібні, так і більш складні структури інтенсивності із значною поздовжньою компонентою поля, що є перспективним для надщільного зондування та локалізованого впливу на речовину в терагерцовому діапазоні.

Практично терагерцове випромінювання часто отримують за допомогою оптично накачуваних молекулярних лазерів з хвилеводними квазіоптичними резонаторами. Такі системи забезпечують відносно високі потужності в безперервному режимі при помірних геометричних розмірах і стабільних робочих параметрах. Серед набору можливих хвилеводних мод особливе значення мають TM_{01} , TM_{02} , TM_{03} , які характеризуються радіальною поляризацією поля та низькими втратами у своєму класі.

Надання променю вихрової структури часто реалізують за допомогою спіральної фазової пластини з азимутально змінною товщиною. Такий елемент накладає на падаючу хвилю фазовий зсув, що лінійно залежить від азимутального кута, і тим самим формує у вихідному пучку орбітальний кутовий момент із заданим топологічним зарядом. Якщо на спіральну фазову пластину спрямувати промені, збуджені TM_{0m} модами терагерцового лазера, у вільному просторі формується радіально поляризований вихровий пучок. Подальше його фокусування

за допомогою лінзи приводить до складної, але керованої структури поля в області фокуса.

Метою цієї роботи є отримання аналітичних виразів для опису непараксіальної дифракції і дослідження фізичних властивостей гостросфокусованих вихрових лазерних пучків, збуджених радіально поляризованими TM_{01} , TM_{02} , TM_{03} модами хвилевідного резонатора терагерцового лазера.

1. Аналітичний огляд літератури

У роботі [1] пропонують та експериментально характеризують фокусуючу оптику для можливого вакуумного електронного прискорювача, що складається з рефлексикона для формування пучка та сегмента у вигляді кільця осьового параболічного дзеркала для щільного фокусування радіально поляризованого терагерцового імпульсу. Розподіл електричного поля в фокальній області був визначений методом векторної дифракції Страттона–Чу, це дозволяє точно описати електричну напруженість в зоні фокусування. Крім того, були виведені напіваналітичні та аналітичні формули, значно спростились процедури обчислень, що дозволило швидко оцінювати параметри поля для різних конфігурацій оптики. Розрахунки показують, що при фокусуванні одноциклових радіально поляризованих терагерцових імпульсів з енергією 3 мДж можна досягти компоненти прискорювального електричного поля з порядком 100 MV/см, що є достатнім для ефективного прискорення електрично заряджених частинок у вакуумі. Запропонована оптика відкриває нові можливості для застосування терагерцових імпульсів у системах прискорення частинок та перспектив для розвитку компактних електронних прискорювачів.

У роботі [2] наведено строгий вивід електричного поля, яке утворюється під час фокусування радіально поляризованого монохроматичного плоскообмеженого пучка за допомогою параболічного дзеркала з великою числовою апертурою. Використовуючи інтеграл Страттона–Чу, який часто застосовується в теорії векторної дифракції, було досліджено розподіл як поздовжньої, так і радіальної складових електричного поля у фокальній області. Особливу увагу приділено впливу параметрів фокусування та характеристики поля. Показано, що у випадку малої числової апертури та коротких довжин хвиль результати добре узгоджуються з розрахунками та формулою Релея–Зоммерфельда. Отриманий метод розрахунків може бути адаптований до різних типів пучків, а також застосований для опису електромагнітних імпульсів. Таким чином, поздовжня складова електричного поля

в фокусі відкриває перспективи для використання в задачах прискорення електронів уздовж осі поширення пучка.

У роботі [3] досліджуються властивості фокусування кругового поляризованого вихрового пучка, який має подібні характеристики до радіально поляризованого пучка. Такий тип випромінювання є цінним для розвитку оптичних технологій у мікроскопії, маніпуляції частинками та прецизійному оптичному виробництві.

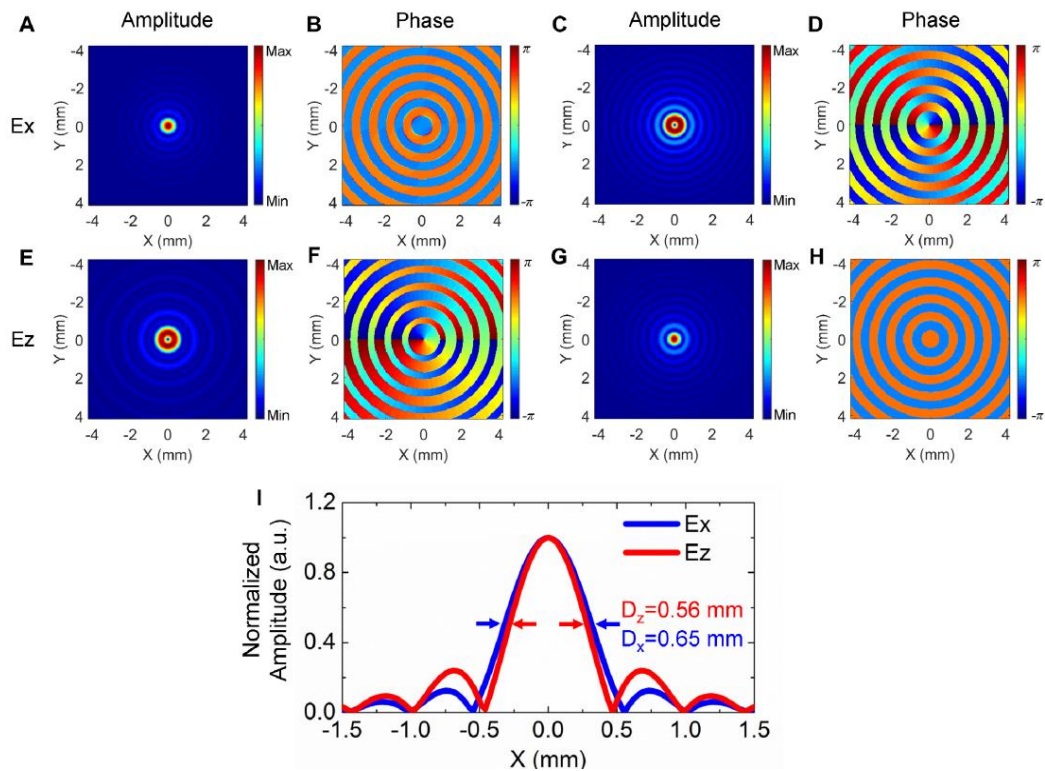


Рисунок 1.1 (A, E) амплітудні та (B, F) фазові розподіли компонент E_x і E_z для лівополяризованого терагерцового вихрового променя при $t=0$. (C, G) — амплітудні та (D, H) — фазові розподіли E_x і E_z для лівополяризованого терагерцового вихрового променя при $t = -1$. (I) — нормалізовані криві амплітудного профілю компоненти E_x при $t = 0$ та E_z при $t = -1$. Ці криві отримані з (A) та (G) відповідно.

У дослідженні згенеровано лівополяризований круговий терагерцовий вихровий пучок (CPTVB) із використанням терагерцової чвертьхвильової пластинки та спіральної фазової пластини. На основі експериментів та

моделювання детально проаналізовано фокусуючі властивості його поздовжньої складової E_z . Встановлено, що при зменшенні F-числа терагерцового пучка та порівнянні з поперечною складовою E_x звичайного кругового поляризованого терагерцового пучка розмір фокусної плями та інтенсивність E_z досягають відповідно 87% та 50% від значень E_x за однакових умов фокусування. Експериментальні результати також підтверджують, що лівополяризований CPTVB зберігає стабільні фокусуючі властивості складової E_z у широкій смузі частот, що демонструє практичну здійсненність цього класу терагерцових пучків.

В роботі [4] розглянуто перспективи використання терагерцових хвиль у діапазоні 0,1–0,5 ТГц для високошвидкісних бездротових мереж та систем високої роздільної здатності. Автори наголошують, що зі зростанням робочої частоти істотними проблемами стають атмосферне затухання та втрати у вільному просторі. Для їх подолання активно застосовуються діелектричні та метаповерхневі лінзи, проте вони мають обмежені можливості регулювання, що ускладнює реалізацію динамічних систем. У статті запропоновано динамічну лінзу з регульованим фокусом на частоті 0,3 ТГц, яка забезпечує керування фокусною відстанню та шириною пучка. Конструкція побудована на трьохшаровій АВА-геометрії з елементами типу «єрусалимський хрест», що робить пристрій тонким, легким та ефективним. Експериментальні дослідження підтвердили можливість динамічного налаштування, яке забезпечує приріст потужності понад 10 дБ (900%) та діапазон зміни фокусної відстані 1:22 (0,05–1,1 м). Крім того, лінза функціонує в широкому частотному інтервалі 40 ГГц (0,28–0,32 ТГц) і дозволяє досягати швидкості передачі даних понад 123 Гбіт/с, що є рекордним показником для метаповерхневих пристроїв у сфері телекомунікацій.

Отримані результати мають суттєве значення для створення стабільних бездротових систем майбутнього, здатних адаптуватися до умов навколишнього середовища, а також сприятимуть розвитку технологій високоточного зображення та сенсорики.

У статті [5] представлено результати дослідження лазерної абляції поверхні прозорого скла за допомогою однократного опромінення радіально поляризованим

фемтосекундним пучком. Теоретичний та експериментальний аналіз показав ключову роль межі матеріалу в умовах використання об'єктива з високою числовою апертурою. Виявлено, що при фокусуванні радіально поляризованого пучка на зворотній поверхні скла зсередини за допомогою іммерсійної лінзи відбувається суттєве підсилення поздовжнього електричного поля в області фокусу внаслідок повного відбиття на межі поділу. Такий режим роботи дозволив сформувати абляційний отвір розміром усього 67 нм. Отримані результати відкривають нові можливості для високоточного нанопроцесінгу із застосуванням радіально поляризованих лазерних пучків.

Новий підхід до генерації векторних пучків, які належать до топологічних структур із характерним обертанням напрямку поляризації навколо сингулярності на хвильовому фронті, розглядається в роботі [6]. Запропонований метод ґрунтується на щільному фокусуванні накачувального пучка в кристалічному напрямку, де другий порядок нелінійного оптичного ефекту заборонений, що дозволяє отримати унікальні умови формування випромінювання.

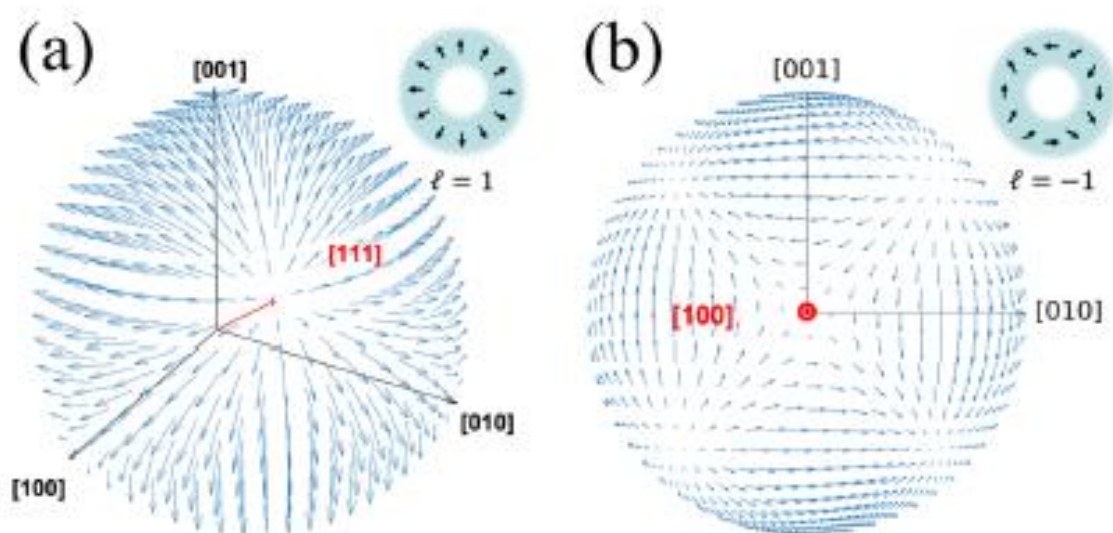


Рисунок 1.2 Розподіл напрямків поляризації, відображається на (a) сфері однієї осі навколо напрямку $[111]$ та (b) півсфері навколо напрямку $[100]$ кристалічної системи координат. Розподіл поляризації для $\ell = +1, -1$ навколо сингулярності показано вставками.

Аналітичний аналіз показав залежність ефективної нелінійності від орієнтації у кристалах ZnTe. При цьому було виявлено два типи нелінійних поляризаційних сингулярностей у напрямках [111] та [100], з топологічними зарядами $\ell = +1$ та $\ell = -1$ відповідно. Для перевірки запропонованого підходу використано кристал ZnTe зі зрізом (111), а для реєстрації поляризаційного стану згенерованих ТГц-пучків створено спеціалізовану спектроскопічну систему візуалізації. Експерименти підтвердили наявність радіально поляризованих розподілів у широкому спектральному діапазоні. Така властивість пояснюється топологічною природою накачувального пучка, хвильові вектори якого здійснюють обертання навколо оптичної осі. Оригінальність цього підходу полягає в простоті реалізації та можливості забезпечення ширококутового режиму, що відкриває шлях до прискореного розвитку прикладних застосувань терагерцових векторних пучків у спектроскопії, комунікаціях та нанофотоніці.

