


Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна
Фізичний факультет
Кафедра астрономії та космічної інформатики

«Допущено до захисту»
В.о. зав. кафедри астрономії та
космічної інформатики
_____ Шкуратов Ю. Г.
13 червня 2025 р. 

Оцінка «відмінно»
Голова ЕК
_____ Іванова О.
19 червня 2025 р.



Александров Артур Сергійович

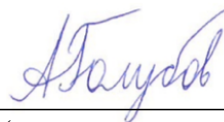
Утворення та розпад подвійних астероїдів

Дипломна робота на здобуття
освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр»
спеціальність 104-«фізика та астрономія»
освітньо-наукова програма «астрономія»



(підпис студента)

Науковий керівник – доцент кафедри
астрономії та космічної інформатики
доктор фіз.-мат. наук, Голубов О. А.



(підпис керівника)

Рецензент – молодший науковий
співробітник НДІ астрономії
ХНУ ім. Каразіна, Кириленко І. І.



(підпис рецензента)

Анотація

Александров А. С. Утворення та розпад подвійних астероїдів. – Рукопис.

Дипломна робота на здобуття ступеня вищої освіти «бакалавр» за спеціальністю 104 – «фізика та астрономія» – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Харків, 2025.

Дипломна робота присвячена вивченню механізмів утворення, еволюції та розпаду подвійних астероїдів. Дослідження моделює формування подвійних систем з одинарних астероїдів, які досягають критичних швидкостей обертання внаслідок ЯОРП-ефектів, що призводить до їхньої фрагментації на подвійні системи. Подальша орбітальна еволюція цих подвійних систем зумовлена подвійним ЯОРП-ефектом, який змінює відстань між ними і зрештою призводить або до розпаду на астероїдні пари, або до злиття в контактну-подвійні системи. Наші теоретичні оцінки передбачають, що астероїди існують у подвійному стані приблизно 7% свого життя, що за порядком величини збігається зі спостережуваною часткою подвійних астероїдів у популяції, яку оцінюють у 15%.

Розглянуто кілька сценаріїв еволюції подвійної астероїдної системи, що залежать від початкового стану обертання її компонентів. Визначено основні закономірності передачі моменту імпульсу між тілами та їхній вплив на кінцеву конфігурацію системи. Отримані результати дозволяють оцінити часові масштаби еволюції таких систем та визначити умови, за яких подвійний астероїд може досягнути стабільного стану. Важливим аспектом дослідження є визначення ролі ЯОРП-ефекту у зміні обертального моменту компонентів та його зв'язку з припливними ефектами. Аналіз показує, що взаємодія цих механізмів може призводити як до синхронізації системи, так і до її поступового розпаду або злиття.

Ключові слова: подвійний астероїд, астероїдна пара, ЯОРП-ефект, чисельне моделювання, припливні взаємодії.

Abstract

Aleksandrov A. S. Formation and destruction of binary asteroids -
Manuscript

Thesis for the degree of Higher Education «bachelor» in specialty 104 – “physics and astronomy” – V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, 2025.

The thesis is devoted to the study of the mechanisms of formation, evolution, and disruption of binary asteroids. It models the formation of binary systems from single asteroids that reach critical spin rates due to the YORP effects, leading to their fragmentation into binary systems. The subsequent orbital evolution of these binaries is driven by the BYORP effect, which alters the distance between the components and eventually results either in their disruption into asteroid pairs or in their merger into contact-binary systems. Our theoretical estimates suggest that asteroids exist in a binary state for approximately 7% of their lifetime, which is of the same order of magnitude as the observed fraction of binary asteroids in the population, estimated at around 15%.

Several scenarios of binary asteroid system evolution are considered, depending on the initial rotational state of their components. The main patterns of angular momentum transfer between the bodies and their influence on the system’s final configuration are identified. The obtained results allow for estimating the evolutionary timescales of such systems and determining the conditions under which a binary asteroid can reach a stable state. An important aspect of the study is the determination of the role of the YORP effect in changing the rotational momentum of the components and its interaction with tidal effects. The analysis shows that the interplay of these mechanisms can lead either to system synchronization or to its gradual disruption or merger.

Keywords: binary asteroid, asteroid pair, YORP effect, numerical modeling, tidal interactions.

ЗМІСТ

| | |
|---|-----------|
| ВСТУП | 5 |
| 1 Основні фактори еволюції подвійних астероїдів | 6 |
| 1.1 Ефекти ЯОРП | 6 |
| 1.1.1 Нормальний ЯОРП-ефект | 6 |
| 1.1.2 Подвійний ЯОРП-ефект | 9 |
| 1.1.3 Тангенціальний ЯОРП-ефект | 11 |
| 1.2 Припливні взаємодії | 13 |
| 1.3 Зіткнення | 16 |
| 1.4 Загальні сценарії еволюції | 18 |
| 1.4.1 Стани рівноваги | 20 |
| 2 Статистичні характеристики популяції подвійних астероїдів | 24 |
| 2.1 Кількість подвійних астероїдів | 24 |
| 2.2 Кількість астероїдних пар | 25 |
| 2.3 Розподіл подвійних астероїдів та астероїдних пар за розмірами | 26 |
| 2.4 Розподіл астероїдних пар за віком та їх корекція на неповноту вибірки астероїдів | 29 |
| 3 Модель еволюції подвійного астероїда | 37 |
| 3.1 Програма для чисельної еволюції подвійних астероїдів | 37 |
| 3.2 Рівновага двічі синхронних систем | 46 |
| ВИСНОВКИ | 51 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ | 52 |

ВСТУП

Однією із важливих складових Сонячної системи є астероїди. Вони привертають значну увагу дослідників як джерело космічної небезпеки, як потенційне джерело космічних ресурсів і як останні вцілілі свідки процесів планетоутворення. Особливо цікавими з наукової точки зору є подвійні астероїди, які складають значну частину популяції астероїдів, демонструють складну динаміку і становлять важливий еволюційний етап в житті багатьох астероїдів.

Система подвійних астероїдів – це система, що складається з двох астероїдів, які обертаються навколо спільного центру мас, який може бути розташований як у більшому тілі, так і поза ним.

На динаміку систем подвійних астероїдів впливають багато факторів. Одним із ключових є ефект ЯОРП (Ярковського – О'Кіфа – Радзієвського – Педдека). Це негравітаційний момент сили, що виникає через несиметричне розсіювання та перевипромінювання астероїдом сонячного світла, внаслідок чого змінюється кутова швидкість обертання астероїда. Крім ефекту ЯОРП, має місце ефект подвійний ЯОРП (Ćuk and Burns 2005) [1], який впливає саме на динаміку подвійних астероїдів та може викликати зміни в орбітальній еволюції цих систем.

Метою даної роботи є проаналізувати динаміку одинарних та подвійних астероїдів під дією ефекту ЯОРП. На основі статистичної обробки даних про відомі подвійні астероїди та астероїдні пари у внутрішній частині головного поясу астероїдів проаналізувати спрощені модельні припущення, за якими кожен одинарний астероїд, досягнувши під дією ефекту ЯОРП критичної швидкості обертання, утворює подвійний астероїд, яким потім, під дією подвійного ефекту ЯОРП, розпадається на астероїдну пару. Отримати незалежну оцінку для частки подвійних астероїдів. Провести чисельне моделювання динамічної еволюції подвійних астероїдів та порівняти його результати з аналітичними розв'язками їхніх рівнянь руху.

1 Основні фактори еволюції подвійних астероїдів

1.1 Ефекти ЯОРП

1.1.1 Нормальний ЯОРП-ефект

Дію ефекту ЯОРП проілюстровав у 2000 році Рубінкам на прикладі астероїда, що має форму кулі, до якої приєднані дві призми, які створюють крутний момент [2, 3]. Цю модель показано на рисунку 1.1. Сферична поверхня астероїда, розсіюючи або перевипромінюючи сонячне світло, не створює моменту сил, бо всі сили світлового тиску на неї направлені радіально й мають нульове плече важеля відносно центру астероїда. Натомість дві призматичні “пелюстки” створюють ненульовий ЯОРП-ефект. На передні й задні грані цих призм падає однакова середня потужність сонячного випромінювання. Це випромінювання розсіюється або перевипромінюється, створюючи сили світлового тиску віддачі. Для двох передніх граней призми ця сила розбивається на дві половини, які діють під кутом одна до одної, і їхні вертикальні компоненти взаємно компенсуються. В результаті сумарна сила світлового тиску віддачі на передні грані програє тиску на задні грані, і астероїд прискорює своє обертання.

Ефект ЯОРП описується рівнянням [3]:

$$T = \frac{C\Phi R^3}{c} \quad (1.1)$$

Тут C – коефіцієнт, що враховує асиметрію астероїда; R – радіус астероїда; c – швидкість світла; Φ – сонячна стала, яка виражається формулою:

$$\Phi = \frac{L_{\odot}}{4\pi r^2} \quad (1.2)$$

де L_{\odot} – світність Сонця; r – відстань до Сонця.

Запишемо формулу, що виражає зміну кутової швидкості під дією моменту сил:

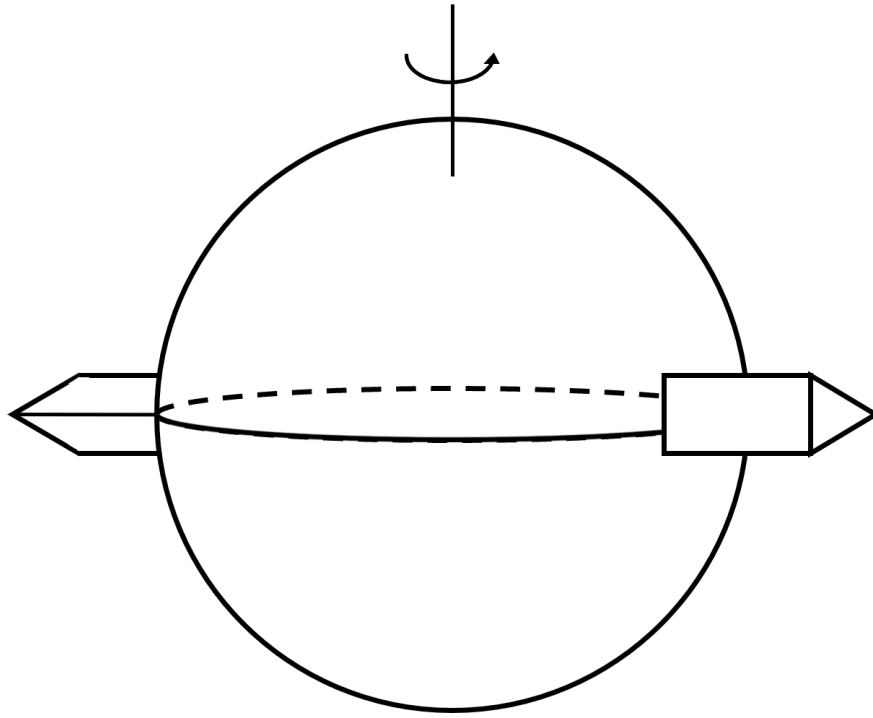


Рис. 1.1: Гвинт Рубінкама, що ілюструє дію ефекту ЯОРП.

$$T = I\dot{\omega} = I \frac{\omega_{cr}}{t} \quad (1.3)$$

Тут t – час розкручування астероїда від стану спокою до максимальної кутової швидкості ω_{cr} . Щоб знайти критичну кутову швидкість астероїда ω_{cr} , розглянемо ситуацію, зображену на рисунку 1.2. Уявимо, що на астероїді лежить камінець, на який діють дві сили – сила тяжіння та відцентрова сила. Щоб цей камінець покинув астероїд, він має набути першої космічної швидкості.

Відцентрова сила камінця масою m :

$$F_{\text{відц}} = \omega^2 R m \quad (1.4)$$

Сила тяжіння, що діє на камінець:

$$F_{\text{тяж}} = \frac{GmM}{R^2} \quad (1.5)$$

Тут масу астероїда можна виразити як:

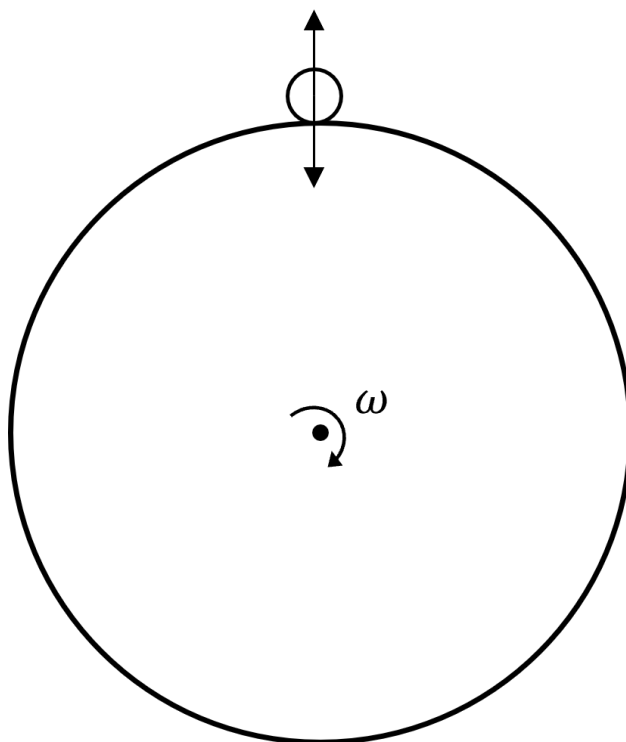


Рис. 1.2: Кутова швидкість при якій камінець покидає астероїд.

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \quad (1.6)$$

де ρ – густина астероїда.

Тепер прирівняємо формули 1.4 та 1.5, попередньо врахувавши 1.6 та вважаючи, що камінець перебуває в стані спокою на астероїді. Після скорочень отримаємо формулу для критичної кутової швидкості астероїда ω_{cr} :

$$\omega_{\text{cr}} = \sqrt{\frac{4\pi\rho G}{3}} \quad (1.7)$$

Якщо вважати астероїд твердим тілом, що має форму кулі, то можемо описати його момент інерції наступним виразом, одразу врахувавши в ньому формулу 1.6 для маси астероїда:

$$I = \frac{2}{5}MR^2 = \frac{8}{15}\pi\rho R^5 \quad (1.8)$$

Тепер можемо прирівняти праві частини формул 1.1 та 1.3, підставля-

ючи в першу вираз 1.2, а в другу 1.7 та 1.8:

$$\frac{C \left(\frac{L_{\odot}}{4\pi r^2} \right) R^3}{c} = \frac{8}{15} \pi \rho R^5 \frac{\sqrt{4\pi \rho G/3}}{t} \quad (1.9)$$

Скорочуємо та виражаємо t :

$$t = \frac{64}{15\sqrt{3}} \frac{\sqrt{G\pi^5 \rho^3} R^2 c r^2}{CL_{\odot}} \quad (1.10)$$

Ця формула дає вираз для часу розпаду астероїда під дією ефекту ЯОРП.

1.1.2 Подвійний ЯОРП–ефект

Два астероїди, що обертаються навколо спільного центру мас, називають подвійним астероїдом. Приклад показано на рисунку 1.3. На подвійний астероїд може діяти ефект подвійний ЯОРП [1], – це той самий ефект ЯОРП, змінюючи вже не момент імпульсу кожного окремого астероїда, а орбітальний момент системи двох астероїдів. Більший астероїд, в якому або ближче до якого розташований центр мас, вважають головним тілом, а менший називають супутником.

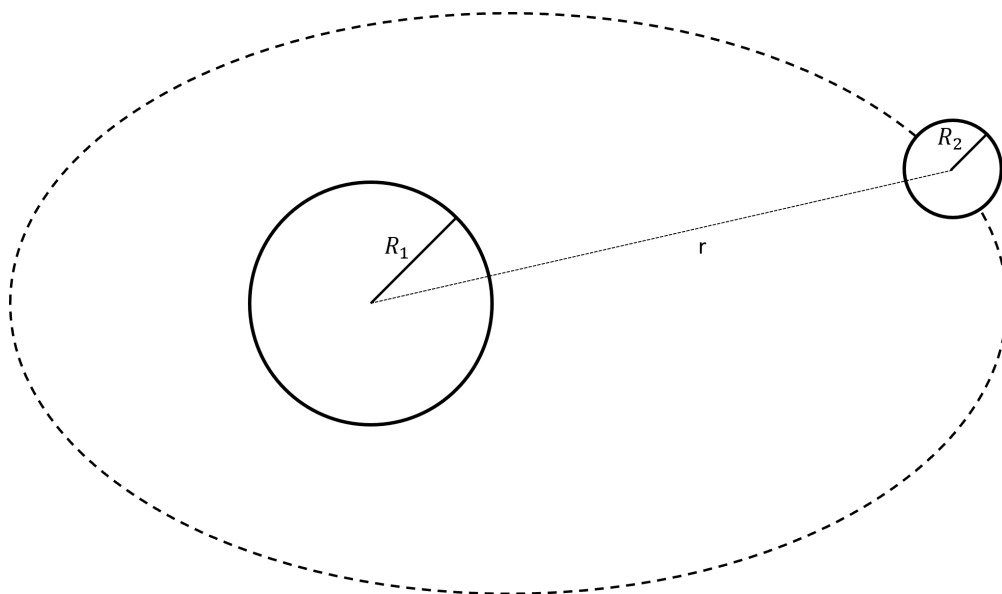


Рис. 1.3: Ілюстрація подвійного астероїда.

