

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна Факультет

математики і інформатики

Кафедра теоретичної та прикладної інформатики

Кваліфікаційна робота

магістр

**на тему: «Комп'ютерні алгоритми моделювання голографічних
зображень»**

Виконав: студент 2 курсу, групи

МФ-61

спеціальність 122 «Комп'ютерні

науки» освітньо-наукова програма

«Інформатика»

Пашкевич К.О.

Керівник: доцент Доля П.Г.

ЗМІСТ

ВСТУП	2
Розділ 1. Теоретичні основи комп'ютерного моделювання голографічних зображень	4
1.1 Основи голографії та принцип формування голограм.....	4
1.2 Цифрова голографія та представлення оптичних полів	6
1.3 Моделювання дифракції у голографії: моделі Френеля та Фраунгофера	7
1.4 Перетворення Фур'є в задачах комп'ютерної голографії.....	9
1.5 Алгоритмічні підходи до формування та реконструкції голограм .	11
Розділ 2. Розробка алгоритмів комп'ютерного моделювання голографічних зображень	14
2.1 Постановка задачі моделювання голографічних зображень	14
2.2 Алгоритм формування цифрової голограми	15
2.3 Алгоритм реконструкції голографічного зображення	16
2.4 Програмна реалізація алгоритмів моделювання голографічних зображень	18
2.5 Основні фрагменти програмного коду	20
2.6 Приклади роботи алгоритму	23
Розділ 3. Дослідження ефективності алгоритмів моделювання голографічних зображень	28
3.1 Постановка задачі дослідження	28
3.2 Вплив параметрів моделювання на якість реконструкції.....	29
3.3 Переваги та обмеження розробленого алгоритму	37
ВИСНОВКИ.....	39
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	41

ВСТУП

Сучасний етап розвитку інформаційних технологій характеризується стрімким зростанням обчислювальних можливостей та розширенням сфер застосування цифрової обробки сигналів і зображень. Одним із перспективних напрямів у цій галузі є комп'ютерна голографія, яка дозволяє моделювати та відтворювати тривимірні об'єкти на основі аналізу хвильових процесів [1]. Поєднання методів фізичної оптики, чисельного моделювання та програмної реалізації відкриває нові можливості для дослідження складних оптичних явищ і створення інноваційних технологій.

Голографічні підходи активно застосовуються у наукових і прикладних задачах, зокрема в медичній діагностиці, мікроскопії, системах віртуальної та доповненої реальності, обробці зображень і зберіганні інформації. Їх ефективність значною мірою визначається якістю математичних моделей і алгоритмів, що використовуються для формування та реконструкції голографічних зображень [5]. У свою чергу, це потребує застосування сучасних обчислювальних методів та оптимізації алгоритмічних рішень.

Особливу складність становить моделювання процесів поширення світлових хвиль, інтерференції та дифракції, які лежать в основі голографії. Такі задачі пов'язані з обробкою великих обсягів даних і вимагають значних обчислювальних ресурсів. Тому важливим є використання ефективних алгоритмів, зокрема тих, що базуються на швидкому перетворенні Фур'є та чисельних моделях дифракції, які дозволяють досягти прийняттого балансу між точністю і швидкодією.

Актуальність теми дипломної роботи полягає у зростаючій потребі в розробці та дослідженні ефективних алгоритмів комп'ютерного моделювання голографічних зображень, здатних забезпечити високу якість

реконструкції при обмежених обчислювальних ресурсах. Удосконалення таких алгоритмів є важливим як для фундаментальних досліджень у галузі цифрової оптики, так і для практичного застосування у сучасних інформаційних системах.

Метою дипломної роботи є дослідження, реалізація та аналіз ефективності комп'ютерних алгоритмів моделювання голографічних зображень. Для досягнення поставленої мети передбачається вивчення теоретичних основ цифрової голографії, реалізація відповідних алгоритмів із використанням сучасних засобів програмування, а також проведення експериментального аналізу отриманих результатів.

Розділ 1. Теоретичні основи комп'ютерного моделювання голографічних зображень

1.1 Основи голографії та принцип формування голограм

Голографія є методом запису та відтворення інформації про тривимірні об'єкти на основі реєстрації амплітуди та фази світлової хвилі [2]. На відміну від традиційних методів фотографії, які фіксують лише інтенсивність світла, голографія дозволяє зберігати повну інформацію про хвильове поле, що забезпечує можливість відновлення об'ємного зображення об'єкта.

Принцип формування голограми базується на явищі інтерференції когерентних світлових хвиль. Для цього використовуються дві хвилі: опорна та об'єктна (рис. 1.1). Об'єктна хвиля формується в результаті відбиття або розсіювання світла від досліджуваного об'єкта, тоді як опорна хвиля є відомим оптичним сигналом із заданими параметрами.

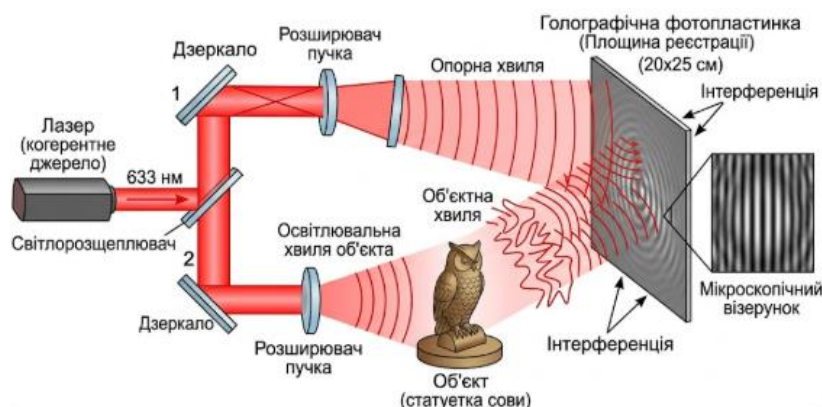


Рисунок 1.1 - Схема формування голограми: опорна хвиля та хвиля, відбита від об'єкта, інтерферують у площині реєстрації, утворюючи голографічне зображення

У точці спостереження інтерференційна картина визначається як результат накладання двох хвильових полів:

$$I(x, y) = |U_0(x, y) + U_r(x, y)|^2$$

де

$U_0(x, y)$ - комплексна амплітуда об'єктної хвилі,

$U_r(x, y)$ - комплексна амплітуда опорної хвилі,

$I(x, y)$ - інтенсивність, яка реєструється голографічним носієм.

Розкриваючи модуль, отримаємо:

$$I(x, y) = |U_0|^2 + |U_r|^2 + U_0 U_r^* + U_0^* U_r$$

Перші два доданки відповідають інтенсивності окремих хвиль, тоді як останні два є інтерференційними членами, що містять інформацію про фазу хвильового фронту об'єкта [1]. Саме ці складові дозволяють відновити просторову структуру об'єкта під час реконструкції.

Процес відтворення голограми полягає у повторному освітленні записаної інтерференційної картини опорною хвилею. У результаті відбувається дифракція світла на голограмі, що призводить до формування хвильового поля, еквівалентного вихідному об'єктному полю. Це дозволяє спостерігати зображення об'єкта з ефектом глибини та перспективи.

У цифровій голографії процес формування та реконструкції голограм реалізується чисельно із використанням комп'ютерних алгоритмів. Замість фізичного носія використовується дискретне представлення у вигляді матриць, а інтерференційна картина обчислюється за допомогою математичних моделей. Це дозволяє проводити моделювання голографічних процесів, змінювати параметри системи та аналізувати якість відтворення зображень.

