

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна
Факультет радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем
Кафедра _____ фізики НВЧ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедрою

_____ **Сергій ПОГАРСЬКИЙ**
підпис ініціали, прізвище

“ ____ ” _____ 20 ____ року

Кваліфікаційна робота магістра

на тему: **ВИЗНАЧЕННЯ ПОЛОЖЕННЯ ЕЛЕКТРОННОГО ПУЧКА
СТРУКТУРОЮ З ДВОХ ГРАФЕНОВИХ СТРІЧОК У ТГЦ
ДІАПАЗОНІ**

Виконав: студент II курсу магістратури, групи РР-64
спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали,
освітньо-професійна програма «Радіофізика і електроніка»

Давид КОРСАКОВ
Керівник
доцент, канд. ф.-м. наук Мстислав КАЛІБЕРДА

2023 рік

Анотація

У роботі розглянуто задачу визначення відхилення модульованого гармонічного за часом електронного пучка за допомогою двох графенових нанострічок за розсіяними полями у терагерцовому діапазоні. В основі математичного апарату дослідження лежить метод сингулярних інтегральних рівнянь. Припускається, що пучок не втрачає швидкості при проходженні поряд зі стрічками. Для визначення провідності графену застосовано формулу Кубо. Сингулярне інтегральне рівняння відносно похідної густини струмів на графенових стрічках з додатковими умовами розв'язано чисельно з використанням алгоритму типу Найстрема. Збіжність базується на відповідних теоремах. Показано, що при зміщенні положення пучка у частотних залежностях характеристик розсіяння з'являється додатковий максимум, значення якого визначається величиною зсуву. У діаграмах спрямованості тут помітно порушується симетричний характер.

Ключові слова: електронний пучок, графен, метод сингулярних інтегральних рівнянь, повний поперечний переріз розсіяння та поглинання.

Abstract

The problem of the modulated harmonic electron beam position sensing with the help of two graphene strips by the scattered field is considered in the THz frequency range. The basis of the mathematical apparatus is the method of singular integral equations. It is assumed that the beam does not lose speed when passing near the strips. The conductivity of graphene is determined from the Kubo's formalism. The singular integral equation relatively derivative of the currents density on graphene strips with additional conditions is solved numerically using the Nyström-type algorithm. The convergence is based on the corresponding theorems. It is shown that if the position of the beam is shifted, an additional maximum appears in the frequency dependences of the scattering characteristics, the value of which is defined by the magnitude of the shift. In the directional patterns, the symmetric character is noticeably violated here.

Key words: electron beam, graphene, method of singular integral equations, total scattering and absorption cross section.

Зміст

Анотація.....	2
Abstract.....	3
Вступ.....	5
1. Властивості графену і методи його аналізу.....	6
2. Розв'язок задачі.....	12
3. Результати числового експерименту.....	18
Висновки.....	31
Список літератури.....	32
Додаток.....	37

Вступ

У роботі проводиться визначення відхилення електронного пучка за розсіяними полями двома графеновими стрічками у ТГц діапазоні. Рівняння Максвела зведемо до граничної задачі для рівнянь Гельмгольца, які потім зведемо до парних інтегральних рівнянь. В свою чергу, парні інтегральні рівняння зводяться до сингулярних інтегральних рівнянь з додатковими умовами. Розв'язок сингулярного інтегрального рівняння з додатковими умовами шукається з використанням алгоритму типу Найстрема Також, сингулярне інтегральне рівняння має в собі ядро, яка є інтегралом. Для розрахунку ядра, функції $K(y, \xi)$ використовується метод Сімпсона.

1. Властивості графену і методи його аналізу

Графен — лист кристалічного вуглецю товщиною в один атом, з атомами, упакованими в гексогональну комірчасту решітку — це дивовижна система з багатьма незвичайними властивостями, серед яких варто виділити такі властивості, як прозорість у видимому діапазоні, хороша електронна провідність у ТГц та ІЧ діапазонах та гарна механічна міцність. Його провідність залежить від температури, часу релаксації електронів, частоти і хімічного потенціалу. Графен є будівельним блоком для багатьох форм вуглецевих алотропів, наприклад, графіт отримують шляхом укладання графенових шарів, стабілізованих слабкими ван-дер-ваальсовими силами, вуглецеві нанотрубки утворюються шляхом обгортання графеном, а фулерени також можуть бути отримані з графену шляхом заміни декількох шестикутників на п'ятикутники і семикутники. Здатність витримувати величезні ($> 108 \text{ A/cm}^2$) електричні струми і дуже висока рухливість електронів, $\mu \sim 2 \dots 10^5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ для підвішеного графену, роблять графен перспективним кандидатом для застосування в електронних пристроях, таких як нанорозмірні польові транзистори. Його теплопровідність $\sim 5 \dots 10^3 \text{ Вт/мК}$ більша, ніж у вуглецевих нанотрубок або алмазу. Графен оптично прозорий: він поглинає $\alpha \approx 2,3\%$ білого світла ($\alpha = 1/137$ - константа тонкої структури), що може бути важливим для створення рідкокристалічних дисплеїв. Це найміцніший з коли-небудь протестованих матеріалів з жорсткістю 340 Н/м . Завдяки цьому графен залишається стабільним і провідним на надзвичайно малих масштабах порядку кількох нанометрів. Також графен здатен підтримувати плазмонну хвилю у ТГц та ІЧ діапазонах. Через цю здатність графену його електро-магнітні властивості стають наближеними до властивостей благородних металів у видимому спектрі, але з тим нюансом, що це відбувається з графеном на значно нижчих частотах.

Серед інших цікавих властивостей графену є те, що його провідність можна змінювати за допомогою прикладення постійного струму. Цей струм

потім перетворюється на хімічний потенціал. А регуляція провідності графену означає також і регуляцію плазмонного ефекту [1,2]

Зазвичай графен прикріплюють до плоских діелектричних підкладок, однак зараз все більшу увагу привертають вигнуті підкладки [3,4]. Нещодавно з'явилися повідомлення про виготовлення нанодротів з графеновим покриттям та вимірювання синхротронної наноспектроскопії [5]. Зазначимо, що димери з круглими дротами, вкриті графеном, досліджували з комерційними кодами в контексті польових сил [6] та маскування [7], а також з власним кодом, заснованим на локальному розширенні Фур'є в Фур'є-розкладами при аналізі власних частот [8].

Характеристика ефекту випромінювання електромагнітних хвиль будь-якої частоти, що супроводжує електронний пучок, який протікає поблизу металевих і діелектричних об'єктів — дифракційне випромінювання (ДВ). Одним з відомих прикладів ДВ (а також одним із ранніх прикладів) — це ефект Сміта-Перселла [4], який ще називають випромінюванням видимого світла від електронного пучка, який проходить через решітку. Цей ефект було активно досліджено теоретично у [9-12] та інших публікаціях. ДВ ідеально відповідає вимогам проектування неінвазивних моніторів положення пучка через те, що ДВ — це випромінювання струмів, які індукуються пучком, на прилеглих діелектричних і металевих розсіювачах.

Монітори положення пучка мікрохвильового діапазону вже використовуються, мабуть, на всіх існуючих прискорювачах і колайдерах [13-17]. Нанорозмірні елементи, доступні сьогодні завдяки прогресу нанотехнологій, відкривають нові можливості в проектуванні моніторів положення пучка на основі ДВ терагерцового, інфрачервоного, видимого та ультрафіолетового діапазонів [18-27].

Через свої малі розміри мікро- та нанорозсіювачі впливають на швидкість і траєкторію пучка дуже не суттєво, а отже можна вважати ці параметри

фіксованими. І тоді, якщо використовувати лінійну постановку як задачу класичної теорії розсіяння електромагнітних хвиль, тоді можна виконати моделювання ефекту дифракційного випромінювання. Але падаюча хвиля, що створюється ДВ є заданим полем зарядженої частинки або пучка у вільному просторі, що відрізняється від звичайних плоских та сферичних хвиль. До того ж, таке поле буде повільною хвилею, яке рухається з такою ж самою фазовою швидкістю, що і сам промінь, і це поле буде антисиметричним відносно траєкторії пучка.

При вимірюванні інтенсивності дифракційного вимірювання у ближній або дальній зонах, можна змінювати та контролювати деякі параметри електронного пучка. Через специфіку монітора положення пучка (BPM, beam position monitors), потрібно шукати сприятливі поєднання форм і матеріалів його елементів, щоб оптимізувати роботу цього сенсора. Одним із таких варіантів оптимізації — використання резонансних ефектів. Резонанс здатен підсилити інтенсивність випромінювання пропорційно до відповідної добротності резонансної моди. Якщо брати до уваги НВЧ діапазон, то у цьому діапазоні поширені різні коаксіальні порожнисті металеві резонатори, які інтегровані з дрейфовими трубками, і якщо знайти резонатори у формі субхвильових розсіювачів, то цей підхід можна поширити і на діапазони терагерцового та інфрачервоного випромінювань. Як один із варіантів цього підходу — використання матеріалів з високим показником заломлення, але діелектричні матеріали, які доступні на сьогоднішній день виявляють властивості заломлення в межах кількох десятків. Через це резонанси на їх найнижчих модах мають лише помірно субхвильові розміри [23,24].

