

розділ 6.

## **ЗБУДЖЕННЯ АПХ ПУЧКАМИ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК**

Взаємодія потоків заряджених частинок з власними коливаннями плазми широко використовується в плазмовій електроніці для генерації та підсилення електромагнітного випромінювання [11,12,24,27-30,153]. При цьому велику увагу приділяють вивченню процесів збудження хвиль в плазмових хвилеводах за допомогою потоків заряджених частинок, що обертаються в зовнішньому магнітному полі [154-166]. Прилади плазмової електроніки мають істотні переваги над вакуумними: збільшення кількості власних частот, можливість керування частотним спектром у широкому діапазоні, можливість генерації та підсилення хвиль у субміліметровому діапазоні та значне збільшення потужності цих приладів через можливість пропускати крізь плазму більші струми. Важливим питанням при дослідженні збудження плазмових хвилеводів є взаємодія потоків заряджених частинок з ПХ через наявність істотних особливостей цього процесу порівняно з випадком об'ємних хвиль [2,11,167,168].

У цьому розділі наведено результати дослідження процесу збудження АПХ пучком електронів у циліндричному металевому хвилеводі з коаксіальною плазмовою вставкою. Особливістю даної постановки задачі є те, що амплітуда АПХ експоненціально спадає від межі плазми тільки в глиб плазми, а в області вакуумного прошарку ці хвилі є об'ємними. Нехай металевий

циліндричний хвилевод має радіус  $R_2$ , радіус плазмового циліндру  $R_1$ , при цьому  $\Delta = 1 - R_2 / R_1 < 1$ , а зовнішнє сталє магнітне поле  $\vec{B}_0 \parallel \vec{z}$  є досить слабким, так що ленгмюрівська частота перевищує електронну циклотронну:  $\Omega_e^2 \gg \omega_e^2$ . В області  $R_1 < r < R_2$  рухається пучок електронів, чия густина є достатньо малою, щоб його впливом на дисперсію АПХ можна було знехтувати. Шукаємо залежність поля хвилі від часу  $t$  та азимутального кута  $\varphi$  у такому вигляді  $E, H \propto \exp(im\varphi - i\omega t)$ , вважаючи, що простір є однорідним вздовж осі  $\vec{z}$ .

### 6.1. Збудження АПХ у режимі пучкової нестійкості

Для створення лінійної теорії пучкового збудження АПХ скористаємося моделлю потоку осциляторів з однаковим поперечним імпульсом  $p_{\perp 0}$  і  $p_z = 0$ . При цьому вважаємо, що плазмо-пучкова система є струмово та зарядово скомпенсованою. Такий пучок електронів описується рівноважною функцією розподілу [2]:

$$f_0 = n_b \delta(p_{\perp} - p_{\perp 0}) \delta(p_z) / (2\pi p_{\perp 0}), \quad (6.1)$$

де поперечний імпульс електронів  $p_{\perp 0} = m_e V_{\perp 0} \gamma$ ,  $\gamma = \sqrt{1 + p_{\perp 0}^2 m_e^{-2} c^{-2}}$  – це релятивістський фактор,  $n_b$  – це густина частинок пучка. Електродинамічні властивості пучкової області хвилеводу описуються тензором діелектричної проникності  $\mathcal{E}_{ik}^{(b)}$  [2]. Наведемо тут вирази для трьох компонентів  $\mathcal{E}_{ik}^{(b)}$ , які використовуються у подальших викладках:

$$\varepsilon_{11}^{(b)} = 1 + \frac{\Omega_b^2}{\omega\gamma} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} s^2 \left[ \frac{(J_s^2(x))'}{(s-y)k_\varphi v_{\perp 0}} + \frac{\omega J_s^2(x)}{(s-y)^2 c^2 k_\varphi^2} \right]; \quad (6.2)$$

$$\varepsilon_{12}^{(b)} = \frac{i\Omega_b^2}{\omega|\omega_{ce}|} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} s \left[ \frac{(J_s(x)J'_s(x))'}{s-y} + \frac{J_s(x)J'_s(x)}{(s-y)x} + \frac{J_s(x)J'_s(x)\omega v_{\perp 0}}{(s-y)^2 c^2 k_\varphi} \right] = -\varepsilon_{21}^{(b)}; \quad (6.3)$$

$$\varepsilon_{22}^{(b)} = 1 + \frac{\Omega_b^2}{\omega|\omega_{ce}|} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{2(J'_s(x))^2}{s-y} + \frac{2xJ'_s(x)J''_s(x)}{s-y} + \frac{(J'_s(x))^2 v_{\perp 0}^2 y}{(s-y)^2 c^2} \right], \quad (6.4)$$

де  $\Omega_b^2 = 4\pi e^2 n_b m_e^{-1}$ ,  $x = k_\varphi V_{\perp 0} \gamma / |\omega_e|$ ,  $y = \omega \gamma / |\omega_e|$ ,  $k_\varphi = |m| R_1^{-1}$ , знаки штрих відповідають похідним за аргументом.

Розв'язуючи рівняння Максвелла в області пучка для поля АПХ із використанням вказаних компонентів  $\varepsilon_{ik}^{(b)}$ , здобудемо для аксіальної магнітної складової поля рівняння Бесселя, азимутальна складова електричного поля виражається через цю магнітну складову. Для здобуття дисперсійного рівняння скористаємося крайовими умовами (5.3)–(5.5). Для випадку однорідного профілю густини плазми дисперсійне рівняння має вигляд [169]:

$$\frac{I'_m(k_\perp R_1)k}{k_\perp I_m(k_\perp R_1)} + \frac{\mu m k}{R_1 k_\perp^2} + \frac{J'_n(\zeta_1) - \Phi N'_m(\zeta_1)}{\sqrt{\psi_b} [J_n(\zeta_1) - \Phi N_m(\zeta_1)]}$$

$$-\frac{im\varepsilon_{12}^{(b)}}{\varepsilon_{11}^{(b)}\zeta_1\sqrt{\psi_b}}=0, \quad (6.5)$$

де

$$\Phi = \left[ \frac{im\varepsilon_{12}^{(b)}}{\varepsilon_{11}^{(b)}\zeta_2} J_n(\zeta_2) - J'_n(\zeta_2) \right] \\ \times \left[ \frac{im\varepsilon_{12}^{(b)}}{\varepsilon_{11}^{(b)}\zeta_2} N_m(\zeta_2) - N'_m(\zeta_2) \right]^{-1}, \quad \zeta = kr\sqrt{\psi_b},$$