1.2 Цифрова голографія та представлення оптичних полів

Цифрова голографія є сучасним напрямком розвитку голографії, у якому процеси формування, запису та реконструкції голограм виконуються за допомогою обчислювальних методів [2]. На відміну від класичної оптичної голографії, де інтерференційна картина реєструється на фоточутливому матеріалі, у цифровій голографії вона зберігається у вигляді дискретного масиву даних і обробляється чисельно.

Основою цифрової голографії є представлення світлового поля у вигляді комплексної функції, що містить інформацію як про амплітуду, так і про фазу хвилі. У загальному вигляді оптичне поле може бути записане як:

$$U(x, y) = A(x, y)e^{i\varphi(x, y)}$$

де

$A(x, y)$ - амплітуда світлового поля,

$\varphi(x, y)$ - фазовий розподіл.

Інтенсивність світла, яка може бути безпосередньо виміряна цифровими сенсорами, визначається як:

$$I(x, y) = |U(x, y)|^2$$

Оскільки фазова інформація не реєструється безпосередньо, її відновлення здійснюється шляхом інтерференції з опорною хвилею, що є ключовим принципом голографії.

У цифровій реалізації світлове поле представляється у вигляді двовимірної матриці комплексних чисел:

$$U[m, n] = A[m, n] \cdot e^{i\varphi[m, n]}$$

де

m, n - індекси дискретних координат.

Такий підхід дозволяє застосовувати чисельні методи для обробки голографічних даних, зокрема алгоритми на основі перетворення Фур'є, що використовуються для моделювання дифракції та реконструкції зображень.

Важливою особливістю цифрової голографії є дискретизація просторових координат, яка визначається роздільною здатністю сенсора та параметрами обчислювальної сітки [4]. Неперервне поле $U(x, y)$ замінюється його дискретним аналогом:

$$U[m, n] = U(m \Delta x, n \Delta y)$$

де

$\Delta x, \Delta y$ — кроки дискретизації.

Вибір параметрів дискретизації має суттєвий вплив на точність моделювання та якість реконструйованих зображень. Недостатня роздільна здатність може призводити до втрати інформації або появи спотворень.

1.3 Моделювання дифракції у голографії: моделі Френеля та Фраунгофера

Дифракція світла є одним із ключових фізичних процесів, що лежать в основі голографії. Саме завдяки дифракції відбувається поширення хвильового фронту від об'єкта до площини реєстрації та під час реконструкції зображення. У цифровій голографії цей процес моделюється чисельно, що дозволяє обчислювати голограми та відновлювати зображення без використання фізичних оптичних систем [3].

З математичної точки зору, дифракція описує зміну комплексної амплітуди світлового поля при його поширенні у просторі. В основі цього опису лежить принцип Гюйгенса–Френеля, згідно з яким кожна точка хвильового фронту може розглядатися як джерело вторинних сферичних хвиль.

У загальному вигляді поле в точці спостереження визначається інтегральним співвідношенням:

$$U(x, y, z) = \iint U(x_0, y_0) \cdot h(x - x_0, y - y_0, z) dx_0 dy_0$$

де

$U(x_0, y_0)$ — поле в початковій площині,

$h(\cdot)$ — функція поширення,

z — відстань поширення.

У практичних задачах цифрової голографії цей вираз використовується у спрощених формах — моделях Френеля та Фраунгофера, які дозволяють ефективно виконувати чисельні обчислення.

Модель Френеля застосовується у випадку скінченних відстаней між площинами і використовується для більшості задач комп'ютерної голографії [4]. У цьому випадку поле у точці спостереження визначається як:

$$U(x, y, z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint U(x_0, y_0) \cdot \exp\left[\frac{ik}{2z} ((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2)\right] dx_0 dy_0$$

Ця формула описує поширення хвильового фронту з урахуванням його кривизни. У цифровій голографії вона широко використовується для:

- моделювання формування голограм;
- реконструкції зображень;
- дослідження впливу параметрів системи.

Дифракція Фраунгофера є окремим випадком дифракції Френеля, що застосовується при великих відстанях між площинами або при використанні лінз. У цьому випадку розподіл поля визначається як перетворення Фур'є:

$$U(x, y) \propto F\{U(x_0, y_0)\}$$

Тут символ $\propto$ означає пропорційність, тобто поле у площині спостереження відрізняється від перетворення Фур'є лише на множник, що залежить від параметрів системи (довжини хвилі, відстані поширення тощо). Координати (x_0, y_0) відповідають площині об'єкта, тоді як (x, y) — координатам у площині спостереження або реєстрації голограми [6].

Це співвідношення є надзвичайно важливим, оскільки дозволяє звести задачу моделювання дифракції до обчислення перетворення Фур'є, що значно спрощує реалізацію алгоритмів.

У комп'ютерній голографії моделі Френеля та Фраунгофера використовуються як основа для побудови алгоритмів:

- формування голограм;
- чисельної реконструкції зображень;
- моделювання поширення хвильових полів.

Модель Френеля є більш універсальною і застосовується у більшості практичних задач, тоді як модель Фраунгофера дозволяє значно зменшити обчислювальну складність за рахунок використання перетворення Фур'є.

У загальному випадку оптичне поле є тривимірною функцією $U(x, y, z)$, що описує розподіл амплітуди та фази у просторі. У цій роботі для спрощення чисельного моделювання розглядаються поперечні перерізи поля, тобто використовується представлення $U(x, y)$ для фіксованого значення координати z . При цьому поширення хвилі вздовж осі z враховується окремо через параметр відстані.

1.4 Перетворення Фур'є в задачах комп'ютерної голографії

Перетворення Фур'є є одним із основних математичних інструментів, що застосовуються у цифровій обробці сигналів і зображень, зокрема в

комп'ютерній голографії. Воно дозволяє представити просторовий розподіл світлового поля у вигляді спектра просторових частот, що значно спрощує моделювання процесів дифракції та реконструкції зображень [4].

Двовимірне перетворення Фур'є визначається як:

$$F(u, v) = \iint U(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy$$

де

$U(x, y)$ - комплексна амплітуда світлового поля,

$F(u, v)$ - спектральне представлення,

u, v - просторові частоти.

Зворотне перетворення має вигляд:

$$U(x, y) = \iint F(u, v) e^{i2\pi(ux+vy)} du dv$$

У контексті голографії перетворення Фур'є відіграє ключову роль, оскільки у випадку дифракції Фраунгофера розподіл світлового поля у площині спостереження є перетворенням Фур'є від початкового поля:

$$U(x, y) \propto F\{U(x_0, y_0)\}$$

Це дозволяє звести задачу моделювання поширення хвиль до обчислення спектра, що значно спрощує алгоритмічну реалізацію.

У більш загальному випадку (модель Френеля) також можливе представлення дифракції через перетворення Фур'є із додатковими фазовими множниками. Такий підхід значно спрощує чисельну реалізацію.

У цифровій голографії всі обчислення виконуються у дискретному вигляді. Для цього використовується дискретне перетворення Фур'є (DFT):

$$F[k, l] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} U[m, n] \cdot e^{-2\pi i(\frac{km}{M} + \frac{ln}{N})}$$

де

$U[m, n]$ — дискретне представлення світлового поля,

$F[k, l]$ — спектр,

M, N — розміри матриці.

Обернене дискретне перетворення має аналогічний вигляд і дозволяє відновити початкове поле.

