

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В.Н. КАРАЗІНА

(повне найменування вищого навчального закладу)

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ «ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ»

(назва факультету)

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ ФІЗИКИ ТА ФІЗИКИ ПЛАЗМИ

(повна назва кафедри)

Пояснювальна записка

до дипломного проекту (роботи)

Магістра

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему

укр.: "Числовий аналіз перенесення електромагнітної енергії азимутальними поверхневими хвилями в хвилеводах типу лампи біжної хвилі з коаксіальною плазмовою вставкою"

англ.: "Numerical analysis of the electromagnetic energy transfer by azimuthal surface waves in waveguides of the traveling wave lamp type with a coaxial plasma insert"

Виконала: студентка 2 курсу навчання

за ОНП магістр

спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали

освітня програма: Експериментальна ядерна фізика та фізика плазми

Гнатюк С. В.

(прізвище та ініціали)

(особистий підпис)

Керівник: д.ф.-м.н, проф. Гірка І. О.

(прізвище та ініціали)

(особистий підпис)

Консультант: _____

(прізвище та ініціали)

(особистий підпис)

Рецензент: д.ф.-м.н, проф. Лісовський В. О.

(прізвище та ініціали)

(особистий підпис)

АНОТАЦІЯ

У дипломній роботі досліджується перенесення електромагнітної енергії азимутальними поверхневими хвилями в хвилеводах типу лампи біжної хвилі з коаксіальною плазмовою вставкою. У роботі отримано дисперсійне рівняння для даної структури хвилевода. Проведено аналіз дисперсійних кривих залежно від різних параметрів: азимутального хвильового числа, кута нахилу спіралі, геометричних параметрів хвилевода, діелектричних проникностей середовищ, що оточують плазму та зовнішнього магнітного поля. Встановлено, що нульові радіальні моди АПХ є найбільш небезпечними для збудження паразитної хвилі в навантажених густою плазмою коаксіальних хвилеводах, подібних до трубчастих хвилеводів. Отримано просторові розподіли компонентів електричного та магнітного поля АПХ та проведено числове моделювання цих залежностей. Здобуті результати будуть корисними, наприклад, для конструювання реальних пристроїв типу ЛБХ, а також у технологічних застосуваннях, в яких потрібен пікований профіль просторового розподілу полів хвилі та енергії.

ANNOTATION

The thesis examines the transfer of electromagnetic energy by azimuthal surface waves in waveguides of the traveling wave tube type with a coaxial plasma insert. The dispersion equation for this waveguide structure is derived in the work. An analysis of the dispersion curves is carried out subject to various parameters: the azimuthal wave number, the angle of inclination of the spiral, the geometric parameters of the waveguide, the dielectric constants of the media surrounding the plasma and the external magnetic field. It is established that the zero radial modes of ASW are the most dangerous for the excitation of a parasitic wave in dense plasma-loaded coaxial waveguides similar to tubular waveguides. Spatial distributions of the components of the electric and magnetic field of ASW are obtained and numerical modeling of these dependencies is carried out. The obtained results can be useful, for example, for the construction of real devices of the TWT type and in technological applications where picked profiles of spatial distributions of the wave fields and energy is needed.

ЗМІСТ

ВСТУП.	4
РОЗДІЛ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	8
1.1. Геометрія ЛБХ.....	8
1.2. Фізико-математична модель задачі.	10
РОЗДІЛ 2. АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ’ЯЗОК ЗАДАЧІ.....	13
2.1. АПХ у циліндричній системі координат.	13
2.2. Електромагнітне поле у ЛБХ.	15
2.3. Застосування граничних умов геометрії ЛБХ.....	21
2.4. Отримання дисперсійного рівняння.....	24
РОЗДІЛ 3. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ... 27	
3.1. Аналіз дисперсійних кривих.	27
3.2. Аксіальне магнітне поле.....	30
3.3. Аксіальне електричне поле.	32
3.4. Радіальне магнітне поле.	34
3.5. Радіальне електричне поле.....	36
3.6. Густина потоку енергії електромагнітного поля.	39
ВИСНОВКИ.....	41
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	43

ВСТУП

Дипломну роботу присвячено дослідженню перенесення електромагнітної енергії азимутальними поверхневими хвилями в хвилеводах типу лампи біжної хвилі з коаксіальною плазмовою вставкою.

Лампи біжної хвилі (ЛБВ) широко застосовують у телекомунікаціях. Тому їх інтенсивно вивчають у науковій літературі. Повний огляд їх розвитку з 1942 року до наших днів наведено в роботі [1]. Їх потенційний вплив на комерційне та промислове застосування пояснює постійний інтерес до подальшого вдосконалення їхніх технічних характеристик.

Дисперсійні співвідношення для релятивістської ЛБВ було отримано в рамках лінійної теорії поля та проаналізовано в роботі [2]. Вважалося, що ЛБВ заповнена холодною однорідною плазмою, повільно хвильова структура є синусоїдально гофрованою і збуджується кільцевим інтенсивним релятивістським електронним пучком скінченної товщини. При цьому вся система занурена в сильне аксіальне магнітне поле. Подібну структуру ЛБВ з еліптичним поперечним перерізом і виродженим плазмовим стовпом, захищеним еліптичним кільцевим шаром діелектрика, було теоретично досліджено в роботі [3].

Взаємодію прямої та зворотної хвиль було проаналізовано в роботі [4]. У статті застосовано гідродинамічний підхід для заповненої плазмою спіралі ЛБВ, Було враховано наступні три особливості. По-перше, швидкість електронів плазми вважалася тепловою. По-друге, враховувалися зіткнення між електронами плазми. По-третє, досліджувався вплив скінченного радіуса електронного променя та його близькості до металеві стінки.

Технологію змінної ширини було розглянуто в [5] для ЛБВ зі складеним хвилеводом. Метою було придушення коливання краю нижньої смуги та розширення робочої смуги частот. Рівень вихідної потужності понад 350 Вт у діапазоні частот 85–90 ГГц було отримано з максимальною потужністю 648 Вт і

ефективністю електронів 12,1% на 88 ГГц зі струмом променя 260 мА та напругою променя 20,5 кВ.

У роботі [7] було досліджено одновимірну нелінійну модель у частотній області для ілюстрації взаємодії промінь-хвиля в ЛБВ із синусоїдальним хвилеводом (СХ). Модель враховувала поля просторового заряду та омічні втрати, щоб краще наблизитися до реальних пристроїв. Пучок оболонки був розділений на набір прямокутних електронних пластин в аксіальному напрямку. Поле просторового заряду було розраховано в межах теорії функцій Гріна. Модель було успішно застосовано для розробки ЛБВ із СХ на частоті 0,22 ТГц.

Взаємодію електромагнітних хвиль і електронних пучків у ЛБВ також досліджено у роботі [8]. Було розглянуто ЛБВ довжиною 4 метри. Пристрій був спеціально розроблений для проведення експериментів з променевою плазмою з низьким рівнем шуму. Також були проаналізовані нелінійні явища, що виникають внаслідок взаємодії промінь-хвиля, такі як модуляція електронного пучка, зростання хвилі та процес насичення.

Азимутальні поверхневі хвилі, як добре відомо, є власними електромагнітними хвилями циліндричних металевих хвилеводів, повністю або частково заповнених ізотропною або магнітоактивною плазмою. Вони інтенсивно вивчаються у зв'язку з їх можливим застосуванням у плазмовій електроніці, включаючи пристрої, що використовують для генерації надвисокочастотних хвиль, плазмово-антенних системах, генерації та підтримки газових розрядів, обробки матеріалів і діагностики поверхонь [9].

У заповнених плазмою аксіально симетричних електронно-променевих резонаторах гіротрона з високою добротністю збуджується вісперна мода, поперечна електрична хвиля високого порядку (TE-мода) дуже близька до відсікання, що означає, що хвиля поширюється майже по азимуту. Ефективність таких пристроїв приблизно залежить від квадратного кореня з так званого пітч-

фактора, який є відношенням кутової і поздовжньої швидкостей. Отже, ефективність вища за більш високої кутової швидкості [10].

Передача енергії від електромагнітних хвиль до плазми зазвичай відбувається внаслідок процесів зіткнення. Вплив зіткнень на дисперсію, згасання і характеристики потоку потужності поверхневих хвиль, що поширюються крізь плазмові стовпи, вже дуже добре відомі науці. Були реалізовані різноманітні числові підходи для опису поширення поверхневих хвиль вздовж межі поділу плазма-діелектрик, і було показано, що електромагнітні поверхневі хвилі складаються із двох різних типів з більш короткими та більш довгими довжинами хвиль. Шлях поширення та його напрямок обумовлені напрямом фазової та групової швидкостей.

У багатьох плоских конфігураціях, що використовують у промисловості, електромагнітне поле є стаціонарним і часто демонструє багатомодову поведінку, що ускладнює фундаментальні дослідження фізики, що визначає динаміку електронів, через складність відповідного розподілу поля [11, 12]. Було виявлено, що для довгих трубчастих конфігурацій хвиля є біжучою хвилею і може бути досягнуто мономодовий розподіл [13, 14].

Відомо, що азимутальні поверхневі хвилі (АПХ) є власними електромагнітними хвилями циліндричних хвилеводів, заповнених плазмою [9]. Тому вони описуються в циліндричних координатах, вісь яких спрямовують уздовж осі хвилеводу та напрямку зовнішнього магнітного поля. Їх інтенсивно вивчають у зв'язку з їх можливим застосуванням у плазмовій електроніці, плазмово-антенних системах, виробництві плазми та нанотехнологіях [15-22]. Добре відомо, що пристрої плазмової електроніки мають низку переваг порівняно з вакуумними пристроями, оскільки вони характеризуються більш широким спектром власних частот. Таким чином, вони забезпечують можливість керування частотним спектром у широкому діапазоні частот, генерування та/або посилення випромінювання в діапазонах надвисоких частот та можливість посилення

потужності електромагнітного випромінювання, яке генерується цими пристроями за рахунок здатності збільшувати електричний струм, який тече в плазмі.

Структура діелектрик-плазма-вакуум-метал, яку розглянуто у роботі, є майже такою самою, як та, що вивчена в роботі [23]. Однак наступні основні ознаки відрізняються. По-перше, в [23] азимутальне хвильове число m дорівнювало нулю і досліджувалося поширення хвилі в аксіальному напрямку. Навпаки, в даній роботі розглянуто жолобкові електромагнітні хвилі з $k_z = 0$ і $m \neq 0$. По-друге, в [9] плазму вважали виродженою, тоді як у нашій роботі розглядається магнітоактивна газова плазма.

РОЗДІЛ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

1.1. Геометрія ЛБХ

Розглянемо трикомпонентну циліндричну хвилеводну структуру. Будемо вважати її нескінченною та однорідною в аксіальному напрямку. Зовнішнє статичне магнітне поле має лише осьову складову ($\vec{B}_0 \parallel \vec{z}$).

ЛБХ складається з циліндричного діелектричного стрижня (для опори спіралі), розміщеного всередині коаксіального шару магнітоактивної плазми з циліндричною спіральною оболонкою на його зовнішній межі, і ще одного діелектричного коаксіального шару, який розділяє конструкцію із зовнішньою циліндричною металевією стінкою (рис. 1.1). Останній діелектричний шар зазвичай є вакуумним і використовується для пропускання кільцевого пучка електронів у аксіальному напрямку.

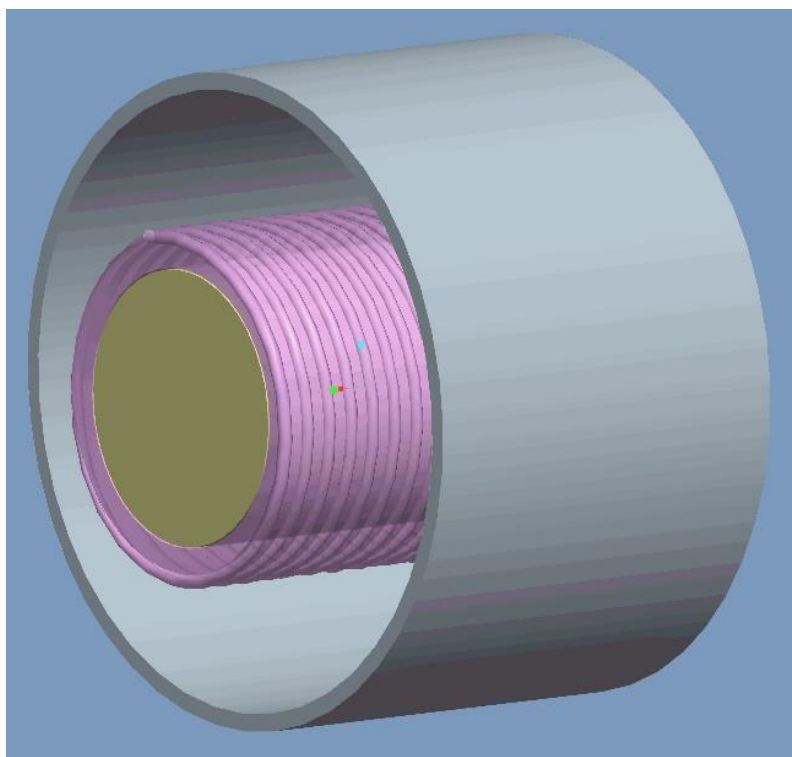


Рисунок 1.1. Схематичний вигляд ЛБХ

Задача має аксіальну симетрію. Розглянемо переріз ЛБХ та розташування прошарків залежно від радіальної координати r (рис. 1.2). Простір $r \leq R_1$ займає

діелектричний стрижень. Плазму розміщено в шарі $R_1 \leq r \leq R_2$. Металеву спіральну оболонку розміщено на межі розділу $r = R_2$. Інший шар діелектрика, $R_2 \leq r \leq R_3$, відокремлює плазму від металевої стінки.

