

Куприянов А.В., Ламнауэр Н.Ю. (УИПА, г.Харьков, Украина)

Тел.: +38 (057) 733-78-28; E-mail: a_kupriyanov@bk.ru

Аннотация. Предложена система контроля, направленная на получение деталей с близкими к оптимальному размерами. Годность размера имеет числовое значение, которое уменьшается от максимального - единицы, по мере отдаления действительного размера от оптимального. Предложен и проверен математический аппарат для аналитического построения функции убыли годности размеров. Показано, как функция плотности распределения годности характеризует технологию изготовления с точки зрения качества.

Ключевые слова: качество, размер, контроль, технология.

1. Введение

В машиностроении используется допусковый контроль годности размеров. Он подразумевает, что размеры, находящиеся в определенных пределах, называемых допуском, считаются одинаково годными, и их качество не различается. Это плохо по двум причинам. Во-первых, это не соответствует условиям эксплуатации, при которых существует некоторое наилучшее значение размера, которое будем называть оптимальным размером. Во-вторых, это не стимулирует производство изготавливать детали с возможно более узким диапазоном значений действительного размера. В существующей системе единственный путь улучшения качества – это уменьшить допуск размера. Такой кардинальный шаг не всегда оправдан, поскольку систематические и случайные погрешности изготовления не позволяют беспрдельно уменьшать допуск.

Предлагается система контроля, в которой размеры имеют не дискретное: 0 или 1, а непрерывное значение годности, уменьшающееся по мере отклонения от оптимального размера. При этом, в зависимости от диапазона значений размера, детали могут быть разделены на сорта, имеющие разное значение годности размеров и разное значение продажной цены. Оплата труда рабочих может быть также дифференцирована, в зависимости от доли изделий каждого сорта. Это позволит стимулировать производство непрерывно улучшать качество, а также расширить сбыт продукции за счет дифференцированного подхода к покупателям с разными финансовыми возможностями.

Использование функции годности размеров и функции плотности распределения годности размеров предложено в [1]. В [2] был показан подход к расчету размерных цепей с гарантированным значением годности замыкающего звена. Однако, в качестве функции годности использовалось сочетание простых функций – парабол и прямой, обобщенного решения не было получено. Кроме того, функции плотности распределения годности строилась численными методами, что затрудняет использование предлагаемого подхода широким кругом технологов.

Цель исследования состоит в теоретическом обосновании и проверке формул, позволяющих в общем виде аналитически строить функции убыли годности размеров и плотности распределения годности размеров.

2. Основное содержание и результаты работы

2.1. Свойства функции убыли годности размеров

Для количественной оценки цены отклонения действительного размера x от оптимального k_0 предлагается использовать функцию убыли годности размеров $K(x)$, которая нормирует величину годности размеров на всей числовой оси:

$$K(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{x - k_0}{ei - k_0} \right)^{\frac{1}{\beta}}, & x \leq k_0, \\ 1 - \left(\frac{x - k_0}{es - k_0} \right)^{\frac{1}{\beta}}, & x \geq k_0, \end{cases} \quad (1)$$

где ei и es - предельно допустимые значения размеров с неотрицательной годностью, β – показатель формы убыли годности размеров при отклонении от оптимального размера.

Функция $K(x)$ имеет следующие свойства:

1. $K(k_0) = 1$.
2. $K(ei) = K(es) = 0$, где ei и es могут быть границы стандартного поля допуска.
3. В пределах допустимых значений изменяется в диапазоне $[0, 1]$, так, что одному значению функции соответствует два значения аргумента находящихся по разные стороны от k_0 .
4. Она отрицательна за пределами допустимых значений.

Чем дальше находится действительный размер от оптимального, в котором значение равно единице, тем меньше годность. Вычитание второго слагаемого

(например, $\left(\frac{x - k_0}{ei - k_0} \right)^{\frac{1}{\beta}}$ для левой половины функции) из единицы уменьшает значение функции, от чего функция убыли годности размеров и получила свое название.

Влияние показателя формы убыли годности размеров β на функцию убыли годности размеров проиллюстрируем на примере размера $\varnothing 90F8 \left(\begin{smallmatrix} +0,09 \\ +0,036 \end{smallmatrix} \right)$. Имеем соответственно $ei = 90,036$, $es = 90,09$. Оптимальный размер пусть будет несколько смещенным относительно середины поля допуска и равен $k_0 = 90,055$ мм. Графики функции убыли годности размеров показаны на рис. 1 для случаев $\beta_1 = 2$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 0,5$ и $\beta_4 = 0,05$.