Інший підхід пропонує використовувати розсіювачі з благородних металів. І хоча вони можуть підтримувати поверхневі плазмонні моди у видимому спектрі, але добротність цих мод відносно низька [25,26]. І саме для вирішення таких проблем можна використати плазмонні моди на розсіювачах з

графеновим покриттям, або з профільованим графеном. Слід зауважити, що подібні конфігурації вже досліджувалися як елементи перспективних сенсорів ІЧ- та терагерцового діапазону датчиків показника заломлення середовища [28] та перестроюваних фільтрів [29], розсіювачів фільтри [29,30], поглиначів [31], розсіювачів [32] та антен [33].

Значення добротності графенових плазмонних мод у терагерцовому та інфрачервоному спектрах мають помірні значення, приблизно 20...100, але ці значення вищі, аніж у металевих дрітків у видимому спектрі, що робить діелектричні мікро- і нанодіоди з графеновим покриттям досить цікавими і корисними як для резонансних розсіювачів, в тому числі і для ВРМ, яке ґрунтується на дифракційному випромінюванні [1-8].

Якщо проектувати 2D-модель датчика ВРМ, то стане очевидним, що необхідно використати два однакових розсіювача. Як приклад — краї щілини, причому так, щоб промінь проходив між ними. В такому випадку в якості індикатора зсуву положення променя буде слугувати або різниця в інтенсивності ДВ, або різниця в інтенсивності у кутових діаграмах напрямленості випромінювання з протилежних сторін траєкторії променя.

Припущення про те, що електрон-електронні взаємодії в графені можуть генерувати електронну щілину, були досліджені і фактично передували відкриттю графену. Відкриття щілини в графені є аналогом явища динамічної генерації маси, яке вивчається в квантовій теорії поля з часів роботи Намбу-Джона-Ласініо (Nambu-Jona-Lasinio, NJL) в 1961 р. Лагранжіан моделі NJL

$$L = \bar{\Psi} i \gamma^\mu \delta_\mu \Psi + \frac{G}{2} [(\bar{\Psi} \Psi)^2 + (\bar{\Psi} i \gamma_5 \Psi)^2] \quad (1.1)$$

є інваріантним при звичайних фазових і хіральних перетвореннях,

$$\begin{aligned} \Psi &\rightarrow e^{i\alpha} \Psi, & \bar{\Psi} &\rightarrow \bar{\Psi} e^{-i\alpha}, \\ \Psi &\rightarrow e^{i\alpha \gamma_5} \Psi, & \bar{\Psi} &\rightarrow \bar{\Psi} e^{-i\alpha \gamma_5}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

а хіральна інваріантність забороняє генерацію маси в теорії збурень. у теорії збурень. Самоузгоджене рівняння Хартрі-Фока для маси (Λ — відсічення),

$$\frac{4\pi^2 m}{G \Lambda^2} = m - \frac{m^3}{\Lambda} \ln \left(1 + \frac{m^2}{\Lambda^2} \right) \quad (1.3)$$

має нетривіальний розв'язок $m \neq 0$, якщо константа зв'язку перевищує деяке критичне значення $G > G_c = \frac{4\pi^2}{\Lambda^2}$, що призводить до нетривіального хірального конденсату $\langle \bar{\Psi} \Psi \rangle \neq 0$.

У КЕД проблема генерації маси починається з роботи В. Вайскопфа, який вперше обчислив однопетлеву поправку до маси голого електрона m_0 , Повна маса електрона m зникає при m_0 ,

$$m = m_0 + \frac{3\alpha}{2\pi} m_0 \ln \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \quad (1.4)$$

Повна маса електрона m зникає при $m_0 = 0$. З іншого боку, розв'язуючи самоузгоджене рівняння для маси,

$$m = m_0 + \frac{3\alpha}{2\pi} m \ln \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \quad (1.5)$$

отримуємо нетривіальний розв'язок

$$m = \Lambda \exp \left(\frac{-3\pi}{2\alpha} \right), \quad (1.6)$$

навіть при нульовій масі вільного електрона $m = 0$. Цей розв'язок, названий розв'язком надпровідного типу через його неаналітичну залежність від зв'язку α , ґрунтовно досліджено в роботах П. І. Фоміна з використанням рівнянь Швінгера-Дайсона для поширювачів електронів і фотонів та для вершинної функції. Розв'язок (1.6) слід порівняти з розв'язком для квазічастинкової щільності в теорії надпровідності Бардіна-Купера-Шріффера (BCS),

$$\Delta = \omega_D \exp \left(\frac{-2}{g v_F} \right), \quad (1.7)$$

де ω_D — частота Дебая, g — константа електрон-фононного зв'язку, а v_F — густина станів на поверхні Фермі. У теорії КХС щілина в спектрі квазічастинок генерується при будь-якому значенні константи зв'язку. Фізична причина нульового значення критичної константи зв'язку в теорії БКШ пов'язана з наявністю поверхні Фермі.

Більш точне дослідження рівняння Швігера-Дайсона для пропагатора ферміонів у КЕД (мал. 1) приводить у сходовому наближенні до розв'язку,

$$m \simeq \Lambda \exp\left(\frac{-const}{\sqrt{\alpha - \alpha_c}}\right), \quad (1.8)$$

де критична константа зв'язку має порядок одиниці, $\alpha_c \sim 1$. Зверніть увагу на суттєво неаналітичну залежність маси від константи зв'язку α . Така поведінка маси залишається справедливою і в більш точному наближенні, коли нехтуємо ферміонними петлями, але враховуємо всі діаграми з перехрещеними фотонними лініями (так зване загартоване наближення). З урахуванням поляризації вакууму змінимо результат на

$$m \simeq \Lambda (\alpha - \alpha_c)^\beta, \quad \alpha > \alpha_c, \quad \beta < \frac{1}{2}, \quad (1.9)$$

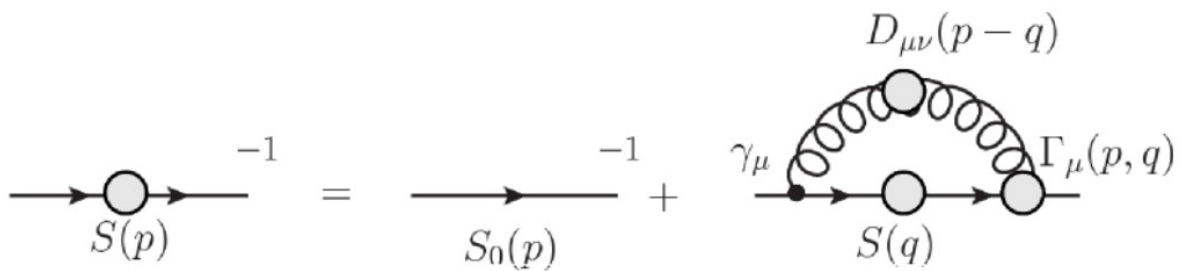


Рис. 1: Рівняння Швінгера-Дайсона для поширювача ферміонів

Розв'язок (1.8) для динамічної маси електрона поєднує риси надпровідної щілини (неаналітична залежність від константи зв'язку) і ЯПЗ щілини (наявність критичного зв'язку).

2. Розв'язок задачі

Розглянемо плоский пучок електронів нульової товщини, який тече вздовж прямої траєкторії на відстані h від осі Ox , з фіксованою швидкістю $v = \beta c$, де c — швидкість світла, $\beta < 1$. Функція густини заряду пучка, якщо її модулювати в часі гармонічно з частотою ω та амплітудою ρ_0 , має вигляд

$$\rho = \rho_0 \delta(y - h) \exp \left[i \left(\frac{kx}{\beta} - \omega t \right) \right], \quad (2.1)$$

де $\delta(y - h)$ — дельта-функція Дірака, а $k = \omega/c$ — хвильове число вільного простору. Слід зауважити, що заряд пучка (2.1), який гармонійно модульований, можна пов'язати з перетворенням Фур'є за часом заряду окремої частинки. Крім того, густина заряду пучка густина заряду пучка може бути премодульована за допомогою періодичного хвилеводу або зовнішнім лазерним випромінюванням [21].

Поле пучка є Н-поляризованою повільною поверхневою хвилею [10-13]. Ця хвиля поширюється з тією ж самою фазовою швидкістю вздовж траєкторії пучка, що й сам пучок:

$$H_z^0(x, y) = A \beta \operatorname{sign}(y - h) e^{-q|y - h|} e^{i \frac{k}{\beta} x}, \quad (2.2)$$

де $q = k\gamma/\beta$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ — обернений коефіцієнт Лоренца, $\operatorname{sign}(y - h) = \pm 1$, залежність від часу опускається, а константа в системі одиниць СІ дорівнює $A = c \frac{\rho_0}{2}$.

