

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Факультет (навчально-науковий інститут) фізичний

Кафедра загальної фізики

До захисту допущено

кафедрою _____ протокол № _____ від _____

завідувач кафедри _____
(підпис)

Лазоренко О.В.
(ім'я, прізвище)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

здобувача _____ першого (бакалаврського) _____ рівня вищої освіти
(першого (бакалаврського) / другого (магістерського))

Дослідження руху заряджених частинок у магнітному полі

Спеціальність (спеціалізація) _____ 104 Фізика та астрономія _____
(код та найменування спеціальності, спеціалізації спеціальності)

Освітня програма _____ фізика (освітньо-кваліфікаційна програма) _____
(назва освітньої програми)

Здобувач _____ Ткаченко Віталій
(підпис) (ім'я, прізвище)

Науковий керівник _____ ГРЕСЬ Валерія
(підпис) (ім'я, прізвище)

Харків – 2026

Анотація

Ткаченко В.В. Вивчення руху заряджених частинок у магнітному полі. - Рукопис. Дипломна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр» за спеціальністю 104 – «фізика та астрономія». – Харків: ХНУ імені В.Н. Каразіна, 2026. – 52 с. – табл. 1., рис. 10.

Розглянуті та проаналізовані фізичні закономірності руху заряджених частинок в електричних та магнітних полях, які лежать в основі значної кількості сучасних технічних пристроїв та природних явищ. Систематизовано основні типи руху частинок у однорідному магнітному полі – прямолінійний, коловий та гвинтовий, а також досліджено особливості руху у неоднорідному полі, зокрема дрейфові рухи та ефект магнітного дзеркала. Розглянуто принцип дії технічних пристроїв, побудованих на керованому русі заряджених частинок, та області їх прикладного використання у промисловості, медицині та наукових дослідженнях. Виконано лабораторну роботу з визначення питомого заряду електрона методом магнетрона в якості прикладу методу дослідження руху заряджених частинок. Розглянута лабораторна робота та відповідне методичне забезпечення до неї дає можливість забезпечити якісний рівень знань і практичних навичок здобувачів освіти в умовах дистанційного навчання.

Ключові слова: рух заряджених частинок, сила Лоренца, магнітне поле, радіус Лармора, циклотронна частота, магнітне дзеркало, питомий заряд електрона.

Annotation

Tkachenko V. V. Study of the motion of charged particles in a magnetic field. – Manuscript. Bachelor's thesis for obtaining an educational and qualification level "Bachelor" in the specialty 104 – "Physics and Astronomy". – Kharkiv: V. N. Karazin Kharkiv National University, 2026. – 52 p. – Table 1, Fig. 10.

The physical regularities of the motion of charged particles in electric and magnetic fields, which underlie a significant number of modern technical devices and natural phenomena, have been examined and analysed. The main types of particle motion in a uniform magnetic field – rectilinear, circular, and helical – have been systematized, and the features of motion in a non-uniform field, in particular drift motions and the magnetic mirror effect, have been investigated. The operating principles of technical devices based on the controlled motion of charged particles and the areas of their practical application in industry, medicine, and scientific research have been considered.

Виконано лабораторну роботу з визначення питомого заряду електрона методом магнетрона в якості прикладу методу дослідження руху заряджених частинок. Laboratory work was performed to determine the specific charge of an electron using the magnetron method as an example of a method for studying the motion of charged particles. The discussed laboratory work and its corresponding methodological support enable a high level of knowledge and practical skills for students in the context of distance learning.

Keywords: motion of charged particles, Lorentz force, magnetic field, Larmor radius, cyclotron frequency, magnetic mirror, specific charge of the electron.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
Розділ 1. Рух заряджених частинок у магнітному полі	7
1.1 Магнітне поле, його фізичний зміст	7
1.2 Сила, що діє на рухому частинку. Рівняння руху	9
1.3 Основні типи руху заряджених частинок	13
1.4. Закони збереження у магнітному полі.....	14
Розділ 2. Рух заряджених частинок у однорідному магнітному полі	18
2.1. Коловий та гвинтовий рух	18
2.2. Радіус Лармора та циклотронна частота.....	21
2.3. Вплив початкових умов на характер руху	24
2.4. Енергетичні характеристики руху	26
Розділ 3. Рух заряджених частинок у неоднорідному магнітному полі	30
3.1 Причини неоднорідності магнітного поля.....	30
3.2. Дрейфи заряджених частинок.....	32
3.3. Ефект магнітного дзеркала	34
3.4. Умови затримання заряджених частинок у магнітному полі	38
Розділ 4. Лабораторна робота «Визначення питомого заряду електрона методом магнетрону»	42
ВИСНОВКИ	51
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	52

ВСТУП

Актуальність теми зумовлена тим, що рух заряджених частинок в електричних та магнітних полях належить до фундаментальних фізичних явищ, які визначають розвиток сучасної електроніки, ядерної фізики, радіотехніки та прикладних інженерних наук. Розрахунок траєкторій, аналіз енергетичного спектра та фокусування пучків електронів та іонів є основою для проектування широкого спектра пристроїв: від електронно-променевих трубок і електронних мікроскопів до потужних прискорювачів елементарних частинок і систем утримання високотемпературної плазми в установках керованого термоядерного синтезу, таких як токамаки і сепаратори.

Опис поведінки частинок у складних конфігураціях полів, що бере початок від класичних експериментів Дж. Дж. Томсона, викристалізувався в окремий прикладний напрям – електронну та іонну оптику. Сьогодні ці принципи критично важливі для космічної галузі під час аналізу радіаційних поясів і проектування іонних двигунів, а також для медицини, де на базі прискорювальної техніки реалізується високоточна променева терапія онкологічних захворювань із використанням ефекту піка Брегга.

Окремого значення тема набуває в освітньому аспекті. В умовах воєнного стану в Україні значна частина навчального процесу у вищій школі переведена у дистанційний або змішаний формат. Це створює суттєві труднощі для викладання експериментальних дисциплін, зокрема загальної фізики та електродинаміки. Розробка структурованих методичних матеріалів, які поєднують строгий теоретичний апарат із детальним аналізом принципу дії реальних фізичних приладів, є актуальним завданням для забезпечення якісної підготовки майбутніх фахівців.

Метою роботи є систематизований розгляд фізичних закономірностей руху заряджених частинок в електричних та магнітних полях різної конфігурації, а також комплексний аналіз пристроїв, принципи дії яких базуються на цих явищах у різних галузях науки й техніки.

Для досягнення поставленої мети у дослідженні вирішуються такі задачі:

- розглянути фізичні основи взаємодії заряджених частинок з електромагнітним полем, навести рівняння руху та проаналізувати базові режими, включаючи прямолінійний, коловий, гвинтовий рух та дрейф;
- класифікувати типи руху частинок за конфігурацією зовнішнього поля та виділити їхні ключові параметри;
- описати конструктивні особливості та принципи дії найважливіших технічних пристроїв, таких як мас-спектрометри, циклотрони, бетатрони, лінійні прискорювачі та магнітні пастки;
- систематизувати прикладні області використання цих принципів у промисловості, медицині, енергетиці та космонавтиці;
- провести експериментальне визначення питомого заряду електрону в лабораторній роботі, яка придатна для інтеграції у загальний фізичний практикум, зокрема в умовах дистанційного навчання.

Об'єктом дослідження виступає рух заряджених частинок, зокрема електронів та іонів, в електричних та магнітних полях різної конфігурації.

Предметом дослідження є фізичні закономірності зазначеного руху та технічні пристрої інформаційного чи технологічного призначення, у яких ці закономірності покладено в основу принципу дії.

Практичне значення роботи полягає в тому, що вона має оглядово-методичний характер, а її цінність базується на систематизації та адаптації теоретичного і прикладного матеріалу для формування сучасної методичної бази, яка може бути безпосередньо використана у навчальному процесі закладів вищої освіти.

Розділ 1. Рух заряджених частинок у магнітному полі

1.1 Магнітне поле, його фізичний зміст

Магнітне поле є особливим видом матерії, що утворюється навколо рухомих електричних зарядів та постійних магнітів і виявляє себе через силову дію на інші рухомі заряди, провідники зі струмом та намагнічені тіла. На відміну від електричного поля, яке діє як на рухомі, так і на нерухомі заряди, магнітне поле взаємодіє лише з зарядами, що перебувають у русі. Ця обставина є однією з ключових ознак, що відрізняє магнітну складову електромагнітної взаємодії від електростатичної.

Історично уявлення про магнітне поле сформувалось у працях Х. Ерстеда, А. Ампера, Ж. Біо, Ф. Савара та П. Лапласа, які встановили, що електричний струм створює навколо провідника поле, здатне діяти на магнітну стрілку. М. Фарадей увів поняття силових ліній магнітного поля як зручний геометричний образ для опису просторового розподілу його силової дії. Завершеного теоретичного оформлення вчення про магнітне поле набуло у роботах Дж. К. Максвелла, який об'єднав електричні та магнітні явища в єдину систему рівнянь електромагнітного поля. У цій системі магнітне поле розглядається як одна з двох складових єдиного електромагнітного поля, причому при переході в іншу систему відліку електрична та магнітна складові частково перетворюються одна в одну.

Основною силовою характеристикою магнітного поля є вектор магнітної індукції $\vec{B}$. Його напрямок збігається з напрямком, у якому встановлюється вільно орієнтована магнітна стрілка, поміщена в дану точку поля, а модуль визначається через максимальну силу, що діє з боку поля на пробний елемент струму або на пробний рухомий заряд. Якщо в полі рухається частинка із зарядом q та швидкістю $\vec{v}$, то сила, що діє на неї, залежить від взаємного розташування векторів $\vec{v}$ та $\vec{B}$. Магнітна індукція в системі СІ вимірюється в теслах (Тл); 1 Тл відповідає такому полю, у якому на провідник

довжиною 1 м зі струмом 1 А, розташований перпендикулярно до ліній індукції, діє сила 1 Н [1].

Поряд із вектором магнітної індукції в електродинаміці використовують вектор напруженості магнітного поля $\vec{H}$. Для опису магнітного поля у вакуумі ці дві величини пов'язані співвідношенням $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала. У речовині цей зв'язок ускладнюється появою магнітної проникності μ , що враховує внутрішнє магнітне впорядкування середовища. У задачах, пов'язаних із рухом окремих заряджених частинок у вакуумі або розрідженому газі, як правило, використовують безпосередньо вектор $\vec{B}$, оскільки саме він входить у вираз для сили, що діє на заряд.

Для геометричного зображення магнітного поля використовують лінії магнітної індукції – лінії, дотичні до яких у кожній точці збігаються з напрямком вектора $\vec{B}$ у цій точці. Густота ліній відображає модуль індукції: чим ближче розташовані сусідні лінії, тим сильнішим є поле в даній області. На відміну від ліній електростатичного поля, лінії магнітної індукції завжди замкнуті – вони не мають ні початку, ні кінця. Ця властивість математично виражається рівнянням $\text{div } \vec{B} = 0$ і безпосередньо вказує на відсутність у природі ізолюваних магнітних зарядів (магнітних монополів). Замкненість ліній індукції є фундаментальною ознакою магнітного поля та має пряме значення для аналізу руху частинок: оскільки лінії не уриваються, рух уздовж або навколо них набуває характерних періодичних та квазіперіодичних форм.

Серед елементарних конфігурацій магнітного поля у фізиці руху заряджених частинок найчастіше розглядають однорідне поле, поле прямого провідника зі струмом, поле колового струму та поле соленоїда. Однорідне магнітне поле, у якому вектор $\vec{B}$ однаковий за модулем і напрямком у всіх точках певної області простору, є зручною модельною конфігурацією; з достатньою точністю його реалізують усередині довгого соленоїда або в зазорі електромагніта з близько розташованими полюсами. Саме на основі

однорідного поля будується більшість теоретичних задач про рух електронів та іонів, що розглядаються у цій роботі.