Пряме обчислення DFT є обчислювально складним, що ускладнює використання цього методу для великих масивів даних. Для підвищення ефективності застосовується швидке перетворення Фур'є (FFT), яке зменшує обчислювальну складність до $O(N \log N)$ [6].

Саме FFT є ключовим інструментом у задачах комп'ютерної голографії, оскільки дозволяє:

- ефективно моделювати дифракцію світла;
- швидко обчислювати голограми;
- виконувати реконструкцію зображень у реальному або наближеному до реального часі.

Перетворення Фур'є використовується у таких задачах:

- формування голограм шляхом обчислення інтерференційних картин;
- моделювання поширення хвильових полів;
- реконструкція голографічних зображень;
- фільтрація та обробка шумів у голограмах.

Крім того, у спектральній області зручно виконувати різні операції обробки сигналів, такі як фільтрація або виділення корисних компонентів.

1.5 Алгоритмічні підходи до формування та реконструкції голограм

У цифровій голографії процеси формування та реконструкції голографічних зображень реалізуються за допомогою чисельних

алгоритмів, що базуються на математичних моделях поширення світлових хвиль. Ці алгоритми дозволяють моделювати інтерференційні картини, а також відновлювати просторову структуру об'єкта без використання фізичних оптичних систем.

Формування цифрової голограми полягає у чисельному обчисленні інтерференційної картини, що виникає при накладанні об'єктної та опорної хвиль [7]. Основні етапи цього процесу включають:

1. Формування об'єктного поля - створюється математична модель об'єкта у вигляді комплексного поля $U_0(x, y)$.
2. Моделювання поширення хвилі - обчислюється хвильове поле у площині голограми з використанням дифракційних моделей (Френеля або Фраунгофера).
3. Додавання опорної хвилі - до отриманого поля додається опорна хвиля $U_r(x, y)$, що має відомі параметри.
4. Обчислення інтерференційної картини - голограма визначається як інтенсивність сумарного поля:

$$I(x, y) = |U_0(x, y) + U_r(x, y)|^2$$

Реконструкція голографічного зображення є оберненою задачею і полягає у відновленні об'єктного поля за відомою голограмою. Основні етапи реконструкції включають:

1. Підготовка голограми - використовується зареєстрована або змодельована інтерференційна картина $I(x, y)$.
2. Моделювання поширення хвилі - виконується обчислення поширення хвильового поля від площини голограми до площини спостереження.
3. Отримання реконструйованого поля - визначається комплексне поле $U_{\text{rec}}(x, y)$, яке відповідає відновленому зображенню. У більшості

випадків реконструкція виконується з використанням тих самих дифракційних моделей, що й при формуванні голограм.

Для ефективної реалізації алгоритмів формування та реконструкції широко застосовується швидке перетворення Фур'є (FFT). Воно дозволяє:

- значно зменшити обчислювальну складність;
- виконувати обробку великих масивів даних;
- реалізовувати моделювання дифракції у спектральній області.

Алгоритми комп'ютерної голографії мають ряд характерних особливостей:

- висока обчислювальна складність;
- необхідність роботи з комплексними даними;
- чутливість до параметрів дискретизації;
- залежність якості результату від вибору моделі дифракції.

Крім того, різні алгоритмічні підходи можуть давати різні результати залежно від умов задачі, що обумовлює необхідність їх експериментального дослідження.

У наступному розділі буде розглянуто реалізацію алгоритмів комп'ютерного моделювання голографічних зображень, а також їх застосування для формування та реконструкції голограм.

Розділ 2. Розробка алгоритмів комп'ютерного моделювання голографічних зображень

2.1 Постановка задачі моделювання голографічних зображень

В межах цієї роботи розглядається задача комп'ютерного моделювання процесів формування та реконструкції голографічних зображень. Основною метою є створення алгоритмів, які дозволяють чисельно відтворювати інтерференційні картини та відновлювати просторову структуру об'єкта на основі цих даних.

Задача формування голограми полягає у моделюванні процесу інтерференції об'єктної та опорної хвиль у площині реєстрації. Вхідними даними є математична модель об'єкта, представлена у вигляді двовимірного масиву значень, а також параметри оптичної системи, зокрема довжина хвилі світла, відстань поширення та характеристики опорної хвилі [8].

Необхідно обчислити голограму у вигляді інтенсивності світлового поля:

$$I(x, y) = |U_0(x, y) + U_r(x, y)|^2$$

де

$U_0(x, y)$ - об'єктне поле,

$U_r(x, y)$ - опорна хвиля.

Задача реконструкції полягає у відновленні об'єктного поля за заданою голограмою. Для цього необхідно змоделювати поширення хвильового фронту від площини голограми до площини спостереження та отримати комплексне поле $U_{rec}(x, y)$, яке відповідає реконструйованому зображенню.

У процесі моделювання використовуються чисельні методи, що базуються на дискретному представленні даних та застосуванні перетворення Фур'є. Основна увага приділяється ефективності обчислень, точності реконструкції та впливу параметрів моделі на якість отриманих результатів.

2.2 Алгоритм формування цифрової голограми

Формування цифрової голограми полягає у чисельному моделюванні інтерференційної картини, що виникає внаслідок накладання об'єктної та опорної хвиль. У цій роботі цей процес реалізується у вигляді послідовності обчислювальних кроків, що базуються на використанні дифракційних моделей та перетворення Фур'є.

Етап 1 - формування об'єктного зображення: задається вхідове зображення об'єкта у вигляді двовимірного масиву $A(x, y)$, який описує амплітуду світлового поля [9]. У найпростішому випадку використовується нормалізоване зображення у відтінках сірого.

Етап 2 - формування комплексного поля: об'єкт представляється у вигляді комплексного поля $U_0(x, y) = A(x, y)e^{i\varphi(x, y)}$. У простому випадку фазу можна прийняти рівною нулю $U_0(x, y) = A(x, y)$ або задати випадковий фазовий розподіл для більш реалістичного моделювання.

Етап 3 - моделювання поширення хвилі: для обчислення поля у площині голограми використовується модель дифракції. У цій роботі застосовується підхід на основі перетворення Фур'є (модель Френеля)

$$U(x, y, z) = F^{-1}\{F\{U_0(x, y)\} \cdot H(u, v)\}$$

де

$H(u, v)$ - передавальна функція середовища, яка враховує параметри поширення хвилі.

Етап 4 - додавання опорної хвилі: опорна хвиля задається у вигляді:

$$U_r(x, y) = A_r \cdot e^{i(kx \sin\theta_x + ky \sin\theta_y)}$$

де

A_r - амплітуда опорної хвилі,

θ_x, θ_y - кути нахилу хвилі.

Опорна хвиля додається до об'єктного поля $U_{sum}(x, y) = U(x, y, z) + U_r(x, y)$

Етап 5 - обчислення голограми: голограма визначається як інтенсивність сумарного поля $I(x, y) = |U_{sum}(x, y)|^2$. Отримана матриця $I(x, y)$ є цифровою голограмою, яка може бути використана для подальшої реконструкції зображення [10].

При реалізації алгоритму формування голограми необхідно враховувати:

- використання швидкого перетворення Фур'є (FFT) для зменшення обчислювальної складності;
- коректний вибір параметрів дискретизації;
- нормалізацію інтенсивності для відображення результатів;
- можливість використання різних моделей дифракції.

2.3 Алгоритм реконструкції голографічного зображення

Реконструкція голографічного зображення є процесом відновлення інформації про об'єкт за його голограмою. У цифровій голографії цей процес реалізується чисельно та полягає у відтворенні комплексного хвильового поля, яке відповідає об'єктній хвилі.

