

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Навчально-науковий інститут «Українська інженерно-педагогічна академія»
Кафедра електротехніки та електроенергетики

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

магістра

на тему

АДАПТАЦІЯ ІДЕАЛІЗОВАНОЇ ФРАКТАЛЬНО-КЛАСТЕРНОЇ МОДЕЛІ РОЗПОДІЛЬЧИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ ДО РЕАЛЬНИХ УМОВ ХАРКІВСЬКОЇ ОБЛАСТІ

Виконав: студент 2 магі. курсу, групи ДЕС-24 мг

Спеціальності: 141 Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка

_____/Ігор ФАДЄЄВ

(підпис)

(ім'я та прізвище)

Керівник _____/ Артем ЧЕРНЮК

(підпис) (ім'я та прізвище)

Рецензент _____/Геннадій КАНЮК

(підпис) (ім'я та прізвище)

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри _____/ Артем ЧЕРНЮК

(підпис)

(ім'я та прізвище)

Секретар ЕК _____/ Ігор КИРИСОВ

(підпис)

(ім'я та прізвище)

Харків – 2025 рік

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА

Навчально-науковий інститут Українська інженерно-педагогічна академія

Кафедра електротехніки та електроенергетики

Спеціальність 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка

Освітньо-професійна програма Електричні станції, мережі та системи

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

(підпис)

к.т.н., доцент Артем ЧЕРНЮК

(науковий ступінь, вчене звання, ім'я, прізвище)

« ____ » _____ 2025 р.

ЗАВДАННЯ

**на кваліфікаційну роботу дипломну роботу
другого (магістерського) рівня вищої освіти**

здобувачці вищої освіти Ігорю Фадєєву

1. Тема «Адаптація ідеалізованої фрактально-кластерної моделі розподільчих електричних мереж до реальних умов Харківської області»

затверджена наказом по академії № 4801-5/3665 від «06» жовтня 2025 р.

2. Термін здачі закінченої роботи «15» грудня 2025 р.

3. Вихідні дані до роботи/проєкту: Теоретичні та практичні розробки вітчизняних та зарубіжних авторів за темою роботи, періодичні видання

4. Зміст роботи/проєкту (перелік питань, які належить розробити):

ВСТУП; РОЗДІЛ 1. ВИЗНАЧЕННЯ ФРАКТАЛЬНОЇ РОЗМІРНОСТІ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ ЄВРОПЕЙСЬКИХ МІСТ, РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ ФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ ХАРКІВСЬКОЇ ОБЛАСТІ, ВИСНОВКИ, ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

5. Перелік графічного матеріалу (презентаційний матеріал):

1. Ілюстративні слайди в обсязі необхідному для доповіді

6. Консультант:

Розділ	Консультант	Підпис, дата		Оцінка (бали)
		Завдання видав	Завдання прийняв	

7. Дата видачі завдання «10» жовтня 2025р.

Керівник _____ Артем ЧЕРНЮК
(підпис) (ім'я, прізвище)

Завдання прийняв до виконання _____ Ігор ФАДЄЄВ
(підпис) (ім'я, прізвище)

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН-ГРАФІК
виконання кваліфікаційної дипломної роботи

№ з/п	Назва етапів роботи та питань, які мають бути розроблені відповідно до завдання	Термін виконання	Позначки керівника про виконання завдань
1	Визначення актуальності теми дослідження Проведення аналізу наукової літератури	02.10.25 — 05.10.25	
2	Виконання першого розділу дипломної роботи	06.10.25 — 15.10.25	
3	Виконання другого розділу дипломної роботи	16.10.25 — 29.10.25	
4	Виконання третього розділу дипломної роботи	30.10.25 — 26.11.25	
5	Оформлення пояснювальної записки	27.11.25 — 07.12.25	

Студент (ка) _____ Ігор ФАДЄЄВ
(підпис) (ім'я, прізвище)

Нормоконтроль _____ Юлія ОЛІЙНИК
(підпис) (ім'я, прізвище)

РЕФЕРАТ

Сторінок тексту – 63 ; рисунків – 13; таблиць – 19;
літературних джерел – 14.

У роботі досліджується міжнародний досвід визначення фрактальної розмірності урбаністичних структур та об'єктів, зокрема розподільчих електричних мереж.

Проаналізовано літературу що до визначення фрактальної розмірності європейських міст та їх комунально-побутових структур та об'єктів критичної інфраструктури.

Проведено огляд розподільчих мереж Харківської області, визначено їх властивості та характеристики їхньої надійності та розгалуженості.

Проведено моделювання електричної мережі фрактально-кластерного типу та визначено її основні параметри.

Запропоновано методику адаптації розробленої ідеалізованої моделі до умов розподільчих мереж Харкова та Харківської області.

Ключові слова: РОЗПОДІЛЬЧІ МЕРЕЖІ; ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ;
ЕЛЕКТРИЧНА МЕРЕЖА; КЛАСТЕР, ФРАКТАЛЬНА СТРУКТУРА;
МОДЕЛЮВАННЯ; АДАПТАЦІЯ МОДЕЛІ

ABSTRACT

Text pages – 63; figures – 13; tables – 19;
references – 14.

The study explores international experience in determining the fractal dimension of urban structures and facilities, particularly distribution electrical networks.

The literature on defining the fractal dimension of European cities, their municipal and household structures, and critical infrastructure facilities has been analyzed.

A review of the distribution networks of Kharkiv region has been conducted, with their properties and reliability and branching characteristics identified.

Modeling of a fractal-cluster type electrical network has been carried out, and its main parameters have been determined.

A methodology has been proposed for adapting the developed idealized model to the conditions of distribution networks of Kharkiv and Kharkiv region.

Keywords: DISTRIBUTION NETWORKS; POWER SUPPLY; ELECTRICAL NETWORK; CLUSTER; FRACTAL STRUCTURE; MODELING; MODEL ADAPTATION

ЗМІСТ

ВСТУП

РОЗДІЛ 1. ВИЗНАЧЕННЯ ФРАКТАЛЬНОЇ РОЗМІРНОСТІ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ ЄВРОПЕЙСЬКИХ МІСТ

- 1.1 Аналіз фрактальних властивостей комунікацій Гренобля
- 1.2 Фрактальні розмірності забудованого контуру: будівлі проти доріг. Фрактальні докази з Антверпена

РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ ФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ ХАРКІВСЬКОЇ ОБЛАСТІ

- 2.1 Актуальність питання зміни конфігурації та топології електричних мереж України
- 2.2 Характеристика електричних мереж Харківської області.
- 2.3 Моделювання мереж фрактально-кластерного типу
- 2.4 Визначення електричної потужності базового кластера мережі
- 2.5 Визначення фрактальних властивостей ідеалізованої моделі розподільчої мережі

ВИСНОВКИ

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

ВСТУП

Сучасний розвиток електроенергетики характеризується зростанням складності конфігурацій розподільчих мереж, інтеграцією розподіленої генерації та необхідністю забезпечення високої надійності й стійкості систем електропостачання. У цих умовах актуальним стає застосування нових методів аналізу та моделювання, які дозволяють адекватно описати структуру та властивості електричних мереж. Одним із таких методів є використання фрактальної геометрії, що дає змогу кількісно оцінювати складність та самоподібність енергетичних систем.

Міжнародний досвід свідчить, що фрактальний підхід широко застосовується для дослідження урбаністичних структур, транспортних комунікацій та об'єктів критичної інфраструктури. Зокрема, аналіз фрактальної розмірності міських мереж у європейських містах (Гренобль, Антверпен) показав ефективність цього методу для визначення закономірностей розвитку та оптимізації просторових конфігурацій. Це створює підґрунтя для використання аналогічних підходів у сфері електроенергетики.

Електричні мережі України, зокрема Харківської області, потребують модернізації та адаптації до сучасних викликів. В умовах зростання навантажень, необхідності інтеграції відновлюваних джерел енергії та забезпечення стійкості до зовнішніх впливів важливим є пошук нових топологічних рішень. Фрактально-кластерний принцип побудови мережі дозволяє створювати структури з високою надійністю, оптимальним використанням матеріальних ресурсів та гнучкістю в експлуатації.

Метою даної магістерської роботи є дослідження фрактальних властивостей електричних мереж та розробка моделі фрактально-кластерного типу для умов Харківської області. Для досягнення поставленої мети передбачено вирішення таких завдань:

- аналіз міжнародного досвіду визначення фрактальної розмірності урбаністичних структур та електричних мереж;

- дослідження характеристик і властивостей електричних мереж Харківської області;
- моделювання базового кластера фрактально-кластерної мережі та визначення його електричної потужності;
- встановлення фрактальних властивостей ідеалізованої моделі розподільчої мережі;
- розробка методики адаптації моделі до умов реальних мереж Харкова та Харківської області.

Наукова новизна роботи полягає у застосуванні фрактально-кластерного підходу до моделювання електричних мереж, що дозволяє кількісно оцінити їхню складність та визначити закономірності розвитку. Практичне значення полягає у можливості використання отриманих результатів для оптимізації топології розподільчих мереж, підвищення їхньої надійності та ефективності.

Таким чином, дослідження спрямоване на вирішення актуальної проблеми розвитку електроенергетики України та формування нових підходів до побудови розподільчих систем на основі фрактально-кластерних принципів.

РОЗДІЛ 1. ВИЗНАЧЕННЯ ФРАКТАЛЬНОЇ РОЗМІРНОСТІ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ ЄВРОПЕЙСЬКИХ МІСТ

1.1 Аналіз фрактальних властивостей комунікацій Гренобля

Унаслідок швидкого зростання розподільчих електричних мереж стало важливим переглянути їхню структуру для оптимізації їхньої роботи, зробивши їх більш гнучкими та стійкими. Щоб мати змогу запропонувати нові архітектури, які відповідають критеріям оптимальності, наприклад кращому обслуговуванню, нижчим витратам і мінімізованим втратам електроенергії, важливо зрозуміти поведінку існуючої електромережі на різних масштабах.

Фрактальний аналіз є потужним інструментом для розуміння організації мереж на різних масштабах. Він дозволяє для електричних мереж перевіряти існування ієрархічних масштабних законів у просторових розподілах і фізичних властивостях. Стаття зосередиться на випадку міста Гренобль (Рис. 1). Ми використаємо дані, надані місцевим оператором системи розподілу міста: Gaz et électricité de Grenoble (GEG). Наявний набір даних описує систему розподілу середньої напруги. Опис дорожньої мережі та забудованих територій доступний у відкритих даних Institut géographique national (IGN).

Щоб перевірити, наскільки такі емпіричні структури відповідають фрактальній поведінці, були розроблені різні методи аналізу [1]. Тут ми використаємо метод підрахунку квадратів [1] для обчислення фрактальної розмірності на основі просторових властивостей мережі. Оскільки реальні системи не суворо дотримуються фрактального закону, ми використаємо криві масштабної поведінки [2], щоб дослідити відхилення від строгого фрактального закону в обох випадках.

Щоб зрозуміти, як просторові організації дотримуються тієї ж логіки на різних масштабах як у електричній мережі, так і в пов'язаних міських системах, наприклад дорожній мережі та забудованих територіях, ми проведемо аналіз узгодженості [3] між будівлями, дорожньою мережею та електромережею. Цей метод дозволяє здійснити пряме порівняння на різних масштабах між різними мережами або між мережею та забудованим простором і допомагає

проаналізувати, наскільки вони є узгодженими, а отже, дають змогу оптимізувати мережу для кращої сумісності.

В роботі представлено електричні вимірювання фрактальної поведінки.



Рис. 1.1 Електрична мережа Гренобля (синя лінія), дорожня мережа (червона лінія) та контури забудови (пунктир пастельного кольору).

Фрактальний аналіз електричних мереж

Нагадаємо визначення фрактальної розмірності. Фрактали є самоподібними. При збільшенні або зменшенні масштабу структури ми завжди знаходимо ту саму форму. Якщо ми вимірюємо властивість на довільно вибраній

ділянці розміром l у структурі, кількість M елементів підкоряється степеневому закону:

$$M(l) = l^{D_0} = M_0$$

Фрактальна розмірність D_0 визначається як показник цього закону. Вона характеризує властивість масштабування об'єкта на різних рівнях, і доки самоподібність зберігається, вона є сталою. Метод підрахунку квадратів є одним із найбільш поширених методів вимірювання розмірності фрактальних об'єктів [4;5]. Для покриття об'єктів використовуються квадрати змінного розміру ε . Для кожного значення ε ми рахуємо кількість $N(\varepsilon)$ непорожніх квадратів зі стороною ε , необхідних для покриття об'єкта довжиною L . Для фрактальних структур виконується співвідношення:

$$N(\varepsilon) = a\varepsilon^{-D_0}, \varepsilon \rightarrow 0$$

Взявши логарифм цього співвідношення, отримуємо:

$$\log N = \log a - D_0 \log \varepsilon,$$

де a є фрактальною мірою об'єкта, яку часто називають «формовим префактором» [5;6].

Таким чином, за допомогою логарифмічного перетворення ми отримуємо лінійне співвідношення, де значення нахилу є фрактальною розмірністю D_0 [5].

Припускаючи дискретний ряд значень ε_i , отримуємо:

$$D_0 = - \frac{\log N(\varepsilon_{i+1}) - \log N(\varepsilon_i)}{\log \varepsilon_{i+1} - \log \varepsilon_i} \quad (2)$$

Щоб провести цей аналіз для електричних мереж, ми визначаємо відповідно до рівняння (2) розмір квадрата як імпеданс ліній електропередачі Z . Тут ми вимірюємо падіння напруги ΔV , отже фрактальна розмірність:

$$D_0 = - \frac{\log \Delta V(Z_{i+1}) - \log \Delta V(Z_i)}{\log Z_{i+1} - \log Z_i} \quad (3)$$

Масштабна поведінка

Для теоретичного фрактала фрактальна розмірність D_0 є строго однаковою на всіх масштабах. Однак можна припустити, що реальні об'єкти не суворо дотримуються фрактального закону. Щоб дослідити, чи існують відхилення від фрактального закону, ми використовуємо криву масштабної поведінки, яка виявилася ефективною [1;2].

Для цього ми обчислюємо для кожного значення ϵ_i значення нахилу у подвійному логарифмічному представленні відповідно до рівняння (2) і отримуємо локальний масштабний показник $\alpha(\epsilon_i)$. Для теоретичних фракталів це стала величина, рівна D_0 , що не обов'язково виконується для емпіричних структур. Таким чином, представляючи послідовність цих нахилів як функцію розміру ϵ_i , ми отримуємо масштабну поведінку $\alpha(\epsilon_i)$, варіації якої інформують нас про зміни у фрактальній поведінці аналізованої структури на різних масштабах.

Щоб встановити зв'язок між аналізованими об'єктами, ми обчислюємо відношення їхньої масштабної поведінки [4]. Наприклад, пов'язування забудованого простору (build) з мережею (net) дає:

$$\begin{aligned} \beta_{build/net}(\alpha_i) &= \frac{\alpha_{build}(\epsilon_i)}{\alpha_{net}(\epsilon_i)} \\ &= \frac{\log N_{build}(\epsilon_{i+1}) - \log N_{build}(\epsilon_i)}{\log N_{net}(\epsilon_{i+1}) - \log N_{net}(\epsilon_i)} \end{aligned}$$

Ми називаємо такий тип представлення аналізом узгодженості [7]. Він показує, як об'єкти дотримуються тієї ж логіки покриття простору на кожному масштабі. Значення β стають рівними одиниці, якщо логіка є однаковою.

Узагальнені розмірності

Можна вимірювати не лише кількість непорожніх квадратів, але й фізичні величини, такі як маса, провідність, падіння напруги тощо. Теорія Гельдера дозволяє досліджувати однорідність (або сингулярність) цих вимірювань у різних точках фрактального об'єкта [8]. Багатофрактальні об'єкти також можуть бути охарактеризовані за допомогою узагальнених розмірностей, визначених як [9]:

$$D_q = \frac{1}{q-1} \cdot \frac{\log \mu(q, \varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \quad (5)$$

де $\mu(q, \varepsilon)$ є q -тим моментом, визначеним [10]:

$$\mu(q, \varepsilon) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{M_i}{M_0} \right)^q \quad (6)$$

M_i — це міра всередині кожного квадрата, а M_0 — загальна міра системи. Для $q = 0$,

$$D_0 = - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\log(\varepsilon)},$$

що є розмірністю підрахунку квадратів, як визначено у рівнянні (2).

Аналіз узгодженості

У цьому розділі ми порівняємо фрактальну поведінку електричної мережі міста Гренобль із забудованими територіями, а потім із дорожньою мережею. Ми використаємо індикатор узгодженості, як описано у рівнянні (4).

Електромережа проти дорожньої мережі

Індикатор узгодженості між будівлями та електромережею визначається як:

$$\beta_{\text{build/powergrid}}(\alpha_i) = \frac{\alpha_{\text{build}}(\varepsilon_i)}{\alpha_{\text{powergrid}}(\varepsilon_i)} \quad (7)$$

На рис. 1.2, на малих масштабах (менших за 20 м), відношення між розмірністю будівель та електромережі швидко зменшується від 1.9 до 1.5. На цих масштабах розмірність забудованої території близька до 2 (ε значно менше за розмір будівлі), тоді як електромережа є майже лінійною, ε менше за відстані розгалуження. На більших масштабах індикатор узгодженості значно зменшується, досягаючи значення, близького до 1. Це пояснюється розгалуженням електричної мережі для постачання електроенергії по всій охопленій території при мінімізації її довжини. Варто зазначити, що нижчі значення параметра узгодженості означали б, що мережа є надмірно розвиненою порівняно із забудованим розподілом. Метою планувальника було б максимізувати цей індикатор.

У цьому випадку історично електрична мережа, розвинена в Греноблі, була переважно мережею 5,5 кВ, але дуже швидко розширилася з будівництвом нових будівель у 1960-х роках для проведення зимових Олімпійських ігор. Це розширення додало шар 20 кВ, зробивши мережу гіпертрофованою. Місцевий оператор системи розподілу перебуває у процесі переходу від змішаної мережі 20 кВ і 5,5 кВ до мережі лише 20 кВ до 2020 року, що, як очікується, більше відповідатиме очікуванням планувальників з точки зору узгодженості.

