

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Навчально-науковий інститут екології, зеленої енергетики та сталого розвитку
Кафедра інформаційних технологій у відновлюваній енергетиці

До захисту допущено

Кафедрою інформаційних технологій у відновлюваній енергетиці протокол № _____
від _____

в.о. завідувача кафедри _____ Ілля МАРУЩЕНКО
(підпис) (ім'я, прізвище)

« _____ » _____ 2025 р.

Кваліфікаційна робота
здобувача Сергія БУРЯКОВА другого (магістерського) рівня вищої освіти

Стійкість теплового балансу Землі
(назва роботи)

Спеціальність (спеціалізація) 105 Прикладна фізика та наноматеріали
(код та найменування спеціальності; спеціалізації спеціальності - за наявності)
Освітня програма Прикладна фізика нетрадиційної енергетики
(назва освітньої програми)

Виконавець _____ Сергій БУРЯКОВ
(підпис) (ім'я, прізвище)

Науковий керівник _____ Ілля МАРУЩЕНКО
(підпис) (ім'я, прізвище)

Науковий консультант _____ Віктор ТКАЧЕНКО
(підпис) (ім'я, прізвище)

Харків – 2025

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Навчально-науковий інститут екології, зеленої енергетики та сталого розвитку

Кафедра інформаційних технологій у відновлюваній енергетиці

Рівень вищої освіти (освітньо-кваліфікаційний рівень) магістр

Спеціальність 105 «Прикладна фізика та наноматеріали»

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. завідувача кафедри

_____ Ілля МАРУЩЕНКО

(підпис)

“ _____ ” _____ 2025 року

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Бурякова Сергія Вікторовича

Тема роботи: «Стійкість теплового балансу Землі»

керівник роботи: Марущенко Ілля Миколайович, доцент

консультант: Ткаченко Віктор Іванович, професор

Затверджено наказом по університету від 25 листопада 2025 року № 3401-5/4196

1. Строк подання студентом роботи 01.12.2025 р.

2. Перелік питань, які потрібно розробити:

- ознайомитися з науковою літературою за темою дослідження;
- сформулювати завдання на дипломну роботу;
- провести аналіз спеціальної літератури та сформулювати постановку наукової/науково-технічної задачі;
- обрати методи та методики досліджень і скласти програму виконання роботи;
- провести самостійні дослідження фізичних систем із застосуванням

- експериментальних, теоретичних та чисельно-комп'ютерних методів;
- проаналізувати результати, оформити їх презентацію та оформити магістерську роботу.

План роботи:

№ з/п	Назви етапів роботи
1	Вибір теми кваліфікаційної роботи
2	Затвердження теми на кафедрі
3	Робота з літературними та іншими джерелами
4	Написання вступу до роботи та першого розділу
5	Написання другого розділу
6	Написання третього розділу
7	Завершення написання кваліфікаційної роботи (висновки та література)
8	Подача науковому керівнику
9	Відгук, рецензія, підготовка до захисту
10	Попередній захист
11	Захист

Дата видачі завдання: 03 листопада 2025 року

Студент

підпис

Сергій БУРЯКОВ

Керівник роботи

підпис

Ілля МАРУЩЕНКО

Консультант

підпис

Віктор ТКАЧЕНКО

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА АБРЕВІАТУР

ТБЗ - тепловий баланс Землі

ЕД - енергетичний дисбаланс

КХР - короткохвильова радіація

ДВР - довгохвильова радіація

СХР – сонячна хвильова радіація

РЕФЕРАТ

Буряков Сергій. «Стійкість теплового балансу Землі». Кваліфікаційна робота магістра з прикладної фізики. – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна – 45 с.

Кваліфікаційна робота складається з вступу, п'яти розділів, висновку та переліку використаних джерел. Робота містить 3 рисунки, 3 таблиці та 31 використаних літературних джерел.

У роботі розглянуто сучасний стан проблеми збереження теплового балансу Землі та виявлення енергетичного дисбалансу планети. На основі ключових акторів процесу підтримання теплового балансу Землі за відсутності зовнішніх збурень запропоновано використовувати модель взаємодії двох видів типу «хижак – жертва». Показано, що така модель відтворює періодичні зміни теплових потоків поглинання та випромінювання атмосфери й поверхні Землі. За наявності зовнішніх впливів обґрунтовано доцільність аналізу малих відхилень визначальних параметрів теплового балансу Землі на основі тритрофної моделі Розенцвейга – Макарута «жертва – хижак – суперхижак». Використання цієї моделі для опису енергетичного дисбалансу Землі ґрунтується на аналогії між трофічною взаємодією та зв'язками між атмосферним випромінюванням, поглинанням енергії поверхнею та зовнішніми чинниками. У режимі шильниковського хаосу отримано якісне описання динаміки теплового балансу Землі.

Зазначений підхід не є однозначним, проте має ознаки, що дозволяють розглядати його як такий, що забезпечує якісне відтворення поведінки теплового балансу Землі з урахуванням експериментально спостережуваного енергетичного дисбалансу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ТЕПЛОВИЙ БАЛАНС ЗЕМЛІ, ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ДИСБАЛАНС, МОДЕЛЬ «ХИЖАК – ЖЕРТВА», ТРИТРОФНА МОДЕЛЬ РОЗЕНЦВЕЙГА–МАКАРУТА

ABSTRACT

Buriakov Serhii. “Stability of the Earth’s Thermal Balance.”. Master's thesis in applied physics. – V. N. Karazin Kharkiv National University – 45 p.

The thesis consists of an introduction, five chapters, a conclusion, and a list of references. The thesis contains 3 figures, 3 tables and 31 references.

The study examines the current state of the problem of maintaining the Earth’s thermal balance and identifying the planet’s energy imbalance. Based on the key actors involved in maintaining the Earth’s thermal balance in the absence of external perturbations, it is proposed to use a two-species “predator–prey” interaction model. It is shown that such a model reproduces the periodic variations of the heat fluxes of absorption and radiation of the Earth’s atmosphere and surface.

In the presence of external influences, the feasibility of analyzing small deviations of the key parameters of the Earth’s thermal balance is substantiated on the basis of the three-trophic Rosenzweig–MacArthur “prey–predator–superpredator” model. The application of this model to describe the Earth’s energy imbalance is grounded in the analogy between trophic interactions and the relationships among atmospheric radiation, surface energy absorption, and external factors. In the regime of Shilnikov chaos, a qualitative description of the dynamics of the Earth’s thermal balance is obtained.

The proposed approach is not unambiguous; however, it has features that allow it to be considered as providing a qualitative reproduction of the behavior of the Earth’s thermal balance, taking into account the experimentally observed energy imbalance.

KEYWORDS: EARTH’S THERMAL BALANCE, ENERGY IMBALANCE, “PREDATOR–PREY” MODEL, THREE-TROPHIC ROSENZWEIG–MACARTHUR MODEL

ЗМІСТ

ВСТУП.....	8
1.ОГЛЯД СУЧАСНОГО СТАНУ ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСУ ЗЕМЛІ	11
2.СИСТЕМА РІВНЯНЬ ДЛЯ ОПИСУ РІВНОВАЖНИХ ЗМІН ТБЗ	20
2.1 Основні рівняння	20
2.2. Модель взаємодії "Жертва-Хижак" у контексті теплового балансу Землі.....	22
3.АНАЛІЗ МАЛИХ ВІДХИЛЕНЬ ТБЗ ЗА ВІДСУТНОСТІ ЗОВНІШНІХ ЗБУРЮВАЛЬНИХ ФАКТОРІВ.....	25
4. АНАЛІЗ ВІДХИЛЕННЯ ТБЗ ПІД ДІЄЮ ЗОВНІШНІХ ФАКТОРІВ.....	28
4.1 Опис тритрофної моделі Розенцвейга–Макартура.....	28
4.2 Аналіз дії зовнішніх факторів.....	30
5. АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ.....	36
ВИСНОВКИ	40
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	43

ВСТУП

Актуальність дослідження

Проблема забезпечення теплового балансу Землі та пояснення механізмів виникнення енергетичного дисбалансу залишається однією з ключових у сучасній кліматології та фізиці атмосфери. Посилення глобального потепління, зміна інтенсивності атмосферних процесів, зростання частоти екстремальних погодних явищ та підвищення впливу антропогенних факторів створюють необхідність удосконалення теоретичних моделей, здатних відтворювати не лише середньострокові тенденції, а й нестійкі, циклічні та хаотичні режими теплової взаємодії між атмосферою, поверхнею Землі та зовнішніми збуреннями.

Традиційні радіаційні та кліматичні моделі, орієнтовані переважно на детерміновані або статистичні підходи, часто обмежені у здатності якісно відтворювати складну динаміку енергетичних потоків, особливо коли йдеться про поєднання довгострокових трендів та короточасних імпульсних змін. Це зумовлює потребу у розробці моделей із більш гнучкою структурою, які дозволяють аналізувати взаємодію різних компонентів системи у часі та просторі, а також враховувати вплив зовнішніх факторів та внутрішніх нелінійностей.

У цьому контексті застосування аналогії між екологічними трофічними ланцюгами та енергетичними потоками кліматичної системи відкриває нові перспективи для моделювання теплового балансу Землі. Тритрофна модель Розенцвейга–Макартура, адаптована до енергетичних потоків, дозволяє розглядати атмосферне випромінювання, поглинання поверхнею Землі та зовнішні збурення як взаємопов'язані компоненти системи «жертва - хижак - суперхижак». Такий підхід забезпечує можливість пояснення експериментально спостережуваних циклічних і хаотичних коливань, оцінки впливу зовнішніх факторів та прогнозування розвитку теплового балансу при різних сценаріях.