Однофункціональні метаповерхні обмежені у застосуванні, оскільки здатні виконувати лише одну задачу, що не відповідає сучасним вимогам до високотехнологічних систем. Значно більший потенціал мають багатфункціональні та мультиплексні метаповерхні, які підвищують щільність інтеграції функціональних елементів. Як приклад, у дослідженні [7] запропоновано двошарову комірку Панчаратанама–Беррі, яка працює на двох частотах у терагерцовому діапазоні. Завдяки субхвильовій товщині така комірка може бути використана для створення ультратонких і компактних метаповерхонь, призначених для маніпуляції хвильовим фронтом. Експерименти продемонстрували високий коефіцієнт перетворення крос-поляризації — 86,3% та 88,5% відповідно на двох робочих частотах (Рис. 1.3). Для перевірки методики було розроблено три багатфункціональні метаповерхні. Перша з них реалізує дві вихрові мета-лінзи, здатні фокусувати вихрові пучки у субхвильовому масштабі при різних частотах. Друга конфігурація дозволила створювати багатоканальні ОАМ-сигнали з різними режимами та довільною формою масивів пучків за допомогою сегментованих метаповерхонь.

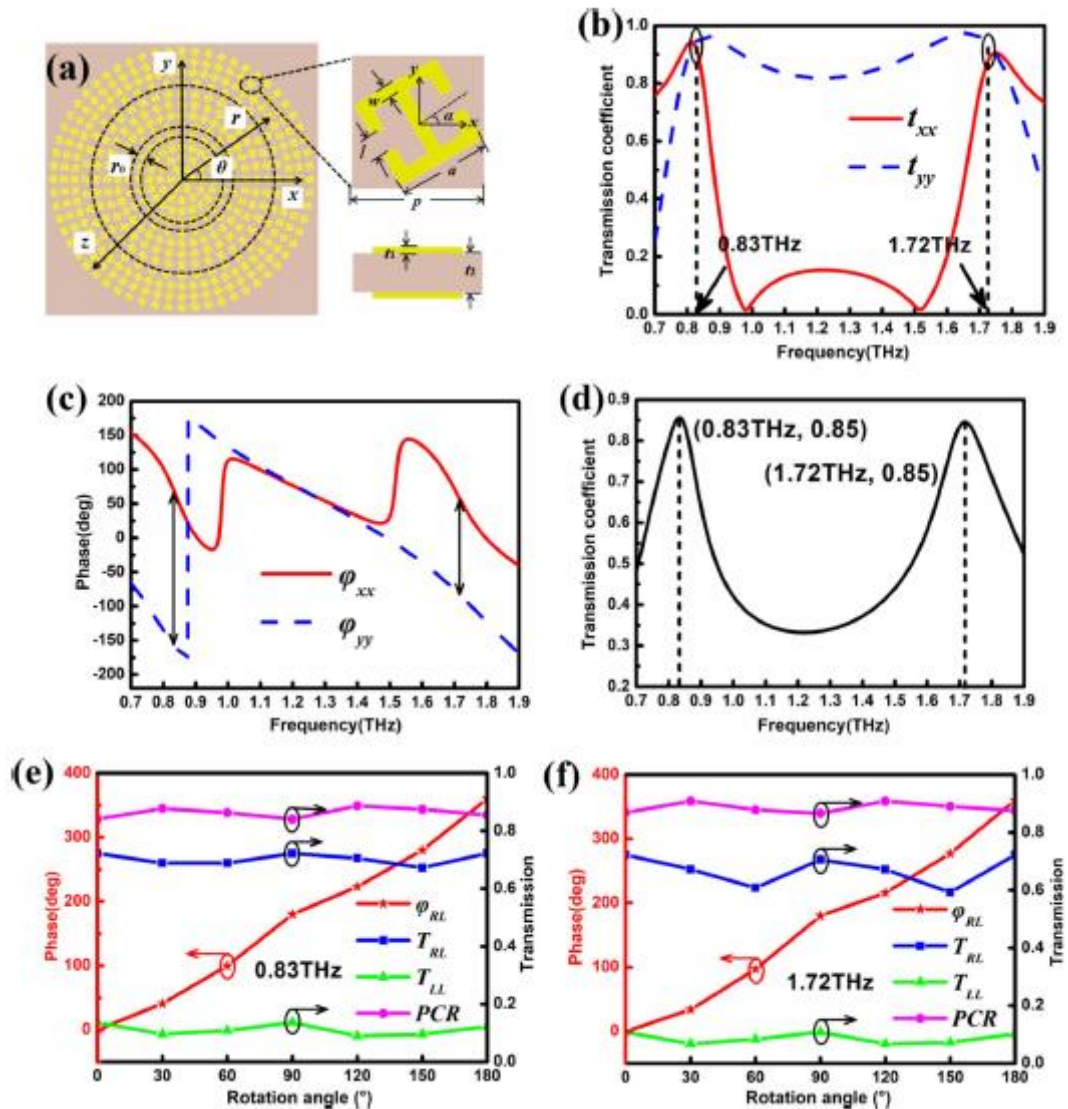


Рисунок 1.3 Схема розроблених вихрових металенз. Усі елементарні комірки були розташовані концентричними колами. На вставці показано вигляд елементарної комірки зверху та збоку. Змодельовані величини пропускання (b) та фазові спектри (c) розробленої елементарної комірки за різних лінійно поляризованих падінь. (d) Величини крос-поляризованого пропускання, освітлені нормально падаючим LCP-випромінюванням. Змодельовані кополяризовані коефіцієнти пропускання T_{LL} , крос-поляризовані коефіцієнти пропускання T_{RL} , PCR та зміни фази крос-поляризованого пропускання ϕ_{RL} елементарних комірок з різними кутами повороту за нормального падіння LCP на частоті 0,83 ТГц (e) та 1,72 ТГц (f).

Нарешті, в [7] було досягнуто багатоканальне ОАМ-мультиплексування з одночасною частотною селекцією та залежністю від поляризації. Таким чином, запропоновані метаповерхні відкривають нові можливості для реалізації систем великої пропускної здатності та високої спектральної ефективності, а також сприятимуть подальшому розвитку фотонної інтеграції, мультиплексування та нанофотонних технологій.

У роботі [8] представлено багатофункціональну терагерцову метаповерхню, здатну одночасно обробляти кругово- та лінійно поляризовані хвилі, що раніше було складно реалізувати. Використовуючи фазові перехідні властивості діоксиду ванадію (VO_2), автори запропонували конструкцію, яка забезпечує формування вихрового пучка, багатоканальне фокусування, перетворення поляризації та широкосмугове поглинання. У ізоляційному стані VO_2 метаповерхня генерує вихровий пучок на частоті 1,2 ТГц при падінні кругово поляризованої хвилі. Одночасно реалізується багатоканальне фокусування на частоті 1,0 ТГц, а коефіцієнт перетворення крос-поляризації перевищує 90% при частотах 0,6, 1,1 та 1,6 ТГц для вертикально падаючої у-поляризованої хвилі. У металевому стані VO_2 метаповерхня забезпечує поглинання близько 95% у діапазоні 0,8–1,5 ТГц.

Завдяки своїй налаштовуваності та багатофункціональним властивостям, запропонована метаповерхня має високий потенціал для застосування у бездротових комунікаційних системах, де одночасне управління поляризацією, фокусуванням і поглинанням є критично важливим.

У статті [9] розглянуто застосування метаповерхонь як універсальних платформ, здатних поєднувати кілька фотонних функцій у компактних пристроях. Особливу увагу приділено створенню коротких терагерцових (ТГц) імпульсів із точним керуванням хвильовим фронтом за допомогою єдиної ТГц-метаповерхні. Дослідники продемонстрували InAs-металінзу-випромінювач, яка одночасно генерує та фокусує ТГц-пучок. Конструкція являє собою 130-нм метаповерхню з InAs, спроектовану як бінарну фазову зонну пластину Френеля. Випромінювання сфокусовано у пляму розміром ≈ 430 мкм на частоті 1 ТГц при фокусній відстані 5 мм та числовій апертурі 0,5. Нанорезонатори на основі InAs, що формують

метаповерхню, забезпечили підсилення амплітуди ТГц-генерації у 20 разів порівняно з плазмонними випромінювачами та у кілька разів відносно кристала ZnTe товщиною 1 мм. Такий підхід відкриває нову парадигму у проєктуванні систем для ТГц-зображення, спектроскопії та комунікацій, де формування й фокусування пучка реалізуються одним пристроєм без зниження ефективності генерації та без обмежень, притаманних традиційним нелінійно-оптичним методам.

Новий підхід до вивчення електромагнітних хвиль, що переносять орбітальний момент імпульсу (ОАМ) та відомі як вихрові пучки (Рис. 1.4), представлено в роботі [10].

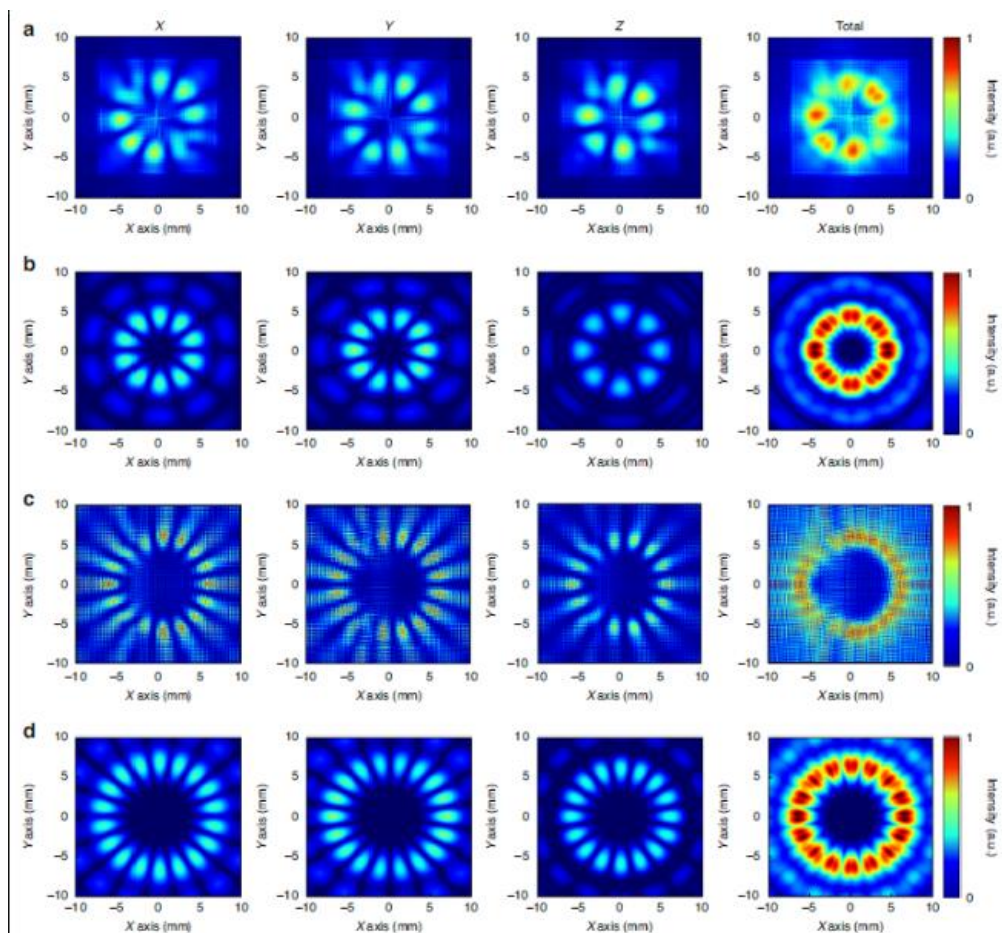


Рисунок 1.4 Аналіз вузько сфокусованого поля зі спряженими векторними променями ОАМ, що накладаються. *a* Аналіз дискретизації фокальної площини моди $l = 4,5$. *b* Аналіз дискретизації фокальної площини моди $l = 5$. *c* Аналіз дискретизації фокальної площини моди $l = 8,5$. *d* Аналіз дискретизації фокальної площини моди $l = 9$.

Такі пучки характеризуються гвинтовою фазою виду $\exp(il\phi)$, де l — топологічний заряд, що визначає кількість 2π -фазових періодів навколо центральної сингулярності. Кожен фотон у цьому випадку несе орбітальний момент lh . Вихрові пучки з різними топологічними зарядами є взаємно ортогональними, що робить їх особливо цінними для створення високопропускних комунікаційних систем. Крім того, вони вже знаходять широке застосування у задачах захоплення мікрочастинок, передавання інформації та надроздільної візуалізації. Значний інтерес викликають пучки з дробовим топологічним зарядом, оскільки вони підвищують можливості кодування, створюють дискретну спіральну фазу та змінюють розподіл інтенсивності випромінювання. Це розширює перспективи використання вихрових пучків у сучасній фотоніці та телекомунікаціях. Окрім фазових характеристик, важливу роль відіграє і поляризація світлових пучків, яка визначає додаткові можливості для керування їх властивостями та подальшого розвитку прикладних технологій

У роботі [11] представлено новий підхід до генерації та динамічного налаштування фокусованих вихрових векторних пучків (VVBs) у терагерцовому діапазоні. Такі пучки мають симетричні інтенсивні розподіли, фазові сингулярності та структуровані профілі поляризації, що робить їх перспективними для нелінійної оптики, квантових технологій і комунікацій.

Запропоновано використання каскадованих діелектричних метаповерхонь, які дозволяють керувати характеристиками пучка за допомогою механічного обертання шарів. Перший шар складається з біфрінгентних кремнієвих стовпчиків прямокутної форми, що забезпечують незалежне кодування ортогональних каналів кругової поляризації, тоді як другий шар утворено циліндричними стовпчиками, які підтримують поляризацію та контролюють фокусну відстань. Динамічне регулювання властивостей VVB здійснюється шляхом зміни відносних кутів між шарами. Експериментально продемонстровано точне формування VVB першого та другого порядку з високою ефективністю фокусування ($>12,9\%$), що відповідає теоретичним прогнозам. Система дозволяє безперервно змінювати фокусну відстань у діапазоні 26λ – $10,4\lambda$ шляхом обертання шарів від 90° до 240° ,

забезпечуючи глибину модуляції 42,8% і зберігаючи радіальну симетрію пучка з абсолютною похибкою $<9,8\%$. Запропонований механізм механічного налаштування відкриває практичні можливості для адаптивних ТГц-фотонних пристроїв, що можуть застосовуватися від комунікацій із кодуванням поляризації до біомедичних систем із визначенням глибини структури об'єктів.