Подвійні системи, в яких всі три періоди обертання – два періоди

обертання астероїдів навколо своїх осей і орбітальний період системи – різні, називають асинхронними подвійними системами. Системи, де обертання супутника синхронізоване з періодом взаємної орбіти, називають синхронними подвійними системами. Якщо ж в системі і головне тіло, і супутник синхронізовані з їх орбітальним періодом, то такі системи вважають двічі синхронними [4, 5].

Вважаючи, що $M_1 \gg M_2$, знехтуємо рухом головного тіла навколо спільного центру мас і вважатимемо, що супутник обертається просто навколо головного тіла. Припускаючи, що цей подвійний астероїд утворився внаслідок розпаду астероїда через дію на нього ЯОРП-ефекту, ми можемо вважати густини ρ однаковими для головного тіла та для супутника.

Момент сили, що діє на систему, описується рівнянням [3]:

$$T = \frac{B\Phi}{c} R_2^2 r \quad (1.11)$$

Тут Φ/c – тиск сонячного світла; B – коефіцієнт, який відповідає за асиметрію астероїда; r – відстань між астероїдами.

Момент імпульсу на орбіті можна виразити наступною формулою, одразу врахувавши, що супутник обертається з першою космічною швидкістю:

$$L = M_2 v r = M_2 \sqrt{GM_1 r} \quad (1.12)$$

Знаючи формулу, що виражає зміну кутової швидкості під дією моменту сил, $\dot{L} = T$, та врахувавши рівняння 1.11 та 1.12, можемо скласти диференціальне рівняння:

$$M_2 \sqrt{GM_1} \frac{1}{2\sqrt{r}} \frac{dr}{dt} = \frac{B\Phi}{c} R_2^2 r \quad (1.13)$$

Розв'язуючи це диференціальне рівняння, будемо вважати мінімальну відстань між астероїдами рівною їх сумі радіусів $r_0 = R_1 + R_2$, а максимальну – нескінченністю $r_{\max} = \infty$. Проінтегрувавши рівняння з відокремленими

змінними, отримаємо час розпаду цього подвійного астероїда:

$$t = \frac{M_2 c \sqrt{GM_1}}{B\Phi R_2^2 \sqrt{R_1 + R_2}} \quad (1.14)$$

Врахуємо вирази для сонячної сталої 1.2 та для маси 1.6, тоді рівняння 1.13 набуде вигляду:

$$t = \frac{32}{3\sqrt{3}} \frac{R_2 r^2 c \sqrt{G\pi^5 \rho^3 R_1^3}}{BL_\odot \sqrt{R_1 + R_2}} \quad (1.15)$$

1.1.3 Тангенціальний ЯОРП-ефект

Тангенціальний ЯОРП-ефект — це механізм, що змінює обертання астероїдів за рахунок асиметричного теплового випромінювання з поверхні дрібних структур, таких як камені, валуни, заглиблення, гірки на їхній поверхні. Цей ефект додається до нормального ЯОРП-ефекту, який виникає через випромінювання у напрямку нормалі до поверхні. У випадку тангенціального ЯОРП-ефекту сила діє уздовж поверхні, тобто в тангенціальному напрямку. Рисунок 1.4 схематично зображує дію цього ефекту. Сферичні камені, що лежать на астероїді, є джерелом тангенціального ЯОРП-ефекту. В наших подальших схематичних ілюстраціях таке схематичне зображення каменів буде використовуватись для позначення астероїдів, на які діє тангенціальний ЯОРП-ефект.

Механізм виникнення тангенціального ЯОРП-ефекту базується на тепловій інерції матеріалу. Валуни чи виступи на поверхні астероїда вранці отримують освітлення зі сходу, а після полудня — із заходу. Через затримку у нагріванні та охолодженні, тобто теплову інерцію, західна сторона валуна, яка освітлена після полудня, залишається теплішою довше, ніж східна. Тому саме ця сторона і буде випромінювати більше інфрачервоного випромінювання, що буде породжувати реактивну силу у східному напрямку. Сума цих локальних реактивних сил, які спрямовані тангенціально до поверхні, створює момент сили, який змінює швидкість обертання всього тіла.

Вперше тангенціальний ЯОРП-ефект було представлено в роботі

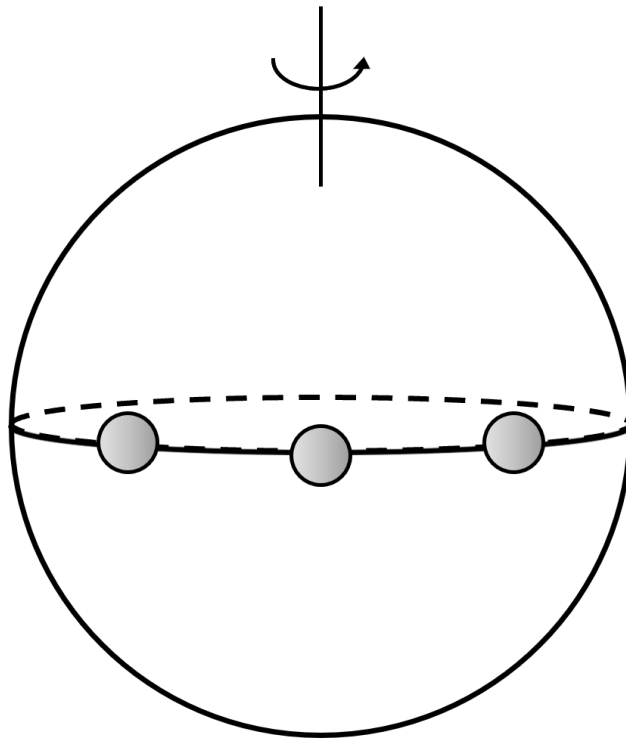


Рис. 1.4: Ілюстрація тангенціального ЯОРП-ефекту.

Golubov, Krugly [6] у 2012 році. Дослідження показало, що цей ефект може дорівнювати за величиною нормальному ЯОРП-ефекту і навіть перевершувати його в окремих випадках. Наприклад, сферичне тіло з ідеально симетрично розміщеними валунами може зазнавати тангенціального моменту, в той час як нормальний ЯОРП-ефект на такому тілі дорівнював би нулю.

Тангенціальний ЯОРП-ефект завжди призводить до збільшення швидкості обертання астероїда, що відрізняє його від нормального ЯОРП-ефекту, який може або сповільнювати обертання, або прискорювати його залежно від нахилу осі обертання, властивостей та форми астероїда. Аналітичний вираз для моменту сили тангенціального ЯОРП-ефекту, згідно Golubov & Scheeres (2019) [7] виглядає наступним чином:

$$T = 4.5 \frac{\Phi R^3}{c} n_0 \mu \exp \left(-\frac{(\ln \theta - \ln \theta_0)^2}{\nu^2} \right) \times (1 + \cos^2 \varepsilon) \operatorname{sgn}(\omega) \quad (1.16)$$

Тут: Φ – потік падаючого сонячного випромінювання на одиницю

площі; R – середній радіус астероїда; c – швидкість світла; n_0 – константа, що пропорційна щільності валунів на одиницю поверхні та характеризує кількість поверхневих структур, що впливають на тангенціальний ЯОРП-ефект; $\mu = 0.00644$ – безрозмірна константа, отримана за результатами чисельного моделювання; $\nu = 1.518$ – параметр, що визначає ширину гаусівського розподілу теплового параметру; θ_0 – тепловий параметр, де $\ln \theta_0 = 0.580$, що відповідає піковій величині ефекту; θ – тепловий параметр, що визначається формулою 1.17; ε – нахил осі обертання астероїда відносно площини орбіти; $\text{sgn}(\omega)$ – функція знаку швидкості обертання, яка дорівнює 1 при $\omega > 0$ та -1 при $\omega < 0$, забезпечуючи зростання абсолютної величини ω .

$$\theta = \frac{(C\rho\kappa\omega)^{1/2}}{(\varepsilon\sigma)^{1/4}(1-A)^{3/4}\Phi^{3/4}} \quad (1.17)$$

де C – питома теплоємність; ρ – густина; κ – теплопровідність; ω – швидкість обертання тіла; ε – теплова випромінювальна здатність; σ – стала Стефана-Больцмана; A – альbedo астероїдної поверхні.

Існування обертальних рівноваг визначається балансом між моментами сил нормального і тангенціального ЯОРП-ефектів при умові $T_{\text{NYORP}} + T_{\text{TYORP}} = 0$. Наявність стійких рівноваг змінює погляд на еволюцію астероїдів, зумовлену ЯОРП-ефектами. Детальніше рівноваги описані в розділі 1.4.1.

1.2 Припливні взаємодії

Припливні взаємодії є одним із ключових механізмів, на рівні з ЯОРП-ефектами, вони впливають на динамічну еволюцію астероїдів. Такі взаємодії можуть виникнути внаслідок гравітаційної дії одного тіла на інше, це може призвести до зміни форми поверхні та внутрішньої структури. У роботі Nimmo & Matsuyama (2019) [8] автори розглядають припливне розсіювання енергії в астероїдах, цей ефект відіграє важливу роль у еволюції подвійних астероїдних систем, особливо орбітальних та обертальних характеристик. Особливу увагу в цих дослідженнях приділяють подвійним астероїдам, бо їх

параметри дозволяють безпосередньо оцінювати припливні характеристики без прямого вимірювання гравітаційного поля за допомогою космічних місій. Припливне розсіювання описується через добротність Q та число Лява k_2 , за допомогою цих параметрів можна оцінити амплітуду та фазовий зсув припливного відгуку.

У випадках неідеально пружної деформації, що спричинена припливними силами та супроводжується фазовим зсувом між прикладеною силою та відгуком тіла, виникає припливне розсіювання, внаслідок чого втрачається енергія, яка йде на нагрів тіл, натомість як зменшення кінетичної енергії впливає на обертальну та орбітальну еволюцію подвійної системи. Якщо розглядати планети чи їх супутники, то в них розсіювання тепла пов'язане з в'язкими властивостями матеріалу. А якщо переходити до астероїдів типу “купи щебеню”, то в них механізм відрізняється, в таких тілах відбувається розсіювання в гранульованому реголіті, що покриває поверхню астероїда, за допомогою тертя, як пишуть Nimmo & Matsuyama (2019) [8] у своїй статті. Верхній шар реголіту зазнає руху частинок під дією припливних ефектів, що викликає тертя, тобто втрату енергії, цей підхід краще пояснює поведінку тіл з великою пористістю.

Добротність Q_{eff} залежить від товщини реголіту t , радіуса астероїда R , густини ρ , припливного нахилу $\frac{qn^2}{G\rho}$ (де q — співвідношення мас супутника і головного тіла, n — середній рух, G — гравітаційна стала) та коефіцієнта тертя f . Згідно з Nimmo & Matsuyama (2019) [8] добротність задається рівнянням:

$$Q_{\text{eff}} \sim \left[\frac{qn^2}{G\rho} \right] \frac{1}{Nf} \left(\frac{R}{t} \right)^2 \sim 3 \times 10^{-3} \left(\frac{qn^2}{3 \times 10^{-10} \text{ c}^{-2}} \right) \left(\frac{2 \text{ г/см}^3}{\rho} \right) \left(\frac{R}{t} \right)^2. \quad (1.18)$$

Виходячи з попередньої формули, можна сказати, що більша товщина реголіту або коефіцієнт тертя будуть підвищувати розсіювання, тобто зменшувати Q , тоді як зростання припливного нахилу знижує розсіювання. Тут Q_{eff} є частотно-залежним, бо припливна деформація залежить від середнього руху n . Результат краще відповідає спостережним даним, особливо

там, де припливні ефекти взаємодіють з подвійним ЯОРП-ефектом.

Припливні взаємодії дуже добре розглядати на подвійних астероїдних системах, через те, що їх орбітальні характеристики дозволяють розрахувати параметр $\frac{k_2}{Q}$ на основі рівноваги між припливними та іншими ефектами, наприклад, подвійний ЯОРП-ефект. Цей ефект пов'язаний із впливом сонячного випромінювання на супутник системи, та може зменшувати або збільшувати його велику піввісь, протидіючи припливному розширенню. Припливне розсіювання можна оцінити трьома наступними методами. Перший метод припускає, що зміна великої піввісі зумовлена тільки припливним розсіюванням, без подвійного ЯОРП-ефекту, тому отримані значення будуть лише верхніми межами, цей ефект запропонований Taylor & Margot (2011) [9] та використовує спостережуваний радіус орбіти системи для оцінки μQ , де μ — це модуль зсуву. Другий підхід був описаний Jacobson & Scheeres (2011) [10] та базується на ідеї існування стану рівноваги між припливним тертям, коли збільшується велика піввісь, та подвійним ЯОРП-ефектом, який його компенсує і прагне скоротити. І останній метод, який описав Pravec et al. (2014) [11] для оцінки використовує часові шкали гасіння обертового хаосу. Метод є не таким точним через невизначеність в ефективності різних механізмів збудження тамблінгу.

Найбільш важливим є метод Jacobson & Scheeres (2011) [10], який використовує рівновагу подвійних систем з синхронним супутником. За даними Pravec et al. (2016) [12] наразі таких систем відомо 28, для них розраховані значення параметру $\frac{BQ}{k_2}$, де B — це коефіцієнт подвійного ефекту ЯОРП, що відповідає за відстань між компонентами системи. Отримане значення $\frac{BQ}{k_2}$ лінійно залежить від радіуса астероїда R , що відповідає моделі, за якої товщина реголітового шару $t \sim 30$ м. Спостереження Scheirich et al. (2015) [13] астероїда (175706) 1996 FG3 підтвердили існування рівноважного стану між подвійним ЯОРП-ефектом і припливним тертям, та дали оцінку товщини реголіту на рівні ~ 76 м, що узгоджується з середньою оцінкою для інших тіл.

Саме в реголіті відбувається фрикційне розсіювання, тому його товщина є дуже важливою. Описана ідея передбачає, що саме шар ~ 30 м

є основним джерелом тертя, а нижчі менш рухливі шари вважаються не такими дисипативними. Це нагадує поверхню Місяця, де дрібнозернистий реголіт лежить на монолітних породах. Nimmo & Matsuyama (2019) [8] вважають, що товщина реголіту або взагалі не залежить від радіуса, або трохи зменшується з його зростанням, що відповідає теоретичним прогнозам Langevin & Maurette (1980) [14]. Тобто, для малих астероїдів товщина реголіту може бути на рівні десятків метрів і далі може зменшуватись з ростом радіуса через меншу активність ударних процесів на поверхнях більших тіл.

1.3 Зіткнення

Одним із ключових факторів в еволюції тіл головного поясу астероїдів є зіткнення. Через зіткнення виникають нові фрагменти, утворюються подвійні астероїдні системи, відбуваються зміни фізичних властивостей астероїдів, їхньої динаміки, розподілу астероїдів за розмірами. У статті Bottke et al. (2015) [15] зазначено, що колізійні процеси на рівні з припливними взаємодіями та ЯОРП-ефектами дуже сильно впливають на вигляд головного поясу астероїдів. Існує думка, що він перебуває у квазістаціонарному стані, коли на заміну зруйнованим тілам приходять нові уламки від руйнування тіл більшого розміру.

За даними Bottke et al. (2015) [15] ймовірність зіткнень у головному поясі астероїдів становить близько $2.9 \times 10^{-18} \text{ км}^{-2} \text{ рік}^{-1}$, а середня швидкість зіткнень – 5.3 км/с, це дозволяє оцінити частоту та наслідки зіткнень для астероїдів залежно від розмірів. Для катастрофічного розпаду треба досягти критичної енергії руйнування, яка залежить від розміру та фізичних властивостей тіла. Для невеликих розмірів ($D < 100 - 200 \text{ м}$) руйнування залежить від міцності матеріалу, тоді як для більших розмірів переважає саме гравітаційний режим, де самогравітація утримує фрагменти, що може призвести до утворення гравітаційних агрегатів або куп щебеню.

Одним із наслідків зіткнень є утворення подвійних систем. Системи, в яких супутники, сформовані внаслідок субкатастрофічних зіткнень з тілом

розміру близько 100 км, називаються SMATS ¹ [16]. Гідродинамічні моделювання Venavidez et al. (2012) [17] демонструють, що зіткнення з астероїдами типу купи щебеню призводять до утворення таких фрагментів, які далі еволюціонують у подвійні або множинні системи, особливо в умовах низької швидкості або нецентрального удару. Фрагменти, які будуть викинуті з поверхні тіл під час удару, можуть почати взаємодіяти між собою або з головним тілом; далі під дією припливних сил або ефектів ЯОРП може утворитись стійка система з двох тіл, як зазначає Jacobson et al. (2011) [10].