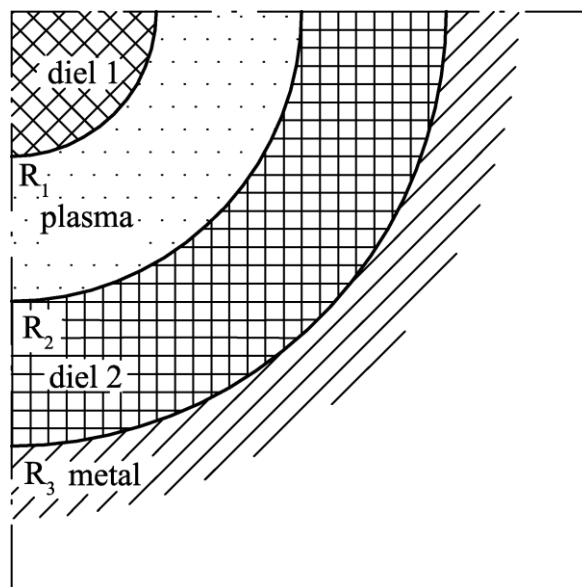


Рисунок 1.2. Радіальний переріз ЛБХ

Зовнішня межа розділу плазмового шару при $r = R_2$ визначається металевою спіральною оболонкою. Ця оболонка вважається поверхнею з нульовою товщиною та анізотропною електропровідністю. Оболонка характеризується кутом нахилу спіралі θ , який є кутом між дотичною до дротів та азимутальним напрямком (рис. 1.3).

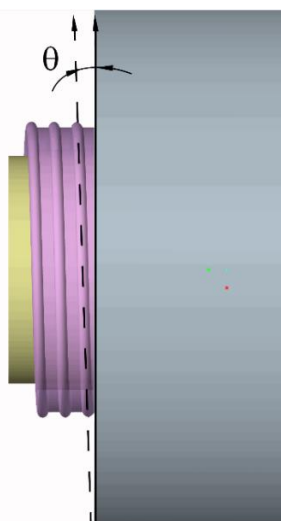


Рисунок 1.3. До визначення кута нахилу гвинтової лінії.

1.2. Фізико-математична модель задачі

Електромагнітні явища пояснюються рівняннями Максвелла:

$$\operatorname{div} \vec{D} = 4\pi\rho \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (1.2)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1.4)$$

Запишемо зв'язок напруженості та індукції для електричного та магнітного поля:

$$\vec{D} = \hat{\varepsilon} \vec{E} \quad (1.5)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (1.6)$$

Плазма є діамагнітним середовищем, тому $\mu \approx 1$. Звідси, $\vec{B} \approx \vec{H}$. Будемо розглядати холодну плазму без зіткнень. У такій плазмі \vec{D} пов'язана з \vec{E} через тензор діелектричної проникності $\hat{\varepsilon}$:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

де $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ задаються наступними співвідношеннями:

$$\varepsilon_1 = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\Omega_{\alpha}^2}{\omega^2 - \omega_{\alpha}^2}, \quad \varepsilon_2 = - \sum_{\alpha} \frac{\Omega_{\alpha}^2 \omega_{\alpha}}{\omega(\omega^2 - \omega_{\alpha}^2)}, \quad \varepsilon_3 = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\Omega_{\alpha}^2}{\omega^2}.$$

В останніх виразах Ω_{α} – це плазмова частота частинок сорту α ($\alpha = i$ для іонів і $\alpha = e$ для електронів), а ω_{α} – відповідна циклотронна частота.

Оскільки задача має аксіальну симетрію, будемо розписувати рівняння у циліндричній системі координат. Потрібно всі величини $\vec{B}, \vec{E}, \vec{D}, \vec{H}$ виразити через \vec{B}, \vec{E} .

Запишемо зв'язок між компонентами індукції електричного поля та компонентами напруженості електричного поля, використовуючи (1.5) та (1.7):

$$\begin{pmatrix} D_r \\ D_\varphi \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_r \\ E_\varphi \\ E_z \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

$$\begin{pmatrix} D_r \\ D_\varphi \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 E_r + i\varepsilon_2 E_\varphi \\ -i\varepsilon_2 E_r + \varepsilon_1 E_\varphi \\ \varepsilon_3 E_z \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Тепер запишемо рівняння Максвелла з дивергенціями у циліндричній системі координат:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial D_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \quad (1.10)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r (\varepsilon_1 E_r + i\varepsilon_2 E_\varphi)) + \frac{1}{r} \frac{\partial (-i\varepsilon_2 E_r + \varepsilon_1 E_\varphi)}{\partial \varphi} + \frac{\partial (\varepsilon_3 E_z)}{\partial z} = 4\pi\rho \quad (1.11)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (1.12)$$

І компоненти рівнянь з роторами:

$$(\operatorname{rot} \vec{E})_r = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} \right) = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_r}{\partial t} \quad (1.13)$$

$$(\operatorname{rot} \vec{E})_\varphi = \left(\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_\varphi}{\partial t} \quad (1.14)$$

$$(\operatorname{rot} \vec{E})_z = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r E_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} \right) = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (1.15)$$

$$(\operatorname{rot} \vec{B})_r = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_\varphi}{\partial z} \right) = \frac{4\pi}{c} j_r + \frac{1}{c} \frac{\partial D_r}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} j_r + \frac{1}{c} \frac{\partial (\varepsilon_1 E_r + i\varepsilon_2 E_\varphi)}{\partial t} \quad (1.16)$$

$$(\operatorname{rot} \vec{B})_\varphi = \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) = \frac{4\pi}{c} j_\varphi + \frac{1}{c} \frac{\partial D_\varphi}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} j_\varphi + \frac{1}{c} \frac{\partial (-i\varepsilon_2 E_r + \varepsilon_1 E_\varphi)}{\partial t} \quad (1.17)$$

$$(\text{rot}\vec{B})_z = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rB_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial B_r}{\partial \varphi} \right) = \frac{4\pi}{c} j_z + \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} j_z + \frac{1}{c} \frac{\partial(\varepsilon_3 E_z)}{\partial t} \quad (1.18)$$

Середовище ми будемо розглядати з $\rho = 0$ та при $\vec{j} = 0$. Враховуючи це та той факт, що дивергенція ротора дорівнює нулю, бачимо, що рівняння (1.1) та (1.2) є тотожними, що є відомим для хвиль.

Розглянемо випадок, коли тензор $\hat{\varepsilon}$ залежить лише від радіальної координати r . Тоді отримаємо систему з 6 рівнянь на 3 компоненти електричного поля \vec{E} та 3 компоненти магнітного поля \vec{B} :

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} \right) = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_r}{\partial t} \quad (1.19)$$

$$\left(\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_\varphi}{\partial t} \quad (1.20)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (1.21)$$

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_\varphi}{\partial z} \right) = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_1 E_r + i\varepsilon_2 E_\varphi) \quad (1.22)$$

$$\left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_1 E_\varphi - i\varepsilon_2 E_r) \quad (1.23)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial B_\varphi}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \varphi} = \frac{\varepsilon_3}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (1.24)$$

РОЗДІЛ 2. АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ

2.1. АПХ у циліндричній системі координат

Залежності електромагнітних полів АПХ від координат і часу обрано у такому вигляді: $f(r)\exp[i(m\varphi - \omega t)]$. Тут r — радіальна координата, m — азимутальне хвильове число (m — ціле число), φ — азимутальний кут, ω — кутова частота хвилі, t — час.

Відомо, що АПХ звичайної поляризації з компонентами поля B_r , B_φ , E_z і незвичайної поляризації з компонентами E_r , E_φ , B_z незалежно поширюються в зовнішньому аксіальному статичному магнітному полі. Наявність відмінного від нуля аксіального хвильового числа k_z та/або азимутальної складової зовнішнього статичного магнітного поля спричиняє зв'язок звичайної АПХ та надзвичайної АПХ [24-26]. У цих випадках звичайні та надзвичайні АПХ не можна розглядати окремо.

Застосуємо тоді залежності $\vec{E}(\vec{r}, t), \vec{B}(\vec{r}, t) = f(r)\exp[i(k_z z + m\varphi - \omega t)]$ для рівнянь (1.19)-(1.24).

Перепишемо рівняння (1.19):

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} E_z(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} i m - E_\varphi(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} i k_z \\ = -\frac{1}{c} B_r(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} (-i\omega) \end{aligned}$$

У результаті отримаємо:

$$\boxed{\frac{i m}{r} E_z(r) - i k_z E_\varphi(r) = \frac{i \omega}{c} B_r(r)} \quad (2.1)$$

Перепишемо рівняння (1.20):

$$\begin{aligned} E_r(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} i k_z - \frac{\partial E_z(r)}{\partial r} \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} \\ = -\frac{1}{c} B_\varphi(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} (-i\omega) \end{aligned}$$

У результаті отримаємо:

$$\boxed{ik_z E_r(r) - \frac{\partial E_z(r)}{\partial r} = \frac{i\omega}{c} B_\varphi(r)} \quad (2.2)$$

Перепишемо рівняння (1.21):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \left(r \frac{\partial E_\varphi(r)}{\partial r} \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} + E_\varphi(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} \right. \\ & \quad \left. - E_r(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} im \right) \\ & = -\frac{1}{c} B_z(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} (-i\omega) \end{aligned}$$

У результаті отримаємо:

$$\boxed{\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rE_\varphi(r))}{\partial r} - imE_r(r) \right) = \frac{i\omega}{c} B_z(r)} \quad (2.3)$$

Перепишемо рівняння (1.22):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} B_z(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} im - B_\varphi(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} ik_z \\ & = \frac{\varepsilon_1}{c} E_r(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} (-i\omega) \\ & \quad + \frac{i\varepsilon_2}{c} E_\varphi(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} (-i\omega) \end{aligned}$$

У результаті отримаємо:

$$\boxed{\frac{im}{r} B_z(r) - ik_z B_\varphi(r) = -\frac{i\omega\varepsilon_1}{c} E_r(r) + \frac{\omega\varepsilon_2}{c} E_\varphi(r)} \quad (2.4)$$

Перепишемо рівняння (1.23):

$$\begin{aligned} & B_r(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} ik_z - \frac{\partial B_z(r)}{\partial r} \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} \\ & = \frac{\varepsilon_1}{c} E_\varphi(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} (-i\omega) \\ & \quad - \frac{i\varepsilon_2}{c} E_r(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} (-i\omega) \end{aligned}$$

У результаті отримаємо:

$$\boxed{ik_z B_r(r) - \frac{\partial B_z(r)}{\partial r} = -\frac{i\omega\varepsilon_1}{c} E_\varphi(r) - \frac{\omega\varepsilon_2}{c} E_r(r)} \quad (2.5)$$

Перепишемо рівняння (1.24):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \left(r \frac{\partial B_\varphi(r)}{\partial r} \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} + B_\varphi(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} \right. \\ & \quad \left. - B_r(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} i m \right) \\ & = \frac{\varepsilon_3}{c} E_z(r) \exp\{i(k_z z + m\varphi - \omega t)\} (-i\omega) \end{aligned}$$

У результаті отримаємо:

$$\boxed{\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rB_\varphi(r))}{\partial r} - imB_r(r) \right) = -\frac{i\omega\varepsilon_3}{c} E_z(r)} \quad (2.6)$$

Розглянемо такі хвилі, в яких немає аксіального хвильового числа ($k_z=0$).

Такі хвилі прийнято називати жолобковими або азимутальними:

$$\frac{m}{r} E_z(r) = \frac{\omega}{c} B_r(r) \quad (2.7)$$

$$-\frac{\partial E_z(r)}{\partial r} = \frac{i\omega}{c} B_\varphi(r) \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rE_\varphi(r))}{\partial r} - imE_r(r) \right) = \frac{i\omega}{c} B_z(r) \quad (2.9)$$

$$\frac{im}{r} B_z(r) = -\frac{i\omega\varepsilon_1}{c} E_r(r) + \frac{\omega\varepsilon_2}{c} E_\varphi(r) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial B_z(r)}{\partial r} = \frac{i\omega\varepsilon_1}{c} E_\varphi(r) + \frac{\omega\varepsilon_2}{c} E_r(r) \quad (2.11)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rB_\varphi(r))}{\partial r} - imB_r(r) \right) = -\frac{i\omega\varepsilon_3}{c} E_z(r) \quad (2.12)$$

2.2. Електромагнітне поле у ЛБХ

Система шести рівнянь (2.7)-(2.12) розпадається на дві незалежні підсистеми по три рівняння кожна. Кожна з підсистем описує окрему хвилю. Зокрема, рівняння на $E_z; B_r; B_\varphi$ для АПХ звичайної поляризації мають такий вигляд:

$$\frac{m}{r} E_z(r) = \frac{\omega}{c} B_r(r) \quad (2.13)$$

$$-\frac{\partial E_z(r)}{\partial r} = \frac{i\omega}{c} B_\varphi(r) \quad (2.14)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rB_\varphi(r))}{\partial r} - imB_r(r) \right) = -\frac{i\omega\varepsilon_3}{c} E_z(r) \quad (2.15)$$

Звідси можна записати B_r і B_φ як функцію E_z .

$$B_r(r) = N_\varphi E_z(r) \quad (2.16)$$

$$B_\varphi(r) = -\frac{c}{i\omega} \frac{dE_z(r)}{dr} \quad (2.17)$$

Після підстановки B_r і B_φ з виразів (2.16) та (2.17) відповідно до рівняння (2.15) здобуємо однорідне диференціальне рівняння другого порядку на E_z :

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_z(r)}{\partial r} \right) \right) + \left(k_o^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) E_z(r) = 0, \quad (2.18)$$

де $k^2\varepsilon_3 = k_o^2$, а $\frac{\omega}{c} = k$ – це вакуумне хвильове число. Якщо $\varepsilon_3 > 0$, то $2\pi/k_o$ є довжиною «звичайної» хвилі. Якщо $\varepsilon_3 < 0$, то k_o^{-1} має фізичний зміст глибини проникнення електромагнітного поля до плазми.