Таким чином, використання трофічної моделі для моделювання ТБЗ є актуальним як для фундаментальних досліджень механізмів енергетичного балансу, так і для практичних задач прогнозування кліматичних змін, що мають велике значення у світлі сучасних тенденцій глобального потепління та кліматичної нестабільності.

Мета роботи

Побудова та дослідження моделей теплового балансу Землі на основі аналогії з трофічними ланцюгами, а також аналіз режимів їхньої динаміки за наявності внутрішніх та зовнішніх впливів.

Об'єкт дослідження

Тепловий баланс Землі як фізична система взаємодії атмосферного випромінювання, поглинання енергії поверхнею та зовнішніх енергетичних факторів.

Предмет дослідження

Динамічні моделі теплового балансу Землі, побудовані за аналогією з екологічними моделями типу «хижак – жертва» та тритрофними моделями Розенцвейга–Макартура, а також їхнє функціонування в регулярних та хаотичних режимах.

Методи дослідження

- методи математичного моделювання нелінійних динамічних систем;
- аналіз стійкості та фазових портретів;
- чисельне розв'язання систем диференціальних рівнянь;
- дослідження режимів, пов'язаних із шильниковським хаосом;
- порівняння теоретичних результатів з експериментальними даними щодо енергетичного дисбалансу Землі.

Наукова новизна роботи

1. Запропоновано концептуально новий підхід до опису теплового балансу Землі на основі аналогії між енергетичними потоками кліматичної системи та структурою екологічних трофічних ланцюгів.
2. Побудовано та досліджено двовидову модель типу «хижак – жертва» для

опису взаємодії атмосферного випромінювання та поглинання енергії поверхнею Землі.

3. Розроблено тритрофну модель Розенцвейга–Макартура, що дозволяє врахувати вплив зовнішніх збурюючих факторів і пояснити якісні особливості енергетичного дисбалансу Землі.
4. Показано можливість виникнення регулярних, нестійких та хаотичних режимів у моделях теплового балансу, зокрема в режимах шильниковського хаосу.
5. Встановлено відповідність між властивостями моделей та експериментально спостережуваними флуктуаціями енергетичного дисбалансу Землі.

Отже, наукова новизна роботи полягає у застосуванні тритрофної моделі Розенцвейга–Макартура для опису динаміки теплового балансу Землі, що дозволяє аналізувати взаємодію атмосферного випромінювання, поглинання поверхнею та зовнішніх збурень у рамках єдиної нелінійної системи. Запропонований підхід дає змогу пояснити спостережувані циклічні та хаотичні коливання теплових потоків, а також оцінювати чутливість системи до різних зовнішніх факторів. Практичне значення роботи полягає у можливості використання моделей такого типу для прогнозування коротко- та середньострокових змін кліматичних характеристик, оптимізації стратегій адаптації до глобальних змін клімату та підвищення точності сценаріїв енергетичного балансу Землі.

1. ОГЛЯД СУЧАСНОГО СТАНУ ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСУ ЗЕМЛІ

Тепловий баланс Землі (ТБЗ) є ключовим фактором стабільності кліматичної системи планети. Він визначається взаємодією сонячного випромінювання із системою “Земля – атмосфера”, що включає відбиття та поглинання енергії поверхнею Землі, а також її повторне випромінювання у космос. Забезпечення стійкості ТБЗ визначає середньоглобальні температурні режими, формування атмосферних процесів та довгострокові кліматичні тенденції. Сучасні виклики, зокрема глобальне потепління, зміни інтенсивності атмосферних процесів та посилення антропогенного впливу, створюють необхідність удосконалення теоретичних моделей, здатних відтворювати не лише середньострокові тренди, а й циклічні та хаотичні зміни теплових потоків.

Традиційні радіаційні та кліматичні моделі часто орієнтовані на детерміновані або статистичні підходи, які не завжди дозволяють адекватно описати складну нелінійну взаємодію між компонентами системи. У цьому контексті особливий інтерес становить застосування аналогії з трофічними ланцюгами в екології, де компоненти системи взаємодіють у форматі «жертва – хижак – суперхижак». У рамках моделювання ТБЗ таку аналогію можна використовувати для опису взаємозв’язку між атмосферним випромінюванням $X(\tau)$, поглинанням поверхнею Землі $Y(\tau)$ та впливом зовнішніх факторів $Z(\tau)$.

Використання тритрофної моделі дозволяє відтворювати як швидкі коливання теплових потоків, так і повільні трендові зміни, пояснювати спостережувані експериментальні коливання та оцінювати вплив зовнішніх факторів на стабільність ТБЗ. Це відкриває можливості для проведення сценарних прогнозів, оцінки чутливості системи та вивчення механізмів виникнення енергетичного дисбалансу.

Відомо, що в системі Сонце–Земля–Космос протягом часу її існування підтримується тепловий баланс Землі (ТБЗ), близький до сталого. Це означає,

що у довгостроковій перспективі кількість тепла, що виділяється Землею, та тепла, отриманого від Сонця, має дорівнювати теплу, яке Земля випромінює в Космос.

При розгляді ТБЗ зазвичай використовують усереднені за часом та поверхнею Землі з урахуванням атмосфери потоки енергії через одиничну ділянку, нехтуючи товщиною атмосфери порівняно з радіусом Землі.

Так, наприклад, при такому описі найбільший приплив енергії до Землі забезпечується сонячним випромінюванням у спектральному діапазоні від 0,1 мкм до 4 мкм (короткохвильова радіація — КХР) і становить середнє значення по всій поверхні планети близько $341 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ (див. Рис. 1). Існує також малий порівняно з сонячним приплив енергії від внутрішніх джерел тепла (радіоактивний розпад, стратифікація за щільністю) величиною близько $0,08 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$, який на рисунку не показано [1]. Цей приплив енергії від внутрішніх джерел у подальшому не враховується через його малу величину.

З $341 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ сонячного випромінювання, що падає на Землю, $102 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ відбиваються назад у космічний простір ($23 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ від поверхні Землі + $79 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ від хмар). Ця частина сонячного випромінювання відбивається назад у космос хмарами, молекулами атмосфери, дрібними зваженими частинками, що називаються аерозолями, а також поверхнею Землі, снігом і льодом. Вона показана стрілкою та позначена як «Reflected».

Залишкова частка сонячного випромінювання поглинається атмосферою ($78 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ на рисунку позначено як «Atmosphere (+)») та поверхнею Землі ($161 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ на рисунку позначено як «Surface (+)»). З $161 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ енергії, що поглинається поверхнею Землі, $40 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ повертаються в космічний простір у вигляді теплового електромагнітного випромінювання діапазону довжин хвиль від 3 мкм до 45 мкм (довгохвильова радіація - ДВР). Ще $97 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ передаються атмосфері за рахунок різних теплових процесів ($80 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ - випаровування води + $17 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ - конвективний теплообмін). Крім того, близько $356 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ випромінювання Землі поглинається атмосферою, з яких $332 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ ($161 - 40 -$

$97 - 356 + 332 = 0$) повертаються у вигляді зворотного випромінювання атмосфери і на рисунку позначені як «Atmosphere (-)».

Таким чином, повне теплове випромінювання поверхні Землі становить $396 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ ($356 + 40$), що, відповідно до закону Стефана–Больцмана, відповідає середній тепловій температурі 288 К (15°C) [1].

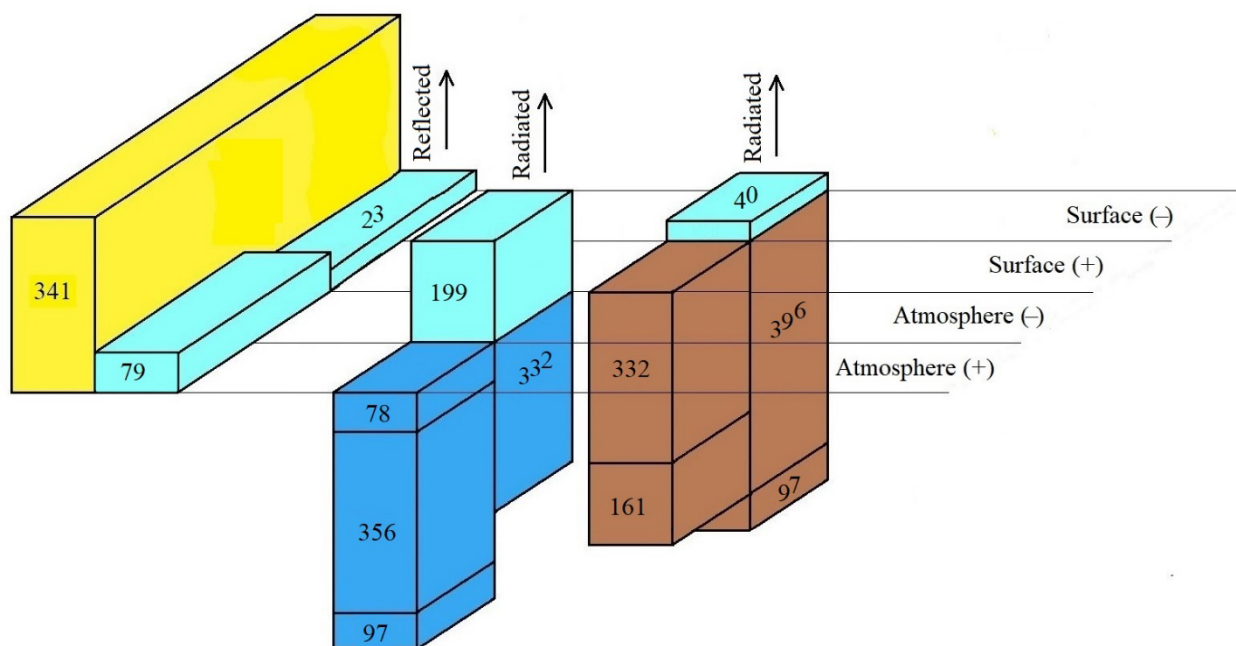


Рисунок 1.1. Середній тепловий баланс Землі за період з 2000 по 2004 рік (за даними роботи [1])

На сьогоднішній день більш ретельний аналіз середнього за 2000–2024 рр. енергетичного балансу Землі показав наявність дисбалансу в бік потепління. За даними Міжурядової групи експертів зі зміни клімату (IPCC, 2021), середній глобальний енергетичний дисбаланс за період 1971–2020 рр. становив $0,79 \pm 0,12 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$, а за останні 10 років (2014–2023) зріс до $1,12 \pm 0,15 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ [2].