Електромережа проти забудованих територій

Відповідно до рівняння (4) ми використовуємо відношення, визначене як:

$$\beta_{\text{road/power grid}}(\alpha_i) = \frac{\alpha_{\text{road}}(\varepsilon_i)}{\alpha_{\text{power grid}}(\varepsilon_i)} \quad (8)$$

На дуже локальних масштабах це відношення близьке до 1 (Рис. 3), оскільки обидві поведінки є лінійними. Для ε між 0 і 20 м ми спостерігаємо високий темп зростання β , оскільки масштабна поведінка електромережі залишається майже лінійною (ε є меншою за відстань її розгалуження), тоді як дорожня мережа вже розвинена для забезпечення доступу до будинків (Рис. 1). Для більших значень ε обидві мережі перебувають радше в узгодженості, що означає, що електромережа є досить гіпертрофованою.

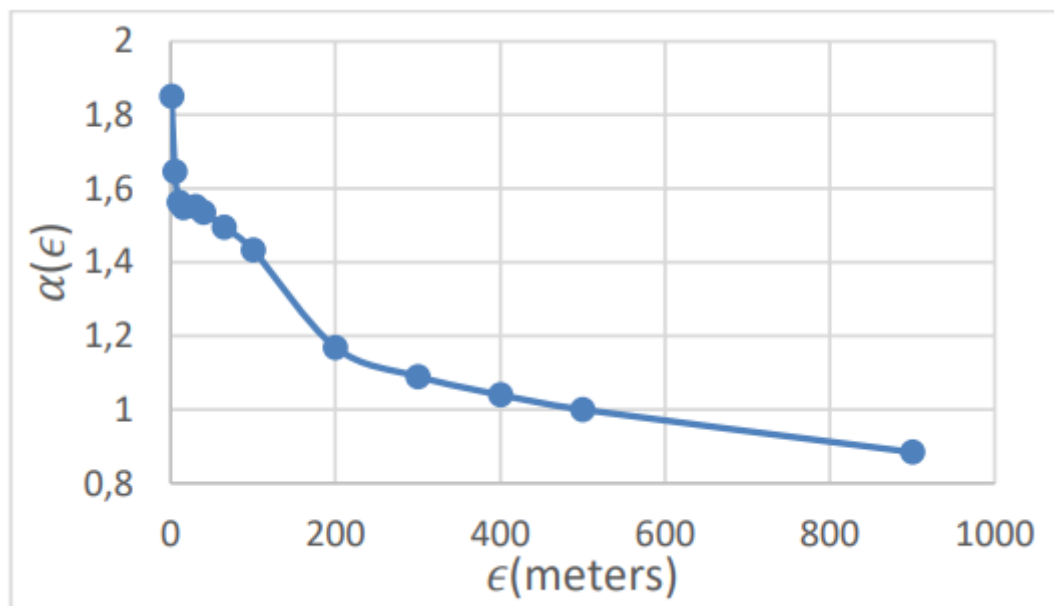


Рис. 1.2 Аналіз узгодженості між електромережею та будівлями.

Фрактальний аналіз падінь напруги у розподільчих електричних мережах

Використовуючи наявну теорію, існує кілька можливих способів кількісно оцінити «електричну сингулярність» електричних мереж: активна та реактивна потужність, споживана кожною шиною в мережі; падіння напруги в межах мережі; втрати енергії. Основною метою цього аналізу є оцінка якості розподілу електроенергії.

У цьому дослідженні результати моделювання навантаження змінного струму (AC load flow) використовуються для вивчення багатofрактальності електричних мереж. Імпеданси ліній застосовуються як метрика для обходу графа, а падіння напруги оцінюються в межах системи.

Нагадаємо рівняння (6), щоб визначити міру, яку ми використовуємо для оцінки електричної сингулярності. Тут ми вимірюємо розподіл падінь напруги по електромережі:

$$\mu_i(q, \varepsilon) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{M_i}{M_0} \right)^q,$$

де $\frac{M_i}{M_0}$ — це сума падінь напруги по гілках у кластері радіуса ε , центрованому навколо вузла i . Міра нормалізується за допомогою загальної суми падінь напруги по гілках мережі.

На рис. 1.4 ми оцінюється розподіл падінь напруги для всіх значень імпедансів у системі. Зазвичай для кожного вузла ми розглядаємо, як падіння напруги розподіляються при віддаленні від нього.

Ми помічаємо, що для малих імпедансів ми рахуємо невелику кількість гілок мережі, що означає, що падіння напруги є досить малим. Із зростанням імпедансів падіння напруги зростає експоненціально, що означає, що воно може проявляти певну фрактальну поведінку на різних масштабах. Для більших значень падіння напруги дорівнює всій системі, що означає досягнення її меж.

На рис. 1.5 ми обчислюється q моменти, як показано у рівнянні (6). Для цього ми використали апроксимовану криву з рис. 1.4 за допомогою лінійної регресії. Локальні нахили цих результатів потім застосовуються для дослідження електричної масштабної поведінки, як було представлено раніше.

Майбутні роботи використають ці результати для висновку щодо існування фрактальної поведінки в електричних властивостях, які спостерігаються географічно.

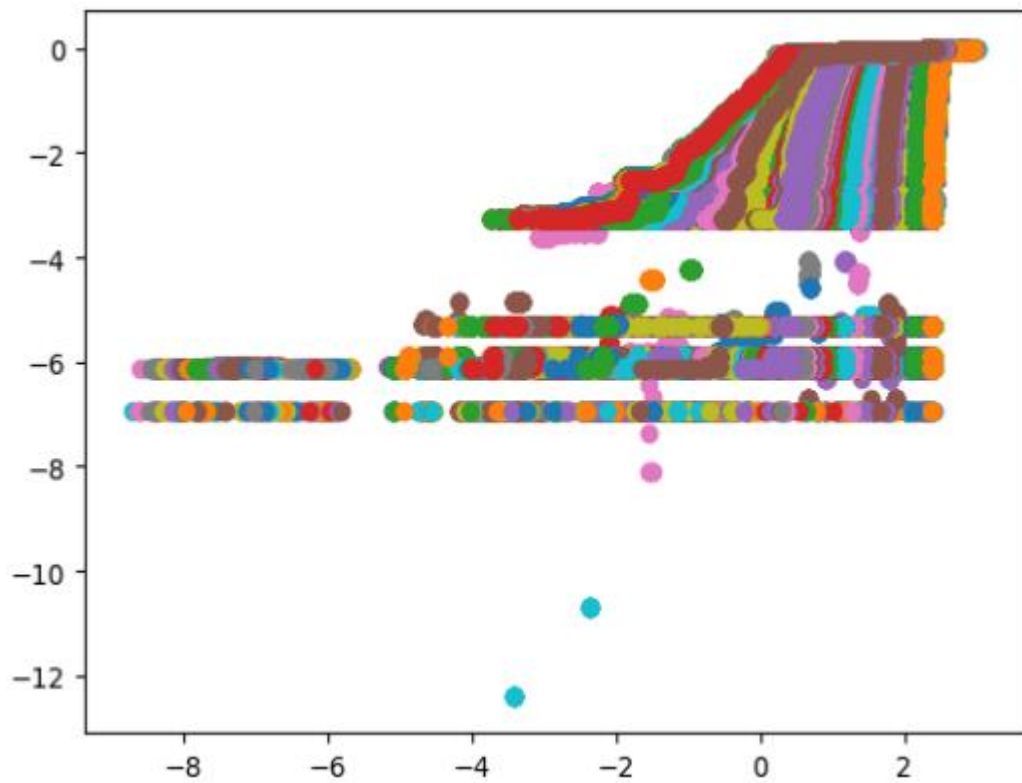


Рис. 1.4 Вимірювання $\mu_i(\epsilon)$ у подвійному логарифмічному представленні (вісь x — це метрика, якою є імпеданс лінії; вісь y — падіння напруги для кожного вузла).

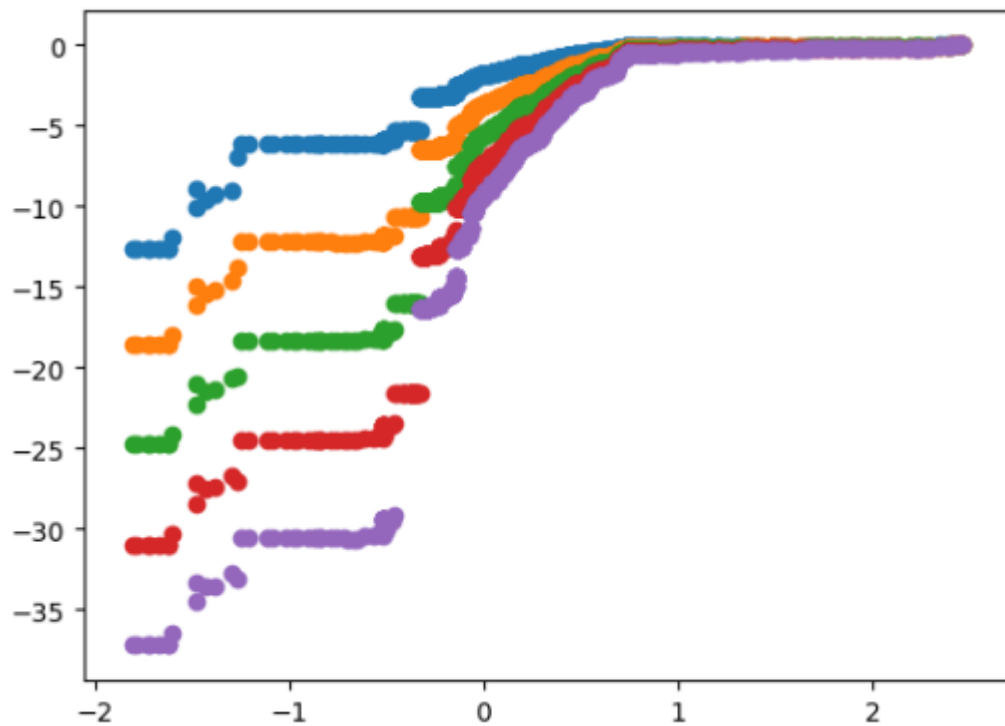


Рис. 1. 5 Вимірювання $\mu_i(q, \epsilon)$ у подвійному логарифмічному представленні (вісь x — це метрика, якою є імпеданс лінії; вісь y — q -й момент вимірювань).

1.2 Фрактальні розмірності забудованого контуру: будівлі проти доріг. Фрактальні докази з Антверпена (Бельгія)

Відомо, що забудовані міські тканини є складними системами з геометричними характеристиками, які не можуть бути просто описані інструментами, заснованими на евклідовій геометрії (наприклад, Batty, 2005; Frankhauser, 1998). Фрактальна геометрія пропонує цікаву альтернативу, оскільки її можна використовувати для порівняння нерегулярних форм навіть на різних просторових масштабах, адже фрактальна розмірність є незалежною від одиниці вимірювання (Mandelbrot, 1982, с. 30). Відповідно, вона широко застосовується в аналізах міського простору (наприклад, Batty і Kim, 1992; Batty і Longley, 1994; Batty і Xie, 1996; Frankhauser, 1994; Frankhauser та ін., 2008; Lam і De Cola, 2002; Qin і Liu, 2004; Shen, 2002; Tannier і Pumain, 2005; або Batty, 2008 — для узагальнення).

Величезна кількість наукових праць була написана про географічні аспекти міських форм; міста є складними за визначенням, і аналіз їхньої складності включає, серед іншого, морфологію їхніх компонентів. «Міська морфологія» охоплює кілька характеристик, таких як форма, щільність та використання землі, а також їхні взаємозв'язки (наприклад, Donnay та ін., 2001).

Окрім міських забудованих просторів, фрактальний аналіз застосовувався для дослідження транспортних мереж. Ранні роботи розглядали системи громадського транспорту (наприклад, Batty і Longley, 1994; Benguigui, 1992; Benguigui і Daoud, 1991; Frankhauser, 1994; Shen, 1997; Thibault і Crews, 1995; Thibault і Marchand, 1987) або взаємозв'язок між розподілом гілок мережі та станцій (наприклад, Frankhauser, 1994; Kim та ін., 2003). Більш нещодавно Lu і Tang (2004) порівняли щільність населення та житла, з одного боку, і кількість населення та житла, з іншого, із фрактальною поведінкою дорожніх мереж.

Виявилося, що кількість житлових одиниць набагато тісніше пов'язана з морфологією дорожньої мережі, ніж щільність житла. Більше того, у міру розширення міст дорожня мережа стає більш однорідною. Якщо більшість наведених вище досліджень стосуються урбанізованих територій, то інші, такі як

Rodin і Rodina (2000), зосереджуються на внутрішньоміських масштабах. Sun та ін. (2007) здійснили детальний аналіз мереж у місті Далянь (Китай) і запропонували картографічне представлення фрактальної розмірності. Вони спостерігали, що густонаселені райони демонструють вищі розмірності мережі. Усі ці приклади використовують аналіз розмірності ґратки або радіальний аналіз для оцінки фрактальності.

У цьому дослідженні ми зосереджуємося на взаємозв'язку між просторовим розподілом забудованих елементів та просторовою організацією вуличної мережі на рівні міських районів. Іншими словами, ми порівнюємо площинні та мережеві фрактальні розмірності при вимірюванні геометричної складності забудованих просторів, зберігаючи незмінним метод оцінки. Особливу увагу приділено тому, чому та коли розмірності повинні (або не повинні) давати подібні значення. Фрактальна геометрія показує, як об'єкт із нерегулярностями багатьох масштабів може бути описаний шляхом дослідження того, як кількість елементів одного розміру співвідноситься з кількістю подібних за формою елементів іншого розміру. Іншими словами, ми цікавимося просторовою організацією «контур» будівель, а також доріг, і прагнемо зрозуміти обидва морфометричні вимірювання.

Стаття поділена на чотири розділи: у розділі 2 наведено загальні теоретичні положення у вигляді «фрактальних індексів», які є результатами фрактального аналізу. Метод і дані описані в розділі 3. Результати подані в розділі 4, а розділ 5 містить висновки.

Фрактальні індекси, виміряні на забудованих просторах

Розглянемо оцифровані міські дані, що складаються лише з забудованих (чорних) та незабудованих (білих) пікселів. Відстань i вимірюється як кількість пікселів. Фрактальний закон тоді має вигляд:

$$N(i) = a \cdot i^D$$

де $N(i)$ — кількість чорних пікселів, що відповідають відстані i ; a — фрактальна міра об'єкта, яку часто називають «префактором форми» (Gouyet, 1992; Thomas та ін., 2011); D — фрактальна розмірність.

Не існує єдиного способу оцінки фрактальної розмірності D (Batty, 2008; Frankhauser, 1998). Тому значення D завжди слід інтерпретувати з огляду на метод оцінки та природу процесу. Тут D обчислюється за допомогою кореляційного аналізу (Grassberger і Procaccia, 1983; Vicsek, 1989): кожен забудований піксель оточується квадратом розміру $2i$. Кількість $N(i)$ забудованих пікселів у кожному квадраті підраховується, і їхнє середнє значення обчислюється для всіх квадратів. Процедура повторюють для квадратів зростаючого розміру. Емпірична крива потім апроксимується теоретичною кривою, що відповідає фрактальному закону.

Кореляційний фрактальний аналіз виявився дуже надійним для вимірювання міських структур (наприклад, Frankhauser, 1998; Gouyet, 1992; Thomas та ін., 2007; 2008; 2010). Якість апроксимації визначається псевдо- R^2 , тут позначеним як $R^2 *$. Якщо узгодження між емпіричною та теоретичною кривою є слабким, робиться висновок, що структура або не є фрактальною, або є багатofрактальною. Ми вважали структуру фрактальною, коли значення $R^2 *$ перевищувало 0.999 [див. Thomas та ін., 2011]. Міські тканини з низькою якістю апроксимації ($R^2 * < 0.999$) не розподілені достатньо ієрархічно у просторі; вони підкоряються іншому (невідомому) закону розподілу або є просто нерегулярними без визначеної структури.

Крива масштабної поведінки є ще одним способом представлення емпіричного співвідношення між кількістю $N(i)$ та відстанню i (див. Frankhauser, 1998, с. 218–220; Thomas та ін., 2010). Ця крива відповідає білогарифмічному представленню фрактального закону:

$$\ln N(i) = D \ln i + \ln a$$

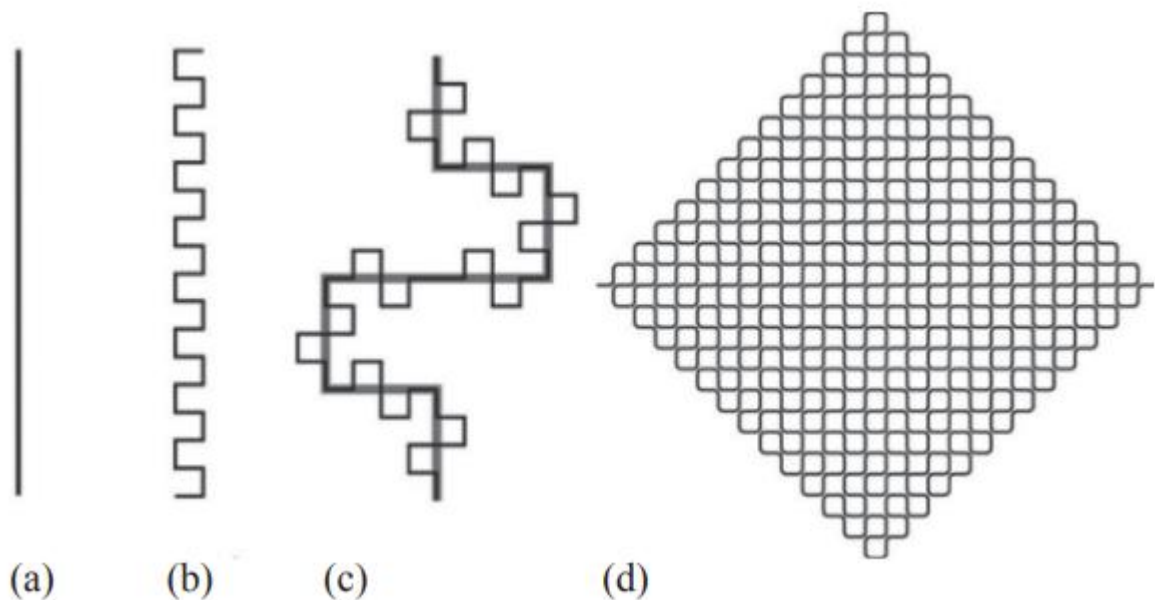


Рис. 1.6. Від простої лінії до кривої Пеано: (а) пряма лінія (еталон); (б) звивиста лінія, де $D_{\text{Netw}} = 1$ і довжина $= k \cdot l$; (с) фрактальна лінія, де $D_{\text{Netw}} > 1$ і довжина $= k \cdot l^D$, еталоном тепер є генератор (показаний сірим), який значно подовжує сегмент; (д) крива Пеано, де $D_{\text{Netw}} = 2$.