На рис.1 представлено одну з можливих конфігурацій для визначення відхилення електронного пучка. Два однакових круглих діелектричних дротів з графеновими покриттями (позначені #1 і #2) мають радіус a і показник заломлення $\alpha = \sqrt{\epsilon}$. Вони розміщені у вільному просторі з повітряними проміжками s , а L - відстань між їхніми осями. Вважатимемо, що модульований пучок частинок летить паралельно до напрямку x між дротами на відстані h від

центру повітряного проміжку. Введемо декартову систему координат, а також локальну $(r_{1,2}, \varphi_{1,2})$ і глобальну (r, φ) полярні координати, як показано на мал. 1. Формулювання двовимірної крайової задачі хвильового розсіяння включає рівняння Гельмгольца з відповідним хвильовим числом у кожній частковій області, граничні умови графен-поверхня на контурах дроту, умову випромінювання Зоммерфельда на нескінченності та умову скінченності локальної потужності. Ці умови гарантують єдиність розв'язку крайової розв'язку крайової задачі.

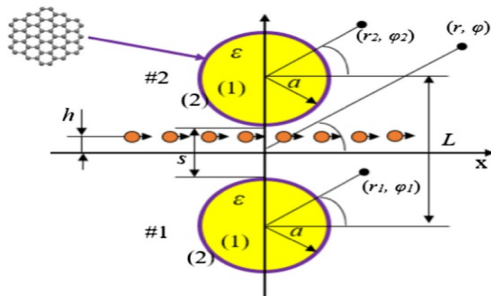


Рис. 1: Геометрія поперечного перерізу електронного пучка, що рухається між парою однакових діелектричних круглих мікродротів з графеновим покриттям.

У випадку Н-поляризації можна отримати всі компоненти поля з z -компоненти вектора магнітного поля. Опускаючи індекс z , шукаємо повне поле таким чином:

$$H_z^{tot} = \begin{cases} H_z^{int(p)}, & r_p < a_p, \quad p=1,2 \\ H_z^0 + H_z^{ext}, & r_p > a_p \end{cases}, \quad (2.3)$$

Розглянемо періодичну решітку з N однакових графенових смужок розміщених у площині $z = 0$. Ширина смужок дорівнює $2d$, а період - l , тому проміжок між двома сусідніми смужками дорівнює $l - 2d$. Структура нескінченна вздовж осі x . Позначимо множину смужок через

$$L = \bigcup_{n=1}^N (-d + l \cdot n; d + l \cdot n).$$

Припустимо, що Н-поляризована плоска хвиля з одиничною амплітудою падає на ґратку з області $z > 0$

$$H_x^i(y, z) = \exp(ik(y \cos \varphi_0 - z \sin \varphi_0)), \quad (2.4)$$

де k - хвильове число. Геометрія структури та позначення наведені на рис.

2. Залежність від часу приймається рівною $\exp(-i\omega t)$, де ω - кутова частота.

Тангенціальні складові електромагнітного поля задовольняють таким граничним умовам:

$$\frac{1}{2}(E_y^+ + E_y^-) = \frac{1}{\sigma}(H_x^+ - H_x^-). \quad (2.5)$$

Знак "+" відповідає полю над решіткою ($z \rightarrow +0$), а знак "-" - полю під решіткою ($z \rightarrow -0$). Враховуючи, що $E_y = -1/(i\omega \varepsilon_0 \cdot \delta H_x \delta z)$ з (2.5) отримаємо:

$$\frac{\delta H_x}{\delta z} = \frac{-ik}{\sigma Z}(H_x^+ - H_x^-), \quad (2.6)$$

де ε_0 - діелектрична проникність вільного простору, Z - вільний простір імпеданс. Значення σ отримано з використанням формалізму Кубо [34-36].

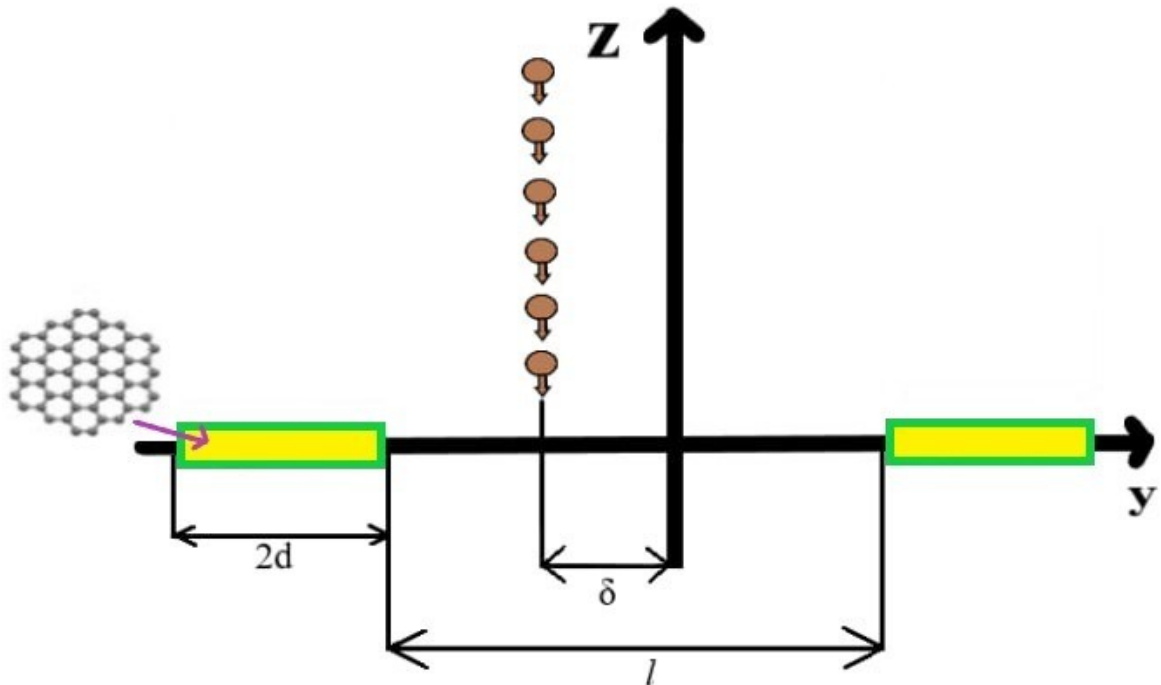


Рис. 2: Геометрія структури

Розглянемо загальне поле як суму розсіяних і падаючих полів:

$$H_x(y, z) = H_x^i(y, z) + H_x^s(y, z), \quad (2.7)$$

У спектральній області розсіяного поля шукаємо як перетворення Фур'є невідомої спектральної функції $C(\xi)$

$$H_x^s(y, z) = \operatorname{sgn}(z) \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) \exp(ik\xi y + ik\gamma(\xi)|z|) d\xi, \quad (2.8)$$

де $\gamma(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$, $\operatorname{Re} \gamma \geq 0$, $\operatorname{Im} \gamma \geq 0$.

Застосовуючи граничну умову (2.6) та умову що поза смугами струми дорівнюють нулю, можна отримати подвійні інтегральні рівняння:

$$\int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) \exp(ik\xi y) d\xi = 0, \gamma \notin L, \quad (2.9)$$

$$\frac{2ik}{\sigma Z} \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) \exp(ik\xi y) d\xi + ik \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\xi) C(\xi) \exp(ik\xi y) d\xi = \frac{-\delta}{\delta z} H_x^i(y, 0), \gamma \in L. \quad (2.10)$$

Основна ідея зведення парних інтегральних рівнянь (2.9) та (2.10) до сингулярного інтегрального рівняння полягає у представленні функції $\gamma(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2} \sim i|\xi| + O(1/\xi)$, $x\xi \rightarrow \infty$, у вигляді суми зникаючих та незникаючих членів, $\gamma(\xi) = (\gamma(\xi) - i|\xi|) + i|\xi|$ [37-41]. Тоді перетворення Гільберта

$$PG(y) = \frac{1}{\pi} PV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(\xi)}{\xi - y} d\xi, \quad (2.11)$$

$$P \exp(ik\zeta y) = i \operatorname{sgn}(k\zeta) \exp(ik\zeta y),$$

застосовується до неспадаючого члена. В результаті отримуємо сингулярний інтеграл. PV означає головне значення Коші інтеграл, $G(\xi)$ — довільна функція. Всі інші члени збираються до функції ядра. Тоді сингулярне інтегральне рівняння з додатковими умовами, які впливають з (2.9) можна отримати наступним чином:

$$\frac{1}{\pi} PV \int_L (F(\xi)/\xi - y) d\xi + \frac{1}{\pi} \int_L K(y, \xi) F(\xi) d\xi = \frac{-\delta}{\delta z} H_x^i(y, 0), y \in L, \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-d+lm}^{d+lm} F(\xi) d\xi = 0, m=1, 2, \dots, N, \quad (2.13)$$

де

$$C(\xi) = \frac{1}{2\pi i \xi_L} \int_L F(y) (\exp(ik\xi y) - 1) dy \quad (2.14)$$