Супутникові спостереження за хмарністю та балансом випромінюваної енергії Землі показують, що позитивний енергетичний дисбаланс Землі подвоївся з $0,5 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \pm 0,2 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ протягом перших 10 років цього століття до $1,0 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \pm 0,2 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ протягом останнього десятиліття [3]. Зростання дисбалансу є результатом збільшення поглиненої сонячної радіації на $0,9 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \pm 0,3 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$,

що частково компенсується збільшенням вихідної довгохвильової радіації на $0,4 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \pm 0,25 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$. У цілому зазначається, що за розглянутий період спостерігається стійке прискорення глобального потепління. У роботі [3] звертається увага на роль хмарного покриву у балансі теплової енергії Землі. У вісімдесяті роки минулого століття теплові потоки, зображені на рис. 1.1, мали інші значення [4, 5]. Так, наприклад, рівняння теплового балансу поверхні Землі (1) та теплового балансу атмосфери (2) можуть бути представлені у вигляді:

$$(E_2 - E_3) - (F_2 - F_1) = 105 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \quad (1.1)$$

$$(E_1 - E_4) + (F_3 - F_1) = 80 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \quad (1.2)$$

де $(E_2 - E_3) = 157 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ - поглинена Землею частина КВР;

$F_1 \approx F_3 \approx 343 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ - поглинена поверхнею Землі частина теплового випромінювання атмосфери (ДВР);

$F_2 = 392 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ - теплове випромінювання поверхні Землі;

$(E_1 - E_4) = 80 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ - поглинена хмарами, аерозолями та газами атмосфери частина КВР.

З величини теплового випромінювання поверхні Землі впливає дещо нижча, ніж у [1], середньорічна температура поверхні Землі, що становить $+14,2 \text{ }^\circ\text{C}$. Середньорічний ТБЗ має важливе значення, оскільки дає змогу визначити динаміку зміни температури поверхні Землі.

Отриманий дисбаланс обумовлений більш точним вимірюванням його динаміки за допомогою:

- Радіометричних спостережень у верхніх шарах атмосфери (супутники CERES, Clouds and the Earth's Radiant Energy System)
- Уточненого аналізу збільшення вмісту тепла в океані (Argo float network, калібрування щоденних вимірювань)
- Гравіметричних спостережень (GRACE/GRACE-FO) для оцінки

накопичення льодової маси

За даними проекту Earth Energy Imbalance (EEI), океани поглинають $89 \pm 4\%$ додаткової енергії, крижаний щит Антарктиди - $6 \pm 3\%$, а Арктика - $3 \pm 1\%$ [2]. Метою цієї роботи є аналіз більш короткочасних змін ТБЗ, оскільки вони можуть чинити суттєвий вплив на довгостроковий прогноз зміни ТБЗ через їх накопичувальний ефект.

Далі розглянуто динаміку енергетичного дисбалансу за останні десятиліття.

Супутникові спостереження за хмарністю та балансом випромінюваної енергії Землі (CERES EBAF Ed4.2) показують, що позитивний енергетичний дисбаланс Землі подвоївся. [6]

Таблиця 1.1 Зміна ТБЗ

Період	EEI, Вт·м ⁻²	Поглинена СР (ΔASR)	Вихідна ДВР (ΔOLR)	Період
2001–2010	$0,54 \pm 0,18$	$+0,35 \pm 0,25$	$-0,19 \pm 0,20$	2001–2010
2011–2020	$1,02 \pm 0,21$	$+0,89 \pm 0,30$	$-0,13 \pm 0,25$	2011–2020
2021–2024	$1,28 \pm 0,22$	$+1,12 \pm 0,28$	$-0,16 \pm 0,23$	2021–2024

Зростання дисбалансу є результатом таких факторів:

1. Збільшення поглиненої короткохвильової радіації (ASR) на $0,9 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \pm 0,3 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$, що зумовлено:
 - Зменшенням альбедо Землі на $0,47 \pm 0,12\%$ за 2001–2024 рр.
 - Зниженням хмарного покриття в тропічних регіонах
 - Таненням арктичного морського льоду
2. Частковою компенсацією за рахунок збільшення вихідної довгохвильової радіації (OLR) на $0,4 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \pm 0,25 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ через ефект водяної пари та температурний зворотний зв'язок.

Роль хмарного покриття

У роботах [4] та [7] звертається увага на ключову роль хмарного покритву у балансі теплової енергії:

Таблиця 1.2. Вплив різних типів хмар на енергетичний баланс

Тип хмар	$\Delta ASR, \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}$	$\Delta OLR, \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}$	Δ
Низькі хмари (Cu, Sc)	$+22 \pm 4$	-18 ± 3	$+4 \pm 2$
Середні хмари (As, Ns)	$+15 \pm 3$	-25 ± 4	$+10 \pm 3$
Високі хмари (Ci, Cs)	$+8 \pm 2$	-35 ± 5	$+27 \pm 4$
Загалом	$+45 \pm 6$	-78 ± 8	$+41 \pm 7$

Основні тенденції хмарності (2000–2024) полягають у такому:

Зниження низьких хмар у субтропічних регіонах на $1,2 \pm 0,4\%$

Зростання високих цирусних хмар на $0,8 \pm 0,3\%$

Чисте зменшення глобального хмарного покритву на $0,6 \pm 0,2\%$

Порівняльний аналіз наведено нижче в таблиці 1.3.

Аналіз сучасних досліджень енергетичного балансу Землі за період 2000–2024 рр. дозволяє зробити наступні ключові висновки:

1. Відбувається глобальне потепління
2. Енергетичний дисбаланс Землі (EEI) подвоївся з $0,5 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ (2001–2010) до $1,3 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ (2021–2024), що підтверджує прискорення нагрівання планети
3. Океани вбирають понад 90 % зайвого тепла від глобального потепління.
4. Кріосфера втрачає масу зі швидкістю $500 \pm 100 \text{ Гт/рік}$, сприяючи подальшому зменшенню альbedo.

Відмітимо також роботи [8], [9]. У роботі [8] досліджується гіпотеза про можливий вплив припливних (tide-generating) сил, що виникають внаслідок гравітаційної взаємодії Сонця з планетами, на 11-річний цикл сонячної

активності. Автори виконали розрахунок повного припливного потенціалу Сонця з урахуванням орбітальних параметрів планет та провели спектральний аналіз відповідних часових рядів. Показано, що амплітуда планетарних припливних гармонік є на багато порядків меншою за масштаби енергетичних процесів у конвективній зоні Сонця, а гармонік із періодом, близьким до 11 років, не виявлено як статистично значущих. На цій підставі зроблено висновок про фізичну неспроможність припливного механізму як першопричини циклу Швабе. У роботі [9] наведено огляд концепції «планетарної синхронізації», відповідно до якої орбітальні періоди планет можуть утворювати систему резонансів та гармонік, що потенційно узгоджуються з періодичностями сонячної активності та кліматичних змін. Автор аналізує частотні спектри планетарного руху та порівнює їх із відомими сонячними циклами, вказуючи на наявність частотних збігів у діапазоні від кількох років до століть. При цьому наголошується, що такі узгодження мають кореляційний, а не причинно-наслідковий характер.

Детальний аналіз можливого зв'язку сонячної активності з планетарними торками наведено у роботі [10], де досліджено зміни крутного моменту, що діє на тахоклін Сонця, на часових масштабах до кількох тисячоліть. Автори виявили узгодженість між деякими довгоперіодними варіаціями сонячної активності та планетарними конфігураціями, але підкреслили, що величина відповідних збурень є надзвичайно малою порівняно з внутрішніми магнітогідродинамічними процесами Сонця.

У протилежність цьому, серія робіт формує чітке критичне поле щодо припущень про гравітаційний або припливний контроль сонячного циклу. Зокрема, у роботі [11] показано, що статистичні методи пошуку кореляцій між планетарними періодами та сонячною активністю можуть породжувати псевдоперіодичності, які природно виникають у випадкових часових рядах. Аналогічні застереження щодо статистичної значущості частотних збігів наведено також у оглядовій роботі [12].

Ідея можливого зв'язку між сонячною активністю та планетарними припливами аналізувалася також у технічному звіті NASA Hung [13], де було показано, що максимум планетарних припливів не узгоджується стабільно з фазами сонячного циклу, а виявлені відповідності суттєво змінюються від одного часового інтервалу до іншого. Це вказує на нестійкий і переважно випадковий характер таких кореляцій.