Для $\beta > 1$ даже небольшое отклонение от оптимального размера дает значительное уменьшение годности, а функция убыли годности вогнута. Для $\beta = 1$ она линейна. Для $\beta < 1$ функция убыли годности размеров выпукла. При $\beta \rightarrow 0$ имеем традиционный допусковый контроль, при котором в пределах поля допуска $[ei, es]$ годность размера $K(x) = 1$, за его пределами отрицательна.

Таким образом, при уменьшении β уменьшается цена отклонения от оптимального размера. Практическое значение имеет диапазон $0 \leq \beta \leq 1$. При $0 \leq \beta < 0,25$ функция характеризует известный технологический прием: использование технологического запаса точности, при котором диапазон размеров с оптимальностью $K(x) = 1$ сужается от допустимых значений $[ei, es]$ к желательным значениям $[ki, ks]$ (рис. 1).

Функция убыли годности размеров с заданным β может использоваться для организации оплаты труда по принципу отклонений действительных размеров от оптимального. В этом случае измеряются действительные размеры, и рабочему

полагается оплата за каждую изготовленную деталь, пропорциональная значению функции убыли годности $K(x)$. При $K(x) < 0$ оплата отрицательна, т.е. рабочий штрафуются. Этот подход может быть признан целесообразным для ответственных деталей, ведь при тщательной настройке оборудования рабочие, как правило, могут получать размеры в суженном интервале внутри поля допуска.

Использование функции убыли годности размеров $K(x)$ позволяет применить подход деления деталей на сорта по критерию близости действительных размеров к оптимальному. В качестве примера на рис. 1 показано разделение размеров детали на два сорта. К сорту I со значением годности $K > 0,7$ относятся детали с размерами от $x_{н1}$ до $x_{в1}$. К сорту II со значением годности $0 < K < 0,7$ относятся детали с другими размерами в пределах допуска $[ei, es]$. При увеличении выбранного граничного значения годности K диапазон размеров сорта I $[x_{н1}, x_{в1}]$ сужается, соответственно увеличивая диапазоны размеров деталей сорта II. Размеры можно делить и на большее количество сортов, но большее их количество нецелесообразно. По-видимому, для практических случаев достаточно использовать 2 – 3 сорта.

