

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ВЕСТНИК
ХАРЬКОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
№ 198

ГЕОЛОГИЯ И ГЕОГРАФИЯ
ЛЕВОБЕРЕЖНОЙ УКРАИНЫ

ВЫПУСК 11

Основан в 1970 г.

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ «ВИЩА ШКОЛА»
1980

Н. В. КУЦЕНКО, В. М. МОСКОВКИН

**НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПОЛЯ
В ГЕОГРАФИИ**

В настоящее время отчетливо проявляется тенденция изучения географических явлений с позиции теории поля. В геоморфологии — это, начиная с П. К. Соболевского, представления о рельефе, как о скалярном поле высот (Девдариани, 1967, Ktcho, 1973). Различные поля рассматриваются в физической и экономической географии.

Исследуем векторные поля потоков. Такие поля в геоморфологии отражают динамику рельефообразующих факторов и формируют искомый рельеф, т. е. приводят к тому или иному скалярному полю высот $z(x, y, t)$.

Пусть $\vec{q} = q_x i + q_y j$ — векторное поле расхода твердого материала, где q_x и q_y — расходы материала на единицу линейных размеров. Для русловых потоков иногда целесообразно рассматривать векторное поле плотности расхода твердого мате-

риала $\bar{r} = \frac{\bar{G}}{S}$, где \bar{G} — полный твердый расход, S — площадь поперечного сечения потока. Поле \bar{q} осреднено во времени и в пространстве. Наиболее оправдано рассматривать его для склонов медленного течения материала (крипа), плоскостного смыва и т. п.

Рассматривая векторное поле плотности расхода твердого материала, приходим к известному уравнению баланса расходов материала, записанному здесь в операторной форме:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \operatorname{div} \bar{q} = 0 \quad (1)$$

или для русел — к уравнению: $\frac{\partial(zB)}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = 0$,

где B — ширина русла.

В стационарном случае приходим к уравнению $\operatorname{div} \bar{q} = 0$ (2).

При рассмотрении вектора плотности потока \bar{r} в условиях динамического равновесия потока с руслом по теореме о дивергенции Гаусса — Остроградского получим уравнение, аналогичное уравнению (2) $\operatorname{div} \bar{r} = 0$.

Поверхность рельефа можно рассматривать как русло потока массы, движущегося по этой поверхности. В таком случае область транзита геоморфологической системы (ГМС) можно моделировать уравнением (2), сводящемуся к уравнению Лапласа с переменными коэффициентами. Наиболее эффективно данное уравнение решается на аналоговых установках типа ЭГДА. Точно установив граничные условия из этого уравнения и накладывая полученное решение на соответствующий реальный рельеф, мы с определенным приближением сможем выделять область динамического равновесия данной ГМС. Это позволит в значительной мере охарактеризовать состояние ГМС.

В общем случае, когда известны дивергенция и ротор вектора, поле вектора по теореме разложения Гельмгольца представляется в виде суммы безвихревого (потенциального) и соленоидального (бездивергентного) полей $\bar{q} = \bar{q}_1 + \bar{q}_2 = -\operatorname{grad} \psi + \operatorname{rot} A$, где $\operatorname{rot} \bar{q}_1 = 0$, $\operatorname{div} \bar{q}_2 = 0$. При известных $\operatorname{div} \bar{q}$ и $\operatorname{rot} \bar{q}$ существуют эффективные методы отыскания функций q_1 , q_2 , а следовательно, q . Важный частный случай имеет место при $\operatorname{div} \bar{q} = \operatorname{rot} \bar{q} = 0$, тогда $\bar{q} = -\operatorname{grad} \psi$ и $\Delta \psi = 0$, где Δ — лапласиан.