1.2 Сила, що діє на рухому частинку. Рівняння руху

Експериментально встановлено, що на заряджену частинку, яка рухається в електромагнітному полі, діє сила, яку прийнято називати силою Лоренца. Її загальний вираз має вигляд:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (1.1)$$

де q – електричний заряд частинки, $\vec{v}$ – її швидкість, $\vec{E}$ – вектор напруженості електричного поля, $\vec{B}$ – вектор магнітної індукції. Перший доданок описує дію електричного поля, яка не залежить від швидкості частинки; другий – дію магнітного поля, яка з'являється лише за умови $\vec{v} \neq 0$. У літературі другий доданок часто розглядають окремо і називають саме його магнітною складовою сили Лоренца [1]:

$$\vec{F}_M = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (1.2)$$

Подальший виклад зосереджено саме на цій складовій, оскільки розділ присвячено руху в магнітному полі. У випадку, коли електричне поле відсутнє ($\vec{E} = 0$), вираз (1.1) зводиться до (1.2), і всі особливості руху визначаються виключно магнітною взаємодією.

Сила (1.2) є результатом векторного добутку векторів $\vec{v}$ та $\vec{B}$. Її модуль обчислюється за формулою:

$$F_M = |q|vB \sin \alpha, \quad (1.3)$$

де α – кут між напрямками векторів швидкості та індукції. З виразу (1.3) випливає ряд важливих особливостей магнітної дії на заряджену частинку. По-перше, якщо швидкість паралельна вектору індукції ($\alpha = 0$ або $\alpha = \pi$), то $\sin \alpha = 0$ і сила дорівнює нулю – частинка не зазнає магнітного впливу й рухається прямолінійно та рівномірно за інерцією. По-друге, сила досягає максимуму при $\alpha = \pi/2$, тобто коли швидкість перпендикулярна до ліній магнітного поля. По-третє, сила пропорційна як модулю швидкості, так і модулю індукції, що дозволяє керувати траєкторією частинки змінюючи напруженість поля.

Напрямок магнітної сили визначається властивостями векторного добутку. Для додатного заряду вектор $\vec{F}_m$ напрямлений перпендикулярно до площини, утвореної векторами $\vec{v}$ та $\vec{B}$, причому в той бік, у який рухається кінчик правого гвинта при повороті від $\vec{v}$ до $\vec{B}$ найкоротшим шляхом. Для від'ємного заряду напрямок сили змінюється на протилежний. На практиці для швидкого визначення напрямку зручно користуватися мнемонічними правилами:

- правило правої руки (для додатних зарядів): якщо чотири пальці правої руки спрямувати вздовж вектора швидкості $\vec{v}$ і зігнути їх у напрямку вектора $\vec{B}$ (тобто від $\vec{v}$ до $\vec{B}$), то відігнутий великий палець покаже напрямок сили $\vec{F}_m$;

- правило лівої руки (часто застосовується в електротехнічній практиці): якщо ліву руку розташувати так, щоб лінії індукції входили в долоню, а чотири пальці були спрямовані за напрямком струму (тобто руху додатних зарядів), то відігнутий під прямим кутом великий палець покаже напрямок сили.

Для електрона з від'ємним зарядом напрямок сили виявляється протилежним до того, що визначається за правилом правої руки для вектора його швидкості. На цій обставині ґрунтується істотна відмінність у поведінці електронних та іонних пучків у магнітному полі: при однаковому напрямку

швидкості вони відхиляються в різні боки, що використовується, наприклад, для розділення компонентів плазмового потоку та в принципі дії мас-спектрометрів.

Така просторова сепарація дозволяє не лише фільтрувати частинки за знаком заряду, а й точно аналізувати склад речовини. Оскільки радіус кривизни траєкторії в однорідному полі залежить від відношення маси частинки до її заряду, іони з різними масами описують дуги різного радіуса. Це перетворює магнітне поле на своєрідний «динамічний фільтр», де траєкторія кожної частинки стає її унікальним ідентифікатором, що є критично важливим для прецизійних вимірювань у сучасній аналітичній фізиці та діагностиці плазми.

Рівняння руху зарядженої частинки в магнітному полі записується як другий закон Ньютона з силою (1.2) в правій частині [4]:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (1.4)$$

Тут m – маса частинки. Рівняння (1.4) є векторним і еквівалентне трьом скалярним рівнянням для компонент швидкості. Воно лежить в основі всіх подальших розрахунків траєкторій. Особливістю цього рівняння є те, що сила в правій частині явно залежить від швидкості, причому залежність є лінійною та векторно-добутковою. Це означає, що проекція рівняння на напрямок $\vec{v}$ дає тотожність, а проекції на напрямки, перпендикулярні до швидкості, описують зміну напрямку руху без зміни його модуля. Саме ця математична властивість рівняння (1.4) і відображає головну фізичну особливість дії магнітного поля, яку буде розглянуто далі.

У випадку однорідного магнітного поля ($\vec{B} = \text{const}$) рівняння (1.4) допускає аналітичне розв’язання. Якщо ввести систему координат, у якій вектор індукції напрямлений уздовж осі Oz ($\vec{B} = (0, 0, B)$), то скалярні рівняння для компонент швидкості мають вигляд:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{qB}{m} v_y, \quad \frac{dv_y}{dt} = -\frac{qB}{m} v_x, \quad \frac{dv_z}{dt} = 0. \quad (1.5)$$

З третього рівняння системи (1.5) безпосередньо випливає, що складова швидкості, паралельна полю, не змінюється з часом: $v_z = \text{const}$. Перші два рівняння утворюють зв'язану систему, розв'язок якої описує гармонічні коливання компонент v_x та v_y з частотою:

$$\omega_c = \frac{|q|B}{m}, \quad (1.6)$$

яку називають циклотронною (або ларморівською) частотою. Радіус кругової складової руху, що відповідає поперечній компоненті швидкості $v_{\perp} = \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}$, визначається співвідношенням:

$$r_c = \frac{mv_{\perp}}{|q|B} \quad (1.7)$$

Величина r_c у фізиці плазми та прискорювальній техніці називається ларморівським радіусом або радіусом кривизни траєкторії. Формули (1.6) та (1.7) є ключовими для всіх наступних розділів роботи: на їх основі описано принцип дії циклотрона, магнітних мас-спектрометрів, магнітних спектрометрів електронів, а також умови утримання плазми в магнітних пастках.

Слід окремо підкреслити, що циклотронна частота (1.6) не залежить від швидкості частинки [4]. Ця обставина – а саме незалежність періоду обертання від енергії – становить теоретичну основу класичного циклотрона і визначає її стелю по енергії: за релятивістських швидкостей маса m зростає, частота ω_c зменшується, і умова синхронізації порушується.

1.3 Основні типи руху заряджених частинок

Залежно від кута між векторами $\vec{v}$ та $\vec{B}$, а також від наявності або відсутності додаткових полів, рух зарядженої частинки в магнітному полі набуває кількох характерних форм:

- прямолінійний рівномірний рух уздовж лінії індукції – реалізується за умови, що швидкість частинки спрямована паралельно вектору $\vec{B}$. Магнітна сила в цьому випадку дорівнює нулю ($\sin \alpha = 0$), і за відсутності інших полів частинка рухається за інерцією. Цей режим використовується, наприклад, для транспортування пучка вздовж осі магнітних ліній електронного мікроскопа [6];

- рівномірний коловий рух – виникає, коли швидкість перпендикулярна до магнітного поля. Магнітна сила відіграє роль доцентрової, і частинка описує коло з радіусом, заданим формулою (1.7). Період обертання визначається виразом $T = 2\pi m / |q|B$ і не залежить від швидкості (у нерелятивістському наближенні). Цей рух є основою для роботи циклотрона та магнітних мас-аналізаторів;

- гвинтовий (спіральний) рух – загальний випадок, коли швидкість має як поздовжню (вздовж $\vec{B}$), так і поперечну складові. Поперечна складова забезпечує кругове обертання, поздовжня – рівномірне зміщення вздовж лінії поля. Траєкторія являє собою спіраль із кроком $h = v_{\perp} T$, де T – період обертання. Саме такий рух здійснюють електрони сонячного вітру в геомагнітному полі, частинки в магнітних пастках та пучки в соленоїдальних системах;

- рух у схрещених електричному та магнітному полях – якщо разом із магнітним полем присутнє електричне поле, перпендикулярне до $\vec{B}$, то на коловий рух накладається стале зміщення центру обертання – так званий електричний дрейф зі швидкістю $\vec{v}_d = [\vec{E} \times \vec{B}] / B^2$. Особливістю цього руху є те, що дрейфова швидкість не залежить від заряду та маси частинки. Це явище

використовується у вакуумних електронних приладах магнетронного типу, а також лежить в основі низки методів діагностики плазми;

– рух у неоднорідному магнітному полі – якщо магнітна індукція змінюється у просторі, до кругового обертання додаються градієнтний та центробіжний дрейфи, а також виникає ефект магнітного дзеркала – відбиття частинки від області сильнішого поля. Саме на цьому ефекті побудовані відкриті магнітні пастки (пробкотрони).

Перелічені типи руху не вичерпують усіх можливих режимів, однак становлять основу для розуміння принципу дії розглянутих у наступних розділах приладів.

1.4. Закони збереження у магнітному полі

Магнітна складова сили Лоренца має фундаментальну властивість, яка визначає всю специфіку руху зарядженої частинки в магнітному полі: вона не виконує роботи над частинкою. Доведення цього твердження є простим і водночас має принципове значення для розуміння подальших висновків.

За означенням, елементарна робота сили на елементарному переміщенні $d\vec{r}$ дорівнює скалярному добутку:

$$dA = \vec{F}_M \cdot d\vec{r}. \quad (1.8)$$

Оскільки $d\vec{r} = \vec{v} dt$, цей вираз можна записати як:

$$dA = \vec{F}_M \cdot \vec{v} dt = q[\vec{v} \times \vec{B}] \cdot \vec{v} dt. \quad (1.9)$$

З властивостей мішаного добутку трьох векторів випливає, що скалярний добуток векторного добутку двох векторів на один із цих самих векторів тотожно дорівнює нулю:

$$[\vec{v} \times \vec{B}] \cdot \vec{v} = 0, \quad (1.10)$$

оскільки векторний добуток $[\vec{v} \times \vec{B}]$ завжди перпендикулярний до кожного з векторів-співмножників, у тому числі й до $\vec{v}$. Отже, $dA = 0$ на будь-якій ділянці траєкторії, а повна робота магнітної сили за будь-який скінченний проміжок часу також дорівнює нулю:

$$A = \int dA = 0 \quad (1.11)$$

Згідно з теоремою про кінетичну енергію, зміна кінетичної енергії частинки дорівнює сумарній роботі всіх діючих на неї сил. Якщо магнітна сила є єдиною ($\vec{B} = 0$), то:

$$\Delta E_k = A = 0, \quad (1.12)$$

тобто кінетична енергія зарядженої частинки в магнітному полі зберігається. Звідси випливає й збереження модуля швидкості:

$$|\vec{v}| = v = \text{const} \quad (1.13)$$

Це твердження є одним з найважливіших у фізиці руху заряджених частинок і має ряд практично значущих наслідків.

По-перше, магнітне поле не може використовуватися для пришвидшення (збільшення енергії) частинок [2]. Усі сучасні прискорювачі – циклотрони, бетатрони, лінійні прискорювачі, синхротрони – реалізують пришвидшення виключно за рахунок електричних полів (або вихрових електричних полів, як у випадку бетатрона), тоді як магнітні поля виконують у них лише функцію керування траєкторією – повороту, фокусування, утримання частинок на заданій орбіті. Цей принциповий поділ функцій між

електричною та магнітною складовими електромагнітного поля визначає архітектуру всієї прискорювальної техніки.

По-друге, оскільки модуль швидкості не змінюється, не змінюється й модуль імпульсу частинки: $|\vec{p}| = m\vec{v} = \text{const}$. Однак напрямок імпульсу безперервно змінюється під дією магнітної сили, тобто імпульс як вектор не зберігається. Це показує, що магнітне поле здатне керувати рухом частинки, не передаючи їй енергії, – обставина, яка відрізняє його від усіх відомих типів консервативних сил у механіці.