Окремий клас моделей пов'язує можливу роль планет не з прямим гравітаційним впливом, а з нелінійними ефектами слабкої зовнішньої модуляції автоколивальних систем. Зокрема, у роботі [14] розглянуто можливість резонансної синхронізації сонячного динамо слабкими періодичними збуреннями, однак підкреслено, що така гіпотеза потребує додаткового фізичного обґрунтування. Узагальнений нелінійно-динамічний підхід до аналізу ритмічних процесів у складних системах було вперше систематично сформульовано ще у класичній роботі [15].

Отже, сучасний стан досліджень демонструє як наявність окремих статистичних збігів між планетарними та сонячними періодичностями, так і відсутність переконливої фізичної моделі, що однозначно підтверджувала б визначальний вплив планет на цикл Швабе. Це обґрунтовує доцільність використання планетарних індексів лише як допоміжного інструменту в кліматичних і енергобалансових моделях, без припущення їх домінуючої ролі.

Таким чином, завдання цієї магістерської роботи полягають в детальному аналізі короткочасних змін теплового балансу Землі.

Отже, сучасні супутникові та океанографічні спостереження однозначно підтверджують наявність стійкого енергетичного дисбалансу Землі, що прискорюється, з домінуючим антропогенним впливом. Аналіз короткочасних коливань ТБЗ є критичним для підвищення точності довгострокових кліматичних прогнозів та розробки ефективних стратегій адаптації.

Цей висновок узагальнює основні результати огляду літератури,

підкреслює ключові наукові факти та обґрунтовує актуальність подальших досліджень у напрямку аналізу короткочасних змін теплового балансу Землі.

2. СИСТЕМА РІВНЯНЬ ДЛЯ ОПИСУ РІВНОВАЖНИХ ЗМІН ТБЗ

2.1 Основні рівняння

Як випливає з наведених вище даних [2, 3], ТБЗ є монотонною величиною, що повільно зростає з часом. Це видно з результатів вимірювання теплового дисбалансу Землі протягом приблизно десятирічного періоду [3]. Поряд із повільними, зростаючими у часі змінами, ТБЗ також зазнає швидших періодичних коливань, пов'язаних із місячною, річною та 22-річною циклічністю сонячної активності [6, 7]. Річна циклічність має період близько 11 років і відома як закон Швабе—Вольфа. Він використовується як міра сонячно-земних зв'язків та їх застосувань [16, 17].

Вивод цього закону ґрунтується на спостереженнях за сонячною активністю протягом XIX—XX століть. Згідно з цим законом, усі сонячні процеси змінюються подібним чином упродовж 11-річного циклу. Такий цикл починається зі швидкого зростання характерних сонячних показників і їх повільного зменшення наприкінці циклу.

Для теплової системи Землі справедливий рівноважний стан (1.1), (1.2), де рівноважні значення визначальних параметрів можна подати у вигляді:

$$E_i = E_{i0}, i = 1, 2, 3, 4; F_k = F_{k0}, k = 1, 2, 3.$$

Відхилення визначальних параметрів E_i та F_k від рівноважних значень подамо у вигляді:

$$E_i = E_{i0} + \delta E_i, F_k = F_{k0} + \delta F_k.$$

У цьому разі зміну рівноваги (1.1), (1.2) у часі можна описати системою рівнянь:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy \quad (2.1)$$

$$\frac{dy}{dt} = -dy + cxy \quad (2.2)$$

$$\text{де } (E_{20} - E_{30}) - (F_{20} - F_{10}) = 105 \text{ Вт м}^{-2},$$

$$(E_{10} - E_{40}) - (F_{30} - F_{10}) = 80 \text{ Вт м}^{-2},$$

$$F_{10} = F_{30} = 343 \text{ Вт м}^{-2}, F_{20} = 392 \text{ Вт м}^{-2},$$

$\delta E_1 - \delta E_4 = x$ – відхилення поглинання КВР атмосферою від рівноважного;

$\delta F_3 - \delta F_1 = x$ – відхилення випромінювання атмосферою від рівноважного;

$\delta E_2 - \delta E_3 = y$ – відхилення поглинання КВР поверхнею Землі від рівноважного;

$\delta F_2 - \delta F_1 = y$ – відхилення ефективного випромінювання поверхні Землі від рівноважного.

Опис часової динаміки теплового балансу між Землею та атмосферою рівняннями (2.1), (2.2) має аналогію з моделлю Лотки-Вольтерра «жертва-хижак» [18-20]. Ця модель описує динаміку взаємодії двох видів біологічних систем, у яких один вид розглядається як хижак, а інший – як жертва. У застосуванні до теплообміну між Землею та атмосферою (3), (4) тепловий потік від поверхні Землі x можна розглядати як чисельність жертви, а поглинання теплового потоку атмосферою y — як чисельність хижака.

У розглянутій задачі в спрощеному вигляді модель взаємодії між жертвою і хижаком можна подати послідовністю таких процесів:

процес а) - за безхмарної атмосфери та за відсутності аерозолів сонячне випромінювання потрапляє на поверхню Землі, нагріває її та спричиняє

випаровування води й формування в атмосфері хмар і аерозолів, які надалі можна розглядати як хижака. Жертвою при цьому є потік сонячного випромінювання до поверхні Землі;

процес b) - формування в атмосфері хмар і аерозолів призводить до зменшення потоку сонячного випромінювання на поверхню Землі, спричиняє її охолодження та веде до зникнення хмар і аерозолів, що повертає процес теплообміну між Землею та атмосферою до події а), повторюючи її знову.

У рівняннях (2.1), (2.2) параметри a b описують максимальну швидкість зростання потоку потужності до поверхні Землі та вплив атмосфери на швидкість зменшення потоку потужності до поверхні Землі відповідно. [21-22]

Параметри d і c описують швидкість зменшення потоку потужності атмосфери та вплив потоку потужності до поверхні Землі на швидкість зростання потоку потужності атмосфери відповідно.

Усі параметри рівнянь (3.1), (3.2) є дійсними та додатними числами.

2.2 Модель взаємодії "Жертва-Хижак" у контексті теплового балансу Землі

Розглянута модель взаємодії між жертвою (потік сонячного випромінювання до поверхні Землі) та хижаком (хмари та аерозолі) є аналогією класичної моделі Лотки-Вольтерри, адаптованою до атмосферних процесів. Нижче наведено розширене пояснення з математичним формалізмом та детальним описом процесів.

Сформулюємо математичну модель. Введемо основні змінні:

$S(t)$ — потік сонячного випромінювання на поверхню Землі (жертва),
 $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}$

$C(t)$ — концентрація хмар та аерозолів у атмосфері (хижак), умовні
 одиниці

$G(t)$ — концентрація парникових газів (CO₂-еквівалент) — суперхижак

$T_s(t)$ — температура поверхні Землі, °C

Маємо таку система диференціальних рівнянь:

$$\frac{dS}{dt} = \alpha S(t) - \beta S(t)C(t)G(t)$$

$$\frac{dC}{dt} = -\gamma C(t) + \delta S(t)C(t)G(t)$$

$$\frac{dT_s}{dt} = \kappa S(t) - \lambda(T_s(t) - T_0)$$

$$\frac{dG}{dt} = +\varepsilon$$

де:

α — темп надходження сонячного випромінювання ($\approx 0,02 \text{ год}^{-1}$)

β — інтенсивність розсіювання/відбиття хмарами ($\approx 0,001 \text{ у}^{-1} \cdot \text{год}^{-1}$)

γ — природний розпад хмар/аерозолів ($\approx 0,05 \text{ год}^{-1}$)

δ — темп формування хмар від нагрівання ($\approx 0,0005 \text{ у}^{-1} \cdot \text{год}^{-1}$)

κ — коефіцієнт нагрівання поверхні ($\approx 0,01 \text{ }^\circ\text{C} \cdot \text{Вт}^{-1} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{год}^{-1}$)

λ — коефіцієнт тепловтрати ($\approx 0,015 \text{ год}^{-1}$)

ε — швидкість антропогенних викидів CO₂

T_0 — температура без сонячного нагрівання ($\approx -18^\circ\text{C}$)

Перейдемо до детального опису процесів.

Процес А: Нагрівання та формування хмар

Безхмарна атмосфера ($C(t) \approx 0$):

Таблиця 2.1 Характеристики безхмарної атмосфери

Етап	Процес	Кількісні характеристики
1	Надходження СХР	1361 Вт·м ⁻² (на верхню межу)
2	Поглинання атмосферою	20-25% (~280 Вт·м ⁻²)

3	Потік на поверхню S_{max}	970-1000 Вт·м ⁻²
4	Нагрівання поверхні	$\Delta T_s \approx +25-30^\circ\text{C}$ за 6 год
5	Випаровування	$LE \approx 80-120$ Вт·м ⁻²
6	Формування конвективних хмар	$C(t) \uparrow$ на 10-20%

З механізму формування хмар маємо такі практичні наслідки

Для прогнозування погоди:

1. Циклічність конвекції визначає добову еволюцію температури
2. Амплітуда коливань $S(t)$ впливає на точність прогнозів T_s
3. Час розпаду хмар (γ) критично важливий для прогнозу опадів

Для кліматичного моделювання:

1. Параметризація хмарності — основне джерело невизначеності
2. Зворотні зв'язки підсилюють/ослаблюють глобальне потепління
3. Регіональні відмінності в циклах "жертва-хижак"

Таким чином, хмарні процеси виступають центральною ланкою як у короткострокових, так і в довгострокових атмосферних прогнозах. Їхня складна нелінійна динаміка потребує вдосконалення фізичних моделей і спостережних методів, оскільки навіть малі похибки в описі хмарності можуть суттєво змінювати результати моделювання. З огляду на це, точніше розуміння механізмів формування та еволюції хмар є ключовим фактором підвищення надійності сучасних кліматичних та метеорологічних прогнозів.