У роботі Jutzi et al. (2015) [18] досліджуються чисельні моделі зіткнень. Вони включають в себе моделі міцності, пористості, рівняння стану та дозволяють оцінити вплив властивостей матеріалу на результат зіткнень. З симуляцій відомо, що пористість тіл впливає на поглинання енергії удару внаслідок стиснення, це, у свою чергу, зменшує розмір кратера, або ж кількість утворених фрагментів. Подвійні астероїди зручні для цих досліджень, оскільки наявність супутника типу купи щебеню свідчить про низьку когезію та високу пористість.

Згідно Merline et al. (2002) [19] відомо, що супутники у астероїдів утворюються частіше не внаслідок повного руйнування, а внаслідок сильного кратерування тіла, тобто субкатастрофічних зіткнень. Утворені уламки можуть далі еволюціонувати та утворювати гравітаційно зв'язані подвійні астероїди. Є відомі зі спостережень системи, що мають великі супутники, не пов'язані з катастрофічними руйнуваннями; прикладами є такі астероїди, як (22) Калліопа, (45) Євгенія, (87) Сільвія та (762) Пулкова.

Durda et al. (2004) [16] проводили чисельні гідродинамічні симуляції та показали, що кратероутворюючі зіткнення можуть викликати відділення фрагментів, які в подальшому захоплюються гравітацією тіла, у випадку коли воно пористе або складається з уламків. Цей механізм частіше спостерігається у великих тілах з діаметром понад 100 км, бо їхня більша гравітаційна сила допомагає утримати супутник.

Під час зіткнень утворюється багато малих уламків, які розсіюються через подальшу колізійну або динамічну еволюцію. Виявлення систем,

¹SMATS — Smashed Target Satellites

утворених таким способом, значно ускладнене через обмеження наземних оптичних телескопів. Для подвійних систем зі співвідношенням мас тіл 1:25 супутники були виявлені лише з появою адаптивної оптики; до цього зробити це було неможливо [19].

Зіткнення можуть впливати на формування подвійних астероїдних систем не напряму, а опосередковано. Це означає, що вони можуть не розбити астероїд на частини, а, наприклад, розкрутити його або так змінити форму астероїда, що його розкрутить ЯОРП-ефект. Потім швидке обертання астероїда може призводити до утворення супутників або астероїдних пар.

Дослідження Bottke et al. (2005) [20], Cibulková et al. (2014) [21] демонструють, що головний пояс астероїдів раніше був значно щільнішим, тобто він перебував під інтенсивним колізійним навантаженням. Це означає, що раніше в ньому відбувалося набагато більше зіткнень, і, ймовірно, утворювалося більше подвійних систем, ніж тепер.

1.4 Загальні сценарії еволюції

У статті Jacobson & Scheeres (2011) [5] наведена ідея еволюції астероїдів, що наближаються до Землі, яка охоплює всі відомі типи астероїдних систем. Ілюстрацію всіх сценаріїв еволюції наведено на рисунку 1.5, взятому з роботи Jacobson & Scheeres (2011) [5]. Найголовніший механізм в даній моделі – ЯОРП-ефект, бо він може розкрутити астероїд до критичного стану, після чого той розпадеться на частини внаслідок обертальної фрагментації. Подальша еволюція буде залежати від співвідношення мас компонентів отриманої системи.

У разі високого масового відношення (близько 0.2 і вище) отримана подвійна система буде мати від'ємну вільну енергію та буде гравітаційно зв'язана. Спочатку обертання системи буде хаотичним, але з часом має стабілізуватись завдяки припливним силам та перейти в стан двічі синхронної системи, де обертання обох компонентів узгоджене з орбітальним періодом всієї системи. Наступний крок на шляху астероїда буде визначати подвійний ЯОРП-ефект, який впливає на орбіту супутника: якщо орбіта

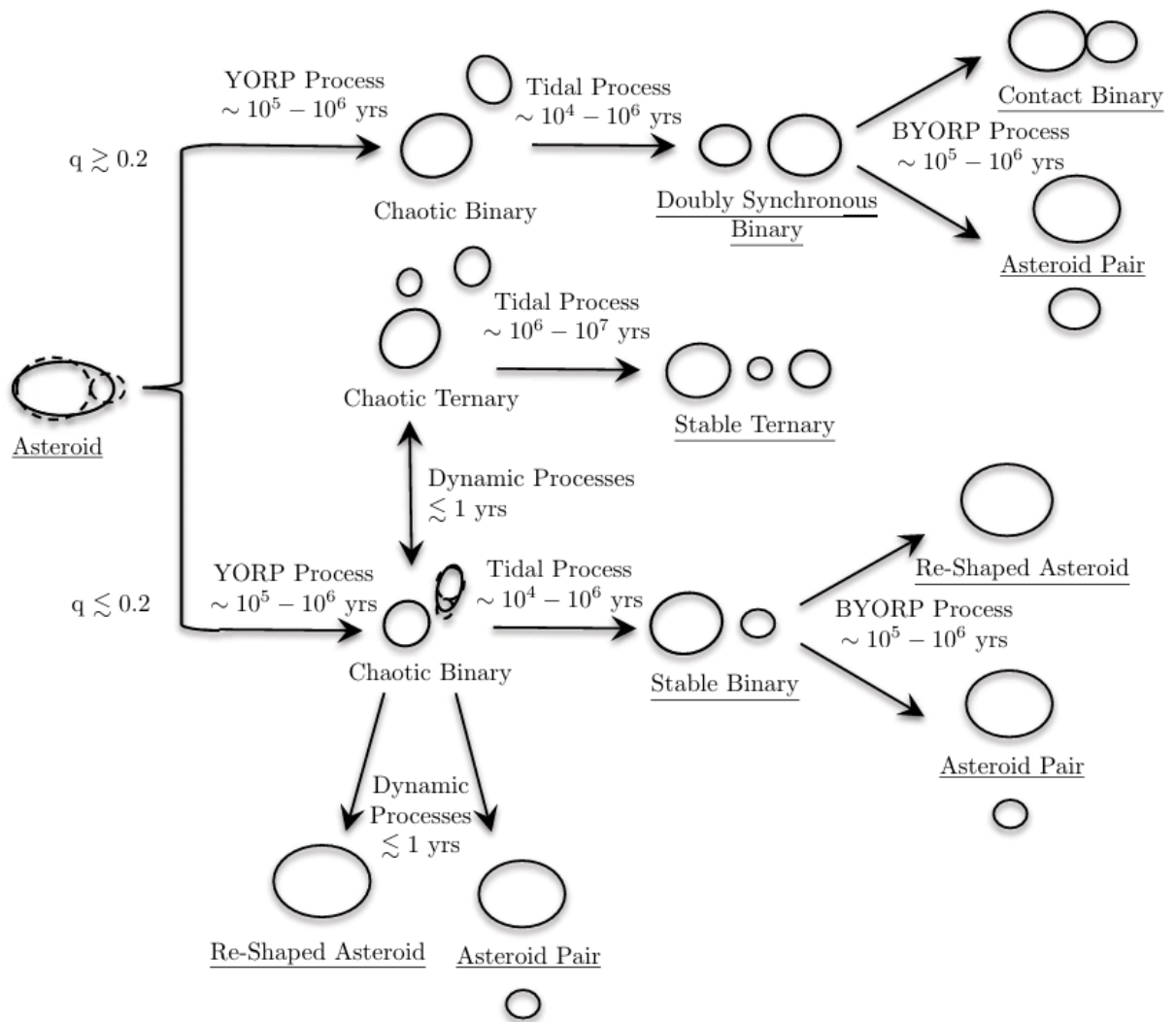


Рис. 1.5: Загальні сценарії еволюції

стискається, то тіла зіткнуться та утвориться контактна подвійна система, якщо розширюється, то з часом система перейде до стану астероїдної пари, коли астероїди більше не зв'язані гравітаційно і рухаються окремо.

Якщо масове відношення після розпаду низьке (менше за 0.2), система матиме додатну вільну енергію, що призводить до слабшої взаємодії компонентів. Ці системи в більшості випадків перебувають в хаотичному русі та дуже швидко розпадаються на астероїдну пару або зливаються назад в один астероїд зі зміненою формою. Але, все ж таки, іноді припливні взаємодії допомагають стабілізувати тіла та утворити стабільну подвійну систему. З часом така подвійна система під дією подвійного ЯОРП-ефекту теж або зливається, або розпадається на астероїдну пару, але це відбувається на значно довших часових масштабах.

Окрім цього, у системах із низьким відношенням мас часто спостерігається подальша фрагментація, коли супутник розпадається під дією динамічних збурень, що призводить до утворення хаотичної потрійної системи. Ця система згодом може стабілізуватися як потрійна, загубити один компонент та повернутися до подвійної, або взагалі розпастися.

Еволюція астероїдів є циклічним процесом, коли одне й те саме тіло може багато разів проходити по різних сценаріях, утворювати собі супутники, втрачати їх, повторно розпадатися чи зливатися. Ця ідея розвитку астероїдних систем є досить природною своєю послідовністю та багатогранністю етапів, та всі описані вище системи (подвійні, контактні подвійні, астероїдні пари, потрійні та переформовані системи) добре вписуються в модель.

1.4.1 Стани рівноваги

Рівноважні стани астероїдів та подвійних систем дуже тісно пов'язані з ЯОРП-ефектами, які визначають зміну обертового руху астероїдів внаслідок нерівномірного випромінювання теплової енергії з поверхні. У роботі розглядаємо нормальний ЯОРП-ефект, що діє на вісь обертання астероїда, і тангенціальний ЯОРП-ефект, що змінює його обертову швидкість. Також у подвійних астероїдних системах розглядаємо подвійний ЯОРП-ефект, що додатково впливає на динаміку взаємодії компонентів, разом з нормальним та тангенціальним ЯОРП-ефектами.

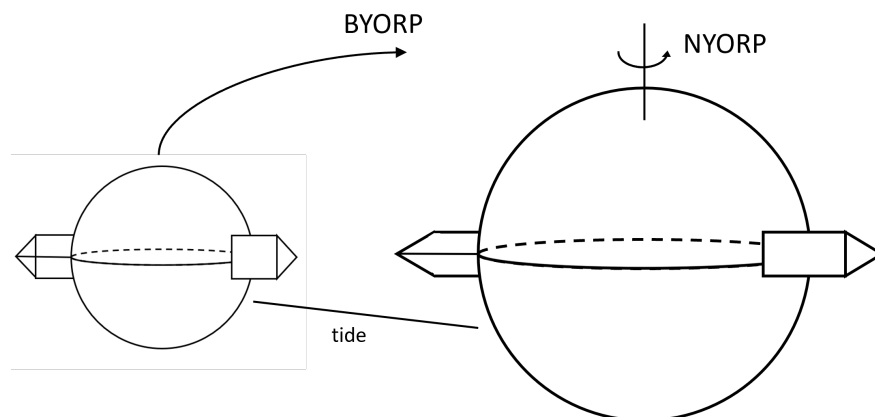


Рис. 1.6: Ілюстрація NB-рівноваги.

Спочатку розглянемо NB-рівновагу, яка зображена на рисунку 1.6.

У цьому випадку два астероїди синхронно обертаються навколо спільного центру мас, та рівновага системи встановлюється завдяки балансу між нормальним ЯОРП-ефектом та подвійним ЯОРП-ефектом [3]. У цей час астероїди обертаються навколо центру мас так, що відцентрова сила компенсує силу тяжіння, натомість як припливне тертя прибирає всі можливі коливання та прагне до синхронізації обертання тіл із їх орбітальним періодом. Оскільки подвійний ЯОРП-ефект пропорційний відстані між тілами, а нормальний ЯОРП-ефект не залежить від цієї відстані, в деяких випадках можливий стан рівноваги, в якому ці ефекти взаємно компенсуються. Система може довго залишатись у стабільному стані, в якому обертання обох компонентів не буде змінюватись, поки не буде вибита з нього зіткненням або іншим збуренням.

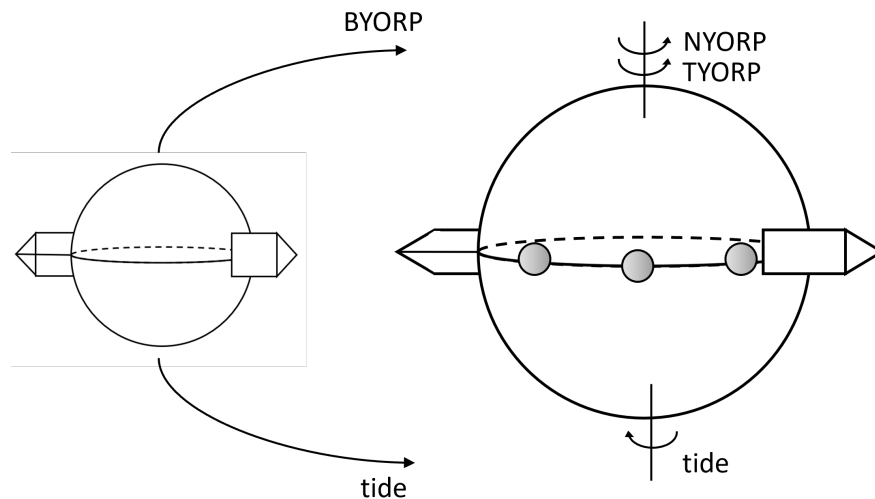


Рис. 1.7: Ілюстрація NTBt-рівноваги.

На рисунку 1.7 зображена NTBt-рівновага, в якій лише один астероїд є синхронізованим із орбітальним періодом, а другий обертається незалежно, на відміну від NB-рівноваги, де обидва тіла системи є синхронізованими [22]. Розглядаючи цей стан, можна прийти до висновку, що він є не таким стабільним, бо припливне тертя, яке діє на супутник, з часом змінює його кутовий момент, викликаючи дрейф системи, тобто наближення супутника до головного тіла або, навпаки, віддалення від нього. Головне тіло отримує кутовий момент, як від нормального, так і від тангенціального ЯОРП-ефектів, які можуть один одного компенсувати або змінювати обертання системи. В цьому сценарії подвійний ЯОРП-ефект виступає в ролі стабілізатора, який

поступово прагне наблизити систему до повної синхронізації або, навпаки, може призвести до її дестабілізації, розпаду. Також періодичні зміни обертальних характеристик можуть бути викликані гравітаційними збуреннями від інших тіл Сонячної системи, що додатково змінює рівновагу системи.

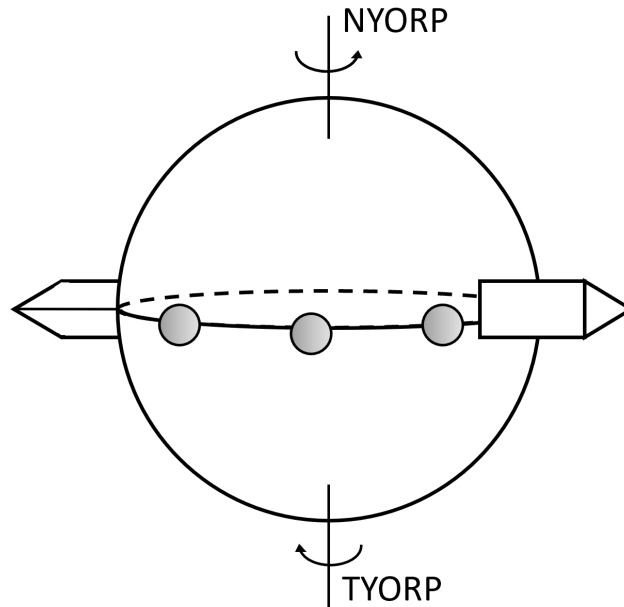


Рис. 1.8: Ілюстрація NT-рівноваги.

Рівноваги можуть виникати не тільки у подвійних системах, а й в одинарних астероїдах. Прикладом є NT-рівновага, яка проілюстрована на рисунку 1.8. Ця рівновага показує результат взаємодії від'ємного нормального ЯОРП-ефекту та додатного тангенціального ЯОРП-ефекту [7]. Якщо ці ефекти врівноважуються, то астероїд переходить у стабільний стан, в якому його обертання залишається незмінним. Оскільки цей стан залежить від форми астероїда, його альbedo та теплових характеристик поверхні, то він є динамічною рівновагою.

При певних нахилах і швидкостях обертання астероїда нормальний ЯОРП-ефект може стати нульовим, тобто будь-які зовнішні моменти, що змушують астероїд змінювати свою кутову швидкість протягом тривалого часу відсутні [23]. Такий стан астероїдів називають N-рівновагою.