Новий підхід до аналітичного опису непараксіальної дифракції мод терагерцового лазерного діелектричного хвильоводного резонатора представлено в роботі [12]. Автори досліджують взаємодію мод із спіральною фазовою пластиною та аналізують випадки з різними топологічними зарядами n . Числове моделювання дозволило вивчити фізичні особливості формування вихрових пучків під час їх поширення у вільному просторі. Для опису процесів застосовано векторну теорію дифракції Релея–Зоммерфельда, що дало можливість розглянути поведінку лазерних вихрових пучків у різних дифракційних зонах.

Встановлено, що взаємодія спіральної фазової пластини з лінійно поляризованою модою EH_{11} формує кільцеподібну структуру поля при $n = 1, 2$ тоді як при $n=0$ спостерігається максимум інтенсивності у центрі. Для азимутально поляризованої моди TE_{01} ситуація зворотна: при $n = 0$ формується кільцева структура, яка при $n = 1$ переходить у центральний максимум, а при $n = 2$ знову трансформується у кільце. При цьому фазовий фронт пучка EH_{11} змінює свою форму зі сферичної на спіральну з однією сингулярністю на осі, тоді як для пучка моди TE_{01} з'являється область із двома сингулярними точками поза віссю. Отримані результати розширюють розуміння процесів формування вихрових пучків у терагерцових хвильоводних резонаторах і відкривають нові перспективи для управління фазовими структурами випромінювання.

2. Теоретична модель та розрахунки

Ми описуємо поширення лазерного випромінювання у вільному просторі вздовж осі 0_z , використовуючи відомі інтегральні перетворення Релея-Зоммерфельда [13]. У циліндричній системі координат ми використовуємо такі вирази для компонентів поля в різних дифракційних зонах

$$E_r(\rho_1, \beta, z_1) = -\frac{iz_1}{\lambda r_1^2} \exp(ikr_1) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} [E_r^0(\rho_0, \varphi) \cos(\varphi - \beta) - E_\varphi^0(\rho_0, \varphi) \sin(\varphi - \beta)] \times \\ \times \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \exp\left[-ik \frac{\rho_1 \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r_1}\right] \rho_0 d\rho_0 d\varphi, \quad (1.1)$$

$$E_\varphi(\rho_1, \beta, z_1) = -\frac{iz_1}{\lambda r_1^2} \exp(ikr_1) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} [E_r^0(\rho_0, \varphi) \sin(\varphi - \beta) + E_\varphi^0(\rho_0, \varphi) \cos(\varphi - \beta)] \times \\ \times \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \exp\left[-ik \frac{\rho_1 \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r_1}\right] \rho_0 d\rho_0 d\varphi, \quad (1.2)$$

$$E_z(\rho_1, \beta, z_1) = \frac{-i}{\lambda r_1^2} \exp(ikr_1) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left\{ E_r^0(\rho_0, \varphi) [\rho_0 - \rho_1 \cos(\varphi - \beta)] + \right. \\ \left. + E_\varphi^0(\rho_0, \varphi) \rho_1 \sin(\varphi - \beta) \right\} \times \\ \times \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \exp\left[-ik \frac{\rho_1 \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r_1}\right] \rho_0 d\rho_0 d\varphi, \quad (1.3)$$

де $k = 2\pi / \lambda$ – хвильове число, λ – довжина хвилі, (ρ_0, φ) – полярні координати в області, (ρ_1, β, z_1) де задано вхідне поле, – циліндричні координати в площині спостереження, $E_r^0(\rho_0, \varphi)$, а $E_\varphi^0(\rho_0, \varphi)$ – комплексні амплітуди r та φ складові вхідного електричного поля, $r_1 = \sqrt{\rho_1^2 + z_1^2}$

Моди досліджуваного діелектричного резонатора збігаються з модами порожнистого круглого діелектричного хвильоводу. Тому в початковій площині ми задаємо випромінювання у вигляді симетричної радіально поляризованої моди TM_{01} . Нормалізовані вирази для циліндричних складових електромагнітного поля моди m , ($m=1, 2, 3$), в площині джерела $z = 0$ мають такий вигляд [14]

$$TM_{0m} \text{ мода} \begin{cases} E_r^0(\rho_0, \varphi) = B_{0m} J_1\left(U_{0m} \frac{\rho_0}{a}\right), \\ E_\varphi^0(\rho_0, \varphi) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де a – радіус хвильоводу, J_1 – функція Бесселя 1-го роду першого порядку, U_{0m} є першим коренем рівняння $J_1(x) = 0$, $B_{0m} = \frac{1}{a\sqrt{\pi}J_0(U_{0m})}$ — нормуючий коефіцієнт для TM_{0m} моди.

Розглянемо взаємодію цієї моди зі спіральною фазовою пластиною з її довільним топологічним зарядом (n) [15]. СФП розташований на виході хвильоводу з апертурою того ж діаметра (Рисунок 1). Комплексна функція передачі цього СФП з радіусом a в полярних координатах має вигляд [16]:

$$T_n(\rho_0, \varphi) = \text{circ}\left(\frac{\rho_0}{a}\right) \exp(in\varphi), \quad (3)$$

де $\text{circ}(\cdot)$ – кругова функція.

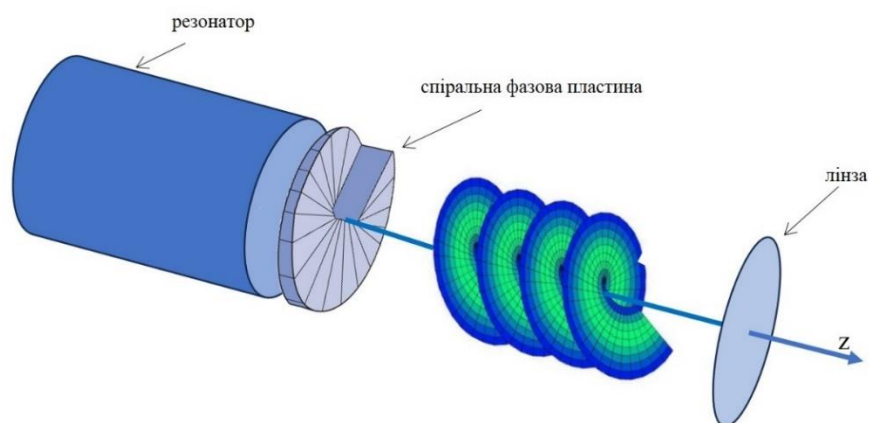


Рисунок 2.1. Топологія моделі

Для спрощення розрахунків інтегрування по куту φ у (1) можна виконати, використовуючи відомі співвідношення для цілого числа $\mu \geq 0$ з [17]

$$\int_0^{2\pi} \cos(m\varphi + \varphi_0) \exp[-ix \cos(\varphi - \theta)] d\varphi = 2\pi (-i)^m J_\mu(x) \cos(m\theta + \varphi_0),$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m\varphi + \varphi_0) \exp[-ix \cos(\varphi - \theta)] d\varphi = 2\pi (-i)^m J_\mu(x) \sin(m\theta + \varphi_0).$$

Тоді звідси ми можемо отримати наступне співвідношення

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi - \beta)} e^{in\varphi} d\varphi = 2\pi e^{in\beta} (-i)^n J_n(x). \quad (4)$$

Використовуючи формулу Ейлера для тригонометричних функцій та враховуючи (4), ми можемо отримати вирази для наступних інтегралів:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi - \beta)} e^{in\varphi} \sin m\varphi d\varphi = & -i\pi [e^{i(n+m)\beta} (-i)^{n+m} \times \\ & \times J_{n+m}(x) - e^{i(n-m)\beta} (-i)^{n-m} J_{n-m}(x)], \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi - \beta)} e^{in\varphi} \cos m\varphi d\varphi = & \pi [e^{i(n+m)\beta} (-i)^{n+m} J_{n+m}(x) + \\ & + e^{i(n-m)\beta} (-i)^{n-m} J_{n-m}(x)], \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi - \beta)} e^{in\varphi} \sin(\varphi - \beta) d\varphi = \pi (-i)^{n+2} e^{in\beta} [J_{n+1}(x) + J_{n-1}(x)], \quad (5.3)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi - \beta)} e^{in\varphi} \cos(\varphi - \beta) d\varphi = \pi (-i)^{n+1} e^{in\beta} [J_{n+1}(x) - J_{n-1}(x)]. \quad (5.4)$$

Також, використовуючи формули (5.1 - 5.4), отримуємо вирази для компонентів поля, що описують непараксіальну дифракцію вихрових пучків, збуджених модою TM_{0m} у вільному просторі. Вони мають такий вигляд:

$$E_r(\rho_1, \beta, z_1) = \frac{(-i)^{n+2} k z_1}{2r_1^2} e^{i(n\beta + kr_1)} B_{0m} [I_{1n+1}(\rho_1, z_1) - I_{1n-1}(\rho_1, z_1)], \quad (6.1)$$

$$E_\varphi(\rho_1, \beta, z_1) = \frac{(-i)^{n+3} k z_1}{2r_1^2} e^{i(n\beta + kr_1)} B_{0m} [I_{1n+1}(\rho_1, z_1) + I_{1n-1}(\rho_1, z_1)], \quad (6.2)$$

$$E_z(\rho_1, \beta, z_1) = \frac{(-i)^{n+1} k}{2r_1^2} e^{i(n\beta + kr_1)} B_{0m} \{2I_{2n}(\rho_1, z_1) + i\rho_1 [I_{1n+1}(\rho_1, z_1) - I_{1n-1}(\rho_1, z_1)]\}, \quad (6.3)$$

де введено такі позначення

$$I_{1n}(\rho_1, z_1) = \int_0^a J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) J_n\left(\frac{k\rho_1\rho_0}{r_1}\right) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \rho_0 d\rho_0,$$

$$I_{2n}(\rho_1, z_1) = \int_0^a J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) J_n\left(\frac{k\rho_1\rho_0}{r_1}\right) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \rho_0^2 d\rho_0.$$

Поле на вході та виході лінзи з радіусом a_1 описується за допомогою функції фазової корекції [18] $U(\rho_1) = \exp\left(\frac{-i\pi\rho_1^2}{\lambda F}\right)$, де F – фокусна відстань лінзи.

Багаторазово застосовуючи інтегральні перетворення Релея-Зоммерфельда (1) до компонент вектора напруженості електричного поля (6), знайдених після фазової корекції, отримуємо аналітичні вирази для поперечної та поздовжньої компонент поля у фокальній області лінзи. Ці вирази для компонент поля вихрового променя, збудженого радіально поляризованими TM_{0m} модами на відстані z_2 після проходження лінзи мають вигляд:

$$\begin{aligned}
E_r(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n} k^2 z_1 z_2}{2r_2^2} \exp[i(n\theta + kr_2)] B_{0m} \times \\
&\times \int_0^{a_1} \left[I_{1n+1}(\rho_1, z_1) J_{n+1}(x) + I_{1n-1}(\rho_1, z_1) J_{n-1}(x) \right] \times \\
&\times \frac{\exp[ik(r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2})]}{r_1^2} U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1,
\end{aligned} \tag{7.1}$$

$$\begin{aligned}
E_\phi(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n+1} k^2 z_1 z_2}{2r_2^2} \exp[i(n\theta + kr_2)] B_{0m} \times \\
&\times \int_0^{a_1} \left[[I_{1n+1}(\rho_1, z_1) J_{n+1}(x) - I_{1n-1}(\rho_1, z_1) J_{n-1}(x)] \right] \times \\
&\times \frac{\exp[ik(r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2})]}{r_1^2} U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1,
\end{aligned} \tag{7.2}$$

$$\begin{aligned}
E_z(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n-1} k^2 z_1}{2r_2^2} \exp[i(n\theta + kr_2)] B_{0m} \times \\
&\times \int_0^{a_1} \left\{ \rho_1 J_n(x) [I_{1n+1}(\rho_1, z_1) - I_{1n-1}(\rho_1, z_1)] + \right. \\
&+ i\rho_2 [I_{1n+1}(\rho_1, z_1) J_{n+1}(x) + I_{1n-1}(\rho_1, z_1) J_{n-1}(x)] \left. \right\} \times \\
&\times \frac{\exp[ik(r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2})]}{r_1^2} U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1
\end{aligned} \tag{7.3}$$

3. Результати розрахунків та їх аналіз

Використовуючи отримані аналітичні вирази (7), було виконано обчислення поперечних і поздовжніх розподілів сумарної інтенсивності електричного поля, а також відповідних фазових розподілів окремих компонент поля. Дослідження проводилися для терагерцових лазерних пучків, сформованих TM_{01} , TM_{02} , TM_{03} модами діелектричного хвилевідного резонатора під час їх взаємодії зі спіральною фазовою пластиною.

Усі розрахунки виконано за довжини хвилі $\lambda = 432,6$ мкм що відповідає одній із робочих ліній генерації терагерцового оптично накачуваного лазера на молекулі НСООН. Геометричні параметри хвилевідного резонатора були вибрані таким чином, що діаметр хвилеводу становив $a_1 = 35$ мм, а спіральна фазова пластина на виході хвилеводу мала ідентичний діаметр, що забезпечувало коректне перетворення TM_{01} , TM_{02} , TM_{03} мод у радіально поляризовані вихрові пучки.

У роботі розглядалися випадки формування пучків зі значеннями топологічного заряду $n = 1$ та $n = 2$. Для аналізу фокусування застосовувалася лінза з фокусною відстанню $F = 36,36$ мм, що відповідало умовам гострого фокусування із числовою апертурою $NA = 0,68$, де $NA = a_2 / F$, де F – відповідна фокусна відстань лінзи, а $a_2 = 50$ мм – діаметр лінзи.