На відміну від формування голограми, реконструкція є оберненою задачею і передбачає моделювання поширення світлового поля від площини голограми до площини спостереження.

Етап 1 - підготовка голограми: на вхід алгоритму подається голограма $I(x, y)$, яка може бути отримана чисельно або експериментально. У найпростішому випадку вона представляється як двовимірний матриця значень інтенсивності. Для подальшої обробки голограма може бути нормалізована або попередньо відфільтрована.

Етап 2 - формування комплексного поля: оскільки голограма містить лише інтенсивність, для реконструкції необхідно сформувати комплексне поле. У простому випадку використовується припущення $U(x, y) = \sqrt{I(x, y)}$. У більш точних моделях також враховується опорна хвиля, що дозволяє відновити фазову інформацію [11].

Етап 3 - моделювання поширення хвилі: для реконструкції зображення необхідно змодельовати поширення хвильового поля від площини голограми до площини спостереження. Це виконується із використанням дифракційних моделей. У цій роботі застосовується підхід на основі перетворення Фур'є:

$$U_{rec}(x, y) = F^{-1}\{F\{U(x, y)\} \cdot H(u, v)\}$$

де

$H(u, v)$ - передавальна функція, що враховує параметри поширення хвилі.

Етап 4 - отримання зображення: реконструйоване зображення визначається як інтенсивність відновленого поля $I_{rec}(x, y) = |U_{rec}(x, y)|^2$.

Отримане зображення відображає структуру об'єкта та може бути використане для подальшого аналізу.

При реалізації алгоритму реконструкції необхідно враховувати:

- наявність паразитних компонентів (нульовий порядок, віртуальні зображення);
- вплив параметрів поширення на якість результату;
- необхідність фільтрації у спектральній області;
- використання FFT для прискорення обчислень.

Якість реконструкції значною мірою залежить від правильного вибору параметрів моделі та методу обробки голограми.

2.4 Програмна реалізація алгоритмів моделювання голографічних зображень

Програмна реалізація алгоритмів формування та реконструкції голографічних зображень у даній роботі виконана мовою Python. Вибір цієї мови зумовлений її широким використанням у задачах наукових обчислень, наявністю бібліотек для роботи з матрицями, спектральними перетвореннями та візуалізацією результатів.

Для реалізації алгоритмів були використані такі основні програмні засоби:

- NumPy — для роботи з багатовимірними масивами, комплексними числами та виконання базових математичних операцій [9];
- SciPy — для реалізації чисельних методів і спектральної обробки сигналів [10];
- Matplotlib — для візуалізації вхідних даних, голограм та реконструйованих зображень [11].

Програмна система була організована за модульним принципом, що дозволяє розділити окремі етапи моделювання на незалежні функціональні блоки. Основними складовими реалізації є:

- модуль підготовки вхідних даних, який забезпечує завантаження або генерацію тестових зображень;
- модуль формування комплексного поля об'єкта, у якому вхідне зображення перетворюється на представлення у вигляді амплітудно-фазового розподілу;

- модуль моделювання поширення хвилі, що реалізує обчислення дифракції із використанням перетворення Фур'є;
- модуль формування голограми, у якому виконується додавання опорної хвилі та обчислення інтерференційної картини;
- модуль реконструкції зображення, який відновлює об'єктне поле з голограми;
- модуль візуалізації результатів, призначений для відображення проміжних і кінцевих результатів.

Загальна логіка роботи програми відповідає алгоритмам, розглянутим у попередніх підрозділах. Після задання входного зображення та параметрів моделювання формується комплексне поле об'єкта. Далі виконується обчислення хвильового поля у площині голограми, додається опорна хвиля та формується інтерференційна картина. На завершальному етапі отримана голограма використовується для чисельної реконструкції зображення.

Для моделювання дифракції у програмній реалізації використовується швидке перетворення Фур'є, що дозволяє значно підвищити ефективність обчислень. У загальному вигляді програмна реалізація операції поширення хвилі може бути подана як

$$U_z = F^{-1}(F(U_0) \cdot H)$$

де

U_0 - початкове комплексне поле,

H - передавальна функція,

U_z - поле після поширення на відстань z .

Під час реалізації алгоритмів особлива увага приділялася коректній роботі з комплексними числами, нормалізації результатів та вибору параметрів дискретизації. Це є важливим для отримання якісних голограм і коректної реконструкції зображень.

Важливою перевагою обраного підходу є гнучкість програмної реалізації. Зміна параметрів моделювання, таких як довжина хвилі, відстань поширення, розмір сітки або тип входного зображення, не потребує зміни структури програми і може бути виконана шляхом зміни вхідних параметрів.

2.5 Основні фрагменти програмного коду

На першому етапі вхідове зображення представляється у вигляді амплітудного розподілу та перетворюється на комплексне поле. У найпростішому випадку фаза вважається нульовою.

```
import numpy as np

def create_object_field(image):
    image = image.astype(np.float64)
    image /= np.max(image)
    field = image * np.exp(1j * np.zeros_like(image))
    return field
```

У наведеному фрагменті зображення нормалізується до діапазону від 0 до 1, після чого формується комплексне поле, яке використовується як модель об'єкта.

Для чисельного моделювання поширення хвильового поля застосовується підхід на основі швидкого перетворення Фур'є. Передавальна функція враховує параметри хвилі та відстань поширення.

```
def fresnel_propagation(field, wavelength, z, dx):
    rows, cols = field.shape
    k = 2 * np.pi / wavelength

    fx = np.fft.fftfreq(cols, d=dx)
```

```

fy = np.fft.fftfreq(rows, d=dx)
FX, FY = np.meshgrid(fx, fy)

H = np.exp(-1j * np.pi * wavelength * z * (FX**2 + FY**2))

spectrum = np.fft.fft2(field)
propagated = np.fft.ifft2(spectrum * H)

return propagated

```

Ця функція реалізує чисельне моделювання дифракції Френеля у спектральній області. Використання FFT дозволяє суттєво зменшити обчислювальну складність алгоритму [12].

Після обчислення об'єктного поля у площині голограми до нього додається опорна хвиля, а потім визначається інтенсивність сумарного поля.

```

def generate_hologram(object_field, reference_wave):
    total_field = object_field + reference_wave
    hologram = np.abs(total_field) ** 2
    return hologram

```

У результаті формується цифрова голограма як двовимірний масив значень інтенсивності, що може бути використаний для подальшої реконструкції.

Для моделювання інтерференції задається опорна хвиля у вигляді плоскої хвилі.

```

def create_reference_wave(shape, wavelength, dx, angle_x=0.0, angle_y=0.0):
    rows, cols = shape
    x = np.arange(cols) * dx
    y = np.arange(rows) * dx
    X, Y = np.meshgrid(x, y)

    k = 2 * np.pi / wavelength

```

```
reference = np.exp(1j * (k * X * np.sin(angle_x) + k * Y *
np.sin(angle_y)))
return reference
```

Такий підхід дозволяє задавати напрям поширення опорної хвилі через кути нахилу, що впливає на структуру інтерференційної картини.

Для реконструкції використовується зворотне поширення хвильового поля від площини голограми до площини спостереження.

```
def reconstruct_image(hologram, wavelength, z, dx):
    field = np.sqrt(hologram)
    reconstructed = fresnel_propagation(field, wavelength, -z, dx)
    intensity = np.abs(reconstructed) ** 2
    return intensity
```

У цьому фрагменті реконструкція виконується за допомогою тієї ж функції поширення, але з від'ємним значенням відстані z , що відповідає зворотному поширенню хвилі.