$F(y)$ є постійною похідною від густини струму на смужках,

$$F(y) = \int_{-\infty}^{\infty} ik \xi C(\xi) \exp(iky\xi) d\xi. \quad (2.15)$$

Функція ядра в (2.12) має вигляд

$$K(y, \xi) = k \int_0^{\infty} (\zeta + i\gamma(\zeta)) \frac{\sin(k\zeta(y - \xi))}{\zeta} d\zeta + q(y, \xi), \quad (2.16)$$

$$q(y, \xi) = \begin{cases} \frac{2ik\pi}{\sigma Z}, & \xi \leq y \\ 0, & \xi > y \end{cases}, \quad (2.17)$$

Для розв'язання (2.12) та (2.13) використано метод дискретних особливостей [37], [40], [41]. З урахуванням граничних умов функцію $F(\xi)$ можна подати у вигляді $F(\xi) = u(\xi) / \sqrt{(\xi - (-d+l \cdot n))((d+l \cdot n) - \xi)}$, $x\xi \in (-d+l \cdot n; d+l \cdot n)$, $n=1, 2, \dots, N$. Далі використано квадратурне правило Чебишева-Гаусса для інтегралів з ваговою функцією вигляду $1/\sqrt{1-x^2}$. В якості вузлів інтерполяції та точок колокації беруться нулі поліномів Чебишева першого та другого роду відповідно на кожному відрізку. В результаті матричне рівняння відносно значень невідомої функції $u(\xi)$ у вузлах інтерполяції можна отримати.

$$TSCS = \frac{2\pi}{k} \int_0^{2\pi} |C(-\cos(\varphi)) \sin(\varphi)|^2 d\varphi, \quad (2.18)$$

$$RCS = \frac{4\pi^2}{k} |C(-\cos(\varphi_0)) \sin(\varphi_0)|^2. \quad (2.19)$$

Переріз поглинання можна отримати, наприклад, інтегруванням густини струму по смужках. Але тут ми використовуємо співвідношення, яке випливає із закону збереження енергії:

$$ACS = TSCS + \frac{4\pi}{k} \mathcal{H}(C(-\cos \varphi_0)). \quad (2.20)$$

Діаграма спрямованості розсіяного поля має вигляд [42]:

$$D(\varphi) = \sqrt{\frac{2\pi}{k}} C(-\cos \varphi) \sin \varphi. \quad (2.21)$$

3. Результати числового експерименту

Розв'язання поставленої задачі зводиться до формули (3.1):

$$I = \int_0^{\infty} f(\zeta) d\zeta \approx I_N = \frac{1}{3} (S_0 + 4S_1^N + 2S_2^N)h, \quad (3.1)$$

де N – це кількість вузлів (це параметр, а не ступінь), парне число;

$$S_0 = f(a) + f(b),$$

$$S_1^N = \sum_{i=1}^{N/2} f(\zeta_{2i-1}),$$

$$S_2^N = \sum_{i=1}^{N/2-1} f(\zeta_{2i}),$$

$$h = \frac{b-a}{N} \text{ — це крок,}$$

$$\zeta_j = a + j * h \text{ — це вузли.}$$

В якості $f(\zeta)$ візьмемо функцію (3.2):

$$f(\zeta) = \frac{\sin(k\zeta(y-\xi))}{\zeta} (\zeta + i\gamma(\zeta)), \quad (3.2)$$

де $\gamma(\zeta) = \sqrt{1-\zeta^2}$ — це також комплексна функція.

Врешті, нас цікавить інтеграл (3.3):

$$K(y, \xi) = k \int_0^{\infty} (\zeta + i\gamma(\zeta)) \frac{\sin(k\zeta(y-\xi))}{\zeta} d\zeta + q(y, \xi), \quad (3.3)$$

де $q(y, \xi)$ – це функція двох змінних:

$$q(y, \xi) = \begin{cases} \frac{2ik\pi}{\sigma Z}, & (x) \xi \leq y \\ 0, & (x) \xi > y \end{cases}. \quad (3.4)$$

Рівняння (3.3) ми будемо розв'язувати чисельно за допомогою мови програмування C++ у програмі Visual Studios.

Перше, що потрібно зробити — це під’єднати у програмі бібліотеки “Math.h” та “complex”. Ці бібліотеки необхідні для коректної роботи програми зі складними математичними функціями та комплексними значеннями. Потім ми починаємо оголошувати змінні:

```
1  #include <iostream>
2  #include "Math.h"
3  #include "complex"
4
5  using namespace std;
6
7  double Pi = 3.14159265; //Число Pi
8  complex <double> I(0, 1); //Комплексна одиниця
9  double x1 = 0; //Нижня межа інтегрування
10 double xN; //Верхня межа інтегрування (взагалі, вона дорівнює нескінченності, але будемо рахувати наближено, беручи великі значення)
11 double dX=0; //Ширину кроку, рахується автоматично
12 double N; //Кількість кроків, дані з клавіатури
13 double c = 299792456; //Швидкість світла, м/с
14 double f = pow(10, 12) * 3; //Частота у Гц
15 double y = pow(10, -4) * 1;
16 double t = pow(10, -5) * 1; //Ксі
17 double k = (2 * Pi * f) / c; //К -- хвильове число
18
19 /*
20  x -- це дзета.
21  k = (2 * Pi * f) / c.
22  c = 299792456 м/с.
23  f = 1...5 ТГц = 1..5 * 10^12 Гц. f я візьму 3 * 10^12 Гц.
24  y = 0...100 мкм = 0...100 * 10^10-6 м. y я візьму 100 * 10^-6 м.
25  t = 0...100 мкс = 0...100 * 10^10-6 м. t я візьму 10 * 10^-6 м.
26  */
```

Рис. 1: Оголошення змінних у Visual Studios

Тут слід звернути увагу на декілька нюансів. По-перше, ми обмежуємо верхню межу інтегрування через те, що програма не здатна фізично розрахувати верхню межу інтегрування до нескінченності. Другий нюанс, на який слід звернути увагу — це те, що наведений вище інтеграл ми будемо розв’язувати методом Сімпсона. І третій нюанс — це те, що деякі дані ми будемо водити з клавіатури, а отже отримані результати будуть залежати від користувача цієї програми.

Наступним кроком буде розрахунок функції $\gamma(\zeta)$:

```
28  complex <double> Function_gamma(complex <double> x) //Функція гамма від дзета
29  {
30      complex <double> y = sqrt(1.0 - x * x);
31      return y;
32  }
33
```

Рис. 2: Розрахунок функції гамма

Так як ця функція є комплексною, то слід і змінні і саму функцію робити також комплексною.

Третім кроком буде визначення підінтегральної функції $f(\zeta)$, рівняння (3.2):

```
33
34 complex <double> Function_X(complex <double> x) //Функция від дзета
35 {
36     complex <double> X = sin(k * x*(y - t));
37     complex <double> XX = X / x;
38     complex <double> XXX = XX * (x+I*Function_y(x));
39     return XXX;
40 }
```

Рис. 3: Розрахунок підінтегральної функції

Ця функція також є комплексною, тому при написанні цієї частини програми слід використовувати ті самі нюанси, що і у попередній частині. Єдине, на що слід звернути увагу — розрахунок функції поділено на декілька етапів. Це зроблено для комфортного підрахунку та щоб уникнути нагромадження коду на одному рядку.

Далі розрахуємо функцію $q(y, \zeta)$ за формулою (3.4):

```
41
42 complex <double> Function_q(void) //Функция q (y, ksi)
43 {
44     double Z = 120 * Pi;
45     complex <double> q;
46     if (t <= y)
47     {
48         q = (2.0 * I * k * Pi) / Z;
49     }
50     else
51     {
52         q = 0;
53     }
54     return q;
55 }
```

Рис. 4: Розрахунок функції $q()$

Так як ця функція може приймати два значення — нам потрібно зробити цикл if-else, у якому в першому випадку (при $\xi \leq y$) ми будемо використовувати перший розрахунок функції $q(y, \xi)$, а у другому випадку (при $\xi > y$) ми будемо функцію $q(y, \xi)$ прирівнювати до нуля.

П'ятим кроком буде розрахунок всієї функції $K(y, \xi)$, тобто, об'єднання усіх попередніх частин програми в одне ціле:

```

57 complex <double> Function_K(void) //Функція K для розрахунку інтегралу
58 {
59     complex <double> result = 0; //Результат
60     for (int a = 1; a <= N; a++)
61     {
62         result = result + ((Function_X(x1 + a * dx) + 4.0 * Function_X(x1 + (a + 0.5) * dx) + Function_X(x1 + (a + 1) * dx)) * (dx / 6)); //Розрахунок інтегралу через
63     }
64     result = k * result + Function_q();
65     return result;
66 }

```

Рис. 5: Розрахунок функції $K()$

Важливим є те, що ми не просто рахуємо інтеграл — ми результат інтегралу зберігаємо у відповідній змінній *result*. Окрім того, ця змінна ще й комплексна (це можна побачити у 59 рядку програми), а це означає, що ми зможемо виводити результат одразу з уявною частиною, а не тільки з реальною. Це нам потрібно буде при побудові графіків.