$\zeta_{1,2} = \zeta(R_{1,2})$ ,  $\psi_b = \varepsilon_{22}^{(b)} + \left(\varepsilon_{12}^{(b)}\right)^2 \left(\varepsilon_{11}^{(b)}\right)^{-1}$ . Аналітично рівняння (6.5) досліджено у [169] для частот, які є нижчими за частоту відбиття об'ємних мод  $\omega < \sqrt{\Omega_e^2 + \omega_e^2/4} - |\omega_e|/2$  за умов резонансу:

$$\omega = \omega_H + \delta\omega = N|\omega_e|\gamma^{-1} + \delta\omega, \quad (6.6)$$

де  $N$  - натуральне число,  $\omega_H$  - власна частота плазмового хвильоводу,  $|\delta\omega| \ll \omega_H$ ,  $\delta\omega$  - поправка до власної частоти, яка обумовлена наявністю пучка. У випадку резонансної пучкової нестійкості розв'язок (6.5) має вигляд [169]:

$$Im(\delta\omega) \approx \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ \alpha N^2 \Omega_e^2 \omega_e^{-2} x^{-2} \gamma^{-1} \right]^{1/3} J_N^{\frac{2}{3}}(x) \omega_H, \quad (6.7)$$

тут і далі у цьому розділі  $\alpha = n_b/n_p$  - частка густин пучка та плазми ( $\alpha \ll 1$ ).

На Рис. 20 зображено залежність  $Im(\delta\omega)\Omega_e^{-1}$  від ефективного хвильового числа  $k_{ef} = |m|\delta R_1^{-1}$  для наступних зна-

чень параметрів плазми:  $\Omega_e = 10|\omega_e|$ ,  $\Delta = 0.1$ ,  $\alpha = 0.01$ , ци-

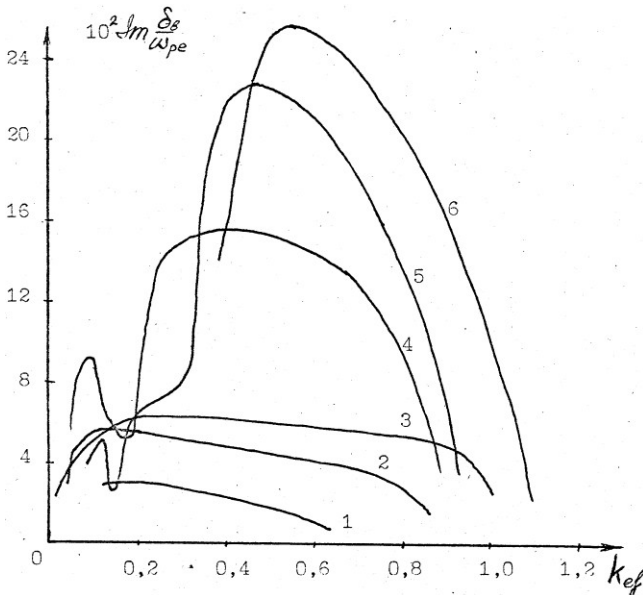


Рис. 20. Залежність інкременту пучкової нестійкості АПХ від ефективного хвильового числа

фрами позначено номери мод. Видно, що величина інкремента має добре виражений абсолютний максимум в діапазоні значень  $k_{ef} = 0,3 \div 0,6$ . Максимальне значення  $Im(\delta\omega)$  зростає зі збільшенням азимутального хвильового числа  $m$ , величини зовнішнього магнітного поля, густини пучка та при зменшенні ширини пучка (параметр  $\Delta$ ).

Для того, щоб здобути систему диференціальних рівнянь, що описують нелінійну стадію пучкового збудження АПХ, були застосовані гідродинамічна модель плазми, рівняння Максвела для поля цієї хвилі та рівняння руху частинок пучка у проміжку  $R_2 > r > R_1$  між плазмовим циліндром та металевою стінкою хвилеводу. Беручи до уваги нерівність  $\alpha \ll 1$  впливом власного поля пучка на електромагнітне поле, у якому він рухається,

можна знехтувати [2,12,170]. В області плазми магнітне поле  $H_z$  АПХ описується модифікованими функціями Бесселя  $I_m(\xi)$ , а електричні поля АПХ визначаються формулами (5.37).

Пучок заряджених частинок моделюємо методом макро-частинок [171]. Поля АПХ в області, що зайнято пучком, описуються наступною системою диференціальних рівнянь:

$$E_r^B = -4\pi j_r m H_z^B / \omega \zeta, \quad (6.8)$$

$$E_\varphi^B = -i4\pi j_\varphi / \omega - i\partial H_z^B / \partial \zeta, \quad (6.9)$$

$$\frac{\partial^2 H_z^B}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial H_z^B}{\partial \zeta} + \left(1 - \frac{m^2}{\zeta^2}\right) H_z^B = F_b, \quad (6.10)$$

де

$$F_b = -4\pi [\partial(j_\varphi \zeta) / \partial \zeta - im j_r] / (\omega \zeta),$$

$$j_r = -|e| \sum_{i=1}^N \delta(r - r_i) \delta(\varphi - \varphi_i) \partial r / \partial t,$$

$j_\varphi = -|e| \sum_{i=1}^N r \delta(r - r_i) \delta(\varphi - \varphi_i) \partial \varphi / \partial t$ ,  $\zeta = kr$ ,  $\delta(x - x_0)$  – дельта функція Дірака [136,137].

