

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

ІНІ «ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ»

Кафедра фізики ядра та високих енергій імені О.І. Ахієзера

До захисту допущено

Кафедрою фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера протокол № 12
від 19 червня 2026 р.

завідувач кафедри _____
(підпис)

Юрій Слюсаренко
(ім'я, прізвище)

«19» червня 2026 р.

Кваліфікаційна робота
здобувача першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

Аналіз пружного α - ^{40}Ca розсіювання в інтервалі енергій
 $E_{\alpha} = 82 - 1370 \text{ MeV}$ за моделлю S-матриці

(назва роботи)

Спеціальність (спеціалізація) 105 «Прикладна фізика та наноматеріали»

Освітня програма «Прикладна фізика»

Виконавець _____
(підпис)

Герман Іщенко
(ім'я, прізвище)

Науковий керівник _____
(підпис)

Генадій Оніщенко
(ім'я, прізвище)

Харків – 2026

АНОТАЦІЯ

У цій роботі досліджується пружне розсіювання α -частинок на ядрах ^{40}Ca в широкому інтервалі енергій $E_\alpha = 20,5 - 342,5$ MeВ/нуклон із застосуванням оригінальної шестипараметричної моделі S-матриці, яка враховує кулонову взаємодію, а також ефекти сильного ядерного поглинання й заломлення розсіяних хвиль. Виконано сумісний аналіз енергетичної поведінки параметрів моделі, диференціальних і повних перерізів реакції, кутів ядерної райдуги, поведінки «ближніх» і «дальніх» складових вкладів у парціальну амплітуду та інших характеристик процесу розсіювання для енергій α -частинок $E_\alpha = 82, 104, 141,7, 240$ та 1370 MeВ. Показано, що теоретичні розрахунки перерізів пружного розсіяння, отримані в межах S-матричного підходу, демонструють кращу узгодженість з експериментальними даними порівняно з розрахунками оптичної моделі для відповідних енергій.

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Розділ 1. Огляд літератури.....	8
Розділ 2. S – матрична модель пружного розсіяння	11
Розділ 3. Аналіз отриманих результатів розрахунків та порівняння з експериментальними даними.....	16
Висновок.....	29
Перелік використаних джерел.....	31

ВСТУП

Дослідження процесів взаємодії α -частинок з атомними ядрами належить до базових і найбільш інформативних напрямів у сучасній ядерній фізиці. Проведення таких експериментів для проміжних та високих енергій налітаючих легких частинок відкриває унікальні можливості для експертного аналізу внутрішніх властивостей нуклонних систем та специфіки міжнуклонних сил, що забезпечують їхню стабільність. Масиви даних, накопичені під час цих вимірювань, традиційно інтерпретуються із залученням ряду теоретичних концепцій, серед яких ключове місце посідають оптична модель (ОМ) та феноменологічний підхід на основі матриці розсіяння (S-матриці). Залучені математичні методи, зокрема метод нелінійної умовної оптимізації (fitting, підгонка параметрів моделі), виступають ефективним аналітичним апаратом для розшифрування експериментальних перерізів, фундаментальних параметрів налітаючого ядра та ядра мішені.

Історично першим і найширше впровадженим методом опису адрон-ядерних зіткнень у царині середніх енергій стала саме оптична модель. Її сутність базується на введенні ефективного комплексного потенціалу, уявна компонента якого відповідає за процеси непружної дисипації (поглинання) налітаючого потоку, тоді як дійсна частина моделює рефракційні (заломлюючі) властивості середовища, що демонструє пряму аналогію з класичними світловими хвилями. Застосування ОМ передбачає обов'язкове проведення процедури чисельного інтегрування хвильового рівняння Шредінгера, що дає змогу розрахувати спостережувані характеристики розсіяння та розкрити супутню мікроскопічну динаміку.

В області кінетичних енергій порядку $E_n \geq 25\text{-}30$ МеВ/нуклон ядерні процеси починають виявляти значну кількість ефектів, повністю тотожних законам хвильової оптики. Яскравим прикладом цього є корпускулярно-хвильовий дуалізм, що породжує явища ядерної дифракції, механізми якої математично еквівалентні дифракції світлових променів на непрозорих

перешкодах. Сучасні дифракційні теорії в ядерній фізиці будуються саме на базі таких глибоких фізико-оптичних аналогій.