Якщо астероїд обертається надто швидко, його форма починає деформуватись через відцентрові сили, тому розгляд поведінки астероїда поблизу граничної швидкості обертання є також важливим аспектом його руху. Іноді

ЯОРП-ефект при таких умовах може повністю зникнути та утвориться новий стан рівноваги. Якщо ж астероїд дуже розкрутиться та швидкість обертання буде перевищувати критичне значення, він може зазнати розпаду на частини і в подальшому утворити подвійну систему або просто відбудеться викид поверхневого матеріалу у вигляді пилу та камінців [24]. Після утворення подвійної системи компоненти можуть продовжити поступово віддалятися один від одного та утворити астероїдну пару, або навпаки, зближатись та перейти до контактної-подвійної системи.

У випадках зовнішніх впливів на систему, таких як зіткнення з дрібними космічними тілами, поверхня астероїда може змінюватись, призводячи до випадкових змін його ЯОРП-ефекту. В результаті, замість систематичного прискорення астероїда до межі руйнування, з'являються випадкові блукання кутової швидкості астероїда. Це явище, зване стохастичним ЯОРП-ефектом, може сильно сповільнювати обертальну еволюцію астероїдів і подовжувати тривалість ЯОРП-циклів. Таке сповільнення обертальної еволюції подібне до аналогічних явищ, викликаних станами ЯОРП-рівноваги, хоч, звісно, стохастичний ЯОРП-ефект, строго кажучи, станом рівноваги не є [25].

2 Статистичні характеристики популяції подвійних астероїдів

2.1 Кількість подвійних астероїдів

Найперші відомі оцінки частки подвійних астероїдів базувались на статистиці подвійних кратерів. Bottke та Melosh (1996) [26] на основі аналізу кратерів на поверхні Землі виявили, що близько 15% астероїдів можуть бути подвійними. Втім, на таких тілах, як Марс, Церера та Веста, відсоток подвійних кратерів є значно нижчим – 3-4% [27], 0.31% та 0.175% відповідно [28].

Pravec et al. (1999) [29] провели аналіз фотометричних спостережень змін блиску астероїдів, що наближаються до Землі, і чії криві блиску демонструють подвійний період обертання. Їх результати свідчили, що 17% астероїдів можуть бути подвійними.

Margot et al. (2002) [30] використовували радіолокаційні спостереження, що дозволило отримати оцінку у 16% для подвійних астероїдів серед популяції астероїдів, що наближаються до Землі.

У 2006 році Pravec et al. [31] провели симуляцію фотометричних спостережень астероїдів, оцінивши частку подвійних астероїдів як $15 \pm 4\%$.

Подальші дослідження Margot, Pravec, Taylor (2015) [4] та Pravec et al. (2016) [12] прийняли оцінку $15 \pm 4\%$, запропоновану Pravec et al. (2006) [31], як стандартну для опису частки подвійних астероїдів у популяції астероїдів, що наближаються до Землі.

Більшість з цих оцінок узгоджуються між собою, незалежно від застосованих методів досліджень (фотометрія, радіолокація чи аналіз кратерів). Результат свідчить про те, що частка подвійних астероїдів у популяції становить близько $15 \pm 4\%$.

В головному поясі також відомо багато подвійних астероїдів, однак частку подвійних серед астероїдів головного поясу поки що не вдається надійно визначити через значні ефекти селекції. Очікується, що серед

невеликих астероїдів головного поясу подвійні астероїди приблизно так само поширені, як і серед астероїдів, що наближаються до Землі [4].

Частка подвійних астероїдів є вищою серед навколоземних астероїдів зі швидким обертанням ($66_{-12}^{+10}\%$ за оцінками Pravec et al. (2006) [31]) і серед членів астероїдних пар (38% у вибірці астероїдів з роботи Pravec et al. (2019) [32]).

З іншого боку, прямі спостереження за допомогою адаптивної оптики вказують на значно менший відсоток подвійних астероїдів серед великих астероїдів головного поясу. За даними Margot, Pravec, Taylor (2015) [4], відомо 16 подвійних систем, виявлених серед приблизно 300 досліджених великих астероїдів, тобто приблизно 5%.

Ця розбіжність між часткою подвійних систем серед великих і малих астероїдів може пояснюватись різними механізмами їх утворення: для великих переважають зіткнення, а для малих астероїдів розміром 0.2-13 км переважає обертальне руйнування після розкручування ЯОРП-ефектом до критичної швидкості обертання [4].

2.2 Кількість астероїдних пар

Астероїдна пара - це два астероїди, що мають дуже схожі геліоцентричні орбіти та вважаються фрагментами одного тіла, яке розпалося внаслідок динамічних подій. Вперше астероїдні пари були систематично виявлені Vokrouhlický & Nesvorný (2008) [33], – автори показали, що близькість орбіт деяких астероїдів не може бути випадковою.

Для знаходження пар використовується метод, який розробили Pravec & Vokrouhlický (2009) [34]. Він аналізує відстані між орбітами в п'ятивимірному просторі орбітальних елементів $(a, e, i, \omega, \Omega)$. Відстані між орбітами зазвичай становлять від кількох десятих до кількох десятків метрів за секунду, це відповідає низьким швидкостям під час близьких зближень. Для того, щоб підтвердити парність, проводять зворотні моделювання орбітальної еволюції, – це дозволяє також оцінити час розділення пари.

Дослідження відомих астероїдних пар показало, що більшість з них

утворилася внаслідок обертального розпаду [35], хоча існують і альтернативні механізми їх утворення – зіткнення з іншими тілами [33] або утворення внаслідок розпаду подвійної астероїдної системи [36].

Наразі відомо про 312 астероїдних пар, які знаходяться в базі даних Johnston’s Archive². Їхнє відкриття є результатом роботи багатьох дослідників, зокрема Vokrouhlicky, Nesvorný, Pravec, Kuşylenko. Пошук нових астероїдних пар залишається актуальним завдяки постійному відкриттю нових астероїдів та покращенню точності їхніх характеристик, особливо орбітальних. Цікаво, що серед відомих астероїдних пар спостерігається дефіцит астероїдів типу M, які визначаються як металеві астероїди, Kuşylenko et al. (2024) [37] пишуть, що це може бути пов’язано з їхніми фізичними властивостями, які ускладнюють утворення пар.

2.3 Розподіл подвійних астероїдів та астероїдних пар за розмірами

Дослідимо розподіл розмірів для астероїдних пар. Використовуємо дані Johnston’s Archive (див. 2.2), з них обираємо лише пари з відомим віком та для кожної розраховуємо розмір, якщо він не відомий, за формулою Harris & Harris (1997) [38]:

$$d = \frac{1329}{\sqrt{p_v}} \cdot 10^{-0.2H}. \quad (2.1)$$

Тут H – зоряна величина астероїда, а p_v – його геометричне альbedo, яке вважаємо $p_v = 0.15$ [38]. Розрахунки розміру робимо для головного тіла та для супутника.

Будуємо залежність d_2/d_1 від d_1 , де d_1 – розмір головного тіла, d_2 – розмір супутника. Результат представлений на рисунку 2.1 червоними точками. Для кращого розуміння графіка астероїди згруповано у біни.

Зробимо такий самий аналіз з подвійними астероїдами. Аналогічно

²<https://www.johnstonsarchive.net/astro/asteroidpairs.html>

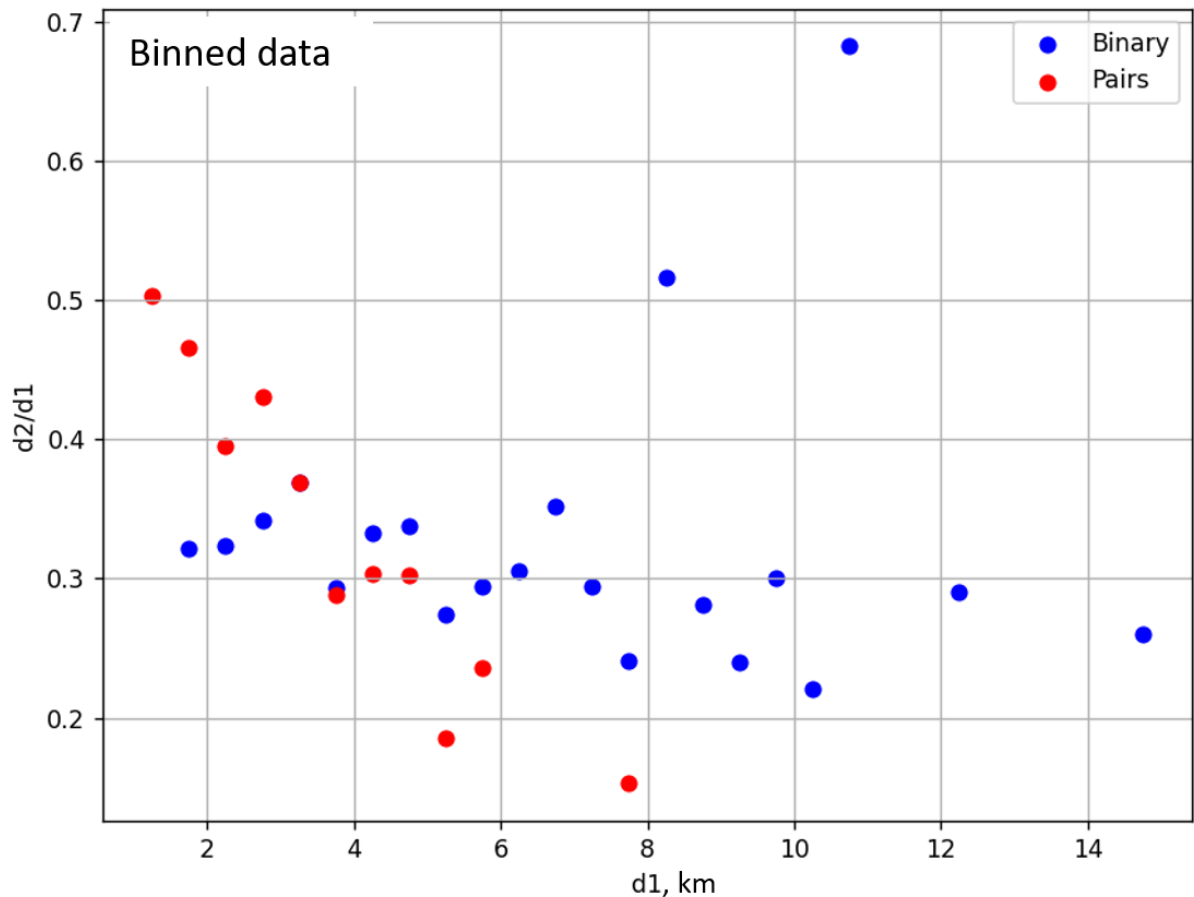


Рис. 2.1: Залежність d_2/d_1 від d_1 . Червоні точки – астероїдні пари, сині точки – подвійні астероїди.

використовуємо дані Johnston's Archive³ та обробляємо їх. Обираємо лише внутрішню частину головного поясу астероїдів, а саме велику піввісь між резонансами 3:1 і 4:1 з Юпітером та ексцентриситетом нижче резонансу ν_6 , як видно з рисунку 2.2 який взято з роботи Jewitt et al. (2009) [39] – це в межах $2.06 < a < 2.5$ та $e < 0.3$. Так само розраховуємо відношення розмірів супутника до головного тіла та наносимо результат на графік залежності d_2/d_1 від d_1 . Результат зображений на рисунку 2.1 синіми точками.

Розділимо астероїдні пари та подвійні астероїди за розмірами головного тіла на три групи геометричною прогресією: 1 – 1.77 км, 1.77 – 3.13 км, 3.13 – 5.54 км у діаметрі та покажемо результат на графіку 2.3. Видно, що відношення розмірів подвійних астероїдів для кожної групи майже не відрізняється, а ось для астероїдних пар, особливо у групах 1 – 1.77 км та 1.77 – 3.13 км в діаметрі, здаються завищеними, тому при розрахунках

³<https://www.johnstonsarchive.net/astro/astmoontable.html>

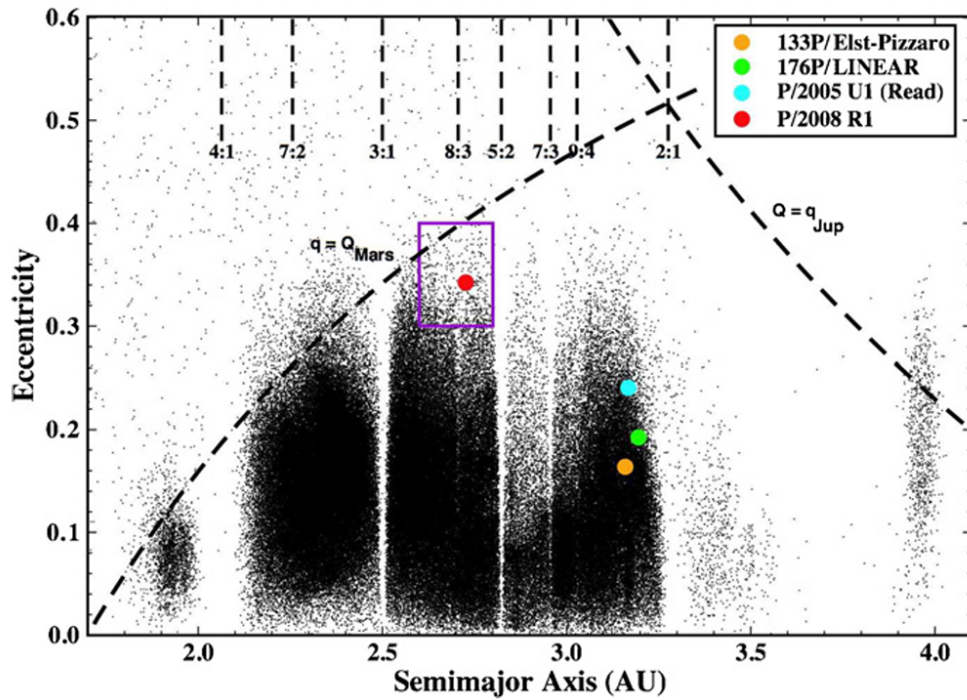


Рис. 2.2: Орбітальний розподіл астероїдів головного поясу (взято з роботи Jewitt et al. (2009) [39])

середнього значення відношення розмірів астероїдів спиратимемося саме на значення для подвійних астероїдів. Далі будемо вважати його таким:

$$\frac{d_2}{d_1} = 0.3 \quad (2.2)$$

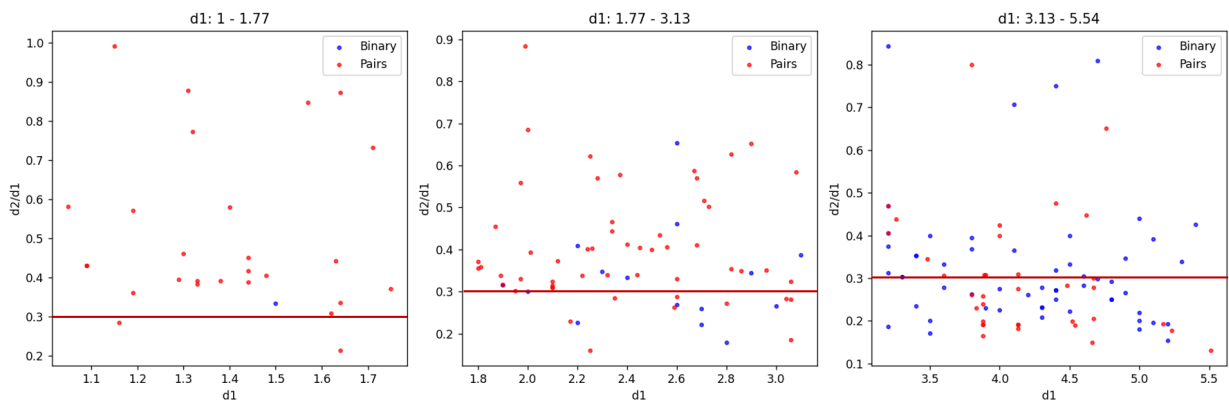


Рис. 2.3: Залежність d_2/d_1 від d_1 . Червоні точки – астероїдні пари, сині точки – подвійні астероїди. Червона горизонтальна лінія відмічає значення 0.3, яке використовувалось у наших теоретичних розрахунках.

Знаючи відношення 2.2 розмірів супутника до головного тіла, можемо розрахувати теоретичне значення відсотку астероїдних пар як відношення часу до подвійного ЯОРП-ефекту до суми часів нормального та подвійного

ЯОРП-ефектів:

$$\frac{t_{\text{BYORP}}}{t_{\text{NYORP}} + t_{\text{BYORP}}} \quad (2.3)$$

Тобто ми вважаємо, що астероїд під дією нормального ЯОРП-ефекту розпадається на подвійний астероїд, а після цього під дією подвійного ЯОРП-ефекту утворюється астероїдна пара. При розрахунках часу розпаду під дією досліджуваних ефектів за формулами 1.1 та 1.11 значення ЯОРП-коефіцієнтів беремо: $C = 0.012$ та $B = 0.06$. Відношення розмірів супутника й головного тіла беремо 0.3, що узгоджується з даними для подвійних астероїдів на рисунку 2.3. Після розрахунків отримуємо теоретичну оцінку частки подвійних астероїдів: 7.2%.