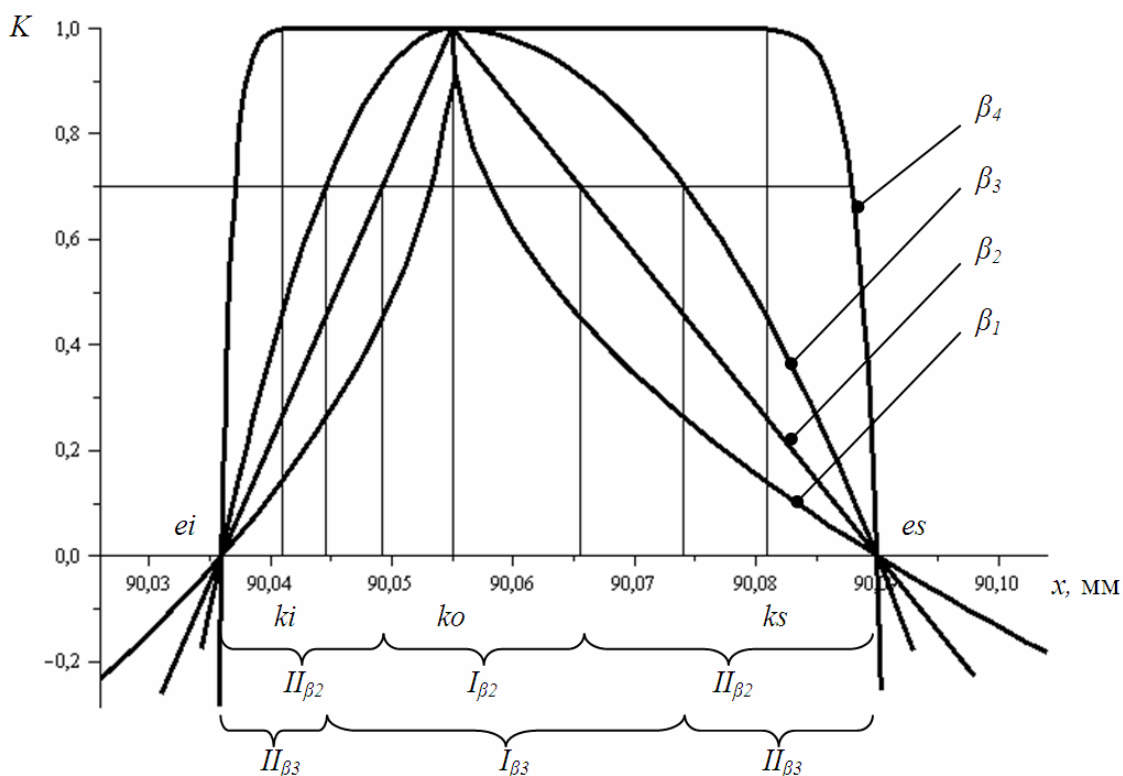


Рис. 1. Функция убыли годности для различных показателей формы β

Таблица 1. Предельные значения размеров первого сорта

	β	$x_{н1}$, мм	$x_{в1}$, мм
1	2	90,053	90,058
2	1	90,049	90,066
3	0,5	90,045	90,074
4	0,05	90,037	90,088

При одинаковом значении годности K диапазон значений размеров определенного сорта сокращается с уменьшением показателя β . Для вышеприведенного примера и $K = 0,7$ предельные значения размеров деталей первого сорта приведены в таблице 1, на рис. 1 изображены границы сортов для β_2 и β_3 .

2.2. Функция плотности распределения годности размеров

Функции плотности распределения размеров $f(x)$ деталей достаточно хорошо изучены [3]. В машиностроении размеры могут иметь распределение нормальное, равной вероятности, равнобедренного треугольника, эксцентриситета, а также их композиции.

Если спроектировать функцию плотности распределения размеров $f(x)$ на функцию убыли годности размеров $y = K(x)$, то получим функцию, которая характеризует плотность распределения вероятности полученного размера с определенным значением годности. Будем называть эту функцию - функцией плотности распределения годности размеров. Каждое из сочетаний функции убыли годности размеров и функция плотности распределения размеров дает свой вид функция плотности распределения годности размеров.

Эта функция может быть построена методом статистического моделирования [1]. Для практики имеет большое значение получение ее в аналитическом виде. В общем случае эта функция плотности получается как сумма произведений [4]:

$$g(y) = \sum_{i=1}^n f(\Psi_i(K)) \left| \Psi_i'(K) \right|, \quad (2)$$

где $\Psi_i(K)$ - обратные функции для данного y со столькими слагаемыми n , сколько значений (при данном y) имеет обратная функция.

Получим функцию плотности распределения годности размеров для случая, когда плотность распределения размеров подчиняется нормальному закону, где среднеарифметическое значение размеров a и среднеквадратическое отклонение σ :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}. \quad (3)$$

Функция плотности распределения годности размеров для случая, когда функция плотности распределения размеров нормальна (3), а функция годности (1), имеет вид:

$$g(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left\{ \left| \beta (ko - ei) (1 - y)^{\beta-1} \right| e^{-\frac{(ko - (ko - ei) (1 - y)^{\beta} - a)^2}{2\sigma^2}} + \right. \\ \left. + \left| \beta (ko - es) (1 - y)^{\beta-1} \right| e^{-\frac{(ko - (ko - es) (1 - y)^{\beta} - a)^2}{2\sigma^2}} \right\}, \quad (4)$$

при $(-\infty < y \leq 1)$.

2.3. Применение функции плотности распределения годности размеров

Исследуем поведение функции плотности распределение годности g на примере из второго раздела статьи. Имеем соответственно допуск $\varnothing 90F8$, $ei = 90,036$, $es = 90,09$. Оптимальный размер $ko = 90,055$ мм. Графики функции плотности распределение годности размеров построим для четырех величин показателя скорости убыли годности размеров: $\beta_1 = 2$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 0,5$ и $\beta_4 = 0,05$. Распределение размеров принято

нормальным с параметрами a и σ . По оси абсцисс откладываются значения годности, по оси ординат – плотность распределения годности размеров.

Рис. 2 а) иллюстрирует графики плотности распределения годности размеров для классического случая, когда центр кривой нормального распределения совпадает с оптимальным размером $a = 90,055$ мм, разброс размеров в пределах 6σ равен полю допуска, при этом среднеквадратическое отклонение $\sigma = 0,009$ мм. Понятно, что в этом случае количество деталей с размерами близкими к оптимальному максимально, и уменьшается по мере удаления от центра кривой распределения, достигая практически нулевых значений на границах поля допуска.