Оскільки магнітна сила в кожен момент часу перпендикулярна до швидкості, вона виконує роль доцентрової сили, викривлюючи траєкторію частинки без зміни її швидкості та кінетичної енергії. Ця властивість дозволяє утримувати заряджену частинку на замкненій коловій або спіральній орбіті без додаткового підкачування енергії. Водночас у задачах, де магнітне поле повільно змінюється в просторі або часі, важливу роль відіграють інші закономірності – так звані адіабатичні інваріанти, серед яких для частинки зберігається величина:

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B}, \quad (1.14)$$

яку називають магнітним моментом частинки. Інваріантність μ не є точним законом збереження; вона виконується наближено за умови, що зміна поля на відстані ларморівського радіуса є малою порівняно з самим полем. Однак саме ця наближена закономірність забезпечує можливість утримання плазми в магнітних дзеркалах та токамаках: при русі частинки в область сильнішого поля її поперечна складова швидкості зростає, а поздовжня – зменшується, аж до повного відбиття частинки назад. Магнітний момент є першим у ряду адіабатичних інваріантів, що використовуються у фізиці плазми; за ним слідує поздовжній адіабатичний інваріант та інваріант потоку, які тут не розглядаються.

Збереження кінетичної енергії за формулою (1.12) є фундаментальним фізичним принципом, що визначає роль магнітного поля у фізиці заряджених частинок. Усі прилади, розглянуті далі – від електронно-променевої трубки до токамака, – побудовані на поєднанні двох можливостей: пришвидшенні частинок електричним полем та керуванні їхнім рухом магнітним полем без передачі енергії.

Розділ 2. Рух заряджених частинок у однорідному магнітному полі

2.1. Коловий та гвинтовий рух

Однорідне магнітне поле є найпростішою конфігурацією, що допускає повне аналітичне розв'язання рівняння руху зарядженої частинки. Під однорідним полем розуміють поле, у якому вектор магнітної індукції $\vec{B}$ є сталим за модулем і напрямком у всіх точках розглядуваної області простору. У реальних експериментальних умовах така конфігурація з достатньою точністю реалізується всередині довгого соленоїда або в центральній області зазору електромагніта з близько розташованими полюсами.

Характер руху зарядженої частинки в такому полі повністю визначається кутом α між векторами швидкості $\vec{v}$ та індукції $\vec{B}$. Залежно від значення цього кута розрізняють три якісно різні випадки.

Випадок 1. Швидкість паралельна полю ($\vec{v} \parallel \vec{B}$, $\alpha = 0^\circ$ або $\alpha = 180^\circ$). За такої взаємної орієнтації векторів модуль сили Лоренца, що визначається співвідношенням $F_L = |q| v B \sin \alpha$, дорівнює нулю, оскільки $\sin 0^\circ = \sin 180^\circ = 0$. Отже, магнітне поле не чинить жодної силової дії на частинку, і за відсутності інших полів вона рухається за інерцією – рівномірно й прямолінійно вздовж лінії індукції. Цей граничний випадок описано на Рисунку 2.1, де показано заряджену частинку, вектор швидкості якої колінеарний лінії магнітної індукції.

Із практичної точки зору саме цей режим використовується для безперешкодного транспортування пучків заряджених частинок уздовж осі магнітних лінз – наприклад, у вакуумних електронних приладах та в електронно-оптичних колонах мікроскопів, де поле виконує функцію фокусування поперечних коливань пучка, не впливаючи на його поздовжній рух.

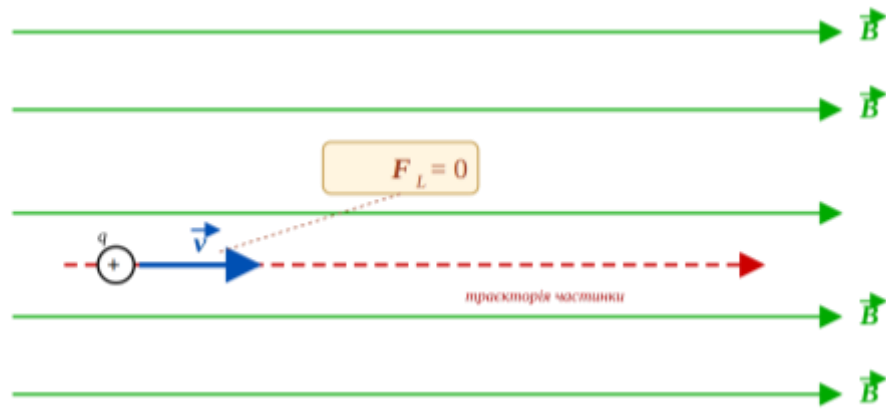


Рисунок 2.1. Вектор швидкості частинки паралельний вектору магнітної індукції поля

Випадок 2. Швидкість перпендикулярна полю ($\vec{v} \perp \vec{B}$, $\alpha = 90^\circ$). При перпендикулярному вльоті $\sin 90^\circ = 1$, і сила Лоренца досягає свого максимального значення $F_L = |q| v B$. Ця сила в кожен момент часу спрямована перпендикулярно як до вектора швидкості, так і до вектора індукції, тобто лежить у площині, перпендикулярній до $\vec{B}$. Оскільки сила постійно перпендикулярна до швидкості, вона не виконує роботи й не змінює модуля швидкості; її роль зводиться виключно до зміни напрямку руху. Така сила за визначенням є доцентровою, а траєкторія, утворена під її дією, являє собою коло.

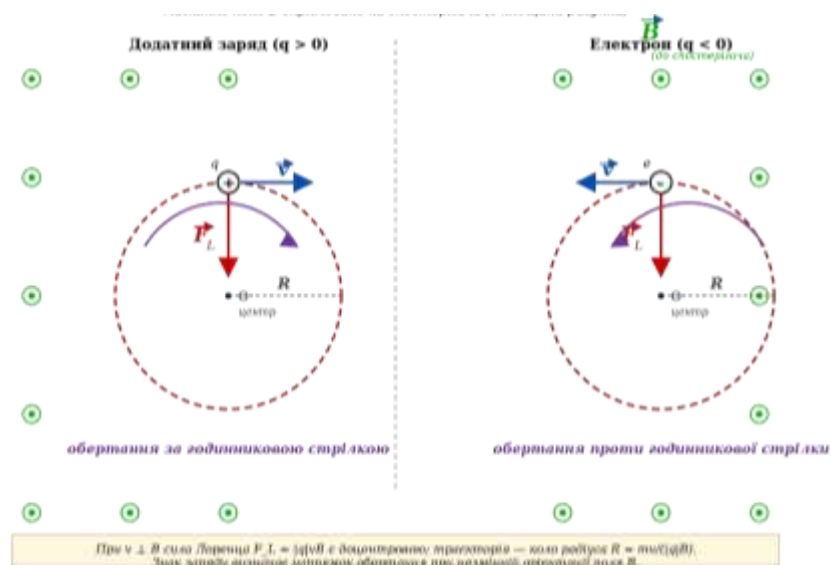


Рисунок 2.2 – Вектор швидкості частинки перпендикулярний вектору магнітної індукції поля

Випадок 3. Вліт під довільним кутом α ($0 < \alpha < 90^\circ$). У загальному випадку вектор швидкості частинки не є ні паралельним, ні перпендикулярним до поля. Аналіз цього випадку зручно проводити шляхом розкладання вектора швидкості на дві ортогональні складові – паралельну та перпендикулярну до вектора індукції:

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha, \quad v_{\perp} = v \sin \alpha. \quad (2.1)$$

Поздовжня складова $v_{\parallel}$ напрямлена вздовж $\vec{B}$, як показано у Випадку 1, не зазнає магнітного впливу – рух уздовж поля залишається рівномірним. Поперечна складова $v_{\perp}$ лежить у площині, перпендикулярній до $\vec{B}$, і, як показано у Випадку 2, спричиняє рівномірний коловий рух у цій площині. Принцип суперпозиції рухів дозволяє розглядати загальний рух як одночасне накладання прямолінійного рівномірного зміщення вздовж поля та колового обертання у поперечній площині.

Результатом такої суперпозиції є рух по гвинтовій лінії, вісь якої збігається з напрямком вектора $\vec{B}$. Цю траєкторію подано на Рисунку 2.3.

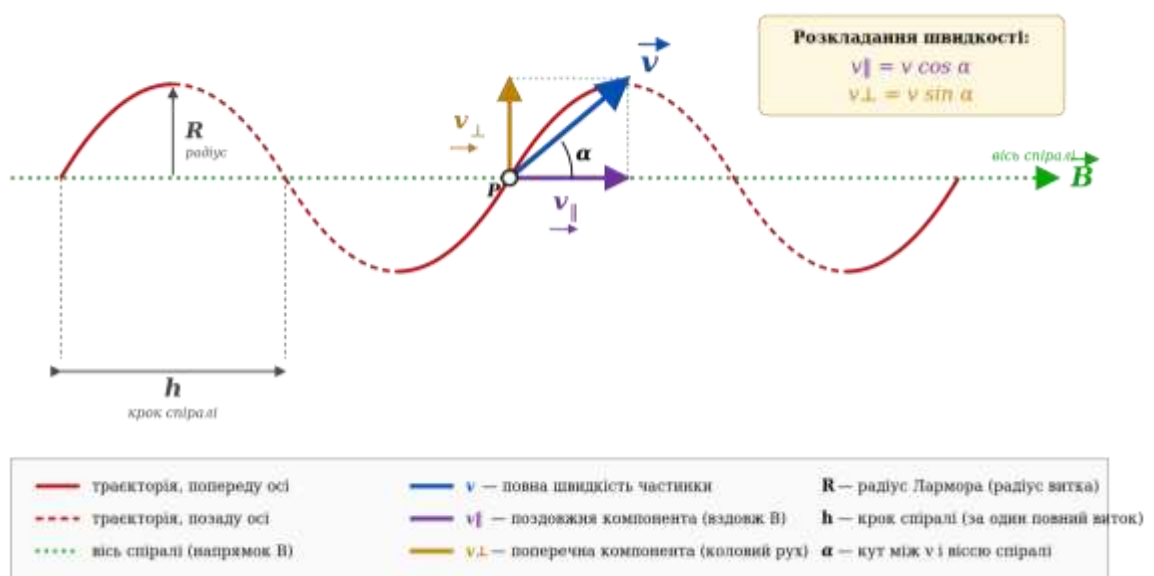


Рисунок 2.3 – Вліт під довільним кутом

На тлі ліній магнітної індукції зображено просторову спіраль; на ній позначено радіус R (відстань від осі до точки траєкторії), крок h (відстань між двома послідовними витками, виміряна вздовж осі), а також компоненти швидкості $v_{\parallel}$ та $v_{\perp}$ довільно обраній точці. Окремо позначено повну швидкість $\vec{v}$ як вектор-суму цих компонент та кут α між $\vec{v}$ і віссю спіралі.

Саме гвинтовий рух є найбільш загальною формою руху зарядженої частинки в однорідному магнітному полі; випадки 1 і 2 є його граничними реалізаціями при $\alpha = 0$ ($v_{\perp} = 0$, спіраль вироджується у пряму) та $\alpha = 90^\circ$ ($v_{\parallel} = 0$, спіраль вироджується у коло) [2].

2.2. Радіус Лармора та циклотронна частота

Кількісна характеристика колової складової руху отримується з умови рівноваги двох сил, що діють на частинку в поперечній площині: сили Лоренца та доцентрової сили інерції. Перша забезпечує викривлення траєкторії, друга – є кінематичним виразом її кругової природи.