Якщо плазма є однорідною, то k_o є константа, і рівняння (2.18) є рівнянням Бесселя. Тоді розв'язок рівняння (2.18) можна записати у вигляді:

$$E_z(r) = AJ_m(k_o r) + BN_m(k_o r) \text{ при } k_o^2 > 0 \quad (2.19)$$

$$E_z(r) = AI_m(k_o r) + BK_m(k_o r) \text{ при } k_o^2 < 0$$

де A та B – константи інтегрування, J_m та N_m – функції Бесселя та Неймана першого роду m -го порядку відповідно, а I_m та K_m – модифікована функція Бесселя та функція МакДональда m -го порядку відповідно.

Незвичайну хвилю (з компонентами B_z ; E_r ; E_φ) описують такі рівняння

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rE_\varphi(r))}{\partial r} - imE_r(r) \right) = \frac{i\omega}{c} B_z(r) \quad (2.20)$$

$$\frac{im}{r} B_z(r) = -\frac{i\omega\varepsilon_1}{c} E_r(r) + \frac{\omega\varepsilon_2}{c} E_\varphi(r) \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial B_z(r)}{\partial r} = \frac{i\omega\varepsilon_1}{c} E_\varphi(r) + \frac{\omega\varepsilon_2}{c} E_r(r) \quad (2.22)$$

Введемо позначення $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \mu$ та $k^2\varepsilon_1(\mu^2 - 1) = k_\perp^2$. Розв'яжемо систему рівнянь (2.20)-(2.22) відносно E_r і E_φ :

$$E_\varphi(r) = \frac{ik}{k_\perp^2} \left(\frac{dB_z(r)}{dr} + \frac{m\mu}{r} B_z(r) \right) \quad (2.23)$$

$$E_r(r) = \frac{ik}{k_\perp^2} \left(\frac{dB_z(r)}{dr} + \frac{m\mu}{r} B_z(r) \right) \quad (2.24)$$

Видно, що якщо ε_{ij} є дійсним (нехтуємо дисипаціями (зіткненнями)), то зсув фаз між електричними полями становить $\pi/2$.

У випадку неоднорідної плазми підстановка виразів (2.23) і (2.24) до рівняння (2.22) дає лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку на B_z :

$$\frac{k_\perp^2}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{k_\perp^2} \left(\frac{dB_z}{dr} + m\mu B_z \right) \right) - \frac{m\mu}{r} \frac{dB_z}{dr} - \left(\frac{m^2}{r^2} + k_\perp^2 \right) B_z = 0 \quad (2.25)$$

Для однорідної плазми рівняння (2.25) спрощується до такого вигляду:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dB_z(r)}{dr} \right) - \left(\frac{m^2}{r^2} + k_\perp^2 \right) B_z(r) = 0 \quad (2.26)$$

Розв'язок рівняння (2.26) має вигляд:

$$B_z(r) = C J_m(k_\perp r) + D N_m(k_\perp r) \text{ при } k_\perp^2 < 0 \quad (2.27)$$

$$B_z(r) = C I_m(k_\perp r) + D K_m(k_\perp r) \text{ при } k_\perp^2 > 0$$

де C та D – це константи інтегрування.

Поле електромагнітної хвилі має поверхневу природу безпосередньо всередині коаксіального шару плазми. Поза плазмою розглянуті хвилі мають об'ємну природу. Це виконується лише в певних діапазонах частот. Ці діапазони були визначені в [27] з нерівності $k_1^2 > 0$

$$\omega_{LH} < \omega < |\omega_e|, |\omega_e| < \omega < \omega_1, \omega_{UH} < \omega < \omega_2, \quad (2.28)$$

де $\omega_{1,2} = \mp |\omega_e|/2 + \sqrt{\Omega_e^2 + \omega_e^2/4}$ – це частоти відсікання об'ємних хвиль, а ω_{LH} і ω_{UH} — нижня та верхня гібридні частоти відповідно. Ці діапазони були названі низькочастотним (НЧ) і високочастотним (ВЧ) діапазонами відповідно.

На перший погляд, ці діапазони повинні бути поза сферою практичного застосування, оскільки в цьому випадку плазма є непрозорою для електромагнітних хвиль. З іншого боку, збудження електромагнітних хвиль у цих діапазонах може бути більш ефективним, оскільки для створення структури хвиль поверхневого типу потрібно витратити менше енергії, ніж для об'ємних хвиль.

АПХ з незвичайною поляризацією поширюються з більш високими частотами, що може становити інтерес для практичних застосувань. Проте збудження таких хвиль обертальними електронними пучками вище верхньої гібридної частоти виявилось менш ефективним, ніж у діапазоні електронної циклотронної частоти [28, 29]. Тому в даній роботі розглядається НЧ діапазон.

У геометрії задачі ЛБХ у двох зонах ($r < R_1$ та $R_2 < r < R_3$) знаходиться діелектрик. У діелектрику маємо $\vec{D} = \varepsilon_d \vec{E}$, де ε_d – діелектрична проникність діелектрика. Тоді, повторивши процедуру отримання рівнянь для E_z та B_z , отримаємо наступні рівняння:

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_z(r)}{\partial r} \right) \right) + \left(k_d^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) E_z(r) = 0 \quad (2.29)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial B_z(r)}{\partial r} \right) \right) + \left(k_d^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) B_z(r) = 0 \quad (2.30)$$

де $k_d^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_d$. Рівняння (2.29) та (2.30) – це рівняння Бесселя, розв'язки якого записують у термінах функцій Бесселя та Неймана першого роду m -го порядку.

Розглядатимемо випадок $k_{\perp}^2 > 0$ та $k_o^2 < 0$. У цьому випадку маємо:

$$E_z(r) = \begin{cases} A_1 J_m(k_{d1}r) + B_1 N_m(k_{d1}r), & \text{при } r < R_1 \\ A_2 I_m(k_o r) + B_2 K_m(k_o r), & \text{при } R_1 < r < R_2 \\ A_3 J_m(k_{d2}r) + B_3 N_m(k_{d2}r), & \text{при } R_2 < r < R_3 \end{cases} \quad (2.31)$$

$$B_z(r) = \begin{cases} C_1 J_m(k_{d1}r) + D_1 N_m(k_{d1}r), & \text{при } r < R_1 \\ C_2 I_m(k_{\perp}r) + D_2 K_m(k_{\perp}r), & \text{при } R_1 < r < R_2 \\ C_3 J_m(k_{d2}r) + D_3 N_m(k_{d2}r), & \text{при } R_2 < r < R_3 \end{cases} \quad (2.32)$$

Поля E_z та B_z мають бути обмеженими при $r = 0$, тому константи B_1 та D_1 мають бути тотожно рівними нулю. При $r = R_3$ маємо поверхню металу, який вважаємо ідеальним провідником, тому $E_z(R_3) = 0$ та $E_{\varphi}(R_3) = 0$.

Останні дві граничні умови дають наступний зв'язок між константами:

$$A_3 = -\frac{N_m(k_{d2}R_3)}{J_m(k_{d2}R_3)} B_3, \quad C_3 = -\frac{N'_m(k_{d2}R_3)}{J'_m(k_{d2}R_3)} D_3 \quad (2.33)$$

Перепозначимо константи:

$$A_3 = -\frac{B_3}{J_m(k_{d2}R_3)}, \quad C_3 = -\frac{D_3}{J'_m(k_{d2}R_3)} \quad (2.34)$$

Тоді маємо наступні залежності для $E_z(r)$:

$$E_z(r) = \begin{cases} A_1 J_m(k_{d1}r), & \text{при } r < R_1 \\ A_2 I_m(k_o r) + B_2 K_m(k_o r), & \text{при } R_1 < r < R_2 \\ A_3 (N_m(k_{d2}R_3) J_m(k_{d2}r) - J_m(k_{d2}R_3) N_m(k_{d2}r)), & \text{при } R_2 < r < R_3 \end{cases} \quad (2.35)$$

І маємо наступні залежності для $B_z(r)$:

$$B_z(r) = \begin{cases} C_1 J_m(k_{d1}r), & \text{при } r < R_1 \\ C_2 I_m(k_{\perp}r) + D_2 K_m(k_{\perp}r), & \text{при } R_1 < r < R_2 \\ C_3 (N'_m(k_{d2}R_3)J_m(k_{d2}r) - J'_m(k_{d2}R_3)N_m(k_{d2}r)), & \text{при } R_2 < r < R_3 \end{cases} \quad (2.36)$$

Використовуючи отримані вирази (2.35) та (2.36) для $E_z(r)$ та $B_z(r)$ відповідно, отримаємо вирази для усіх компонент електромагнітного поля АПХ звичайної поляризації (B_r , B_{φ} , E_z) та незвичайної поляризації з (E_r , E_{φ} , B_z) для кожного з трьох середовищ.

Перше середовище (діелектрик) при $r < R_1$:

$$B_z(r) = C_1 J_m(k_{d1}r) \quad (2.37)$$

$$E_z(r) = A_1 J_m(k_{d1}r) \quad (2.38)$$

$$B_r(r) = \frac{m}{kr} E_z(r) \quad (2.39)$$

$$B_{\varphi}(r) = \frac{i}{k} \frac{dE_z(r)}{dr} \quad (2.40)$$

$$E_r(r) = -\frac{k}{k_{d1}^2} \frac{m}{r} B_z(r) \quad (2.41)$$

$$E_{\varphi}(r) = -\frac{ik}{k_{d1}^2} \frac{dB_z(r)}{dr} \quad (2.42)$$

Друге середовище (плазма) при $R_1 < r < R_2$:

$$B_z(r) = C_2 I_m(k_{\perp}r) + D_2 K_m(k_{\perp}r) \quad (2.43)$$

$$E_z(r) = A_2 I_m(k_0r) + B_2 K_m(k_0r) \quad (2.44)$$

$$B_r(r) = \frac{m}{kr} E_z(r) \quad (2.45)$$

$$B_{\varphi}(r) = \frac{i}{k} \frac{dE_z(r)}{dr} \quad (2.46)$$

$$E_r(r) = \frac{k}{k_{\perp}^2} \left(\mu \frac{dB_z(r)}{dr} + \frac{m}{r} B_z(r) \right) \quad (2.47)$$

$$E_{\varphi}(r) = \frac{ik}{k_{\perp}^2} \left(\frac{dB_z(r)}{dr} + \frac{m\mu}{r} B_z(r) \right) \quad (2.48)$$

Третє середовище (діелектрик) при $R_2 < r < R_3$:

$$B_z(r) = C_3 [J_m(k_{d2}r)N'_m(k_{d2}R_3) - N_m(k_{d2}r)J'_m(k_{d2}R_3)] \quad (2.49)$$

$$E_z(r) = A_3 [J_m(k_{d2}r)N_m(k_{d2}R_3) - N_m(k_{d2}r)J_m(k_{d2}R_3)] \quad (2.50)$$

$$B_r(r) = \frac{m}{kr} E_z(r) \quad (2.51)$$

$$B_\varphi(r) = \frac{i}{k} \frac{dE_z(r)}{dr} \quad (2.52)$$

$$E_r(r) = -\frac{k}{k_{d2}^2} \frac{m}{r} B_z(r) \quad (2.53)$$

$$E_\varphi(r) = -\frac{ik}{k_{d2}^2} \frac{dB_z(r)}{dr} \quad (2.54)$$

2.3. Застосування граничних умов геометрії ЛБХ

Зовнішня межа поділу плазмового шару при $r = R_2$ визначається металевою спіральною оболонкою. Ця оболонка вважається поверхнею з нульовою товщиною та анізотропною електропровідністю. Оболонка характеризується кутом нахилу спіралі θ , який є кутом між дотичною до дротів та азимутальним напрямком (рис. 1.3). Електропровідність вважається нескінченною вздовж дротів і дорівнює нулю в напрямку, перпендикулярному до них. Тому на цій межі тангенціальні складові електричних полів АПХ E_φ та E_z повинні бути неперервними, поздовжнє електричне поле АПХ має бути рівним нулю, що означає $\sin\theta E_z + \cos\theta E_\varphi = 0$, а поздовжнє магнітне поле АПХ також має бути неперервним. Дві останні граничні умови викликають зв'язок АПХ звичайної поляризації з (B_r, B_φ, E_z) та АПХ незвичайної поляризації з (E_r, E_φ, B_z) .