Анализ графиков показывает, что не все значения показателя формы функции убыли годности размеров дают физически обоснованную функцию плотности распределения годности. Так, при $\beta_1 = 2$ функция g имеет максимум при $K(x) = 0,55$, что нереально. При $\beta_4 = 0,05$ максимум функции g реальный, но она уменьшается слишком быстро, достигая нулевых значения при $K(x) = 0,75$, что не соответствует действительному распределению значению размеров. Для $\beta_2 = 1$ и $\beta_3 = 0,5$ графики функции g физически реальные, имеют максимум $K(x) = 1$, достигают нулевых значений при $K(x) = 0$. За пределами положительной годности деталей практически нет.

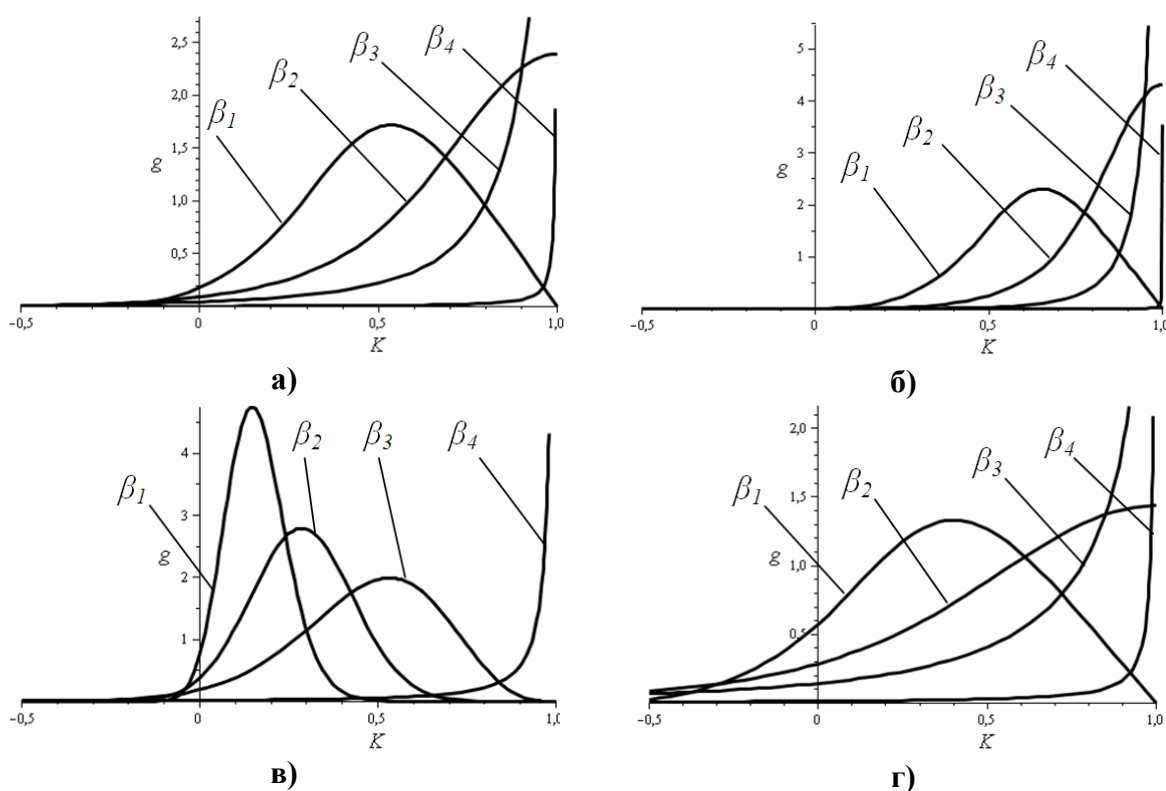


Рисунок 2. Графики плотности распределения годности размеров

Рис. 2 б) иллюстрирует распределение годности для случая изготовления со значительным технологическим запасом точности. Исходные данные: центр кривой распределения размеров такой, как и для рис. 2 а), среднеквадратическое отклонение уменьшено до $\sigma = 0,005$ мм. Таким образом, получаемые размеры сгруппированы около оптимального, а деталей с размерами, близкими к границам поля допуска, нет. Замечания по поводу значений β справедливы и для этих исходных данных.

Рис. 2 в) и 2 г) построены для исходных данных, характеризующих технологию, при которой имеются детали с отрицательной годностью, т.е. бракованные.

На рис. 2 в) центр кривой распределения размеров смещен относительно оптимального и равен $a = 90,08$ мм, при этом среднеквадратическое отклонение $\sigma = 0,005$ мм. Подобные параметры распределения размеров деталей характерны для случая неправильной настройки станка, а точность изготовления достаточна. Анализ графиков показывает, что для $\beta_4 = 0,05$ график функции g не изменил своего максимума, что неправильно. Для $\beta_2 = 1$ и $\beta_3 = 0,5$ графики функции g правильные, имеют максимумы в области $K(x) \approx 0,5$. Основная часть деталей имеют значения годности 0 - 0,8. Деталей с оптимальным размером практически нет, а в то же время значительная часть деталей имеет отрицательные значения годности, что свидетельствует о браке.