Сила Лоренца, що діє на частинку, поперечна складова швидкості якої дорівнює $v_{\perp}$, має модуль (2.2):

$$F_L = |q|v_{\perp}B. \quad (2.2)$$

Доцентрова сила, необхідна для утримання частинки масою m на коловій траєкторії радіуса R , визначається відомим виразом класичної механіки:

$$F_{\text{ц}} = \frac{mv_{\perp}^2}{R}. \quad (2.3)$$

Прирівнюючи (2.2) і (2.3), отримаємо рівняння (2.4):

$$|q|v_{\perp}B = \frac{mv_{\perp}^2}{R}, \quad (2.4)$$

звідки безпосередньо впливає вираз для радіуса кругової складової руху:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{|q|B}. \quad (2.5)$$

Величину R називають радіусом Лармора, або ларморівським радіусом, на честь англійського фізика Дж. Лармора. У формулі (2.5) фізичний зміст кожного символу такий: m – маса частинки (для електрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг, для протона $m_p \approx 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг); $v_{\perp}$ – складова швидкості, перпендикулярна до вектора магнітної індукції; $|q|$ – модуль електричного заряду частинки; B – модуль магнітної індукції.

Із виразу (2.5) чітко видно, що радіус Лармора пропорційно зростає зі збільшенням маси частинки та її поперечної складової швидкості, але обернено пропорційно зменшується зі зростанням величини заряду й модуля магнітної індукції. На практиці це означає, що сильніше зовнішнє поле «закручує» заряджену частинку щільніше, змушуючи її рухатися по дузі меншого радіуса, тоді як важка масивна або високоенергетична швидка частинка має більшу інертність і, навпаки, потребує значно більшого простору для свого обертання в полі.

Період повного оберту частинки навколо лінії магнітної індукції визначається на основі класичного кінематичного співвідношення як повна довжина колової траєкторії, поділена на лінійну швидкість руху по ньому. Підставляючи в це співвідношення раніше отримане значення для ларморівського радіуса, можна прийти до важливого аналітичного висновку щодо часових характеристик такого руху:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}. \quad (2.6)$$

Підставляючи (2.5) у (2.6), отримуємо:

$$T = \frac{2\pi m}{|q|B}. \quad (2.7)$$

Відповідна циклічна (кутова) частота обертання, яку прийнято називати циклотронною (ларморівською) частотою, дорівнює:

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \frac{|q|B}{m}. \quad (2.8)$$

Аналіз формул (2.7) і (2.8) виявляє надзвичайно важливу особливість: період обертання T та циклотронна частота ω_c не залежать ані від швидкості частинки v (зокрема, від її поперечної складової $v_{\perp}$), ані від радіуса траєкторії R . Вони визначаються виключно питомим зарядом $|q|/m$ та індукцією зовнішнього поля B . Це означає, що дві частинки одного сорту, які рухаються в одному й тому самому полі з різними швидкостями, здійснюють повний оберт за однаковий час: повільніша описує мале коло, швидша – велике, але повний оберт обидві завершують одночасно.

Саме ця обставина становить фізичну основу класичного циклотрона – резонансного прискорювача важких заряджених частинок (протонів, дейтронів, α -частинок), запропонованого Е. Лоуренсом у 1930 році [5]. У циклотроні частинка багаторазово проходить між двома дуантами, до яких підведено змінну електричну напругу зі сталою частотою. Якщо частота генератора збігається з циклотронною частотою ω_c , то фаза прискорювального електричного поля синхронізована з рухом частинки, і при кожному перетині зазору між дуантами вона отримує додаткову порцію енергії. Зростання енергії веде до збільшення радіуса R (через зростання $v_{\perp}$),

але оскільки T не залежить від швидкості, синхронізація зберігається автоматично, без необхідності перенастроювати частоту генератора. Принципова обмеженість класичного циклотрона пов'язана з тим, що при наближенні швидкості до релятивістських значень маса m зростає, ω_c зменшується, і умова резонансу порушується – це обмеження долається у фазотронах та синхроциклотронах за рахунок модуляції частоти.

Крок гвинтової лінії, тобто відстань, яку частинка проходить вздовж напрямку поля за один повний оберт, визначається як добуток позадовжньої складової швидкості на період:

$$h = v_{\parallel} \cdot T = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{|q|B}. \quad (2.9)$$

З формули (2.9) випливає, що крок спіралі залежить як від модуля швидкості, так і від кута вльоту: чим більший кут α , тим менший крок (при $\alpha \rightarrow 90^\circ$ маємо $h \rightarrow 0$, і спіраль вироджується у коло); чим менший кут, тим спіраль витягнутіша вздовж осі (при $\alpha \rightarrow 0$ маємо $h \rightarrow \infty$, і спіраль наближається до прямої лінії). Це дозволяє керувати геометрією траєкторії пучка зміною кута вльоту, що використовується, наприклад, у магнітних системах фокусування.

2.3. Вплив початкових умов на характер руху

Геометрія траєкторії частинки в однорідному магнітному полі однозначно визначається чотирма параметрами: модулем початкової швидкості v , кутом вльоту α , масою частинки m та її зарядом q . Розглянемо, як зміна кожного з цих параметрів призводить до якісно різного впливу на радіус, період та крок спіралі.

Згідно з (2.5), радіус Лармора прямо пропорційний поперечній складовій швидкості: $R \sim v_{\perp} = v \sin \alpha$. Збільшення v удвічі при незмінному куті α удвічі

збільшує радіус кола. Крок спіралі (2.9) також пропорційний v – отже, прискорена частинка описує «розтягнуту» спіраль із більшими радіусом та кроком. Період і циклотронна частота при цьому не змінюються.

Вплив кута вльоту α . Зміна α перерозподіляє швидкість між поздовжньою та поперечною компонентами при незмінному модулі v . Зростання α від 0 до 90° збільшує $v_\perp = v \sin \alpha$ (і, отже, радіус R) та одночасно зменшує $v_\parallel = v \cos \alpha$ (і, отже, крок h). Таким чином, спіраль із витягнутої вздовж поля при малих α перетворюється на щільну, майже колову, при $\alpha \rightarrow 90^\circ$. Період обертання T зміни кута не зазнає.

Вплив маси m . Радіус (2.5) та період (2.7) прямо пропорційні масі. Збільшення маси веде до збільшення радіуса й періоду – важка частинка описує більше коло за більший час. Циклотронна частота, навпаки, обернено пропорційна масі.

Вплив заряду q . Радіус та період обернено пропорційні модулю заряду; чим більший заряд (наприклад, у багатозарядних іонів), тим менше коло описує частинка в тому ж полі. Знак заряду визначає напрямок обертання: при заданому напрямку поля та швидкості додатно й від'ємно заряджені частинки обертаються в протилежних напрямках, що дозволяє виокремити їх просторово.

Найбільш наочно вплив параметрів частинки проявляється при порівнянні поведінки електронів та важких іонів – наприклад, протонів. Відношення мас цих двох частинок становить $m_p/m_e \approx 1836$. Якщо в одне й те саме поле B із однаковою поперечною швидкістю $v_\perp$ запустити електрон і протон, то згідно з (2.5) радіус ларморівської траєкторії протона буде у 1836 разів більшим, ніж електрона; період обертання – також у 1836 разів більший. Крім того, оскільки заряди електрона та протона мають протилежні знаки, ці частинки обертаються у взаємно протилежних напрямках. У плазмі, що містить електрони й іони, ця обставина призводить до різкого розділення динаміки двох компонент: електрони здійснюють швидкі дрібні оберти

навколо ліній поля, тоді як іони рухаються повільніше й описують значно ширші спіралі.

Описаний ефект просторової сепарації покладено в основу принципу дії мас-спектрометра – приладу, призначеного для розділення іонів за відношенням маси до заряду m/q . У найпростішому магнітному мас-аналізаторі секторного типу пучок іонів, попередньо прискорених однаковою різницею потенціалів U (отже, такою, що має енергію $|q| U = mv^2/2$, звідки $v = \sqrt{2|q|U/m}$), вводиться у поперечне до поля положення. Радіус кругової траєкторії кожного іона визначається виразом (2.5), у який підставлено вищенаведену швидкість:

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{|q|}}. \quad (2.10)$$

Іони з різними значеннями m/q описують кола різних радіусів і потрапляють у різні точки детекторної площини, утворюючи мас-спектр. Саме ця методика, вперше реалізована Дж. Дж. Томсоном та удосконалена Ф. Астоном на початку XX століття, дозволила вперше експериментально виявити ізотопи стабільних елементів і донині залишається базовою у мас-спектрометрії.

2.4. Енергетичні характеристики руху

Магнітна складова сили Лоренца завжди перпендикулярна до вектора швидкості частинки, а її робота на будь-якому переміщенні тотожно дорівнює нулю. Із умови $dA = q[\vec{v} \times \vec{B}] \cdot \vec{v} dt = 0$ і теореми про кінетичну енергію безпосередньо випливає її сталість упродовж усього руху частинки в магнітному полі:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \text{const.} \quad (2.11)$$

Звідси випливає сталість модуля швидкості $|\vec{v}| = v = \text{const.}$ Це не означає, що швидкість як вектор не змінюється – її напрямок неперервно змінюється під дією сили Лоренца, описуючи коло або спіраль; не змінюється лише модуль.

У контексті цього розділу, де розглянуто три типи руху (прямолінійний, коловий, гвинтовий), збереження кінетичної енергії має конкретні наслідки для кожного з них. У прямолінійному русі ($\alpha = 0$) сила відсутня, і сталість v є тривіальною. У коловому ($\alpha = 90^\circ$) уся енергія належить поперечній складовій $v_\perp$, яка не змінюється – звідси сталість радіуса Лармора. У гвинтовому ($0 < \alpha < 90^\circ$) зберігаються незалежно обидві складові: $v_\parallel = v \cos \alpha$ і $v_\perp = v \sin \alpha$. Це означає, що крок спіралі h та радіус R – сталі величини, а сама траєкторія є строго регулярною гвинтовою лінією без поступових змін геометрії.

Останнє твердження принципове для подальшого порівняння з рухом у неоднорідному полі: саме там сталість окремих компонент порушується, хоча повна кінетична енергія продовжує зберігатися. На цьому контрасті будується вся теорія дрейфів та адіабатичних інваріантів.

Фактично, магнітне поле працює як динамічний фільтр, який повністю керує напрямком руху частинки, не змінюючи її енергетичний баланс. Цей принцип визначає архітектуру сучасних установок: у прискорювачах магнітні поля лише фокусують та утримують пучки на орбіті, тоді як розгін здійснюється електричними полями. У термоядерних реакторах магнітні пастки обмежують простір плазми, але не нагрівають її – для цього потрібні омичні чи високочастотні методи. У мас-спектрометрії такий характер взаємодії є ключовим для сепарації, оскільки поле розділяє іони у просторі суто за масою та зарядом, зберігаючи їхню кінетичну енергію незмінною.

У Таблиці 2.1 систематизовано основні риси трьох розглянутих режимів руху зарядженої частинки в однорідному магнітному полі.

Таблиця 2.1. Порівняння трьох режимів руху зарядженої частинки в однорідному магнітному полі.

Параметр	$\vec{v} \parallel \vec{B}$	$\vec{v} \perp \vec{B}$	Довільний кут α
Умова вльоту (кут α)	$\alpha = 0^\circ$ або $\alpha = 180^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$0 < \alpha < 90^\circ$
Геометрична форма траєкторії	Пряма лінія, паралельна $\vec{B}$	Коло у площині, $\perp \vec{B}$	Гвинтова лінія (спіраль) із віссю вздовж $\vec{B}$
Величина сили Лоренца	$F_L = 0$	$F_L = q vB$ (максимум)	$F_L = q v \sin \alpha =$ $= q v_\perp B$
Формула радіуса кривизни	Не визначена ($R \rightarrow \infty$)	$R = \frac{mv}{ q B}$	$R = \frac{mv \sin \alpha}{ q B} =$ $= \frac{mv_\perp}{ q B}$
Період обертання	Відсутній	$T = \frac{2\pi m}{ q B}$	$T = \frac{2\pi m}{ q B}$ (не залежить від α)
Крок спіралі h	$h \rightarrow \infty$ (вироджена спіраль)	$h = 0$	$h = \frac{2\pi mv \cos \alpha}{ q B}$
Характер зміни кінетичної енергії	$E_k = \text{const}$	$E_k = \text{const}$	$E_k = \text{const}$

Узагальнюючи результати досліджень, наведених у цьому розділі, можна зробити висновок, що характер руху зарядженої частинки в однорідному магнітному полі повністю визначається початковими умовами

вліту, а саме – кутом α між векторами швидкості v та індукції B . Представлена порівняльна таблиця наочно демонструє, як зміна цього параметра трансформує просторову геометрію руху. Коли кут дорівнює нулю або 180° , сила Лоренца не діє, і рух залишається одновимірним прямолінійним. Зі збільшенням кута до 90° траєкторія замикається у двовимірне коло в перпендикулярній площині, а за будь-яких проміжних значень рух стає тривимірним гвинтовим, представляючи собою суперпозицію поступального переміщення вздовж ліній поля та обертання навколо них.