В том случае, когда физические свойства потока материала и подстилающей поверхности постоянны, в качестве потенциала ψ можно взять функцию $\psi = -kz$, где $k = \operatorname{const}$, что обычно и делается при выводе уравнения эволюции рельефа (уравнение типа уравнения диффузии). В этом случае при $q_2 = 0$ векторное

поле твердого расхода материала \bar{q} называется потенциальным, а при условии (2) также и лапласовым. Говорить о рельефе, как о потенциальном поле (Сергеева, Девдариани, 1976) не совсем точно. Рассматривая рельеф и его динамику, следует говорить о скалярном нестационарном поле высот $z(x, y, t)$ и о векторном поле расхода материала \bar{q} , которые связаны уравнением (1) и взаимно влияют друг на друга.

Вектор \bar{q}_2 в случае $\psi = -kz$, $k = \text{const}$ может обуславливаться, например, кориолисовыми и центробежными силами. Заметим, что этот вектор не влияет на уравнение (1), так как $\text{div} \bar{q}_2 = 0$. Кроме этого, например, твердые расходы потоков, обусловленные силой кориолиса, ничтожны по сравнению с градиентными потоками, обусловленными силой тяжести. Поскольку потоки пропорциональны силам, получим следующую оценку для отношения указанных потоков: g/a , где g — ускорение силы тяжести; a — ускорение силы Кориолиса. Для крипа, где скорости порядка 1 мм/год, это отношение очень велико ($g \gg a$).

Если физические свойства движущегося потока и подстилающей поверхности переменны $k(x, y, t)$, то, рассматривая потоки, обусловленные только силой тяжести, запишем \bar{q} в виде

$$\bar{q} = -k(x, y, t) \text{grad} z. \quad (3)$$

В плоском случае ($k(x, y, t) = k(x)$, $\text{grad} z = -\frac{\partial z}{\partial x}$) $\text{rot} \bar{q} = 0$,

но уже в пространственном случае $\text{rot} \bar{q} = I(k, z) = \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial x} \neq 0$, где функция $I(k, z)$ называется якобианом.

Подставляя выражение (3) в уравнение (1), приходим к уравнению диффузии с переменным коэффициентом.

Назовем поле вектора \bar{q} в случае (3) квазипотенциальным, а при дополнительном условии (2) — квазилапласовым. В последнем случае нами разработаны эффективные методы решения уравнения Лапласа с переменным коэффициентом

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(k_{(x_1, y_1)} \frac{\partial z}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial y_1} \left(k_{(x_1, y_1)} \frac{\partial z}{\partial y_1} \right) = 0. \quad (4)$$

Аналогичное уравнение на модели установки ЭГДА имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_{(x, y)} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\gamma_{(x, y)} \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad (5)$$

$\gamma_{(x, y)}$ — удельная проводимость проводника; u — разность потенциалов; x, y — текущие координаты.

Сравнивая (4) и (5), находим аналогии: масса m ; электрический заряд q ; перепад высот Δz ; разность потенциалов Δu ; расход материала $|\bar{q}|$; сила тока I .

Изоморфизм этих уравнений позволяет сформулировать конкретные условия, при которых реализуется подобие между указанными полями (полем вектора плотности расхода твердого материала и полем вектора плотности тока). В данном случае— это константы подобия:

$$\alpha_z = \frac{z}{u} = \text{const}; \alpha_k = \frac{k}{\gamma} = \text{const};$$

$$\alpha_x = \frac{x}{x_1} = \text{const}; \alpha_y = \frac{y}{y_1} = \text{const}.$$
(6)

При соблюдении условия (6) уравнение (4) моделируется уравнением (5) на аналоговых установках.

Решение уравнения (4) в многосвязной области при $k = \text{const}$ на аналоговой установке, не требующее выводов специальных аналогий, получено Ягодиной-Сергеевой Л. Л. (Ягодина, 1973; Сергеева, Девдариани, 1976).