Система рівнянь (6.8)-(6.10) розв'язується методом варіації сталої, наводимо вирази для компонентів поля АПХ в області пучка:

$$H_z^B = C_1 J_m(\zeta) + C_2 N_m(\zeta) - \frac{\pi}{2} J_m(\zeta) \int_{\zeta_1}^{\zeta} \zeta' N_m(\zeta') F_b(\zeta') d\zeta' + \frac{\pi}{2} N_m(\zeta) \int_{\zeta_1}^{\zeta} \zeta' J_m(\zeta') F_b(\zeta') d\zeta', \quad (6.11)$$

$$E_r^B = -\frac{m}{\zeta} \left[ C_1 J_m(\zeta) + C_2 N_m(\zeta) - \frac{\pi}{2} J_m(\zeta) \int_{\zeta_1}^{\zeta} \zeta' N_m(\zeta') F_b(\zeta') d\zeta' \right. \\ \left. + \frac{\pi}{2} N_m(\zeta) \int_{\zeta_1}^{\zeta} \zeta' J_m(\zeta') F_b(\zeta') d\zeta' \right] + \frac{4\pi}{i\omega} j_r, \quad (6.12)$$

$$E_\varphi^B = -iC_1 J'_m(\zeta) - iC_2 N'_m(\zeta) + \frac{i\pi}{2} J'_m(\zeta) \int_{\zeta_1}^{\zeta} \zeta' J_m(\zeta') F_b(\zeta') d\zeta' \\ - \frac{i\pi}{2} N'_m(\zeta) \int_{\zeta_1}^{\zeta} \zeta' J_m(\zeta') F_b(\zeta') d\zeta' + \frac{4\pi}{i\omega} j_\varphi, \quad (6.13)$$

де  $\zeta_1 = k R_1$ , верхній індекс “В” означає, що поле АПХ обчислено для області простору, який зайнято пучком.

Для здобуття системи рівнянь, що описує поведінку амплітуди огинаючої та фази хвилі, використовуємо лінійні крайові умови (5.3), (5.5) та нелінійну умову:

$$E_\varphi^B(R_l + 0) = E_\varphi^B(R_l - 0). \quad (6.14)$$

Нелінійність (6.14) обумовлена тим, що до виразу поля  $E_\varphi^B$  входить струм пучка, який у свою чергу визначається полем АПХ. Skorиставшись стандартними процедурами усереднення [11,12,27,28,30], знаходимо рівняння для амплітуди огинаючої та фази хвилі в однододовому наближенні, нехтуючи дисипативними процесами у плазмі:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\alpha D_p}{NzPL} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{m dR_i}{w dt} L_1(\zeta_i) \sin(\phi_i) \right. \\ \left. + R_i^2 \frac{d\phi_i}{dt} L_2(\zeta_i) \cdot \cos(\phi_i) \right], \quad (6.15)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\alpha D_p}{EN_z PL} \sum_{i=1}^N \left[ R_i^2 \frac{d\phi_i}{dt} L_2(\zeta_i) \sin(\phi_i) - \frac{m dR_i}{w dt} L_1(\zeta_i) \cdot \cos(\phi_i) \right], \quad (6.16)$$

де  $E = E_y / B_0$  - безрозмірна амплітуда огинаючої,  $\theta$  - фаза,

$$\begin{aligned} \phi_i &= m\phi_i + \theta - \omega t, \quad z = |\omega_e| \Omega_e^{-1}, \quad \zeta_2 = k R_2, \\ w &= \omega \Omega_e^{-1}, \quad L = J_m(\zeta_1) N'_m(\zeta_2) - J'_m(\zeta_2) N_m(\zeta_1), \\ L_1(\zeta_i) &= J_m(\zeta_i) N'_m(\zeta_2) - J'_m(\zeta_2) N_m(\zeta_i), \\ L_2(\zeta_i) &= J'_m(\zeta_i) N'_m(\zeta_2) - J'_m(\zeta_2) N'_m(\zeta_i), \\ D_p &= \frac{I'_m(\psi \zeta_1)}{\psi I_m(\psi \zeta_1)} + \frac{m \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \psi^2 \zeta_1}, \\ D &= D_p + \frac{J'_m(\zeta_1) N'_m(\zeta_2) - J'_m(\zeta_2) N'_m(\zeta_1)}{J_m(\zeta_1) N'_m(\zeta_2) - N_m(\zeta_1) J'_m(\zeta_2)}, \quad P = \frac{dD}{dw}, \end{aligned}$$

$R_i = r_i \Omega_e c^{-1}$ ,  $N$  - кількість частинок пучка.

Рівняння руху електронів пучка зручно записати, користуючись терміном імпульс частинки  $\vec{p} = \gamma m_e \vec{V}$  [170]:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\vec{V} \times (\vec{H} + \vec{B}_0)]. \quad (6.17)$$

Підставляючи (6.17) до рівняння поля АПХ в області  $R_1 < r < R_2$ , отримуємо наступну систему рівнянь, яка описує нелінійний рух  $i$ -ої частинки:

$$\begin{aligned}
 dR_i / dt &= |\omega_e| v_i / (z \gamma_i), \quad d\varphi_i / dt = |\omega_e| u_i / (z \gamma_i R_i), \\
 \frac{dv_i}{dt} &= ER_l \left( \frac{m}{R_l} - w \frac{u_i}{\gamma_i} \right) \left( \frac{1}{\zeta_1 D_p} - R_\alpha \right) \sin(\theta_i) - |\omega_e| \frac{u_i}{\gamma_i} \left( 1 - \frac{u_i}{z R_i} \right), \\
 \frac{du_i}{dt} &= \frac{EwR_l}{\zeta_1} \left[ R_\alpha - 1 + \frac{R_\alpha}{D_p} \left( \frac{m^2}{\zeta_1} - \zeta_1 \right) \right] \cos(\phi_i) + |\omega_e| \frac{v_i}{\gamma_i} \left( 1 - \frac{u_i}{z R_i} \right) \\
 &\quad + \frac{EwR_l v_i}{\gamma_i} \left( \frac{1}{\zeta_1 D_p} - R_\alpha \right) \sin(\phi_i), \quad (6.18)
 \end{aligned}$$

де  $R_\alpha = r_i R_1^{-1} - 1$ ,  $v = p_r / m_e c$ ,  $u = p_\varphi / m_e c$ ,  $v$  та  $u$  – це безрозмірні імпульси частинок пучка (радіальний та азимутальний, відповідно).