Для аналізу результатів використовується графічне відображення початкового зображення, голограми та реконструйованого зображення.

```
import matplotlib.pyplot as plt

def show_results(object_image, hologram, reconstructed):
    plt.figure(figsize=(12, 4))

    plt.subplot(1, 3, 1)
    plt.imshow(object_image, cmap='gray')
    plt.title("Об'єкт")
    plt.axis('off')

    plt.subplot(1, 3, 2)
    plt.imshow(hologram, cmap='gray')
    plt.title("Голограма")
    plt.axis('off')
```

```
plt.subplot(1, 3, 3)
plt.imshow(reconstructed, cmap='gray')
plt.title("Реконструкція")
plt.axis('off')

plt.tight_layout()
plt.show()
```

Використання візуалізації дозволяє порівнювати початкові та відновлені зображення, а також аналізувати якість роботи алгоритму.

2.6 Приклади роботи алгоритму

Для перевірки працездатності розроблених алгоритмів формування та реконструкції голографічних зображень було проведено серію експериментів із використанням тестових вхідних даних. Основною метою є демонстрація роботи алгоритмів та оцінка якості отриманих результатів.

У якості вхідних даних використовувалися двовимірні зображення у відтінках сірого, які інтерпретуються як амплітудний розподіл об'єктного поля [13]. Зображення попередньо нормалізувалися до діапазону $[0,1]$.

Основні параметри моделювання:

- довжина хвилі: $\lambda = 633$ нм;
- відстань поширення: $z = 0.1$ м;
- крок дискретизації: $\Delta x = \Delta y = 10^{-6}$ м;
- розмір зображення: 512×512 .

Зазначені параметри були обрані з урахуванням умов чисельної стабільності та можливості коректної реконструкції зображення.

На першому етапі було використано просте тестове зображення (рис. 2.1), що дозволяє наочно оцінити роботу алгоритму.

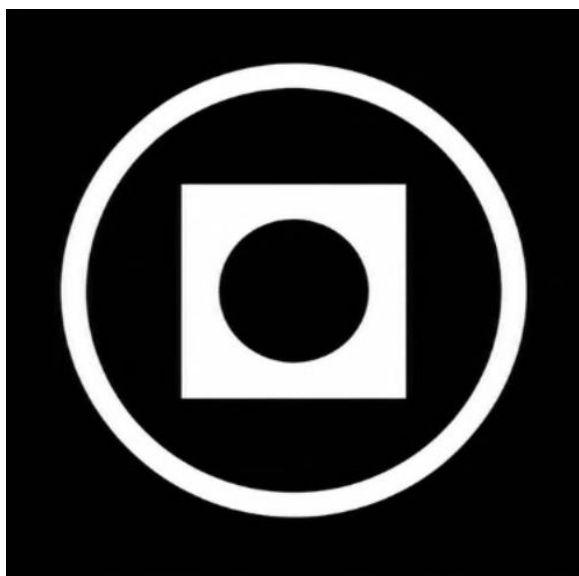


Рисунок 2.1 - Приклад простого тестового зображення

Послідовність обробки:

1. формування комплексного поля об'єкта;
2. моделювання поширення хвилі;
3. формування голограми;
4. реконструкція зображення.

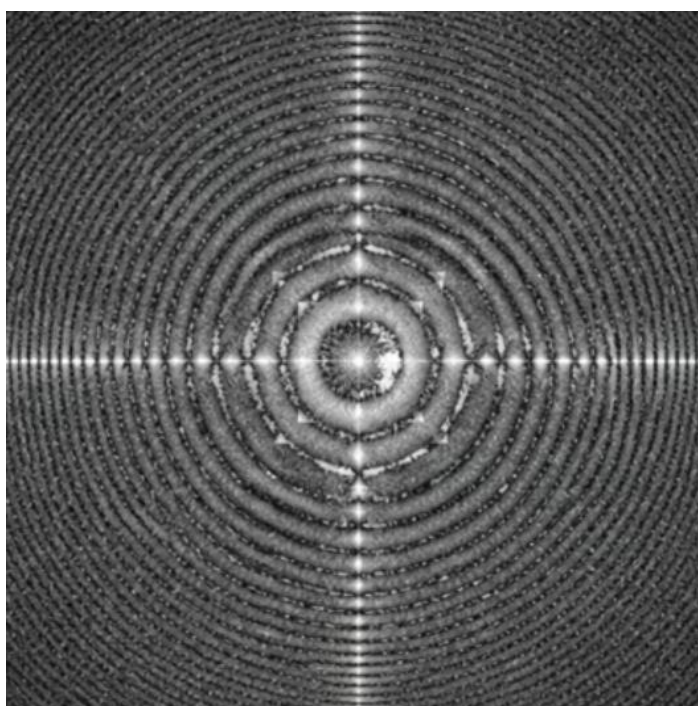


Рисунок 2.2 - Голограма, отримана з простого зображення

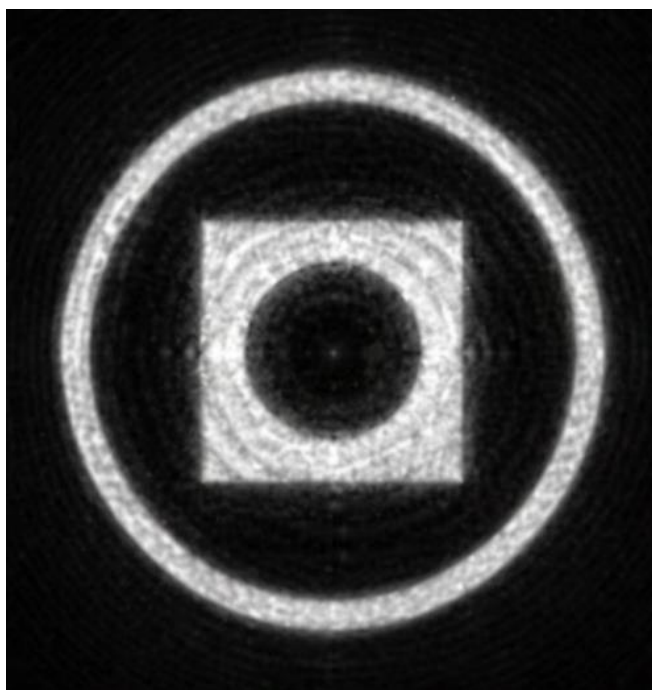


Рисунок 2.3 - Реконструкція простого зображення

В результаті було отримано:

- початкове зображення об'єкта;
- відповідну голограму;
- реконструйоване зображення.

Реконструкція дозволяє відновити основні контури об'єкта, проте може містити незначні артефакти, пов'язані з дискретизацією та особливостями алгоритму.

Другий експеримент проводився з використанням більш складного зображення (рис. 2.4), яке містить дрібні деталі та градієнти яскравості.