Запишемо відповідні граничні умови:

$$1) E_{\varphi_{diel1}}|_{R_1} = E_{\varphi_{pl}}|_{R_1};$$

$$2) E_{\varphi_{pl}}|_{R_2} = E_{\varphi_{diel2}}|_{R_2};$$

$$3) B_{z_{diel1}}|_{R_1} = B_{z_{pl}}|_{R_1};$$

$$4) B_{\varphi_{diel1}}|_{R_1} = B_{\varphi_{pl}}|_{R_1};$$

$$5) E_{z_{diel1}}|_{R_1} = E_{z_{pl}}|_{R_1};$$

$$6) E_{z_{pl}}|_{R_2} = E_{z_{diel2}}|_{R_2};$$

$$7) E_{\varphi_{pl}} \cos\theta + E_{z_{pl}} \sin\theta|_{R_2} = 0;$$

$$8) B_{\varphi_{pl}} \cos\theta + B_{z_{pl}} \sin\theta|_{R_2} = B_{\varphi_{diel2}} \cos\theta + B_{z_{diel2}} \sin\theta|_{R_2};$$

Тепер застосуємо ці граничні умови для виразів (2.37)-(2.54):

$$\begin{aligned} 1) -\frac{ik}{k_{d1}^2} \frac{dB_z(r)}{dr} \Big|_{R_1} &= \frac{ik}{k_{\perp}^2} \left(\frac{dB_z(r)}{dr} + \frac{m\mu}{r} B_z(r) \right) \Big|_{R_1} \\ &\quad - \frac{ik}{k_{d1}^2} \frac{d}{dr} (C_1 J_m(k_{d1} r)) \Big|_{R_1} \\ &= \frac{ik}{k_{\perp}^2} \left(\frac{d}{dr} (C_2 I_m(k_{\perp} r) + D_2 K_m(k_{\perp} r)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{m\mu}{r} (C_2 I_m(k_{\perp} r) + D_2 K_m(k_{\perp} r)) \right) \Big|_{R_1} \\ &\quad - \frac{ik}{k_{d1}^2} C_1 k_{d1} J'_m(k_{d1} R_1) \\ &= \frac{ik}{k_{\perp}^2} \left((k_{\perp} C_2 I'_m(k_{\perp} R_1) + k_{\perp} D_2 K'_m(k_{\perp} R_1)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{m\mu}{R_1} (C_2 I_m(k_{\perp} R_1) + D_2 K_m(k_{\perp} R_1)) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \frac{ik}{k_{\perp}^2} \left(\frac{dB_z(r)}{dr} + \frac{m\mu}{r} B_z(r) \right) \Big|_{R_2} &= -\frac{ik}{k_{d2}^2} \frac{dB_z(r)}{dr} \Big|_{R_2} \\ &\quad \frac{ik}{k_{\perp}^2} \left(\frac{d}{dr} (C_2 I_m(k_{\perp} r) + D_2 K_m(k_{\perp} r)) + \frac{m\mu}{r} (C_2 I_m(k_{\perp} r) + D_2 K_m(k_{\perp} r)) \right) \Big|_{R_2} \\ &= -\frac{ik}{k_{d2}^2} \frac{d}{dr} (C_3 [J_m(k_{d2} r) N'_m(k_{d2} R_3) - N_m(k_{d2} r) J'_m(k_{d2} R_3)]) \Big|_{R_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{ik}{k_{\perp}^2} \left((k_{\perp} C_2 I'_m(k_{\perp} R_2) + k_{\perp} D_2 K'_m(k_{\perp} R_2)) + \frac{m\mu}{R_2} (C_2 I_m(k_{\perp} R_2) + D_2 K_m(k_{\perp} R_2)) \right) \\ & = -\frac{ik}{k_{d2}^2} (C_3 k_{d2} J'_m(k_{d2} R_2) N'_m(k_{d2} R_3) \\ & \quad + C_3 k_{d2} N'_m(k_{d2} R_2) J'_m(k_{d2} R_3)) \end{aligned}$$

$$3) C_1 J_m(k_{d1} r)|_{R_1} = C_2 I_m(k_{\perp} r) + D_2 K_m(k_{\perp} r)|_{R_1}$$

$$C_1 J_m(k_{d1} R_1) = C_2 I_m(k_{\perp} R_1) + D_2 K_m(k_{\perp} R_1)$$

$$4) B_{\varphi_{diel1}}|_{R_1} = B_{\varphi_{pl}}|_{R_1}$$

$$\frac{1}{k} k_{d1} A_1 J'_m(k_{d1} R_1) = \frac{1}{k} (k_o A_2 I'_m(k_o R_1) + k_o B_2 K'_m(k_o R_1))$$

$$5) E_{z_{diel1}}|_{R_1} = E_{z_{pl}}|_{R_1}$$

$$A_1 J_m(k_{d1} R_1) = A_2 I_m(k_o R_1) + B_2 K_m(k_o R_1)$$

$$6) E_{z_{pl}}|_{R_2} = E_{z_{diel2}}|_{R_2}$$

$$A_2 I_m(k_o R_2) + B_2 K_m(k_o R_2)$$

$$= A_3 [J_m(k_{d2} R_2) N_m(k_{d2} R_3) - N_m(k_{d2} R_2) J_m(k_{d2} R_3)]$$

$$7) E_{\varphi_{pl}} \cos\theta + E_{z_{pl}} \sin\theta|_{R_2} = 0$$

$$-C_3 \frac{ik}{k_{d2}^2} \cos\theta [k_{d2} J'_m(k_{d2} R_2) N'_m(k_{d2} R_3) - k_{d2} N'_m(k_{d2} R_2) J'_m(k_{d2} R_3)]$$

$$+ A_3 \sin\theta [J_m(k_{d2} R_2) N_m(k_{d2} R_3) - N_m(k_{d2} R_2) J_m(k_{d2} R_3)] = 0$$

$$8) B_{\varphi_{pl}} \cos\theta + B_{z_{pl}} \sin\theta|_{R_2} = B_{\varphi_{diel2}} \cos\theta + B_{z_{diel2}} \sin\theta|_{R_2}$$

$$\cos\theta \frac{ik_o}{k} (A_2 I'_m(k_o R_2) + B_2 K'_m(k_o R_2)) + \sin\theta (C_2 I_m(k_{\perp} R_2) + D_2 K_m(k_{\perp} R_2))$$

$$= A_3 \cos\theta \frac{i}{k} [k_{d2} J'_m(k_{d2} R_2) N_m(k_{d2} R_3) - k_{d2} N'_m(k_{d2} R_2) J_m(k_{d2} R_3)]$$

$$+ C_3 \sin\theta [J_m(k_{d2} R_2) N'_m(k_{d2} R_3) - N_m(k_{d2} R_2) J'_m(k_{d2} R_3)]$$

Спростимо здобуті рівняння:

$$1) C_1 \frac{k}{k_{d1}} J'_m(k_{d1} R_1) + C_2 \left(\frac{k}{k_{\perp}} I'_m(k_{\perp} R_1) + \frac{k}{k_{\perp}^2} \frac{m\mu}{R_1} I_m(k_{\perp} R_1) \right) + D_2 \left(\frac{k}{k_{\perp}} K'_m(k_{\perp} R_1) + \frac{k}{k_{\perp}^2} \frac{m\mu}{R_1} K_m(k_{\perp} R_1) \right) = 0$$

$$2) C_2 \left(\frac{k}{k_{\perp}} I'_m(k_{\perp} R_2) + \frac{k}{k_{\perp}^2} \frac{m\mu}{R_1} I_m(k_{\perp} R_2) \right) + D_2 \left(\frac{k}{k_{\perp}} K'_m(k_{\perp} R_2) + \frac{k}{k_{\perp}^2} \frac{m\mu}{R_1} K_m(k_{\perp} R_2) \right) + C_3 \left(\frac{k}{k_{d2}} J'_m(k_{d2} R_2) N'_m(k_{d2} R_3) - \frac{k}{k_{d2}} N'_m(k_{d2} R_2) J'_m(k_{d2} R_3) \right) = 0$$

$$3) C_1 J_m(k_{d1} R_1) - C_2 I_m(k_{\perp} R_1) - D_2 K_m(k_{\perp} R_1) = 0$$

$$4) A_1 \frac{k_{d1}}{k} J'_m(k_{d1} R_1) - A_2 \frac{k_0}{k} I'_m(k_0 R_1) - B_2 \frac{k_0}{k} K'_m(k_0 R_1) = 0$$

$$5) A_1 J_m(k_{d1} R_1) - A_2 I_m(k_0 R_1) - B_2 K_m(k_0 R_1) = 0$$

$$6) A_2 I_m(k_0 R_2) + B_2 K_m(k_0 R_2) - A_3 [J_m(k_{d2} R_2) N_m(k_{d2} R_3) - N_m(k_{d2} R_2) J_m(k_{d2} R_3)] = 0$$

$$7) A_3 \sin\theta [J_m(k_{d2} R_2) N_m(k_{d2} R_3) - N_m(k_{d2} R_2) J_m(k_{d2} R_3)] + C_3 \cos\theta \frac{ik}{k_{d2}} \cos\theta [N'_m(k_{d2} R_2) J'_m(k_{d2} R_3) - J'_m(k_{d2} R_2) N'_m(k_{d2} R_3)] = 0$$

$$8) A_2 \frac{ik_0}{k} \cos\theta I'_m(k_0 R_2) + B_2 \frac{ik_0}{k} \cos\theta K'_m(k_0 R_2) + C_2 \sin\theta I_m(k_{\perp} R_2) + D_2 \sin\theta K_m(k_{\perp} R_2) - A_3 \cos\theta \frac{ik_{d2}}{k} [J'_m(k_{d2} R_2) N'_m(k_{d2} R_3) - N'_m(k_{d2} R_2) J'_m(k_{d2} R_3)] - C_3 \sin\theta [J_m(k_{d2} R_2) N'_m(k_{d2} R_3) - N_m(k_{d2} R_2) J'_m(k_{d2} R_3)] = 0$$

2.4. Отримання дисперсійного рівняння

Вище ми отримали 8 рівнянь на 8 невідомих $A_1, C_1, A_2, B_2, C_2, D_2, A_3, C_3$. Введемо заміни $x_1 = k_{d1} R_1, x_2 = k_0 R_1, x_3 = k_{\perp} R_1, x_4 = k_0 R_2, x_5 = k_{\perp} R_2, x_6 = k_{d2} R_2, x_7 = k_{d2} R_3, x_8 = k R_2$. Застосуємо ці заміни до отриманих рівнянь:

$$1) C_1 x_1^{-1} J'_m(x_1) + C_2 (x_3^{-1} I'_m(x_3) + m\mu x_3^{-2} I_m(x_3)) + D_2 (x_3^{-1} K'_m(x_3) + m\mu x_3^{-2} K_m(x_3)) = 0$$

$$2) C_2 (x_5^{-1} I'_m(x_5) + m\mu x_5^{-2} I_m(x_5)) + D_2 (x_5^{-1} K'_m(x_5) + m\mu x_5^{-2} K_m(x_5)) + C_3 x_6^{-1} (J'_m(x_6) N'_m(x_7) - N'_m(x_6) J'_m(x_7)) = 0$$

$$3) C_1 J_m(x_1) - C_2 I_m(x_3) - D_2 K_m(x_3) = 0$$

$$4) A_1 x_1 J'_m(x_1) - A_2 x_1 I'_m(x_2) - B_2 x_1 K'_m(x_2) = 0$$

$$5) A_1 J_m(x_1) - A_2 I_m(x_2) - B_2 K_m(x_2) = 0$$

$$6) A_2 I_m(x_4) + B_2 K_m(x_4) - A_3 [J_m(x_6) N_m(x_7) - N_m(x_6) J_m(x_7)] = 0$$

$$7) A_3 \sin\theta [J_m(x_6) N_m(x_7) - N_m(x_6) J_m(x_7)] + C_3 \cos\theta \frac{ik}{k_{d2}} \cos\theta [N'_m(x_6) J'_m(x_7) - J'_m(x_6) N'_m(x_7)] = 0$$

$$8) A_2 \frac{ik_0}{k} \cos\theta I'_m(x_4) + B_2 \frac{ik_0}{k} \cos\theta K'_m(x_4) + C_2 \sin\theta I_m(x_5) + D_2 \sin\theta K_m(x_5) - A_3 \cos\theta \frac{ik_{d2}}{k} [J'_m(x_6) N_m(x_7) - N'_m(x_6) J_m(x_7)] - C_3 \sin\theta [J_m(x_6) N'_m(x_7) - N_m(x_6) J'_m(x_7)] = 0$$

Зазначені вище рівняння дають змогу вивести дисперсійне співвідношення для АПХ у розглянутому хвилеводі у вигляді визначника матриці 8×8 :

$$\det a_{ij} = 0 \quad (2.55)$$

Елементи матриці a_{ij} мають наступний вигляд:

$$a_{11} = x_1^{-1} J'_m(x_1), \quad a_{12} = x_3^{-1} I'_m(x_3) + m\mu x_3^{-2} I_m(x_3),$$

$$a_{13} = x_3^{-1} K'_m(x_3) + m\mu x_3^{-2} K_m(x_3),$$

$$a_{14} = a_{15} = a_{16} = a_{17} = a_{18} = 0$$

$$a_{22} = x_5^{-1} I'_m(x_5) + m\mu x_5^{-2} I_m(x_5), \quad a_{23} = x_5^{-1} K'_m(x_5) + m\mu x_5^{-2} K_m(x_5),$$

$$a_{24} = x_6^{-1} (J'_m(x_6) N'_m(x_7) - N'_m(x_6) J'_m(x_7)),$$

$$a_{21} = a_{25} = a_{26} = a_{27} = a_{28} = 0$$

$$a_{31} = J_m(x_1), \quad a_{32} = I_m(x_3), \quad a_{33} = K_m(x_3),$$

$$a_{34} = a_{35} = a_{36} = a_{37} = a_{38} = 0$$

$$a_{45} = x_1 J'_m(x_1), \quad a_{46} = -x_1 I'_m(x_2), \quad a_{47} = -x_1 K'_m(x_2),$$

$$a_{41} = a_{42} = a_{43} = a_{44} = a_{48} = 0$$

$$a_{55} = J_m(x_1), \quad a_{56} = -I_m(x_2), \quad a_{57} = -K_m(x_2),$$

$$a_{51} = a_{52} = a_{53} = a_{54} = a_{58} = 0$$

$$a_{66} = I_m(x_4), \quad a_{67} = K_m(x_4), \quad a_{68} = N_m(x_6) J_m(x_7) - J_m(x_6) N_m(x_7),$$

$$a_{61} = a_{62} = a_{63} = a_{64} = a_{65} = 0$$

$$a_{74} = \cos\theta \frac{ik}{k_{d2}} [N'_m(x_6)J'_m(x_7) - J'_m(x_6)N'_m(x_7)],$$

$$a_{78} = \sin\theta [J_m(x_6)N_m(x_7) - N_m(x_6)J_m(x_7)],$$

$$a_{71} = a_{72} = a_{73} = a_{75} = a_{76} = a_{77} = 0$$

$$a_{82} = \sin\theta I_m(x_5), \quad a_{83} = \sin\theta K_m(x_5),$$

$$a_{84} = \sin\theta [N_m(x_6)J'_m(x_7) - J_m(x_6)N'_m(x_7)],$$

$$a_{86} = \cos\theta \frac{ik_0}{k} I'_m(x_4), \quad a_{87} = \cos\theta \frac{ik_0}{k} K'_m(x_4),$$

$$a_{88} = \cos\theta \frac{ik_{d2}}{k} [N'_m(x_6)J_m(x_7) - J'_m(x_6)N_m(x_7)], \quad a_{81} = a_{85} = 0$$

РОЗДІЛ 3. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

3.1. Аналіз дисперсійних кривих

У роботі [30] було проаналізоване таке саме дисперсійне рівняння, що отримано у рамках даної роботи. У статті наведено 7 рисунків з дисперсійними кривими для великого числа параметрів, тому ми обмежимося лише аналізом цих дисперсійних кривих задля подальшого застосування цих результатів при побудові поведінки електромагнітного поля.