Спільний розв'язок систем рівнянь (6.15), (6.16) та (6.18) знаходився числовим методом Рунге-Кутти четвертого порядку [170]. Кількість частинок, яка використовувалася в процесі моделювання пучка електронів, становила  $N = 500$ . Для моделювання взаємодії частинок пучка з межами плазми та металевою стінкою хвилеводу використовувалася модель дзеркального відбиття. При цьому дослідженні було використано наступні значення параметрів хвилеводу та пучка. Початкові значення: амплітуда хвилі  $A = 10^{-3}$ , фаза хвилі  $\theta = 0$ , радіальний імпульс частинок пучка  $v_i = 0$ , кутовий імпульс частинок  $u_i = z R_i (\pm 2\%)$ , частка густини електронного пучка до густини плазми  $\alpha = 10^{-2}$ . Початкове розташування частинок пучка по куту  $\varphi$  було приблизно рівномірним з малим випадковим відхиленням ( $\Delta\varphi = \pm 1\%$ ), по радіусу частинки пучка у початковий момент часу були розташовані у випадковий спосіб в області  $R_1 < r < R_2$ . Решту параметрів хвилеводу було обрано такими:  $\Delta = 0.1$ ,  $|\omega_e| = 0.099 \cdot \Omega_e$ .

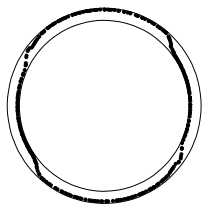


Рис. 21. Розподіл частинок пучка в координатному просторі для  $m=2$  в момент часу  $t=0.02$

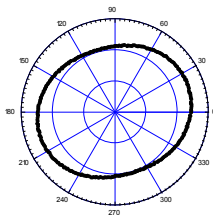


Рис. 22. Розподіл частинок пучка у фазовому просторі для АПХ з  $m=2$  в момент часу  $t=0.02$

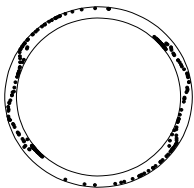


Рис. 23. Розподіл частинок пучка в координатному просторі для випадку  $m=2$  при  $\tau=0.06$

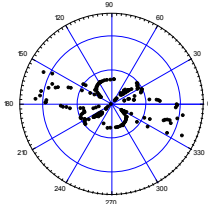


Рис. 24. Розподіл частинок пучка у фазовому просторі для випадку  $m=2$  при  $\tau=0.06$

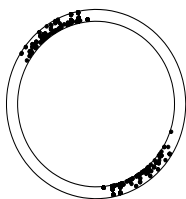


Рис. 25. Розподіл частинок пучка в координатному просторі для  $m=2$  в момент часу  $\tau=0.3$

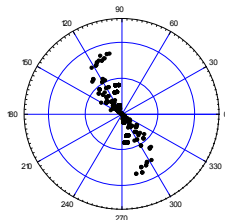


Рис. 26. Розподіл частинок пучка у фазовому просторі для випадку  $m=2$  в момент безрозмірного часу  $\tau=0.3$

На Рис. 21,23,25 показано розподіл частинок пучка в координатному просторі для АПХ з азимутальним хвильовим числом  $m=2$ . Зміни у розташуванні частинок пучка у фазовому про-

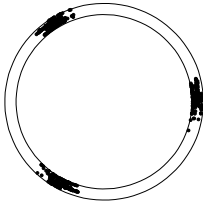


Рис. 27. Розподіл частинок пучка в координатному просторі для  $m=3$  в момент часу  $\tau=0.3$

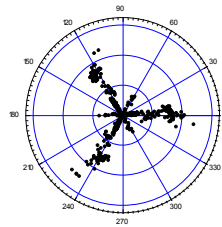


Рис. 28. Розподіл частинок пучка у фазовому просторі для випадку  $m=3$  в момент безрозмірного часу  $\tau=0.3$

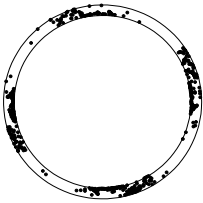


Рис. 29. Те саме, що на Рис. 27 для  $m=4$  при  $\tau=0.3$

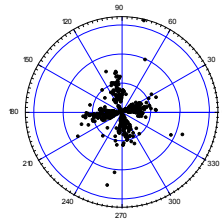


Рис. 30. Те саме, що на Рис. 28 для  $m=4$  при  $\tau=0.3$

сторі з плинком часу можна прослідкувати на Рис. 22,24,26. На Рис. 27 та 29 показано розподіл частинок пучка у координатному просторі в той час, коли процес утворення бунчів завершився для  $m=3$  та  $m=4$ , відповідно. У фазовому просторі частинки пучка внаслідок захоплення їх полем хвилі утворюють структури, що є схожими на веретена (кількість таких “веретен” співпадає із значенням хвильового числа  $m$ ). На Рис. 28 та 30 показано розподіл частинок пучка у фазовому просторі для АПХ з азимутальними хвильовими числами  $m=3$  та  $m=4$ . Здобуті результати підтверджують висновки роботи [169] про максимальне значення інкремента при  $k_{ef} \approx 0.4$ : зростання амплітуди АПХ уповільнювалося, коли  $k_{ef}$  обиралося рівним 0.3; 0.2 або 0.5; 0.6. При цьому зменшення  $k_{ef}$  призводило до більшого уповільнення

зростання амплітуди АПХ, ніж його збільшення. Зміна знака азимутального хвильового числа, що визначає напрямок розповсюдження АПХ призводить до зриву нестійкості, через невиконання умови резонансу. До зменшення інтервалу часу, на протязі якого амплітуда АПХ зростає до максимального, призводять зменшення частки  $|\omega_e| \Omega_e^{-1}$  та збільшення параметра  $\alpha$ .

## 6.2. Збудження АПХ у режимі дисипативної нестійкості

Можливість використання кінетичної енергії пучка заряджених частинок, що знаходяться в обертальному русі, для збудження ВЧ коливань в циліндричних вакуумних та плазмових хвилеводах, активно досліджується. При цьому велику увагу приділяють магнетронним системам [29,30], які за величиною ККД значно перевищують показники лазерів на вільних електронах [159] та мазерів на циклотронному резонансі [161-166].

У попередньому підрозділі при аналізі взаємодії АПХ з пучками заряджених частинок не враховано можливість дисипації енергії АПХ. За певних умов частота зіткнень  $V$  може бути досить значною величиною. Декремент загасання АПХ, що обумовлений зіткненнями між частинками плазми, є пропорційним до  $V$  [12,172]. За умов, коли  $V > Im(\omega)$ , стає можливим розвиток дисипативної нестійкості [12]. Її інкремент є меншим за інкремент пучкової нестійкості, але, наприклад, для напівпровідникових структур він може бути достатньо великим. Даний підрозділ присвячено вивченню можливості збудження АПХ в металевих хвилеводах з плазмовим наповненням за умов розвитку резонансної дисипативної нестійкості [172]. Вихідні рівняння для полів АПХ та крайові умови є такими ж, як у попередньому підрозділі, але у компонентах тензора діелектричної проникливості плазми враховано ефективну частоту зіткнень  $V$ .