У межах цього дослідження здійснюється детальний аналіз експериментальних закономірностей пружної взаємодії в системі α - ^{40}Ca для інтервалу енергій налітаючих альфа-частинок $E_\alpha = 82\text{--}1370\text{ MeV}$ за допомогою апарату шестипараметричної моделі S-матриці. Дана концепція опирається на спеціальну параметризацію елементів матриці розсіяння, що задаються у просторі кутового моменту та прицільного параметра. Головна перевага використаного S-матричного підходу полягає в отриманні замкнених аналітичних залежностей для амплітуд і диференціальних перерізів процесів, що розглядаються. Ця обставина відкриває шлях до прямого дослідження кореляцій між структурними параметрами S-матриці та фізичним змістом квантовомеханічних ефектів.

Оптимізована S-матриця оперує фіксованим набором констант (6 параметрів), кожна з яких має просту фізичну інтерпретацію, що суттєво спрощує обробку експериментів у широких кутових та енергетичних інтервалах, де має місце прояв таких тонких ефектів, як дифракція Фраунгофера та Френеля, райдужні максимуми та точки кросоверу. Також цей інструментарій дає змогу детально дослідити аномалії в поведінці кутових розподілів реакцій.

На противагу цьому, стандартна оптична модель має низку суттєвих обмежень, пов'язаних із багатозначністю (дискретною та неперервною) підбору потенціалів, а також неермітовістю оператора Гамільтона. Через це якість та прогностична здатність ОМ помітно падає зі зростанням енергії зіткнення. При пружному розсіюванні ядер гелію на мішенях середньої та важкої атомної маси при проміжних енергіях реєструється стрімке згасання фраунгоферових осциляцій диференціального перерізу в зоні малих кутів. У наступних кутових інтервалах диференціального перерізу виникає характерний узагальнений максимум, зумовлений процесами ядерної райдуги,

після якого переріз монотонно і плавно спадає. Із зростанням імпульсу налітаючої α -частинки цей райдужний екстремум нівелюється, а кутовий розподіл за межами кута відхилення райдуги демонструє експоненційний спад перерізу, що контролюється переважно «дальньою» складовою парціальної амплітуди розсіяння. Цей внесок представляє собою хвилі, що огинають ядромішень з протилежного, відносно реєструючого детектора боку. Формування райдужної картини стає можливим виключно за умови часткової прозорості центральних областей ядра для бомбардуючих легких кластерів.

У таких режимах розсіювання α -частинка здатна зондувати більш глибокі внутрішні зони мішені, ніж у відсутності райдужного механізму при тій же самій енергії, постачаючи унікальні відомості про її радіальний розподіл густини через профіль диференціальних перерізів.

Феномен ядерної райдуги має першочергове значення для аналізу динаміки зіткнень і раніше детально вивчався у реакціях за участю легких та середніх ядер, таких як ^3H , ^3He , ^6Li , ^9Be , ^{11}B та ^{12}C .

Структура кутового розподілу у проміжній енергетичній шкалі для ядер-мішеней середньої атомної маси (яким і є кальцій-40) визначається тонким балансом між абсорбційними та рефракційними властивостями нуклонного середовища з обов'язковим урахуванням кулонового збурення. Особливий науковий інтерес викликає еволюція перерізу в точці графічного перетину ближньої та дальньої компонент амплітуди розсіяння (так званий фраунгоферів кросовер).

Для адекватного моделювання кутових розподілів необхідно чітко реконструювати квантову функцію відхилення як функцію орбітального моменту або прицільної відстані. За наявності глибокого локального мінімуму у від'ємній напівплощині цієї функції фіксується повноцінна ядерна райдуга. Водночас для систем із високим рівнем поглинання (наприклад, ^9Be , ^{12}C) райдужна структура трансформується у слабо виражений ефект — «райдужний привид».