У випадку [рис. 1(б)] звивистість стосується лише одного масштабу: навіть якщо сегмент довший за відповідну пряму лінію, розмірність D_{Netw} залишається точно такою самою (довжина сегмента не впливає на D_{Netw}). Це вже не так у [рис. 1(с)], де звивистість проявляється на різних масштабах. Базовий генератор фрактала застосовується до кожного прямолінійного сегмента. Таким чином, повторюючи цю процедуру, стає доступною дедалі більша кількість точок. Сегмент вулиці тепер заповнює простір більше, ніж проста лінія, і тому $D_{\text{Netw}} > 1$; для строго фрактальних мереж довжина l прямує до нескінченності. Для мереж, що рівномірно покривають простір, фрактальна розмірність прямує до 2; такий геометричний об'єкт називається кривою Пеано [рис. 1(д)].

Розглянемо два приклади з'єднаних мереж: ґратчасту мережу та фрактальну мережу (ґратка Серпінського), і для кожної з них — дві щільності сегментів. Як і очікувалося:

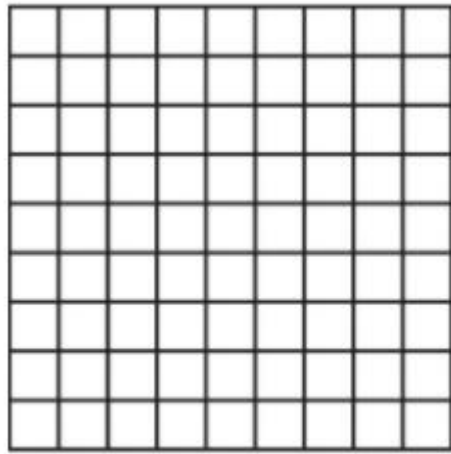
Ґратчасті мережі [рис. 2(а) та 2(б)] рівномірно покривають простір, і тому $D_{\text{Netw}} = 2$, незалежно від щільності сегментів.

Фрактальна розмірність ґраток Серпінського [рис. 2(с) та 2(d)] є нижчою (1.89), але не змінюється зі щільністю сегментів.

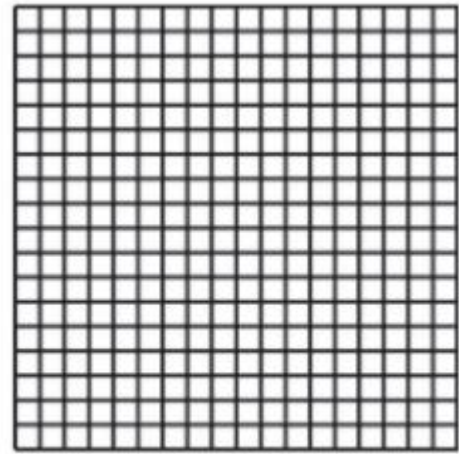
На відміну від рівномірного покриття, ґратки Серпінського мають отвори або порожнини, які недоступні для дорожньої мережі, і розподіл цих порожнин підкоряється ієрархічному закону згідно з фрактальною геометрією [рис. 2(с) та 2(d)]. Однак система порожнин є менш ієрархічною (тобто більш однорідною) для ґраток із високою фрактальною розмірністю. Це проілюстровано на рис. 3, де фрактальна розмірність на рис. 3(a) є нижчою, ніж на рис. 3(b).

Слід чітко зазначити: фрактальна розмірність кожного сегмента дороги дорівнює 1.0 (вони є прямолінійними), тоді як фрактальна розмірність всієї системи сегментів є більшою за 1 і прямує до 2. Рівномірний розподіл сегментів вулиць нагадує знайомі шахово-подібні міські дорожні системи у США; у Європі ж міські вуличні мережі є менш просторово однорідними, з різними відстанями між перехрестями (вузлами). Це відповідає зовсім іншій ситуації з точки зору користувачів доріг або особливостей транспортної географії.

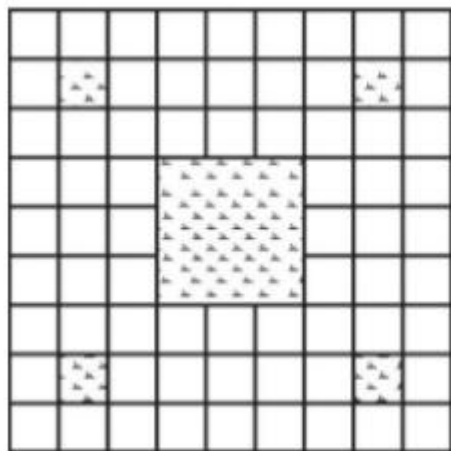
На внутрішньоміському рівні сегменти вулиць між вузлами є більш-менш прямолінійними (принаймні звивистість відіграє меншу роль, ніж на міжміському рівні). Таким чином, у нашому контексті більш-менш однорідний розподіл вуличних структур стосується радше питання того, як сегменти вулиць розподілені у просторі.



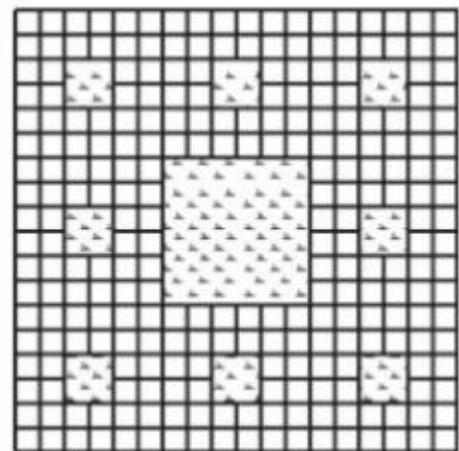
(a)



(b)



(c)



(d)

Рис. 1.7. Приклади високо зв'язаних мереж: ґратчасті мережі [(a) та (b)], де $D_{\text{Netw}} = 2.00$; та ґратки Серпінського [(c) та (d)], де $D_{\text{Netw}} = 1.89$. (Для простоти: чорні лінії — це дороги, білі ділянки — забудовані поверхні, зелені ділянки символізують траву).

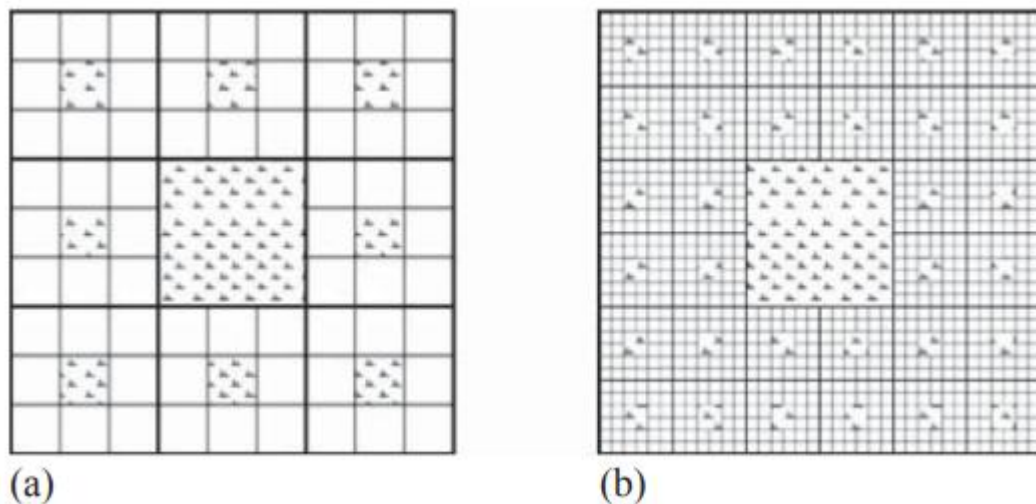


Рис. 1.8. Два приклади ґраток Серпінського (другий крок ітерації) з двома різними ієрархіями порожнин: (a) $D_{\text{Netw}} = 1.89$; (b) $D_{\text{Netw}} = 1.93$. (Для простоти: чорні лінії — це дороги, білі ділянки — забудовані поверхні, зелені ділянки символізують траву).

Подібно до випадку із забудованими просторами (підрозділ 2.1), тут кореляційний аналіз використовується для дослідження просторового розташування сегментів доріг за допомогою фрактальних індексів. Відповідно до логіки фрактального кореляційного аналізу, фрактальна розмірність показує, наскільки сегменти мережі розподілені більш-менш рівномірно в межах досліджуваної території.

При вирішенні питання, чи демонструє міська забудована тканина фрактальну поведінку, ми знаємо з досвіду, що потрібна висока якість апроксимації. Для будівель структура вважається фрактальною, коли узгодження між емпіричною та теоретичною кривою перевищує 0.999. На перший погляд такі дуже високі значення можуть здаватися дивними. Легко було б очікувати, що вони є результатом використання кумулятивних даних. Однак тести з використанням інкрементних даних також показали досить високу якість апроксимації. Тому ми просто робимо висновок, що проаналізовані структури справді мають властивості масштабування, дуже близькі до властивостей фракталів.

Порівняння D_{Surf} та D_{Netw}

З топологічної точки зору форма забудованих поверхонь суттєво відрізняється від форми мереж; останні складаються з набору з'єднаних гілок, тоді як будівлі (поверхні) часто утворюють роз'єднані кластери.

Фрактальна розмірність не стосується топологічних властивостей. Це ілюструє [рис. 1.9 (a)], де фрактал, що представляє теоретичну мережу, поєднується з іншим фракталом, який ілюструє розподіл будівель (поверхонь). У цьому прикладі забудовані поверхні розподілені безперервно вздовж сегментів мережі. Це означає, що і мережа, і забудовані поверхні покривають простір однаковою мірою, демонструючи каскад порожнин різних розмірів на різних масштабах. Це стає більш очевидним, якщо розглянути сірі квадрати, що відповідають логіці покриття забудованих просторів. Ця логіка не залежить від того, чи містять сірі квадрати окремі будинки (як припускається), чи інші типи будівель. Таким чином, фрактальна розмірність як забудованої поверхні, так і мережі є однаковою ($D_{\text{Netw}} = D_{\text{Surf}} = 1.93$).

Ситуація зовсім інша у теоретичному прикладі, представленому на [рис. 4(b)], де мережа слідує власній фрактальній логіці та робить доступними незабудовані території; мережа, таким чином, є гіпертрофованою. Фрактальна мережа (ідентична тій, що на рис. 4(a)) все ще має ту саму фрактальну розмірність, тоді як розмірність забудованих поверхонь набуває значення 1.77. У цьому випадку забудовані простори концентруються в окремих частинах досліджуваної території (або міста), тоді як транспортна мережа охоплює всі частини, включно з незабудованими територіями. Така ситуація нагадує явище субординації, розглянуте Мандельбротом (1982). З цієї точки зору забудовані простори можна інтерпретувати як (фрактальну) підмножину мережі, оскільки кожна будівля пов'язана з мережею.

Це коротке обговорення показує, що можливо порівнювати просторовий розподіл ребер мережі з розподілом забудованих просторів (двовимірний контур будівель), хоча їхні топологічні властивості різні. Це можна зробити за допомогою фрактального кореляційного аналізу для оцінки фрактальності забудованих просторів та сегментів мережі, а також для встановлення зв'язку

між обома вимірюваннями. З цією метою розглянемо наступну теоретичну ситуацію.

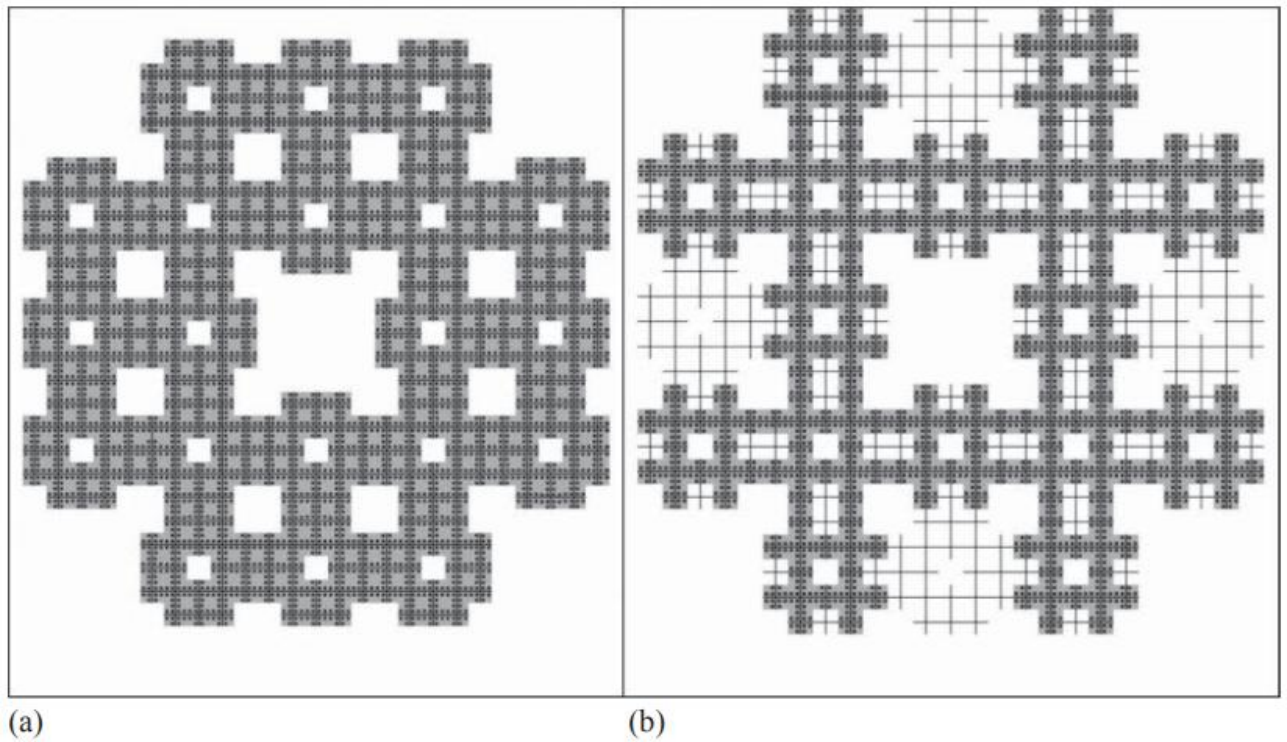


Рис. 1.9. Два приклади ґраток Серпінського, що ілюструють морфологію транспортних мереж та забудованих просторів (де дороги позначені чорними лініями, забудовані простори — сірими поверхнями, на яких будинки показані умовно, а порожнини зображені білим).

Якщо i вулична, i поверхнева системи були б строго фрактальними, то виконувалися б такі співвідношення:

$$N_{\text{Surf}}(i) = a_{\text{Surf}} \cdot i^{D_{\text{Surf}}}, N_{\text{Netw}}(i) = a_{\text{Netw}} \cdot i^{D_{\text{Netw}}}$$

Усунувши відстань i , отримуємо пряме співвідношення між $N_{\text{Netw}}(i)$ та $N_{\text{Surf}}(i)$:

$$N_{\text{Netw}}(i) = \left(\frac{a_{\text{Netw}}}{a_{\text{Surf}}} \right) \cdot N_{\text{Surf}}(i)^{D_{\text{Netw}}/D_{\text{Surf}}}$$

де

$$\beta = \frac{D_{\text{Netw}}}{D_{\text{Surf}}}, a' = \frac{a_{\text{Netw}}}{a_{\text{Surf}}}.$$

Таким чином, для фракталів очікується степенева залежність. Взявши логарифм рівняння (3), отримуємо:

$$\ln N_{\text{Netw}}(i) = \beta \cdot \ln N_{\text{Surf}}(i) + \ln a'$$

Це є лінійним співвідношенням між $\ln N_{\text{Surf}}$ та $\ln N_{\text{Netw}}$, оскільки β та a' є сталими параметрами для фракталів.

Обчислення різниць між значеннями, що відповідають двом послідовним відстаням (пікселям) $i + 1$ та i , дає співвідношення для β :

\

$$\beta = \frac{\ln N_{\text{Netw}}(i + 1) - \ln N_{\text{Netw}}(i)}{\ln N_{\text{Surf}}(i + 1) - \ln N_{\text{Surf}}(i)}$$

Звичайно, у реальних даних топологічна різниця між мережами та забудованими просторами може відігравати роль, оскільки будівлі не є нескінченно малими, а вуличні мережі не мають нескінченної кількості гілок, як це передбачає фрактальна геометрія. Тому для малих відстаней розмір будівель може спотворювати результати, так само як і той факт, що мережа не має відгалужень і складається з лінійних сегментів із розмірністю $D_{\text{Netw}} = 1$. Це не зменшує інтересу до таких аналізів.

Більше того, ми очікуємо, що закони масштабування повністю виконуються просторовими системами. Таким чином, емпіричне співвідношення між $\ln N_{\text{Surf}}$ та $\ln N_{\text{Netw}}$ може бути не лінійним і демонструвати нерегулярності. Тоді рівняння (4) більше не є дійсним, і нахил більше не є сталим, а залежить від відстані i ; це може також стосуватися й параметра a' .