На рисунку 3.1 наведено поздовжні та поперечні розподіли інтенсивності поля лазерних пучків у вільному просторі, збуджених TM_{01} модою, під час її взаємодії з СФП. Поперечні розподіли поля побудовані в областях максимальної інтенсивності поля. Координати цих областей z_1 , а також максимальні значення інтенсивностей наведено в Таблиці 3.1.

В таблиці 3.1 наведені максимальні значення інтенсивності поля, а також координати їх розташування для мод TM_{0m} , в залежності від значень топологічного заряду n . З таблиці видно, що максимальні значення інтенсивності спостерігаються для топологічного заряду $n = 1$ кожної з досліджуваних мод. Слід зазначити, що дані області з максимальними значеннями інтенсивності знаходяться більш віддалено

від джерела, а зі зростанням порядку моди ця відстань зменшується. Найменша відстань області з максимальним значенням інтенсивності спостерігається для TM_{02} моди при топологічному заряді $n = 2$.

Таблиця 3.1 Максимальні значення інтенсивності поля та координати їх розташування для TM_{0m} в залежності від топологічного заряду n у вільному просторі

Мода	n	$z_1(\text{мм})$	$I_{max} \times 10^{-3}(\text{абс. од.})$
TM_{01}	0	176	2.34
	1	527	2.84
	2	131	2.61
TM_{02}	0	208	4.48
	1	321	8.68
	2	100	2.99
TM_{03}	0	167	6.45
	1	231	14.62
	2	171	3.43

З Рисунку 3.1 видно, що для моди TM_{01} розподіл поля без використання фазової пластинки має типовий кільцеподібний вигляд. Використовуючи спіральну фазову пластинку (СФП) з топологічним зарядом $n = 1$, кільцевий розподіл поля перетворюється на розподіл, який має максимум поля в центрі. А при топологічному заряді $n = 2$, розподіл інтенсивності поля знову набуває кільцеподібний вигляд. При чому в порівнянні з випадком, коли фазова пластинка відсутня, діаметр кільця при заряді 2 суттєво збільшується.

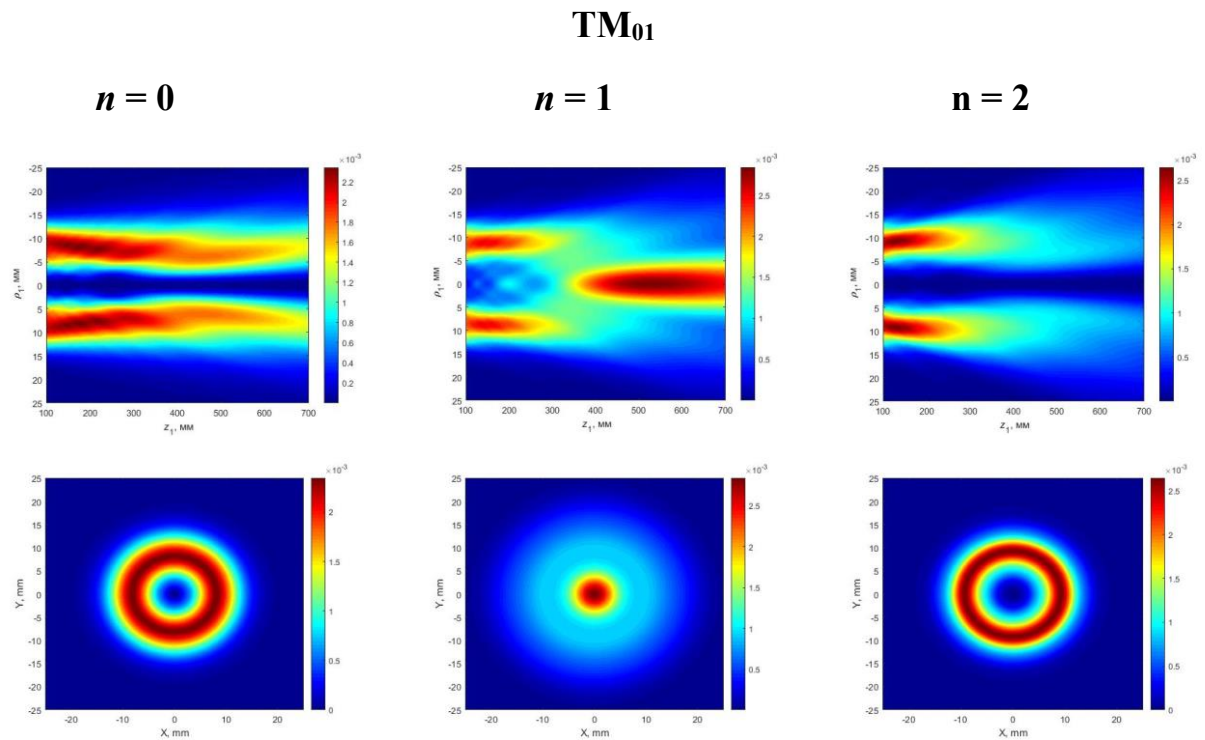


Рисунок. 3.1. *Повздовжні (перший рядок) та поперечні (другий рядок) розподіли інтенсивності поля лазерних пучків у вільному просторі, збуджених TM_{01} модами, під час їх взаємодії з СФП*

Для моди TM_{02} розподіл поля без використання фазової пластинки має типовий двокільцеву структуру (Рис. 3.2). Використовуючи СФП з топологічним зарядом $n = 1$, кільцевий розподіл поля перетворюється на розподіл, який має максимум поля в центрі, а також друге кільце з меншою інтенсивністю. При топологічному заряді $n = 2$, розподіл інтенсивності знову набуває двокільцевий вигляд з максимальною інтенсивністю у першому кільці, а для другого кільця помітна дещо менша інтенсивність. При чому в порівнянні з випадком, коли фазова пластинка відсутня, друге кільце має більшу інтенсивність.

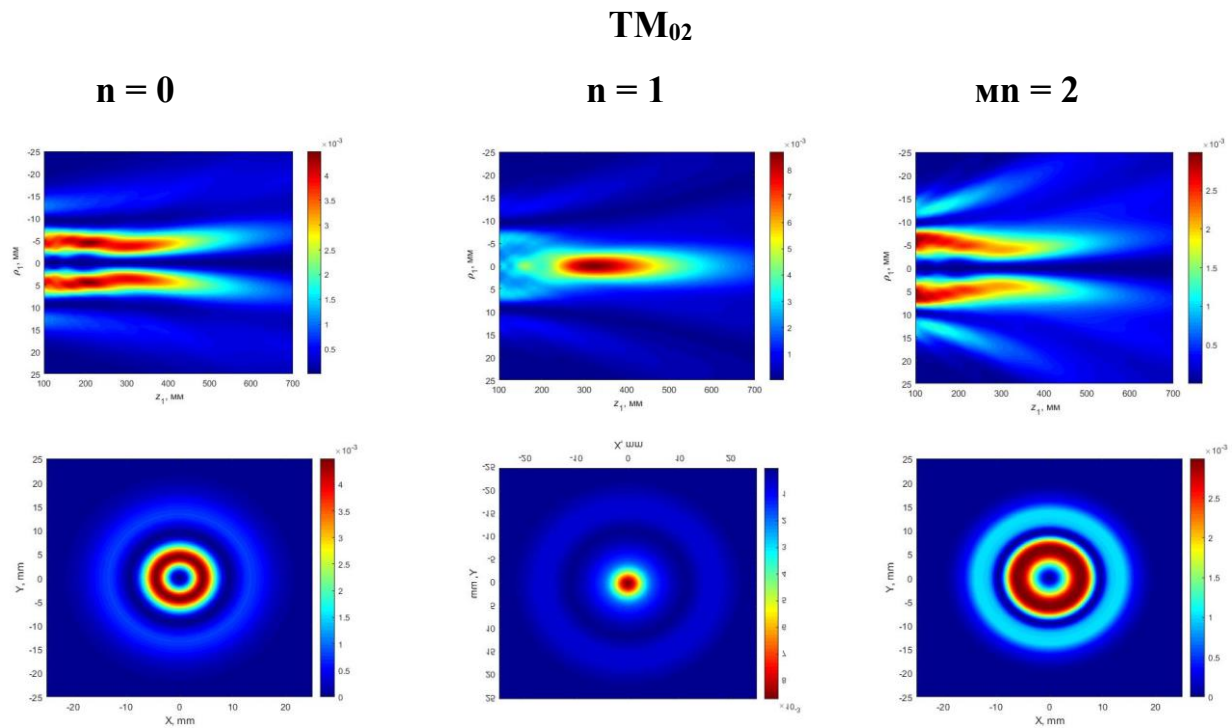


Рисунок. 3.2. Повздовжні (перший рядок) та поперечні (другий рядок) розподіли інтенсивності поля лазерних пучків у вільному просторі, збуджених TM_{02} модами, під час їх взаємодії з СФП

З Рисунку 3.3 видно, що для моди TM_{03} розподіл поля без використання фазової пластинки має типову структуру з трьома кільцями. Максимальна інтенсивність поля спостерігається у першому ближчому до вісі кільці. Використовуючи спіральну фазову пластинку з топологічним зарядом $n = 1$, розподіл поля з трьома кільцями перетворюється на розподіл, який має максимум поля в центрі і двома кільцями меншою інтенсивністю. А при топологічному заряді $n = 2$, ми знову маємо багато кільцевий розподіл інтенсивності.

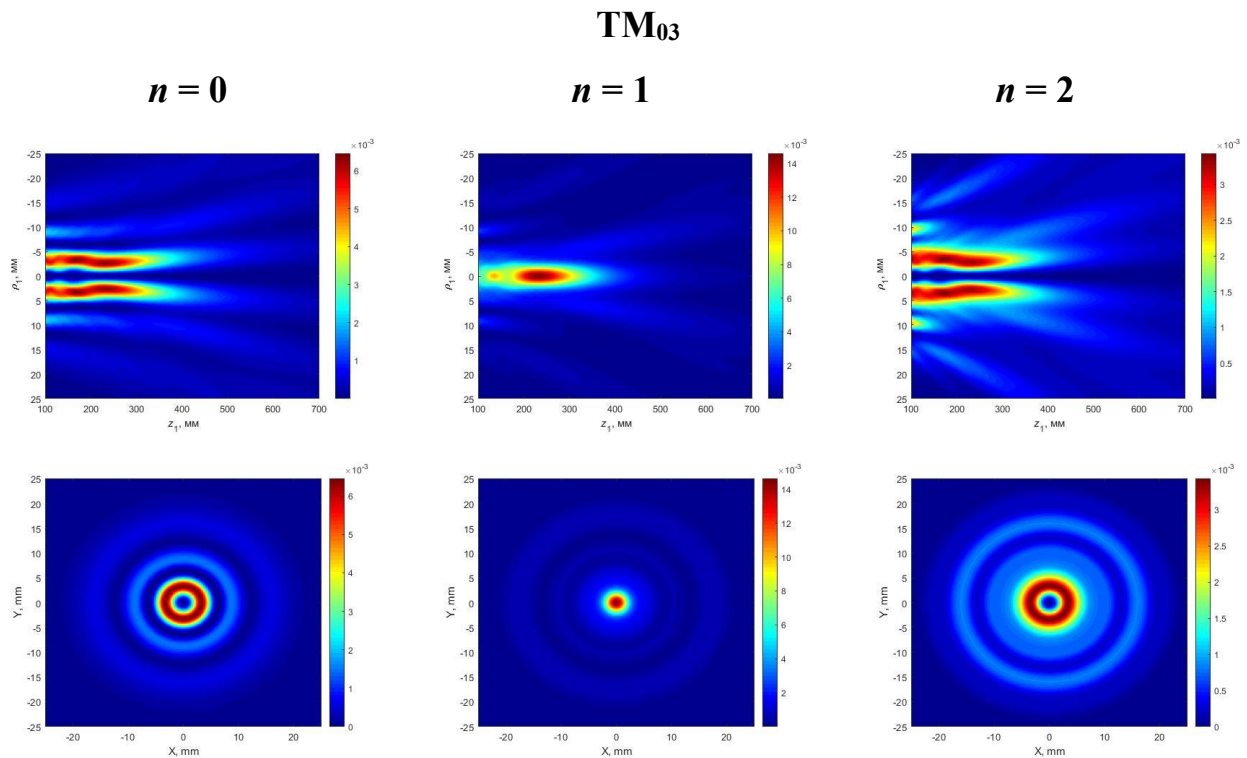


Рисунок. 3.3. Повздовжні (перший рядок) та поперечні (другий рядок) розподіли інтенсивності поля лазерних пучків у вільному просторі, збуджених TM_{03} модами, під час їх взаємодії з СФП

Далі в області максимальної інтенсивності поля було встановлено короткофокусну лінзу для подальшого фокусування дослідженого випромінювання. На Рис. 3.4 наведено повздовжні та поперечні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків при гострому фокусуванні, збуджених TM_{01} модою. Поперечні розподіли поля побудовані в областях максимальної інтенсивності поля. Координати цих областей z_2 , а також максимальні значення інтенсивностей наведено в Таблиці 3.2.

В таблиці 3.2 наведені максимальні значення інтенсивності поля, а також координати їх розташування для мод TM_{0m} , в залежності від значень топологічного заряду n . З таблиці можна зазначити, що при зростанні значення z_2 для кожної моди змінюється у межах 0.2 – 0.5 мм, можна зробити висновок, що значення топологічного заряду майже не впливає на величину z_2 . Також слід зазначити, що найбільше значення максимальної інтенсивності спостерігається для TM_{01} моди при топологічному заряді $n = 1$.