2.4 Розподіл астероїдних пар за віком та їх корекція на неповноту вибірки астероїдів

Відсоток подвійних астероїдів можна отримати з аналізу астероїдних пар, використовуючи дані з розділу 2.3. Для цього розділимо всі відомі пари за віком для розуміння того, скільки пар якого розміру утворюється за певний час.

Розділимо всі дані на три групи за розмірами більшого тіла: 1 — 3 км, 3 — 5 км, 5 — 10 км у діаметрі та підрахуємо через кожні 100 тис. років, скільки відомо пар кожного розміру. Отриманий результат нанесено на графік, представлений на рисунку 2.4.

Як видно з рисунка 2.4, після 500 тис. років кількість пар починає суттєво зменшуватись. Це очікувано, адже чим старші пари, тим складніше їх знаходити, й навпаки — молоді пари знаходити легше. Тому для наступних розрахунків будемо брати лише кількість пар за перші 400 тис. років.

Для кожної групи розраховуємо середні розміри більшого та меншого астероїдів, а за формулою 1.15 обчислюємо час розпаду під дією подвійного ЯОРП-ефекту. Отримані результати наведені в таблиці 2.1.

В цьому аналізі ми припускаємо, що всі молоді астероїдні пари вже

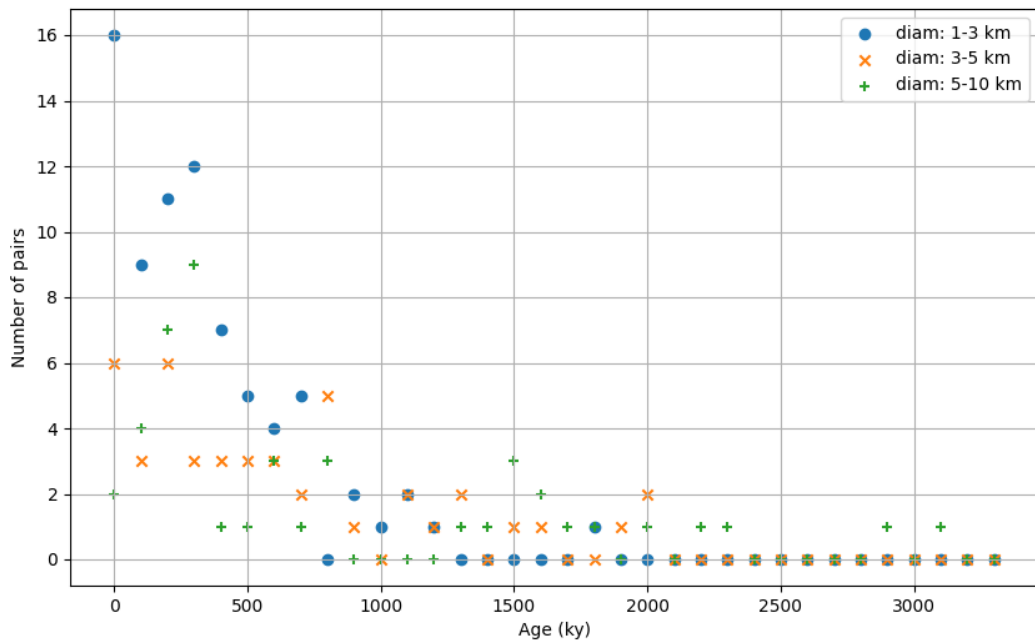


Рис. 2.4: Розподіл астероїдних пар за віком. Сині точки для діаметра більшого астероїда розміром 1 — 3 км, помаранчеві хрести для 3 — 5 км та зелені плюси 5 — 10 км

Табл. 2.1: Параметри астероїдних пар для різних груп розмірів більшого тіла

| | Група 1 (1 — 3 км) | Група 2 (3 — 5 км) | Група 3 (5 — 10 км) |
|---|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| Кількість пар $k_{\text{пар}}$ за t_{400} | 48 | 18 | 22 |
| Діаметр більшого астероїда (км) | 2.27 | 3.94 | 7.55 |
| Діаметр меншого астероїда (км) | 1.10 | 1.26 | 2.25 |
| Час розпаду, млн років | 1.5 | 3.2 | 11 |

відкриті. Дійсно, орбіти всіх відомих астероїдів ретельно перевіряють на приналежність до пар, і ймовірність уникнути відкриття для молодої пари відомих астероїдів є незначною, якщо тільки орбіти астероїдів не лежать у сильно збуреній області, не належать до щільного сімейства та не містять надмірно великих похибок в орбітальних елементах. Втім, багато астероїдних пар могли бути упущені через те, що один або обидва астероїди, які входять до їхнього складу, ще не відкриті. Щоб скорегувати на цю непов-

ноту вибірки астероїдів, ми оцінимо, який відсоток від загальної кількості астероїдів становлять вже відкриті астероїди. Оскільки ми зараз працюємо тільки з внутрішньою частиною головного поясу ($2.06 < a < 2.5$ та $e < 0.3$, див. пункт 2.3), ми припускаємо, що всі розглядувані астероїди знаходяться приблизно на однаковій відстані від Землі. Тому ми припускаємо, що неповнота вибірки залежить від єдиного параметра – розміру астероїда. Як і раніше, розміри астероїдів при невідомих діаметрах ми обчислюємо за формулою 2.1, вважаючи геометричне альbedo $p_v = 0.15$. Для проведення дослідження неповноти вибірки астероїдів ми користуємось даними зі Small-Body Database⁴.

Розбиваємо астероїди на групи, підраховуємо їх кількість у кожній групі та будуємо залежність кількості астероїдів від їх розміру у логарифмічному масштабі та апроксимуємо її за формулою:

$$N_{\text{theor}} = aN^{-b} \quad (2.4)$$

де N_{theor} — теоретична кількість астероїдів, N — кількість астероїдів, отримана з відомих даних, a і b — параметри, що задають степеневий закон розподілу астероїдів за розмірами. Результати нанесено на рисунок 2.5.

Також на рисунок 2.5 нанесемо результати Bottke et al. (2005) [40] для порівняння з самостійно отриманими даними. Як бачимо, за нахилом вони дуже добре збігаються.

Ми наближаємо розподіл астероїдів за розмірами лінійним законом саме в діапазоні розмірів 1-2 км, оскільки це нижня межа розмірів, на яких вибірку астероїдів можна вважати відносно повною. Вище цієї межі нахил розподілу змінюється, але неістотно для нашого аналізу, оскільки для всіх більших розмірів ми просто вважаємо вибірку повною. Можливо, що нахил якимось чином змінюється і для менших розмірів, але ця зміна прихована за більш істотним фактором – сильною неповнотою вибірки. Не знаючи напевне, як саме нахил може змінитись при малих розмірах, ми пропускаємо його незмінним. Хоч така гіпотеза неминуче є лише наближенням, вона

⁴https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_query.html

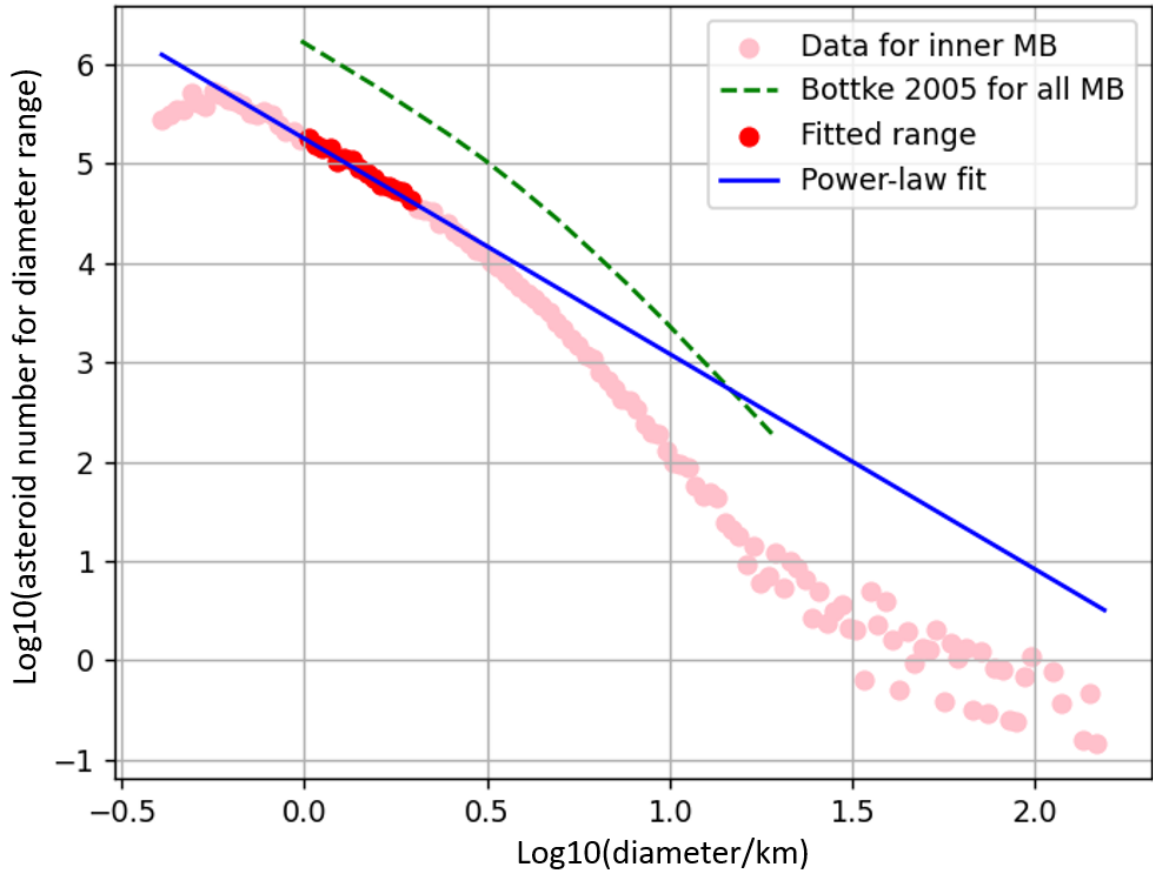


Рис. 2.5: Диференціальний розподіл розмірів астероїдів внутрішнього головного поясу

дозволяє нам врахувати більшу частину неповноти вибірки і ввести корекцію на неї.

Далі треба отримати відношення спостережуваної кількості астероїдів до їх теоретичної кількості:

$$f = \frac{N}{N_{\text{theor}}} \quad (2.5)$$

Спробуємо наблизити цю залежність наступною функцією:

$$f_{\text{theor}} = \log_{10} \frac{1}{1 + \frac{1}{c10^{fd}}}. \quad (2.6)$$

Тут d та c — параметри, які відповідають за положення цієї функції. За розрахованими даними будемо залежність відношення спостережуваної кількості астероїдів до їх теоретичної кількості f від розміру астероїда та

наносимо також на цей графік обчислені f_{theor} . Результат в логарифмічному масштабі представлений на рисунку 2.6.

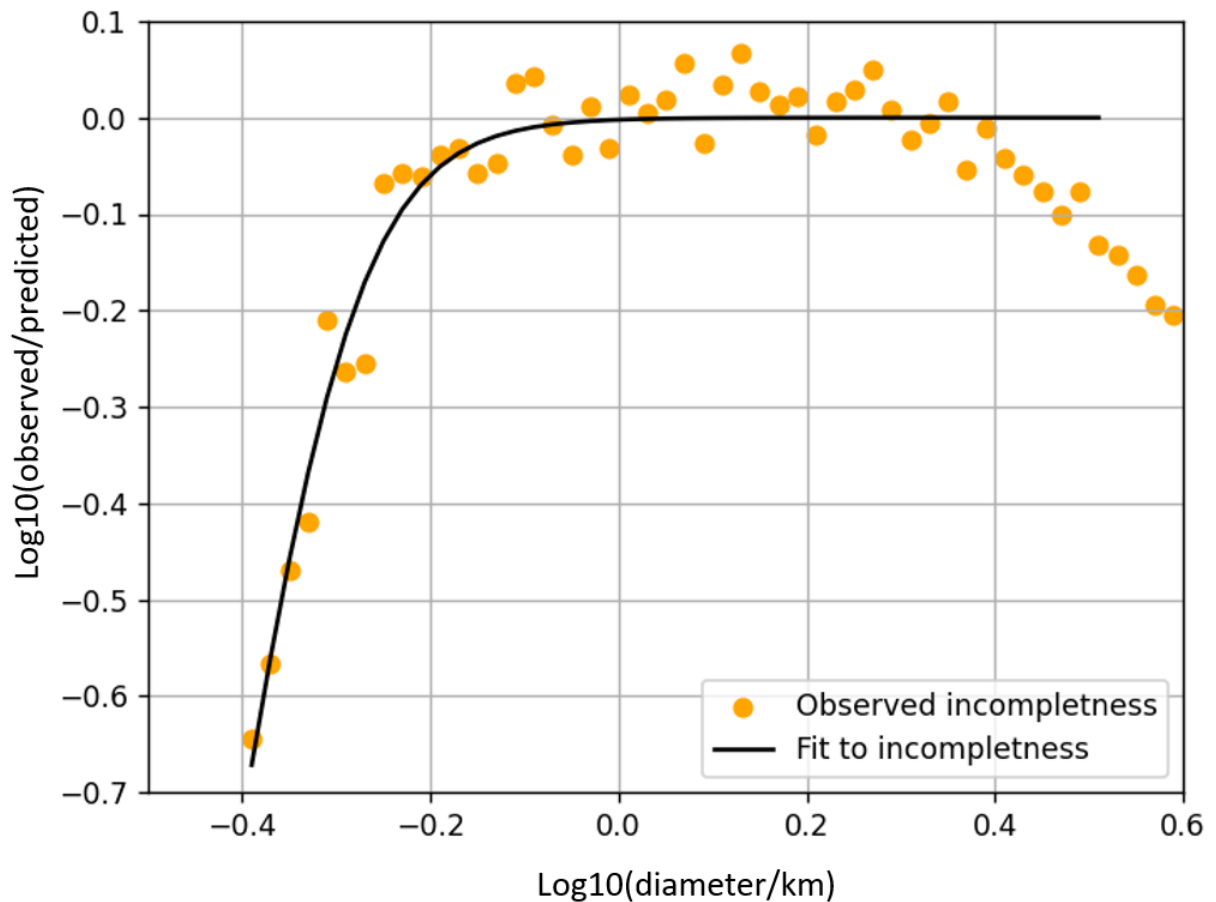


Рис. 2.6: Залежність f , відношення теоретичної кількості астероїдів до їх спостережуваної кількості, від розміру астероїдів.

Розраховані міри неповноти використовуємо для оцінки спостережного упередження на кількість головних і вторинних членів астероїдних пар в усіх групах за розмірами. Підраховуємо кількість відомих астероїдів в кожній розглянутій групі K_{ast} . За допомогою отриманого графіка, наведеного на рисунку 2.5, можемо визначити міри неповноти для обох членів астероїдної пари, відповідно до їх розмірів, які наведені в таблиці 2.2. Далі використовуємо такі позначення: k_{pair} — кількість пар, які утворились за t_{400} для кожної з груп, $t_{400} = 400$ тисяч років, K_{ast} — кількість відомих астероїдів для груп, $f(d_1)$ та $f(d_2)$ — міри неповноти для більшого та меншого тіл, t_{decay} — час розпаду пар під дією подвійного ЯОРП-ефекту. Обчислюємо частку подвійних астероїдів для кожної з груп на основі отриманих даних. Для цього запишемо формули для знаходження кількості спостережуваних

пар.

$$\frac{dN_{\text{pair}}^{\text{obser}}}{dt} = \frac{k_{\text{pair}}}{t_{400}} \quad (2.7)$$

Тоді для знаходження теоретичної кількості пар використаємо формулу:

$$\frac{dN_{\text{pair}}^{\text{theor}}}{dt} = \frac{1}{f(d_1)} \frac{1}{f(d_2)} \frac{dN_{\text{pair}}^{\text{obser}}}{dt} \quad (2.8)$$

а для кількості подвійних астероїдів маємо:

$$N_{\text{binary}}^{\text{theor}} = t_{\text{decay}} \frac{dN_{\text{pair}}^{\text{theor}}}{dt} = \frac{k_{\text{pair}} t_{\text{decay}}}{t_{400} f(d_1) f(d_2)}. \quad (2.9)$$

Використовуючи формули 2.7, 2.8 та 2.9 отримуємо вираз для частки подвійних астероїдів:

$$\eta = \frac{N_{\text{binary}}^{\text{theor}}}{N_{\text{ast}}^{\text{theor}}} = \frac{k_{\text{pair}} t_{\text{decay}}}{t_{400} f(d_1) f(d_2)} \frac{f(d_1)}{K_{\text{ast}}} = \frac{k_{\text{pair}} t_{\text{decay}}}{t_{400} K_{\text{ast}} f(d_2)} \quad (2.10)$$

Всі результати даних розрахунків записані в таблицю 2.2.