Рисунок 2.4 - Приклад більш складного зображення

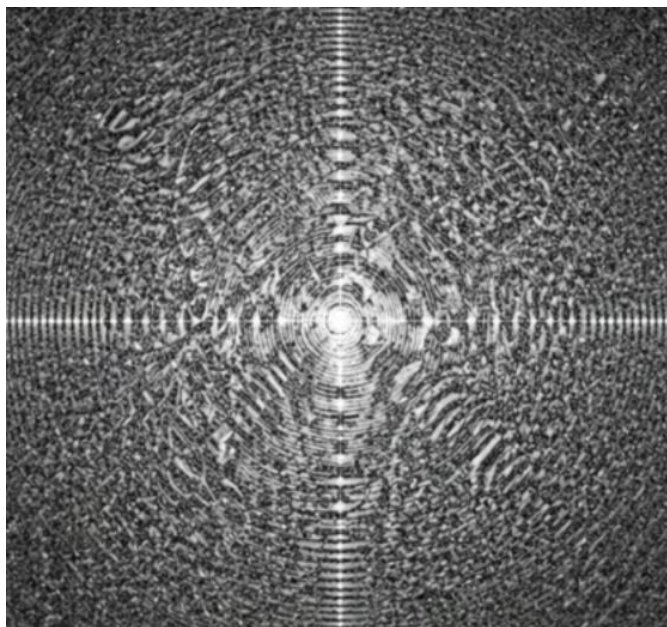


Рисунок 2.5 - Голограма, отримана з більш складного зображення



Рисунок 2.6 - Реконструкція складного зображення

Було встановлено, що:

- голограма має більш складну інтерференційну структуру;
- реконструкція відтворює загальну форму об'єкта;
- дрібні деталі можуть частково втрачатися або спотворюватися.

Це пояснюється обмеженнями дискретизації та впливом параметрів моделювання.

Розділ 3. Дослідження ефективності алгоритмів моделювання голографічних зображень

3.1 Постановка задачі дослідження

Після розробки алгоритмів формування та реконструкції голографічних зображень необхідним етапом є їх дослідження та оцінка ефективності. Основною метою даного розділу є аналіз роботи розроблених алгоритмів у різних умовах та визначення факторів, що впливають на якість отриманих результатів.

Задача дослідження полягає у проведенні серії чисельних експериментів, спрямованих на оцінку:

- якості реконструйованих зображень;
- стійкості алгоритму до зміни параметрів;
- впливу складності вхідних даних на результат;
- обчислювальної ефективності алгоритму.

У рамках дослідження використовуються тестові зображення різної складності, що дозволяє оцінити роботу алгоритму як на простих структурах, так і на зображеннях із великою кількістю деталей.

Основними параметрами, що аналізуються у роботі, є:

- довжина хвилі світла λ ;
- відстань поширення z ;
- крок дискретизації Δx , Δy ;
- розмір обчислювальної сітки.

Для кожного набору параметрів проводиться формування голограми та реконструкція зображення з подальшим аналізом отриманих результатів.

Оцінка якості реконструкції виконується як візуально, так і на основі аналізу збереження основних структур об'єкта, рівня шуму та наявності артефактів. Особлива увага приділяється впливу параметрів моделювання на точність відновлення зображення.

3.2 Вплив параметрів моделювання на якість реконструкції

Якість реконструкції голографічних зображень у цифровій голографії значною мірою залежить від параметрів моделювання. Неправильний вибір цих параметрів може призводити до спотворень, втрати деталей або появи артефактів у відновленому зображенні. У даному підрозділі досліджується вплив основних параметрів на результати реконструкції.

Одним із ключових параметрів є відстань поширення хвилі z , яка визначає положення площини реконструкції [14].

Було встановлено, що:

- при малих значеннях z реконструйоване зображення є розмитим і нечітким (рис. 3.1, 3.2);
- при оптимальному значенні z досягається максимальна різкість і контраст;
- при великих значеннях z зображення знову погіршується через розширення хвильового фронту (рис. 3.3, 3.4).

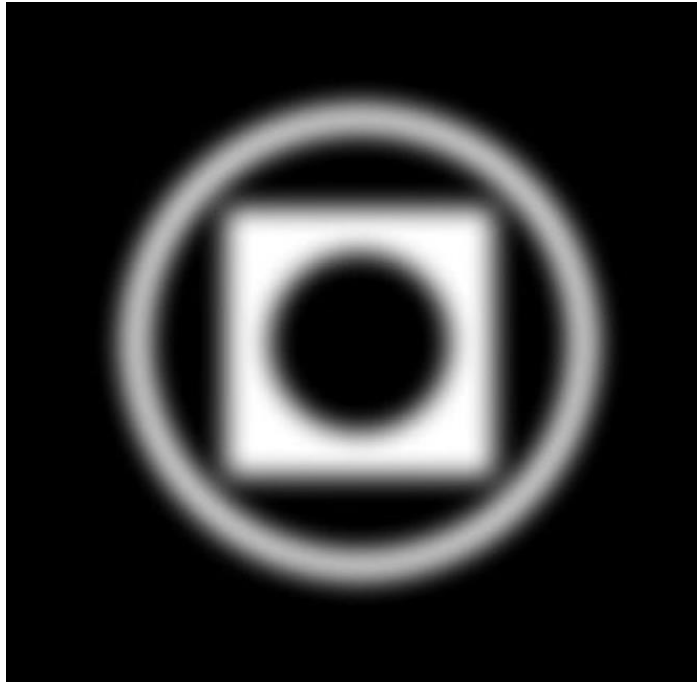


Рисунок 3.1 - Приклад реконструкції простого зображення при $z=0.02$ м



Рисунок 3.2 - Приклад реконструкції складного зображення при $z=0.02$ м

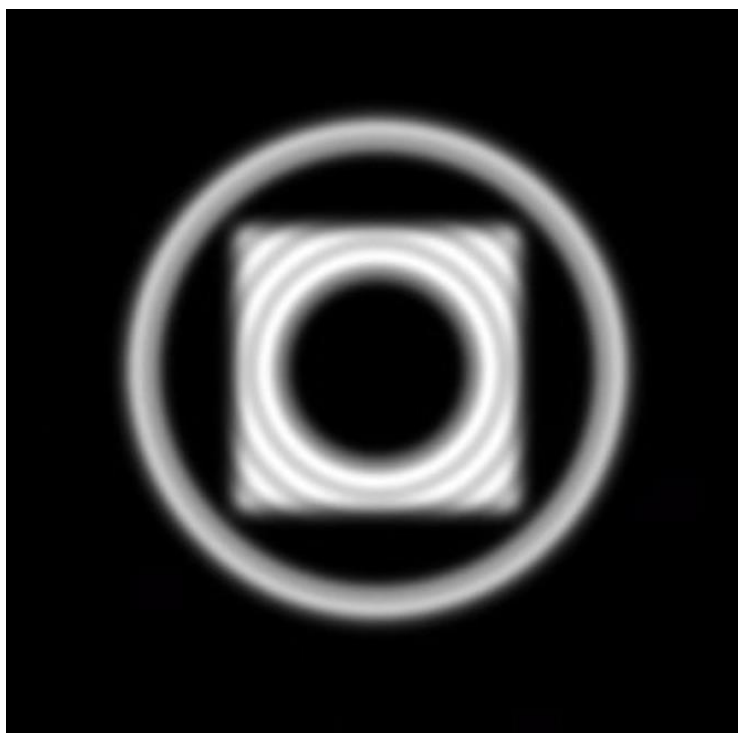


Рисунок 3.3 - Приклад реконструкції простого зображення при $z=0.3$ м



Рисунок 3.4 - Приклад реконструкції складного зображення при $z=0.3$ м

Довжина хвилі λ визначає характер дифракції та впливає на деталізацію зображення. Результати показали, що:

- при зменшенні довжини хвилі покращується роздільна здатність реконструкції (рис. 3.5, 3.6);
- при збільшенні довжини хвилі зображення стає менш деталізованим (рис. 3.7, 3.8);
- зміна довжини хвилі змінює структуру інтерференційної картини.