Вкрай важливим аналітичним висновком із цієї класифікації є інваріантність часових характеристик колового та гвинтового рухів. Формули періоду обертання T свідчать, що час повного оберту частинки залежить виключно від її фундаментальних характеристик (маси й заряду) та індукції магнітного поля. Період залишається абсолютно сталим незалежно від лінійної швидкості частинки чи кута її вліту (для випадків, де обертання взагалі існує), що є ключовою фізичною властивістю, на якій базується робота циклічних прискорювачів.

Крім того, порівняльний аналіз яскраво підтверджує закон збереження кінетичної енергії частинки $E_k = \text{const}$ для всіх можливих геометричних конфігурацій її руху. Оскільки сила Лоренца у кожному випадку або дорівнює нулю, або спрямована строго перпендикулярно до вектора швидкості, вона принципово не виконує механічної роботи. Це фіналізує головну теоретичну концепцію розділу: стаціонарне однорідне магнітне поле виступає виключно як керуючий та фокусуючий фактор, який динамічно змінює траєкторію пучка, але не здатний змінити його загальний енергетичний баланс.

Розділ 3. Рух заряджених частинок у неоднорідному магнітному полі

3.1 Причини неоднорідності магнітного поля

Розглянутий у попередньому розділі рух у однорідному магнітному полі є зручною ідеалізацією, що допускає повне аналітичне розв'язання та слугує базою для якісного розуміння траєкторій заряджених частинок. Однак у реальних фізичних установках та природних умовах магнітне поле майже ніколи не є строго однорідним. Однорідність вимагає сталості вектора магнітної індукції $\vec{B}$ як за модулем, так і за напрямком у всіх точках розглядуваної області простору, що практично не реалізується ні в системах із обмеженими розмірами, ні в просторово розподілених джерелах поля.

Причини виникнення неоднорідності можна звести до кількох типових ситуацій. По-перше, будь-який реальний соленоїд має скінченну довжину, через що поблизу його торців магнітна індукція зменшується, а лінії індукції розходяться у простір; область наближено однорідного поля існує лише у центральній частині. По-друге, поле постійного магніту чи електромагніта зосереджене переважно поблизу полюсів і швидко спадає з відстанню, причому густина ліній різко змінюється у напрямку від одного полюса до іншого. По-третє, у системах, спеціально розрахованих на створення складних конфігурацій поля – таких як магнітні пастки, токамаки, мас-сепаратори та фокусувальні лінзи прискорювачів – неоднорідність є невід'ємною конструктивною особливістю, без якої прилад не виконує своєї функції. По-четверте, у природних умовах магнітне поле Землі, Сонця, інших небесних тіл та галактичних структур має суттєво неоднорідну будову, оскільки джерела цих полів мають скінченні розміри, а самі поля простягаються на величезні відстані з закономірним спаданням.

Геометрично неоднорідність магнітного поля проявляється у двох пов'язаних, але різних аспектах. Перший – це просторова зміна модуля $|\vec{B}|$: у

тих ділянках, де лінії індукції згущуються, поле сильніше, а там, де лінії розрідженні, – слабше. Кількісно цю обставину описує градієнт магнітної індукції ∇B , який є вектором, спрямованим у бік найбільшого зростання модуля поля. Другий аспект – зміна напрямку вектора $\vec{B}$ у просторі; лінії індукції викривлюються, перестають бути паралельними, і характерною мірою цієї деформації є радіус кривизни ліній. Обидва аспекти, як правило, проявляються одночасно: у конусоподібному звуженні магнітних пасток лінії одночасно і згущуються (зростає $|\vec{B}|$), і нахиляються до осі системи.

Принципово важливим є те, що зміна $\vec{B}$ у просторі якісно змінює характер дії сили Лоренца на частинку порівняно з випадком однорідного поля. В однорідному полі сила $\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]$ змінюється лише за напрямком – модуль її залежить виключно від модуля швидкості та кута між $\vec{v}$ і $\vec{B}$, і всі параметри руху (радіус Лармора, період, крок спіралі) залишаються сталими. У неоднорідному полі, навпаки, при переміщенні частинки з однієї точки в іншу змінюється сам вектор $\vec{B}$, унаслідок чого змінюється і миттєвий радіус кривизни траєкторії, і її просторова орієнтація. Крім того, у нахилених ділянках ліній індукції сила Лоренца набуває складових, перпендикулярних до миттєвої локальної осі обертання, що зумовлює поступове зміщення центра кругового руху – так званий дрейф. У місцях згущення ліній виникає поздовжня складова сили, що штовхає частинку у бік слабшого поля, – основа ефекту магнітного дзеркала.

Таким чином, у неоднорідному полі рух заряджених частинок не зводиться до простої спіралі вздовж лінії індукції. Замість цього спостерігається складна квазіперіодична траєкторія, у якій ларморівське обертання поєднується з повільним зміщенням центра обертання – так званого ведучого центра – у просторі. Наближення ведучого центра, за яким повна траєкторія розкладається на швидке обертання та повільний дрейф, є стандартним методом аналізу руху частинок у плазмі та геофізиці; саме на цьому підході побудовано всі подальші підрозділи розділу 3.

3.2. Дрейфи заряджених частинок

Найбільш простим і водночас принципово важливим прикладом ситуації, що виходить за межі чисто магнітної задачі, є рух зарядженої частинки в одночасній присутності постійних електричного та магнітного полів, що взаємно перпендикулярні. Така конфігурація реалізується у численних приладах – від магнетронних генераторів НВЧ-випромінювання до фільтрів Вина та певних типів мас-аналізаторів.

Розглянемо ситуацію, у якій магнітне поле $\vec{B}$ напрямлене на спостерігача, а електричне поле $\vec{E}$ лежить у площині рисунка та напрямлене, наприклад, угору. Якщо в цю систему ввести додатно заряджену частинку без початкової швидкості, то на неї діятиме лише сила $q\vec{E}$, спрямована вгору. Частинка починає прискорюватися, набуває швидкості, і одразу ж «включається» сила Лоренца $q[\vec{v} \times \vec{B}]$, яка викривлює її траєкторію. У результаті накладання двох впливів частинка вже не рухається ні по прямій, ні по колу, а описує характерну криву – циклоїду.

Фізична природа результуючого руху прозоріша, коли його розкласти на дві складові. У першій півхвилі траєкторії, коли частинка рухається в напрямку, узгодженому з електричним полем, поле прискорює її, поперечна швидкість зростає, отже, миттєвий радіус Лармора $R = mv_{\perp} / |q| B$ також збільшується. У другій півхвилі частинка рухається проти напрямку $\vec{E}$, поле гальмує її, швидкість падає, радіус кривизни зменшується. Через таку асиметрію траєкторія перестає замикатися: кожен наступний «великий» виток виявляється трохи зміщеним відносно попереднього у певному фіксованому напрямку. Цей систематичний зсув і становить суть електричного дрейфу.

Отже, ведучий центр частинки переміщується з постійною швидкістю:

$$\vec{v}_d = \frac{[\vec{E} \times \vec{B}]}{B^2}, \quad (3.1)$$

напрямок якої перпендикулярний як до $\vec{E}$, так і до $\vec{B}$. У розглядуваному випадку (для $\vec{B}$ на спостерігача та $\vec{E}$ угору) дрейф напрямлений горизонтально праворуч.

Геометрію цього процесу подано на Рисунку 3.1. На рисунку зображено площину, перпендикулярну до $\vec{B}$ (магнітне поле позначено кружками з крапкою, що відповідає виходу ліній індукції із площини на спостерігача); вертикальним вектором $\vec{E}$ показано напрямок електричного поля; циклоїдоподібна крива з кількома витками різного радіуса демонструє траєкторію частинки; стрілка $\vec{v}_d$ горизонтально вказує напрямок дрейфу ведучого центра. У одній із точок траєкторії відмічено сили: електричну $q\vec{E}$ та магнітну $\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]$; видно, як їх взаємодія викривлює траєкторію.

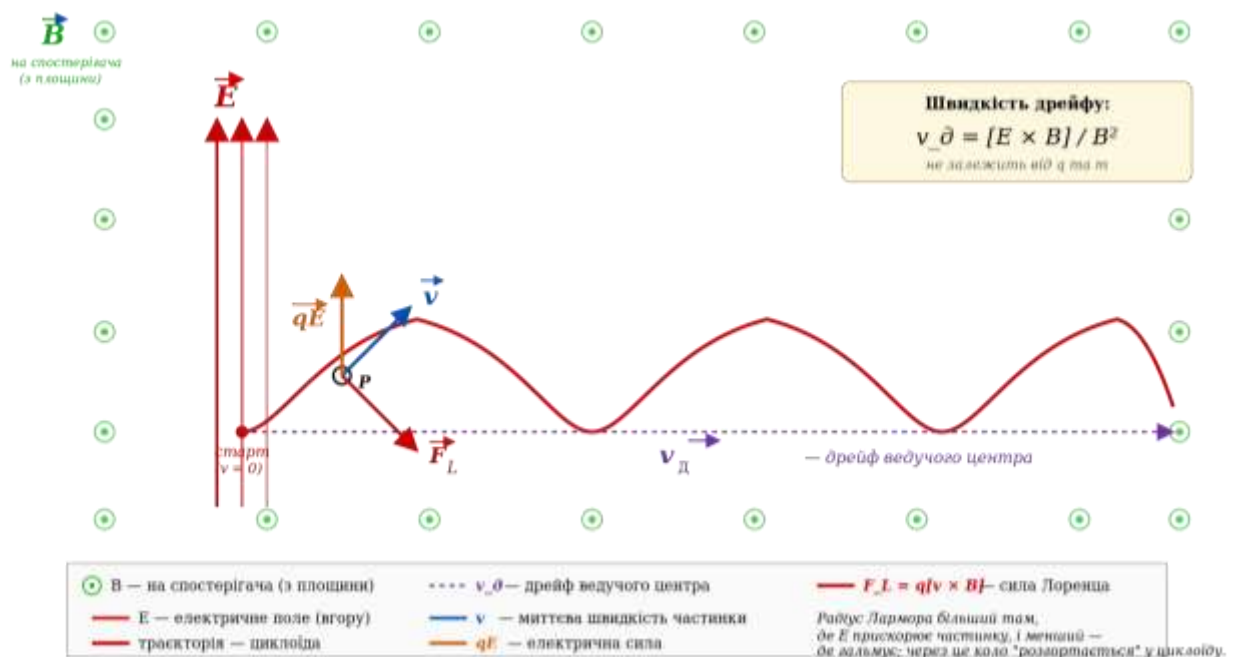


Рисунок 3.1 – Рух зарядженої частинки у схрещених полях ($\vec{E} \perp \vec{B}$)

Особливість виразу (3.1) полягає в тому, що швидкість дрейфу не залежить від знака заряду та маси частинки [3]. Це означає, що електрони та позитивні іони, незважаючи на протилежне обертання у магнітному полі, дрейфують в одну сторону з однаковою швидкістю. Як наслідок, дрейф у

схрещених полях не створює електричного струму у середовищі – він рухає квазінейтральну плазму як ціле. Цю властивість використовують у багатьох плазмових приладах та діагностичних методиках.