Дисперсійне рівняння, що описує початкову стадію взаємодії АПХ з потоком електронів, які рухаються над поверхнею плазми в області  $R_1 < r < R_2$ , з точністю до доданків другого

порядку малості за параметром  $\Delta \ll 1$  має вигляд (6.5), де слід врахувати величину  $V$ . У випадку виконання резонансної умови (6.6) інкремент дисипативної нестійкості визначається наступним виразом [172]:

$$Im(\omega) \approx Re(\omega) \frac{|m|N}{\omega_{eb}x} \sqrt{\frac{c\Omega_{eb}^3}{2\gamma v\omega R_1}} J_N(x). \quad (6.19)$$

Використання хвильоводів з напівпровідниковим заповненням порівняно з випадком газової плазми видається більш перспективним з технологічної точки зору. У якості потоку електронів, що рухається над поверхнею плазми, у випадку напівпровідникової плазми можна взагалі використати потік електронів провідності ще одного напівпровідника, який заповнює простір  $R_1 < r < R_2$ . При цьому концентрація електронів провідності в ньому  $n_{e2}$  має бути достатньо малою, щоб виконувалася нерівність:  $\Omega_{e1}^2 \gg \varepsilon_{01,02}\omega_e^2 \gg \Omega_{e2}^2$  (тут  $\Omega_{e1,e2}$  - ленгмюрівська частота для першого та другого напівпровідника, відповідно,  $\varepsilon_{01,02}$  - діелектрична константа кристалеві гратки першого та другого напівпровідника, відповідно). В цьому випадку  $V_0 \equiv V_d = cE_0 / B_0$ , де  $E_0$  - радіальне електричне поле, яке слід використовувати для утворення азимутального руху електронів провідності у другому напівпровідникові. Це електричне поле можна створити, приклавши напругу між металевим кожухом хвильоводу та додатковими аксіальними електродами, розташованими по периметру поверхні між двома зазначеними напівпровідниками. В такому випадку немає потреби в підтриманні вакууму в даній хвильовідній структурі, конструюванні інжектора та колектора електронного пучка. Через ту обставину, що концентрація електронів провідності у напівпровідниках, як правило, є вищою, ніж у газовій плазмі, напівпровідникові при-

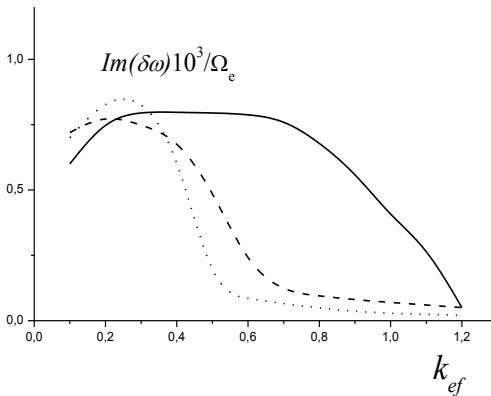


Рис. 31. Залежність інкременту дисипативної нестійкості АПХ від ефективного хвильового числа для  $m=2$

ких приладів та змінювати частоту в досить широкому діапазоні: від електронної циклотронної до ленгмюрівської частоти.

На Рис. 31 суцільною лінією представлено залежність  $\text{Im}(\delta\omega)$  від ефективного хвильового числа  $k_{ef}$  для АПХ з азимутальним номером моди  $m=2$  у режимі дисипативної нестійкості. При цьому у якості внутрішнього було обрано напівпровідник з параметрами  $n\text{-Ge}$  (концентрація вільних електронів  $n_1=2.5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , діелектрична проникливість ґратки  $\epsilon_{01}=16$ , поздовжня ефективна маса вільних електронів  $M_{1\parallel}=1.3 m_e$ , поперечна ефективна маса вільних електронів  $M_{1\perp}=0.082 m_e$ ,  $m_e$  - маса спокою електрона). У якості зовнішнього напівпровідника обирався такий, що має параметри подібні до  $n\text{-Si}$  ( $n_2=10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $\epsilon_{02}=11.8$ ,  $M_{2\parallel}=0.97 m_e$ ,  $M_{2\perp}=0.19 m_e$ ) [145]. Товщина зовнішнього напівпровідникового шару вважалася малою ( $\Delta=0.1$ ), індуктивність зовнішнього магнітного поля

лади ВЧ техніки [24] мають низку переваг порівняно з вакуумними [26,29,30] та плазмовими [11,12,28] радіотехнічними приладами. Перш за все, це можливість отримувати електромагнітне випромінювання в більш короткохвильовому діапазоні спектру, істотно зменшувати розміри та-

$B_0=100$  Гс може бути досягнута у звичайних умовах, ( $|\omega_{e1}|=0.1\Omega_{e1}$ ). Час життя вільних електронів у хімічно чистому  $n\text{-Ge}$  при врахуванні тільки електрон-фононої взаємодії є досить великою ( $\tau_1=10^{-5}$  с) [145]. Тому немає потреби вводити якісь істотні обмеження на ступінь чистоти напівпровідника та його температуру, це дозволяє обирати величину  $V$  так, щоб вона була малою порівняно з власною частотою АПХ; нехай  $V=1.74 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ , що є на чотири порядки вище  $\tau_1^{-1}$ . Такий вибір величини  $V$  є можливим завдяки тому, що  $V \propto T^{1.6}$  в області кімнатних температур [145].

Штриховою лінією на Рис. 31 показано залежність  $\text{Im}(\delta\omega)$  від  $k_{ef}$  для таких саме значень параметрів хвилеводної структури, що й у попередньому випадку, окрім величини магнітного поля:  $B_0=200$  Гс,  $|\omega_{e2}|=0.2\Omega_{e2}$ . Пунктиром на Рис. 31 представлено залежність  $\text{Im}(\delta\omega)$  від  $k_{ef}$  для тих саме значень параметрів хвилеводної структури, що й у випадку суцільної лінії, окрім товщини шару зовнішнього напівпровідника, яка вважалася в цьому випадку рівною  $\Delta=0.2$ . Усі зазначені графіки мають підково - подібну форму з досить чітко означеним максимумом у діапазоні  $0.1 < k_{ef} < 1$ .