Останнє, що нам потрібно зробити до запуску програми — це, власне, зробити так, щоб деякі дані ми могли вводити з клавіатури і щоб на екран ПК

```

67
68 int main()
69 {
70     start:
71     cout << "N, please: \n"; //Ввод кількості кроків
72     cin >> N;
73     cout << "xN, please: \n"; //Ввод верхньої межі інтегрування
74     cin >> xN;
75     dx = (xN - x1) / N; //Розрахунок ширини кроку
76     complex <double> integral_result = Function_K(); //Поміщаємо результат в одну змінну
77     cout << "Result: \n" << integral_result; //Виводимо результат на екран
78     cout << "\n";
79     goto start;
80 }

```

Рис. 6: Вивід результатів на екран

програма виводила отримані нами результати:

Далі потрібно запустити програму та ввести з клавіатури певні значення, а саме:

$xN = 10$. Це верхня межа інтегрування;

$N = 1 \dots 50000$. Це крок, з яким ми інтегруємо. Змінюється він так

- від 10 до 50 змінюється на 10, наступне значення після 50 буде 100;
- від 100 до 500 змінюється на 100, наступне значення після 500 буде 1000;
- від 1000 до 5000 змінюється на 1000, наступне значення після 5000 буде 10000;
- від 10000 до 50000 змінюється на 10000.

Крок інтегрування є сенс змінювати до того моменту, доки значення реальної та уявної частин результату змінюються. Усі результати слід записати:

Після отримання результатів слід будувати графік. Для цього будемо використовувати програму OriginPro.

Перше, що треба зробити — внести усі дані у таблицю. При чому, буде два графіки — для реальної частини результату та для уявної частини.

```

83  /*          xN = 10
84  N = 1
85  Result: (-23.918,1047.92)
86  //////////////////////////////////////////////////
87  N = 10
88  Result: (2870.12,1047.92)
89  //////////////////////////////////////////////////
90  N = 20
91  Result: (-17219.1,-12658.2)
92  //////////////////////////////////////////////////
93  N = 30
94  Result: (-9387.56,3998.01)
95  //////////////////////////////////////////////////
96  N = 40
97  Result: (-4075.65,21131.7)
98  //////////////////////////////////////////////////
99  N = 50
100 Result: (-1026.31,34122.6)
101 //////////////////////////////////////////////////
102 N = 100
103 Result: (3705.75,65038.6)
104 //////////////////////////////////////////////////
105 N = 200
106 Result: (5021.99,82203.4)
107 //////////////////////////////////////////////////
108 N = 300
109 Result: (5273.25,88065.5)
110 //////////////////////////////////////////////////
111 N = 400
112 Result: (5362.09,91012.6)
113 //////////////////////////////////////////////////
114 N = 500
115 Result: (5403.47,92784.7)
116 //////////////////////////////////////////////////
117 N = 1000
118 Result: (5459.16,96335.2)

```

Рис. 7: Перша частина результатів

```

119 //////////////////////////////////////////////////
120 N = 2000
121 Result: (5473.34,98112.6)
122 //////////////////////////////////////////////////
123 N = 3000
124 Result: (5476.02,98705.3)
125 //////////////////////////////////////////////////
126 N = 4000
127 Result: (5476.97,99001.7)
128 //////////////////////////////////////////////////
129 N = 5000
130 Result: (5477.42,99179.5)
131 //////////////////////////////////////////////////
132 N = 10000
133 Result: (5478.02,99535.2)
134 //////////////////////////////////////////////////
135 N = 20000
136 Result: (5478.18,99713.1)
137 //////////////////////////////////////////////////
138 N = 30000
139 Result: (5478.21,99772.4)
140 //////////////////////////////////////////////////
141 N = 40000
142 Result: (5478.22,99802.1)
143 //////////////////////////////////////////////////
144 N = 50000
145 Result: (5478.22,99819.8)
146 //////////////////////////////////////////////////
147 N = 200.000
148 Result: (5478.23,99873.2)
149 */

```

Рис. 8: Друга частина результатів

	A(X)	B(Y)	C(Y)
		Real	Imag
3	20	-17219,1	-12658,2
4	30	-9387,56	3998,01
5	40	-4075,65	21131,7
6	50	-1026,31	34122,6
7	100	3705,75	65038,6
8	200	5021,99	82203,4
9	300	5273,25	88065,5
10	400	5362,09	91012,6
11	500	5403,47	92784,7
12	1000	5459,16	96335,2
13	2000	5473,34	98112,6
14	3000	5476,02	98705,3
15	4000	5476,97	99001,7
16	5000	5477,42	99179,5
17	10000	5478,02	99535,2
18	20000	5478,18	99713,1
19	30000	5478,21	99772,4
20	40000	5478,22	99802,1
21	50000	5478,22	99819,8
22	200000	5478,23	99873,2
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			
31			
32			

Рис. 9: Значення результату інтегрування функції $K()$ у таблиці Origin

Наступним кроком буде побудова графіків, додавання легенди та інші види корекції, щоб графік був комфортним для вивчення.

Готовий графік виглядає наступним чином:

Як можна побачити з графіку, у діапазоні N [10 ; 50] спостерігається осциляція. У разі збільшення N похибка починає спадати монотонно.

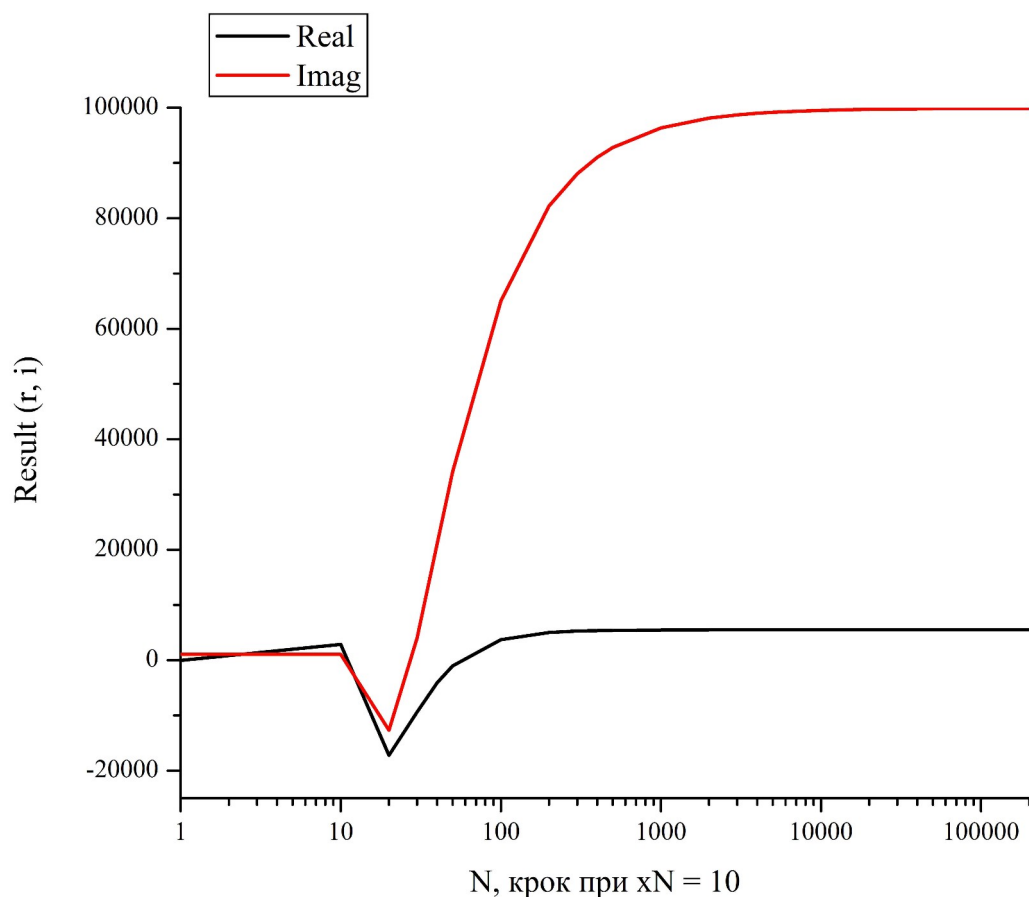


Рис. 10: Залежності дійсної і уявної частини функції ядра від кількості доданків у квадратурній формулі. Дослідження похибки методу

З використанням наведеного алгоритму проведено дослідження характеристик розсіювання в залежності від величини зміщення електронного пучка δ . Використовувалась програма, написана на мові C++ під час виконання дипломної роботи, яка базується на наведених у розділі 2 формулах.

Розраховувались залежності значення поперечних перерізів розсіювання та поглинання від частоти. Вибиралось фіксовані значення геометричних параметрів структури, $d = 500$ нм, $l = 1200$ нм, а також графену: час релаксації $\tau = 1$ пс, кімнатна температура $T = 300$ К. Вибиралось значення величини

зміщення пучка. З кроком за частотою 0.2 ТГц запускалась програма на виконання. Після отримання відповідних результатів значення зміщення пучка змінювалось. Розрахунки проводились для двох значень хімічного потенціалу графену.

Розглядається релятивістський пучок. Передбачається, що швидкість пучка $\beta = 0.5 c$ (де c – швидкість світла у вакуумі).