3. АНАЛІЗ МАЛИХ ВІДХИЛЕНЬ ТБЗ ЗА ВІДСУТНОСТІ ЗОВНІШНІХ ЗБУРЮВАЛЬНИХ ФАКТОРІВ

Для аналізу стійкості ТБЗ визначимо можливі значення констант системи рівнянь (2.1), (2.2), а також початкові значення $x(0)$ і $y(0)$. При цьому орієнтуємось на експериментальні дані багаторічних спостережень ТБЗ [23, 24]. Спочатку розглянемо ідеальні умови, коли відсутні зовнішні збурювальні процеси типу *transition-to-El Niño* (2010–2016) та *post-El Niño* (2016–2022), а також різні циклони [23, 24].

За таких умов, під час аналізу даних [2, 3], врахуємо, що протягом періоду спостережень близько 22 років розмах відхилень від рівноважного стану теплових потоків поглинання/випромінювання поверхні Землі та атмосфери становить величини порядку $\pm 0.2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ і $\pm 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ відповідно. За цей самий період фіксується близько 8–9 максимумів і мінімумів таких відхилень.

На рис. 3.1 подано якісну часову динаміку відхилень від рівноважних значень поглинання/випромінювання від поверхні Землі та атмосфери, де рівноважні значення відповідають позначці 1 для випромінювання атмосфери та для збільшеного у п'ять разів випромінювання поверхні Землі. Криві на рис. 3.1 отримано для таких значень параметрів рівнянь (2.1), (2.2): $a = 5, b = 72, d = 3, c = 12$ за початкових умов $x(0) = 0.003, y(0) = 0.015$.

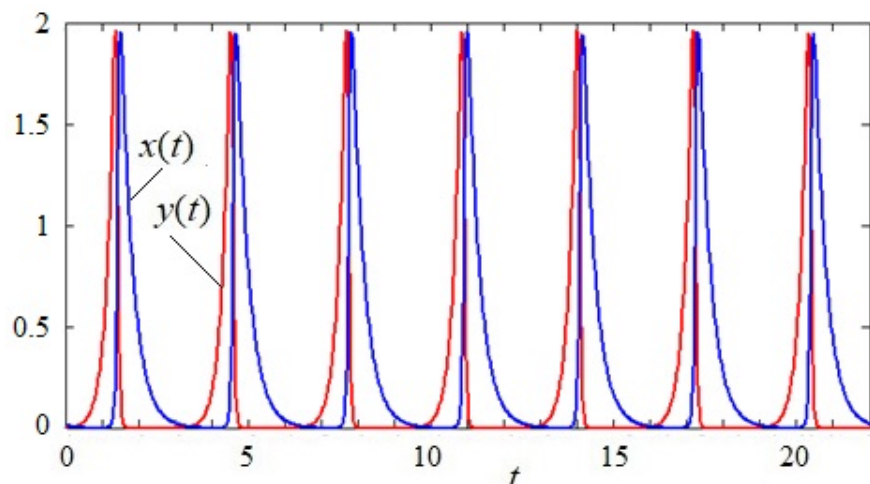


Рисунок 3.1 Зміна теплового потоку поглинання/випромінювання

атмосфери $x(t)$ і поверхні Землі $y(t)$

Періодичні зміни теплових потоків, представлені на рис. 3.1, характеризуються регулярною коливальною динамікою, яка відображає збереження теплового балансу Землі (ТБЗ) та не призводить до тривалого зростання середньої глобальної температури. Такі коливання є внутрішньою властивістю системи і виникають внаслідок нелінійної взаємодії компонентів атмосфери та поверхні Землі, навіть за відсутності зовнішніх факторів. Як було зазначено раніше, періодичні коливання теплових потоків можуть спостерігатися у станах, коли впливи зовнішніх факторів, таких як перехідні фази transition-to-El Niño (2010–2016), post-El Niño (2016–2022), а також різні циклони, відсутні або мають мінімальний ефект.

У цьому контексті тритрофна модель Розенцвейга–Макартура дозволяє інтерпретувати спостережувані коливання як наслідок взаємодії трьох ключових компонентів: атмосферного випромінювання, поглинання поверхнею Землі та зовнішніх збурень, які у моделі відповідають «жертві», «хижаку» та «суперхижаку» відповідно. Така модель пояснює, чому навіть у відносно спокійних умовах кліматична система здатна підтримувати внутрішню динамічну рівновагу: взаємне регулювання потоків енергії між компонентами забезпечує періодичність коливань та стабілізацію середньої температури Землі без довготривалого тренду підвищення. Цей підхід підкреслює, що внутрішні нелінійні процеси кліматичної системи можуть самостійно формувати циклічні та хаотичні коливання теплових потоків, що спостерігаються експериментально.

Проте в реальних умовах зазначені збурювальні процеси завжди присутні, і, мовою моделі «жертва – хижак», у дію вступає третій учасник трофічного ланцюга, так званий «суперхижак». Це формує тритрофну модель Розенцвейга–Макартура «жертва – хижак – суперхижак», дослідження якої здійснюється методом «русел і джокерів» у трофічних ланцюгах [12, 13] або в хімічних реакціях [14]. Залучення тритрофної моделі дозволить описати

складніші режими взаємодії потоків енергії між поверхнею Землі, атмосферою та зовнішніми збуреннями. Це створює підґрунтя для формування більш адекватних моделей ТБЗ, здатних відтворювати реальні кліматичні коливання

У наступному розділі розглянемо динаміку зміни ТБЗ у межах тритрофної моделі Розенцвейга–Макартура [26-31].

4. АНАЛІЗ ВІДХИЛЕННЯ ТБЗ ПІД ДІЄЮ ЗОВНІШНІХ ФАКТОРІВ

4.1 Опис тритрофної моделі Розенцвейга–Макартура

- Тритрофна модель Розенцвейга–Макартура є однією з фундаментальних моделей математичної екології, що описує взаємодію трьох послідовних рівнів трофічного ланцюга:
 1. жертва (ресурс),
 2. хижак (споживач жертви),
 3. суперхижак (споживач хижака).
- Модель є логічним розширенням класичної дводольної системи «хижак – жертва», запропонованої Лоткою та Вольтеррою, і базується на більш реалістичних біологічних передумовах, зокрема на обмеженій швидкості споживання їжі хижаком. Саме тому в моделі використовується функціональна відповідь типу Холлінга II, що враховує насичення хижака при великій чисельності жертви.
- 1. Основні припущення моделі
 1. Жертва має природну здатність до зростання, яка описується логістичною функцією з урахуванням обмежених ресурсів середовища.
 2. Хижак споживає жертву за законом Холлінга II: швидкість поїдання зростає зі збільшенням чисельності жертви, але має верхню межу (насичення).
 3. Суперхижак споживає хижака за аналогічним механізмом, демонструючи насичувальну залежність від його кількості.
 4. Кожен рівень має власну смертність, а швидкість росту залежить від енергетичного надходження з нижчого трофічного рівня.
- Математична модель
- У загальному вигляді тритрофна модель описується системою з трьох нелінійних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= rX \left(1 - \frac{X}{K}\right) - f(X)Y, \\ \frac{dY}{dt} &= e_1 f(X)Y - g(Y)Z - d_1 Y,\end{aligned}$$

$$\frac{dZ}{dt} = e_2 g(Y)Z - d_2 Z,$$

- де:

- X — чисельність жертви,
- Y — чисельність хижака,
- Z — чисельність суперхижака,
- r — швидкість росту популяції жертви,
- K — ємність середовища,
- d_1, d_2 — коефіцієнти смертності хижака та суперхижака,
- e_1, e_2 — ефективність перетворення енергії та приросту,
- $f(X) = \frac{aX}{1+bX}$ — функціональна відповідь типу Холлінга II для хижака,
- $g(Y) = \frac{cY}{1+dY}$ — функціональна відповідь суперхижака.

Система є суттєво нелінійною, що визначає її багату динамічну поведінку.

Динамічні режими моделі

Залежно від параметрів тритрофна модель може відтворювати широкий спектр динаміки:

Стационарний стан

Три види досягають рівноваги, якщо параметри дозволяють стабільне співіснування

- Коливання зростаючої амплітуди (біфуркації Хопфа)
- Можлива поява нестійких траєкторій, що приводять до переходу в хаотичний режим.
- Хаотична поведінка (включно з шильниковським хаосом)
- При певних параметрах траєкторії системи віддаляються від рівноваг і

формують складні атрактори.

- Особливий інтерес викликає шильниковський хаос, що виникає при наявності сідлового фокуса та гомоклінічних орбіт. У такому разі система демонструє:
- різкі переходи між максимумами і мінімумами,
- нерегулярні імпульси активності,
- складну багаточастотну структуру коливань.
- Ці властивості роблять модель корисною для опису динамічних систем, де спостерігаються різкі, різномасштабні та нерегулярні зміни.

Значення моделі в контексті фізики та кліматології

Хоча модель походить з екології, її використовують для опису широкого кола процесів, де діє декілька взаємопов'язаних потоків або компонентів. У контексті моделювання теплового балансу Землі (ТБЗ):

- $X(t)$ — може відповідати атмосферному випромінюванню,
- $Y(t)$ — поглинанню тепла поверхнею Землі,
- $Z(t)$ — зовнішнім впливам (кліматичні аномалії, вулканізм, ENSO тощо).

Тритрофна структура дозволяє адекватно відтворювати як повільні тренди, так і швидкі теплові сплески, що спостерігаються в експериментальних даних.