Аналізуючи вплив параметрів хвилеводної структури на величину інкременту дисипативної нестійкості, слід відзначити, що збільшення величини зовнішнього магнітного поля зсуває максимум  $\text{Im}(\delta\omega)$  в бік більших  $k_{ef}$  та розширює діапазон великих значень інкременту. А збільшення товщини прошарку напівпровідника з малою концентрацією вільних носіїв електричного заряду зменшує цю область. Максимальне значення  $\text{Im}(\delta\omega)$  дисипативної нестійкості для фіксованого значення азимутального хвильового числа слабо [172] залежить від товщини зовнішнього напівпровідника та зовнішнього магнітного

поля, воно становить приблизно  $8 \cdot 10^{-3} \Omega_{e1}$  та  $5 \cdot 10^{-3} \Omega_{e1}$  відповідно для АПХ з  $m = 2$  та  $m = 3$ . Збільшення азимутального хвильового числа призводить до зменшення величини для однакових значень  $k_{ef}$  та до зменшення діапазону  $k_{ef}$ , де величина  $Im(\delta\omega)$  має максимальне значення. Слід відзначити ще одну особливість отриманого результату: максимум  $Im(\delta\omega)$  зсунувся у діапазон менших значень  $k_{ef}$  порівняно з випадком пучкової нестійкості АПХ [169,172].

Щоб отримати електромагнітне випромінювання в міліметровому діапазоні, наприклад, з довжиною хвилі  $\lambda = 3.5$  мм, слід збуджувати АПХ з  $m = 2$  в хвилеводі, де внутрішній напівпровідник має концентрацію вільних електронів  $n_1 \approx 2.5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  (це на чотири порядки вище, ніж в звичайному *n-Ge*, при цьому на два порядки підвищиться величина ленгмюрівської частоти та, відповідно, власної частоти), а зовнішній напівпровідник -  $n_2 \approx 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . Інші параметри хвилеводної структури повинні змінитися наступним чином: на два порядки зростуть значення  $E_0$  та  $B_0$ , а величина  $R_1$  зменшиться до 0.2 мм. Наведені значення концентрацій  $n_1$  та  $n_2$  є типовими для домішкових напівпровідників [145].

Дослідимо тепер нелінійну стадію збудження АПХ внаслідок їх взаємодії з кільцевим потоком заряджених частинок, що рухається над поверхнею плазми, в режимі резонансної дисипативної нестійкості. Це також корисно для розуміння повної фізичної картини збудження АПХ. Розвиток дисипативних нестійкостей [12,168,173-175] має свої особливості порівняно з випадком пучкових нестійкостей. За допомогою зворотного перетворення Фур'є в одномодовому наближенні (ширина хвильового пакету, що збуджується, вважається вузькою), для амплітуди поверхневої хвилі можна здобути рівняння [175]:

$$E_\varphi(R_1) = \text{Re } D(\omega) E_\varphi + i \text{Im } D(\omega) E_\varphi$$

$$+i \frac{\partial \omega D}{\partial \omega} \frac{\partial E_\varphi}{\partial t} - E_\varphi \frac{\partial \omega D}{\partial \omega} \frac{\partial \theta}{\partial t}, \quad (6.20)$$

де  $E_\varphi$  - амплітуда та  $\theta$  - фаза ПХ з азимутальним хвильовим числом  $m$ . Для уявної частини  $D(\omega)$  вдається здобути наступний приблизний аналітичний вираз:

$$\text{Im} D(\omega) \approx \frac{\nu}{2\omega} \left[ \frac{kI_{m+1}(\xi R_1)}{\xi I_m(\xi R_1)} + \frac{2|m|\omega^2}{\Omega_e^2 \zeta_1} \right]. \quad (6.21)$$

Врахування  $\text{Im} D(\omega) \neq 0$  призводить до зміни рівняння для амплітуди огинаючої АПХ порівняно з випадком резонансної пучкової нестійкості (6.15). Запишемо його для безрозмірної величини амплітуди огинаючої  $E$  в такому вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} = & -\frac{Ez}{P} \text{Im} D(\omega) - \frac{\alpha D_p}{NzPL} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{mL_i(\zeta_i)}{w} \frac{dR_i}{dt} \sin(\phi_i) \right. \\ & \left. + R_i^2 \frac{d\phi_i}{dt} L_2(\zeta_i) \cos(\phi_i) \right], \end{aligned} \quad (6.22)$$

де використано такі саме позначки, як у попередньому підрозділі. Рівняння для фази хвилі за умови  $\text{Re} D(\omega) = 0$  не змінилося. Таким чином, нелінійна стадія дисипативної нестійкості АПХ описується рівняннями (6.22) для амплітуди огинаючої, (6.16) для фази хвилі та системою рівнянь (6.18) для координат та імпульсів частинок пучка [175].

Результати числового дослідження нелінійної стадії дисипативної нестійкості АПХ у випадку  $m = 2$ ,  $N = 500$ ,

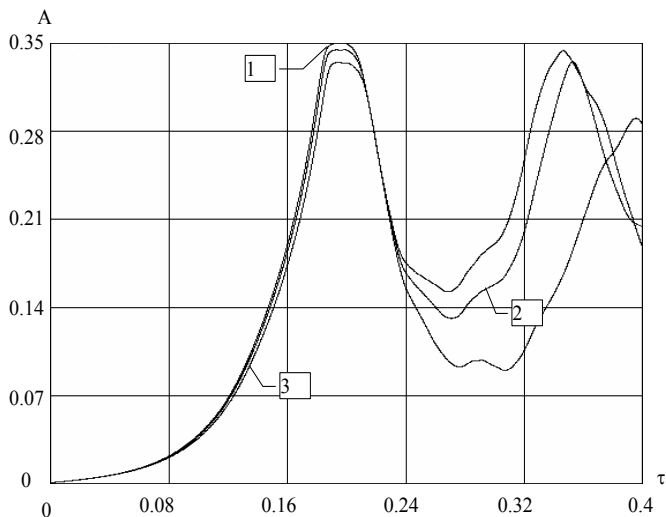


Рис. 32. Зміна амплітуди АПХ з часом при  $m = 2$ . Цифрами 1, 2 та 3 позначено криві для  $\nu = 0$ ;  $0.1|\omega_e|$ ;  $0.3|\omega_e|$ , відповідно