На рис. 11, 12 надано залежності повного поперечного перерізу розсіяння та поглинання від частоти для двох значень хімічного потенціалу $\mu_c = 1\text{eV}$ і $\mu_c = 0.5\text{eV}$ графенових стрічок. Нескінченна площа графену здатна підтримувати поверхневі плазмон-поляритонні хвилі. У випадку графенової стрічки, ці хвилі можуть перевідбиватися між її краями. В результаті можливе збудження плазмонних резонансів. Вони позначені як P_i на рисунках. Поблизу них спостерігається значне зростання розсіяння та поглинання. Положенням плазмонних резонансів на частотній осі можна керувати динамічно, за рахунок прикладення електростатичного або магнітостатичного поля. Як видно з рис. 11, рис. 12, зменшення величини хімічного потенціалу графенових стрічок призводить до зміщення плазмонних резонансів у бік менших значень частоти і до їх ущільнення.

У разі, коли електронний пучок знаходиться строго на однаковій відстані між стрічок, тобто є незміщеним, $\delta = 0$ нм, струми на графенових стрічках знаходяться у протифазі. Дійсно, струми на стрічках збуджується полем електронного пучка (2.2). Амплітуда поля спадає за експонентою при віддаленні від осі пучка. Фаза поля у симетричних відносно осі Oz точках відрізняється на π . У цьому випадку спостерігається лише один локальний максимум у залежностях повних поперечних перерізів розсіяння та поглинання для кожного плазмонного резонансу. У випадку, коли електронний пучок зміщено, $\delta > 0$, виникає додатковий фазовий набіг на стрічках. Структура стає несиметричною (за рахунок несиметричності падаючого поля). В результаті чого збуджується ще один плазмонний резонанс P_1 . В результаті це відображається на

залежностях на рис. 11, рис. 12 як поява додаткового локального максимуму. Причому значення як поперечного перерізу розсіяння, так і поперечного перерізу поглинання тут залежить від величини зсуву пучка δ . Зміна поперечного перерізу розсіяння є значно більш помітнішою, ніж поперечного перерізу поглинання.

На рис. 13 надано кутові залежності розсіяного поля у далекій зоні – діаграми спрямованості розсіяного поля. Параметри структури відповідають рис. 11. Значення частоти $f = 18$ ТГц (відмічено стрілкою на рис. 11). У випадку, коли зміщення пучка відсутнє, у зв'язку з протифазним характером розподілу струмів на стрічках, діаграма спрямованості є симетричною відносно осей $\varphi = 0^\circ$, $\varphi = 90^\circ$. Причому вздовж прямою $\varphi = 90^\circ$ (вісь Oz) амплітуда розсіяного магнітного поля дорівнює 0. У випадку зсуву пучка симетричний характер діаграм спрямованості порушується. Поле вздовж осі вісь Oz відрізняється від нуля.

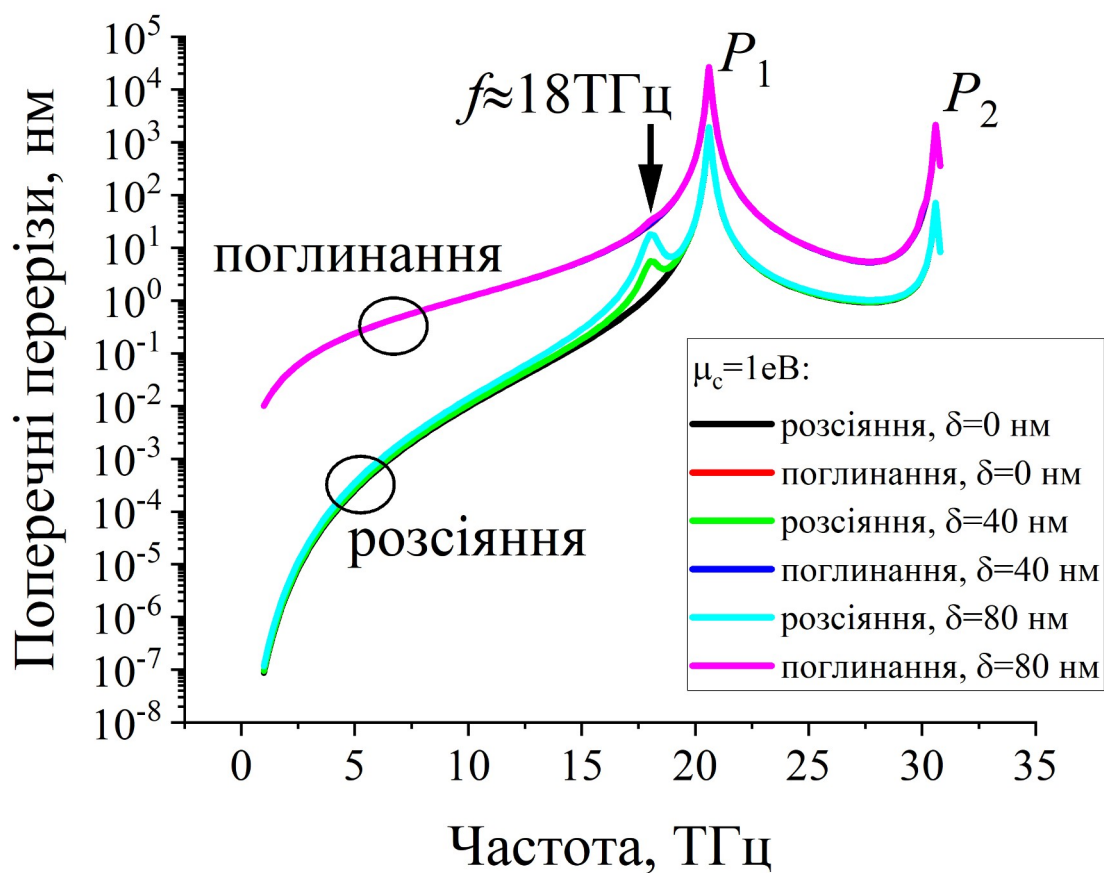


Рис. 11: Залежності повного поперечного перерізу розсіяння та поглинання від частоти для значення хімічного потенціалу 1 eV , ширина стрічок 1000 нм , відстань між стрічками 200 нм , час релаксації графену 1 пс , температура кімнатна, $T = 300 \text{ K}$, швидкість електронного пучка $0.5c$.

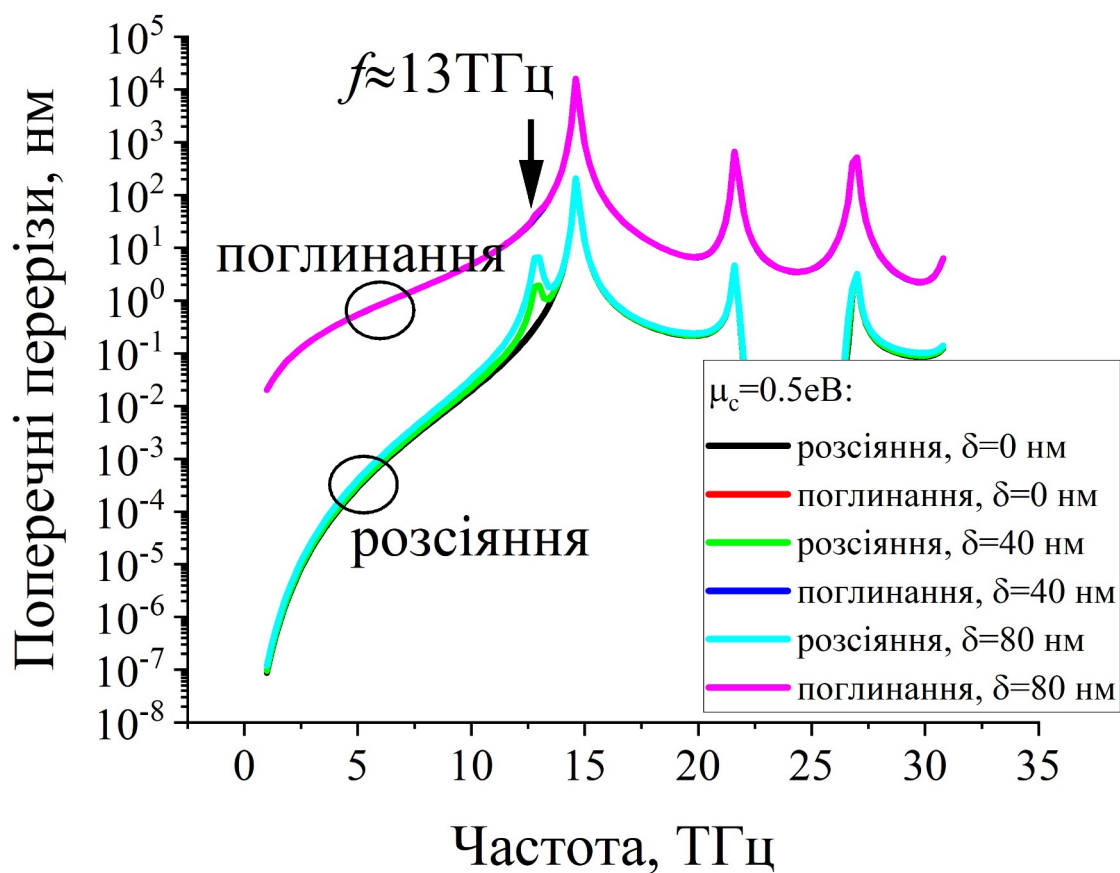


Рис. 12: Залежності повного поперечного перерізу розсіяння та поглинання від частоти для значення хімічного потенціалу 0.5 eV , ширина стрічок 1000 нм , відстань між стрічками 200 нм . Час релаксації графену 1 пс , температура кімнатна, $T = 300 \text{ K}$, швидкість електронного пучка $0.5c$.