Окремий тип дрейфу виникає за умови, що магнітне поле повільно змінюється за модулем у просторі. Якщо частинка рухається по ларморовському колу в полі, модуль якого має градієнт ∇B , перпендикулярний до напрямку $\vec{B}$, то в різних точках цього кола вона потрапляє у поле різної інтенсивності. На стороні з сильнішим полем миттєвий радіус кривизни менший, на стороні зі слабшим – більший. Замість замкненого кола виходить розімкнута крива, центр якої повільно зміщується перпендикулярно до ∇B і до $\vec{B}$ одночасно. Цей механізм називають градієнтним дрейфом; на відміну від електричного, його швидкість залежить як від кінетичної енергії, так і від знака заряду, що зумовлює просторове розділення електронів та іонів і виникнення дрейфових струмів у плазмі. Детальний кількісний опис градієнтного дрейфу, а також пов'язаного з ним відцентрового дрейфу, виходить за межі цієї роботи; тут важливо лише зафіксувати, що сам факт неоднорідності модуля поля автоматично породжує повільне зміщення центра обертання, аналогічне за структурою електричному дрейфу.

3.3. Ефект магнітного дзеркала

Найбільш характерний ефект, що виникає при русі частинки в неоднорідному магнітному полі зі збіжними лініями індукції, полягає у її гальмуванні у поздовжньому напрямку та можливому відбитті від ділянки з посиленням полем. Цей ефект отримав назву магнітного дзеркала.

Розглянемо ситуацію, у якій магнітне поле має вісь симетрії; вздовж осі лінії індукції згущуються у певній області, формуючи «горлечко», в якому $|\vec{B}|$ досягає максимуму. Заряджена частинка, що рухається із периферії до горлечка, описує гвинтову траєкторію навколо локальної лінії індукції. Однак

самі лінії на ділянці згущення вже не паралельні осі, а нахилені до неї. Відповідно, поле $\vec{B}$ у точці перебування частинки має не лише поздовжню (вздовж осі), але й радіальну (до осі) компоненту.

При обчисленні сили Лоренца $\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]$ цей нахил має принципово важливий наслідок. Поперечна складова швидкості $v_{\perp}$, що відповідає за кругове обертання, у поєднанні з радіальною компонентою $\vec{B}_r$ дає внесок у силу, спрямований уздовж осі у бік слабшого поля. Іншими словами, із виникненням нахилу ліній індукції сила Лоренца, окрім свого «звичайного» доцентрового внеску в коловому русі, набуває додаткової поздовжньої складової $F_{\parallel}$, яка штовхає частинку назад – у ділянку, де поле слабше. Чим глибше частинка заходить у зону сильного поля, тим більший нахил ліній і тим більша поздовжня сила, що її виштовхує.

Кількісно цей процес зручно описати через інтеграл руху, що зберігається з високою точністю, – магнітний момент колової складової руху частинки:

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B}. \quad (3.2)$$

Фізичний зміст μ безпосередньо впливає з його структури: коловий рух зарядженої частинки еквівалентний коловому струму, що створює власне магнітне поле, а величина (3.2) виражає магнітний момент цього еквівалентного струму. На відміну від енергії або імпульсу, μ не є точним інтегралом руху; ця величина зберігається лише наближено – як адіабатичний інваріант – за умови, що зміна магнітного поля на відстані одного ларморівського радіуса є малою порівняно з самим полем [3]. У більшості практично важливих випадків (іоносфера, магнітосфера, плазмові пастки) ця умова виконується з великим запасом, тому μ можна вважати сталою з достатньою точністю.

Збереження магнітного моменту разом із законом збереження кінетичної енергії дозволяє кількісно описати рух частинки уздовж нерівномірного поля. Із (3.2) випливає, що при русі в область з більшим B поперечна швидкість зростає:

$$v_{\perp}^2 = \frac{2\mu B}{m}. \quad (3.3)$$

Водночас повна кінетична енергія $E_k = m(v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2)/2$ зберігається (магнітне поле не виконує роботи). Тому зростання $v_{\perp}^2$ можливе лише за рахунок зменшення $v_{\parallel}^2$:

$$v_{\parallel}^2(B) = v_0^2 - \frac{2\mu B}{m}, \quad (3.4)$$

де v_0 – повна швидкість частинки, стала вздовж усієї траєкторії. У певній точці поля, для якої $B = B_b = mv_0^2/(2\mu)$, поздовжня швидкість $v_{\parallel}$ обертається на нуль – це і є точка відбиття. Далі частинка вже не може просунутися у бік сильнішого поля; вона зупиняється у поздовжньому напрямку, продовжуючи коловий рух, а потім розгортається й починає рух у зворотному напрямку, набираючи поздовжню швидкість за рахунок зменшення $v_{\perp}$.

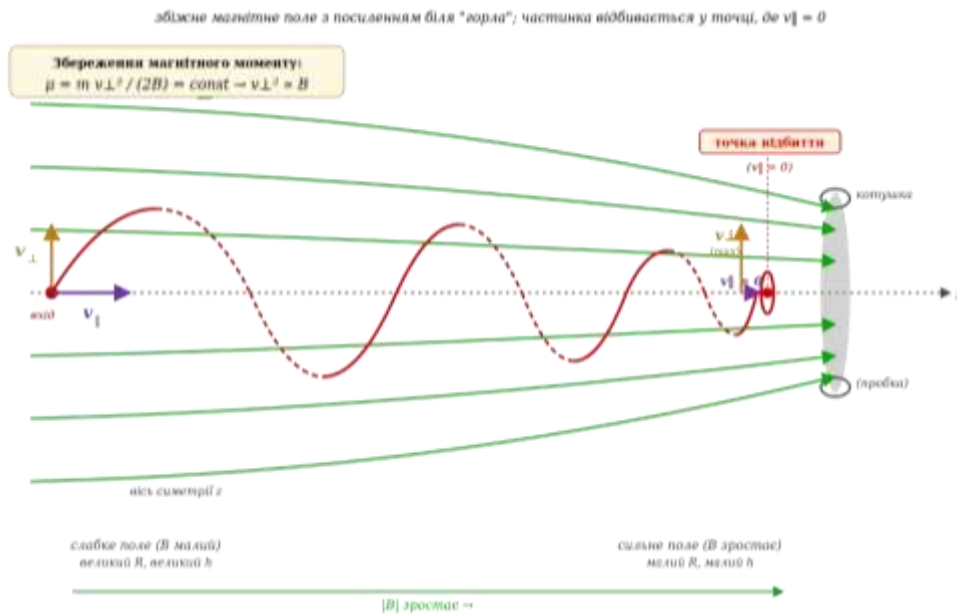


Рисунок 3.2 – Ефект магнітного дзеркала

Геометрію описаного процесу подано на Рисунку 3.2. На рисунку зображено вісь симетрії та сімейство ліній магнітної індукції, що збігаються до правого кінця системи, утворюючи «горлечко» з посиленням полем. На лініях індукції накладено гвинтову траєкторію частинки, що входить у систему з лівого боку з певними початковими $v_{\parallel}$ та $v_{\perp}$. По мірі просування праворуч крок спіралі зменшується (бо $v_{\parallel}$ падає), а її радіус – також зменшується (бо $R = m v_{\perp} / |q| B$ обернено пропорційний B , що зростає швидше за $v_{\perp}$). У точці відбиття траєкторія «сплющується» до плоского кола, після чого частинка повертається у бік меншого поля.

Аналіз ефекту магнітного дзеркала дозволяє зробити висновок, що рух зарядженої частинки у неоднорідному полі зі збіжними лініями індукції підпорядковується фундаментальним законам збереження енергії та магнітного моменту як адіабатичного інваріанта. Гальмування та подальше відбиття частинки в області сильного поля зумовлене появою поздовжньої складової сили Лоренца, яка виникає через геометричний нахил ліній індукції й діє у бік слабшого поля. Оскільки стаціонарне магнітне поле не виконує механічної роботи, збільшення поперечної швидкості під час просування вглиб «горлечка» відбувається виключно за рахунок зменшення поздовжньої складової. Як наочно проілюстровано на Рисунку 3.2, цей процес

трансформації кінематичних характеристик неминуче призводить до повної зупинки поздовжнього руху та реверсу частинки, що робить конфігурацію магнітного дзеркала ефективним інструментом для безконтактного просторового обмеження та локалізації плазмових потоків.

3.4. Умови затримання заряджених частиц у магнітному полі

Здатність магнітного дзеркала відбивати частинку залежить від співвідношення між її початковими $v_{\parallel}$ і $v_{\perp}$ та параметрами магнітного поля. Зручним параметром для опису цього співвідношення є так званий пітч-кут θ – кут між вектором швидкості частинки та локальним напрямком магнітного поля:

$$\sin \theta = \frac{v_{\perp}}{v_0}, \quad \cos \theta = \frac{v_{\parallel}}{v_0}. \quad (3.5)$$

Розглянемо магнітну пастку, у якій поле змінюється від мінімального значення $B_{\min}$ (у центрі) до максимального $B_{\max}$ (у горлі). Введемо величину $R_m = B_{\max}/B_{\min}$, яку називають пробковим відношенням («mirror ratio»).

Із сталості μ випливає, що поперечна швидкість у точці, де поле дорівнює B , пов'язана з поперечною швидкістю в центральній точці (де $B = B_{\min}$) співвідношенням $v_{\perp}^2(B)/B = v_{\perp,0}^2/B_{\min}$. Щоб частинка відбилася від горла пастки, необхідно, щоб її поздовжня швидкість обернулась на нуль раніше, ніж вона досягне точки з $B = B_{\max}$, тобто щоб уся початкова кінетична енергія перейшла у поперечний рух. Підставляючи умову $v_{\parallel} = 0$ у баланс енергії, отримуємо:

$$\sin^2 \theta_k = \frac{B_{\min}}{B_{\max}} = \frac{1}{R_m}, \quad (3.6)$$

де θ_k називається критичним пітч-кутом. Усі частинки, у яких початковий пітч-кут $\theta_0 \geq \theta_k$, відбиваються магнітним дзеркалом і залишаються у пастці [3]. Частинки ж із $\theta_0 < \theta_k$ мають «занадто велику» поздовжню швидкість порівняно з поперечною, не встигають "перекачати" свою енергію в поперечну складову до досягнення горла й покидають пастку, протікаючи крізь дзеркало.

У просторі швидкостей $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ ця умова визначає характерну ділянку – конус втрат. Геометрію цього конуса показано на рисунку 3.3. На рисунку у площині $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ зображено вісь $v_{\parallel}$ (горизонтально) та $v_{\perp}$ (вертикально); з початку координат проведено дві симетричні (відносно осі $v_{\perp}$) прямі під кутом θ_k до осі $v_{\parallel}$, що утворюють відкриті у обидва боки кутові області. Внутрішня частина цих кутів (де $\theta < \theta_k$) – це і є «конус втрат»: усі частинки, точка зображення яких у просторі швидкостей потрапляє всередину цього конуса, неминуче покидають пастку. Зовнішня область (більші пітч-кути) відповідає утриманим частинкам.