Різниця між частками подвійних астероїдів, розрахованими різними способами, може критися як в неточності використаних методів аналізу даних, так і в неточності вибраної теоретичної моделі.

Методи підгонки степеневого закону до розподілу астероїдів за розмірами та визначення міри неповноти вибірки потребують подальшого вдосконалення (наприклад, використання складнішого закону і визначення його параметрів методом найменших квадратів). Наше припущення про те, що відкриті вже всі молоді астероїдні пари з відомими астероїдами-членами, також може не відповідати дійсності. Використані групи за розмірами астероїдів можуть бути занадто широкими, а внутрішня частина головного поясу може бути занадто неоднорідною за складом, щоб усереднені теоретичні розрахунки та статистичні оцінки мали сенс для таких популяцій. Канонічне значення частки подвійних астероїдів, 15%, на якому ми ґрунтуємось, теж визначено неточно і на основі неповних даних.

Табл. 2.2: Оцінка кількості подвійних астероїдів за кількістю пар

| | Група 1 (1 — 1.77 км) | Група 2 (1.77 — 3.13 км) | Група 3 (3.13 — 5.54 км) |
|--|---------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Кількість відомих астероїдів K_{ast} | 76192 | 36056 | 11596 |
| Діаметр більшого астероїда (км) | 1.39 | 2.39 | 4.16 |
| Діаметр меншого астероїда (км) | 0.7 | 0.97 | 1.22 |
| Частка подвійних астероїдів | 0.04% | 0.32% | 1% |

Неточності теоретичної моделі можуть бути наступні. Час еволюції як одинарних, так і подвійних астероїдів під дією ефекту ЯОРП може бути суттєво збільшеним через наявність стійких рівноважних станів, в яких різні компоненти ЯОРП-ефекту взаємно компенсуються. Зміна нахилу осі астероїда одночасно зі зміною його періоду обертання під дією ЯОРП-ефекту може призводити до того, що пришвидшення обертання зміниться сповільненням ще до досягнення критичної кутової швидкості. Досягнувши критичної швидкості обертання, астероїд не обов'язково розпадається на подвійну систему: зсуви ґрунту або незначна втрата маси в ході астероїдної активності можуть так змінити форму астероїда, що його ЯОРП-ефект змінить знак, і астероїд сповільнить обертання, уникнувши розпаду. Однак, якщо розпад астероїда відбувся, то за певних відношень мас супутник може покинути головне тіло в ході динамічних гравітаційних процесів, оминаючи стадію подвійного астероїда. Навпаки, деякі подвійні астероїди можуть формуватися внаслідок зіткнень, а не тільки через розпад астероїдів зі швидким обертанням. Так само й астероїдні пари можуть утворюватися в результаті зіткнень астероїдів. Додатковим фактором еволюції подвійних астероїдів, знехтуваним в наших розрахунках, є припливна взаємодія між компонентами.

Тим не менш, така велика розбіжність всіх оцінок для частки подвійних астероїдів свідчить про те, що вибірка пар є дуже неповною навіть для наймолодших пар, та рівновага подвійного ЯОРП-ефекту перешкоджає розпаду системи. Подальше вдосконалення моделі може допомогти перевірити важливість факторів і краще уточнити шляхи утворення і руйнування подвійних астероїдів.

3 Модель еволюції подвійного астероїда

3.1 Програма для чисельної еволюції подвійних астероїдів

На еволюцію подвійних астероїдів впливають гравітаційні сили, а також додаткові механізми, такі як ЯОРП-ефекти. Залежно від того, як змінюється кутова швидкість обертання кожного з тіл відносно орбітальної частоти, виділяють кілька типів синхронізації системи. У кожному з випадків змінюється передача моменту імпульсу між тілами, що впливає на їхню динаміку. Спробуємо чисельно промоделювати еволюцію для кожного з цих типів.

Початкові параметри наведені у таблиці 3.1

Будемо описувати взаємодії та зміни кутових швидкостей (ω , ω_1 , ω_2) системи під впливом кількох механізмів: ефектів ЯОРП (нормального, тангенціального та подвійного) і припливних моментів, які розраховуються за формулами 1.1, 1.16, 1.11 і 1.18. Перепишемо ці формули у вигляді, в якому будемо використовувати далі:

$$T_{\text{tides}} = \frac{2\pi q^2 \rho R^5 \omega_{\text{cr}}^2}{Q(\omega_{\text{cr}}/\omega)^4}, \quad (3.1)$$

$$T_{\text{NYORP}} = \frac{C\Phi R^3}{c}, \quad (3.2)$$

$$T_{\text{TYORP}} = \frac{D\Phi R^3}{c} e^{\frac{-(\log \theta - \log \theta_0)^2}{\nu^2}}, \quad (3.3)$$

$$T_{\text{BYORP}} = \frac{B\Phi R^3 q^{2/3} \left(\frac{\omega_{\text{cr}}}{\omega}\right)^{2/3}}{c}. \quad (3.4)$$

Програма розділена на чотири випадки: обидва тіла асинхронні; головне тіло асинхронне, супутник синхронний; головне синхронне, супутник асинхронний; обидва синхронні.

Табл. 3.1: Початкові параметри для програми з чисельної еволюції подвійних астероїдів

| Величина | Значення | Пояснення |
|-----------------|---|---|
| G | $6.67 \times 10^{-11} \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2$ | Гравітаційна стала |
| c | $3 \times 10^{-8} \text{ м/с}$ | Швидкість світла |
| R_1 | 1000 м | Радіус головного тіла |
| R_2 | $\frac{R_1}{100^{1/3}} \text{ м}$ | Радіус супутника |
| ρ | 2000 $\text{кг}/\text{м}^3$ | Густина тіл |
| M_1 | $\frac{4}{3}\pi\rho R_1^3 \text{ кг}$ | Маса головного тіла |
| M_2 | $\frac{4}{3}\pi\rho R_2^3 \text{ кг}$ | Маса супутника |
| q | 0.3 | Масове відношення |
| I_1 | $0.4M_1R_1^2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ | Момент інерції головного тіла |
| I_2 | $0.4M_2R_2^2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ | Момент інерції супутника |
| Q | 30000 | Коефіцієнт якості ділений на число Лява |
| Φ | 1361 $\text{Вт}/\text{м}^2$ | Сонячна стала |
| C_s | 680 $\text{Дж}/\text{кг}\cdot\text{К}$ | Теплоємність валунів в тангенціальному ЯОРП-ефекті |
| ρ_s | 2500 $\text{кг}/\text{м}^3$ | Густина валунів |
| κ | 0.26 $\text{Вт}/\text{м}\cdot\text{К}$ | Теплопровідність валунів |
| ϵ | 0.9 | Тепловиділення |
| σ | $5.67 \times 10^{-8} \text{ Вт}/\text{м}^2\cdot\text{К}^4$ | Стала Стефана-Больцмана |
| α | 0.1 | Альbedo |
| ν | 1.518 | Параметр, що визначає ширину гаусівського розподілу теплового параметру |
| $\log \theta_0$ | 0.580 | Тепловий параметр, що відповідає піковій ефективності ефекту |

У першому випадку, коли обидва тіла асинхронні, основна умова виглядає наступним чином:

$$\omega \neq \omega_1, \quad \omega \neq \omega_2. \quad (3.5)$$

У такій системі головне тіло і супутник постійно змінюють свої позиції один відносно одного, через припливні сили створюють моменти, які гальмують або прискорюють їх обертання. Кожне з тіл має власний момент інерції, який визначає, наскільки ефективно ці сили змінюють їх кутову швидкість.

Головне тіло відчуває припливний момент від супутника, який діє у напрямку зрівнювання його обертання з орбітальним рухом. Це означає, що якщо головне тіло буде обертатися швидше за орбітальну частоту, то припливні сили будуть його гальмувати, а якщо повільніше – навпаки, прискорювати. Аналогічно, супутник зазнає припливного впливу від головного тіла, що також сприяє зміні його кутової швидкості.

Окрім припливних моментів, на систему можуть діяти інші механізми, зокрема ЯОРП-ефект, який спричиняє зміну моменту імпульсу за рахунок нерівномірного випромінювання теплової енергії з поверхні тіла. Якщо супутник має неправильну форму, він також може піддаватись впливу ефекту подвійний ЯОРП, що змінює його орбітальний стан.

Загальний момент імпульсу системи, який складається з моментів обертання обох тіл і орбітального моменту, поступово змінюється через передачу імпульсу між тілами. Припливні сили працюють як механізм перерозподілу моменту імпульсу: уповільнення одного тіла призводить до прискорення іншого, а в масштабах системи момент імпульсу загалом зберігається.

Обчислюється зміна моменту імпульсу для обох тіл:

$$dL_1 = (T_{YORP1} + T_{TYORP} + \text{sgn}(\omega - \omega_1)T_{\text{tides1}})dt, \quad (3.6)$$

$$dL_2 = (T_{YORP2} + \text{sgn}(\omega - \omega_2)T_{\text{tides2}})dt. \quad (3.7)$$

Потім ця зміна уточнюється з урахуванням лише припливних моментів:

$$dL = (\text{sgn}(\omega_1 - \omega)T_{\text{tides1}} + \text{sgn}(\omega_2 - \omega)T_{\text{tides2}})dt. \quad (3.8)$$

Зміна кутових швидкостей обчислюється як:

$$d\omega_1 = \frac{dL_1}{I_1}, \quad d\omega_2 = \frac{dL_2}{I_2}, \quad (3.9)$$

де I_1 і I_2 – моменти інерції відповідних тіл.

Орбітальний момент можна записати як:

$$L = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} a^2 \omega. \quad (3.10)$$

Враховуємо вираз для третього закону Кеплера:

$$\frac{G(M_1 + M_2)}{a^3} = \omega^2. \quad (3.11)$$

Отримаємо:

$$L = -\frac{G^{2/3} M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^{1/3} \omega^{1/3}} d\omega. \quad (3.12)$$

Загальна зміна $d\omega$:

$$d\omega = -\frac{3(M_1 + M_2)^{1/3} \omega^{4/3}}{G^{2/3} M_1 M_2} dL. \quad (3.13)$$

Другий випадок, коли головне тіло асинхронне, а супутник синхронний.

Умова наступна:

$$\omega \neq \omega_1, \quad \omega = \omega_2. \quad (3.14)$$

Якщо супутник вже перейшов у стан синхронного обертання, тобто він завжди обернений однією стороною до головного тіла, це означає, що припливне гальмування для нього завершилося. У такій системі припливні сили продовжують діяти, але тепер головний акцент зміщується на головне тіло. Воно все ще може обертатися швидше або повільніше за орбітальну частоту, що створює припливний момент з боку супутника. Цей момент

прагне синхронізувати обертання головного тіла з орбітальним періодом.

Паралельно із цим система може відчувати додатковий вплив від ЯОРП-ефекту, якщо головне тіло має неправильну форму або шорстку поверхню. Зміна моменту імпульсу головного тіла dL_1 визначається як:

$$dL_1 = (T_{YORP1} + T_{TYORP} + \text{sgn}(\omega - \omega_1)T_{\text{tides1}})dt. \quad (3.15)$$

Зміна моменту імпульсу супутника й орбітального руху dL :

$$dL = (T_{YORP2} + T_{BYORP2} + \text{sgn}(\omega_1 - \omega)T_{\text{tides1}})dt. \quad (3.16)$$

Зміна швидкості ω_1 :

$$d\omega_1 = \frac{dL_1}{I_1}. \quad (3.17)$$

Загальний момент можна записати як:

$$L = I_2\omega + \frac{G^{2/3}M_1M_2}{(M_1 + M_2)^{1/3}\omega^{1/3}}. \quad (3.18)$$

Звідси загальна зміна швидкості $d\omega$ та $d\omega_2$:

$$d\omega = \frac{dL}{I_2 + \left(-\frac{G^{2/3}M_1M_2}{3(M_1+M_2)^{1/3}\omega^{4/3}}\right)}, \quad (3.19)$$

$$d\omega_2 = d\omega. \quad (3.20)$$

Наступна ситуація при синхронному головному тілі та асинхронному супутнику виглядає так:

$$\omega = \omega_1, \quad \omega \neq \omega_2. \quad (3.21)$$

Ця ситуація є малоюмовірною, оскільки супутник менш інертний за головне тіло і, як правило, першим досягає синхронізації. Втім, за деяких початкових умов може реалізовуватись і такий варіант, коли першим синхронізується обертання головного тіла. Щоб убезпечити програму від помилок, ми включаємо розгляд цього малоюмовірного випадку в наш алгоритм. Ця ситуація

аналогічна попередньому випадку, варто лише поміняти місцями супутник і головне тіло.

Момент dL_2 враховує ЯОРП-ефект і припливні моменти для супутника:

$$dL_2 = (T_{\text{YORP2}} + \text{sgn}(\omega - \omega_2)T_{\text{tides2}})dt. \quad (3.22)$$

Момент dL та момент dL_1 :

$$dL = (T_{\text{YORP1}} + T_{\text{TYORP}} + T_{\text{BYORP1}} + \text{sgn}(\omega_2 - \omega)T_{\text{tides2}})dt. \quad (3.23)$$

Зміна швидкості ω_2 :

$$d\omega_2 = \frac{dL_2}{I_2}. \quad (3.24)$$

Загальний момент можна записати як:

$$L = I_1\omega + \frac{G^{2/3}M_1M_2}{(M_1 + M_2)^{1/3}\omega^{1/3}}. \quad (3.25)$$

Звідси загальна зміна швидкості $d\omega$ та $d\omega_1$ виглядають наступним чином:

$$d\omega = \frac{dL}{I_1 + \left(-\frac{G^{2/3}M_1M_2}{3(M_1+M_2)^{1/3}\omega^{4/3}}\right)}, \quad (3.26)$$

$$d\omega_1 = d\omega. \quad (3.27)$$

І останній, четвертий випадок, коли обидва тіла синхронні, існує за умови:

$$\omega = \omega_1, \quad \omega = \omega_2. \quad (3.28)$$

Система досягає найстабільнішого стану, коли обидва тіла синхронізуються з орбітальною частотою, тобто вони завжди обернені один до одного однією і тією ж стороною. У такому випадку припливні сили більше не змінюють обертання, оскільки система перебуває у стані припливної рівноваги. Це означає, що припливне тертя, яке раніше впливало на зміну обертання, практично зникає.

У такій системі єдиним можливим механізмом зміни динаміки є зовні-

шній вплив, зокрема ефекти, пов'язані з перевипромінюванням сонячного світла. Загальний момент можемо записати наступним чином:

$$L = I_1\omega + I_2\omega + \frac{G^{2/3}M_1M_2}{(M_1 + M_2)^{1/3}\omega^{1/3}}. \quad (3.29)$$

Зміна моменту імпульсу визначається як:

$$dL = (T_{YORP1} + T_{YORP2} + T_{TYORP} + T_{BYORP1} + T_{BYORP2})dt. \quad (3.30)$$

А зміна швидкості $d\omega$ виглядає як:

$$d\omega = \frac{dL}{I_1 + I_2 + \left(-\frac{G^{2/3}M_1M_2}{3(M_1+M_2)^{1/3}\omega^{4/3}}\right)}, \quad (3.31)$$

$$d\omega_1 = d\omega_2 = d\omega. \quad (3.32)$$

Аналіз чотирьох розглянутих випадків показує, що динаміка подвійних систем значною мірою залежить від рівня синхронізації між тілами. У випадку, коли обидва тіла асинхронні, передача моменту імпульсу через припливні сили та ЯОРП-ефекти і подвійний ЯОРП призводить до поступового зрівнювання кутових швидкостей тіл з орбітальною швидкістю. Це може спричинити гальмування або прискорення обертання залежно від початкових умов, що впливає на орбітальні параметри, зокрема на відстань між тілами.

На наступних рисунках представлені ілюстрації роботи програми. На рисунку 3.1 представлений випадок розпаду подвійної системи під впливом подвійного ЯОРП-ефекту. Видно, що для різних значень початкових умов кутова швидкість ω невпинно зменшується, тобто супутник віддаляється від головного тіла. Це відбувається спочатку під впливом припливів, а потім – подвійного ЯОРП-ефекту. Зрештою супутник відривається від головного тіла, утворюючи астероїдну пару (цей момент показаний червоною точкою). Кутова швидкість головного тіла ω_1 з часом досягає свого рівноважного значення, забуваючи про початкові умови, так що більший астероїд після розпаду подвійної системи на астероїдну пару залишається в стані ЯОРП-

рівноваги.