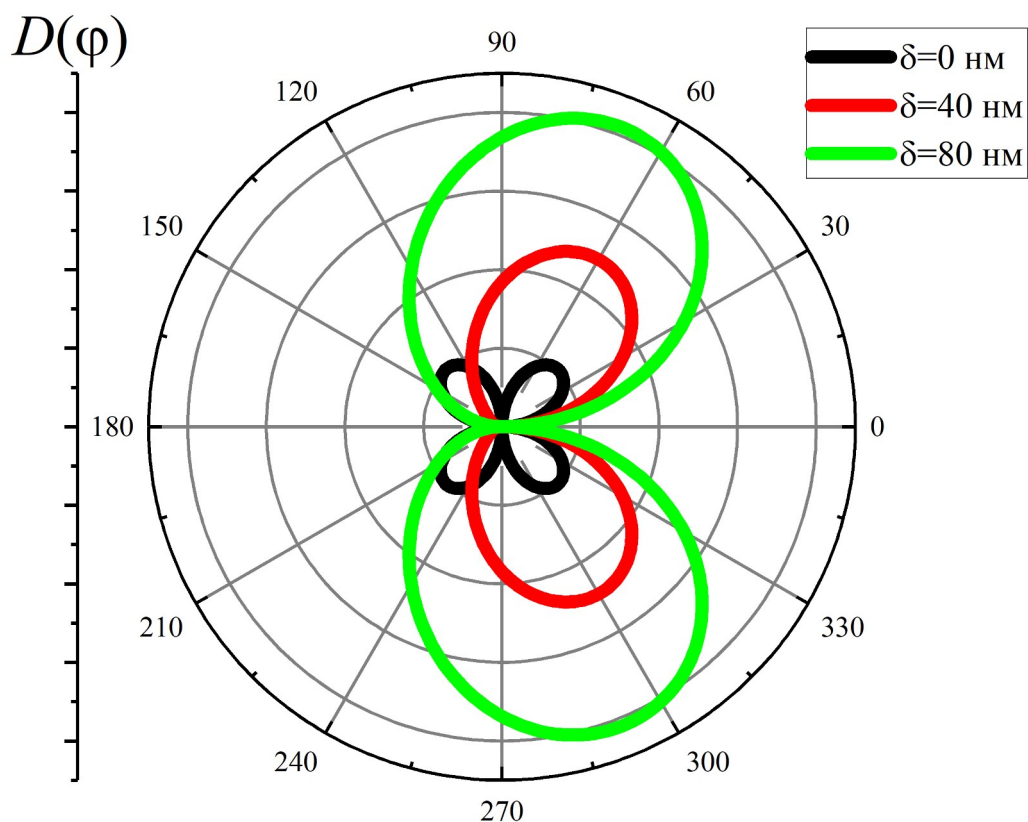


Рис. 13: Нормовані діаграми спрямованості при частоті 18 ТГц (відмічено на рис.11) для значення хімічного потенціалу 1eV, ширина стрічок 1000 нм, відстань між стрічками 200 нм, час релаксації графену 1 пс, температура кімнатна, $T=300\text{K}$, швидкість електронного пучка 0.5c.

Висновки

У роботі з використанням методу сингулярних інтегральних рівнянь проведено визначення відхилення електронного пучка за розсіяними полями двома графеновими стрічками у ТГц діапазоні. Показано, що:

- При зсуві електронного пучка виникають додаткові плазмонні резонанси на графенових стрічках при визначених частотах.

- З'являються додаткові максимуми у частотних залежностях перерізів розсіювання та поглинання при цих частотах.

- Є прямий зв'язок між величиною зсуву пучка і амплітудою розсіяного поля.

- Величину зсуву можна встановити за значенням перерізів розсіювання або за значенням діаграми спрямованості при фіксованому значенні кута у точках цих максимумів.

- При зсуві електронного пучка симетричний характер діаграми спрямованості порушується.

Список літератури

1. T. Low and P. Avouris, “Graphene plasmonics for terahertz to mid-infrared applications,” *ACS Nano* 8, 1086–1101 (2014).
2. Z. Ullah, G. Witjaksono, I. Nawi, N. Tansu, M. I. Khattak, and M. Junaid, “A review on the development of tunable graphene nanoantennas for terahertz optoelectronic and plasmonic applications,” *Sensors* 20, 1401 (2020).
3. J. Zhao, X. Liu, W. Qiu, Y. Ma, Y. Huang, J.-X. Wang, K. Qiang, and J.-Q. Pan, “Surface-plasmon-polariton whispering-gallery mode analysis of the graphene monolayer coated InGaAs nanowire cavity,” *Opt. Express* 22, 5754–5761 (2014).
4. J. P. Liu, X. Zhai, L. L. Wang, H.-J. Li, F. Xie, Q. Lin, and S.-X. Xia, “Analysis of mid-infrared surface plasmon modes in a graphenebased cylindrical hybrid waveguide,” *Plasmonics* 11, 703–711 (2016).
5. C. Dai, K. Agarwal, H. A. Bechtel, C. Liu, D. Joung, A. Nemilentsau, Q. Su, T. Low, S. J. Koester, and J.-H. Cho, “Hybridized radial and edge coupled 3D plasmon modes in self-assembled graphene nanocylinders,” *Small* 17, 2100079 (2021).
6. B. Zhu, G. Ren, Y. Yang, Y. Gao, B. Wu, Y. Lian, and J. Wang, “Field enhancement and gradient force in the graphene-coated nanowire pairs,” *Plasmonics* 10, 839–845 (2015).
7. M. Naserpour, C. J. Zapata-Rodríguez, S. M. Vukovic, H. Pashaeiadi, ' and M. R. Belic, “Tunable invisibility cloaking by using isolated ' graphene-coated nanowires and dimers,” *Sci. Rep.* 7, 12186 (2017).
8. M. Cuevas, S. H. Raad, and C. J. Zapata-Rodríguez, “Coupled plasmonic graphene wires: theoretical study including comp ex frequencies and field distributions of bright and dark surface plasmons,” *J. Opt. Soc. Am. B* 37, 3084–3093 (2020).
9. S. J. Smith and E. M. Purcell, “Visible light from localized surface charges moving across a grating,” *Phys. Rev.* 92, 1069 (1953).

10. A. I. Nosich, “Diffraction radiation which accompanies the motion of charged particles near an open resonator,” *Radiophys. Quantum Electron.* 24, 696–701 (1981).
11. L. A. Pazynin and V. G. Sologub, “Radiation of a point charge moving uniformly along the axis of a narrow cylindrical ring,” *Radiophys. Quantum Electron.* 25, 64–68 (1982).
12. L. A. Pazynin and V. G. Sologub, “Excitation of a cylindrical retarding system of finite length by a modulated flux of charge particles,” *Radiophys. Quantum Electron.* 30, 376–387 (1987).
13. G. I. Zaginaylov, Y. V. Gandel, and P. V. Turbin, “Modeling of plasma effect on the diffraction radiation of relativistic beam moving over a grating of finite extent,” *Microwave Opt. Technol. Lett.* 16, 50–54 (1997).
14. M. Castellano, V. A. Verzilov, L. Catani, A. Cianchi, G. Orlandi, and M. Geitz, “Measurements of coherent diffraction radiation and its application for bunch length diagnostics in particle accelerators,” *Phys. Rev. E* 63, 056501 (2001).
15. A. Nosych, C. Boccard, and M. Gasior, “Electromagnetic simulations of an embedded BPM in collimator jaws,” in *European Workshop on Beam Diagnostics and Instrumentation for Particle Accelerators (DIPAC)*, Hamburg, Germany (2011), pp. 71–73.
16. G. Valentino, A. A. Nosych, R. Bruce, M. Gasior, D. Mirarchi, S. Redaelli, B. Salvachua, and D. Wollmann, “Successive approximation algorithm for beam-position-monitor-based LHC collimator alignment,” *Phys. Rev. Spec. Top. Accel. Beams* 17, 021005 (2014).
17. B. Salvant, O. Aberle, and M. Albert, “Beam induced RF heating in LHC in 2015,” in *International Particle Accelerator Conference (IPAC)*, Busan, Republic of Korea (2016), pp. 602–605.
18. L. Bobb, R. Kieffer, T. Lefevre, S. Mazzoni, T. Aumeyr, P. Karataev, M. Billing, J. Conway, and J. Shanks, “Feasibility of diffraction radiation for noninvasive