Таблиця 3.2 Максимальні значення інтенсивності поля та координати їх розташування для TM_{0m} в залежності від топологічного заряду n при гострому фокусуванні

Мода	n	z_2 (мм)	I_{max} (абс. одиниць)
TM_{01}	0	37.125	0,92
	1	36.950	2.33
	2	36.975	0.47
TM_{02}	0	38.725	0.74
	1	38.350	1.73
	2	39.225	0.29
TM_{03}	0	39.825	0.62
	1	39.600	1.39
	2	39.825	0.34

З Рисунок 3.4 видно, що для моди TM_{01} у поздовжній площині при гострому фокусуванні спостерігається характерна зміна розподілу інтенсивності. Без фазової пластинки ($n = 0$) видно кільцевий розподіл з ненульовою інтенсивністю на вісі. При використанні спіральної фазової пластинки з топологічним зарядом $n = 1$ розподіл інтенсивності поля стає більш зосередженим у центральній області, що свідчить про фокусування поля в цю область. Для $n = 2$ знову спостерігаються кільцевий розподіл, однак в порівнянні з відсутністю фазової пластинки в центрі поле має нульове значення.

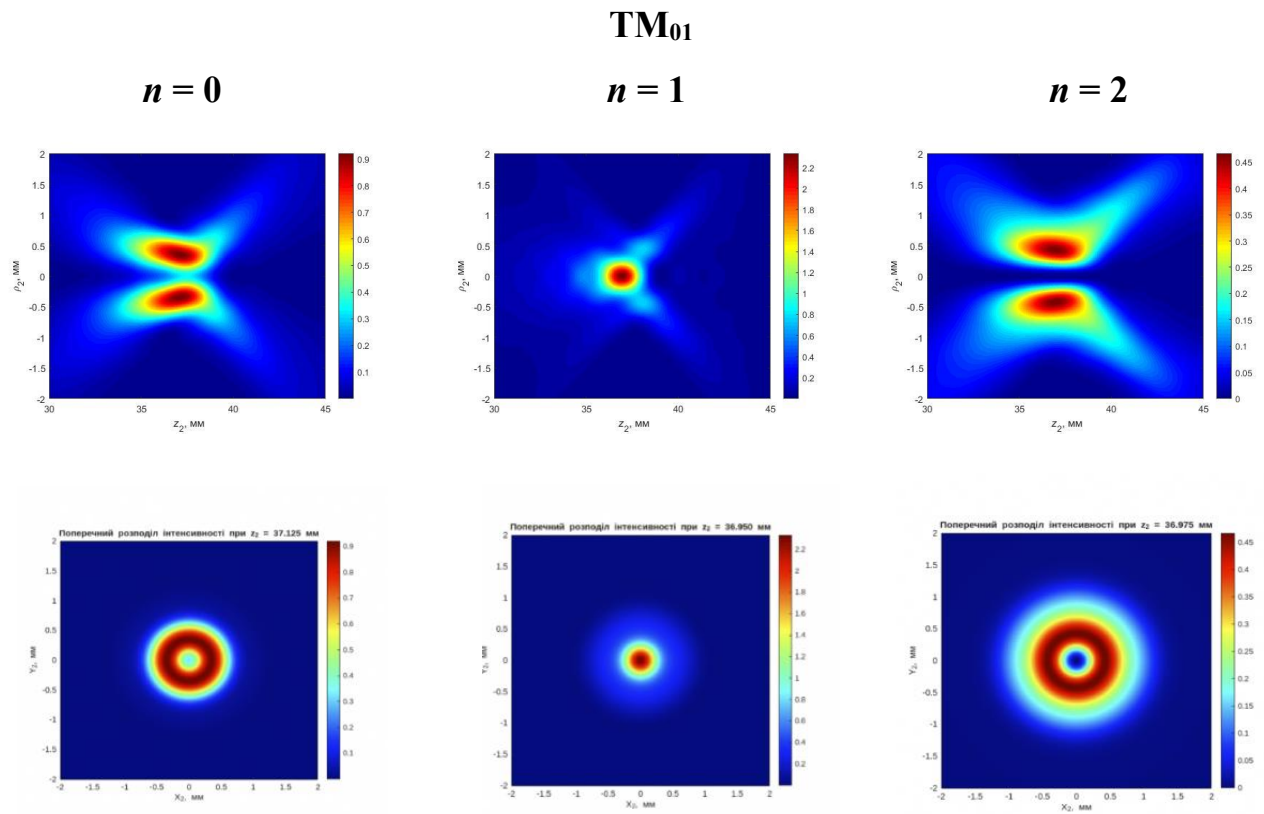


Рисунок. 3.4. Повздовжні (перший рядок) та поперечні (другий рядок) розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків при гострому фокусуванні, збуджених TM_{01} модою

З рисунку 3.5 видно, що розподіл інтенсивності для моди TM_{02} , у випадку коли фазова пластинка не використовується та у випадку використання СФП із значенням заряду $n = 1$, ми отримуємо кільцевий розподіл з ненульовою інтенсивністю на вісі. При використанні СФП з топологічним зарядом $n = 2$, розподіл набуває двокільцевої структури.

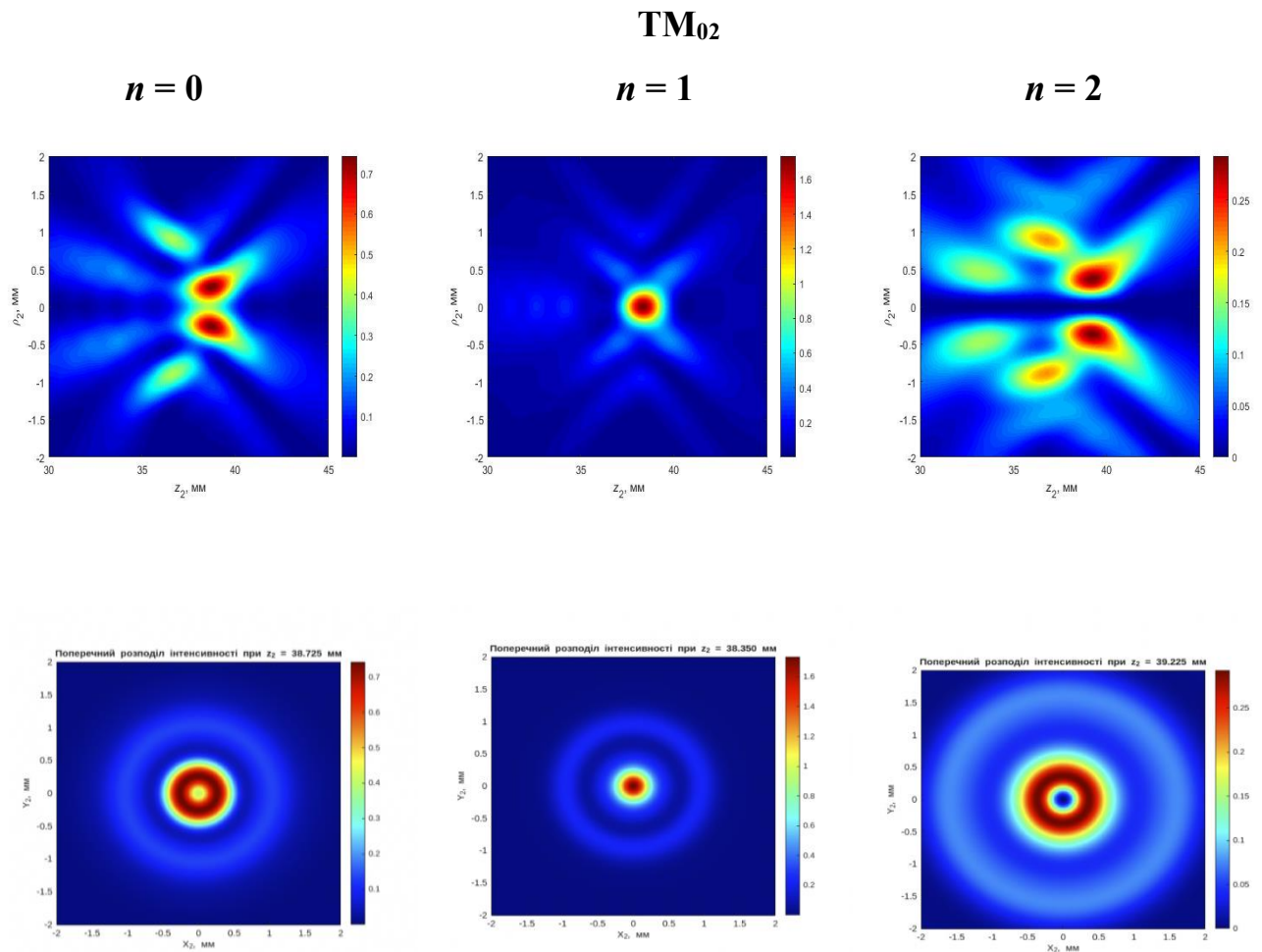


Рисунок. 3.5. *Повздовжні (перший рядок) та поперечні (другий рядок) розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків при гострому фокусуванні, збуджених TM_{02} модою*

З рисунку 3.6 можна зазначити, що розподіл інтенсивності для моди TM_{03} , у випадку коли фазова пластинка не використовується та у випадку використання СФП із значенням заряду $n = 1$, розподіл інтенсивності має двокільцеву структуру з максимумами в центрі. При використанні СФП з топологічним зарядом $n = 2$, розподіл набуває трьохкільцевої структури.