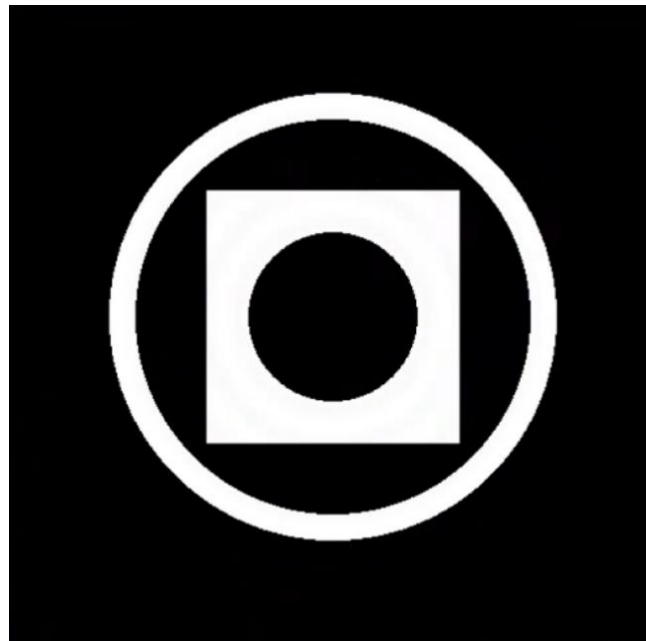


Рисунок 3.5 - Приклад реконструкції простого зображення при $\lambda=450$ нм



Рисунок 3.6 - Приклад реконструкції складного зображення при $\lambda=450$ нм

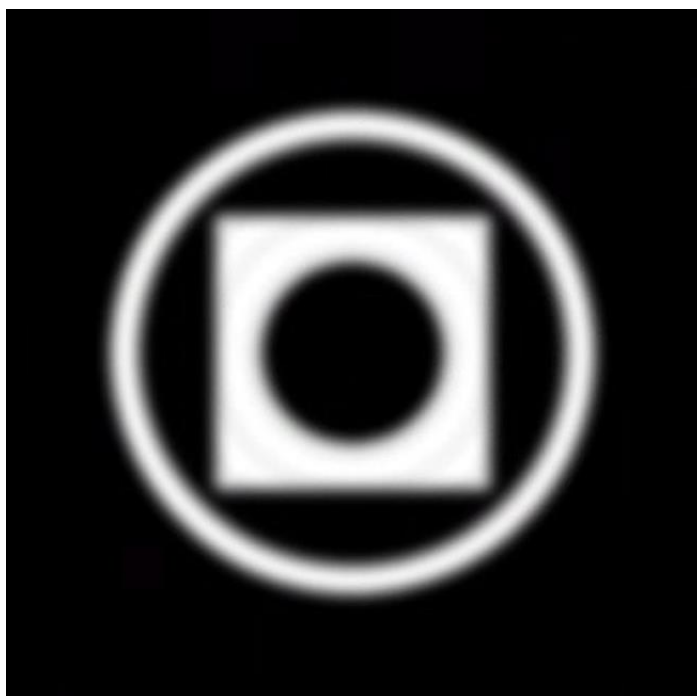


Рисунок 3.7 - Приклад реконструкції простого зображення при $\lambda=780$ нм



Рисунок 3.8 - Приклад реконструкції складного зображення при $\lambda=780$ нм

Крок дискретизації Δx , Δy визначає точність представлення голограми у цифровому вигляді. Було встановлено, що:

- великий крок дискретизації призводить до втрати дрібних деталей (рис. 3.9, 3.10);
- занадто малий крок збільшує обчислювальні витрати без суттєвого покращення результату (рис. 3.11, 3.12);
- при недостатній дискретизації виникає ефект аліасингу, що проявляється у вигляді спотворень.

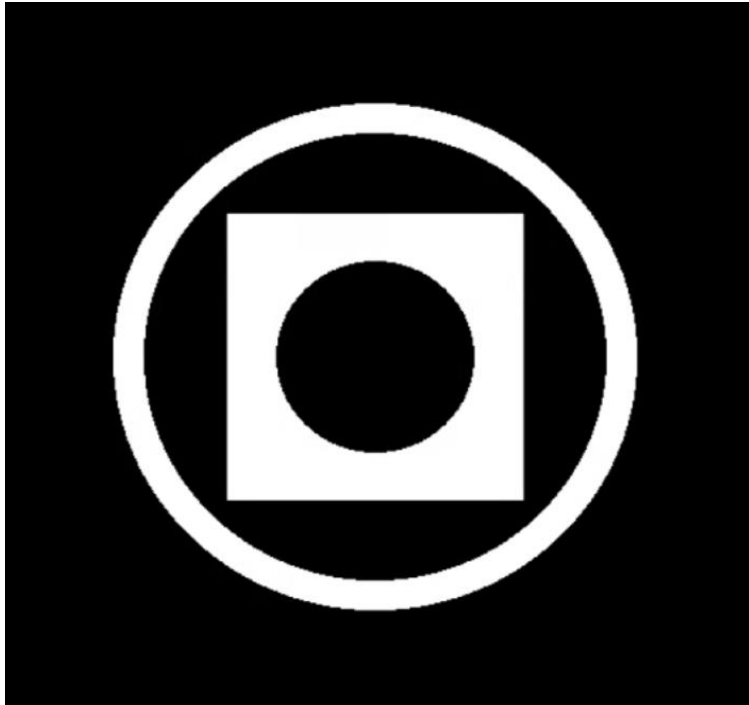


Рисунок 3.9 - Приклад реконструкції простого зображення при $\Delta x = 0.5$
 $\cdot 10^{-6}$ м



Рисунок 3.10 - Приклад реконструкції складного зображення при $\Delta x = 0.5$
 $\cdot 10^{-6}$ м



Рисунок 3.11 - Приклад реконструкції простого зображення при $\Delta x = 5 \cdot 10^{-6}$ м

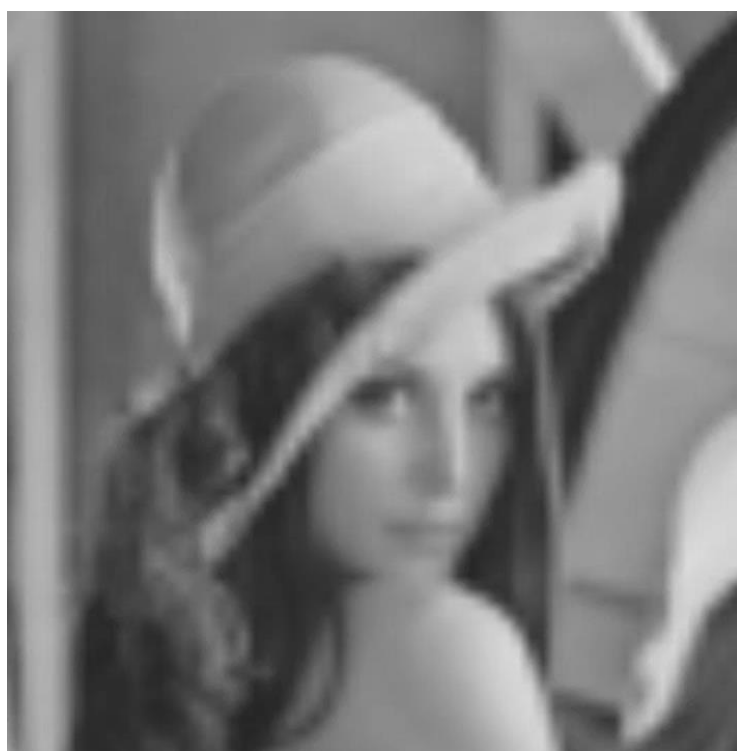


Рисунок 3.12 - Приклад реконструкції складного зображення при $\Delta x = 5 \cdot 10^{-6}$ м

3.3 Переваги та обмеження розробленого алгоритму

В результаті проведених досліджень було проаналізовано ефективність розробленого алгоритму комп'ютерного моделювання голографічних зображень. Отримані результати дозволяють виділити основні переваги та обмеження запропонованого підходу.