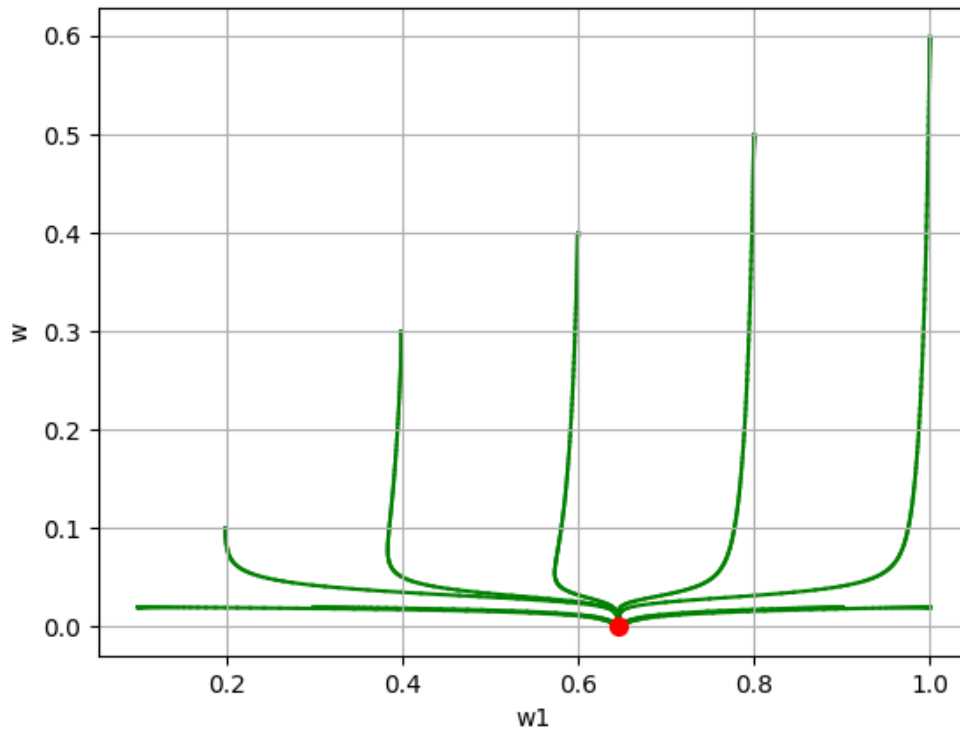


Рис. 3.1: Еволюція подвійної системи до розпаду. Червона точка показує момент розпаду системи на астероїдну пару. $C1 = -0.001$, $C2 = -0.001$, $B1 = 0.0001$, $B2 = 0.0001$, $q = 0.01$.

На рисунку 3.2 можна бачити, як один раз синхронна система досягає NTBt-рівноваги. Видно, як спочатку супутник досить швидко (завдяки своїй малій інерції) досягає стійкої орбітальної кутової швидкості ω , а потім головне тіло значно повільніше прямує до такої кутової швидкості ω_1 , яка забезпечує йому стійку рівновагу між припливним тертям, нормальним і тангенціальним ЯОРП-ефектами. Незалежно від початкових умов, усі фазові траєкторії збігаються в стан стійкої рівноваги, позначений на рисунку червоною точкою.

Наступний рисунок 3.3 ілюструє, як астероїд переходить у двічі синхронний стан. Починаючи від різних початкових умов, він завжди невпинно зменшує кутову швидкість головного тіла ω_1 , аж доки вона не зрівняється з орбітальною кутовою швидкістю ω . При цьому ω залишається близькою до рівноважного значення, яке відповідає балансу між припливним тертям і ЯОРП-ефектом, прикладеними до супутника. Ця один раз синхронна

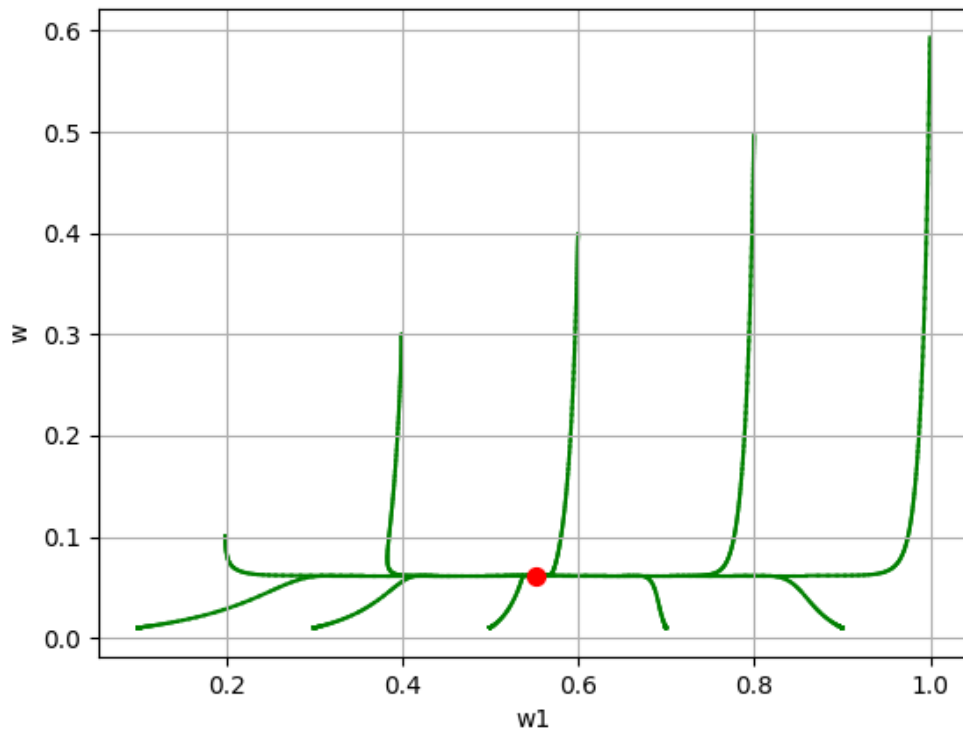


Рис. 3.2: Еволюція подвійного астероїда до стійкої один раз синхронної системи. Червона точка показує рівноважний стан системи. $C1 = -0.001$, $C2 = -0.001$, $B1 = -0.001$, $B2 = -0.001$, $q = 0.01$.

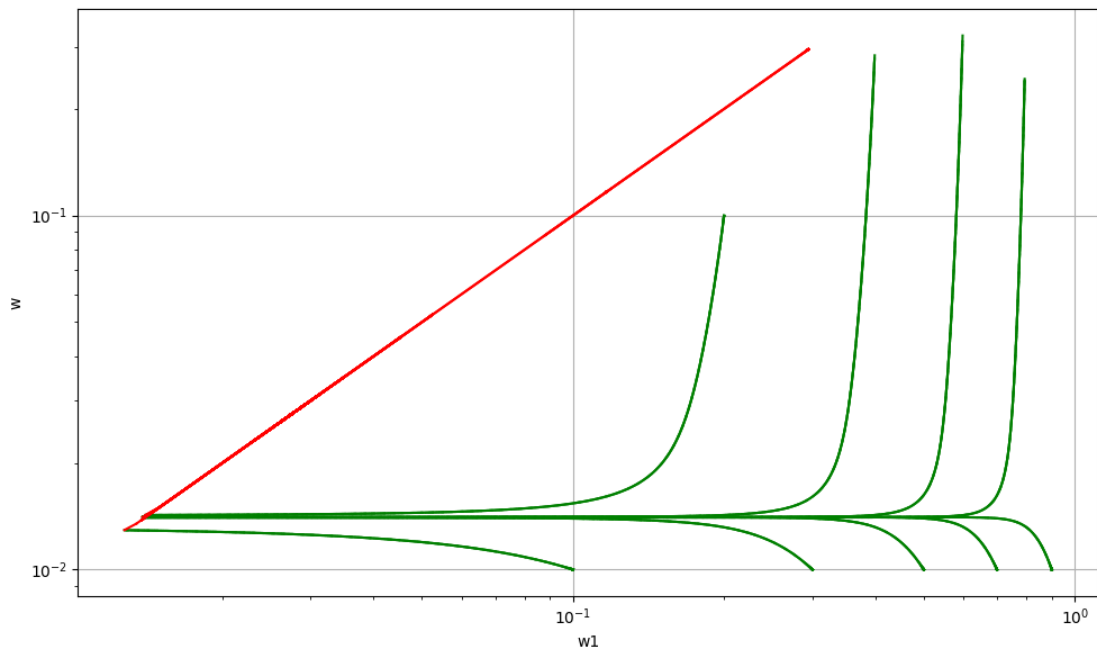


Рис. 3.3: Еволюція один раз синхронної системи (зелений) до двічі синхронної (червоний). $C1 = -0.001$, $C2 = -0.001$, $B1 = -0.001$, $B2 = -0.001$, $q = 0.3$.

частина фазової траєкторії показана на рисунку зеленим кольором. Після того, як ω_1 зрівнялась з ω , система переходить у двічі синхронний режим. Ця ділянка її фазової траєкторії показана червоним кольором. Моменти сил, що діють на систему, раптово змінюються (додається подвійний ЯОРП-ефект від головного тіла), а стан орбітальної рівноваги, в якому перебував супутник, зникає. Вздовж лінії $\omega_1 = \omega$ система прямує до нового стану рівноваги. Тут червоні лінії накладаються одна на одну, так що фазовий портрет не є зручним інструментом для аналізу двічі синхронних систем. У наступному параграфі ми детально дослідимо поведінку двічі синхронних подвійних астероїдів, використовуючи зручніші способи візуалізації.

3.2 Рівновага двічі синхронних систем

Для порівняння аналітичного та чисельного розв'язків для рівноваги двічі синхронної системи як частини моделі еволюції подвійного астероїда, отримаємо залежність часу від швидкості системи.

Розглянемо рисунок 1.3 та запишемо відстані від тіл до центру мас подвійної астероїдної системи:

$$a_1 = a \frac{R_2^3}{R_1^3 + R_2^3} \quad (3.33)$$

$$a_2 = a \frac{R_1^3}{R_1^3 + R_2^3} \quad (3.34)$$

З рівноваги між відцентровою силою і гравітацією отримуємо вираз, еквівалентний 3-му закону Кеплера:

$$a = \omega^{-2/3} (R_1^3 + R_2^3)^{1/3} \quad (3.35)$$

Моменти імпульсу розписуються трьома наступними формулами, для

двох тіл окремо та для системи в цілому:

$$L_1 = I_1 \Omega = \frac{24}{53} \pi \rho R_1^3 R_1^2 \Omega \quad (3.36)$$

$$L_2 = I_2 \Omega = \frac{24}{53} \pi \rho R_2^3 R_2^2 \Omega \quad (3.37)$$

$$L_{\text{orb}} = m_1 a_1^2 \Omega + m_2 a_2^2 \Omega \quad (3.38)$$

Розкриваючи вираз, отримаємо:

$$L_{\text{orb}} = \frac{4}{3} \pi \rho \Omega^{-1/3} \Omega_{\text{cr}}^{4/3} \frac{R_1^2 R_2^3}{(R_1^3 + R_2^3)^{1/3}} \quad (3.39)$$

Візьмемо похідну:

$$\frac{d}{dt} (L_1 + L_2 + L_{\text{orb}}) = T_{\text{NYORP}} + T_{\text{BYORP}} \quad (3.40)$$

Підставляємо моменти імпульсу для L_1, L_2, L_{orb} з виразів 3.36, 3.37, 3.38 відповідно.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{2}{5} (R_1^5 + R_2^5) \rho \frac{4\pi}{3} \omega_{\text{cr}} \frac{\omega}{\omega_{\text{cr}}} + \frac{4\pi}{3} \rho \omega_{\text{cr}} \left(\frac{\omega}{\omega_{\text{cr}}} \right)^{-1/3} \frac{R_1^3 R_2^3}{(R_1^3 + R_2^3)^{1/3}} \right) = \\ \frac{\Phi}{c} \left(R_1^3 C_1 + R_2^3 C_2 + \frac{R_2^3 R_1^2 B_1 + R_1^3 R_2^2 B_2}{R_1^3 + R_2^3} (R_1^3 + R_2^3)^{1/3} \left(\frac{\omega_{\text{cr}}}{\omega} \right)^{2/3} \right) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Перепишемо у зручному вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{4\pi}{3} \rho \omega_{\text{cr}} \frac{c}{\Phi} \frac{R_1^3 R_2^3}{(R_1^3 + R_2^3)^{4/3}} \frac{(R_1^3 + R_2^3)^{1/3} (R_1^5 + R_2^5)}{R_1^3 R_2^3} \frac{2}{5} \frac{\omega}{\omega_{\text{cr}}} + \right. \\ \left. \frac{4\pi}{3} \rho \omega_{\text{cr}} \left(\frac{\omega}{\omega_{\text{cr}}} \right)^{-1/3} \frac{R_1^3 R_2^3}{(R_1^3 + R_2^3)^{4/3} \Phi} \right) = \\ \left(\frac{R_1^3 C_1 + R_2^3 C_2}{R_1^3 + R_2^3} + \frac{R_1^2 R_1 2^2 (R_1 B_2 + R_2 B_1)}{(R_1^3 + R_2^3)^{5/3}} \left(\frac{\omega_{\text{cr}}}{\omega} \right)^{2/3} \right) \end{aligned} \quad (3.42)$$

Надалі зручно ввести наступні позначення:

$$\begin{aligned}
 t_c &= \frac{4\pi}{3} \rho \omega_{\text{cr}} \frac{c}{\Phi} \frac{R_1^3 R_2^3}{(R_1^3 + R_2^3)^{4/3}}, \\
 i &= \frac{(R_1^3 + R_2^3)^{1/3} (R_1^5 + R_2^5)}{R_1^3 R_2^3} \frac{2}{5}, \\
 C &= \frac{R_1^3 C_1 + R_2^3 C_2}{R_1^3 + R_2^3}, \\
 B &= \frac{R_1^2 R_2^2 (R_1 B_2 + R_2 B_1)}{(R_1^3 + R_2^3)^{5/3}}, \\
 \Omega &= \frac{w}{w_{\text{cr}}}, \\
 T &= \frac{t}{t_c},
 \end{aligned}$$

де t_c – характерний часовий масштаб, i – знерозмірений момент інерції, C і B – зважені середні коефіцієнти нормального ЯОРП-ефекту і подвійного ЯОРП-ефекту, а Ω і T – знерозмірені кутова швидкість і час.

Тоді вираз 3.42 набуде вигляду:

$$\frac{d}{dT} \left(i\Omega + \Omega^{-1/3} \right) = C + B\Omega^{-2/3} \quad (3.43)$$

З отриманого диференціального рівняння знаходимо наступні 4 розв'язки при різних знаках коефіцієнтів C та B :

$$\begin{aligned}
 C > 0, B > 0 : T &= \frac{1 - 3i\frac{B^2}{C^2}}{\sqrt{BC}} \left(\arctan \sqrt{\frac{B}{C}} \Omega^{-1/3} - \arctan \sqrt{\frac{B}{C}} \Omega_0^{-1/3} \right) \\
 &+ \frac{i}{C} (\Omega - \Omega_0) + \frac{3iB}{C^2} (\Omega_0^{1/3} - \Omega^{1/3}) \quad (3.44)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C < 0, B < 0 : T &= -\frac{1 - 3i\frac{B^2}{C^2}}{\sqrt{BC}} \left(\arctan \sqrt{\frac{B}{C}} \Omega^{-1/3} - \arctan \sqrt{\frac{B}{C}} \Omega_0^{-1/3} \right) \\
 &+ \frac{i}{C} (\Omega - \Omega_0) + \frac{3iB}{C^2} (\Omega_0^{1/3} - \Omega^{1/3}) \quad (3.45)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C > 0, B < 0 : T = \frac{1 - 3i\frac{B^2}{C^2}}{2\sqrt{-BC}} \ln \left| \frac{\left(\sqrt{|C|} + \sqrt{|B|\Omega^{-1/3}}\right) \left(\sqrt{|C|} - \sqrt{|B|\Omega_0^{-1/3}}\right)}{\left(\sqrt{|C|} - \sqrt{|B|\Omega^{-1/3}}\right) \left(\sqrt{|C|} + \sqrt{|B|\Omega_0^{-1/3}}\right)} \right| \\
+ \frac{i}{C}(\Omega - \Omega_0) + \frac{3iB}{C^2}(\Omega_0^{1/3} - \Omega^{1/3}) \quad (3.46)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C < 0, B > 0 : T = -\frac{1 - 3i\frac{B^2}{C^2}}{2\sqrt{-BC}} \ln \left| \frac{\left(\sqrt{|C|} + \sqrt{|B|\Omega^{-1/3}}\right) \left(\sqrt{|C|} - \sqrt{|B|\Omega_0^{-1/3}}\right)}{\left(\sqrt{|C|} - \sqrt{|B|\Omega^{-1/3}}\right) \left(\sqrt{|C|} + \sqrt{|B|\Omega_0^{-1/3}}\right)} \right| \\
+ \frac{i}{C}(\Omega - \Omega_0) + \frac{3iB}{C^2}(\Omega_0^{1/3} - \Omega^{1/3}) \quad (3.47)
\end{aligned}$$

Розв'яжемо диференціальне рівняння 3.43 чисельно за допомогою python та побудуємо 4 розв'язки при різних знаках коефіцієнтів C та B . Початкові параметри наведені у таблиці 3.1. Графіки представлені на рисунку 3.4, де червона лінія — це теоретичний розв'язок, а синя пунктирна лінія — це чисельний розв'язок. Видно, що аналітичні й чисельні розв'язки добре узгоджуються між собою, що підтверджує як правильність наших аналітичних формул, так і правильність чисельних симуляцій.