Ключовою метою даної кваліфікаційної роботи є сумісний, експертний аналіз закономірностей рефракційних та дифракційних ефектів, що виникають у процесах пружного розсіяння α -частинок на ядрах ^{40}Ca у інтервалі енергій від 20,5 до 342,5 MeV/нуклон. Механізми поглинання та заломлення хвиль для пари α - ^{40}Ca детально досліджуються на основі оригінальної феноменологічної моделі S-матриці на широкій енергетичній сітці (від 82 до 1370 MeV).

В основі обчислень лежить базовий формалізм S-матриці А.Ю. Бережного - В.В. Пилипенка, який модифіковано для коректного врахування кулонового зсуву фаз і сильного поглинання ядрами середньої атомної ваги. На основі мінімізації відхилень від експерименту оптимізовано шість вільних параметрів моделі. Крім того, у роботі відстежено енергетичну поведінку кута фраунгоферового кросоверу, критичних райдужних кутів, а також топологічні трансформації квантової функції відхилення, модуля матриці розсіяння та парціальних S-елементів. Проаналізовано динаміку параметрів рефракції δ_1 , коефіцієнта дифузності Δ_j , радіусів сильної абсорбції $L_{0,1}/k$. Особлива увага приділялася поведінці інтегрального перерізу реакції σ_r . Отримані закономірності демонструють монотонну, фізично несуперечливу еволюцію поведінки інтегрального перерізу реакції, що повністю підтверджується в межах квазікласичного наближення.

РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Явище дифракції світла було відкрито в XVII столітті італійським ученим Франческо Марією Грімальді. Однак хвильові властивості елементарних частинок експериментально підтвердили лише у XX столітті. У 1927 році Клінтон Девіссон і Лестер Джермер (а незалежно від них Джордж Томсон) спостерігали дифракцію електронів на кристалах, чим підтвердили гіпотезу Луї де Бройля про корпускулярно-хвильовий дуалізм. Саме ці роботи заклали фундамент для розуміння ядерної дифракції.

Ядерна дифракція проявляється при достатньо високих енергіях налітаючих частинок, коли сильне поглинання змушує ядро-мішень поводитися подібно до «чорного» екрана в класичній оптиці. У 1940 році Г. Плачек і Г. Бете показали, що пружне розсіювання нейтронів на ядрах аналогічне дифракції Фраунгофера світла на непрозорому диску [1]. Це поклало початок систематичним дослідженням дифракційних явищ у ядерній фізиці.

У 1945 році А. І. Ахієзер і І. Я. Померанчук розглянули вплив кулонової взаємодії на дифракційну картину пружного розсіювання заряджених частинок (протонів) на поглинаючих ядрах [14]. У 1954 році Дж. Блер узагальнив цей підхід для важчих заряджених налітаючих частинок, зокрема α -частинок [8]. Запропоноване ними наближення (Ахієзера–Померанчука–Блера) широко використовувалося для аналізу експериментальних даних пружного розсіювання протонів, дейтронів, ^3He та α -частинок.

Дифракційні процеси належать до прямих ядерних реакцій, у яких частинка, що налітає, взаємодіє переважно з поверхневими нуклонами мішені. Час протікання такої взаємодії порівнянний з часом прольоту частинки через розмір ядра. При побудові теоретичних моделей необхідно враховувати ефекти часткової прозорості ядра, розмиття його поверхні, кулонову взаємодію, спин і можливу деформацію ядер.

У 1953 році Г. Фешбах, Ц. Портер і В. Вайскопф запропонували оптичну модель (ОМ) ядерного розсіювання [9, 10]. У цій моделі взаємодія адрона з ядром описується за аналогією з поширенням світлової хвилі через краплю рідини з певним показником заломлення та коефіцієнтом поглинання. Багаточастинкова задача зводиться до розсіювання на ефективному комплексному потенціалі, де реальна частина відповідає за заломлення, а уявна — за поглинання.

Для систем зі слабкою кулоновою взаємодією в проміжній енергетичній області пружне розсіювання нагадує дифракцію Фраунгофера. За наявності сильного кулонівського поля картина змінюється, і спостерігається дифракція Френеля.

Важливим окремим випадком є **райдувне розсіювання**, яке проявляється при взаємодії легких ядер (^3He , ^4He , ^6Li) з середніми та важкими ядрами в інтервалі енергій, зазвичай, приблизно 20–200 МеВ/нуклон. Воно пов'язане з частковою прозорістю ядра та дає змогу отримати інформацію про внутрішню структуру ядер мішені. Теоретичні основи райдувного розсіювання в ядерних зіткненнях були закладені К. Фордом і Дж. Уїллером у 1959 році [11].