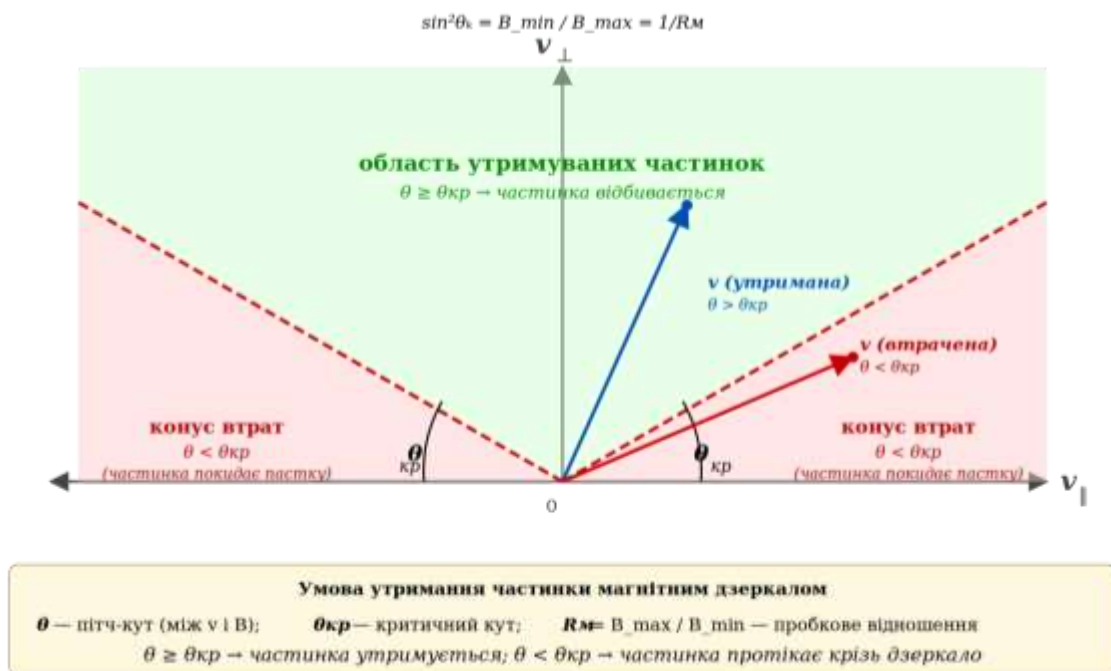


Рисунок 3.3 – Конус втрат у просторі швидкостей

З формули (3.6) випливає, що чим більше пробкове відношення R_m , тим менший конус втрат і тим ефективнішим є утримання. Однак збільшення R_m обмежене технічно – створення дуже сильних полів у горлі пастки потребує значних магнітних систем; крім того, у плазмових установках частинки внаслідок розсіювання на зіткненнях поступово потрапляють у конус втрат, що породжує характерну проблему втечі плазми крізь дзеркала, важливу для термоядерних застосувань.

Принцип утримання частинок між двома магнітними дзеркалами становить основу магнітної пастки (інакше – магнітної пляшки, пробкотрона). Така пастка створюється двома симетричними котушками з посиленням полем у двох протилежних кінцях деякої камери; між ними формується область відносно слабкого поля, у яку інjektують заряджені частинки. Кожна частинка, що задовольняє умові (3.6), здійснює періодичні поздовжні коливання між двома дзеркалами, описуючи водночас гвинтовий рух навколо ліній індукції. Цей тип установки відіграв важливу роль на ранніх етапах розвитку керованого термоядерного синтезу й донині використовується у дослідницьких та технологічних плазмових системах.

Природний приклад магнітної пастки реалізує сама Земля. Геомагнітне поле має дипольну структуру, причому щільність ліній суттєво зростає поблизу магнітних полюсів – фактично біля полюсів формуються два природні магнітні дзеркала. Заряджені частинки сонячного вітру та галактичних космічних променів, що потрапляють у магнітосферу, виявляються захопленими: вони здійснюють складний потрійний рух – швидке гвинтове обертання навколо силових ліній, поздовжні коливання між північним і південним магнітними дзеркалами та повільний азимутальний дрейф навколо Землі. Результатом є існування двох концентричних областей із підвищеною концентрацією захоплених частинок, відомих як радіаційні пояси Ван Алена, відкритих у 1958 році. Внутрішній пояс містить переважно високоенергетичні протони, зовнішній – електрони. Радіаційні пояси є визначальним фактором радіаційної обстановки на низьких і середніх навколоземних орбітах і

впливають на конструкцію бортової апаратури всіх космічних апаратів. Той самий механізм магнітного утримання діє у магнітосферах інших планет із власним магнітним полем – Юпітера, Сатурна, Урана й Нептуна – створюючи там аналогічні зони захоплених заряджених частинок, які спостерігаються методами дистанційного зондування.

Таким чином, ефект магнітного дзеркала виявляється спільною фізичною основою як для штучних плазмових пасток, що використовуються у термоядерних та технологічних дослідженнях, так і для природних утворень – радіаційних поясів планет. Кількісним критерієм утримання є умова (3.6), а просторовий розподіл утриманих та неутриманих частинок у фазовому просторі описується конусом втрат, проілюстрованим на Рисунку 3.3.

Розділ 4. Лабораторна робота «Визначення питомого заряду електрона методом магнетрона»

Експериментальне визначення питомого заряду електрона методом магнетрона було проведено нами при виконанні лабораторної роботи [7].

Мета роботи [7]: вивчення закономірностей руху заряджених частинок в магнітному полі і визначення питомого заряду електрона.

Прилади й матеріали: лабораторна установка для визначення питомого заряду електрона методом магнетрона.

В лабораторній роботі [7] розглядається метод магнетрона, за допомогою якого можливо експериментально виміряти питомий заряд електрону. **Питомим зарядом** частинки називається відношення електричного заряду частинки до її маси, одиницею вимірювання якого є Кл/кг.

Якщо заряджена частинка рухається в однорідному магнітному полі перпендикулярно напрямку поля, то її траєкторія являє собою коло. На заряджену частинку в магнітному полі діє сила Лоренца, що дорівнює

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (4.1)$$

В (4.1) q є величина електричного заряду частинки, $\vec{v}$ – її швидкість, $\vec{B}$ – магнітна індукція. Сила Лоренца (точніше, магнітна складова сили Лоренца) (4.1) є доцентровою силою. Радіус кола можна знайти, якщо прирівняти добуток маси частинки на доцентрове прискорення і силу Лоренца:

$$ma = m \frac{v^2}{R} = qvB. \quad (4.2)$$

В (4.2) взято до уваги, що $\vec{v} \perp \vec{B}$. Тож, радіус кола R дорівнює:

$$R = \frac{mv}{Bq}. \quad (4.3)$$

Вимірюючи R , можна знайти питомий заряд q/m .

Магнетрон є пристрій, який застосовується для генерації електромагнітних хвиль надвисокої частоти. Зокрема, магнетрон є основним елементом побутових НВЧ-печей, які використовують енергію електромагнітних хвиль для приготування їжі. В магнетроні електромагнітні хвилі випромінюються електронами, які рухаються у схрещених електричному і магнітному полях. Електрони в магнетроні рухаються по траєкторіям близьким до колових. Радіуси кривизни траєкторій електронів, як і у випадку (4.3), обернено пропорційні питомому заряду електрона.

Метод магнетрона полягає в дослідженні залежності електричного струму в двохелектродній лампі а з циліндричним анодом, та розташованим на його осі катодом, від величини зовнішнього магнітного поля. В такій лампі, яка поміщена всередину соленоїда, вісь симетрії якого співпадає з катодом, електрони рухаються таким же чином, як і у магнетроні. За відсутності магнітного поля електрони, що вилітають з катода, під дією електричного поля рухаються по радіусу (рисунок 4.1, траєкторія а). Вмикання магнітного поля приводить до викривлення траєкторій під дією сили Лоренца: (траєкторія б). Чим більша магнітна індукція B , тим менший радіус кривизни траєкторії. При певному значенні магнітної індукції, яка називається критичною $B_{кр}$, траєкторії стають замкненими (траєкторія в), і електрони перестають попадати на анод, внаслідок чого анодний струм різко зменшується. Подальше збільшення поля приводить до ще більшого зменшення радіуса траєкторії і анодний струм зникає.

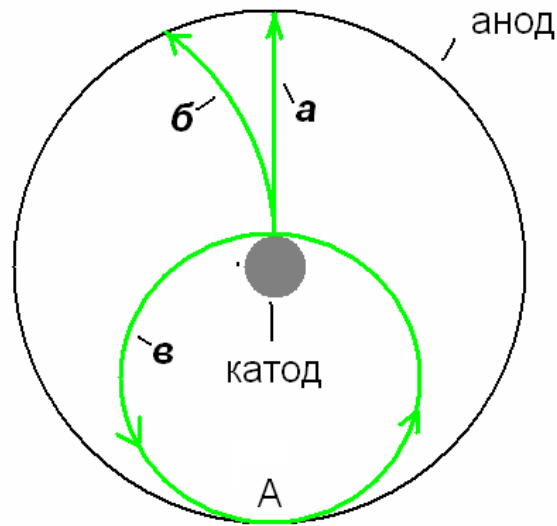


Рисунок 4.1. Схема руху електронів в двохелектродній лампі

Будемо описувати рух електрона у циліндричних координатах r, φ (r – відстань електрона від катоду, φ – кут, на який обертається радіус-вектор електрона (начало координат співпадає з катодом)). Розглянемо траєкторію v . Швидкість електрона можна розкласти на радіальну (паралельну радіусу) і тангенціальну (перпендикулярну радіусу) компоненти $\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\tau$, де $v_r = dr/dt$ і $v_\tau = r d\varphi/dt = r\omega$ (ω є кутова швидкість). В точці А максимальної відстані $r_{\max}$ електрона від катоду його радіальна швидкість дорівнює нулю. Тож в точці А $v = r_{\max}\omega$. Оскільки магнітна складова сили Лоренца не виконує роботи, кінетична енергія електрона дорівнює роботі електростатичного поля. В точці А:

$$eU = \frac{mv^2}{2} = \frac{mr_{\max}^2\omega^2}{2}, \quad (4.4)$$

де U – електростатичний потенціал в точці А. Для визначення кутової швидкості ω запишемо основне рівняння динаміки обертального руху.

$$\frac{d}{dt}(J\omega) = M \quad (4.5)$$

де M – момент сили, що діє на електрон (відносно осі, що співпадає з катодом), і $J = mr^2$ – момент інерції електрону. Сила, що діє на електрон:

$$\vec{F} = -e\vec{E} - e\vec{v} \times \vec{B}. \quad (4.6)$$

В даному випадку момент електростатичної компоненти сили дорівнює нулю (плече сили дорівнює нулю). В момент дає внесок тільки тангенціальна (перпендикулярна радіуса) компонента магнітної складової сили Лоренца. Ця компонента дорівнює $F_{L,\perp} = ev_r B$. Плече цієї компоненти сили є r . Таким чином, момент сили дорівнює:

$$M = ev_r Br = eBr \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{eBr^2}{2} \right). \quad (4.7)$$

$$\frac{d}{dt} (mr^2 \omega) = \frac{d}{dt} \left(\frac{eBr^2}{2} \right), \quad (4.8)$$

$$mr^2 \omega = \frac{eBr^2}{2} + const. \quad (4.9)$$

Константа $const$ підлягає визначенню. Оскільки рівняння (4.9) виконується в усіх точках траєкторії, в тому числі, в точці $r = 0$. то $const = 0$. Підставляючи в (4.9) $const = 0$ і скорочуючи r^2 , маємо:

$$\omega = \frac{eB}{2m}. \quad (4.10)$$

Підставляючи (4.10) в (4.4), знаходимо;

$$U = \frac{e}{m} \frac{B^2 r_{\max}^2}{8}. \quad (4.11)$$

Траєкторія дотикається анода, коли $r_{\max} = R_a$ (R_a – радіус анода). При цьому, U дорівнює напрузі між катодом і анодом. З (4.11) впливає наступна формула для визначення питомого заряду:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{B_{\text{кр}}^2 R_a^2} \quad (4.12)$$

Критичну магнітну індукцію будемо розраховувати за допомогою формули для нескінченно довгого соленоїда:

$$B_{\text{кр}} = \frac{\mu_0 I_{\text{кр}} \cdot N}{l} \quad (4.13)$$

де N – число витків соленоїда, l – його довжина, $I_{\text{кр}}$ – значення сили струму в соленоїді в точці перегину кривої залежності анодного струму I_a від струму в соленоїді I_c , $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала.

Опис установки

Установка для роботи [7] зображена на рисунку 4.2. Обмотка соленоїда С живиться від джерела постійного струму напругою 50 В. Струм в соленоїді вимірюється амперметром А1, силу струму змінюють за допомогою реостата R зі змінним опором. Анодна напруга подається від універсального джерела живлення. Величина напруги контролюється вольтметром В за допомогою потенціометра П. Двохелектродна лампа розташована всередині соленоїда С. Анодний струм вимірюється амперметром А2.