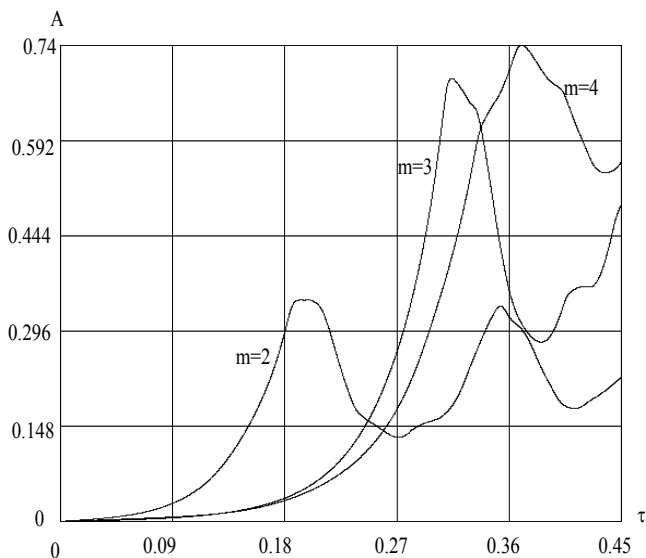


Рис. 33. Зміна амплітуди АПХ з часом для  $\nu = 0.1 \cdot |\omega_e|$ ,  $\Delta = 0.1$   
 $R_1 = m / 0.39$ ,  $z = 0.01$ ,  $\alpha = 0.05$  представлено на Рис.

32,33. Як видно з Рис. 32, збільшення величини  $V$  призводить до збільшення часу виходу амплітуди АПХ на її максимальне значення, при цьому саме це значення стає меншим, а характер осциляцій амплітуди на стадії насичення нестійкості стає більш нерегулярним. Ці висновки співпадають з загальними, отриманими для ПХ інших типів [11,12]. Збільшення відносної товщини пучка призводить до зменшення лінійного інкременту нестійкості, що пояснюється збільшенням відстані між потоком заряджених частинок та поверхнею плазми, де амплітуда ПХ є максимальною. Але при цьому збільшується максимальне значення амплітуди АПХ та відповідно її середнє значення на стадії насичення нестійкості. Збільшення азимутального номера гармоніки АПХ зменшує інкремент резонансної дисипативної нестійкості АПХ, але при цьому збільшується максимальне значення амплітуди огинаючої та її середнє значення на стадії насичення нестійкості, що пов'язано зі зростанням в цьому випадку параметру  $Re(\omega)$ , який визначає кількість енергії, що потік заряджених частинок може передати на збудження хвиль.

Запропонована модель порівняно з вакуумними має певні переваги: малі габарити, керованість спектром випромінювання шляхом зміни величини зовнішнього магнітного поля та/або концентрації вільних електронів внутрішнього напівпровідника. При цьому відсутня потреба у використанні криогенних технологій та надчистих напівпровідникових матеріалів. Зручним виглядає те, що діапазон хвильових чисел, які відповідають ефективному збудженню АПХ, співпадає з діапазоном хвильових чисел, для яких легко здійснити виведення енергії хвилі крізь щілину в металевому хвилеводі [58].

### **6.3. Вплив зовнішнього сталого електричного поля на розвиток нестійкості АПХ**

Зацікавленість у вивченні взаємодії плазми з пучками заряджених частинок пояснюється великою практичною цінністю результатів, які знаходять широку галузь застосування: від пучкового нагрівання плазми в пристроях керованого термоядерно-

го синтезу [176], геофізичних експериментів у космосі [177] до розв'язання проблем плазмової електроніки [178-180]. У даному підрозділі представлено нелінійну модель такого пристрою плазмової електроніки, в якому внаслідок взаємодії власних АПХ з потоками заряджених частинок, що рухаються у схрещених радіальному електричному та аксіальному магнітному полях, можна генерувати коливання в досить широкому діапазоні частот. При цьому геометрія задачі та використані припущення залишаються такими ж, як у підрозділі 6.1. Зазначене електричне поле можна отримати шляхом, наприклад, розташування в хвилеводі допоміжних електродів у вигляді набору тонких аксіальних провідників, що вмонтовані на однаковій відстані один від одного в діелектричний балон, в якому знаходиться газова плазма.

Рівняння руху частинок пучка буде в даному випадку відрізнятись від (6.17), яке використовувалося в двох попередніх підрозділах. Запишемо його в термінах імпульсу:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + e\vec{E}_0 + \frac{e}{c}[\vec{V} \times (\vec{H} + \vec{B}_0)]. \quad (6.23)$$

Підставляючи до рівняння (6.23) вирази для поля АПХ, що обчислені для області пучка, отримаємо систему рівнянь, що визначає рух  $i$ -ої частинки [59]:

$$\frac{dR}{dt} = |\omega_e| \frac{v_i}{z\gamma_i}, \quad (6.24)$$

$$\frac{d\phi_i}{dt} = |\omega_e| \frac{u_i}{z\gamma_i R_i} + |\omega_e| \frac{\varepsilon}{zR_i}, \quad (6.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_i}{dt} = & AR_l \left( \frac{m}{R_l} - w \frac{u_i}{\gamma_i} \right) \left( \frac{I}{\zeta_l D_p} - R_a \right) |\omega_e| \sin(\phi_i) \\ & - |\omega_e| \varepsilon - |\omega_e| \frac{u_i}{\gamma_i} \left( 1 - \frac{u_i}{zR_i} \right), \end{aligned} \quad (6.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_i}{dt} = & \frac{AwR_l}{\zeta_l} \left[ R_\alpha - 1 + \frac{R_\alpha}{D_p} \left( \frac{m^2}{\zeta_l} - \zeta_l \right) \right] |\omega_e| \cos(\phi_i) \\ & + |\omega_e| \frac{v_i}{\gamma_i} \left( 1 - \frac{u_i}{zR_i} \right) + \frac{AwR_l v_i}{\gamma_i} \left( \frac{1}{\zeta_l D_p} - R_\alpha \right) \sin(\phi_i), \end{aligned} \quad (6.27)$$