У такому випадку отримується узагальнене співвідношення для нахилу (див. обговорення в додатку А). Для того щоб візуалізувати нерегулярності нахилу, ми представляємо послідовність нахилів цього білогарифмічного

співвідношення, використовуючи ту саму логіку, що й для кривої масштабної поведінки. Значення нахилу зображаються як функція відстаней i ; це дозволяє визначити відповідну відстань, на якій просторове розташування забудованих просторів змінюється відносно мережі. Ми називаємо цей тип аналізу конкорданс-аналізом. Якщо просторові організації змінюються подібним чином, крива залишається гладкою.

3 Матеріали та метод

3.1 Район дослідження

Міський регіон Антверпена (Бельгія) має один мільйон жителів, 300 000 робочих місць та загальну площу майже 1500 км² [див. визначення у Luyten і Van Hecke (2007)]. Історія та географія Антверпена значною мірою визначаються річкою Шельда та великим портом. У середньому робочі місця у третинному секторі розташовані переважно в центрі міста, тоді як промисловість зосереджена у портовій зоні та в приміських районах (Riguelle та ін., 2007; Verhetsel, 2001). Як і в більшості бельгійських міст, субурбанізація житла є поширеною практикою. Протягом десятиліть більш заможні люди жили на околицях і особливо у східній частині досліджуваної території (Poelmans і Van Rompaey, 2009; Vanneste та ін., 2008). Таким чином, за останні десятиліття відстані щоденних поїздок на роботу збільшилися, як і в багатьох містах, що призвело до численних, добре відомих, несталих побічних ефектів та до просторово структурованої транспортної поведінки (Thomas та ін., 2009; Verhetsel та ін., 2010). Дорожня мережа розвивалася іноді як наслідок цього, а іноді самостійно, і нові проекти перебувають у стадії розробки. Усі ці елементи пояснюють різноманітність міських просторів і ландшафтів, що спостерігаються в міському регіоні, а також виражену структуру «центр–периферія», яка просторово розділена навпіл річкою Шельда.

3.2 Базові просторові одиниці

Наявність даних обмежує вибір базових просторових одиниць (BSU). Статистичні сектори є найменшими просторовими одиницями, для яких у Бельгії доступні дані перепису, але вони настільки різняться за розміром і формою, що непридатні для фрактальних аналізів. Натомість муніципалітети є занадто

великими для дослідження внутрішньоміських варіацій. Це особливо стосується муніципалітету Антверпен, розташованого в центрі досліджуваного міського регіону: він охоплює 205 км² і має понад 466 000 жителів.

У Бельгії нинішній поділ на муніципалітети («communes» французькою) фактично сформувався шляхом об'єднання (у 1977 році) колишніх менших адміністративних одиниць (також названих communes), які тут будуть взяті як BSU ($n = 98$). Для ясності їх називатимемо «тауншипи»; вони мають перевагу в тому, що є комбінацією кількох статистичних секторів (для подальшого збору даних перепису), достатньо великими для проведення та інтерпретації фрактальних аналізів, а також одиницями, які досі мають значення у життєвому середовищі та свідомості мешканців (колишні центри досі сприймаються як життєві одиниці, навіть якщо вони не функціонували адміністративно понад тридцять п'ять років). Середній розмір того, що ми називаємо тауншипами (BSU), становить 14.5 км² (максимум 60.6 км²).

Фрактальні аналізи виконуються на прямокутних вікнах: для кожного BSU вікно «підганяється» під його форму, охоплюючи всю площу тауншипу. Таким чином, це вікно включає не лише досліджуваний тауншип, але й деякі частини його навколишнього середовища, головним чином у кутах та на краях. Розмір цієї зовнішньої частини залежить від форми тауншипу; він може дещо впливати на вимірювання D (див. Thomas та ін., 2007).

Забудовані тканини

Будівлі ідентифікуються індивідуально за даними Національного земельного реєстру за 2009 рік. Для кожного BSU ми отримуємо двовимірне зображення із забудованими (чорними) та незабудованими (білими) ділянками. Зображення були перетворені для досягнення точності пікселя 4 м. Дорожня мережа витягнута з кількох власних цифрових обробок авторів та з відкритих баз даних. Автомагістралі та інші дороги 2×2 були виключені з аналізу, оскільки вони часто відповідають іншому часовому масштабу руху [наприклад, вони не дозволяють повільні режими транспорту (велосипедисти; пішоходи)] і не «обслуговують» будівлі безпосередньо (немає прямого доступу до будівель).

Також припускається, що всі вулиці мають однакову ширину (один піксель); це може вважатися спрощенням. Однак ми зосереджуємося тут на впливі розташування будівель щодо вуличної мережі та просторового розподілу сегментів мережі; варіація ширини могла б спотворити наші фрактальні вимірювання і, таким чином, відхилити від мети. Дорожня мережа аналізується для кожного прямокутного вікна, визначеного вище.

Інші дані

Ми використовуємо деякі інші змінні для кращого розуміння фрактальної розмірності та її просторової варіації. Ми знаємо, що фрактальна розмірність і щільність стосуються різних базових концепцій і надають концептуально різні типи інформації [див., наприклад, Batty і Xie (1996) або Thomas та ін. (2007) для обговорення]; D пов'язане з просторовим розташуванням забудованих елементів, тоді як щільність дає середнє покриття землі будівлями.

Цікаво, отже, контролювати щільність під час обчислення D , не лише для ілюстрації порівняння з D . Можливими були кілька альтернатив (наприклад, щільність населення, щільність робочих місць, щільність забудованих просторів), але ми знаємо, що вони тісно корелюють (див. Thomas та ін., 2007; 2008). Тут ми обмежуємося щільністю забудови (кількість забудованих пікселів/загальна кількість пікселів) та щільністю населення (позначено як *Density*), яка надає інформацію про середнє використання певної земельної площі масою населення.

Тут відстань до центру міста (позначено як *Distance*) — це просто найкоротша дорожня відстань до найближчого міського центру (CBD). Для більшості (але не всіх) тауншипів це є центр Антверпена; для периферійних тауншипів це іноді може бути інший CBD, розташований поза межами досліджуваної території (див. додаток В).

Метод

У цій статті ми прагнемо охарактеризувати місця, надаючи кількісні синтетичні вимірювання міської морфології та її складності [міський дизайн за

допомогою фрактальних розмірностей, обчислених для контурів будівель (D_{Surf}) та для дорожніх мереж (D_{Netw})]. Для оцінки цих розмірностей використовується програмне забезпечення Fractalyse 2.12 (розроблене G. Vuidel, P. Frankhauser та C. Tannier і доступне для безкоштовного завантаження на <http://www.fractalyse.org>).

Для кожного тауншипу (BSU) обчислюються як D_{Surf} , так і D_{Netw} , разом з іншими пов'язаними результатами та кривими масштабної поведінки. Окрім суто емпіричних аналізів, ми також порівнюємо мережеві та забудовані розмірності й вимірюємо, наскільки вони збігаються та співваріюють у просторі. Це було зроблено теоретично у підрозділі 2.3, а також емпірично (підрозділ 4.3). З точки зору міського планування важливо порівнювати обидві розмірності, оскільки кожна будівля пов'язана з дорожньою мережею (у місті на кшталт Антверпена немає будинків, ізольованих від дорожньої мережі), але деякі дорожні мережі можуть бути більш гіпертрофованими, ніж інші.

Результати

Поверхнева розмірність (D_{Surf})

Вимірювання фрактальності

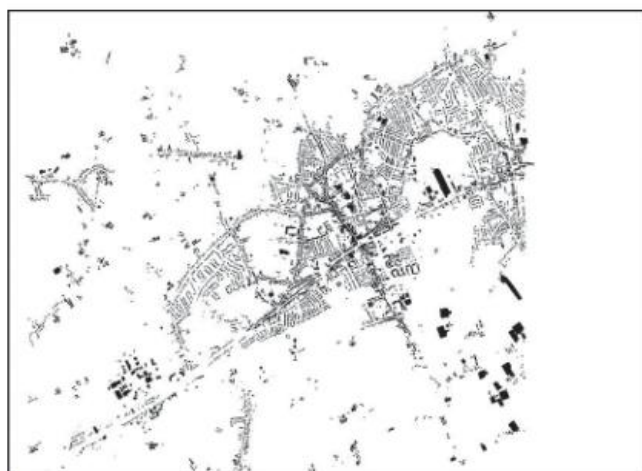
Рисунки 1.10- та 1.11 ілюструють дві міські тканини, що характеризуються майже однаковою щільністю забудови. Вони відповідають приміським тауншипам із житловими, а також промисловими та сільськогосподарськими будівлями (великі будівлі на зображеннях). Значення D_{Surf} є високозначущими ($R^2 > 0.9999$).

Хоча щільності забудови однакові, структури забудови візуально різні, як і фрактальні розмірності. Це показує, що дві просторові системи не мають однакового типу просторового розподілу: мала фрактальна розмірність, отримана для рис. 6, чітко свідчить про те, що забудований простір концентрується в окремих місцях (великі будівлі), і що навколо цих забудованих ділянок спостерігається значне зменшення кількості забудованих просторів.

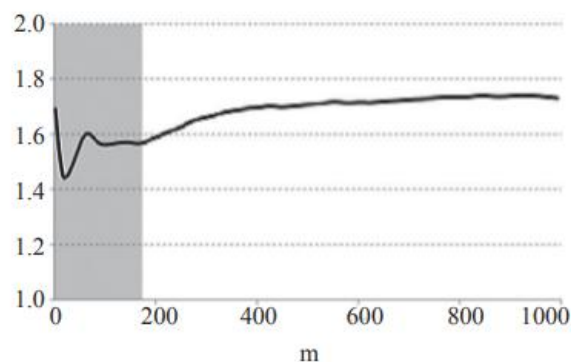
Конінгсхуйкт (Тауншип 2, рис. 6) добре відомий тим, що розташований у зоні, де політика землекористування фактично не була розроблена та застосована;

бельгійське «laissez-faire» частково ілюструється тут існуванням великих будівель (невеликих фірм) по всій карті. На рис. 5 забудовані простори розподілені більш рівномірно (немає великих будівель); відповідно фрактальна розмірність є вищою та ближчою до 2.

Дві криві масштабної поведінки підтверджують ідею про відмінність між двома досліджуваними тканинами. Форма кривої, отриманої на рис. 5, є досить типовою для бельгійських житлових кварталів (Thomas та ін., 2010): спостережуване зменшення для малих відстаней зумовлене розміром будівель та дефіцитом вільного простору на рівні житлових блоків (порівняйте з виділеним сірим діапазоном на рис. 5). Це означає, що коли i перевищує середній розмір будівель, приріст $N(i)$ є меншим, що призводить до зменшення кривої масштабної поведінки. Для ще більших значень i крива знову зростає, оскільки починає відігравати роль відносне розташування однієї будівлі щодо іншої. Після певної критичної відстані зазвичай виникає стабільна масштабна поведінка.



(a)



(b)

Рис. 1.10. Тауншип 1 (Беверен): tiff-зображення (a) та масштабна поведінка

$$(b). D_{\text{Surf}} = 1.722, R^2 = 0.999987. (a) \quad (b)$$

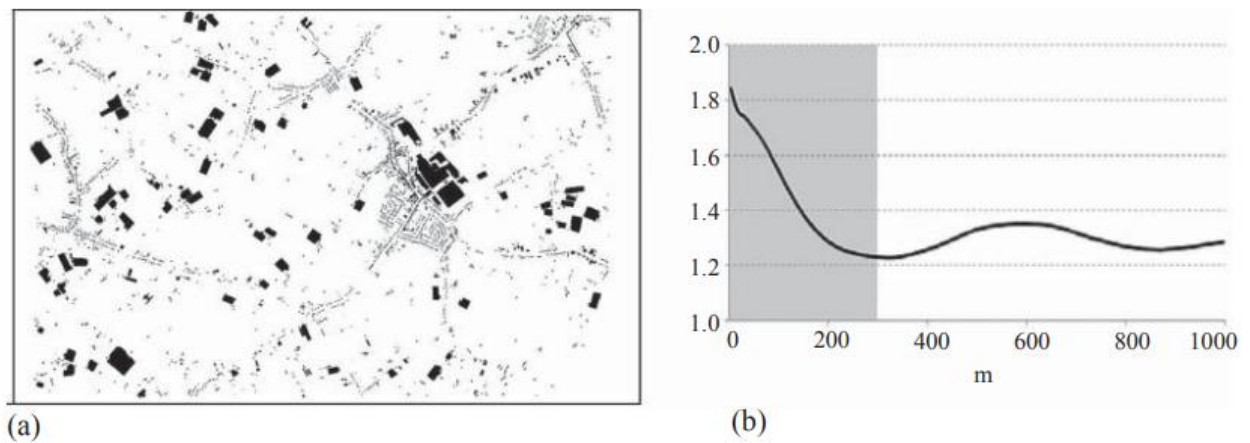


Рис. 1.11. Тауншип 2 (Конінгсхуйкт): tiff-зображення (a) та масштабна поведінка (b). $D_{\text{Surf}} = 1.287$, $R^2 = 0.999939$.

На рис. 1.11 зменшення відбувається для більших відстаней через наявність великих будівель і, відповідно, загальний дефіцит вільного простору поблизу забудованих пікселів (порівняйте з виділеним сірим діапазоном на рис. 6); воно також є менш різким через більший діапазон у Цей результат є досить новим у плані морфологічних описів та міського планування.

4.1.2 Просторові варіації D_{Surf} в Антверпені

Ті самі вимірювання були виконані для кожного з 98 BSU. Значення D_{Surf} є, у середньому, порівнянними з іншими європейськими містами (наприклад, Batty, 2005; Thomas та ін., 2011): середнє значення тут становить 1.53, а максимальне — 1.91 (табл. 1; рис. 7).

У реальних зображеннях не існує ідеального фрактала чистої математики, а лише статистичні фрактали. Тому також були обчислені значення R^2 *(див. розділ 2.1). Незалежно від обмеження на R^2 *, просторові варіації за тауншипами виявляють виражену структуру «центр–периферія» в міській агломерації. Це було очікувано, враховуючи географію та історію міста (розділ 3): наявність великого порту та пов'язаних транспортних і промислових інфраструктур, велика річка, що протікає через міський регіон, і місто, яке з часом спонтанно розрослося від центру до периферії, де заможніші домогосподарства переважають у східних передмістях.

Порт справді характеризується розгалуженою мережею доків із взаємопов'язаними каналами та шлюзами. Незначущі значення D_{Surf} на лівому березі річки Шельда відповідають дуже недавнім розширенням порту (док Deurganck функціонує з 2005 року) та поточним проєктам. Нездатність отримати значущі результати не є випадковістю: ці забудовані тканини відповідають одному селу, що очікує знесення після експропріації (Doel); для цих територій не передбачено житлових проєктів, і портова інфраструктура розширюється. У цій частині міського регіону немає (фрактального) ієрархічного порядку в просторовій організації будівель.

Незначущі значення D_{Surf} можуть також відповідати польдерам із високим ризиком затоплення, де будівлі ніколи не зводилися...

Таблиця 2.1. Фрактальна розмірність забудованих поверхонь (D_{Surf}) для кількох підмножин вікон в Антверпені, де n — кількість BSU, D_{Surf} — середнє значення фрактальної розмірності, Min позначає мінімальне, а Max — максимальне значення D_{Surf} .

Dataset	Dataset definition	n	D_{Surf}	Min	Max
A	Total	98	1.525	0.876	1.911
B	$R^2 > 0.9999$	61	1.598	1.287	1.911
C1	$R^2 > 0.9999$ and Density > 300 inhabitants km^2	55	1.622	1.299	1.911
C2	$R^2 > 0.9999$ and Density < 1443 inhabitants km^2	37	1.527	1.287	1.725
D1	$R^2 > 0.9999$ and Distance < 30 km	58	1.606	1.287	1.911
D2	$R^2 > 0.9999$ and Distance < 20 km	43	1.655	1.352	1.911
D3	$R^2 > 0.9999$ and Distance < 15 km	32	1.682	1.352	1.911
E1	City—center ^a	19	1.702	1.318	1.911
E2	Suburbs ^a	33	1.537	1.307	1.811
E3	Periphery ^a	13	1.561	1.311	1.725
E4	Outskirts ^a	33	1.401	0.876	1.722

^asee Luyten and Van Hecke (2009).

За винятком деяких ферм, навіть якщо вони розташовані близько до міста; ці території залишаються досить «зеленими» (наприклад, Het Verdrongen Land van Saeftinghe).

Іншим поясненням деяких несподівано низьких значень D_{Surf} у південно-східній частині досліджуваної території є те, що деякі структури не є фрактальними

через наявність великих і відносно нових (останні десять років) теплиць. На вихідній карті вони позначені як великі будівлі (для сільського господарства) і як великі чорні ділянки на картах. Видаляти їх вручну зображенням було б безглуздо, оскільки вони є частиною забудованого ландшафту, і така операція вимагала б детальних польових досліджень. Один зі способів уникнути їх у нашому наборі даних — вилучити тауншипи з низькою щільністю населення (ніхто не живе в теплицях, і вони часто, хоча й не завжди, розташовані в районах із низькою щільністю) (див. підмножину C, табл. 1).

Однак слід наголосити, що навіть якщо місто загалом є фрактальним, теплиці породжують відхилення від фрактальності. Це можна інтерпретувати як натяк на те, що, з одного боку, міста мають чітко визначену структуру, незважаючи на нерегулярні аспекти, а з іншого боку, кожна міська тканина може бути «забруднена» специфічним типом будівель, що походить від її географії, економіки чи історії. Теплиці є одним із прикладів. І знову ж таки, цей результат узгоджується з концепцією самоорганізації, оскільки складні взаємодії між різними приватними та публічними суб'єктами прийняття рішень породжують особливий тип просторового (фрактального) порядку (Frankhauser, 2000).