Ядерна дифракція є значно складнішим явищем порівняно з оптичною дифракцією, оскільки включає додаткові непружні та квазіпружні канали. Аналіз експериментальних даних у цій області дає цінну інформацію про структуру ядер і механізми взаємодій.

На сьогодні розроблено численні модифікації оптичної моделі. У даній роботі основна увага приділяється альтернативному підходу - феноменологічному методу дослідження (підгонка параметрів моделі) на основі шестипараметричної параметризації S-матриці, запропонованому Ю. А. Бережним та В. В. Пилипенком у 1995 році [1]. Цей метод дає змогу отримати параметри для замкнених аналітичних виразів для амплітуд і диференціальних перерізів, що суттєво спрощує фізичну інтерпретацію

результатів. Підхід успішно застосовувався раніше для опису пружного розсіювання α -частинок на легких ядрах (^{12}C [2], ^{24}Mg [3]) та важких ядрах (^{208}Pb [12]).

Метою цієї роботи є отримання параметрів шестипараметричної S-матричної моделі пружного розсіювання для системи $\alpha + ^{40}\text{Ca}$ в енергетичному інтервалі 82 – 1370 MeV та порівняння результатів із розрахунками в рамках шестипараметричної оптичної моделі.

РОЗДІЛ 2. S – МАТРИЧНА МОДЕЛЬ ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ

Згідно з S-матричною моделлю, у початковому та кінцевому станах частинки розглядаються як невзаємодіючі, тобто ті, що знаходяться на нескінченно великій відстані від ядер мішені. Взаємодія між частинками виникає виключно під час реакції розсіювання і повністю описується матрицею розсіювання (S-матрицею). Матриця розсіювання зв'язує початкову хвильову функцію $\psi(\mathbf{r}, t = -\infty)$ з кінцевою $\psi(\mathbf{r}, t = \infty)$ та містить у собі усю інформацію про процес розсіювання. Тобто, результат дії виражається співвідношенням:

$$\psi(\mathbf{r}, t = \infty) = \hat{S} \psi(\mathbf{r}, t = -\infty), \quad (1)$$

де $\hat{S}$ є унітарним оператором.

Взаємодія між частинками виникає лише в ході розсіювання. Вона повністю визначається матрицею розсіювання. Опис амплітуди пружного розсіювання дається виразом Факсена–Хольтсмарка:

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(S_l - 1)P_l(\cos \theta), \quad (2)$$

де k — хвильовий вектор налітаючої частинки, θ — кут розсіювання, l — орбітальний момент імпульсу частинки-снаряду відносно ядра мішені, $P_l(\cos \theta)$ — поліном Лежандра порядку l , S_l — діагональний елемент S-матриці у базисі власних значень оператора моменту імпульсу. Наведений вираз здобуто, за визначенням, шляхом розвинення амплітуди розсіювання за поліномами Лежандра, що відповідає стандартному розвинення за парціальними хвилями.

У роботі застосовано параметризацію матриці розсіювання як функції кутового моменту [1]:

$$S(L) = \eta(L) \exp(2i[\delta_r(L) + \sigma_c(L)]), \quad (3)$$

$$\eta(L) = \exp[(\ln \varepsilon)g(L, L_0, \Delta_0)] , \quad (4)$$

$$2\delta_r(L) = \delta_1 g^2(L, L_1, \Delta_1) , \quad (5)$$

$$g(L, L_j, \Delta_j) = \frac{\sinh(L_j/\Delta_j)}{\cosh(L_j/\Delta_j) + \cosh(L/\Delta_j)} , \quad j = 0, 1 \quad (6)$$

де модуль S-матриці позначається як $\eta(L)$, $L = l + 1/2$, ядерну (рефракційну) фазу записують як $\delta_r(L)$, а кулонову фазу — як $\sigma_c(L)$, прозорість ядерної матерії характеризується малим параметром ε ($\varepsilon \ll 1$), тоді як величину ядерного заломлення задає параметр δ_1 . Параметри L_j та Δ_j (при $j = 0$ та $j = 1$) визначають лінійні розміри та ступінь розмиття відповідно зони сильного поглинання та зони ядерної рефракції. У результаті обрана модель містить шість вільних параметрів — δ_1 , ε , L_0 , Δ_0 , L_1 , Δ_1 , — значення яких знаходять шляхом підгонки теоретичного диференціального перерізу до експериментальних даних.