де  $\varepsilon = E_0 / B_0$ ,  $\gamma_i = \sqrt{1 + u_i^2 + v_i^2}$ ,  $v_j$  та  $u_j$  - це безрозмірні радіальний та азимутальний імпульси частинок пучка, відповідно. Для числового аналізу системи рівнянь, яка описує нелінійну взаємодію АПХ з електронним пучком, що рухається у схрещених електричному та магнітному полях, використовувалася метод Рунге-Кутти четвертого порядку. Даний метод є одним з кращих стандартних методів інтегрування диференціальних рівнянь. Він дає можливість скоротити кількість операцій обчислювання правих частин диференціальних рівнянь, що є особливо важливим в тих випадках, коли вони мають складний вигляд. Методи четвертого порядку [171] дають можливість досягти високої точності інтегрування рівнянь, що робить їх стандартними числовими методами для розв'язання задач про пучково-плазмову взаємодію. Крок інтегрування зазначеної системи рівнянь змінювався в залежності від швидкості зміни величини функцій, які інтегруються.

Результати числового дослідження розвитку резонансної пучкової нестійкості АПХ представлено на Рис. 34, 35. При цьому використовувалися наступні початкові значення параметрів хвилеводу і пучка: амплітуда хвилі  $A = 10^{-3}$ , її фаза  $\Theta = 0$ , радіальний імпульс частинок пучка  $v_i = 0$ ,  $\Delta = 0.1$ . Початковий розподіл частинок пучка по азимутальному куту  $\phi$  був приблизно рівномірним з малим випадковим відхиленням ( $\Delta\phi = \pm 1\%$ ), вздовж радіальної координати частинки пу-

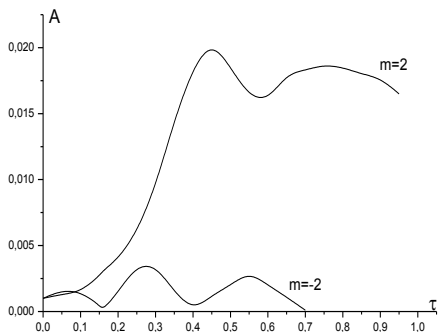


Рис. 34. Розвиток нестійкості АПХ з  $m > 0$  та зрив нестійкості для  $m < 0$

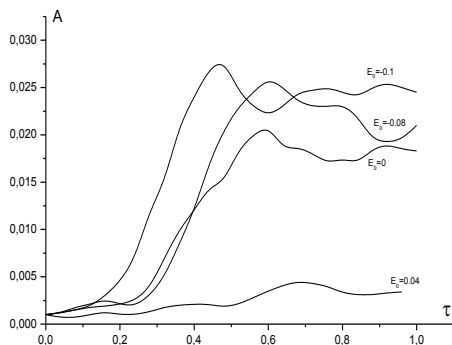


Рис. 35. Нестійкість АПХ з  $m=2$  за наявності радіального електричного поля

чка в початковий момент часу були розташовані випадково в об'ємі простору  $R_1 + \frac{1}{3}(R_2 - R_1) < r < R_1 + \frac{2}{3}(R_2 - R_1)$ . Початковий кутовий імпульс частинок  $u_i$  обирався рівним:  $zR_i(\pm 2\%)$  [59].

Встановлено, що резонансно збуджуються тільки ті АПХ, що розповсюджуються в напрямку циклотронного обертання електронів пучка у зовнішньому аксіальному магнітному полі, а хвилі з  $m < 0$  не збуджуються. Суттєвий вплив на збудження АПХ справляє густина пучка електронів. Зменшення густини пучка в  $2 \div 2.5$  рази призводить до зменшення амплітуди хвилі на стадії насичення нестійкості приблизно в два рази та затримці часу розвитку нестійкості приблизно на 50%. До зменшення інтервалу часу, протягом якого амплітуда АПХ зростає від початкового значення до максимального, призводять зменшення частки  $|\omega_e| \Omega_e^{-1}$  та збільшення параметра  $\alpha$ . Значне зростання амплітуди АПХ на стадії насичення пучкової нестійкості спостерігається при збільшенні  $m$ , що підтверджує висновки роботи [169]. На Рис. 35 представлено результати числового розрахунку нелінійної стадії розвитку пучкової нестійкості АПХ для різних значень зовнішнього радіального електричного поля. З аналізу графіків видно, що використання зовнішнього електричного поля дозволяє підвищити відсоток енергії, що передається кільцевим пучком електронів на збудження АПХ. Зміна напрямку  $\vec{E}_0$  на протилежне призводить до зміни напрямку дрейфової швидкості потоку електронів, що суттєво впливає на розвиток нестійкості АПХ. При поступовому збільшенні зворотного орієнтованого зовнішнього електричного поля спочатку зменшується значення амплітуди АПХ в режимі виходу на стаціонар та зменшується інкремент нестійкості, а потім відбувається зрив даної нестійкості. Оцінки величини ККД дають максимальне значення близько  $\Delta$ .

Слід відзначити три особливості запропонованої моделі гібридної хвилеводної структури: власну частоту такої структури можна плавно змінювати шляхом зміни густини плазмового наповнення хвилеводу; структура буде мати малі аксіальні розміри, оскільки пучок взаємодіє з хвилею, що поширюється в азимутальному напрямку; використання зовнішнього радіального електричного поля дозволяє збільшити частку кінетичної енергії частинок пучка, що передається в хвилю за умов виконання фазового синхронізму між АПХ та кільцевим пучком електронів.

## **6.4. Висновки**

Досліджено пучкові та дисипативні нестійкості, що розвиваються при взаємодії АПХ з потоками електронів, що рухаються між плазмовим стовпом та стінкою хвилеводу. Знайдено інкременти цих нестійкостей АПХ та побудовано нелінійні теорії їхнього розвитку. Показано, що у режимі насичення пучок розбивається на бунчі, кількість яких співпадає з номером азимутальної моди. Встановлено, що використанням зовнішнього сталого радіального електричного поля можна впливати на розвиток нестійкості АПХ, включно до зриву нестійкості. Інтервал часу, протягом якого нестійкість виходить на стадію насичення, зростає при збільшенні величини зовнішнього магнітного поля та зменшенні густини пучка. Середнє значення амплітуди АПХ на стадії насичення зростає при збільшенні азимутального номера моди та початкової товщини пучка.