Таблиця 1 надає деякі базові описові статистики, обчислені для всього набору даних (набір A), а також для підмножин даних, визначених за обмеженнями R^2 *(підмножина B), за критерієм щільності населення (підмножина C; пороги визначені за гістограмами), за відстанню до CBD (підмножина D) та за типом урбанізації (підмножина E).

Вибір контрольних змінних (R^2 *, *Density*, *Distance*, *Urbanization type*) мало впливає на статистику D_{Surf} , за винятком BSU, розташованих на околицях (підмножина E4): вони відповідають дуже розсіяним будівлям («пил Фурньє») і, відповідно, дуже низьким значенням D_{Surf} . Цікаво, що рівень урбанізації досить добре диференціює фрактальні розмірності. Тауншипи густонаселеного міського центру (підмножина E1) мають, у середньому й як очікувалося, найвищі спостережувані значення. Усі інші підмножини (E2–E4) характеризуються низькими значеннями D_{Surf} , особливо для зовнішніх частин (мінімум 0.876 для одного тауншипу в підмножині E4): вони відповідають ізольованим кластерам

будівель (див. Frankhauser і Pumain, 2010, с. 287). Це частково можна пояснити процесами периурбанізації від центру до периферії та подальшими міксами землекористування й типів будівель. Периферії мають іншу історію та інші мікси землекористування; у цих районах порівняння з розмірністю мережі буде особливо цікавим.

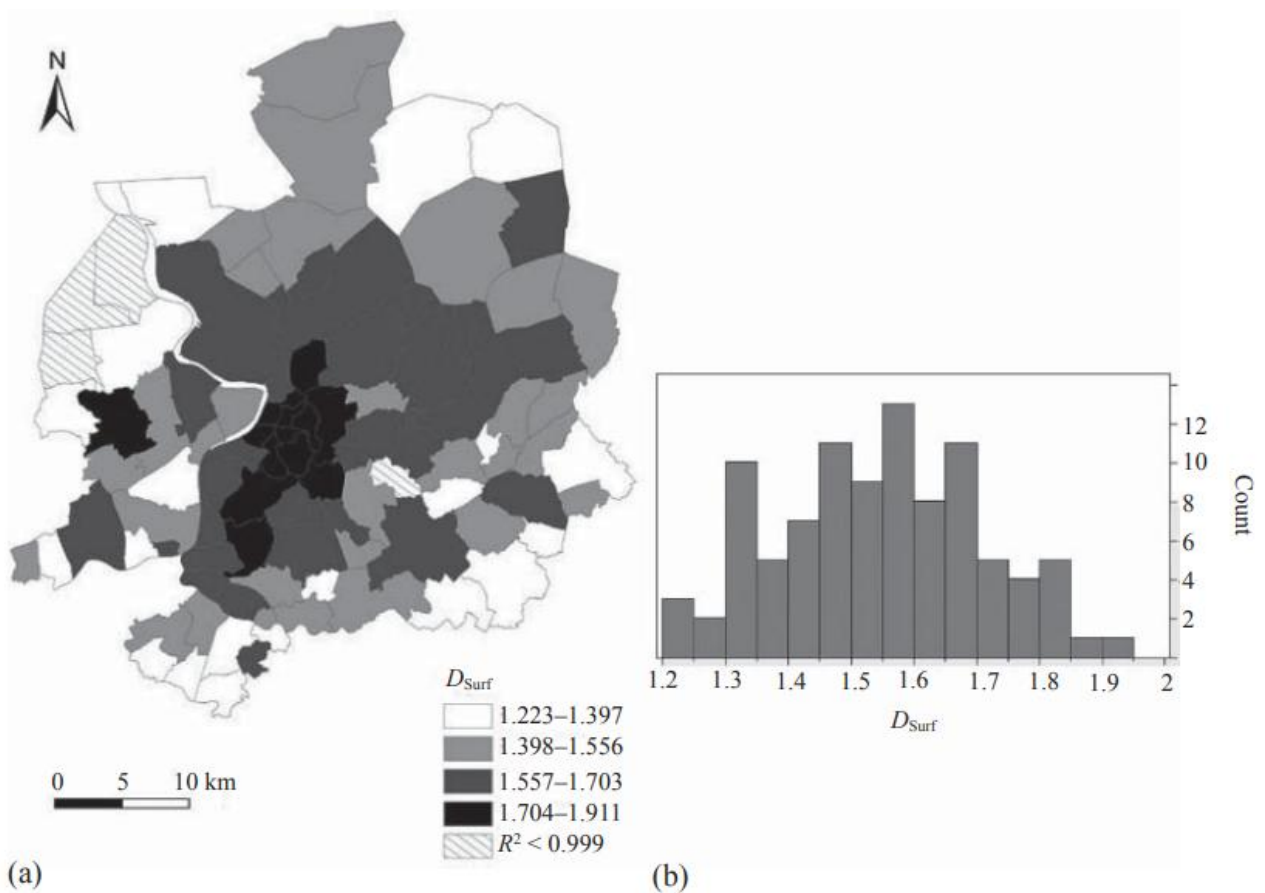


Рис. 1.12. Просторові варіації D_{Surf} в Антверпені: карта (a) та гістограма (b).

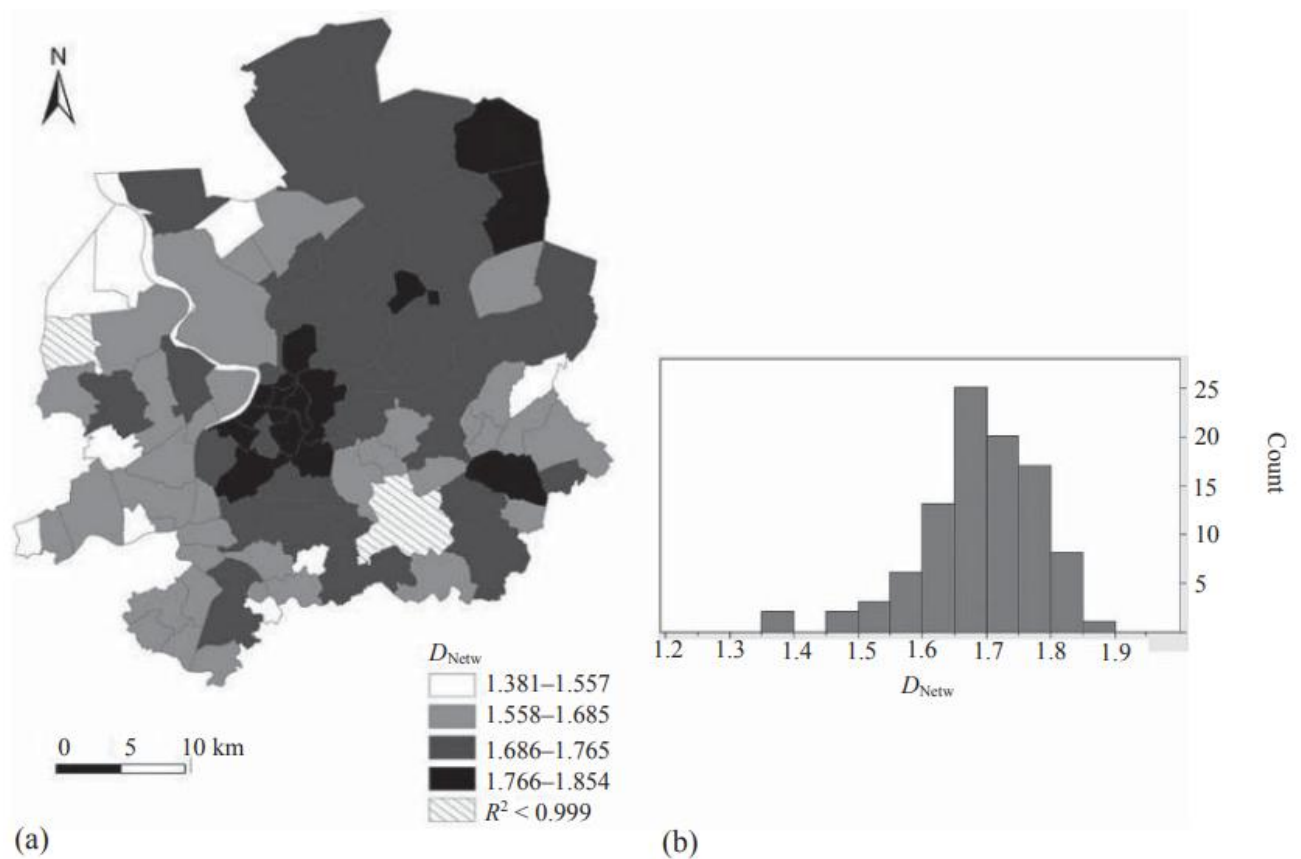


Рис. 1.13. Просторові варіації D_{Netw} в Антверпені: карта (а) та гістограма (б). Рисунок 10 обговорюється в розділі 4.2.2, але наведений тут для зручності порівняння.

Розмірність мережі (D_{Netw})

Вимірювання фрактальності

Фрактальна розмірність, обчислена для вуличної мережі, також була виміряна методом «фрактальної кореляції» на тих самих вікнах. Для Тауншипу 1 (рис. 5) значення D_{Netw} подібне до спостережуваного для забудованої території ($D_{Surf} = 1.722$ та $D_{Netw} = 1.750$): просторовий розподіл сегментів мережі (рис. 8) та забудованих просторів (рис. 5) є схожим, що означає, що будівлі розподілені досить однорідно вздовж вуличних сегментів (Frankhauser та ін., 2008, с. 24). Це нагадує теоретичний приклад, наведений на рис. 1.9.

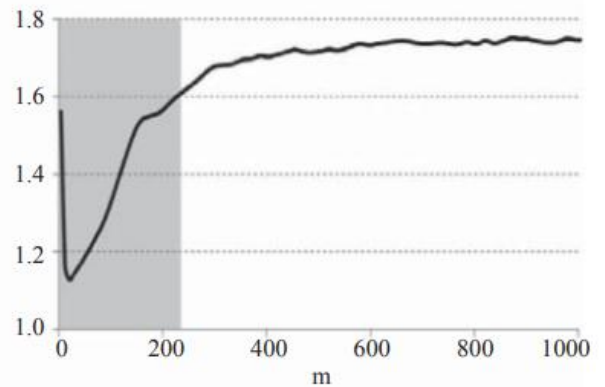
На рис. 1.14 розмірність мережі ($D_{Netw} = 1.682$) є значно вищою, ніж отримана для забудованої території Тауншипу 2, ілюстрованого на рис. 6 ($D_{Surf} = 1.287$): як зазначалося раніше, низька поверхнева розмірність у цьому прикладі стосується швидкого зменшення кількості забудованого простору навколо

ділянок, де концентрується маса забудови. Хоча деякі будівлі можуть здаватися «ізольованими», вони завжди певним чином пов'язані з дорожньою мережею. Цим прикладом ми показуємо, що вуличні сегменти можуть проходити через незабудовані простори, і тому дорожні мережі можуть покривати простір більш однорідно, ніж будівлі.

Форми кривих масштабної поведінки також виглядають більш подібними для мереж (рис. 8 та 9), ніж для забудованих просторів (рис. 5 та 6). Це можна пояснити тим, що мережі не складаються з більш-менш ізольованих кластерів, які накопичують маси, як це має місце для забудованих просторів. У забудованих просторах наявність кластерів справді може призводити до більш згладженої...

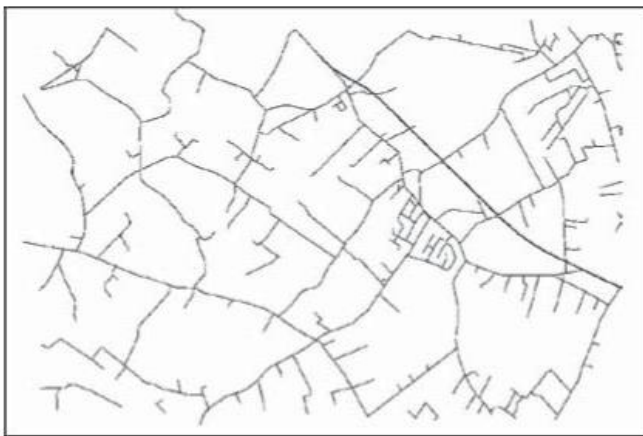


(a)

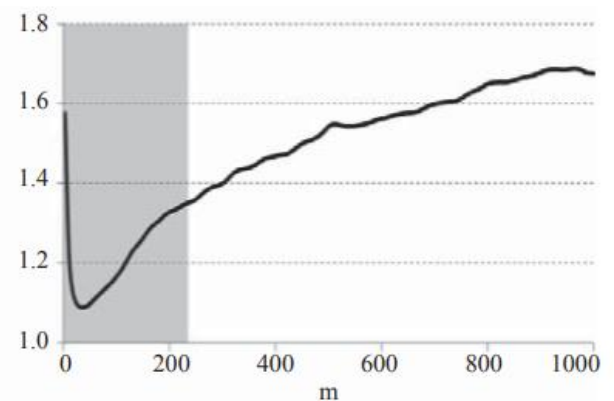


(b)

Рис. 1.14. Тауншип 1 (Беверен): зображення мережі (a) та масштабна поведінка (b); $D_{\text{Netw}} = 1.750$, $R^2 = 0.999997$.



(a)



(b)

Рис. 1.15. Тауншип 2 (Конінгсхуйкт): зображення мережі (a) та масштабна поведінка (b); $D_{\text{Netw}} = 1.682$, $R^2 = 0.999864$.

У забудованих просторах наявність кластерів справді може призводити до більш згладженого спаду, ніж це відбувається у мережах. Для вуличних мереж швидке зменшення, спостережуване в обох прикладах, пояснюється просто тим, що для малих діапазонів відстаней не виникає перетинів; показник масштабування майже досягає значення 1, що відповідає простій лінії, і потім поступово зростає зі збільшенням відстані i , щойно включаються перетини (діапазони, виділені сірим на рис. 8 та 9).

Просторові варіації D_{Netw} в Антверпені

У середньому більшість значень D_{Netw} є високозначущими ($R^2 \gg 0.999$), і знову спостерігається організація «центр–периферія» (див. рис. 10 у розділі 4.1.2). Виявляється, що якщо D_{Surf} є малим, то D_{Netw} варіює більше, ніж це було б при D_{Surf} , близькому до 2 (однорідність) (див. підрозділ 4.3): більш однорідне покриття простору мережею часто відповідає однорідному й дуже щільному розподілу будівель уздовж вуличних сегментів. Мережі з високими значеннями D_{Netw} відповідають досить компактній урбанізації, де міська тканина складається з кварталів будинків. Отже, відстані між будівлями, як правило, не варіюють у великому діапазоні масштабів.

Таблиця 2 показує, що D_{Netw} варіює лише незначно залежно від визначення підмножини даних (між 1.64 та 1.77). Як і очікувалося, найвище середнє значення спостерігається в центрі міста, а найнижче — у приміських районах, але ця різниця значно менша, ніж різниці, спостережувані для забудованих просторів (табл. 1). Це було очікувано з огляду на порівняння фрактальних властивостей забудованих просторів щодо мереж і спостережуваних спадів. Більше того, *Density* очевидно не пов'язана з фрактальною розмірністю. Це узгоджується з попередніми результатами, які показують, що обидва показники (щільність, розмірність) надають інформацію про різні характеристики і тому є взаємодоповнюючими (див. підрозділ 3.4).

Таблиця 2. Фрактальна розмірність D_{Netw} для підмножин тауншипів в Антверпені, де n — кількість тауншипів, D_{Netw} — середнє значення фрактальної розмірності

мережі, *Min* — мінімальне, а *Max* — максимальне значення, спостережуване для D_{Netw} .

Dataset	Dataset definition	n	D_{Netw}	Min	Max
A	Total	98	1.690	1.381	1.854
B	R^2 and $D_{\text{Netw}} > 0.9999$	82	1.707	1.464	1.854
C1	R^2 and Density $> 300 \text{ hab/km}^2$	69	1.719	1.553	1.854
D3	R^2 and Distance $< 15 \text{ km}$	39	1.737	1.600	1.854
E1	City-center ^a	19	1.766	1.630	1.854
E2	Suburbs ^a	33	1.691	1.553	1.837
E3	Periphery ^a	13	1.699	1.540	1.762
E4	Outskirts ^a	33	1.643	1.381	1.799

Розмірність мережі проти розмірності забудови

На масштабі міської агломерації

Попередні розділи показали, що просторові розподіли значень D_{Surf} та D_{Netw} обидва мають структуру «центр–периферія» в Антверпені, навіть якщо вони не вимірюють один і той самий компонент міського забудованого сліду. Ми знаємо, що якщо будівлі були б рівномірно розподілені вздовж мережі, обидві розмірності були б рівними.