До основних переваг розробленого алгоритму можна віднести:

1. Універсальність підходу - алгоритм може застосовуватися для різних типів входних зображень — як простих геометричних структур, так і складних реальних зображень.
2. Використання швидкого перетворення Фур'є (FFT) - це дозволяє значно зменшити обчислювальну складність та забезпечити ефективну обробку великих масивів даних.
3. Гнучкість параметрів моделювання - можливість змінювати параметри, такі як довжина хвилі, відстань поширення та крок дискретизації, дозволяє досліджувати різні режими роботи системи.
4. Наочність результатів - отримані голограми та реконструйовані зображення можуть бути візуалізовані, що полегшує аналіз роботи алгоритму.
5. Можливість розширення - запропонований підхід може бути доповнений більш складними моделями дифракції або методами обробки сигналів.

Разом із тим, алгоритм має ряд обмежень, які необхідно враховувати:

1. Залежність від параметрів моделювання - якість реконструкції суттєво залежить від вибору параметрів z , λ та Δx . Невдалий вибір може призвести до значних спотворень.

2. Наявність артефактів - у реконструйованих зображеннях можуть з'являтися паразитні компоненти, шум та інтерференційні артефакти.
3. Втрати деталей при складних зображеннях - для зображень із великою кількістю дрібних деталей спостерігається часткова втрата інформації, особливо при недостатній роздільній здатності.
4. Обмеження дискретизації - цифрове представлення сигналу призводить до появи ефектів аліасингу та накладання спектрів.
5. Обчислювальні витрати - незважаючи на використання FFT, при великих розмірах зображень обчислення залишаються ресурсоємними.

Проведене дослідження показало, що розроблений алгоритм є ефективним інструментом для моделювання голографічних зображень за умови правильного вибору параметрів.

Найкращі результати досягаються при узгодженому виборі параметрів моделювання, достатній роздільній здатності, та використанні оптимального значення відстані реконструкції.

Отримані результати можуть бути використані як основа для подальшого вдосконалення алгоритмів та їх застосування у задачах цифрової голографії.

ВИСНОВКИ

У дипломній роботі було розглянуто задачу комп'ютерного моделювання голографічних зображень, що є актуальною у зв'язку зі стрімким розвитком цифрової обробки сигналів, оптичних технологій та систем візуалізації.

Під час виконання роботи було досягнуто поставленої мети — досліджено, реалізовано та проаналізовано алгоритми формування та реконструкції голографічних зображень із використанням сучасних обчислювальних методів.

Були вирішені такі основні задачі:

- проведено аналіз теоретичних основ голографії, зокрема принципів формування голограм, хвильової природи світла та моделей дифракції;
- досліджено методи чисельного моделювання голографічних процесів із використанням перетворення Фур'є;
- розроблено алгоритми формування цифрових голограм на основі моделювання інтерференції світлових хвиль;
- реалізовано алгоритми реконструкції голографічних зображень шляхом чисельного моделювання поширення хвильового поля;
- виконано програмну реалізацію алгоритмів із використанням мови Python та спеціалізованих бібліотек для наукових обчислень;
- проведено експериментальне дослідження роботи алгоритмів на різних типах зображень та при різних параметрах моделювання.

У результаті дослідження було встановлено, що якість реконструкції голографічних зображень значною мірою залежить від параметрів моделювання. Зокрема, визначено вплив таких факторів, як відстань

поширення хвилі, довжина хвилі світла та крок дискретизації. Було показано, що:

- при неправильному виборі відстані реконструкції спостерігається розмиття або спотворення зображення;
- зменшення довжини хвилі дозволяє підвищити роздільну здатність реконструкції;
- збільшення кроку дискретизації призводить до втрати деталей та появи ефекту аліасингу.

Отримані результати підтверджують ефективність використання швидкого перетворення Фур'є для реалізації алгоритмів цифрової голографії, що дозволяє значно зменшити обчислювальні витрати та забезпечити обробку великих масивів даних.

Разом із тим було встановлено, що розроблений алгоритм має ряд обмежень, пов'язаних із дискретною природою представлення сигналів, чутливістю до параметрів моделювання та наявністю артефактів у реконструйованих зображеннях.

Практична цінність роботи полягає у створенні програмних засобів для моделювання голографічних процесів, які можуть бути використані у навчальних цілях, наукових дослідженнях та задачах цифрової обробки зображень.

Отримані результати можуть бути використані як основа для подальших досліджень, зокрема у напрямі вдосконалення алгоритмів реконструкції, підвищення якості зображень та оптимізації обчислювальних методів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Goodman J. W. Introduction to Fourier Optics. – 3rd ed. – Roberts and Company Publishers, 2005. – 491 p.
2. Schnars U., Jüptner W. Digital Holography: Digital Hologram Recording, Numerical Reconstruction, and Related Techniques. – Berlin : Springer, 2005. – 164 p.
3. Kreis T. Handbook of Holographic Interferometry: Optical and Digital Methods. – Weinheim : Wiley-VCH, 2005. – 542 p.
4. Voelz D. G. Computational Fourier Optics: A MATLAB Tutorial. – Bellingham : SPIE Press, 2011. – 534 p.
5. Latychevskaia T. Practical algorithms for simulation and reconstruction of digital holograms // Applied Optics. – 2019. – Vol. 58, № 9. – P. G1–G11.
6. Takeda M., Ina H., Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry // Journal of the Optical Society of America. – 1982. – Vol. 72, № 1. – P. 156–160.
7. Cuhe E., Marquet P., Depeursinge C. Simultaneous amplitude-contrast and quantitative phase-contrast microscopy by numerical reconstruction of Fresnel off-axis holograms // Applied Optics. – 1999. – Vol. 38, № 34. – P. 6994–7001.
8. Ozaktas H. M., Zalevsky Z., Kutay M. A. The Fractional Fourier Transform: With Applications in Optics and Signal Processing. – Wiley, 2001. – 480 p.

9. NumPy Developers. NumPy Reference Manual // [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://numpy.org/doc/> (дата звернення 04.05.2026).
10. SciPy Developers. SciPy Documentation // [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://scipy.org/> (дата звернення 04.05.2026).
11. Hunter J. D. Matplotlib: A 2D Graphics Environment // Computing in Science & Engineering. – 2007. – Vol. 9, № 3. – P. 90–95.
12. Дорошенко А. Ю., Савчук О. В. Інформаційні системи та технології : наукова робота магістра. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 286 с.
13. Марченко О. І., Вітковська І. І. Компоненти програмної інженерії. Частина 1 : навч. посіб. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 50 с.
14. ДСТУ 8302:2015. Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання // [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.knmu.kharkov.ua/attachments/3659_3008-2015.PDF (дата звернення 04.05.2026).