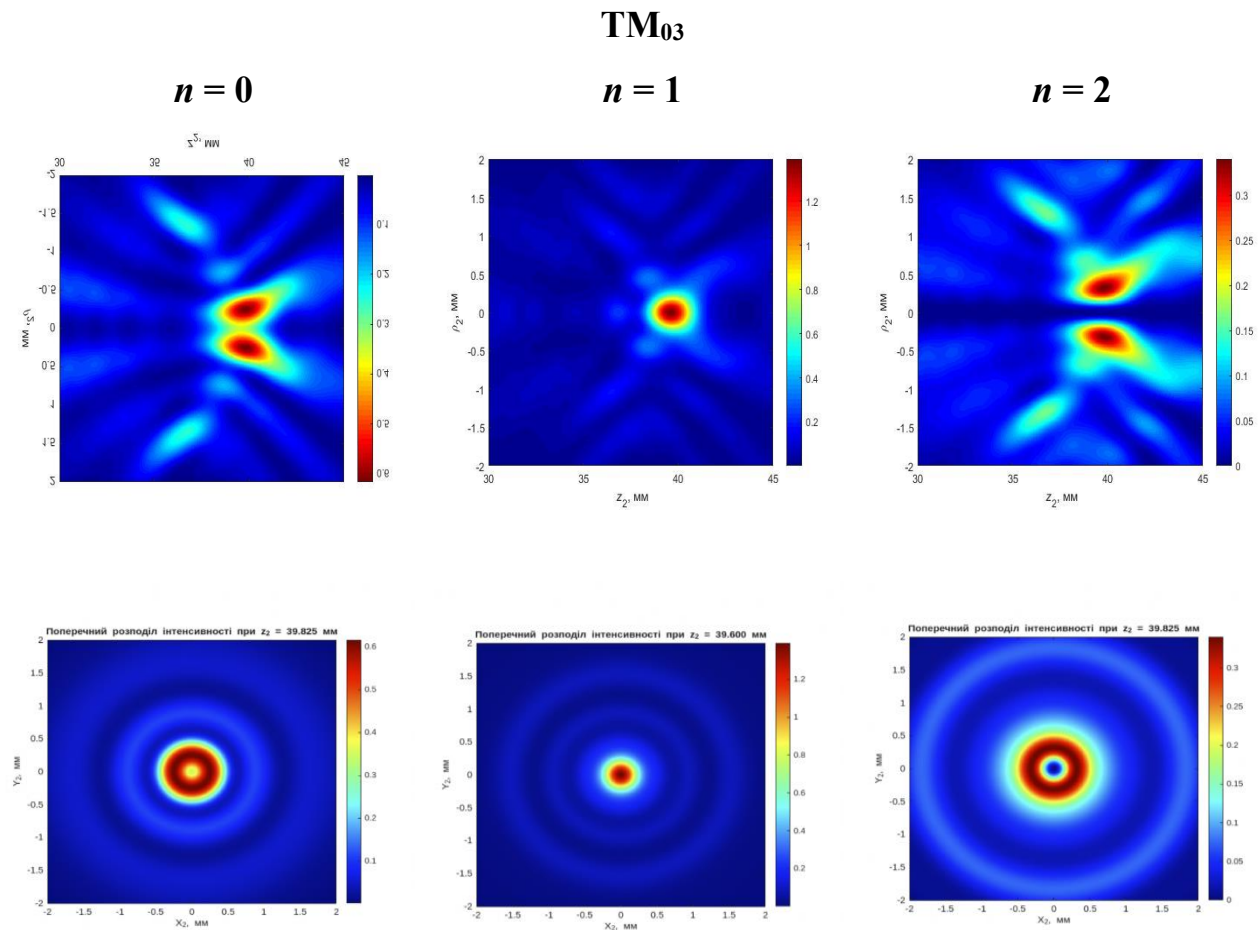


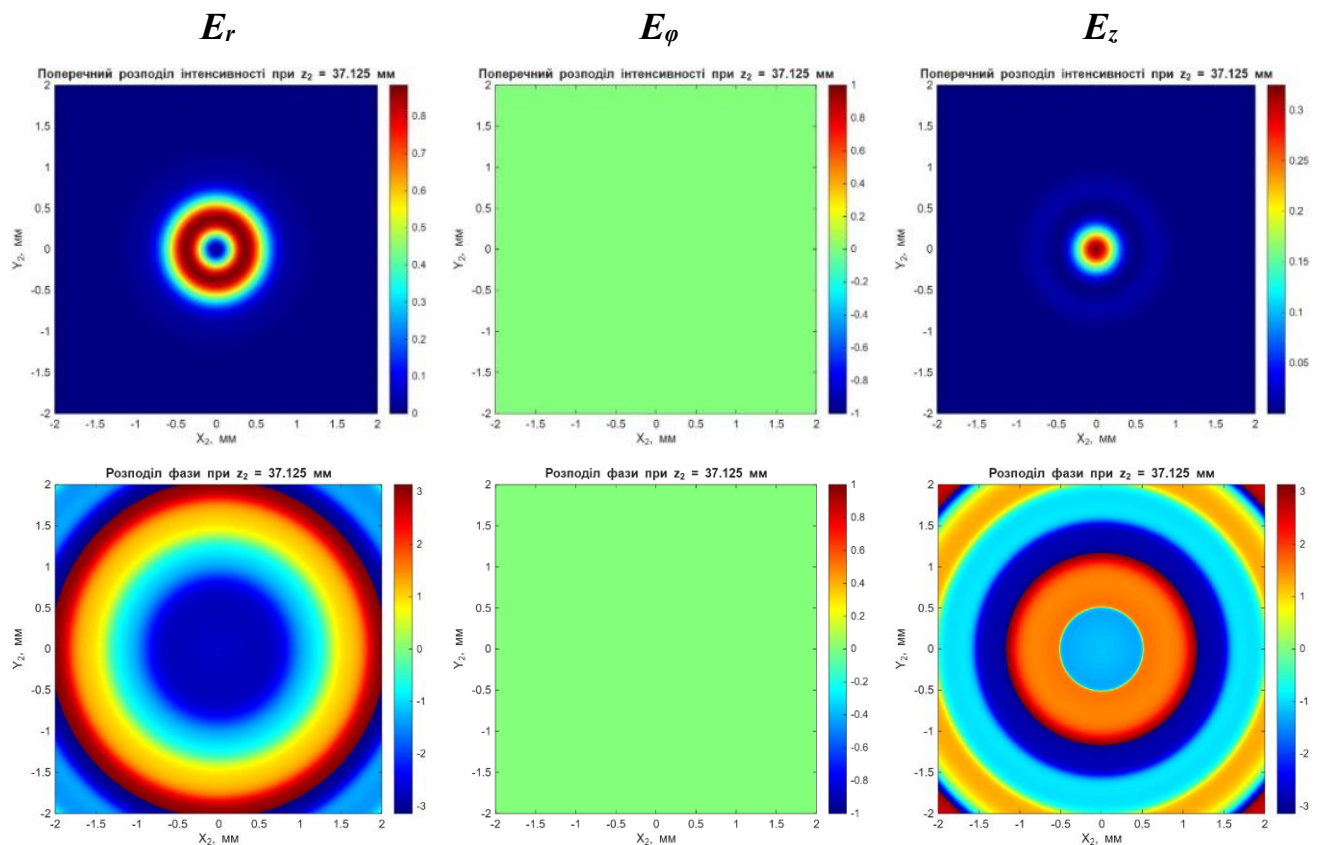
Рисунок. 3.6. *Повздовжні (перший рядок) та поперечні (другий рядок) розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків при гострому фокусуванні, збуджених TM_{03} модою*

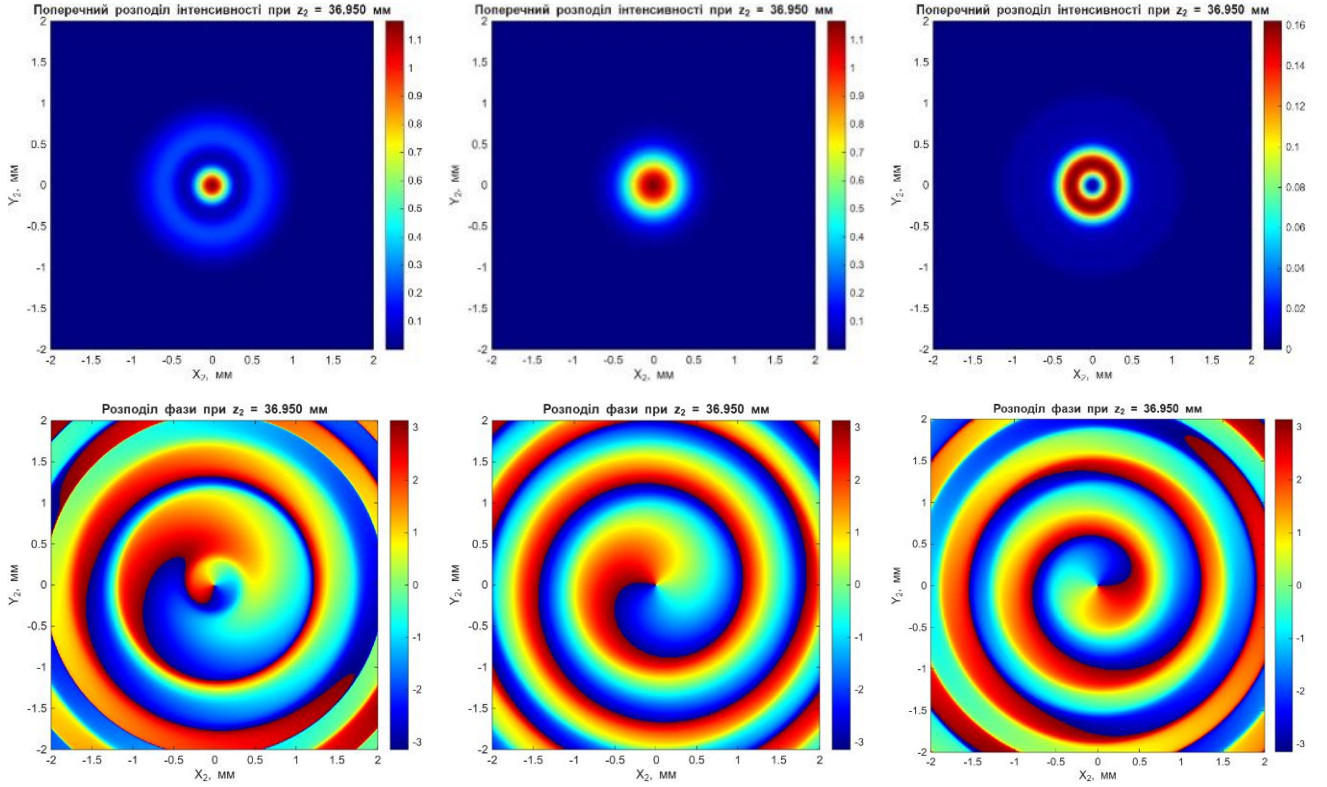
Далі було проведено дослідження розподіли інтенсивності та фаза окремих компонент поля при гострому фокусуванні для всіх досліджуваних. Слід зазначити, що для всіх розглянутих мод TM_{01} , TM_{02} й TM_{03} при топологічному заряді $n = 0$, азимутальна компонента електричного поля E_ϕ відсутня, тому її інтенсивність та фаза не відображаються на відповідних рисунках.

На Рисунку 3.7 представлено поперечні просторові розподіли інтенсивності та фази окремих компонент поля для гостро сфокусованого променя, збудженого TM_{01} модою для трьох значень топологічного заряду n . За відсутності фазової

пластинки E_r компонента має виражений кільцевий розподіл. E_z компонента має максимум поля на вісі, що пояснює ненульове значення інтенсивності на вісі при сумарному розподілі поля. Розподіл фази поля цієї моди для обох компонент має сферичний фазовий фронт. Для $n = 1$ розподіл інтенсивності поля для радіальної та азимутальної компоненти має максимум в центрі, тоді як для повздовжньої компоненти він набуває кільцевої форми. Фазові фронти всіх досліджуваних компонент поля при $n = 1$ мають однопелюсткову вихрову структуру. При топологічному заряді $n = 2$ азимутальна і повздовжня компоненти мають однокільцевий розподіл інтенсивності поля, а радіальна компонента розподіл поля з двома кільцями. Фаза поля всіх трьох компонент набуває двопелюсткову вихрову структуру— чітка ознака ОАМ другого порядку. Також з графіків видно, що зі зростанням n спостерігається збільшення складності хвильового фронту та розширення області максимуму інтенсивності.

$$n = 0$$



$$n = 1$$


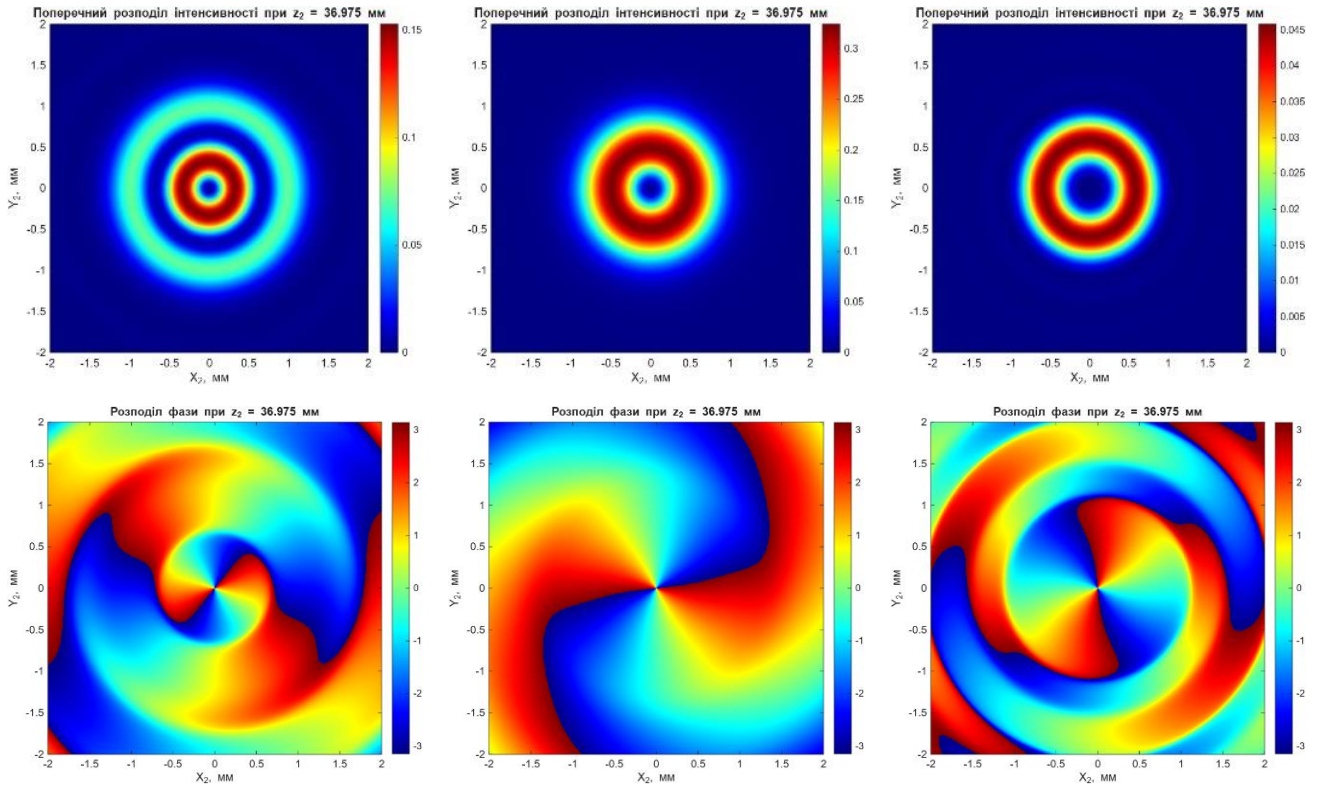
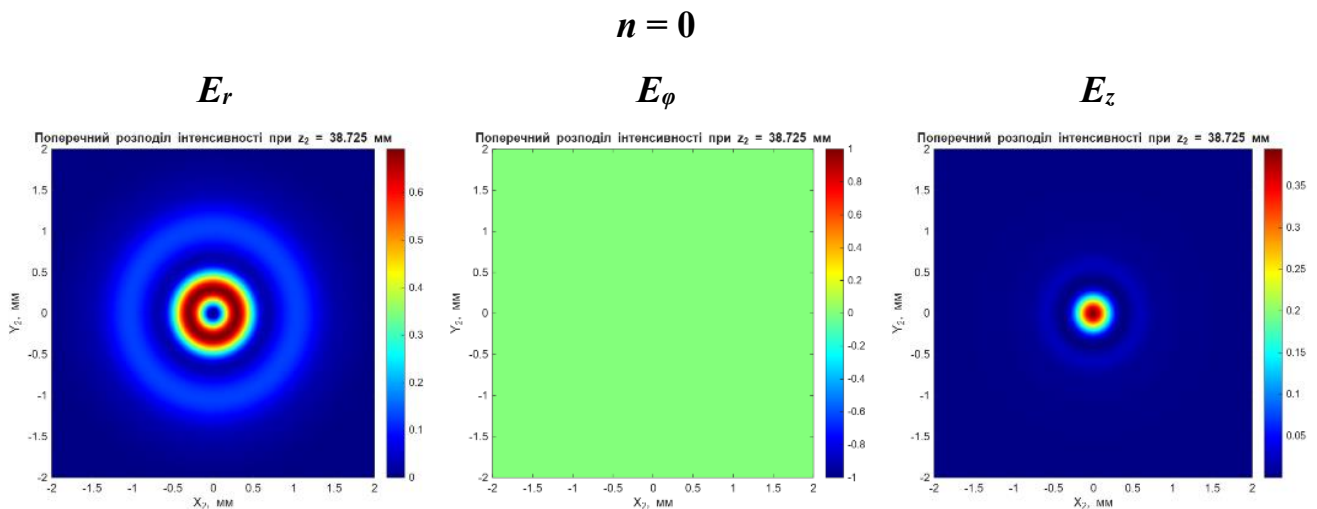
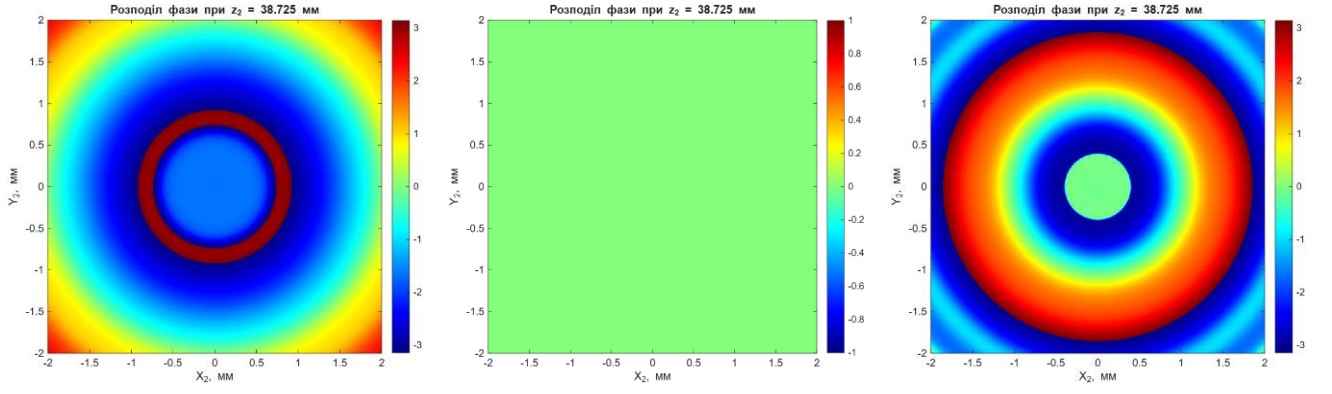
$$n = 2$$