На рис. 2 г) центр кривой распределения размеров совпадает с оптимальным, но разброс размеров слишком велик, среднеквадратическое отклонение $\sigma = 0,015$ мм. Подобные параметры распределения размеров деталей характерны для случая недостаточной точности изготовления, при правильной настройке станка. Исходя из статистического смысла, функция плотности распределения годности должна иметь максимум в области значений $g = 1$, а часть деталей иметь отрицательную годность. С этими положениями хорошо согласовываются функции с показателем формы $\beta_2 = 1$ и $\beta_3 = 0,5$. Функции, построенные для $\beta_1 = 2$ и $\beta_4 = 0,05$, не позволяют оценивать технологию с точки зрения качества.

Таким образом, хотя функция убыли годности размеров $K(x)$ может использоваться при любых значениях β , для анализа качества технологии изготовления с помощью функции плотности распределения годности размеров диапазон значений β следует ограничивать значениями 0,3 – 1. При использовании β за пределами этого диапазона вид функции плотности распределения годности не позволяет определять качество технологического процесса.

Значение функции распределения годности размеров g в точке максимума отличается от полученных с помощью моделирования [1], причиной этому есть ограниченное число моделирующих значений, поэтому точка экстремума графика распределения годности меньше или больше. Более точные аналитические методы, которые и рассмотрены в данной статье.

3. Заключение

1. Предлагается система контроля, в которой действительные размеры имеют значение годности, непрерывно улучшающееся от $-\infty$ до 1 по мере приближения к оптимальному размеру.
2. Система контроля более общая, чем существующая стандартная система допусков, и включает ее в виде частного случая.
3. Для количественной оценки годности предложена функция убыли годности, желательность близости действительных размеров к оптимальному задается показателем формы убыли годности размеров.
4. Задаваясь диапазоном значений годности, возможно разделять детали на сорта по критерию точности размеров.
5. Для оценки технологического процесса с точки зрения точности размеров предлагается функция плотности распределения годности размеров, которая

представляет собой проекцию плотности распределения размера на функцию годности.

6. Выбран и проверен математический аппарат, позволяющий строить функцию плотности распределения годности размеров для случаев, когда плотность распределения подчиняется нормальному закону.
7. Для анализа качества технологии изготовления с помощью функцией плотности распределения годности размеров, значения показателей формы убывли годности размеров следует ограничивать диапазоном 0,3 – 1.
8. Предложенные аналитические зависимости проиллюстрированы примерами.

Список литературы: 1. Куприянов А.В. Контроль оптимальности размеров / А.В.Куприянов // Вісник НТУ «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Технології в машинобудуванні. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2010. – №24 . – С. 9-15.
2. Куприянов А.В. Расчет размерных цепей с гарантированным значением годности замыкающего звена / А.В.Куприянов // Вісник НТУ «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Технології в машинобудуванні. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2010. – №25. – С. 110-114. 3. Маталин А.А. Технология машиностроения. Учебник для машиностроительных ВУЗов / А.А. Маталин – Л: Машиностроение, 1985. – 496 с.
4. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика / В.С. Пугачев – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. - 496с.

DIMINUTION USABILITY FUNCTION OF DIMENSIONS

Kupriyanov A.V., Lamnauer N.J. (UEPA, Kharkov, Ukraine)

Abstract: The control system built on the receipt of details with sizes near to optimum is offered. The usability of dimension has the numerical value decreasing from maximal - unity, as far as actual dimension locate from optimum one. A mathematical definition for function of usability of dimensions is offered and tested. It is shown, as frequency function of usability characterizes quality of technology.

Key words: quality, dimension, control, technology.

ФУНКЦІЯ СПАДУ ГІДНОСТІ РОЗМІРІВ

Купріянов О.В., Ламнауер Н.Ю. (УІПА, м. Харків, Україна)

Анотація: Запропоновано систему контролю, що спрямована на отримання деталей з близькими до оптимального розмірами. Гідність розміру має числове значення, що зменшується від максимального - одиниці, у міру віддалення дійсного розміру від оптимального. Запропонований і перевірений математичний апарат для аналітичної побудови функції спаду гідності розмірів. Показано, як функція щільності розподілу гідності характеризує технологію виготовлення з точки зору якості.

Ключові слова: якість, розмір, контроль, технологія.

Надійшла до редколегії _____