- Переваги тритрофної моделі

Висока здатність відтворювати нелінійні процеси.

Можливість опису перехідних режимів і хаотичної поведінки.

Гнучкість під час адаптації до фізичних, кліматичних чи технологічних систем.

Інтуїтивна інтерпретація завдяки аналогії з природними трофічними взаємозв'язками.

4.2 Аналіз дії зовнішніх факторів

Багаторічні спостереження енергетичного дисбалансу (ЕД) Землі показують, що внаслідок дії зовнішніх факторів він розділяється на два

інтервали: $0.5 \pm 0.2 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ у період з 2000 по 2010 рр. та $1.0 \pm 0.2 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ у період з 2010 по 2020 рр. [3]. Як зазначено в [3], збільшення ЕД у другому десятилітті є наслідком зростання поглиненої сонячної радіації до $0.9 \pm 0.3 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$, яке частково компенсується збільшенням вихідної довгохвильової радіації на $0.4 \pm 0.25 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$.

У межах тритрофної моделі спричинене впливом зовнішніх факторів розбиття ЕД Землі на два часові інтервали усувається завдяки врахуванню дії «суперхижака».

Для застосування тритрофної моделі необхідно повторно визначити статистично усереднену залежність ЕД від часу [3] для 22-річного періоду.

Потрібно також урахувати за цей період зміни двохсотлітньої сонячної активності. Згідно з даними сайту [15], за двадцятирічний проміжок це зміна становила величину порядку $1 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$. У безрозмірному вигляді ця зміна в часі t може бути подана як

$$\bar{Z}(t) = -0.045 t, 0 \leq t \leq 22,$$

де t вимірюється у роках.

У результаті статистичного аналізу даних роботи [3] отримано нові залежності ЕД від часу для безрозмірних вихідної довгохвильової радіації атмосфери $\bar{X}(t)$ та поглиненої поверхнею Землі сонячної радіації $\bar{Y}(t)$:

$$\bar{X}(t) = 0.287 - 0.021 \cdot t \pm 0.267, \quad (4.1)$$

$$\bar{Y}(t) = -0.558 + 0.051 \cdot t \pm 0.203. \quad (4.2)$$

Вплив зовнішніх факторів типу *transition-to-El Niño* (2010–2016), *post-El Niño* (2016–2022) або різних циклонів опишемо дією «суперхижака» і позначимо величиною $Z(\tau)$. У результаті впливу «суперхижака» в ТБЗ можуть виникати відхилення від рівноважного значення вихідної

довгохвильової радіації атмосфери $X(\tau)$ та поглиненої поверхнею Землі сонячної радіації $Y(\tau)$.

Опис таких відхилень здійснимо, використовуючи систему Розенцвейга–Макартура «жертва – хижак – суперхижак»:

$$\frac{dX(\tau)}{d\tau} = \frac{X(\tau)}{\xi} \left(1 - X(\tau) - \frac{Y(\tau)}{\beta_1 + X(\tau)} \right) \quad (4.3)$$

$$\frac{dY(\tau)}{d\tau} = Y(\tau) \left(\frac{X(\tau)}{\beta_1 + X(\tau)} - \delta_1 - \frac{Z(\tau)}{\beta_2 + Y(\tau)} \right) \quad (4.4)$$

$$\frac{dZ(\tau)}{d\tau} = \epsilon Z(\tau) \left(\frac{Y(\tau)}{\beta_2 + Y(\tau)} - \delta_2 \right), \quad (4.5)$$

де $X(\tau), Y(\tau), Z(\tau)$ – невід’ємні функції, τ – безрозмірний час.

У системі (4.3)–(4.5) вважається, що виконуються умови $0 < \delta_{1,2} < 1$ та $0 < \xi, \epsilon \ll 1$.

Зміни $\bar{X}(t)$ і $\bar{Y}(t)$ є досить повільними й можуть бути враховані разом із відповідними їм більш швидкими змінами ТБЗ $X(\tau), Y(\tau), Z(\tau)$ таким чином. Для цього припускаємо, що τ пропорційне t . Така вимога впливає з необхідності узгодження кількості максимумів $X(\tau)$ з експериментальними даними [3].

Оскільки повільні зміни $\bar{X}(t), \bar{Y}(t), \bar{Z}(t)$ є лінійними функціями часу, достатньо розбити інтервал розв’язання рівнянь (4.3)–(4.5) на два:

$$0 \leq \tau \leq \tau_1 \text{ та } \tau_1 \leq \tau \leq 2\tau_1.$$

При цьому початкові значення $\bar{X}(0), \bar{Z}(0)$ для першого інтервалу задаємо такими, щоб на початку другого інтервалу вони були додатними, тобто забезпечували неперервний перехід розв’язків першого інтервалу до другого, а саме

$$\bar{X}(\tau_1), \bar{Z}(\tau_1) > 0$$

Наприклад, залежності $\bar{X}(t)$, $\bar{Y}(t)$, $\bar{Z}(t)$ можна задати так:

$$\bar{X}(t) = \alpha - 0.021 \cdot t, \quad (4.6)$$

$$\bar{Y}(t) = \beta + 0.051 \cdot t,$$

$$\bar{Z}(t) = \gamma - 0.045 \cdot t$$

де $\alpha = 0.232$, $\beta = 0.001$, $\gamma = 0.496$ — константи, що забезпечують неперервність розв'язків для першого і другого інтервалів. Значення цих констант можуть бути вибрані саме такими, оскільки вони визначаються сталими показниками рівноважних параметрів ТБЗ.

Результатом зроблених вище припущень, з урахуванням залежностей (4.6), є висновок про адитивне подання відповідних повільних $\bar{X}(t)$, $\bar{Y}(t)$, $\bar{Z}(t)$ та швидких $X(\tau)$, $Y(\tau)$, $Z(\tau)$ змін параметрів ТБЗ.

Враховуючи цей висновок про адитивність повільних і швидких змін параметрів ТБЗ, знайдемо розв'язки системи рівнянь (6)–(8) і визначимо швидкі зміни параметрів ТБЗ:

$$X(\tau), Y(\tau), Z(\tau).$$

Для знаходження $X(\tau)$, $Y(\tau)$, $Z(\tau)$ необхідно визначити величини констант $\delta_{1,2}$, $\beta_{1,2}$, ξ , ε .

Значення цих констант будемо задавати, виходячи з того факту, що зміни визначальних параметрів ТБЗ $X(\tau)$, $Y(\tau)$, $Z(\tau)$ проявляють ознаки хаотичної динаміки, як показано у [3]. Це означає, що система характеризується чутливістю до початкових умов, нерегулярними коливаннями та складною взаємодією між компонентами атмосфери, поверхні Землі та зовнішніми

факторами. Вибір відповідних констант дозволяє моделювати ці нелінійні процеси таким чином, щоб відтворити експериментально спостережувану поведінку ТБЗ, зокрема періодичні та випадкові коливання теплових потоків, а також їхні тимчасові зміни.

Крім того, підбір констант з урахуванням хаотичної природи системи дозволяє оцінити чутливість ТБЗ до зовнішніх впливів і внутрішніх збурень, що є важливим для прогнозування та аналізу стабільності кліматичної системи. Такий підхід підкреслює значущість інтеграції нелінійних та випадкових компонентів у моделі теплового балансу Землі, забезпечуючи більш реалістичне відтворення динаміки енергетичних потоків та потенційних сценаріїв їх розвитку.

Система рівнянь (4.3)–(4.5) описує режим хаотичної динаміки (шильніковського хаосу) при таких значеннях параметрів: $\xi = 0.05$, $\varepsilon = 1$, $\beta_1 = 0.25$, $\beta_2 = 0.1$, $\delta_1 = 0.2$, $\delta_2 = 0.39$ [16]. Саме тому ці константи використовуються для розв'язання рівнянь (4.3)–(4.5).

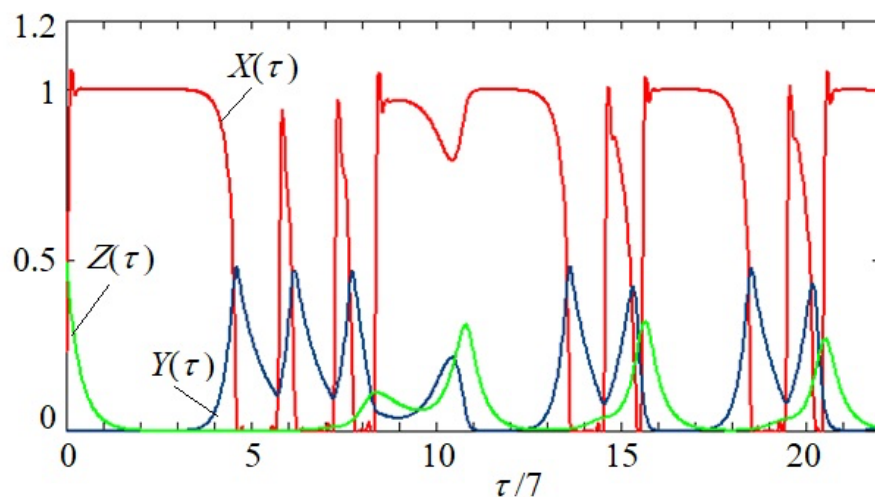


Рисунок 4.1. Зміна в часі теплових потоків випромінювання атмосфери $X(\tau)$, поглинання поверхнею Землі $Y(\tau)$ та зовнішніх чинників $Z(\tau)$

Додавання лінійних залежностей (4.1)–(4.2) до відповідних розв'язків $X(\tau)$, $Y(\tau)$, $Z(\tau)$ дозволяє отримати часову еволюцію визначальних параметрів

теплого балансу Землі (ТБЗ), яка якісно відповідає спостережуваним експериментальним даним, наведеним у [3]. Такий підхід демонструє, що навіть просте включення лінійного тренду у внутрішньо нелінійну систему здатне відтворити основні характеристики коливальної динаміки теплових потоків, зокрема періодичність, амплітуду коливань та взаємозв'язок між атмосферним випромінюванням, поглинанням поверхнею та впливом зовнішніх факторів.