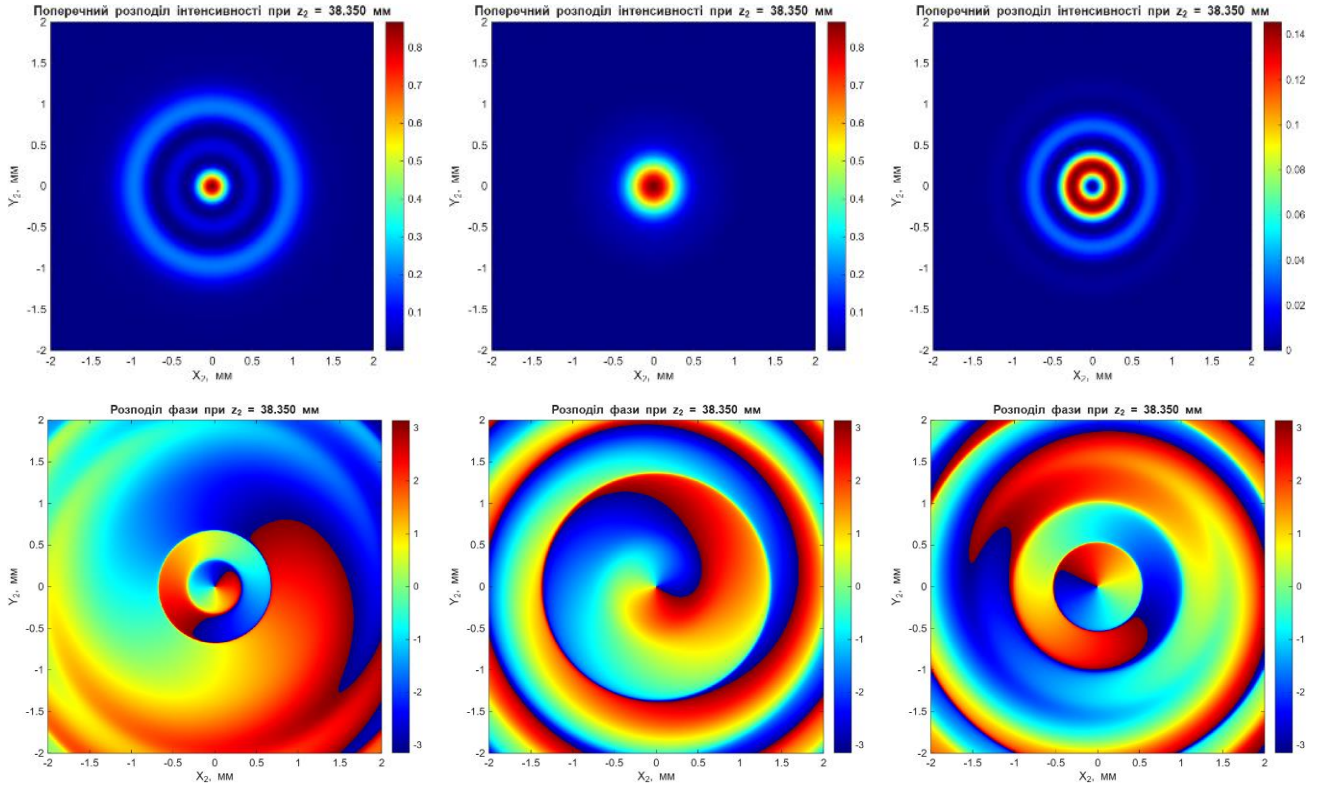
Рисунок. 3.7 Розподіл інтенсивності та фаза окремих компонент поля при гострому фокусуванні TM_{01} моди

На рисунку 3.8 представлено поперечні просторові розподіли інтенсивності та фази окремих компонент поля для гостро сфокусованого променя, збудженого TM_{02} модою для трьох значень топологічного заряду n . За відсутності СФП ($n = 0$) радіальна компонента поля має виражений двокільцевий розподіл, а повздовжня компонента має максимум поля на вісі. Розподіл фази обох компонент поля цієї моди має сферичний фазовий фронт. Для топологічного заряду $n = 1$ розподіл інтенсивності поля для радіальної компоненти має двокільцеву структуру з максимумом в центрі, азимутальна компонента містить лише максимум в центрі, тоді як для поздовжньої компоненти він набуває двокільцевої форми з нульовою інтенсивністю в центрі. Фазові фронти всіх досліджуваних компонент мають однопелюсткову вихрову структуру. При топологічному заряді $n = 2$ азимутальна компонента має розподіл інтенсивності поля з одним кільцем, повздовжня компонента має двокільцевий, а радіальна трикільцевий розподіл. Фаза поля всіх трьох компонент набуває двопелюсткову вихрову структуру. Також з графіків видно, що зі зростанням n спостерігається збільшення складності хвильового фронту.

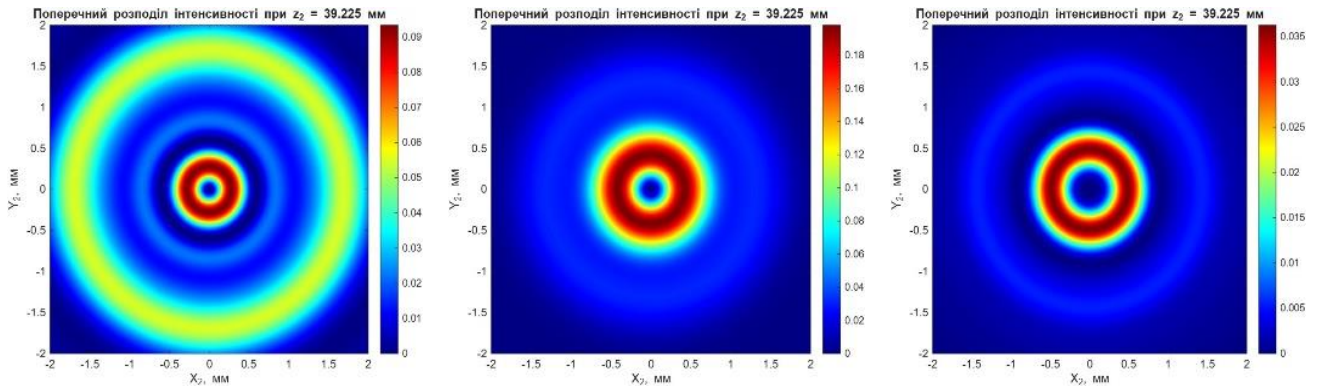




$n = 1$



$n = 2$



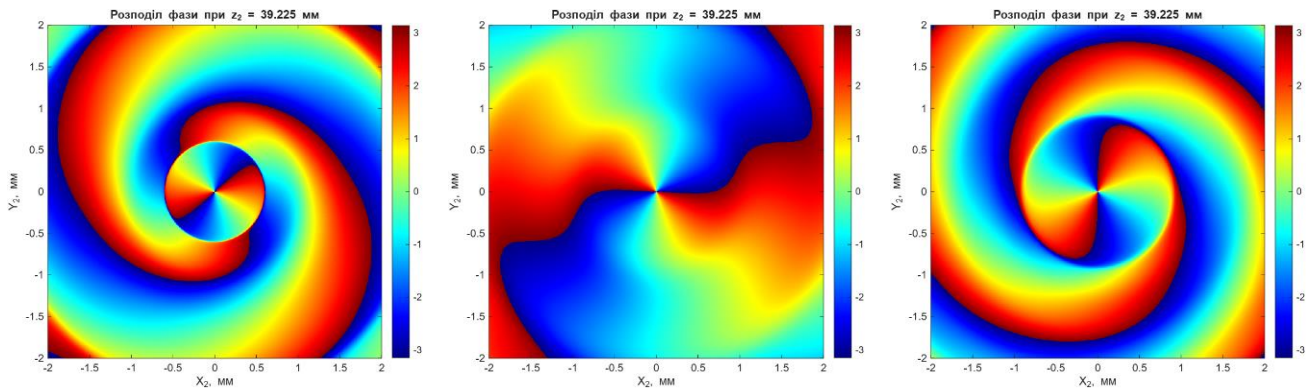
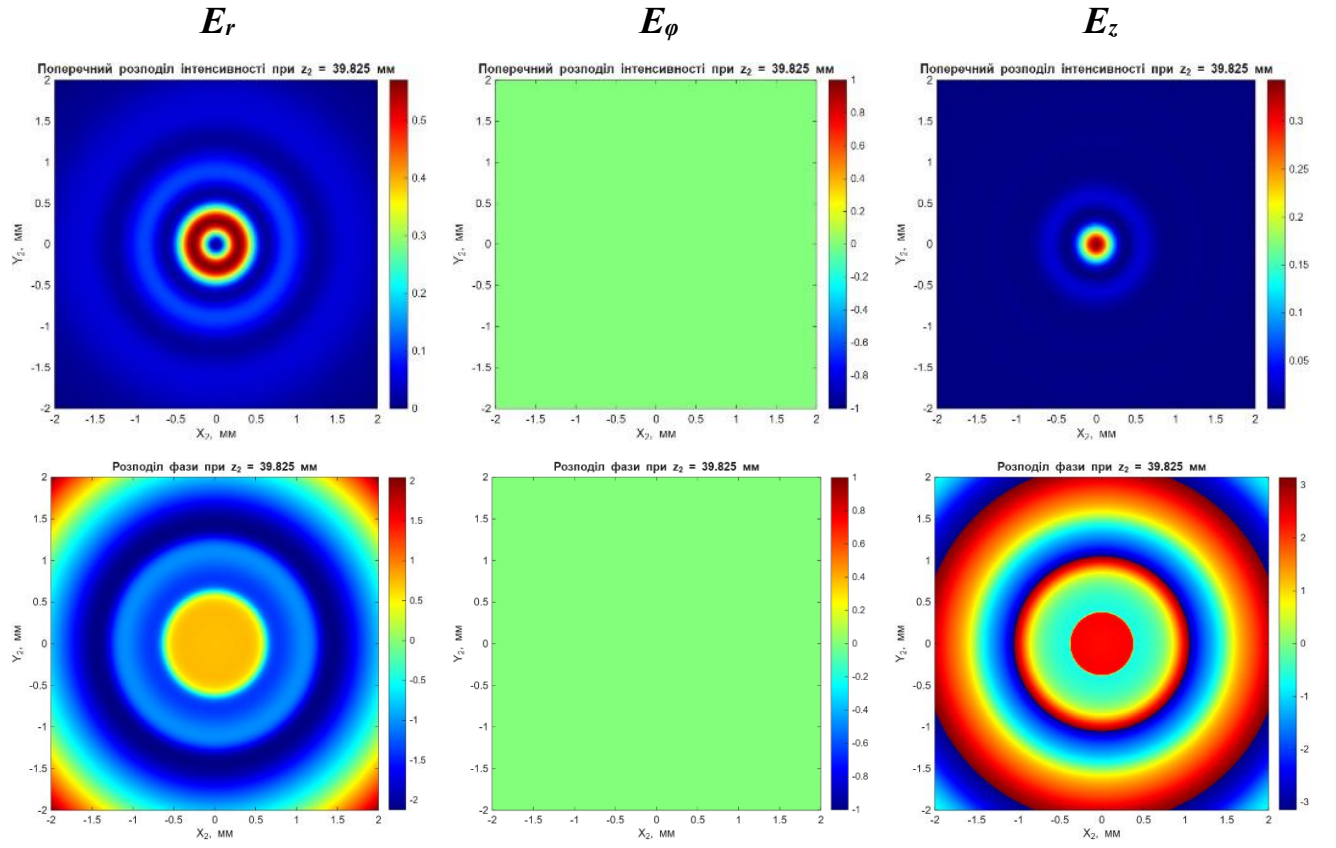
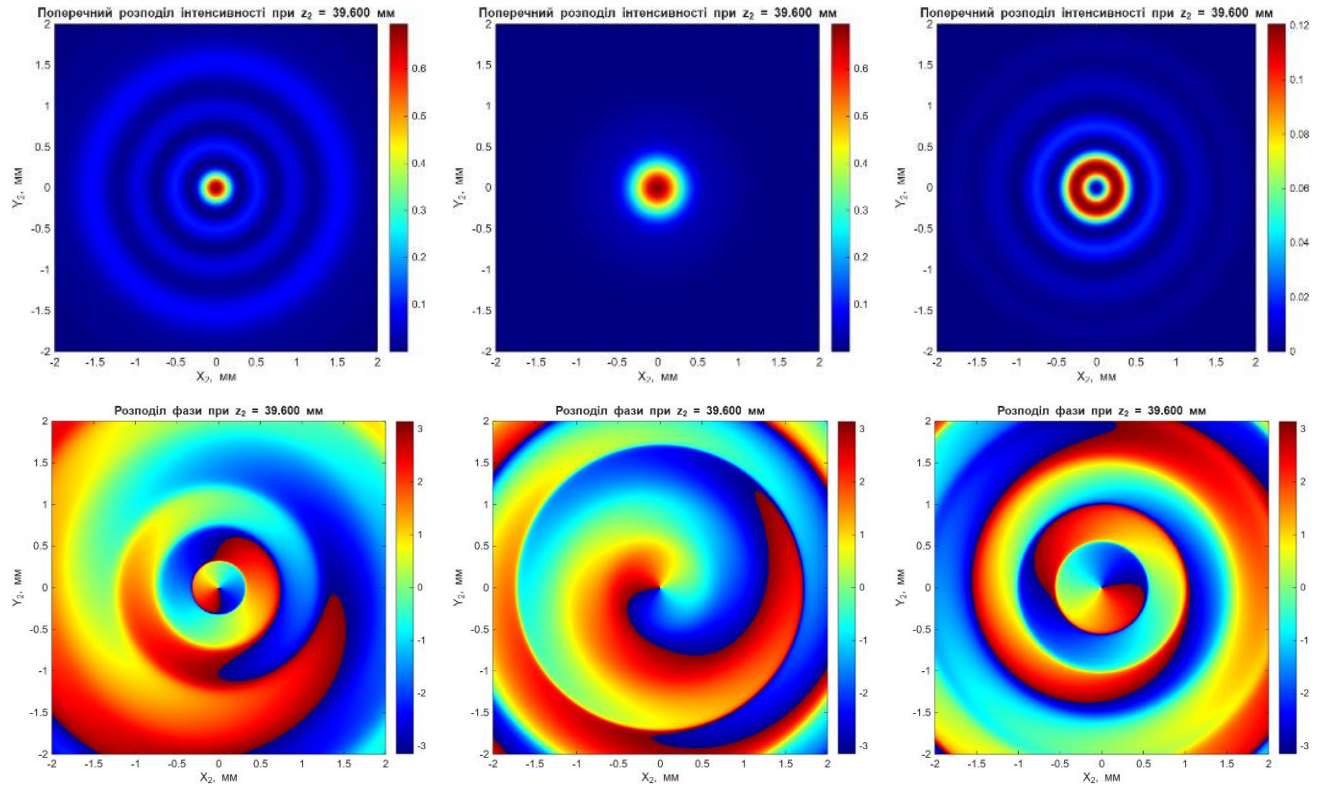