Не дивно, що коефіцієнти кореляції Пірсона, обчислені між D_{Surf} та D_{Netw} , є позитивними й статистично значущими незалежно від визначення підмножини даних (див. рис. 11 та табл. 3). Найменші значення спостерігаються у приміських BSU ($r = 0.61$). Це знову відповідає обговоренню відмінностей між розподілом забудованих територій та сегментів мережі в теоретичній частині цієї статті (підрозділ 2.3), де ми показали, що дві просторові системи можуть відрізнятися у своїх фрактальних властивостях. Це також нагадує прикладИ

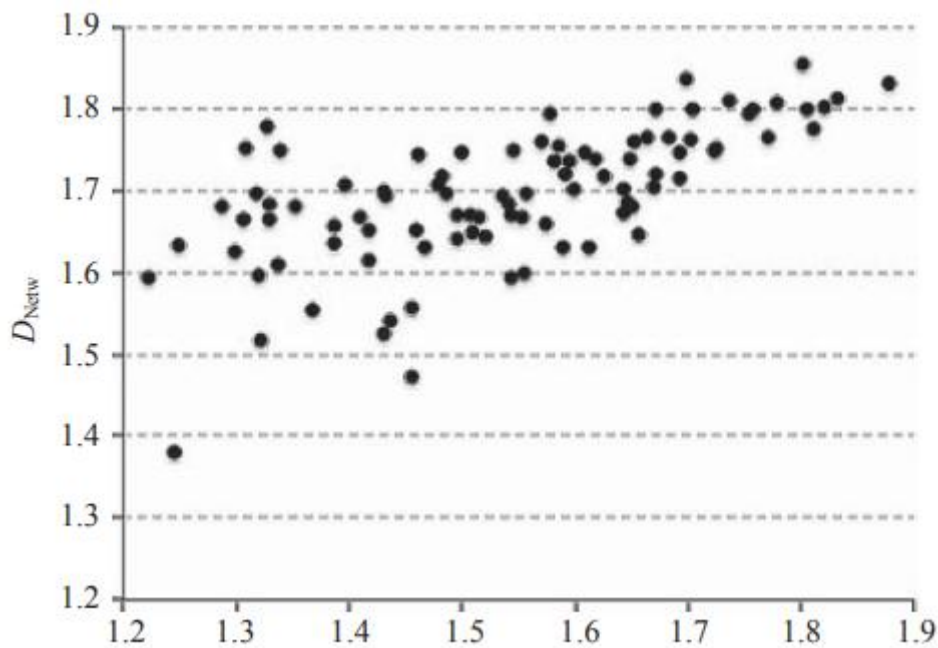


Рис. 1.16. D_{Surf} (вісь x) проти D_{Netw} (вісь y) для підмножини даних В.

Таблиця 3. Коефіцієнти кореляції Пірсона між D_{Surf} та D_{Netw} для підмножин тауншипів в Антверпені.

Dataset	Dataset definition	n	r
A	Total	99	0.717
B	$R^{2*} > 0.9999$	82	0.724
C1	Density $> 300 \text{ hab/km}^2$	69	0.774
D3	Distance $< 15 \text{ km}$	39	0.718
E1	City—center ^a	19	0.796
E2	Suburbs ^a	33	0.507
E3	Periphery ^a	13	0.665
E4	Outskirts ^a	34	0.608

У прикладах на рис. 1.11 та 1.14 будівлі й мережа демонструють різні фрактальні поведінки. Така ситуація частіше трапляється у передмістях, де міська тканина є менш компактною, а відстані між будівлями, ймовірно, варіюють у більшому діапазоні, ніж у щільних міських центрах, за винятком ретельно спланованих кварталів, таких як шахтарські селища чи житлові проєкти.

Рис. 1.17 відображає співвідношення між поверхневою та мережевою розмірностями, виявляючи очікувану структуру «центр—периферія».

Зближення на двох прикладах тауншипів

Для отримання глибшого розуміння порівняння фрактальної поведінки мереж та забудованих просторів ми розглядаємо співвідношення між кількостями $N(i)$, отриманими для забудованих просторів, а також тими, що стосуються аналізів мереж. Використовується аналіз конкордантності (підрозділ 2.3). Розглянемо послідовність значень нахилу β [див. рівняння (5)].

Рис. 13 показує, для обох досліджуваних тауншипів, варіацію зі зміною i (вісь x) співвідношення між локальним значенням масштабної поведінки забудованої поверхні та відповідним значенням для мережі; це співвідношення позначене на осі y .

Обидві криві виглядають загалом подібними: з піком для малих відстаней і досить пласкою частиною для відстаней понад 200 м (співвідношення досягає 1 приблизно на 200 м). Однак дві криві далекі від ідентичності (рис. 12): Тауншип 1 характеризується дуже малою варіацією навколо 1.0 для відстаней більших за 200 м; це означає, що мережа й забудовані простори слідуєть одному типу просторового розподілу. У Тауншипі 2 співвідношення падає нижче 1.0: сегменти мережі розподілені більш однорідно у просторі, ніж забудовані простори. Це явище посилюється після порогу у 600 м.

Детальні результати, надані аналізом конкордантності

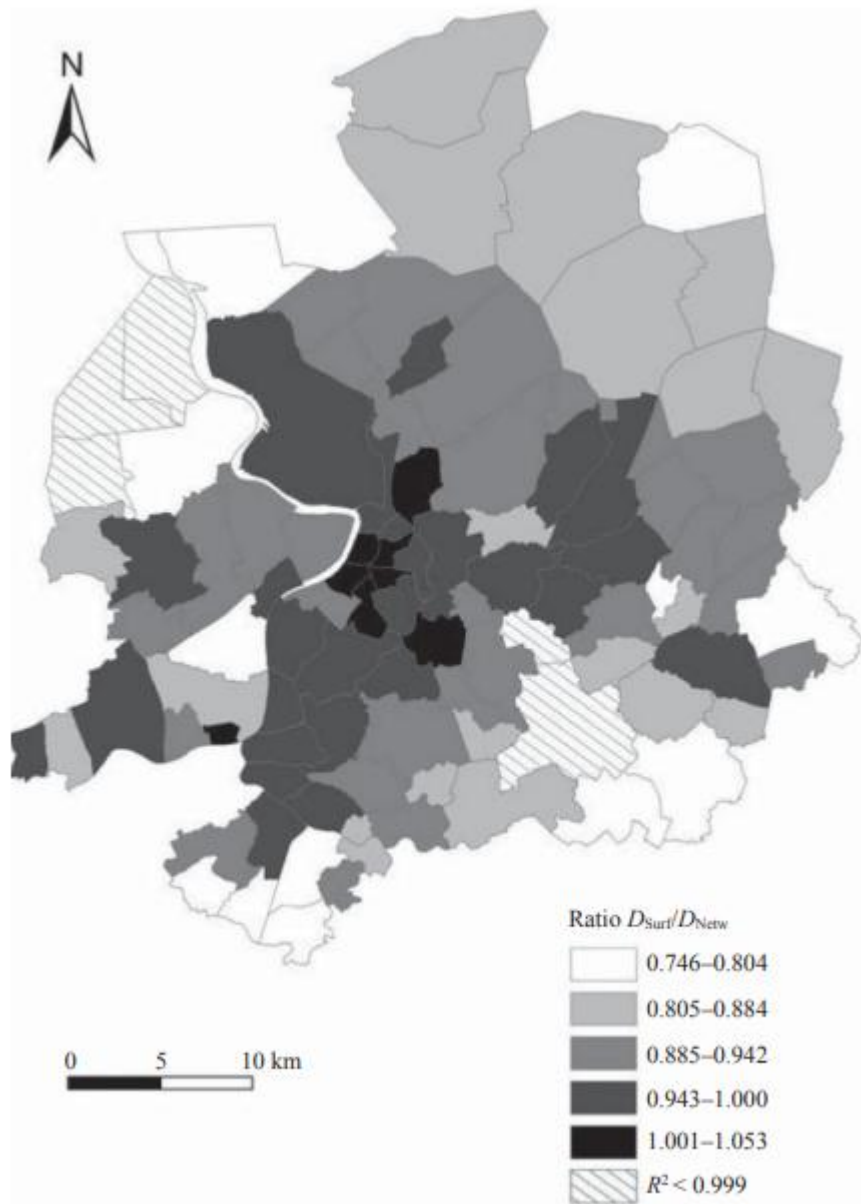


Рис. 1.17. Співвідношення між D_{Surf} та D_{Netw} .

Аналіз конкордантності підтверджує інтерпретацію, зроблену раніше в цій статті. З урбаністичної точки зору це означає, що для діапазонів відстаней 200–600 м будівлі в Тауншипі 2 не розподілені рівномірно вздовж дорожньої мережі, але все ж таки слідує певному порядку. Це також справедливо для відстаней понад 600 м, але дорожня мережа є більш «гіпертрофованою».

Справді, крива масштабної поведінки показує, що дорожня мережа стає більш однорідною для більших відстаней, оскільки значення α продовжують зростати. Для будівель значення кривої масштабної поведінки є досить подібними для відстаней понад 200 м, і спостерігається лише невелике збільшення навколо

очевидного критичного значення 600 м. Це означає, що в міському контексті Тауншипу 2, коли $i > 200$ м, будівлі в середньому не розподілені однорідно вздовж доріг: інтерстиційні відстані між будівлями значно варіюють відповідно до масштабної логіки.

Однак, оскільки дорожня мережа дедалі більш однорідно покриває простір зі збільшенням відстаней, відстані між будівлями у цьому діапазоні зростають. Іншими словами, існує цікава кількість дорожніх сегментів, які не оточені будівлями.

Ми можемо зробити висновок, що аналіз конкордантності дозволяє розглядати забудовані простори (будівлі) у співвідношенні зі структурою мережі. Це є досить новим і справді корисним у транспортному аналізі та міському плануванні.

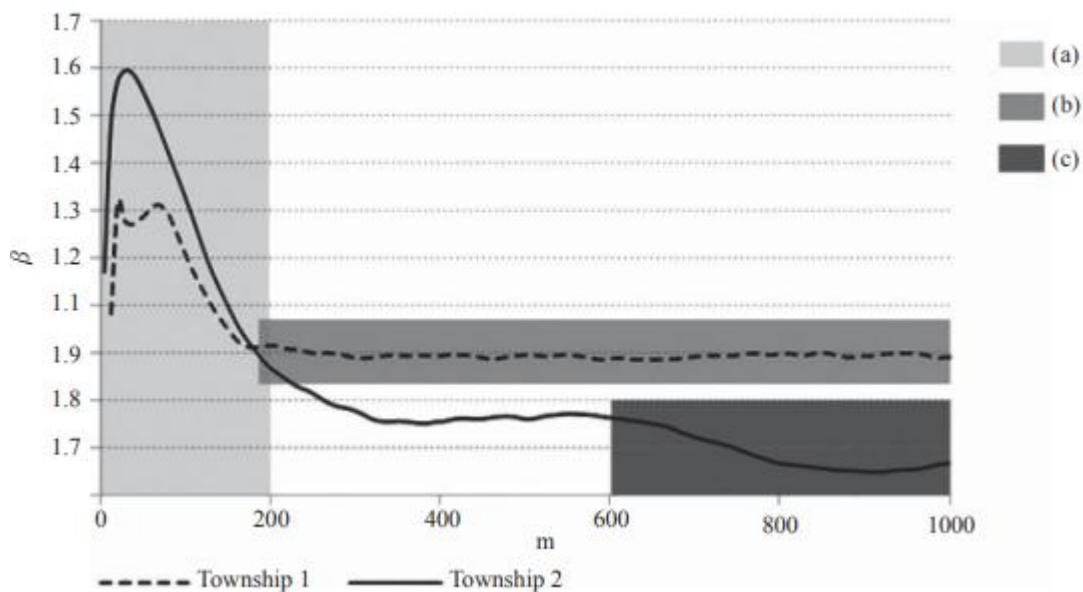


Рис. 1.18. Аналіз конкордантності для Тауншипу 1 та Тауншипу 2: послідовність нахилів (отримана з білогарифмічного представлення), де (a) виділяє малі діапазони відстаней, (b) показує високу конкордантність між забудованим простором і дорожньою мережею, а в (c) будівлі утворюють кластери малого розміру, і для цих великих відстаней кореляція не спостерігається, отже мережа домінує.

Відмінності продемонстровані як теоретично, так і емпірично. Для міського регіону Антверпена обчислено фрактальні розмірності, криві масштабної поведінки та аналізи конкордантності.

Очевидно, що фрактальна розмірність, виміряна для забудованих просторів, є величиною, яка показує, наскільки рівномірно будівлі заповнюють простір при збільшенні масштабу до дедалі дрібніших рівнів, тоді як фрактальна розмірність, виміряна для мереж, показує, наскільки рівномірно сегменти вулиць розподілені у досліджуваній території. Обидва індекси добре вказують на те, наскільки регулярно будівлі розташовані вздовж доріг і наскільки добре дороги обслуговують будівлі. Таким чином, D_{Netw} можна розглядати як міру доступності будівель. Обидва показники D є взаємодоповнюючими та відображають різні аспекти складності міського сліду.

Вимірювання фрактальності на масштабі тауншипів надає цікаві кількісні індекси, які досить добре описують морфологію забудованого сліду(ів). Однак кожен індекс слід інтерпретувати окремо. Значення, отримані для Антверпена, тісно пов'язані з історією, географією та землекористуванням міста, але два показники D є тонко різними. Такі результати є цінними для міських планувальників, оскільки метод може бути використаний для ідентифікації територій, де існуюча мережа має потенціал для подальшої урбанізації (без необхідності будувати нові дороги). Якщо розмірність мережі перевищує розмірність забудованого простору на внутрішньоміському масштабі, то це робить неурбанізовані території доступними.

Результати слід, як завжди, інтерпретувати дуже обережно, пам'ятаючи про використані методи та об'єкти, які бралися до уваги. У цій статті застосовано одну й ту саму техніку оцінювання (фрактальна кореляція), щоб уникнути будь-якої неоднозначності. Ця робота нагадує про те, наскільки важливо контролювати методологічні вибори в прикладних дослідженнях. Два супутні фрактальні індекси, використані тут, потенційно є дуже корисними для вимірювання та аналізу двовимірних міських ландшафтів за допомогою кількісних морфометричних індексів і подальшого їхнього поєднання з міським плануванням або міським моделюванням.

РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ ФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ ХАРКІВСЬКОЇ ОБЛАСТІ

2.1 Актуальність питання зміни конфігурації та топології електричних мереж України

Наявна структура електричних мереж України має багаторівневий, ієрархічний та розгалужений характер. Вона сформована на принципах централізації, концентрації та укрупнення виробничих потужностей [8]. Така модель історично забезпечувала ефективність управління великими енергетичними об'єктами, проте водночас створила значну залежність від окремих вузлів генерації та передачі. Потужності основних агрегатів електростанцій і підстанцій в Україні, а також пропускна здатність магістральних ліній електропередачі сягають від десятків до сотень мегаватів. Найбільші генератори на атомних електростанціях мають встановлену потужність до 1000 МВт, що свідчить про високий рівень концентрації виробництва електроенергії. Це підтверджує, що українська електроенергетична система є централізованою та нерівномірною, з чіткою концентрацією ключових вузлів генерації й передачі електроенергії (рис. 3.1).

Однак така структура виявилася надзвичайно вразливою до зовнішніх воєнних впливів. Під час повномасштабного вторгнення агресора в Україну відбулося кілька масштабних збоїв у роботі об'єднаної енергосистеми. Цілеспрямовані атаки на критично важливі об'єкти енергетики становлять реальну загрозу, яка може призвести до катастрофічних наслідків: паралічу промисловості, транспорту, комунальної інфраструктури та цивільного життя загалом. Втрата працездатності великих вузлів генерації чи магістральних ліній здатна миттєво спричинити дефіцит електроенергії в цілих регіонах, що підкреслює стратегічну небезпеку надмірної централізації.

З огляду на ці виклики виникає нагальна потреба у розробці нових принципів побудови електричних мереж, які дозволять підвищити їхню стійкість та рівень енергетичної безпеки. Йдеться про створення таких конфігурацій, що забезпечуватимуть стабільність функціонування навіть у надзвичайних умовах,

включно з воєнними. Необхідно сформувати підходи, які дадуть змогу зменшити залежність від окремих великих вузлів, підвищити гнучкість системи та забезпечити можливість локальної автономної роботи окремих її частин.

Отже, метою даної роботи є розробка загальних концептуальних підходів до проектування конфігурації електричних мереж та створення ідеалізованої моделі енергосистеми, яка матиме підвищену стійкість до впливів воєнного характеру. Така модель повинна враховувати як технічні, так і організаційні аспекти, забезпечувати баланс між централізованими та децентралізованими елементами, а також сприяти формуванню нової парадигми енергетичної безпеки України.

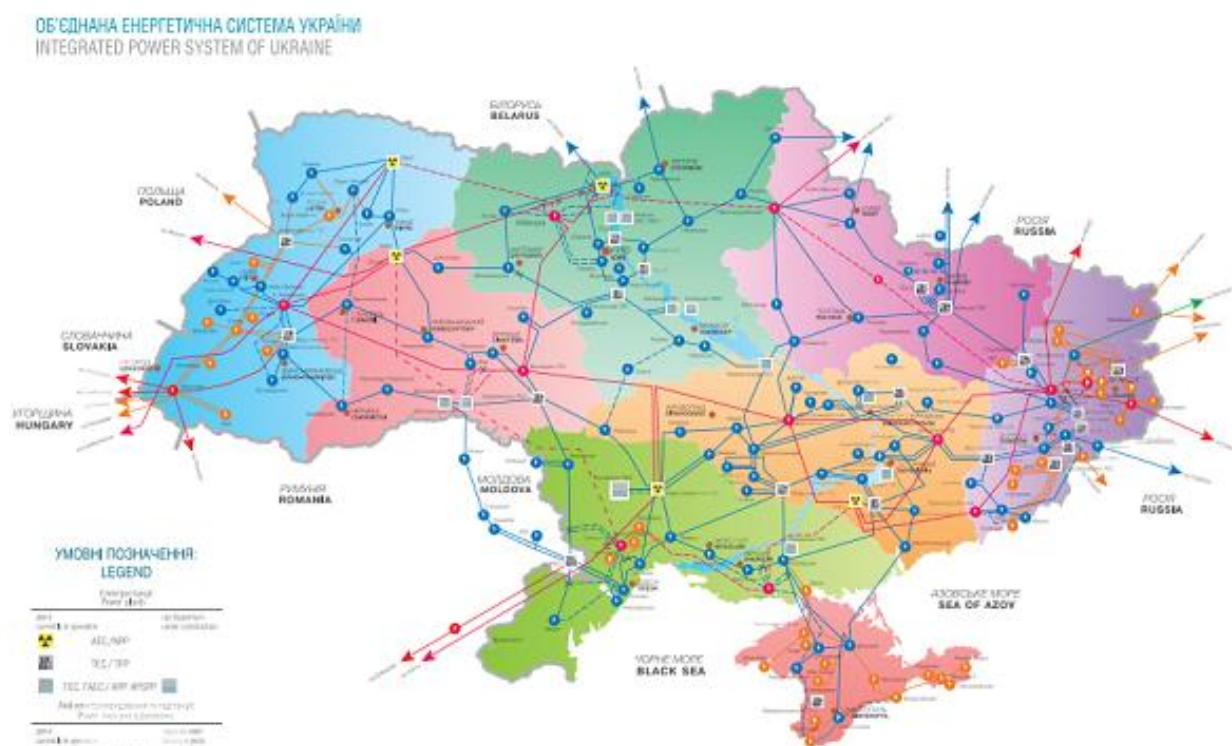


Рисунок 2.1 Структура та топологія електричних мереж об'єднаної енергосистеми України

2.2 Характеристика електричних мереж Харківської області.