У більшості рисунків статті [30] власна частота АПХ, нормована на електронну циклотронну частоту, ω/ω_e , обрана як ордината. Єдиним винятком є рисунок 7, де досліджується вплив зовнішнього статичного магнітного поля. Тому вибір ω/ω_e у якості нормування частоти є недоречним. Таким чином, на рис. 7 власна частота АПХ, нормована на плазмову електронну частоту, ω/Ω_e є ординатою.

Ефективне азимутальне хвильове число, $k_{ef} = |m|/\delta R_1$, вибрано за абсцису. Тут $\delta = c/\Omega_e$ — це глибина скін-шару. Такий вибір осі абсцис пояснюється наступним чином. Зазвичай дисперсійні криві представляють зі змінними «хвильове число-частота». Відношення $|m|/R_1$ грає роль характерного азимутального хвильового числа. Після нормування на глибину скін-шару це співвідношення стає ефективним хвильовим числом. Тому дисперсійні криві показують залежності власних частот АПХ або від густини частинок плазми n_e (оскільки $k_{ef} \propto n_e^{-1/2}$), або від радіуса R_1 діелектричного стрижня.

Чим вище радіальне хвильове число (кількість вузлів розподілу радіального поля в діелектриках, крім вузлів на осі та на металевій стінці), тим менш ефективним є збудження цієї хвилі [30, 31]. Тому в даній роботі, як і у роботі [30], розглядаються нульові радіальні моди. Щоб бути впевненим, що розрахована частота стосується лише нульової радіальної моди, потрібно перевірити, чи зсув частоти, $[k_{a1}R_1 + k_{a2}(R_3 - R_2)]$, є меншим або порядку π .

Щоб продемонструвати різницю між дисперсійними властивостями протилежних напрямків поширення АПХ, наведено залежності власних частот АПХ від ефективного хвильового числа для азимутальних хвильових чисел $m = \pm 1$. Діелектричну проникність внутрішнього стрижня вибрано як діелектричну проникність слюди, $\varepsilon_{d1} = 6.4$, а зовнішній коаксіальний шар діелектрика вибрано як вакуум з $\varepsilon_{d2} = 1$, оскільки його призначення в ЛБХ полягає в тому, щоб переносити кільцевий пучок електронів. Для розрахунків обрано такі інші параметри хвилевідної структури: $\theta = \pi/3$, $Z \equiv \Omega_e/|\omega_e| = 5$, $R_2/R_1 = 2.0$, $R_3/R_1 = 3.0$. Основна якісна відмінність дисперсійних властивостей АПХ з протилежними знаками азимутальних хвильових чисел полягає в тому, що дисперсійне співвідношення для АПХ з позитивним m має три корені, а не два, як для випадку $m < 0$. Однак ці додаткові частоти ($\omega < 0.4|\omega_e|$) АПХ з позитивним m є набагато нижчими, ніж у середніх і верхніх гілках, що робить їх менш важливими для збудження в ЛБХ.

Для дослідження впливу абсолютного значення азимутального хвильового числа на дисперсійні властивості АПХ у [30] наведено графіки залежності власних частот АПХ від k_{ef} для азимутальних хвильових чисел $m = +1, +2, +3$. Інші параметри плазмового хвилеводу такі самі, як і зазначено вище. Різниця між трьома частотами, які відповідають одній величині азимутального хвильового числа, послідовно зростає зі збільшенням k_{ef} для менших величин густини частинок плазми, $k_{ef} > 1$. Різниця між частотами АПХ нижніх гілок є майже непомітною. Нижня частотна гілка АПХ з $m = 2$ є вищою, ніж у АПХ з $m = 1$, на 10% для $k_{ef} = 2.0$ і вищою, ніж для $m = 3$, на 1%. Гілка середньої частоти монотонно спадає зі збільшенням $|m|$. Гілка середньої частоти АПХ з $m = 1$ є вищою, ніж у АПХ з $m = 2$, на 7% для $k_{ef} = 2.0$, і вищою, ніж для $m = 3$, на 8%. Гілка верхньої частоти монотонно зростає зі збільшенням $|m|$. Верхня частотна гілка АПХ з $m = 1$ є нижчою, ніж у АПХ з $m = 2$, на 5% для $k_{ef} = 2.0$, і нижчою за $m = 3$ на 9%.

Вплив кута нахилу спіралі θ на власну частоту АПХ також досліджено у [30]. У випадку $\theta = \pi/2$ нескінченна електропровідність металевої оболонки спіралі в аксіальному напрямку пригнічує аксіальне електричне поле і тоді $E_z = 0$. У цьому випадку АПХ поширюються у вигляді АПХ з надзвичайною поляризацією, а дисперсійне співвідношення має два корені. Видно поступове збільшення частоти АПХ зі зменшенням кута нахилу оболонки спіралі [30]. У випадку $\theta = 0$ азимутальна складова електричного поля хвилі дорівнює нулю, $E_\varphi = 0$. Оскільки нульові радіальні моди АПХ зі звичайною дисперсією не поширюються в розглянутих діапазонах частот (2.28), то дисперсійне співвідношення (2.55) у цьому випадку не має коренів.

Розглянемо вплив геометричних розмірів компонентів хвилеводу на власну частоту АПХ. Збільшення радіуса діелектричного стрижня R_1 у 1,25 рази при збереженні того самого співвідношення двох інших радіусів, R_3/R_2 , викликає зменшення власних частот АПХ. Збільшення радіуса металевої стінки та результуюче збільшення ширини зовнішнього діелектричного шару при збереженні того самого співвідношення двох інших радіусів, $R_2/R_1=2.0$, призводить до збільшення частот АПХ. Збільшення ширини плазмового шару при збереженні того самого відношення ширини зовнішнього діелектрика до радіуса діелектричного стрижня, $(R_3-R_2)/R_1$, спричиняє зниження частот АПХ. Усі зазначені вище зміни геометричних розмірів лише слабо впливають на нижню гілку частот АПХ. Ці криві ($\omega < 0.357|\omega_e|$) майже не відрізняються. Різниця між частотами АПХ в цій гілці менше 12% для $k_{ef} = 2$.

Зменшення величини діелектричної проникності діелектричного стрижня від $\varepsilon_{d1} = 6.4$ до $\varepsilon_{d1} = 4.0$ при $\varepsilon_{d2} = 1$ призводить до збільшення власних частот АПХ середньої гілки майже без змін у частотах верхньої та нижньої гілок. На рис. 6 також видно, що збільшення величини діелектричної проникності зовнішнього шару діелектрика від $\varepsilon_{d2} = 1.0$ до $\varepsilon_{d2} = 2.0$ при $\varepsilon_{d1} = 6.4$ призвело б до зменшення

власних частот АПХ верхньої гілки без майже жодних змін у частотах середньої та нижньої гілок.

Зменшення зовнішнього статичного аксіального магнітного поля вдвічі (що є еквівалентним збільшенню $Z \equiv \Omega_e/|\omega_e|$ від $Z = 5$ до $Z = 10$) викликає слабке зменшення АПХ частот у верхній і нижній гілках і збільшення частот у середній гілці. Наприклад, для $k_{ef}=2,0$ частота АПХ у верхній гілці зменшується приблизно на 2,8% і збільшується в середній гілці приблизно на 7,8% [30].

Для дослідження розподілів електричних та магнітних полів оберемо наступні параметри: $Z = 5$, $m = +2$, $\theta = \pi/3$, $\varepsilon_{d1} = 6.4$, $\varepsilon_{d2} = 1$, $R_2/R_1 = 2.0$, $R_3/R_1 = 3.0$ і $k_{ef} = 1.0$. Для цих параметрів, згідно з [30] існує набір можливих частот АПХ: $\omega = 0.18|\omega_e|$, $\omega = 1.142|\omega_e|$ та $\omega = 1.824|\omega_e|$. Зосередимо наш подальший аналіз на першому варіанті $\omega = 0.18|\omega_e|$.

Для зазначених вище параметрів ми можемо визначити коефіцієнти A_1 , C_1 , A_2 , B_2 , C_2 , D_2 , A_3 та C_3 і побудувати розподіли полів. Для цього оберемо $C_1 = 1$ і, відповідно, будемо нормувати розподіли на максимальне значення аксіального магнітного поля $B_z(r)$, яке обираємо за 1 відносно одиницю.

3.2. Аксіальне магнітне поле хвилі

Аксіальне магнітне поле $B_z(r)$ задається наступним співвідношенням:

$$B_z(r) = \begin{cases} C_1 J_m(k_{d1}r), & \text{при } r < R_1 \\ C_2 I_m(k_{\perp}r) + D_2 K_m(k_{\perp}r), & \text{при } R_1 < r < R_2 \\ C_3 (N'_m(k_{d2}R_3)J_m(k_{d2}r) - J'_m(k_{d2}R_3)N_m(k_{d2}r)), & \text{при } R_2 < r < R_3 \end{cases} \quad (3.1)$$

Побудуємо цю залежність для параметрів: $Z = 5$, $m = +2$, $\theta = \pi/3$, $\varepsilon_{d1} = 6.4$, $\varepsilon_{d2} = 1$, $R_2/R_1 = 2.0$, $R_3/R_1 = 3.0$, $k_{ef} = 1.0$ та $\omega = 0.18|\omega_e|$.

У таблиці 1 наведено числові значення $B_z(r)$ у відносних одиницях залежно від r/R_1 .

Таблиця 1. Значення аксіального магнітного поля хвилі.

r/R_1	$B_z, \text{в.о.}$	r/R_1	$B_z, \text{в.о.}$	r/R_1	$B_z, \text{в.о.}$
0	0	1	1	2	0,02031
0,05	0,00268	1,05	0,85701	2,05	0,01901
0,1	0,01071	1,1	0,73611	2,1	0,01778
0,15	0,02409	1,15	0,63326	2,15	0,01661
0,2	0,04277	1,2	0,54525	2,2	0,0155
0,25	0,06672	1,25	0,46952	2,25	0,01444
0,3	0,0959	1,3	0,404	2,3	0,01342
0,35	0,13023	1,35	0,34699	2,35	0,01245
0,4	0,16966	1,4	0,2971	2,4	0,01152
0,45	0,21409	1,45	0,25317	2,45	0,01062
0,5	0,26344	1,5	0,21423	2,5	0,00976
0,55	0,31761	1,55	0,17946	2,55	0,00892
0,6	0,37647	1,6	0,14817	2,6	0,00812
0,65	0,43991	1,65	0,11978	2,65	0,00733
0,7	0,5078	1,7	0,09376	2,7	0,00657
0,75	0,57999	1,75	0,06968	2,75	0,00583
0,8	0,65634	1,8	0,04714	2,8	0,00511
0,85	0,73668	1,85	0,0258	2,85	0,00441
0,9	0,82085	1,9	0,02269	2,9	0,00372
0,95	0,90868	1,95	0,02073	2,95	0,00305
1	0,99997	2	0,02031	3	0,00239

На рисунку 3.1 наведено залежність $B_z(r)$ від r/R_1 для заданих параметрів. Як видно з рисунку, максимальне значення аксіального магнітного поля спостерігається на першій межі – між слюдяним діелектриком та плазмовим

прошарком. У центрі хвилевода та на межі вакууму з металом значення аксіальної компоненти магнітного поля дорівнює нулю.