Рисунок. 3.8 *Інтенсивність та фаза окремих компонент поля при гострому фокусуванні моди TM_{02}*

На Рисунку 3.9 продемонстровано поперечні просторові розподіли інтенсивності та фази окремих компонент поля для гостро сфокусованого променя, збудженого TM_{03} модою для трьох значень топологічного заряду n . За відсутності спіральної фазової пластинки радіальна компонента E_r має виражений трикільцевий розподіл. Повздовжня компонента має кільцевий розподіл з максимумом поля на вісі. Розподіл фази поля цієї моди для обох компонент має сферичний фазовий фронт. Для топологічного заряду $n = 1$ розподіл інтенсивності поля для радіальної компоненти має трикільцеву структуру з максимумом в центрі, азимутальна компонента містить лише максимум в центрі, а для поздовжньої компоненти він набуває чотирикільцевої форми з нульовою інтенсивністю в центрі. Фазові фронти всіх досліджуваних компонент мають однопелюсткову вихрову структуру. При топологічному заряді $n = 2$ азимутальна компонента має розподіл інтенсивності поля з одним кільцем, повздовжня компонента набуває форму розподілу з чотирма кільцями, а радіальна компонента розподіл поля з трьома кільцями. Фаза поля всіх трьох компонент набуває двопелюсткову вихрову структуру, що узгоджується з топологічним зарядом $n = 2$.

$n = 0$

 $n = 1$


$$n = 2$$

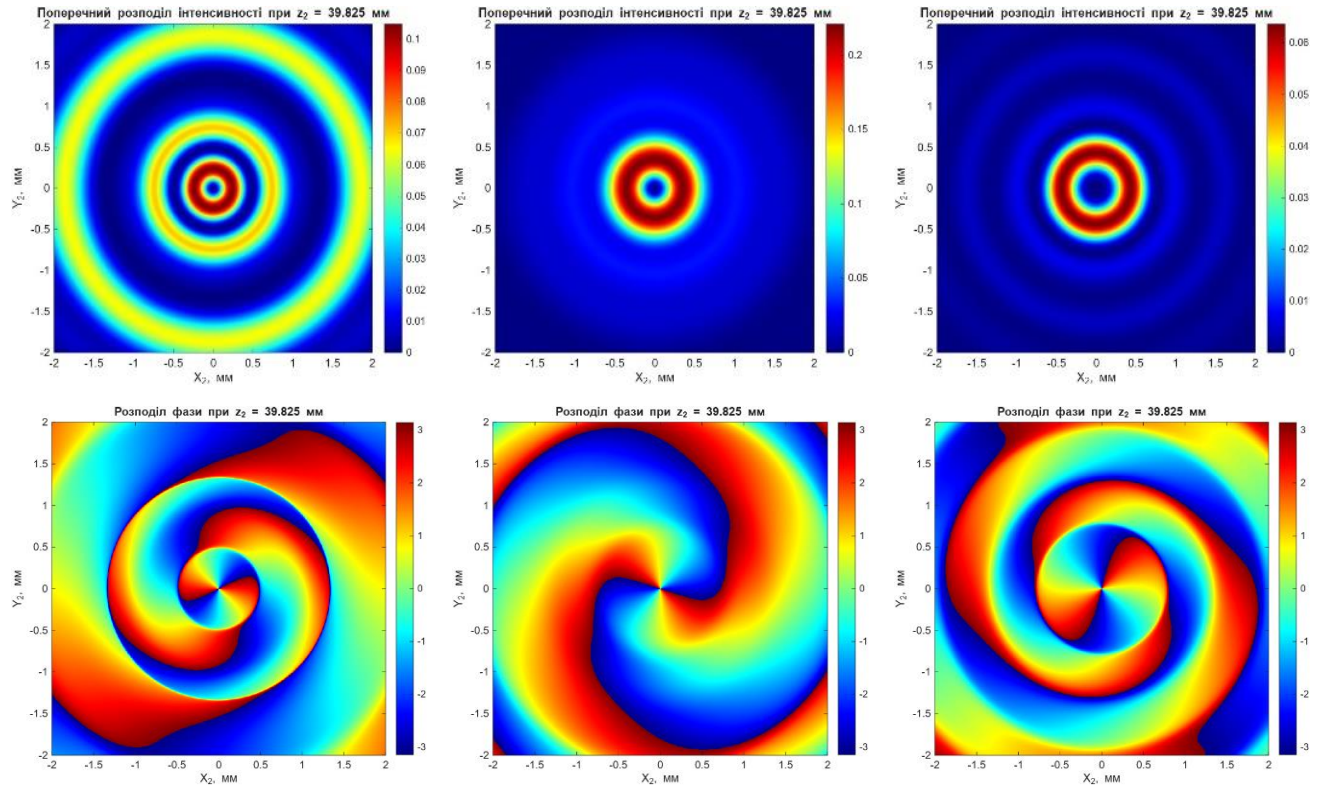


Рисунок. 3.9 Інтенсивність та фаза окремих компонент поля при гострому фокусуванні моди TM_{03}

Висновки

На основі інтегралів Релея-Зоммерфельда отримано аналітичні вирази для опису непараксіальної дифракції і досліджено фізичні властивості гостросфокусованих вихрових лазерних пучків, збуджених радіально поляризованими TM_{01} , TM_{02} , TM_{03} модами хвилевідного діелектричного резонатора терагерцового лазера.

Показано, що у вільному просторі для топологічних зарядів $n = 0$ та $n = 2$ поперечні профілі пучка мають виражену кільцеву структуру, тоді як для заряду $n = 1$ максимум поля спостерігається на вісі. Для кожної з мод найбільші значення інтенсивності поля у вільному просторі відповідають одиничному топологічному заряду, тоді як для заряду $n = 2$ ці значення значно нижчі. Області максимуму інтенсивності для заряду $n = 1$ розташовані далі від джерела і зсуваються до нього з підвищенням порядку мода.

При гострому фокусуванні для мод TM_{0n} у поздовжній та поперечній площині спостерігається характерна зміна розподілу інтенсивності, яка залежить від порядку моди та топологічного заряду n . За відсутності фазової пластинки ($n = 0$) спостерігається розподіл поля з відповідної кількістю кілець і ненульовою інтенсивністю на вісі. Показано, що ненульова інтенсивність в центрі обумовлена вкладом E_z компоненти в сумарну потужність поля. При використанні спіральної фазової пластинки з топологічним зарядом $n = 1$ розподіл інтенсивності поля стає більш зосередженим у центральній області. Для $n = 2$ знову спостерігаються кільцеві розподіли, однак в порівнянні з відсутністю фазової пластинки в центрі поле має нульове значення інтенсивності.

Показано, що за відсутності СФП для E_r та E_z компонент поля всіх досліджуваних мод спостерігається сферичний фазовий фронт. При використанні фазової пластинки з топологічним зарядом $n = 1$ фазовий фронт для всіх трьох компонент поля набуває однопелюсткової вихрової структури, а для $n = 2$ –

двопелюсткової структури. При чому зі зростанням порядку моди ця структура значно ускладнюється.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. L. Pálfalvi, Z. T. Godana, G. Tóth, et al. Generation of extremely strong accelerating electric field by focusing radially polarized THz pulses with a paraboloid ring. *Optics & Laser Technology* 2025. Vol 180, Art 111554(7).
2. Z. T. Godana, J. Hebling, L. Pálfalvi. Focusing of radially polarized electromagnetic waves by a parabolic mirror. *Photonics* 2023. Vol 10, Art 848(13).
3. M. Wang, X. Wang, P. Han., et al. Longitudinal component properties of circularly polarized terahertz vortex beams. *Frontiers in Physics* 2021. Vol 9, Art 736831(12).
4. A. Pander, H. Kagami, D. Kitayama, et al. Dynamic focus metalens for adaptive beam power control in terahertz wireless communication and sensing. *Optica* 2025. Vol 12, No 8, p. 1327–1334.
5. Y. Tsuru, Y. Kozawa, Y. Uesugi, et al. Laser nanoprocessing via an enhanced longitudinal electric field of a radially polarized beam. *Optics Letters* 2024. Vol 49, No 6, p. 1405–1408.
6. H. Iwase, S. Ohno. Direct generation of a terahertz vector beam from a ZnTe crystal excited by a focused circular polarized pulse. *Optics Express* 2023. Vol 31, No 16, p. 26923–26931.
7. W. Li, T. Meng, L. Dong, et al. High efficiency focusing vortex generation and multichannel multiplexing based on terahertz metasurfaces. *Scientific Reports* 2025. Vol 15, Art 7499(10).
8. X. Li, W. Wei, X. Yang. Multi-functional terahertz metasurface for a vortex beam, multi-channel focusing, polarization conversion, and broadband absorption based on vanadium dioxide. *Applied Optics* 2024. Vol 63, No 7, p. 1695–1701.
9. H. Jung, I. Brener, S. J. Addamane, et al. Subramania, O. Mitrofanov. InAs terahertz metalens emitter for focused terahertz beam generation. *Advanced Photonics Research* 2024. Vol 5, Art 2400125(9).

- 10.L. Ke, Y. Yang, M. Zhu, et al. Tight focusing of fractional-order topological charge vector beams by cascading metamaterials and metalens. *Microsystems & Nanoengineering* 2024. Vol 10, Art 146(12).
- 11.H. Li, T. Nan, W. Xu. Tunable terahertz focused vector vortex beam generation enabled by cascaded metasurfaces. *Applied Physics Letters* 2025. Vol 68, Art 274211(7).
- 12.A. Degtyarev, M. Dubinin, V. Maslov, et al. Propagation of vector vortex beams excited by a terahertz laser dielectric resonator. *Telecommunications and Radio Engineering* 2024. Vol 83, No 8, p. 57–67.
- 13.
- 14.V. Kotlyar, A. Kovalev. Nonparaxial propagation of a Gaussian optical vortex with initial radial polarization. *J. Opt. Soc. Am. A* 2010. Vol 27, No 3, p. 372–378.
- 15.E. A. J. Marcatili, R. A. Schmeltzer. Hollow metallic and dielectric waveguides for long distance optical transmission and lasers. *Bell System Technical Journal* 1964. Vol 43, No 4, p. 1783–1809.
- 16.J. F. Nye, M. V. Berry. Dislocations in wave trains. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical and Physical Sciences* 1974. Vol 336, No 1605, p. 165–190.
- 17.H. Wang, Q. Song, Y. Cai, Q. Lin, X. Lu, H. Shangguan, Y. Ai, S. Xu. Recent advances in generation of terahertz vortex beams and their applications. *Chinese Physics B* 2020. Vol 29, No 9, Art 097404(14).
- 18.B. Gu, Y. Cui. Nonparaxial and paraxial focusing of azimuthal-variant vector beams. *Optics Express* 2012. Vol 20, No 16, p. 17684–17698.
- 19.J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. Roberts and Company Publishers, 2005.