Функція $g(L, L_j, \Delta_j)$ має вигляд симетричної функції Фермі-сходинки, причому саме параметр Δ_j задає ступінь її розмиття. Модуль матриці розсіювання $\eta(L)$ може набувати значень від 0 до 1, де $\eta(L) = 0$ відповідає повному поглинанню, а $\eta(L) = 1$ — відсутності будь-якого поглинання. Кулонову фазу $\sigma_c(L)$ можна точно розрахувати в квазікласичному наближенні. Для цього застосовують формулу квазікласичної фази розсіювання $\delta_{wkb}(L)$:

$$\delta_{wkb}(L) = \frac{\pi L}{2} + k \int_{r_{min}}^{\infty} \left(\sqrt{1 - \frac{U(r)}{E} - \frac{L^2}{k^2 r^2}} - 1 \right) dr - kr_{min} , \quad (7)$$

де енергія частинки-снаряду позначається символом, потенційну енергію взаємодії частинок записують як функцію $U(r)$, де r означає відстань між частинками. Найменшу відстань між частинками (зближення) r_{min} визначають з умови, за якій корень у підінтегральному виразі дорівнює нулю.

Нами у розрахунках прийнято, що потенційну енергію налітаючої частинки

у полі ядра можна подати у вигляді взаємодії точкового заряду з рівномірно зарядженою сферою:

$$U_c(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_c} \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2} \right), & r < R_c \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, & r \geq R_c \end{cases} \quad (8)$$

де радіус зарядженого сфери задають формулою $R_c = r_c A^{1/3}$, $r_c \approx 1.3$ фм, що відповідає моделі ядерної краплі. Масове число ядра-мішені позначають як A . Зарядові числа налітаючої частинки та мішені записують відповідно Z_1 та Z_2 . У системі $\alpha^{+40}\text{Ca}$ приймають $Z_1 = 2$, а $Z_2 = 20$.

Інтегрування формули (7) дає нам вираз для кулонової фази $\sigma_c(L)$ у квазікласичному наближенні:

$$\sigma_c(L) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\sqrt{L_c^2 - L^2} - \frac{1}{4}p \ln \left[\frac{(aR_c^2 - p + \sqrt{L_c^2 - L^2})^2}{p^2 + L^2} \right] - n + \\ + n \ln(kR_c - n + \sqrt{L_c^2 - L^2}) + L \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{L^2 + apR_c^2}{L\sqrt{L_c^2 - L^2}} + \right. \\ \left. + \tan^{-1} \left(L \frac{n\sqrt{L_c^2 - L^2} - L^2 - nkR_c}{L^2\sqrt{L_c^2 - L^2} + nL^2 + n^2kR_c} \right) + \frac{\pi}{4} \right], & L < L_c \\ \frac{n}{2} \ln(L^2 + n^2) + L \tan^{-1} \frac{n}{L} - n, & L \geq L_c \end{cases} \quad (9)$$

де використовують такі позначення: $L_c = \sqrt{k^2 R_c^2 - 2nkR_c}$, $a = \sqrt{nk/R_c^3}$,

$p = (3nk/R_c - k^2)/(2a)$, $n = \mu Z_1 Z_2 e^2 / (\hbar^2 k)$ — параметр Зоммерфельда, а $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ — зведена маса системи.

Диференціальний переріз пружного розсіювання розраховувався згідно з формулою:

$$\sigma(\theta) \equiv \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2. \quad (10)$$

Фаза розсіювання $(L) = \delta_r(L) + \sigma_c(L)$ дає змогу розрахувати квантову функцію відхилення $\Theta(L)$ за допомогою співвідношення:

$$\Theta(L) = 2 \frac{d\delta(L)}{dL}. \quad (11)$$

Кут ядерної райдуги θ_r розраховується як величина екстремуму в точці мінімуму квантової функції відхилення (11).