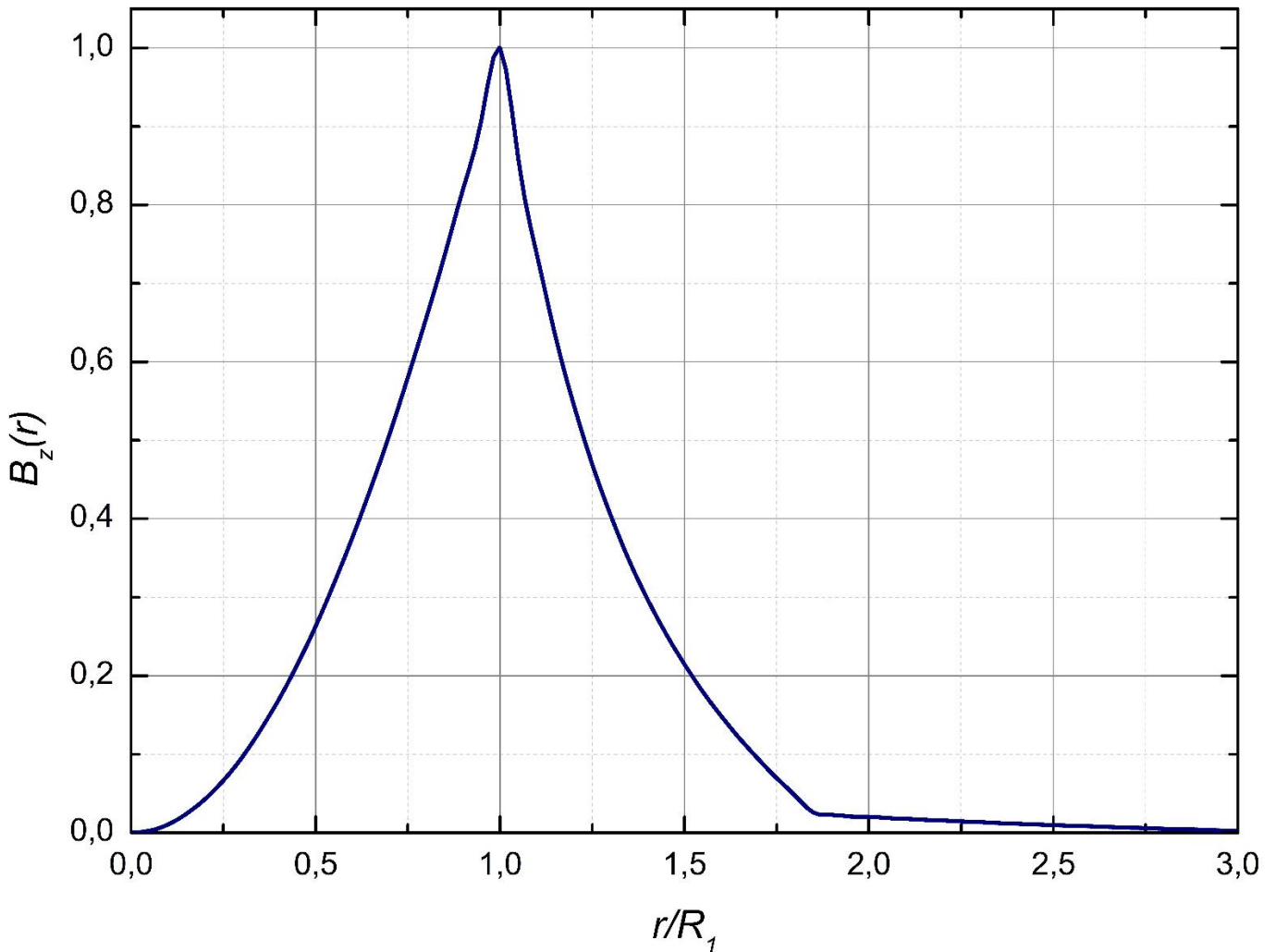


Рисунок 3.1 Аксіальний розподіл магнітного поля хвилі (у відносних одиницях) при параметрах $Z = 5$, $m = +2$, $\theta = \pi/3$, $\varepsilon_{d1} = 6.4$, $\varepsilon_{d2} = 1$, $R_2/R_1 = 2.0$, $R_3/R_1 = 3.0$, $k_{ef} = 1.0$ та $\omega = 0.18|\omega_e|$.

3.3. Аксіальне електричне поле хвилі

Аксіальне електричне поле задається формулою $E_z(r)$:

$$E_z(r) = \begin{cases} A_1 J_m(k_{d1} r), & \text{при } r < R_1 \\ A_2 I_m(k_o r) + B_2 K_m(k_o r), & \text{при } R_1 < r < R_2 \\ A_3 (N_m(k_{d2} R_3) J_m(k_{d2} r) - J_m(k_{d2} R_3) N_m(k_{d2} r)), & \text{при } R_2 < r < R_3 \end{cases} \quad (3.2)$$

Побудуємо цю залежність для параметрів: $Z = 5$, $m = +2$, $\theta = \pi/3$, $\varepsilon_{d1} = 6.4$, $\varepsilon_{d2} = 1$, $R_2/R_1 = 2.0$, $R_3/R_1 = 3.0$, $k_{ef} = 1.0$ та $\omega = 0.18|\omega_e|$.

У таблиці 2 наведено числові значення $E_z(r)$ у відносних одиницях залежно від r/R_1 .

Таблиця 2. Значення аксіального електричного поля хвилі.

r/R_1	E_z , в.о.	r/R_1	E_z , в.о.	r/R_1	E_z , в.о.
0	0	1	0,00262	2	0,02733
0,05	7,03E-06	1,05	0,00309	2,05	0,0254
0,1	2,81E-05	1,1	0,00359	2,1	0,02357
0,15	6,31E-05	1,15	0,00413	2,15	0,02182
0,2	1,12E-04	1,2	0,00472	2,2	0,02016
0,25	1,75E-04	1,25	0,00536	2,25	0,01856
0,3	2,51E-04	1,3	0,00606	2,3	0,01703
0,35	3,41E-04	1,35	0,00682	2,35	0,01557
0,4	4,45E-04	1,4	0,00766	2,4	0,01415
0,45	5,61E-04	1,45	0,00858	2,45	0,01278
0,5	6,91E-04	1,5	0,0096	2,5	0,01146
0,55	8,33E-04	1,55	0,01071	2,55	0,01018
0,6	9,87E-04	1,6	0,01193	2,6	0,00894
0,65	0,00115	1,65	0,01328	2,65	0,00773
0,7	0,00133	1,7	0,01476	2,7	0,00655
0,75	0,00152	1,75	0,01638	2,75	0,0054
0,8	0,00172	1,8	0,01818	2,8	0,00428
0,85	0,00193	1,85	0,02015	2,85	0,00318
0,9	0,00215	1,9	0,02232	2,9	0,0021
0,95	0,00238	1,95	0,02471	2,95	0,00104
1	0,00262	2	0,02733	3	0

На рисунку 3.2 наведено залежність $E_z(r)$ від r/R_1 для заданих параметрів. Як видно з рисунку, максимальне значення аксіального електричного поля

спостерігається на другій межі – між плазмовим прошарком та вакуумом. У центрі хвилевода та на межі вакууму з металом значення аксіальної компоненти електричного поля дорівнює нулю.

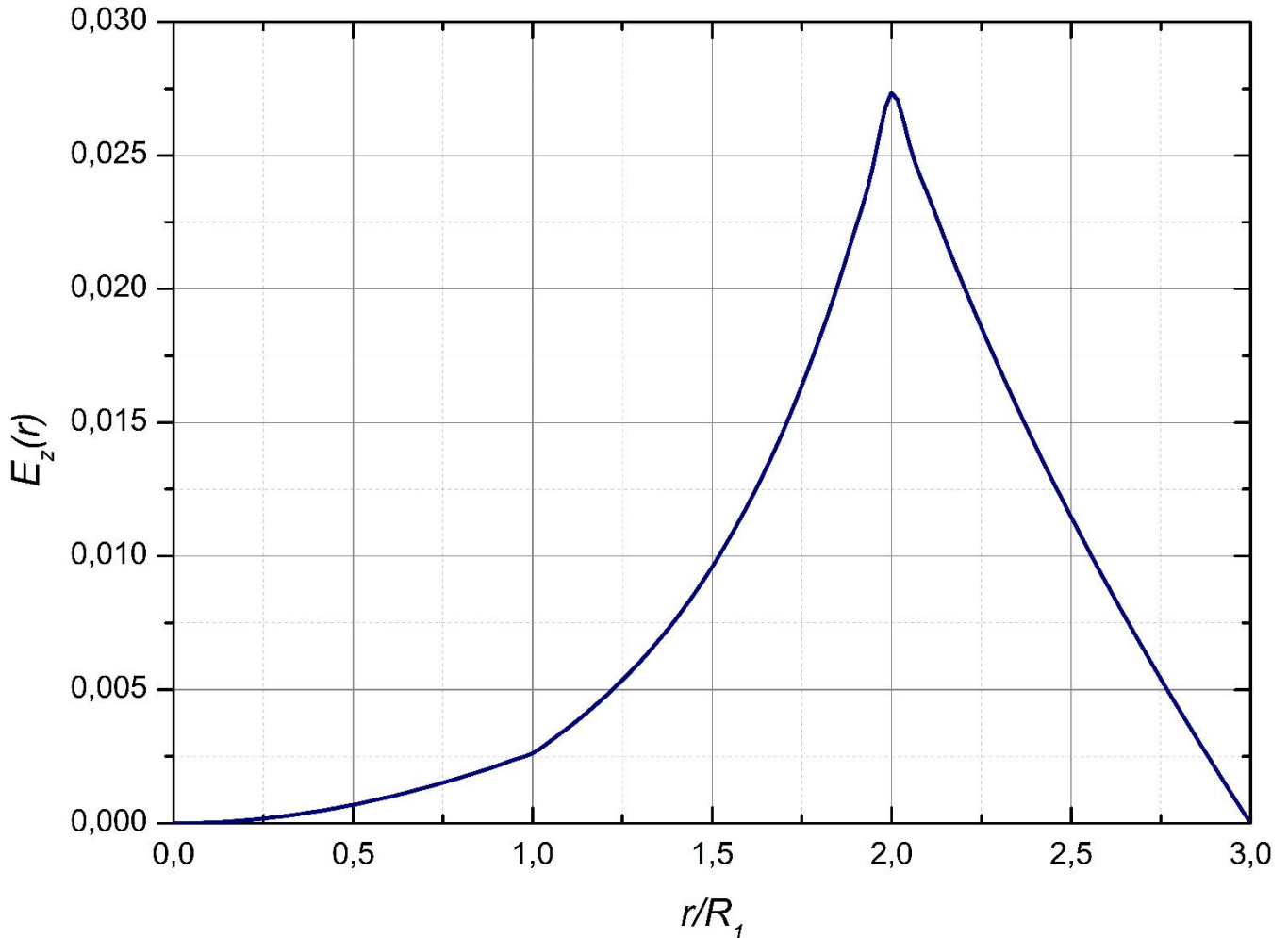


Рисунок 3.2 Аксіальний розподіл електричного поля хвилі (у відносних одиницях) при параметрах $Z = 5$, $m = +2$, $\theta = \pi/3$, $\varepsilon_{d1} = 6.4$, $\varepsilon_{d2} = 1$, $R_2/R_1 = 2.0$, $R_3/R_1 = 3.0$, $k_{ef} = 1.0$ та $\omega = 0.18|\omega_e|$.

3.4. Радіальне магнітне поле хвилі

Радіальне магнітне поле в усьому об'ємі хвилевода задається співвідношенням (2.39), але для кожного окремого середовища потрібно використовувати свою залежність $E_z(r)$. У такому випадку залежність радіальної компоненти магнітного поля можна представити наступним виразом:

$$B_r(r) = \begin{cases} \frac{m}{kr} A_1 J_m(k_{d1}r), & \text{при } r < R_1 \\ \frac{m}{kr} (A_2 I_m(k_0 r) + B_2 K_m(k_0 r)), & \text{при } R_1 < r < R_2 \\ \frac{m}{kr} A_3 (N_m(x_7) J_m(k_{d2}r) - J_m(x_7) N_m(k_{d2}r)), & \text{при } R_2 < r < R_3 \end{cases} \quad (3.3)$$

У таблиці 3 наведено числові значення $B_r(r)$ у відносних одиницях залежно від r/R_1 .

Таблиця 3. Значення радіального магнітного поля хвилі.

r/R_1	B_r , в.о.	r/R_1	B_r , в.о.	r/R_1	B_r , в.о.
0	0	1	0,05826	2	0,3037
0,05	0,00312	1,05	0,06533	2,05	0,27535
0,1	0,00624	1,1	0,07246	2,1	0,24939
0,15	0,00936	1,15	0,07976	2,15	0,22554
0,2	0,01246	1,2	0,08732	2,2	0,20359
0,25	0,01555	1,25	0,09521	2,25	0,18333
0,3	0,01862	1,3	0,10351	2,3	0,16458
0,35	0,02168	1,35	0,11229	2,35	0,14719
0,4	0,02471	1,4	0,12161	2,4	0,13102
0,45	0,02772	1,45	0,13154	2,45	0,11596
0,5	0,0307	1,5	0,14216	2,5	0,10189
0,55	0,03364	1,55	0,15352	2,55	0,08873
0,6	0,03655	1,6	0,16571	2,6	0,0764
0,65	0,03943	1,65	0,17881	2,65	0,06481
0,7	0,04226	1,7	0,1929	2,7	0,05391
0,75	0,04505	1,75	0,20806	2,75	0,04363
0,8	0,0478	1,8	0,2244	2,8	0,03393
0,85	0,05049	1,85	0,24202	2,85	0,02476
0,9	0,05314	1,9	0,26103	2,9	0,01607
0,95	0,05573	1,95	0,28154	2,95	0,00783
1	0,05826	2	0,3037	3	0

На рисунку 3.3 наведено залежність $B_r(r)$ від r/R_1 для заданих параметрів. Як видно з рисунку, максимальне значення радіального магнітного поля спостерігається на другій межі – між плазмовим прошарком та вакуумом. У центрі хвилевода та на межі вакууму з металом значення аксіальної компоненти магнітного поля дорівнює нулю.