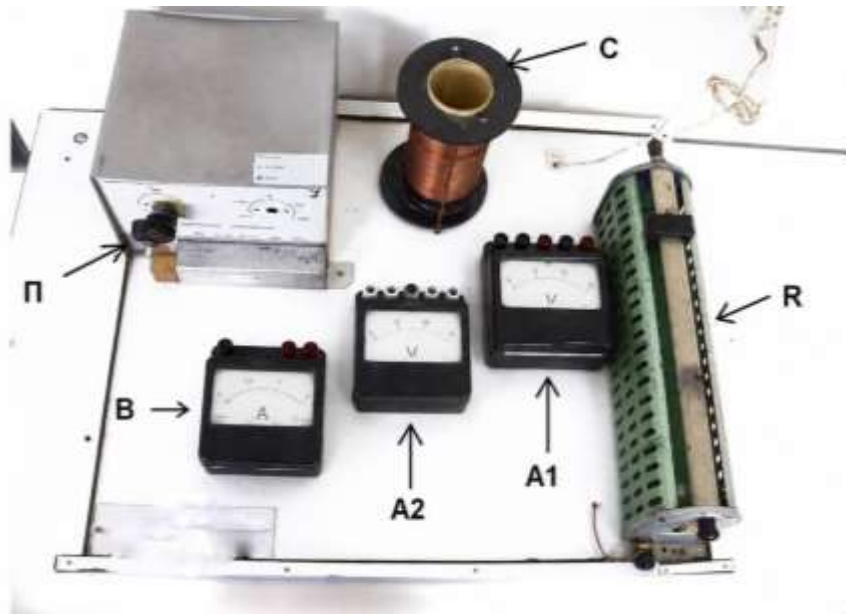


Рисунок 4.2 – Лабораторна установка

Послідовність виконання роботи [7]

Встановити за допомогою потенціометра П напругу між анодом і катодом $U=90$ В.

Виміряти значення анодного струму I_a для наступних значень струму, що тече крізь соленоїд ($I_c = 0, 0,2$ А; $0,4$ А; $0,6$ А; $0,65$ А; $0,7$ А; $0,75$ А; $0,8$ А; $1,0$ А; $1,2$ А; $1,4$ А). У процесі роботи підтримувати постійну анодну напругу. Значення струму соленоїда та відповідне йому значенні I_a анодного струму записати у вигляді таблиці.

На підставі цих даних побудувати графік залежності анодного струму I_a від струму в соленоїді I_c . Визначити з графіка значення струму в соленоїді $I_{кр}$, що відповідає точці перегину кривої $I_a(I_c)$.

За формулою (1) (див. додаток) розрахувати величину критичної напруженості $H_{кр}$.

За формулою (2) (див. додаток) визначити питомий заряд електрона e/m .

Додаток 1.

Приклад оформлення лабораторної роботи

Робочі формули для визначення критичного магнітного поля і питомого заряду.

$$H_{кр} = \frac{N}{l} I \quad (1)$$

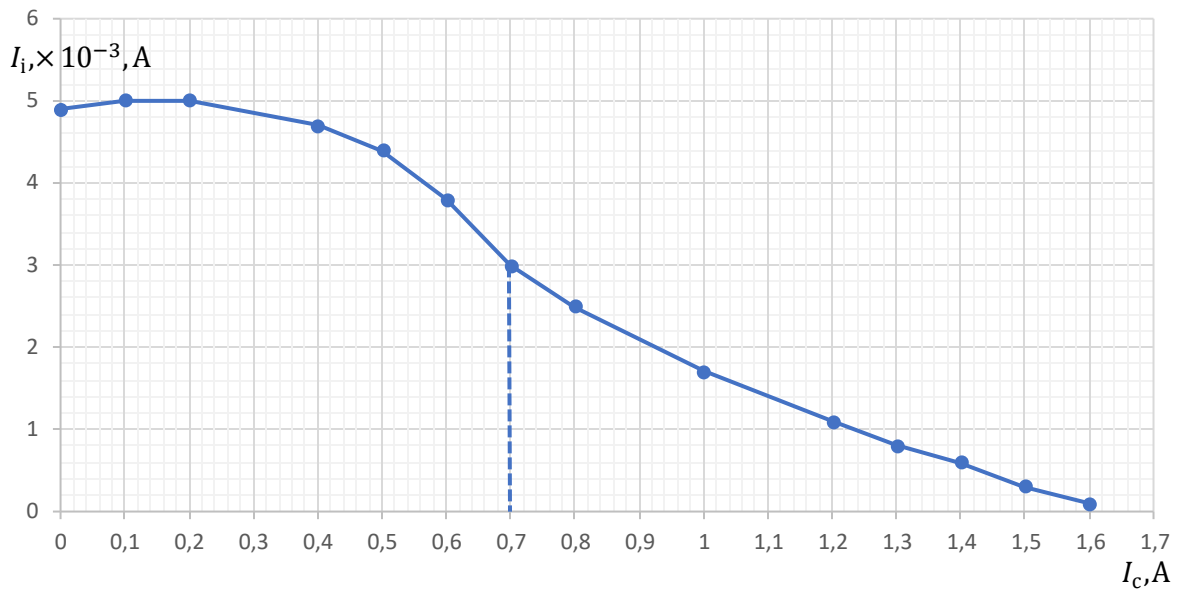
$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{\mu_0^2 H^2 R^2} \quad (2)$$

Дані, що приведені на панелі установки:

- Число витків соленоїда: $N = 2000$
- Довжина соленоїда: $l = 0,155$ м
- Радіус анода: $R_a = 0,006$ м
- Значення напруги між катодом і анодом, що підтримується сталим під час вимірювань: $U = 90$ В

Таблиця 4.1 Результати експерименту.

I_c, A	$I_a \cdot 10^{-3}, A$
0	4,9
0,1	5
0,2	5
0,4	4,7
0,5	4,4
0,6	3,8
0,7	3
0,8	2,5
1,0	1,7
1,2	1,1
1,3	0,8
1,4	0,6
1,5	0,3
1,6	0,1

Рисунок 4.3 – Графік залежності $I_a(I_c)$

Визначаємо із графіка значення струму I_c в точці перегину кривої.

$$I_{кр} = 0,7 \quad (\text{A})$$

Розрахунок критичної напруженості поля і питомого заряду електрона.

$$H_{кр} = \frac{N}{l} I$$

$$H_{кр} = \frac{2000}{0,155} 0,7 = 9032,26 (\text{A} / \text{м})$$

Питомий заряд електрону – експериментальне значення:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{\mu_0^2 H^2 R^2}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot 90}{(4\pi \cdot 10^{-7})^2 \cdot 9032,26^2 \cdot 0,006^2} = 1,56 \cdot 10^{11} (\text{Кл/кг})$$

Питомий заряд електрону – теоретичне значення:

$$\frac{e}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 1,7 \cdot 10^{11} (\text{Кл/кг})$$

Відносна похибка:

$$\varepsilon = \frac{\left| \left(\frac{e}{m} \right)_{\text{теор}} - \left(\frac{e}{m} \right)_{\text{експ}} \right|}{\left(\frac{e}{m} \right)_{\text{теор}}} \cdot 100\%$$

$$\varepsilon = \frac{|1,7 \cdot 10^{11} - 1,56 \cdot 10^{11}|}{1,7 \cdot 10^{11}} \cdot 100\% = \frac{0,14 \cdot 10^{11}}{1,7 \cdot 10^{11}} \cdot 100\% \approx 8,2\%$$

$$\varepsilon \approx 8,2\%$$

У результаті виконання лабораторної роботи було вивчено метод магнетрона для визначення питомого заряду електрона e/m та експериментально визначено цю величину за критичним режимом руху електронів у схрещених електричному та магнітному полях.

Принцип методу полягає у тому, що електрони, які прискорюються електричним полем між катодом і анодом, одночасно зазнають дії магнітного поля соленоїда, спрямованого вздовж осі лампи. При зростанні струму в соленоїді I_c траєкторії електронів викривлюються все сильніше, і за певного критичного значення струму $I_{кр}$ електрони перестають досягати анода – анодний струм I_a різко спадає. Саме за цим спадом і є критичний режим.

За даними експерименту було побудовано графік залежності анодного струму від струму соленоїда $I_a(I_c)$, наведений на рисунку 4.3. Графік має характерний вигляд: до певного значення струму соленоїда анодний струм залишається майже сталим, після чого спостерігається різкий спад, що відповідає переходу до критичного режиму.

За критичним струмом обчислено критичну напруженість магнітного поля $H_{кр} = 9032,26 \text{ А/м}$ та експериментальне значення питомого заряду електрона, яке склало. Порівняння з теоретичним значенням показало, що відносна похибка вимірювання становить $\varepsilon \approx 8,2\%$, тобто не перевищує 10%.

Розбіжність у межах 8% пояснюється низкою чинників: розкидом електронів за швидкостями, внаслідок чого спад анодного струму відбувається не строго стрибком, а в деякому інтервалі значень I_c .

Таким чином, лабораторна робота підтвердила можливість визначення питомого заряду електрона методом магнетрона. Розглянутий метод демонструє практичне застосування закономірностей руху заряджених частинок у схрещених електричному та магнітному полях.

ВИСНОВКИ

У результаті виконання кваліфікаційної роботи були отримані наступні результати.

Розглянуто фізичні основи взаємодії зарядженої частинки з електромагнітним полем. Показано, що магнітна складова сили Лоренца завжди перпендикулярна до швидкості, а отже не виконує роботи й не змінює кінетичної енергії частинки. Це визначає чіткий поділ функцій між електричним полем, яке пришвидшує частинки, та магнітним полем, яке утримує їх на заданій траєкторії.

Класифіковано основні типи руху частинок у однорідному магнітному полі – прямолінійний, коловий та гвинтовий – залежно від кута вльоту. Виведено ключові кількісні характеристики: радіус Лармора, обґрунтовано незалежність періоду обертання від швидкості частинки, та показано принцип просторової сепарації частинок у мас-спектрометрії.

Досліджено рух частинок у неоднорідному магнітному полі: описано механізми електричного та градієнтного дрейфів, проаналізовано ефект магнітного дзеркала, введено магнітний момент як адіабатичний інваріант і виведено умову відбиття через критичний пітч-кут і конус втрат.

Систематизовано області прикладного використання розглянутих закономірностей – від електронно-променевих приладів та електронних мікроскопів до прискорювачів, мас-спектрометрів, іонних двигунів, установок протонної терапії та систем керованого термоядерного синтезу.

Проведено експериментальне визначення питомого заряду електрона методом магнетрона. Експериментально отримане значення $(e/m)_{\text{експ}} = 1,56 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$ добре узгоджується з теоретичним $1,7 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$ за відносної похибки $\varepsilon \approx 8\%$, що підтверджує коректність методу та можливість його використання у практиці.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кучерук, І. М., Горбачук, І. Т., Луцик, П. П. Загальний курс фізики: у 3 т. Т. 2. Електрика і магнетизм. – Київ: Техніка, 2006. – 452 с.
2. Сивухін, Д. В. Загальний курс фізики. Т. 3. Електрика. – Київ: Вища школа, 1990. – 591 с.
3. Чен, Ф. Введення у фізику плазми / пер. з англ. – Київ: Наукова думка, 2008. – 398 с.
4. Джексон, Дж. Класична електродинаміка / пер. з англ. – Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2010. – 808 с.
5. Основи прискорювальної техніки: навч. посібник / За ред. В. І. Кушніра. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 264 с.
6. Пат. UA 142589 U, МПК H05H 7/00. Пристрій для магнітного фокусування пучка заряджених частинок / Коваленко О. М., Шевченко І. П. – заявл. 15.02.2020; опубл. 25.06.2020, Бюл. № 12.
7. <http://lib.kart.edu.ua/handle/123456789/13430>