- beam diagnostics as characterized in a storage ring,” *Phys. Rev. Accel. Beams* 21, 03801 (2018).
19. T. Muto, S. Araki, R. Hamatsu, H. Hayano, T. Hirose, P. Karataev, G. Naumenko, A. Potylitsyn, and J. Urakawa, “Observation of incoherent diffraction radiation from a single-edge target in the visible-light region,” *Phys. Rev. Lett.* 90, 104801 (2003).
 20. P. Karataev, S. Araki, R. Hamatsu, H. Hayano, T. Muto, G. Naumenko, A. Potylitsyn, N. Terunuma, and J. Urakawa, “Beam-size measurement with optical diffraction radiation at KEK accelerator test facility,” *Phys. Rev. Lett.* 93, 244802 (2004).
 21. M. Bergamaschi, A. Aryshev, P. Karataev, R. Kieffer, T. Lefevre, S. Mazzoni, N. Terunuma, and R. Yang, “Noninvasive micrometer-scale particle-beam size measurement using optical diffraction radiation in the ultraviolet wavelength range,” *Phys. Rev. Appl.* 13, 014041 (2020).
 22. N. Talebi, “Interaction of electron beams with optical nanostructures and metamaterials: from coherent photon sources towards shaping the wave function,” *J. Opt.* 19, 103001 (2017).
 23. D. O. Yevtushenko, S. V. Dukhopelnykov, and A. I. Nosich, “Modeling of optical diffraction radiation from a dielectric and a silver nanowire excited by a modulated electron beam,” *Opt. Quantum. Electron.* 51, 29 (2019).
 24. D. O. Yevtushenko, S. V. Dukhopelnykov, and A. I. Nosich, “Electron beam excitation of supermodes of a photonic molecule built on twin high refractive index dielectric nanowires,” *J. Appl. Phys.* 125, 223102 (2019).
 25. D. O. Yevtushenko and S. V. Dukhopelnykov, “Visible light from modulated electron beam moving between twin circular silver nanowires forming plasmonic photonic molecule,” *J. Opt.* 22, 025002 (2020).
 26. D. O. Herasymova, S. V. Dukhopelnykov, M. Lucido, and A. I. Nosich, “Optical sensing of electron-beam position with twin silver nanotube antenna tuned

- to hybrid surface plasmon resonance,” *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* 27, 4601008 (2021).
- 27.** D. Y. Sergeeva and A. A. Tishchenko, “On the polarizability of a cluster of interacting particles in polarization radiation,” *Phys. Atomic Nuclei* 83, 1489–1492 (2020).
- 28.** E. A. Velichko, “Evaluation of a dielectric microtube with a graphene cover as a refractive-index sensor in the THz range,” *J. Opt.* 18, 035008 (2016).
- 29.** H.-J. Li, L.-L. Wang, J.-Q. Liu, Z.-R. Huang, B. Sun, and X. Zhai, “Investigation of the graphene based planar plasmonic filters,” *Appl. Phys. Lett.* 103, 211104 (2013).
- 30.** H.-J. Li, L.-L. Wang, B. Sun, Z.-R. Huang, and X. Zhai, “Tunable midinfrared plasmonic band-pass filter based on a single graphene sheet with cavities,” *J. Appl. Phys.* 116, 224505 (2014).
- 31.** H. Li, C. Ji, Y. Ren, J. Hu, M. Qin, and L. Wang, “Investigation of multiband plasmonic metamaterial perfect absorbers based on graphene ribbons by the phase-coupled method,” *Carbon* 141, 481–487 (2019).
- 32.** S. V. Dukhopelnikov, R. Sauleau, and A. I. Nosich, “Integral equation analysis of terahertz backscattering from circular dielectric rod with partial graphene cover,” *IEEE J. Quantum Electron.* 56, 8500208 (2020).
- 33.** S. V. Dukhopelnikov, M. Lucido, and A. I. Nosich, “Circular dielectric rod with conformal strip of graphene as tunable terahertz antenna: interplay of inverse electromagnetic jet, whispering gallery and plasmon effects,” *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* 27, 4600908 (2021).
- 34.** G. W. Hanson, “Dyadic Green’s functions and guided surface waves for a surface conductivity model of graphene,” *J. Appl. Phys.*, vol. 103, pp. 064302, 2008.
- 35.** G. W. Hanson, “Dyadic Green’s functions for an anisotropic, non-local model of biased graphene,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 56, no. 3, pp. 747–757, 2008.

36. V. P. Gusynin, S. G. Sharapov, and J. B. Carbotte, “On the universal AC optical background in graphene,” *New. J. Phys.*, vol. 11, pp. 095013, 2009.
37. I. K. Lifanov, *Singular Integral Equations and Discrete Vortices*. Utrecht: VSP, 1996.
38. M. E. Kaliberda, L. M. Lytvynenko, and S. A. Pogarsky, “Singular integral equations in diffraction problem by an infinite periodic strip grating with one strip removed,” M. E. Kaliberda et al.: *Modeling of Graphene Planar Grating in the THz Range* 283 Authenticated | KaliberdaME@yandex.ru author's copy Download Date | 4/7/18 10:16 PM *J. Electromagn. Waves Applic.*, vol. 30, no. 18, pp. 2411–2426, 2016.
39. Y. V. Gandel, “Boundary-value problems for the Helmholtz equation and their discrete mathematical models,” *J. Math. Sci.*, vol. 171, pp. 74–88, 2010.
40. A. A. Nosich and Y. V. Gandel, “Numerical analysis of quasioptical multireflector antennas in 2-D with the method of discrete singularities: E-wave case,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 55, no. 2, pp. 399–406, 2007.
41. Y. V. Gandel, “Method of discrete singularities in electromagnetic problems,” *Probl. Cybern.*, vol. 124, pp. 166–183, 1986. (in Russian).
42. L. B. Felsen and N. Marcuvits, *Radiation and Scattering of Waves*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc., 1973.

Додаток

```
#include <iostream>
```

```
#include "Math.h"
```

```
#include "complex"
```

```
using namespace std;
```

```
double Pi = 3.14159265; //Число Пі
```

```
complex <double> I(0, 1); //Комплексна одиниця
```

```
double x1 = 0; //Нижня межа інтегрування
```

```
double xN; //Верхня межа інтегрування (взагалі, вона дорівнює нескінченості, але будемо рахувати наближено)
```

```
double dX=0; //Ширина кроку, рахується автоматично
```

```
double N; //Кількість кроків, введення с клавіатури
```

```
double c = 299792456; //Швидкість світла
```

```
double f = pow(10, 12) * 3; //Частота в герцах
```

```
double y = pow(10, -4) * 1;
```

```
double t = pow(10, -5) * 1; //Kci
```

```
double k = (2 * Pi * f) / c; //K -- хвильове число
```

```
/*
```

x -- це дзета.

*k = (2 * Pi * f) / c.*

$$c = 299792456 \text{ м/с.}$$

$$f = 1...5 \text{ ТГц} = 1..5 * 10^{12} \text{ Гц. } f \text{ я візьму } 3 * 10^{12} \text{ Гц.}$$

$$y = 0...100 \text{ нм} = 0...100 * 10^{10-6} \text{ м. } y \text{ я візьму } 100 * 10^{-6} \text{ м.}$$

$$t = 0...100 \text{ нс} = 0...100 * 10^{10-6} \text{ м. } t \text{ я візьму } 10 * 10^{-6} \text{ м.}$$

*/

complex <double> Function_y(complex <double> x) //Функція гамма від дзета

```
{
    complex <double> y = sqrt(1.0 - x * x);
    return y;
}
```

complex <double> Function_X(complex <double> x) //Функція від дзета

```
{
    complex <double> X = sin(k * x*(y - t));
    complex <double> XX = X / x;
    complex <double> XXX = XX * (x+I*Function_y(x));
    return XXX;
}
```

complex <double> Function_q(void) //Функція q (y, kci)

```
{
```

```

double Z = 120 * Pi;

complex <double> q;

if (t <= y)

{

    q = (2.0 * I * k * Pi) / Z;

}

else

{

    q = 0;

}

return q;

}

```

```

complex <double> Function_K(void) //Функція K для підрахунку інтегралу

{

    complex <double> result = 0; //Результат

    for (int a = 1; a <= N; a++)

    {

        result = result + ((Function_X(x1 + a * dX) + 4.0 * Function_X(x1 + (a + 0.5) * dX) + Function_X(x1 + (a + 1) * dX)) * (dX / 6)); //Розрахунок інтегралу через метод Сімпсона

    }

    result = k * result + Function_q();

```

```

    return result;
}

int main()
{
    start:

    cout << "N, please: \n"; //Введення кількості кроків

    cin >> N;

    cout << "xN, please: \n"; //Введення верхньої межі інтегрування

    cin >> xN;

    dX = (xN - x1) / N; //Розрахунок ширини кроку

    complex <double> integral_result = Function_K(); //Поміщаємо результат в
одну змінну

    cout << "Result: \n" << integral_result; //Виведення результату на екран

    cout << "\n";

    goto start;
}

```