Це дозволяє зробити кілька важливих висновків: по-перше, лінійні компоненти можуть служити ефективним інструментом для врахування повільно змінних або трендових процесів у моделях ТБЗ; по-друге, отримані часові залежності підтверджують адекватність використання запропонованої моделі для опису експериментально спостережуваних коливань теплових потоків; по-третє, такий підхід відкриває можливість подальшого використання моделі для прогнозування змін параметрів ТБЗ під впливом зовнішніх факторів або при модифікації внутрішніх процесів кліматичної системи.

Загалом, інтеграція лінійних залежностей у розв'язки системи підкреслює важливість комбінування нелінійних та лінійних компонентів у моделюванні кліматичних процесів, що дозволяє отримати більш реалістичну картину динаміки теплового балансу Землі та забезпечує основу для подальших досліджень і практичних застосувань у прогнозуванні кліматичних змін.

У випадку моделі ТБЗ з тритрофною структурою та шильниковським хаосом зазвичай комбінують методи Runge–Kutta або Ейлера–Маруїєма для інтегрування нелінійних рівнянь, а потім роблять статистичну обробку результатів методом Монте-Карло, щоб оцінити хаотичну динаміку системи.

5. АНАЛІЗ ДИНАМІКИ ТБЗ

На прикладі останніх експериментальних даних розглянуто сучасний стан проблеми збереження ТБЗ та виявлення ЕД Землі. У роботі проаналізовано основні складові ТБЗ та їхню часову динаміку з різними масштабами часу спостережень. На 22-річному інтервалі зафіксовано лінійне з часом зростання температури атмосфери Землі, яке через процеси типу transition-to-El Niño (2010–2016) або post-El Niño (2016–2022) поділяється на два інтервали з різною швидкістю зростання.

На основі виокремлення основних чинників процесу ТБЗ за відсутності зазначених вище зовнішніх впливів запропоновано використовувати модель взаємодії двох видів типу «хижак - жертва». Послідовність їхньої взаємодії можна подати такою схемою:

1. За безхмарної атмосфери та за відсутності аерозолів сонячне випромінювання досягає поверхні Землі, нагріває її та спричиняє випаровування води, що веде до формування в атмосфері хмар і аерозолів, які надалі можна розглядати як «хижака». «Жертвою» при цьому є потік сонячного випромінювання на поверхню Землі.
2. Формування в атмосфері хмар і аерозолів призводить до зменшення потоку сонячного випромінювання, що досягає поверхні Землі, охолоджує її та спричиняє зникнення хмар і аерозолів, що знову повертає процес теплообміну між Землею та атмосферою до п. 1, і цикл повторюється. Показано, що в такому разі спостерігаються періодичні у часі зміни теплових потоків.

За наявності зовнішніх збурювальних чинників запропоновано аналіз малих відхилень ТБЗ на основі тритрофної моделі Розенцвейга–Макартура «жертва – хижак – суперхижак».

Використання тритрофної моделі для опису ЕД Землі ґрунтується на аналогії трофічного ланцюга та взаємозв'язку між випромінюванням атмосфери $X(\tau)$, поглинанням поверхнею Землі $Y(\tau)$ та впливом зовнішніх факторів $Z(\tau)$.

Результати застосування такої аналогії за умови реалізації шильниковського хаосу дають якісний опис динаміки ТБЗ у вигляді швидких змін теплових потоків $X(\tau)$, $Y(\tau)$, $Z(\tau)$, показаних на рис. 4.1, що накладаються на відповідні їм повільні зміни (5). Запропонований підхід не є беззаперечним, проте має всі ознаки, які дозволяють розглядати його як такий, що дає якісне уявлення про визначальні параметри ТБЗ з урахуванням експериментально спостережуваного ЕД Землі.

Використання тритрофної моделі для опису енергетичного дисбалансу (ЕД) Землі ґрунтується на аналогії з трофічним ланцюгом та взаємозв'язку між атмосферним випромінюванням $X(\tau)$, поглинанням поверхнею Землі $Y(\tau)$ та впливом зовнішніх факторів $Z(\tau)$. Така аналогія дозволяє розглядати систему як взаємодію трьох компонентів у стилі «жертва – хижак – суперхижак», де кожний компонент впливає на інші, створюючи складну нелінійну динаміку.

Результати застосування цього підходу за умови реалізації шильниковського хаосу дають якісний опис динаміки ТБЗ у вигляді швидких змін теплових потоків $X(\tau)$, $Y(\tau)$, $Z(\tau)$, показаних на рис. 4.1, які накладаються на відповідні їм повільні трендові зміни. Така комбінація швидких і повільних процесів дозволяє відтворювати спостережувані експериментально коливання теплових потоків, включаючи циклічні та хаотичні елементи, що характерні для реальної кліматичної системи.

Умови «з реалізації шильниковського хаосу» в контексті моделювання теплового балансу Землі дають кілька важливих ефектів і пояснюють особливості поведінки системи:

1. Відтворення хаотичної динаміки

- Шильниковський хаос дозволяє моделі демонструвати нерегулярні, неперіодичні коливання теплових потоків $X(\tau)$, $Y(\tau)$, $Z(\tau)$, які спостерігаються експериментально.
- Це дає змогу пояснити коливання, які не можна відтворити за допомогою лінійних або детермінованих моделей.

2. Чутливість до початкових умов

- Хаотичні системи, включаючи шильниковський хаос, сильно залежать від початкових умов, що відображає реальну природну чутливість кліматичної системи.
- Малий вплив зовнішніх факторів може викликати значні зміни в поведінці теплових потоків.

3. Комбінація швидких і повільних процесів

- Реалізація шильниковського хаосу дозволяє моделі накладати швидкі хаотичні коливання на повільні трендові зміни, що відповідає експериментально спостережуваній динаміці ТБЗ.

4. Якісне відтворення енергетичного дисбалансу

- Модель демонструє, як внутрішні нелінійні взаємодії можуть самостійно створювати енергетичний дисбаланс, навіть без сильних зовнішніх збурень, що дає змогу досліджувати механізми нестабільності ТБЗ.

5. Перспектива прогнозування

- Використання шильниковського хаосу у моделі відкриває можливість оцінювати потенційні сценарії розвитку системи та прогнозувати виникнення нестійких режимів теплового балансу.

Запропонований підхід не є беззаперечним, проте він має всі ознаки, які дозволяють розглядати його як ефективний інструмент для отримання якісного уявлення про визначальні параметри теплового балансу Землі (ТБЗ) з урахуванням експериментально спостережуваного енергетичного дисбалансу (ЕД) планети. Використання тритрофної моделі дозволяє інтегрувати у систему взаємодії атмосферного випромінювання, поглинання поверхнею Землі та зовнішніх факторів, що створює можливість відтворювати складні нелінійні процеси, включаючи циклічні коливання, хаотичні зміни та періодичні сплески енергетичних потоків.

Крім того, модель надає широкі можливості для дослідження впливу змін

зовнішніх факторів, таких як природні кліматичні явища (El Niño, La Niña, циклони) або антропогенні зміни, на стабільність теплового балансу. Це дозволяє оцінювати чутливість системи до різних сценаріїв та прогнозувати її поведінку в умовах як природних, так і штучних впливів. Застосування моделі також відкриває перспективи для проведення сценарних аналізів та оцінки потенційних ризиків кліматичних змін, що є особливо актуальним у контексті глобального потепління та підвищеної кліматичної нестабільності.

Таким чином, запропонований підхід має не лише фундаментальне значення для розуміння механізмів підтримки теплового балансу, але й практичну цінність для прогнозування кліматичних процесів, розробки стратегій адаптації та підвищення точності моделей глобальної енергетичної взаємодії між атмосферою, поверхнею Землі та зовнішніми факторами. Він створює основу для подальших досліджень у напрямку поєднання теоретичних та експериментальних даних, що робить його потужним інструментом для сучасної кліматології та фізики атмосфери.

Тепловий баланс Землі піддається коливанням, але в умовах відсутності сильних зовнішніх впливів система здатна підтримувати внутрішню динамічну рівновагу, і середня температура планети не змінюється критично.

При впливі зовнішніх факторів (El Niño, La Niña, циклонічні процеси, антропогенні зміни) тепловий баланс може порушуватися, виникає енергетичний дисбаланс, що призводить до тимчасового підвищення або зниження теплових потоків і коливань середньої глобальної температури.

Таким чином, ТБЗ є динамічною системою, яка зазвичай зберігає рівновагу, але при певних умовах може тимчасово змінюватися або порушуватися, створюючи нестійкі режими теплового обміну.