Електричні мережі Харківської області характеризуються високим рівнем розвитку, значною часткою власного виробництва електроенергії та газу, а також складною структурою розподілу, що охоплює промислові центри, аграрні

райони та міські агломерації. Основним оператором є АТ «Харківобленерго», яке забезпечує модернізацію та розвиток мережі на 2026–2030 роки.

Енергетичний комплекс Харківщини має стратегічне значення для України. Область забезпечує 43,4 % від загального видобутку природного газу країни, а щорічний видобуток сягає 8,6 млрд м³. Це створює потужну базу для функціонування електричних мереж, які інтегрують газові, теплові та відновлювані джерела. Виробництво електроенергії становить близько 8,4 млрд кВт·год, при цьому споживання складає 83 % від власного виробництва, що свідчить про відносну енергетичну самодостатність регіону.

Основні джерела генерації включають теплові електростанції та теплоелектроцентралі, які забезпечують більшу частину виробництва. Установлена електрична потужність області сягає 3236 тис. кВт, а відпуск електроенергії — понад 5752 млн кВт·год. Важливим доповненням є сонячні електростанції, які мають потужність близько 19 тис. кВт і щорічно виробляють понад 21 млн кВт·год.

Розподільча мережа охоплює всі райони області, включаючи великі промислові центри Харків, Лозову, Балаклію, Первомайський та Красноград. Вона інтегрована з газопромисловими управліннями «Шебелинкагазвидобування» та «Харківгазвидобування», що забезпечують транспортування газу та конденсату. Найбільші родовища — Шебелинське, Бишівське, Єфремівське — мають стратегічне значення для енергетичної безпеки.

АТ «Харківобленерго» розробило план розвитку системи розподілу на 2026–2030 роки, який передбачає інвестиції понад 5,5 млрд грн. У 2026 році заплановано фінансування заходів на суму близько 908 млн грн, що включає модернізацію трансформаторних підстанцій, реконструкцію ліній електропередач та впровадження систем Smart Grid.

Використання електроенергії в області має чітку галузеву структуру:

Промисловість — понад 2,2 млрд кВт·год (найбільший споживач).

Транспорт і складське господарство — близько 505 млн кВт·год.

Сільське господарство — понад 85 млн кВт·год.

Освіта та охорона здоров'я — понад 125 млн кВт·год разом.

Таким чином, електричні мережі Харківської області є багатокомпонентною системою, що поєднує традиційні теплові джерела, газову базу та відновлювану енергетику, забезпечуючи стабільне енергопостачання для промисловості, транспорту, аграрного сектору та соціальної сфери. Їхня модернізація у найближчі роки спрямована на підвищення надійності, зменшення втрат та інтеграцію нових технологій.

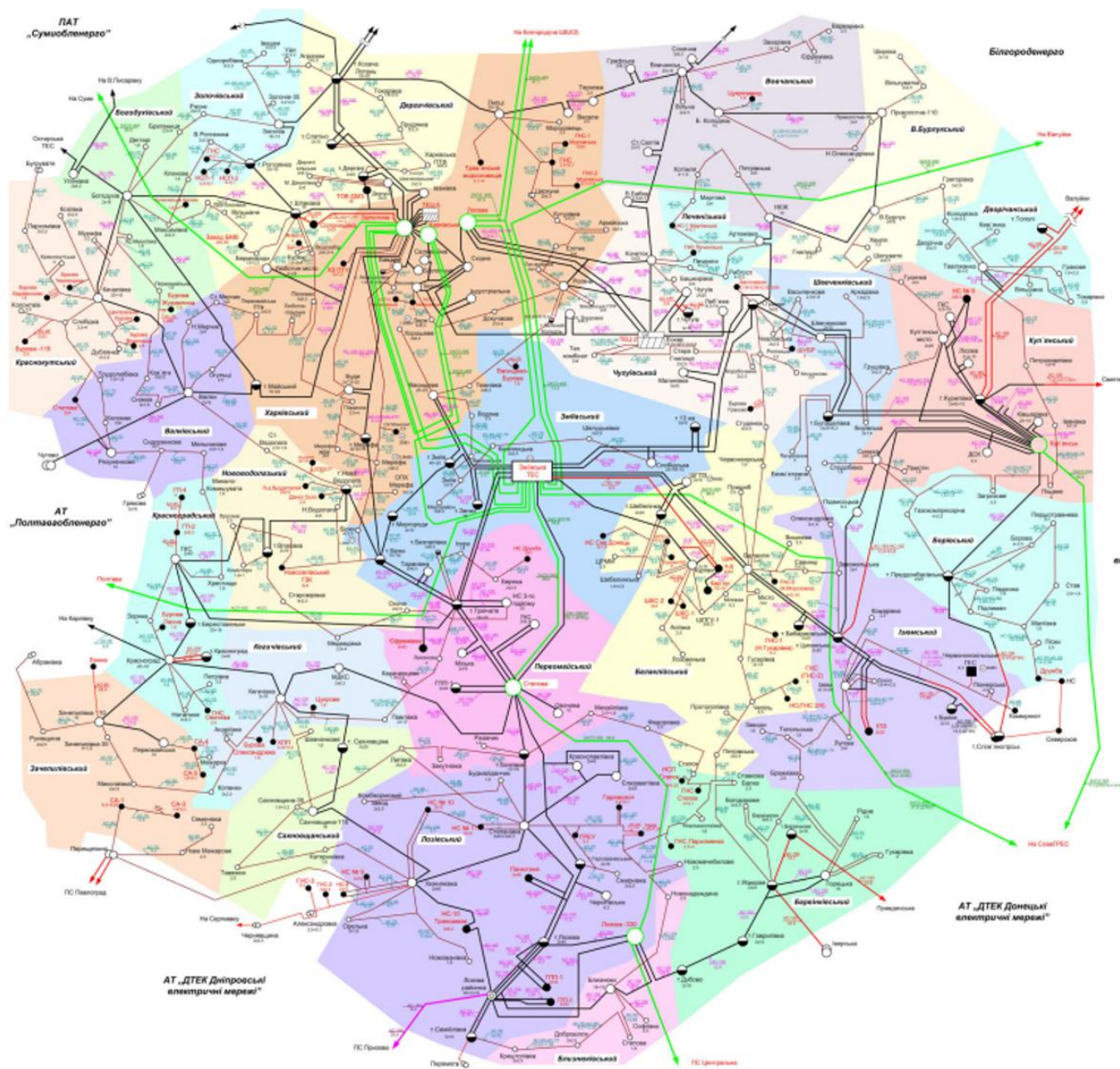


Рисунок 2.2 Конфігурація електричних мереж Харківської області

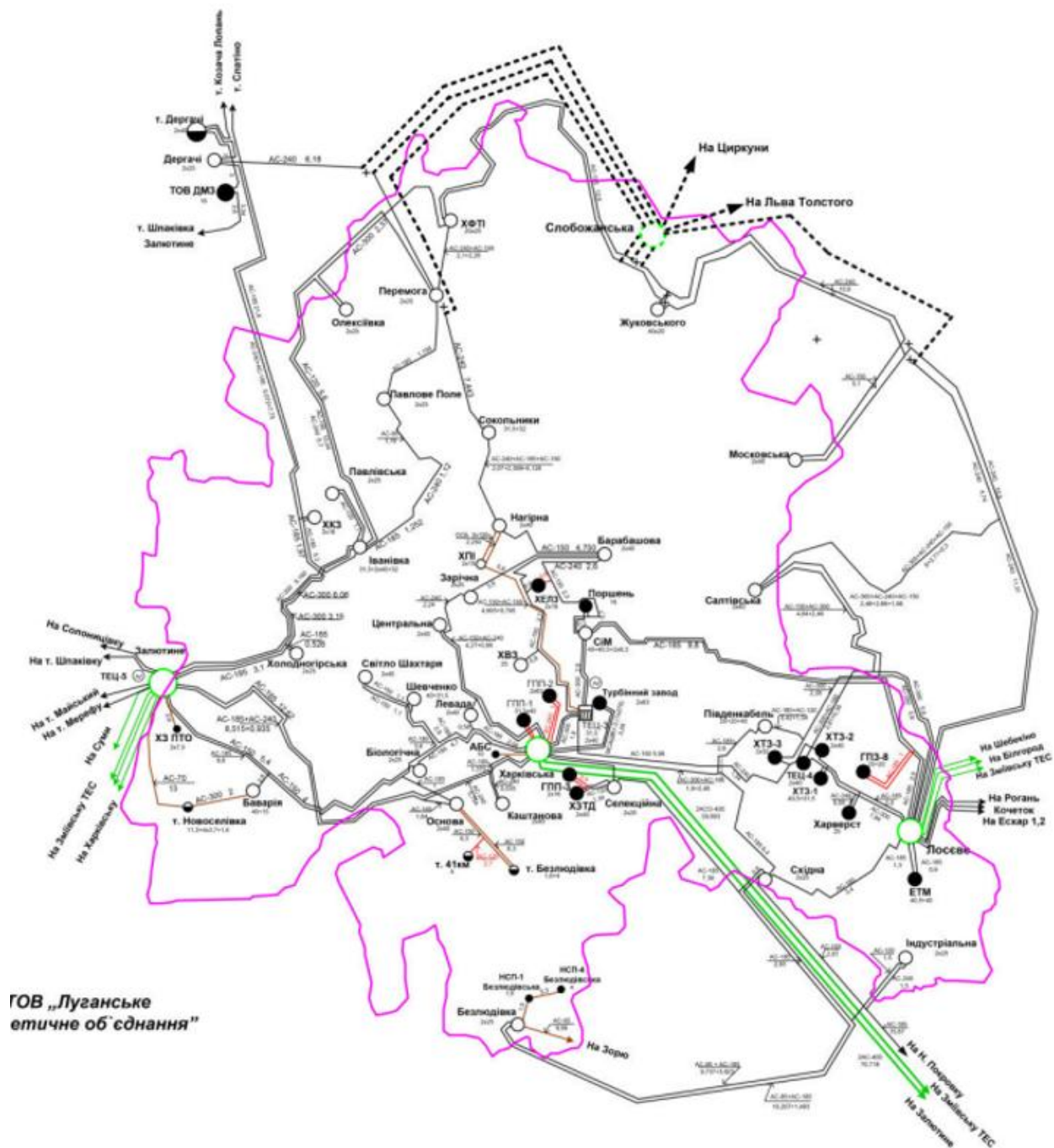


Рисунок 2.3 Конфігурація електричних мереж м. Харкова

2.3 Моделювання мереж фрактально-кластерного типу

Розглянемо застосування фрактально-кластерного принципу побудови електричних мереж у системах з розподіленою генерацією. Подібні фрактально-кластерні структури характерні для багатьох природних та технологічних складних систем і процесів [11–14].

Запропонована концепція передбачає вирішення низки ключових завдань, серед яких:

забезпечення високого рівня надійності та стійкості мережі до зовнішніх дестабілізуючих впливів, включно з воєнними та терористичними загрозами;

уніфікація технологічних рішень та стандартизація елементів мережі;

досягнення високої оперативної гнучкості та спрощення логіки оперативних перемикань як у нормальних, так і в аварійних режимах роботи.

У роботі наведено одну з можливих реалізацій структури фрактально-кластерних електричних мереж, що ілюструється на рисунку 2.4.

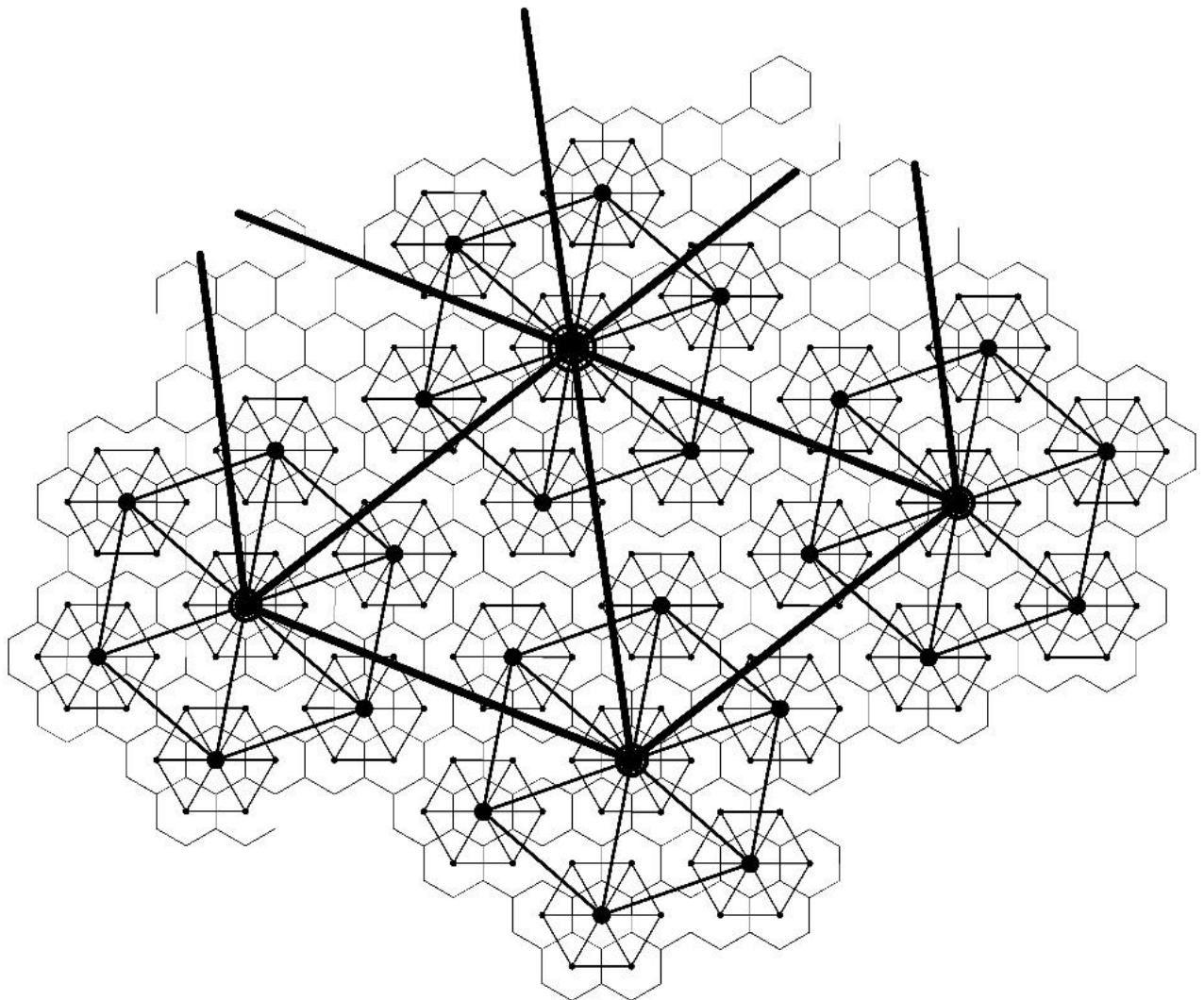
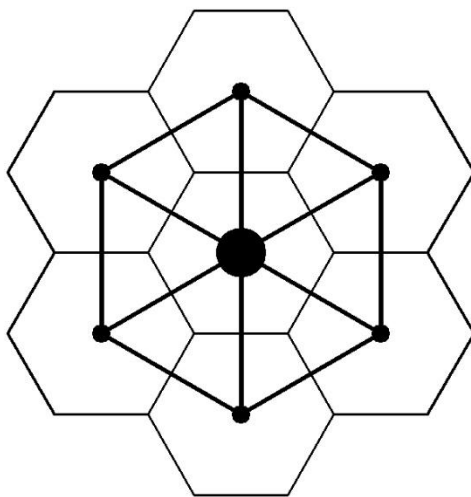


Рисунок 3.2. Фрагмент розгалуженої фрактально-кластерної структури електричних мереж із розподіленою генерацією

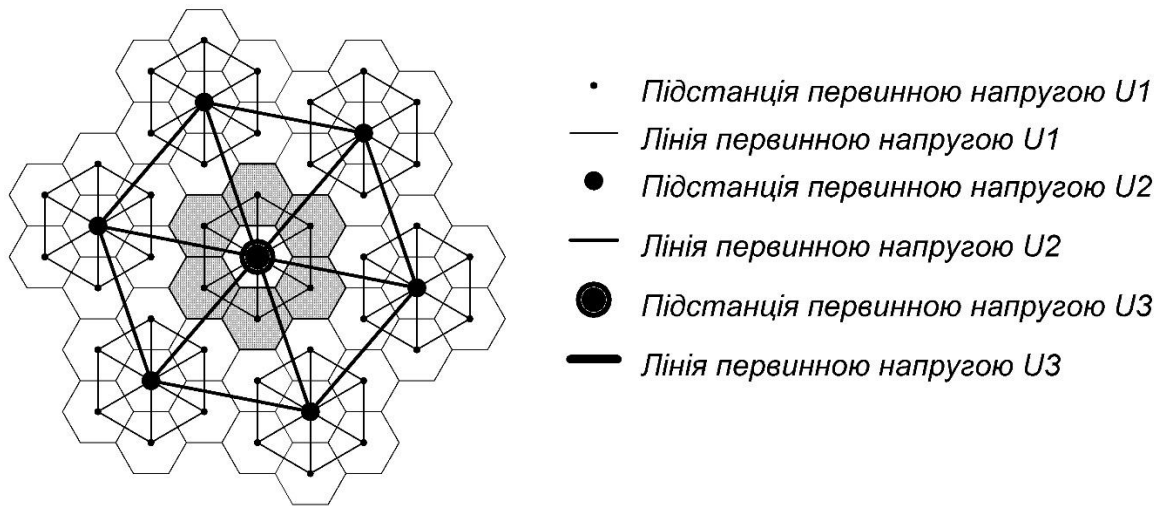
У запропонованій моделі за базову геометричну ділянку площі обрано шестикутник. Такий вибір зумовлений властивостями сотоподібних структур, які забезпечують оптимальне співвідношення між площею фігури та довжиною її периметра. Це дає змогу істотно зменшити витрати провідникового матеріалу при формуванні мережі.