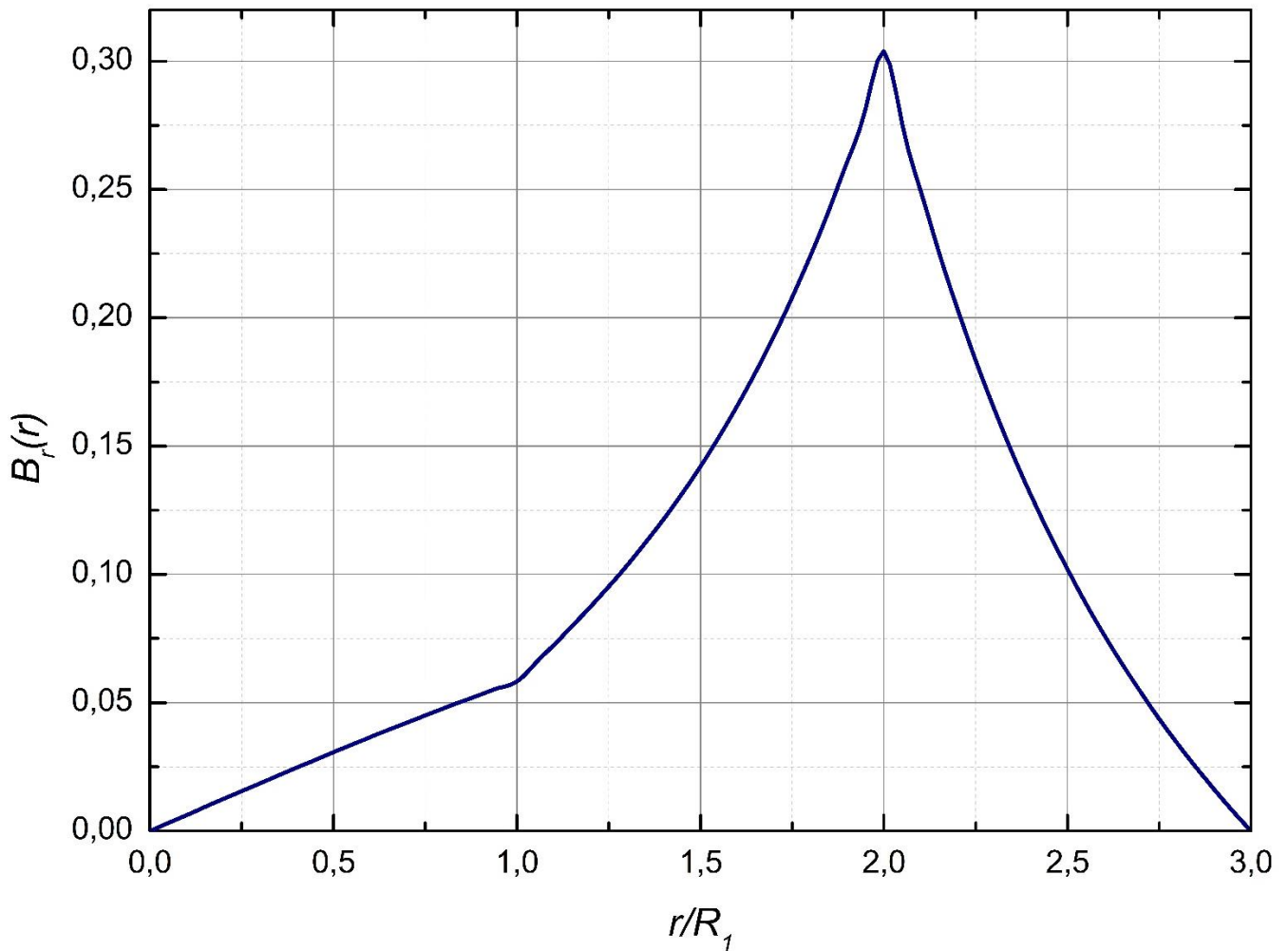


Рисунок 3.3 Радіальний розподіл радіального магнітного поля хвилі (у відносних одиницях) при параметрах $Z = 5$, $m = +2$, $\theta = \pi/3$, $\varepsilon_{d1} = 6.4$, $\varepsilon_{d2} = 1$, $R_2/R_1 = 2.0$, $R_3/R_1 = 3.0$, $k_{ef} = 1.0$ та $\omega = 0.18|\omega_e|$.

3.5. Радіальне електричне поле хвилі

Радіальне значення електричного поля визначається різними виразами для кожного середовища по окремості. Для першого діелектрику це формула (2.41)

при підстановці $B_z(r)$ з формули (2.37), для плазмового прошарку – формула (2.47) з підстановкою (2.43) і для другого діелектрику – формула (2.53) з підстановкою (2.49). У такому випадку залежність $E_r(r)$ можна задати формулою:

$$E_r(r) = \begin{cases} -\frac{k}{k_{d1}^2} \frac{m}{r} C_1 J_m(k_{d1} r), & \text{при } r < R_1 \\ \frac{k}{k_1^2} \left(\mu \frac{dB_{z2}(r)}{dr} + \frac{m}{r} B_{z2}(r) \right), & \text{при } R_1 < r < R_2 \\ -\frac{k}{k_{d2}^2} \frac{m}{r} C_3 (N'_m(x_7) J_m(k_{d2} r) - J'_m(x_7) N_m(k_{d2} r)), & \text{при } R_2 < r < R_3 \end{cases} \quad (3.4)$$

де $B_{z2}(r) = C_2 I_m(k_{\perp} r) + D_2 K_m(k_{\perp} r)$.

На рисунку 3.4 наведено залежність $E_r(r)$ від r/R_1 для заданих параметрів.

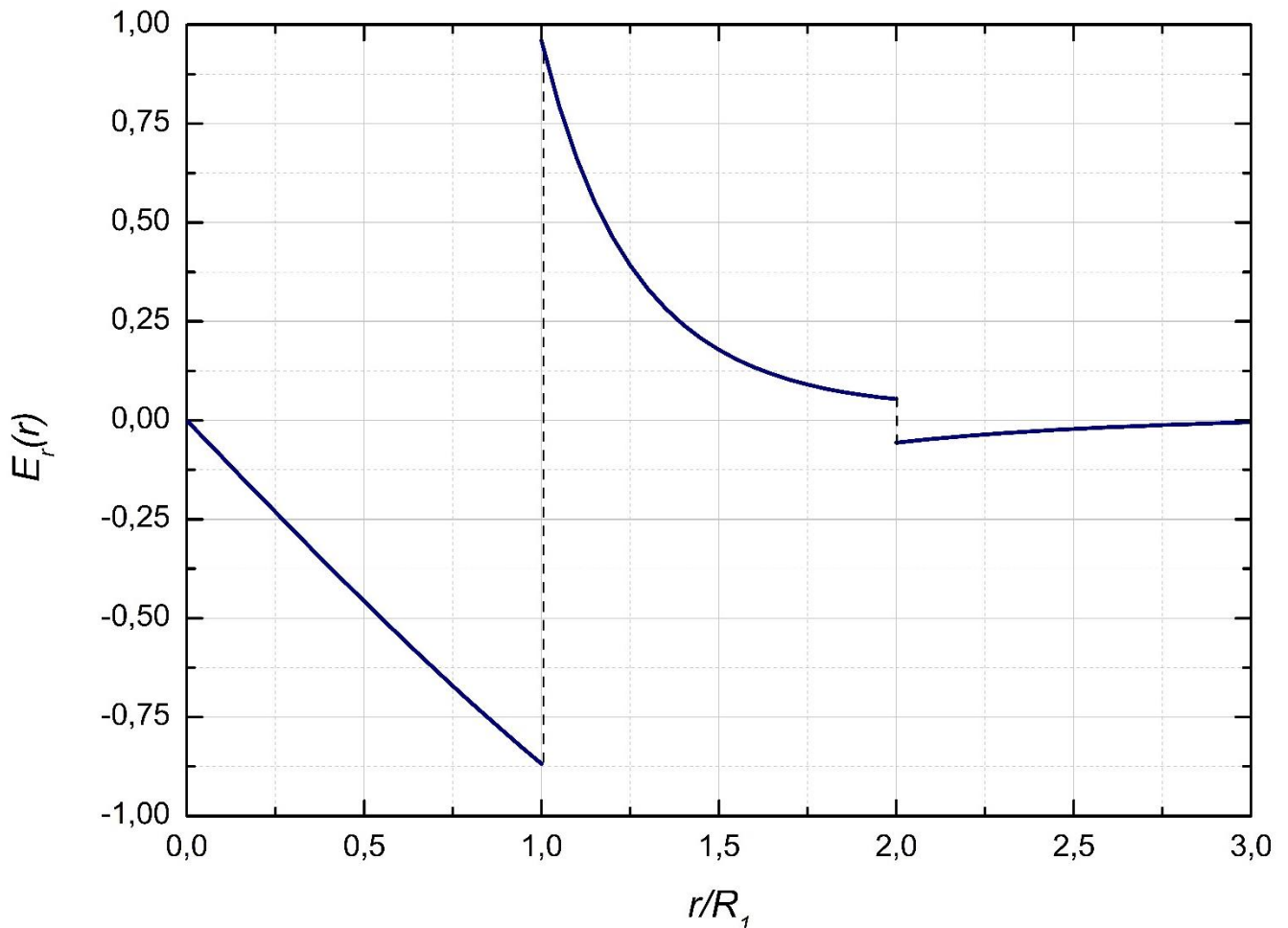


Рисунок 3.4 Радіальний розподіл радіального електричного поля хвилі (у відносних одиницях) при параметрах $Z = 5$, $m = +2$, $\theta = \pi/3$, $\varepsilon_{d1} = 6.4$, $\varepsilon_{d2} = 1$, $R_2/R_1 = 2.0$, $R_3/R_1 = 3.0$, $k_{ef} = 1.0$ та $\omega = 0.18|\omega_e|$.

Як видно з рисунку, максимальне радіальне електричне поле має два розриви – на двох межах поділу: між першим діелектриком та плазмою, між плазмою та другим діелектриком. При цьому, як і усі попередні поля, радіальне електричне поле дорівнює нулю у центрі хвилевода та на металевій стінці.

У таблиці 4 наведено числові значення $E_r(r)$ у відносних одиницях залежно від r/R_1 .

Таблиця 4. Значення радіального електричного поля хвилі.

r/R_1	E_r , в.о.	r/R_1	E_r , в.о.	r/R_1	E_r , в.о.
0	0	1	0,9596	2	-0,0564
0,05	-0,0465	1,05	0,79358	2,05	-0,0515
0,1	-0,093	1,1	0,6601	2,1	-0,047
0,15	-0,1394	1,15	0,55198	2,15	-0,0429
0,2	-0,1856	1,2	0,46383	2,2	-0,0391
0,25	-0,2317	1,25	0,39153	2,25	-0,0356
0,3	-0,2775	1,3	0,33192	2,3	-0,0324
0,35	-0,323	1,35	0,28253	2,35	-0,0294
0,4	-0,3682	1,4	0,24145	2,4	-0,0267
0,45	-0,413	1,45	0,20715	2,45	-0,0241
0,5	-0,4574	1,5	0,17843	2,5	-0,0217
0,55	-0,5013	1,55	0,15431	2,55	-0,0194
0,6	-0,5447	1,6	0,13403	2,6	-0,0173
0,65	-0,5875	1,65	0,11696	2,65	-0,0154
0,7	-0,6297	1,7	0,10258	2,7	-0,0135
0,75	-0,6713	1,75	0,09048	2,75	-0,0118
0,8	-0,7122	1,8	0,08031	2,8	-0,0101
0,85	-0,7523	1,85	0,0718	2,85	-0,0086
0,9	-0,7917	1,9	0,06472	2,9	-0,0071
0,95	-0,8303	1,95	0,05889	2,95	-0,0057
1	-0,868	2	0,05413	3	-0,0044

3.6. Густина потоку енергії електромагнітного поля

Розглянемо вектор потоку енергії електромагнітного поля – вектор Пойнтінга. Як відомо, у системі СГС:

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E} \times \vec{H}]. \quad (3.5)$$

Плазма, як зазначалось вище, є діамагнітним середовищем, тому $\vec{H} \approx \vec{B}$. Розглянемо азимутальну складову вектора Пойнтінга. Тоді з (3.5) отримаємо:

$$S_\phi(r) = \frac{c}{4\pi} [B_r E_z - B_z E_r]. \quad (3.6)$$

Використовуючи дані таблиць 1-4 отримаємо значення $S_\phi(r)$ у відповідних точках.

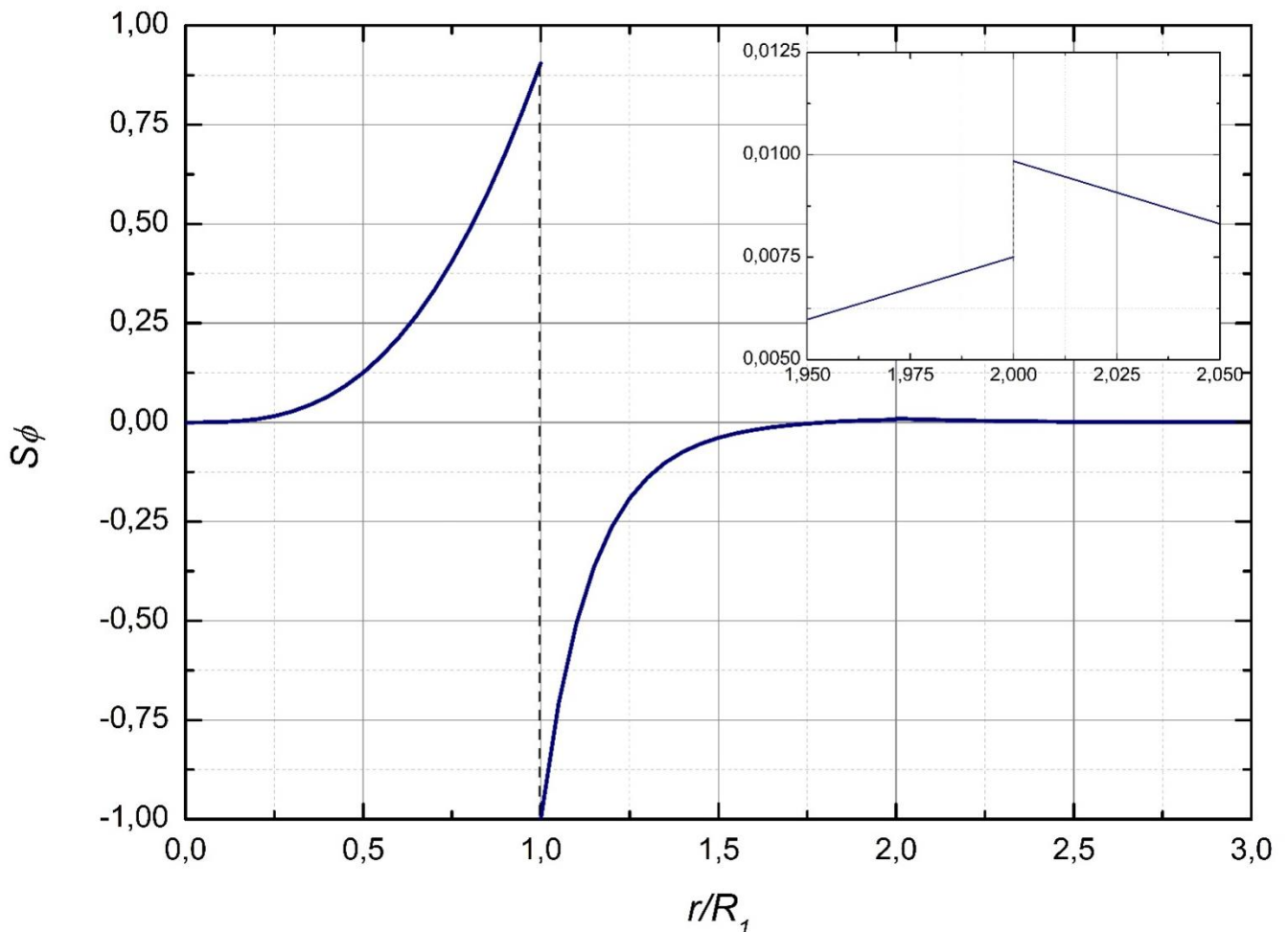


Рисунок 3.5 Азимутальна складова вектора Пойнтінга залежно від r/R_1 при параметрах $Z = 5$, $m = +2$, $\theta = \pi/3$, $\varepsilon_{d1} = 6.4$, $\varepsilon_{d2} = 1$, $R_2/R_1 = 2.0$, $R_3/R_1 = 3.0$, $k_{ef} = 1.0$ та $\omega = 0.18|\omega_e|$.