Кроме выше перечисленных аналогий, нами получен ряд аналогий, которые не учитываются уравнением (4):

сила Кориолиса ($2m\bar{v}\omega\sin\psi$) —	сила Лоренца ($e'VB\sin\alpha$);
объемная плотность пород —	электроемкость элементарного участка проводника;
тектоническая сила —	электродвижущая сила.

Уравнениями типа (1), (2) могут по-видимому, моделироваться и другие потоки в физической и экономической географии. Для этого следует выписать универсальное уравнение неразрывности для сплошной среды: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \bar{v} = 0$, (7)

где $\rho \bar{v}$ — вектор плотности потока; \bar{v} — скорость потока; ρ — плотность среды.

В некоторых случаях это уравнение, возможно, найдет применение при анализе людских потоков (тогда $\rho \bar{v} = r$ — вектор плотности людского потока, чел/м·с; \bar{v} — скорость потока, м/с; ρ — плотность, чел/м²), а также при анализе миграции населения, где ρ в чел/км²; \bar{v} в км/год.

В некоторых случаях, возможно, будет оправдана гипотеза $\bar{r} = -kq \text{grad} \rho$, тогда уравнение (7) с учетом этой гипотезы покажет выравнивание плотности населения. Последнее может быть справедливым при приблизительно одинаковых условиях

жизни ($k = \text{const}$), в противном случае возникает притяжение к местам с более высоким уровнем жизни и целесообразно использовать модели демографического потенциала, плотности населения города, тяготения и др. (Архипов и др., 1976; Изард, 1976).

При рассмотренном подходе необходимы статистические исследования для определения функции \bar{r} . Тогда откроется возможность для решения задач целесообразного размещения трудовых ресурсов, регулирования миграционными потоками.

Применение уравнений типа (7) требует дополнительного анализа и обоснования (например, требование сплошности среды) при моделировании различных потоков (людских, информационных, материально-вещественных) в физической и экономической географии.

Список литературы: 1. Девдариани А. С. Математический анализ в геоморфологии. М.: Недра, 1967. 155 с. 2. Изард В. Анализ пространственных взаимодействий: некоторые идеи, связанные с общей теорией относительности. — В кн.: Новые идеи в географии. Проблемы моделирования и информации. М., 1976, вып. 1, с. 204—233. 3. Сергеева Л. Л., Девдариани А. С. Рельеф Земли как потенциальное поле, описываемое уравнением Лапласа. В кн.: Количественные методы в географии. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976, с. 57—62. 4. Ягодина Л. Л. Математические модели рельефа. Автореф. дис. ... канд. географ. наук. Л., 1973. 23 с. 5. Krcho J. Morphometric analysis of relief on the basis of geometric aspects of field theory. — Haverlic I., Krcho J., Mathematical generalisation of forming isoline thematic maps by Computer exemplified by morphometric analysis of relief and dynamics of relief insolation, Acta geographica Universitatis Comenianae. Geographica — physica, Nr 1., Bratislava, 1973. 426 p.

УДК 91 : 796.5/477.5/6

Б. Б. АНДРИЕНКО, И. И. ВОЛКОВА, Т. П. ИВЛЕВА,
Г. Е. МИРКА, Н. П. ПАСЮГА

ПУТИ ОПТИМИЗАЦИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИРОДНЫХ РЕКРЕАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ ХАРЬКОВСКОЙ И СЕВЕРНОЙ ЧАСТИ ДОНЕЦКОЙ ОБЛАСТЕЙ

Создание благоприятных условий для отдыха трудящихся является важнейшей социальной проблемой; значение которой особенно повышается в условиях современного научно-технического прогресса, развития урбанизации и роста численности населения. Загрязнение и обеднение среды в процессе хозяйственной деятельности человека, нерегулируемое использование мест отдыха настойчиво требуют научной организации рекреационного обслуживания населения, обеспечения рационального использования и охраны природных рекреационных ресурсов.

На Украине с наибольшей остротой данная проблема ощущается в промышленно развитых областях и в крупных про-