Аналізуючи отримані графіки, можна сказати, що при додатніх коефіцієнтах C та B система зменшує швидкість свого обертання, що зрештою призводить до розпаду. При від'ємних C та B швидкість збільшується, що призводить до злиття системи й утворення контактної-подвійної астероїди. При додатньому C та від'ємному B система переходить в стан стійкої рівноваги. У випадку від'ємного C та додатнього B рівновага системи є нестійкою, і вона розпадається на астероїдну пару або зливається в контактну-подвійну астероїду в залежності від початкових умов.

Ці моделювання уточнюють і узагальнюють результати роботи Golubov & Scheeres (2016) [3], яка досліджувала ймовірність рівноваги двічі синхронних систем. На відміну від тієї роботи, тут ми знаходимо загальний розв'язок рівнянь еволюції двічі синхронної подвійної системи, причому

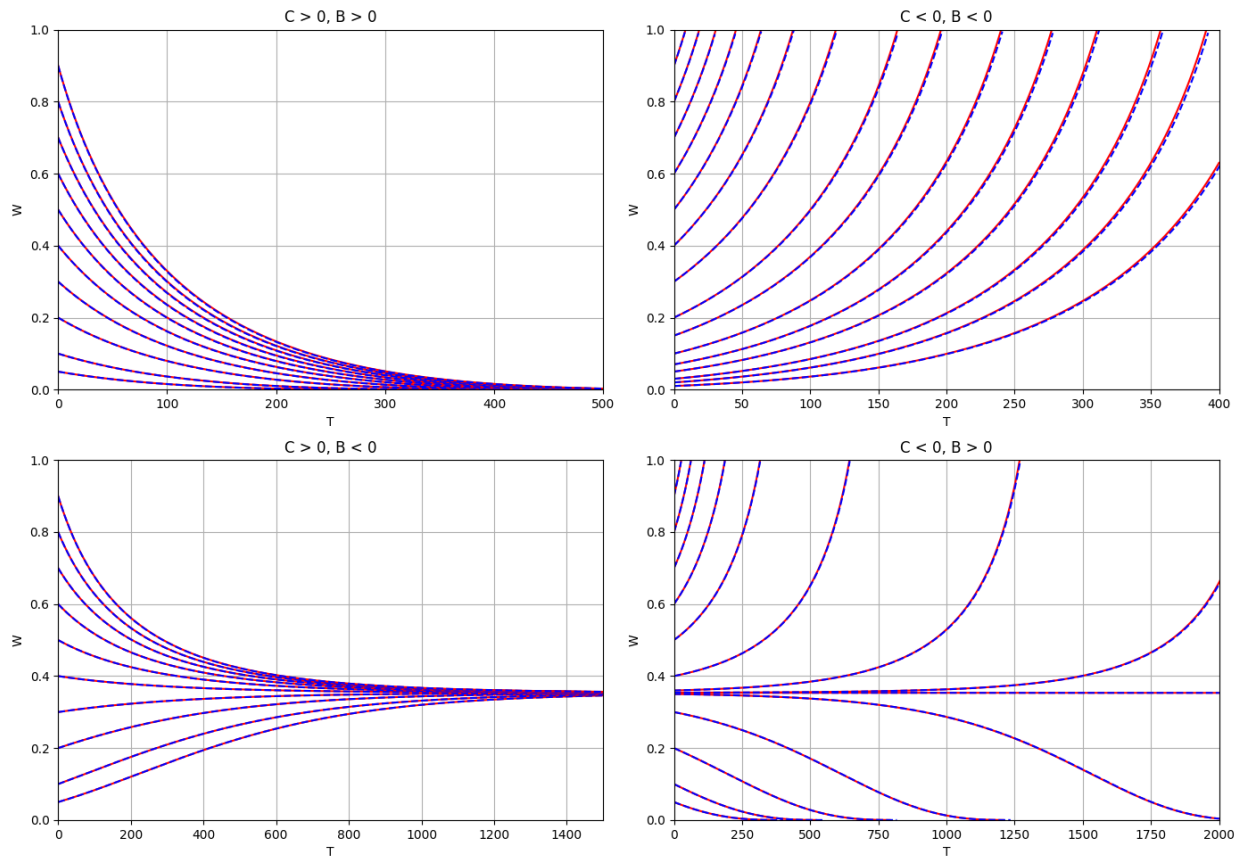


Рис. 3.4: Еволюція двічі синхронної системи

не тільки у випадку існування стійкої рівноваги, а й у випадках інших знаків коефіцієнтів B і C . Це дозволяє не тільки визначити факт існування рівноваги, а й розрахувати час її досягнення. В подальшому ці результати планується використати для моделювання великих популяцій астероїдів з метою оцінки відсотку подвійних систем і швидкості утворення пар в таких популяціях.

ВИСНОВКИ

У роботі розглянуто динаміку еволюції подвійної астероїдної системи в залежності від початкових умов обертання її компонентів. Встановлено основні закономірності передачі моменту імпульсу між тілами та проаналізовано, як ці процеси впливають на кінцеву конфігурацію системи. Написана чисельна програма, на основі якої показано, що еволюція таких систем може відбуватись за різними сценаріями – від синхронізації обертання до повного розпаду або злиття компонентів. Важливу роль у цій динаміці відіграє ЯОРП-ефект, який змінює обертальний момент окремих тіл, а також його взаємодія з припливними ефектами. Аналіз продемонстрував, що поєднана дія ЯОРП-ефектів і припливів може приводити як до синхронізації системи, так і спричиняти її розпад або злиття.

У роботі також розглянуто статистичні дані про відомі подвійні астероїди та астероїдні пари. Побудовано спрощену модель, згідно з якою одинарні астероїди, досягнувши критичної швидкості обертання під дією ЯОРП-ефекту, формують подвійні системи, які згодом можуть еволюціонувати в астероїдні пари через дію подвійного ЯОРП-ефекту. В межах цієї моделі оцінено типові розміри супутників, часи життя систем та частку часу, яку астероїди перебувають у стані подвійності (7%), що узгоджується з результатами спостережень (15%).

Отримані результати свідчать про те, що механізми, пов'язані з ЯОРП-ефектом і припливними взаємодіями в подвійних системах, відіграють ключову роль у довготривалій еволюції малих тіл Сонячної системи. Зокрема, рівноважні стани, зумовлені цими ефектами, можуть визначити як стабільне існування подвійних астероїдів, так і їх перехід до нестійких конфігурацій із подальшим розпадом або злиттям.

Література

- [1] Čuk M., Burns J. A. Effects of thermal radiation on the dynamics of binary neas. *Icarus*. 2005. Vol. 176, No. 2. P. 418–431. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103505000382>.
- [2] Rubincam D. P. Radiative spin-up and spin-down of small asteroids. *Icarus*. 2000. Vol. 148, No. 1. P. 2–11. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103500964856>.
- [3] Golubov O., Scheeres D. J. Equilibrium rotation states of doubly synchronous binary asteroids. *The Astrophysical Journal Letters*. 2016. Vol. 833, No. 2. P. L23. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.3847/2041-8213/833/2/L23/meta>.
- [4] Margot J.-L., Pravec P., Taylor P., Carry B., Jacobson S. Asteroid systems: binaries, triples, and pairs. *Asteroids IV*. 2015. Vol. 355. P. 373. URL: <https://arxiv.org/pdf/1504.00034>.
- [5] Jacobson S. A., Scheeres D. J. Dynamics of rotationally fissioned asteroids: Source of observed small asteroid systems. *Icarus*. 2011. Vol. 214, No. 1. P. 161–178. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103511001448>.
- [6] Golubov O., Krugly Y. N. Tangential component of the yorp effect. *The Astrophysical Journal Letters*. 2012. Vol. 752, No. 1. P. L11. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/2041-8205/752/1/L11/meta>.
- [7] Golubov O., Scheeres D. J. Systematic structure and sinks in the yorp effect. *The Astronomical Journal*. 2019. Vol. 157, No. 3. P. 105. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.3847/1538-3881/aafd2c/meta>.
- [8] Nimmo F., Matsuyama I. Tidal dissipation in rubble-pile asteroids. *Icarus*. 2019. Vol. 321. P. 715–721. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103518304500>.

- [9] Taylor P. A., Margot J.-L. Binary asteroid systems: Tidal end states and estimates of material properties. *Icarus*. 2011. Vol. 212, No. 2. P. 661–676. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103511000418>.
- [10] Jacobson S. A., Scheeres D. J. Long-term stable equilibria for synchronous binary asteroids. *The Astrophysical Journal Letters*. 2011. Vol. 736, No. 1. P. L19. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/2041-8205/736/1/L19/meta>.
- [11] Pravec P., Scheirich P., Ďurech J., Pollock J., Kušnirák P., Hornoch K. et al. The tumbling spin state of (99942) apophis. *Icarus*. 2014. Vol. 233. P. 48–60. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103514000578>.
- [12] Pravec P., Scheirich P. et al. Binary asteroid population. 3. secondary rotations and elongations. *Icarus*. 2016. Vol. 267. P. 267–295. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103515005722>.
- [13] Scheirich P., Pravec P., Jacobson S. A., Ďurech J., Kušnirák P., Hornoch K. et al. The binary near-earth asteroid (175706) 1996 fg3—an observational constraint on its orbital evolution. *Icarus*. 2015. Vol. 245. P. 56–63. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103514004850>.
- [14] Langevin Y., Maurette M. A model for small body regolith evolution: The critical parameters. Lunar and Planetary Science Conference Proceedings. Vol. 11. 1980. P. 602–604. Abstract. URL: <https://adsabs.harvard.edu/full/record/seri/LPI../0011/1980LPI....11..602L.html>.
- [15] Bottke W. F., Brož M., O’Brien D. P., Campo Bagatin A., Morbidelli A., Marchi S. The collisional evolution of the main asteroid belt. *Asteroids IV*. 2015. Vol. 1. P. 701–724. URL: <https://www-n.oca.eu/morby/papers/Rev38.pdf>.
- [16] Durda D. D., Bottke Jr W. F., Enke B. L., Merline W. J., Asphaug E., Richardson D. C., Leinhardt Z. M. The formation of asteroid satellites in large

- impacts: results from numerical simulations. *Icarus*. 2004. Vol. 167, No. 2. P. 382–396. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103503002987>.
- [17] Benavidez P. G., Durda D. D., Enke B. L., Bottke W. F., Nesvorný D., Richardson D. C. et al. A comparison between rubble-pile and monolithic targets in impact simulations: Application to asteroid satellites and family size distributions. *Icarus*. 2012. Vol. 219, No. 1. P. 57–76. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103512000309>.
- [18] Jutzi M., Holsapple K., Wünneman K., Michel P. Modeling asteroid collisions and impact processes. *arXiv preprint arXiv:1502.01844*. 2015. URL: <https://arxiv.org/abs/1502.01844>.
- [19] Merline W. J., Weidenschilling S. J., Durda D. D., Margot J.-L., Pravec P., Storrs A. D. Asteroids do have satellites. *Asteroids III*. 2002. Vol. 1. P. 289–312. URL: <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=ba0e757084e9267b67ee54ff1fc123e7da2fc34f>.
- [20] Bottke Jr W. F., Durda D. D., Nesvorný D., Jedicke R., Morbidelli A., Vokrouhlický D., Levison H. The fossilized size distribution of the main asteroid belt. *Icarus*. 2005. Vol. 175, No. 1. P. 111–140. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103504003811>.
- [21] Cibulková H., Brož M., Benavidez P. G. A six-part collisional model of the main asteroid belt. *Icarus*. 2014. Vol. 241. P. 358–372. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103514003820>.
- [22] Golubov O., Unukovych V., Scheeres D. J. A new equilibrium state for singly synchronous binary asteroids. *The Astrophysical Journal Letters*. 2018. Vol. 857, No. 1. P. L5. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.3847/2041-8213/aaba15/meta>.
- [23] Golubov O., Unukovych V., Scheeres D. J. Limiting behavior of asteroid obliquity and spin using a semi-analytic thermal model of the yorp effect. *The Astronomical Journal*. 2021. Vol. 162, No. 1. P. 8. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.3847/1538-3881/abfb64/meta>.

- [24] Cotto-Figueroa D., Statler T. S., Richardson D. C., Tanga P. Coupled spin and shape evolution of small rubble-pile asteroids: Self-limitation of the yorp effect. *The Astrophysical Journal*. 2015. Vol. 803, No. 1. P. 25. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-637X/803/1/25/meta>.
- [25] Bottke W. F., Vokrouhlický D., Walsh K. J., Delbo M., Michel P., Lauretta D. S. et al. In search of the source of asteroid (101955) bennu: Applications of the stochastic yorp model. *Icarus*. 2015. Vol. 247. P. 191–217. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103514005211>.
- [26] Bottke W. F., Melosh H. J. The formation of asteroid satellites and doublet craters by planetary tidal forces. *Nature*. 1996. Vol. 381. P. 51–53. URL: <https://www.nature.com/articles/381051a0>.
- [27] Bottke W. F., Melosh H. J. Binary asteroids and the formation of doublet craters. *Icarus*. 1996. Vol. 124. P. 372–391. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103596902158>.
- [28] Herrera C., Carry B., Vavilov D. E. Binary craters on ceres and vesta and implications for binary asteroids. *Astronomy Astrophysics*. 2024. Vol. 688. P. A176. URL: <https://www.aanda.org/articles/aa/abs/2024/08/aa49502-24/aa49502-24.html>.
- [29] Pravec P., Sarounová L. How many binaries are there among the near-earth asteroids?. IAU Colloq. 173: Evolution and Source Regions of Asteroids and Comets / Ed. by H. Rickman E. M. Pittich, J. Svoren. 1999. P. 159. URL: <https://adsabs.harvard.edu/full/1999esra.conf..159P>.
- [30] Margot J. L., Nolan M. C. et al. Binary asteroids in the near-earth object population. *Science*. 2002. Vol. 296. P. 1445–1448. URL: <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1072094>.
- [31] Pravec P., Scheirich P. et al. Photometric survey of binary near-earth asteroids. *Icarus*. 2006. Vol. 181. P. 63–93. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103505003891>.

- [32] Pravec P., Fatka P. et al. Asteroid pairs: a complex picture. *Icarus*. 2019. Vol. 333. P. 429–463. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103519300260>.
- [33] Vokrouhlický D., Nesvorný D. Pairs of asteroids probably of a common origin. *The Astronomical Journal*. 2008. Vol. 136, No. 1. P. 280. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-6256/136/1/280/meta>.
- [34] Pravec P., Vokrouhlický D. Significance analysis of asteroid pairs. *Icarus*. 2009. Vol. 204, No. 2. P. 580–588. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103509002942>.
- [35] Pravec P., Vokrouhlický D., Polishook D., Scheeres D. J., Harris A. W., Galad A. et al. Formation of asteroid pairs by rotational fission. *Nature*. 2010. Vol. 466, No. 7310. P. 1085–1088. URL: <https://www.nature.com/articles/nature09315>.
- [36] Čuk M. Formation and destruction of small binary asteroids. *The Astrophysical Journal*. 2007. Vol. 659, No. 1. P. L57. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/516572/meta>.
- [37] Kyrylenko I., Krugly Y. N., Golubov O. Asteroid pairs: Survey of the inner main belt. *Astronomy & Astrophysics*. 2024. Vol. 689. P. A291. URL: <https://www.aanda.org/articles/aa/abs/2024/09/aa50725-24/aa50725-24.html>.
- [38] Harris A. W. On the revision of radiometric albedos and diameters of asteroids. *Icarus*. 1997. Vol. 126, No. 2. P. 450–454.
- [39] Jewitt D., Yang B., Haghhighipour N. Main-belt comet p/2008 r1 (garradd). *The Astronomical Journal*. 2009. Vol. 137, No. 5. P. 4313. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-6256/137/5/4313/meta>.
- [40] Bottke Jr W. F., Durda D. D., Nesvorný D., Jedicke R., Morbidelli A., Vokrouhlický D., Levison H. F. Linking the collisional history of the main asteroid belt to its dynamical excitation and depletion. *Icarus*. 2005. Vol.

179, No. 1. P. 63–94. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0019103505001958>.