Як видно з рисунку 3.5, азимутальна складова вектора Пойнтінга, як і радіальне електричне поле, має два розриви – на двох межах поділу: між першим діелектриком та плазмою, та між плазмою та другим діелектриком. Також, як і всі розподіли, у центрі хвилевода та на межі з металом значення азимутальної складової вектора Пойнтінга дорівнює нулю. У таблиці 5 наведено значення $S_{\varphi}(r)$ у відповідних точках.

Таблиця 5. Значення азимутальної складової вектора Пойнтінга.

r/R_1	S_{φ}	r/R_1	S_{φ}	r/R_1	S_{φ}
0	0	1	-1	2	0,0098
0,05	0,0001	1,05	-0,709	2,05	0,0083
0,1	0,001	1,1	-0,506	2,1	0,007
0,15	0,0035	1,15	-0,364	2,15	0,0059
0,2	0,0083	1,2	-0,263	2,2	0,0049
0,25	0,0161	1,25	-0,191	2,25	0,0041
0,3	0,0277	1,3	-0,139	2,3	0,0034
0,35	0,0439	1,35	-0,101	2,35	0,0028
0,4	0,0651	1,4	-0,074	2,4	0,0023
0,45	0,0922	1,45	-0,053	2,45	0,0018
0,5	0,1256	1,5	-0,038	2,5	0,0014
0,55	0,166	1,55	-0,027	2,55	0,0011
0,6	0,2138	1,6	-0,019	2,6	0,0009
0,65	0,2694	1,65	-0,012	2,65	0,0006
0,7	0,3334	1,7	-0,007	2,7	0,0005
0,75	0,4059	1,75	-0,003	2,75	0,0003
0,8	0,4873	1,8	0,0003	2,8	0,0002
0,85	0,5778	1,85	0,0032	2,85	0,0001
0,9	0,6775	1,9	0,0045	2,9	6E-05
0,95	0,7865	1,95	0,006	2,95	3E-05
1	0,9049	2	0,0075	3	1E-05

ВИСНОВКИ

У дипломній роботі було досліджено перенесення електромагнітної енергії азимутальними поверхневими хвилями в хвилеводах типу лампи біжної хвилі з коаксіальною плазмовою вставкою.

У роботі було отримано дисперсійне рівняння для даної структури хвилевода – формула (2.55).

Проведено аналіз дисперсійних кривих залежно від різних параметрів: азимутального хвильового числа, кута нахилу спіралі, геометричних параметрів хвилевода, діелектричних проникностей середовищ, що оточують плазму, та зовнішнього сталого магнітного поля.

Встановлено, що нульові радіальні моди АПХ є найбільш небезпечними для збудження паразитної хвилі в навантажених густою плазмою коаксіальних хвилеводах, подібних до трубчастих хвилеводів.

Отримано залежності для компонентів електричного та магнітного поля АПХ та проведено числове моделювання цих залежностей. Графіки залежностей показали наступне:

- максимальне значення аксіального магнітного поля спостерігається на першій межі – між слюдяним діелектриком та плазмовим прошарком;
- максимальне значення аксіального електричного поля спостерігається на другій межі – між плазмовим прошарком та вакуумом;
- максимальне значення радіального магнітного поля спостерігається на другій межі – між плазмовим прошарком та вакуумом;
- максимальне радіальне електричне поле має два розриви – на двох межах поділу: між першим діелектриком та плазмою, між плазмою та другим діелектриком;
- у центрі хвилевода та на межі вакууму з металом значення усіх компонентів електричного та магнітного полів дорівнює нулю.

Аналіз азимутальної складової вектора Пойнтінга свідчить про те, що енергію АПХ переносять, в основному, поблизу межі внутрішнього діелектрика з плазмою. Якщо підібрати параметри лампи, то ймовірно, існує можливість, що енергію хвилі переноситимуть, в основному, поблизу межі зовнішнього діелектрика з плазмою. Але цього може й не бути, бо задача не є симетричною: на межі зовнішнього діелектрика з плазмою лежить металевий екран, який гасить поля.

Отримані результати будуть корисними, наприклад, для конструювання реальних пристроїв типу ЛБХ та для отримання найбільшого ККД у таких пристроях, а також у технологічних застосуваннях, в яких потрібні піковані профілі електромагнітної енергії.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] D. F. G. Minenna, F. Andre, Y. Elskens, J.-F. Auboin, F. Doveil, J. Puech, and E. Duverdier, “The traveling-wave tube in the history of telecommunication,” *Eur. Phys. J. H* 44, 1–36 (2019).
- [2] X. Hong-Quan and L. Pu-Kun, “Theoretical analysis of a relativistic travelling wave tube filled with plasma,” *Chin. Phys.* 16(3), 766–771 (2007).
- [3] A. Abdoli-Arani, “Dispersion relation of TM mode electromagnetic waves in the rippled-wall elliptical plasma and dielectric waveguide in presence of elliptical annular electron beam,” *IEEE Trans. Plasma Sci.* 41(9), 2480–2488 (2013).
- [4] S. K. Datta, L. Kumar, and B. Basu, “Pierce-type one-dimensional Eulerian hydrodynamic analysis of a plasma-filled helix traveling-wave tube,” *IEEE Trans. Electron Devices* 58(3), 882–890 (2011).
- [5] Z. Lu, W. Ge, R. Wen, Z. Su, Z. Wang, T. Tang, H. Gong, and Y. Gong, “High power folded waveguide traveling wave tube based on variable-width technology,” *Phys. Plasmas* 26(5), 053106 (2019).
- [6] W. Shao, D. Xu, Z. Wang, H. Gong, Z. Lu, Z. Duan, Y. Wei, Y. Gong, and S. Aditya, “Stacked dual beam electron optical system for THz integrated wideband traveling wave tube,” *Phys. Plasmas* 26(6), 063106 (2019).
- [7] X. Lei, Y. Zhao, S. Fang, Q. Li, G. Wu, P. Yin, X. Jiang, H. Yin, J. Xu, L. Yue, Y. Wei, and W. Liu, “One-dimensional nonlinear analysis of sine waveguide traveling-wave tubes,” *Phys. Plasmas* 26(9), 092301 (2019).
- [8] M. C. de Sousa, F. Doveil, Y. Elskens, and I. L. Caldas, “Wave–particle interactions in a long traveling wave tube with upgraded helix,” *Phys. Plasmas* 27(9), 093108 (2020).

- [9] V. Girka, I. Girka, and M. Thumm, *Surface Flute Waves in Plasmas, Theory and Applications* (Springer-Verlag, Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London, 2014)
- [10] M. Moisan and H. Nowakowska, “Contribution of surface-wave (SW) sustained plasma columns to the modeling of RF and microwave discharges with new insight into some of their features. A survey of other types of SW discharges,” *Plasma Sources Sci. Technol.* 27(7), 073001 (2018).
- [11] S. Nakao, E. Stamate, and H. Sugai, “Plasma parameters in the vicinity of the quartz window of a low pressure surface wave discharge produced in O₂,” *Thin Solid Films* 515(12), 4869–4873 (2007).
- [12] T. Ikeda, H. Miyashita, Y. Osada, Y. Fujino, and T. Komatsu, “Microwave emission mechanism, microwave plasma source and surface wave plasma processing apparatus,” patent application US9520272B2 (2012).
- [13] J. Margot-Chaker, M. Moisan, M. Chaker, V. M. M. Glaude, P. Lauque, J. Paraszczak, and G. Sauv_e, “Tube diameter and wave frequency limitations when using the electro magnetic surface wave in the mj1 (dipolar) mode to sustain a plasma column,” *J. Appl. Phys.* 66(9), 4134–4148 (1989).
- [14] O. Boudreault, S. Mattei, L. Stafford, J. Margot, M. Moisan, R. Khare, and V. M. Donnelly, “Nonlocal effect of plasma resonances on the electron energy distribution function in microwave plasma columns,” *Phys. Rev. E* 86, 015402(R) (2012).
- [15] G. S. Nusinovich, Y. Carmel, A. G. Shkvarunets, J. C. Rodgers, T. M. Antonsen, V. L. Granatstein, Y. P. Bliokh, D. M. Goebel, and J. P. Verboncoeur, “The Pasotron: Progress in the theory and experiments,” *IEEE Trans. Electron Devices* 52(5), 845–856 (2005).
- [16] T. Anderson, *Plasma Antennas* (Artech House, Boston, London, 2011).

- [17] I. Alexeff, T. Anderson, E. Farshi, N. Karnam, and N. R. Pulasani, “Recent results for plasma antennas,” *Phys. Plasmas* 15(5), 057104 (2008).
- [18] V. O. Girka, I. O. Girka, and I. V. Pavlenko, “Electrodynamic model of the gas discharge sustained by azimuthal surface waves,” *Contrib. Plasma Phys.* 41(4), 393–406 (2001).
- [19] T. Ishijima, H. Toyoda, Y. Takanishi, and H. Sugai, “Design of large-area surface wave plasma excited by slotted waveguide antennas with novel power divider,” *Jpn. J. Appl. Phys., Part 1* 50(3R), 036002 (2011).
- [20] K. Ostrikov, E. C. Neyts, and M. Meyyappan, “Plasma nanoscience: From nano-solids in plasmas to nano-plasmas in solids,” *Adv. Phys.* 62(2), 113–224 (2013).
- [21] C. M. Ferreira and M. Moisan, *Microwave Discharges: Fundamentals and Applications* (Springer Science & Business Media, 2013).
- [22] Y. M. Aliev, H. Schluter, and A. Shivarova, *Guided-Wave-Produced Plasmas* (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2000).
- [23] M. Nejati and L. Rajaei, “The effect of degenerate plasma on the frequency spectra of slow waves in helix traveling-wave tube,” *IEEE Trans. Plasma Sci.* 47(5), 2571–2581 (2019).
- [24] V.A. Girka, and I.A. Girka, “Asymmetric long-wavelength surface modes of isotropic plasma waveguides,” *Plasma Physics Reports*, 28, No. 8, 682-689 (2002).
- [25] V.O. Girka, and I.O. Girka, “Asymmetric long-wavelength surface modes in magnetized plasma waveguides entirely filled with plasma,” *Plasma Physics Reports*, 28, No. 11, 916-924 (2002).
- [26] V.O. Girka, I.O. Girka, I.V. Pavlenko, O.I. Girka, and A.V. Girka, “Coupled azimuthal modes propagating in current-carrying plasma waveguides,” *Journal of Plasma Physics*, 78, part 2, 105-123 (2012).

- [27] V.A. Girka, I.A. Girka, A.N. Kondratenko, and V.I. Tkachenko, "Azimuthal surface waves of magnetoactive plasma waveguides," *Soviet Journal of Communications Technology and Electronics*, 33, No. 8, 37-41 (1988).
- [28] I.O. Girka, and M. Thumm, "Excitation of azimuthal surface modes above the upper-hybrid frequency by external relativistic flows of electrons in coaxial plasma-vacuum waveguide," *IEEE Transactions on Plasma Science*, 44, No. 11, 2859-2866 (2016).
- [29] O.S. Blednov, V.O. Girka, I.O. Girka, and I.V. Pavlenko, "Excitation of the azimuthal surface waves in electron cyclotron frequency range by rotating electron beam in a coaxial waveguide," *IEEE Transactions on Plasma Science*, 42, Issue 3, Part 2, 735-741 (2014).
- [30] I.O. Girka, I.V. Pavlenko, and M. Thumm, "Zeroth radial modes of azimuthal surface waves in dense plasma loaded, coaxial helix traveling-wave-tube-like waveguides", *Physics of Plasmas*, 28, Issue 9, 043106 (2021).
- [31] I.O. Girka, I.V. Pavlenko, and M. Thumm, "Excitation of higher radial modes of azimuthal surface waves in the electron cyclotron frequency range by rotating relativistic flow of electrons in cylindrical wave-guides partially filled by plasmas," *Physics of Plasmas*, 25, Issue 5, 052109 (2018).