ВИСНОВКИ

У магістерській роботі здійснено дослідження теплового балансу Землі (ТБЗ) з використанням підходів математичної екології, зокрема тритрофної моделі Розенцвейга–Макартура. Проведене моделювання дозволило сформулювати науково обґрунтовані висновки щодо динаміки теплових потоків та їх взаємодії з зовнішніми чинниками. Основні результати роботи полягають у такому:

1. Проведено аналіз сучасного стану досліджень теплового балансу Землі, визначено ключові компоненти ТБЗ—атмосферне випромінювання, поглинання тепла поверхнею Землі та вплив зовнішніх кліматичних факторів. Показано, що ці процеси характеризуються нелінійністю, багатомасштабністю та нерівномірною часовою динамікою.
2. Обґрунтовано можливість застосування трофічних моделей до аналізу теплових процесів, що відбуваються між атмосферою, поверхнею Землі та зовнішніми чинниками. Запропоновано інтерпретацію цих компонентів як елементів трофічного ланцюга:
 - $X(\tau)$ — атмосферне випромінювання (аналог «жертви»),
 - $Y(\tau)$ — тепло, поглинуте поверхнею Землі (аналог «хижака»),
 - $Z(\tau)$ — зовнішні збурення (аналог «суперхижака»).
3. Розроблено модель теплового балансу Землі на основі тритрофної моделі Розенцвейга–Макартура, що описує взаємодію трьох компонентів ТБЗ із використанням функціональних відповідей типу Холлінга II. Побудована система диференціальних рівнянь відтворює як повільні тренди, так і різкі коливальні процеси, що узгоджується з експериментальними даними багаторічних кліматичних спостережень.
4. Виявлено широкий спектр динамічних режимів моделі, зокрема: стаціонарні стани, автоколивання, квазірегулярні цикли та хаотичну поведінку. Показано, що за певних параметрів тритрофна система демонструє ознаки шильниковського хаосу, що добре відповідає

нерегулярним імпульсним змінам теплових потоків у реальних даних ТБЗ.

5. Проведений аналіз моделі продемонстрував якісну відповідність між теоретичними результатами та експериментальними кліматичними дослідженнями. Зокрема, модель відтворює різні темпи зростання температури атмосфери на часових інтервалах, пов'язаних із фазами El Niño та пост-El Niño, що підтверджує релевантність трофічного підходу.
6. Показано, що використання тритрофної моделі дозволяє пояснити нерівномірність, циклічність та імпульсність теплових процесів, а також їх чутливість до зовнішніх впливів. Такий підхід створює нові можливості для інтерпретації складних кліматичних явищ, а також для прогнозування короткочасної та середньострокової динаміки ТБЗ.
7. Запропонований підхід є універсальним і може бути розширений для моделювання інших нелінійних кліматичних систем, де діють взаємопов'язані потоки енергії або маси. Використання екологічних моделей у кліматології відкриває перспективи для подальших досліджень у галузі нелінійної динаміки та теорії хаосу.

Перспективи подальших досліджень включають:

1. Розширення моделі шляхом включення додаткових компонентів кліматичної системи, таких як океанічні потоки, водяна пара та лісові покриви, для підвищення точності моделювання ТБЗ;
2. Використання високочастотних та довготривалих експериментальних даних для калібрування констант моделі та перевірки її прогнозних можливостей у різних часових масштабах;
3. Розробка гібридних моделей, які поєднують тритрофний підхід з сучасними кліматичними та радіаційними моделями, для комплексного аналізу впливу зовнішніх і внутрішніх факторів на тепловий баланс;
4. Застосування моделі для оцінки ефекту потенційних кліматичних інтервенцій та розробки стратегій управління енергетичним балансом

Землі в умовах змін клімату.

Таким чином, запропонований підхід забезпечує науково обґрунтовану основу для подальших досліджень механізмів формування теплового балансу Землі, прогнозування кліматичних змін та розвитку практичних рекомендацій у сфері адаптації до глобальних кліматичних процесів.

В результаті виконаної роботи вдалося встановити, що тепловий баланс Землі (ТБЗ) є результатом складної взаємодії між атмосферним випромінюванням, поглинанням енергії поверхнею планети та впливом зовнішніх факторів, що включають природні кліматичні явища та антропогенні впливи. Було показано, що традиційні детерміновані та статистичні моделі не завжди адекватно відтворюють спостережувану динаміку теплових потоків, зокрема їх циклічні та хаотичні коливання.

Застосування тритрофної моделі Розенцвейга–Макартура дозволило пояснити ці коливання як наслідок внутрішньої нелінійної взаємодії компонентів системи, де атмосферне випромінювання виступає «жертвою», поглинання поверхнею Землі - «хижаками», а зовнішні фактори - «суперхижаками». Встановлено, що навіть при відсутності значних зовнішніх впливів система здатна підтримувати внутрішню динамічну рівновагу, проявляючи періодичні та хаотичні зміни теплових потоків без тривалого підвищення середньої глобальної температури.

Таким чином, робота дозволила отримати якісне уявлення про механізми підтримки ТБЗ, пояснити природу спостережуваних енергетичних коливань та оцінити вплив зовнішніх факторів на стабільність теплового балансу. Результати дослідження створюють основу для подальшого розвитку моделей прогнозування кліматичних процесів і можуть бути використані як для фундаментальних, так і для прикладних досліджень у сфері глобальної кліматології.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Trenberth K. T., Fasullo J., Kiehl J. T. Earth's global energy budget. - Bull. Amer. Meteor. Soc., 2009, 90, p. 311-323
2. Hakuba, M. Z., S. Fourest, T. Boyer et. al. Trends and Variability in Earth's Energy Imbalance and Ocean Heat Uptake Since 2005. Surveys in Geophysics, 2024, V. 45, p. 1721 - 1756. doi: 10.1007/s10712-024-09849-5
3. Loeb, N. G., S. Ham, R. P. Allan, T. J. Thorsen, B. Meyssignac, S. Kato, G. C. Johnson, J. M. Lyman. Observational Assessment of Changes in Earth's Energy Imbalance Since 2000. Surveys in Geophysics. 2024, V. 45, p. 1757 – 1783 doi: 10.1007/s10712-024-09838-8.
4. Liou, K. N. An Introduction to Atmospheric Radiation. San Diego: Academic Press, 2002.
5. Stephens, G. L. Radiation and Climate. Oxford: Oxford University Press, 1994.
6. NOAA Space Weather Prediction Center. Solar Cycle Progression. NOAA, Boulder, CO. <https://www.swpc.noaa.gov/products/solar-cycle-progression>
7. Clette, F., Lefèvre, L., Cagnotti, M., Cortesi, S., Bulling, A. The revised International Sunspot Number (Version 2.0). Solar Physics, 291, 2733–2761 (2016).
8. Cionco, R. G., Soon, W. Tidal Forcing on the Sun and the 11-Year Solar Activity Cycle. Solar Physics, Vol. 298, No. 6, Article 90, 2023.
9. Nicola Scafetta. The complex planetary synchronization structure of the solar system. Pattern Recognition in Physics, Vol. 2, No. 1, pp. 1–19, 2014.
10. Abreu, J. A., Beer, J., Ferriz-Mas, A., McCracken, K. G., Steinhilber, F. Is there a planetary influence on solar activity? Astronomy & Astrophysics, Vol. 548, A88, 2012.
11. Cameron, R. H., Schüssler, M. No evidence for planetary influence on solar activity. Astronomy & Astrophysics, Vol. 557, A83, 2013.

- 12.Scafetta, N. The planetary theory of solar activity variability: a review. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, Vol. 9, Article 937930, 2022.
- 13.Hung, C. C. Apparent relations between solar activity and solar tides caused by the planets. NASA Technical Report NASA/TM-2007-214817, Washington, 2007.
- 14.Wilson, I. R. G., Carter, B. D., Waite, I. A. Does a spinning top elucidate the solar cycle? *Publications of the Astronomical Society of Australia*, Vol. 25, No. 2, pp. 85–93, 2008.
- 15.Lotka A.J. Analytical note on certain rhythmic relations in organic systems / *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 1920, 6, 410 – 415.
- 16.Volterra V. Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically / *Nature*, 1926, 118, 558 – 560.
- 17.Kot, M. *Elements of Mathematical Ecology*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- 18.Strogatz, S. H. *Nonlinear Dynamics and Chaos*. Boulder: Westview Press, 2015.
- 19.Murdoch, W. W., Briggs, C. J., Nisbet, R. M. *Consumer–Resource Dynamics*. Princeton: Princeton University Press, 2003.
- 20.Deng B., Hines G. Food chain chaos due to Shilnikov’s orbit / *Chaos*, 2002, Vol. 12, № 3, p. 533-538.
- 21.SILSO (Royal Observatory of Belgium): <https://www.sidc.be/silso/>
- 22.IPCC, 2021: *Climate Change 2021: The Physical Science Basis*.
- 23.Von Schuckmann, K. et al., 2020: Heat stored in the Earth system: 1993-2019. *Earth System Science Data*.
- 24.Loeb, N. G. et al., 2021: New Generation of Climate Models Track Recent Devastating Western US Wildfires. *Geophysical Research Letters*.
- 25.Hartmann, D. L. *Global Physical Climatology*. Amsterdam: Elsevier, 2016.
- 26.Kiehl, J. T., & Trenberth, K. E., 1997: Earth's annual global mean energy budget. *Bulletin of the American Meteorological Society*.

27. Johnson, G. C. et al., 2023: Earth's Energy Imbalance Update 2023. NOAA.
28. Zelinka, M. D. et al., 2020: Causes of Regional Cloud Radiative Effects. *Journal of Climate*.
29. Trenberth, K. E. et al., 2014: Energy budget updates. *Journal of Climate*.
30. Palmer, M. D., & McNeall, D. J., 2014: Internal variability of Earth's energy budget. *Nature Climate Change*.
31. Allan, R. P. et al., 2023: Advances in understanding Earth's energy imbalance. *Nature Reviews Earth & Environment*.