Фрактальні характеристики сотоподібних структур, що були розглянуті у першому розділі роботи, є типовими для графенових конфігурацій і підтверджують доцільність використання шестикутної топології. Вузли електричної розподільчої мережі, побудованої на основі базового шестикутного елемента, мають три промені ліній електропередачі. Це одразу підвищує надійність роботи підстанцій приблизно у півтора рази порівняно з класичними схемами тупикових та транзитних підстанцій, які традиційно мають лише два вводи на стороні високої напруги.

Збільшення кількості комірок розподільчих пристроїв високої напруги у вузлових підстанціях не призводить до суттєвого зростання капітальних витрат на спорудження нової мережі. Це пояснюється тим, що додаткові витрати компенсуються оптимізацією конфігурації самої мережі та впровадженням нових уніфікованих схемних рішень для підстанцій.



а



б

Рис. 3.3 Фрактально - кластерна структура електричних мереж з розподіленою генерацією

а – базовий кластер структури мережі, б – принцип формування багаторівневої фрактально-кластерної структури

Рисунок 3.3 (а). Базовий кластер фрактально-кластерної структури електричних мереж

У нашому випадку за базовий кластер приймається конфігурація, що складається із семи ділянок площі шестикутної форми. У центрі кожної ділянки розташована точка зв'язку (видачі-прийому електричної енергії), яка у реальних умовах виконує функції розподільчого пристрою. Шість периферійних ділянок, що межують із зовнішньою границею кластера, з'єднані між собою за кільцевою схемою та одночасно радіально приєднані до розподільчого пристрою центральної (сьомої) ділянки.

У центрі сьомої ділянки додатково розташована підстанція, яка забезпечує зв'язок між мережею базового кластера напругою U_1 та мережами більш високого рівня напруги U_2 . Останні утворюють фрактал наступної ітерації, що демонструється на рисунку 3.3 (б).

2.4 Визначення електричної потужності базового кластера мережі

Схема заміщення електричної мережі базового кластера наведена на рисунку 3.4 (а). Вона містить сім вузлів, кожен з яких характеризується величиною електричної потужності у комплексній формі:

$$P + jQ$$

Ця величина змінюється в часі та може набувати як позитивного значення (генерація), так і негативного (споживання).

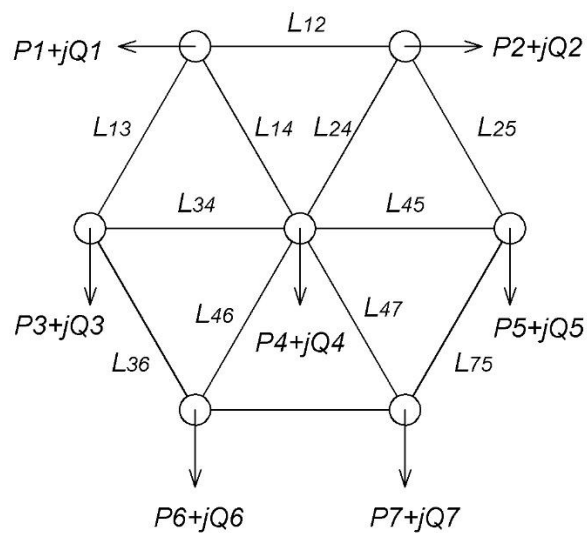
Оскільки за умовами моделювання всі проводи мережі виконані з одного типу провідника та мають однаковий перетин, параметри опору доцільно замінити параметрами довжин відповідних ділянок ліній електропередачі. Таким чином, можна визначити загальний поточкорозподіл у межах кластера та його сумарну потужність у точці приєднання до кластера наступної ітерації.

Для цього здійснюється послідовне перетворення схеми заміщення. На першому етапі «трикутники» між вузлами потужностей трансформуються у еквівалентні «зірки». Наприклад, для трикутника 1-3-4 за відомими формулами (1) його сторони L_{13}, L_{14}, L_{34} (рис. 3.4 а) перетворюються на промені «зірки» L_{1A}, L_{3A}, L_{4A} (рис. 3.4 б).

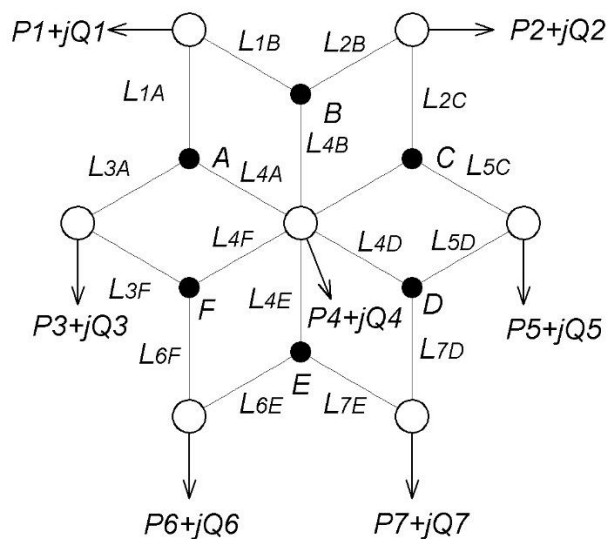
$$L_{1A} = \frac{L_{13} \cdot L_{14}}{L_{13} + L_{14} + L_{34}};$$

$$L_{3A} = \frac{L_{13} \cdot L_{34}}{L_{13} + L_{14} + L_{34}};$$

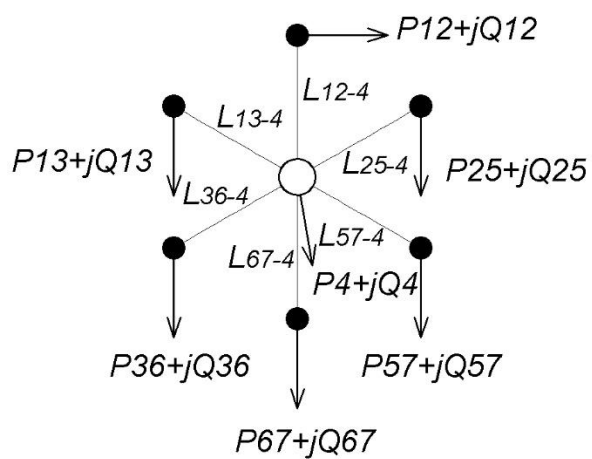
$$L_{4A} = \frac{L_{14} \cdot L_{34}}{L_{13} + L_{14} + L_{34}};$$



a



б



в

Рисунок 3.4 Розрахункове перетворення базового кластеру мережі

Враховуючи, що всі лінії базового кластера мають однакову довжину, її можна прийняти за базове значення та виконати розрахунки у відносних одиницях. У такому випадку всі еквівалентні опори ліній другого етапу перетворення також будуть однаковими та матимуть утричі менше еквівалентне значення опору. Таким чином, замість дванадцяти секцій еквівалентна схема міститиме вісімнадцять секцій.

Наступним кроком перетворення є розподіл потужностей вузлів 1–7 між суміжними утвореними віртуальними вузлами A, B, C, D, E, F (центрами «зірок»). Розподіл здійснюється методом зворотних плечей. Оскільки еквівалентна довжина всіх ліній другого етапу перетворення однакова, потужності вузлів діляться навпіл і розподіляються між сусідніми вузлами:

$$S_{13} = \frac{1}{2}(P_1 + P_3) + j \frac{1}{2}(Q_1 + Q_3);$$

$$S_{12} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2) + j \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2);$$

$$S_{25} = \frac{1}{2}(P_2 + P_5) + j \frac{1}{2}(Q_2 + Q_5);$$

$$S_{57} = \frac{1}{2}(P_5 + P_7) + j \frac{1}{2}(Q_5 + Q_7);$$

$$S_{67} = \frac{1}{2}(P_6 + P_7) + j \frac{1}{2}(Q_6 + Q_7);$$

$$S_{36} = \frac{1}{2}(P_3 + P_6) + j \frac{1}{2}(Q_3 + Q_6);$$

У результаті перетворень отримуємо шестикінецьну еквівалентну «зірку» (рис. 3.4 в), сумарний баланс потужності якої визначається за першим законом Кірхгофа, тобто шляхом алгебраїчного додавання усіх еквівалентних потужностей у вузлі 4:

$$S_{\Sigma} = \sum_{n=7}^1 P + j \sum_{n=7}^1 Q$$

Враховуючи, що у виразах (2) усі активні та реактивні складові потужностей вузлів 1–6, які поділені навпіл, зустрічаються по два рази, можна зробити висновок, що загальний баланс потужності базового кластера дорівнює алгебраїчній сумі потужностей усіх вузлів. Такий алгоритм розрахунку є наслідком симетричної конфігурації мережі базового кластера та зберігається на всіх рівнях ітерації фракталу.

2.5 Визначення фрактальних властивостей ідеалізованої моделі розподільчої мережі

Запропонована конфігурація ідеалізованої моделі розподільчої мережі має структуру регулярного фракталу, подібного до «серветки Серпинського» або «сніжинки Коха». Визначимо основні геометричні співвідношення для цього фракталу.

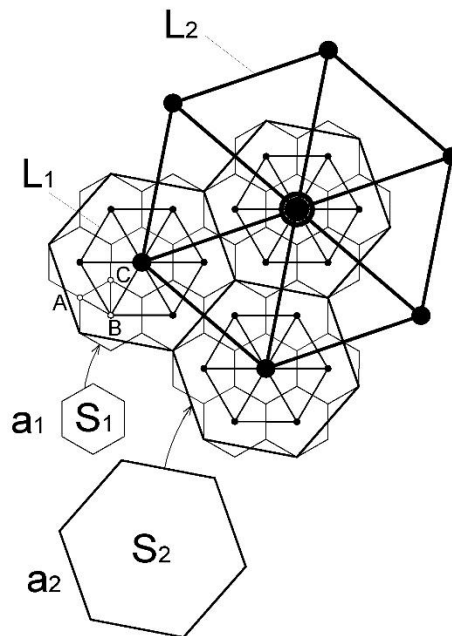


Рис. 3.5 Визначення геометричних співвідношень фрактальної структури мережі

Спершу визначимо базовий коефіцієнт збільшення довжини ліній електропередачі при переході від фракталу меншої ітерації до більшої (рис. 3.5). Уніфікована довжина лінії першої ітерації L_1 дорівнює двом висотам трикутника ABC (як елемента базового шестикутника зі стороною a_1):

$$L_1 = 2 \frac{a_1 \sqrt{3}}{2} = a_1 \cdot \sqrt{3}$$

Для другої ітерації елементарною основою площі стає шестикутник зі стороною a_2 та площею S_2 :

$$S_2 = 7S_1$$

Оскільки елементарна основа площі другої ітерації охоплює сім елементарних основ попередньої ітерації, маємо:

$$a_2 = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}} 7S_1} = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}} 7 \frac{3a_1^2 \sqrt{3}}{2}} = \sqrt{7} \cdot a_1$$

Аналогічно формулі (5):

$$L_2 = 2 \frac{a_2 \sqrt{3}}{2} = a_2 \cdot \sqrt{3}$$

Вважаючи, що ..., визначаємо співвідношення між L_1 та L_2 . Таким чином, показник ... є природним масштабом фрактальної структури електричної мережі, що відображає її самоподібність та масштабну інваріантність. Кожна наступна ітерація збільшує довжину уніфікованих ліній у ...разів.

Загальна протяжність ліній першої ітерації напругою U_1 дорівнює:

$$12L_1 = 12a_1$$

Для другої ітерації:

$$7 \times 12a_1 + 12a_2$$

Для третьої ітерації:

$$7 \times (7 \times 12a_1 + 12a_2) + 12a_3$$

Узагальнено:

$$\sum L_{i=n} = 7 \sum L_{i=n-1} + 12L_n$$

Питома протяжність ліній відносно площі району визначається як:

$$L_{num} = \frac{\sum L_{i=n}}{S_n}$$

де S_n — площа району мережі ітерації n .

Висновки:

1. Базовим елементом є правильний шестикутник зі стороною a_1 , який використовується як основа для всіх ітерацій.
2. Просторовий масштаб за довжиною визначається коефіцієнтом ..., а за площею — числом 7.
3. З кожною ітерацією складність простору зростає нелінійно, що відображається у зміні фрактальної розмірності.

Зростання питомої протяжності ліній поступово наближається до значення **1,83 км/км²**, що підтверджується розрахунками (табл. 3.1). Це означає, що на 1 км² площі електрифікованого району необхідно не більше ніж 1,85 км проводів усіх перетинів та номінальних напруг.

ВИСНОВКИ

У магістерській роботі проведено комплексне дослідження фрактальних властивостей електричних мереж та їх застосування для моделювання розподільчих систем.

У першому розділі проаналізовано міжнародний досвід визначення фрактальної розмірності урбаністичних структур. На прикладі міст Гренобль та Антверпен показано, що комунікаційні системи та забудовані контури мають властивості самоподібності, які підтверджуються фрактальними методами аналізу. Встановлено, що фрактальна розмірність є ефективним інструментом для кількісної оцінки складності міських структур та об'єктів критичної інфраструктури.

У другому розділі досліджено електричні мережі Харківської області. Визначено їхні основні характеристики, рівень надійності та ступінь розгалуженості. Показано актуальність зміни конфігурації та топології електричних мереж України з урахуванням сучасних викликів, зокрема необхідності підвищення стійкості до зовнішніх впливів та інтеграції розподіленої генерації.

Запропоновано модель електричної мережі фрактально-кластерного типу. Визначено електричну потужність базового кластера та проведено перетворення його схеми заміщення. Показано, що симетрична конфігурація забезпечує простий алгоритм розрахунку балансу потужності, який зберігається на всіх рівнях ітерації фракталу.

Встановлено фрактальні властивості ідеалізованої моделі розподільчої мережі. Доведено, що її структура відповідає регулярному фракталу типу «серветки Серпинського» або «сніжинки Коха». Визначено геометричні співвідношення між ітераціями, показано закономірності зростання довжини ліній та площі кластерів. Виявлено, що питома протяжність ліній електропередачі з кожною ітерацією наближається до сталого значення, що підтверджує масштабну інваріантність моделі.

Запропоновано методику адаптації ідеалізованої моделі до умов розподільчих мереж Харкова та Харківської області. Вона дозволяє оптимізувати використання провідникового матеріалу, підвищити надійність роботи підстанцій та забезпечити гнучкість мережі в нормальних та аварійних режимах.

Результати дослідження підтверджують доцільність застосування фрактально-кластерного підходу для моделювання та розвитку електричних мереж. Це відкриває перспективи для створення більш стійких, економічно ефективних та технологічно уніфікованих систем електропостачання, що відповідають сучасним вимогам енергетичної безпеки та розвитку розподіленої генерації.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Tél T, Fülöp Á, Vicsek T, “Determination of fractal dimensions for geometrical multifractals”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Volume 159, Issue 2, 1989, Pages 155-166.
2. Thomas I, Frankhauser P, Frénay B, Verleysen M, “Clustering patterns of urban built-up areas with curves of fractal scaling behavior”, *Environment and Planning B. Planning and Design*, Vol. 37, no. 5, p. 942-954 (2010).
3. Thomas I, Frankhauser P, Badariotti D, 2011, “Comparing the fractality of urban districts: do national processes matter in Europe?” *Journal of Geographical Systems* 4 189–208.
4. Frankhauser P, 1998, “The fractal approach: a new tool for the spatial analysis of urban agglomerations” *Population (An English selection, special issue New Methodological Approaches in the Social Sciences)* 10 205–240.
5. Batty M, 2008, “The size, scale and shape of cities” *Science* 319 769–771.
6. Gouyet J F, 1992, *Physique et Structures Fractales* (Masson, Paris).
7. Thomas I, Frankhauser P, 2013, “Fractal Dimensions of the Built-up Footprint: Buildings versus Roads. Fractal Evidence from Antwerp (Belgium)”.
8. Deliège, 2013, "Analyse de la régularité hölderienne: De la théorie à l'application à des séries temporelles de températures», Université de Liège, Liège, Belgique.
9. Hentschel H.G.E., Procaccia I, 1983, "The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Volume 8, Issue 3, Pages 435-444, ISSN 0167-2789.
10. Chhabra A, Jensen R.V. ,1989 "Direct Determination of the $f(\alpha)$ Singularity Spectrum", *Physical Review Letters*, 62, 1327-1330.
11. Budanov P.; Khomiak E.; Kyrysov I.; Brovko K.; Kalnoy S.; Karpenko O. Building a model of damage to the fractal structure of the shell of the fuel element of a nuclear reactor. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2022, № 8 (118), p. 60-70
12. Budanov P., Brovko K., Cherniuk A., Vasyuchenko P., Homenko V. Improving The Reliability Of Information-Control systems At Power Generation

Facilities Based on The Fractal-Cluster Theory. Eastern-European Journal of Enterprise Thechnologies. 2/9(82). 2018. P. 4 – 12.

13. Буданов П. Ф., Бровко К. Ю. Метод фрактально-кластерного аналізу для виявлення порушень в роботі електроенергетичного обладнання енергооб'єктів. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. Технічні науки. Випуск 187 «Проблеми енергозабезпечення та енергозбереження в АПК України». Харків: ХНТУСГ, 2017. С. 92-94.

14. Md. Nurujjaman, Ahammad Hossain, Dr. Payer Ahmed. A Review of Fractals Properties: Mathematical Approach. Science Journal of Applied Mathematics and Statistics. Vol. 5, No. 3, 2017, pp. 98-105