Аналіз складних кутових розподілів у диференціальних перерізах пружного розсіювання (зокрема, фраунгоферового кросоверу та ядерної райдуги) значно спрощується при використанні процедури Фуллера для розвинення амплітуди розсіювання на ближню та дальню компоненти [15,16].

Такі компоненти у квазікласичному наближенні відповідають ближньому та дальньому краям розсіювача. Дальню амплітуду (зі знаком плюс) та ближню амплітуду (зі знаком мінус, можна подати у вигляді:

$$f^{\pm}(\theta) = f_R^{\pm}(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [S(L) - \exp(2i\sigma_c(l+1/2))] Q_l^{\pm}(\cos \theta) \quad (12)$$

де $Q_l(\cos \theta)$ означає функцію Лежандра другого роду та $Q_l^{\pm}(\cos \theta) = \frac{1}{2} \left(P_l(\cos \theta) \mp i \frac{2}{\pi} Q_l(\cos \theta) \right)$. Компоненти ближньої та дальньої амплітуд визначають за допомогою функцій $f_R^{\pm}(\theta)$, де дальню та ближню амплітуди Резерфорда $f_R^{\pm}(\theta)$ беруть з роботи [15]. Сума такого розвинення точно дорівнює початковій амплітуді розсіювання $f(\theta)$.

Представлене розбиття амплітуди дає змогу інтерпретувати різні дифракційні картини як результат інтерференції ближньої та дальньої субамплітуд. Зокрема, дифракція Фраунгофера виникає внаслідок їхньої інтерференції, тоді як дифракція Френеля та кулонова райдуга визначаються переважно ближньою компонентою, а ядерна райдуга — лише дальньою

компонентою.

Тип дифракційної картини при розсіюванні заряджених частинок на сильно поглинаючих ядрах визначається умовою: при

$$L_0 \sin \theta_c \ll 1, \quad (13)$$

маємо розсіювання Фраунгофера, а при

$$L_0 \sin \theta_c \gtrsim 1, \quad (14)$$

— маємо розсіювання Френеля. Тут $L_0 = l_0 + 1/2$, - квазікласичний момент, де l_0 — граничний орбітальний момент частинки, що знаходиться поблизу поверхні ядра мішені, а θ_c — критичний кут, під яким частинка проходить повз границю ядра.

Щоб визначити параметри моделі, проводилася ітераційною процедурою мінімізація функціоналу $\chi^2/(N - n - 1)$, де N — кількість експериментальних точок, а n — кількість вільних параметрів. Мінімізацію проводили градієнтним методом, щоб досягти найкращого узгодження розрахованого теоретичного диференціального перерізу з експериментальними даними. При фітуванні розглянутих наборів даних експериментальна похибка приймалася рівно 10%. Експериментальні дані використовувалися з бази ядерних даних EXFOR [19].

РОЗДІЛ 3. АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПОРІВНЯННЯ З ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИМИ ДАНИМИ

У цьому розділі представлені результати чисельного аналізу даних пружного розсіювання α -частинок на ядрі ^{40}Ca в енергетичному інтервалі 82–1370 MeV з розглядом окремих наборів даних. Головною метою розділу є детальне вивчення закономірностей рефракційних і дифракційних явищ, зокрема проявів ефекту ядерної райдуги та фраунгоферового кросовера, у широкому інтервалі енергій налітаючих α -частинок.

Крім того, проводиться оцінка ефективності та доцільності застосування шестипараметричної S-матричної моделі для опису диференціальних перерізів розсіювання α -частинок на середніх ядрах при проміжних енергіях як перспективної альтернативи традиційній оптичній моделі.

Для вирішення поставлених завдань була використана шестипараметрична S-матрична модель, запропонована Ю. А. Бережним та В. В. Пилипенком [1]. Цей феноменологічний підхід вже довів свою ефективність при аналізі пружного розсіювання α -частинок на легких ядрах ^{12}C [2], ^{24}Mg [3] та інших) в інтервалі енергій 12,5-96,5 MeV, а також на важкому ядрі ^{208}Pb [12] в широкому інтервалі 12,5-96,5 MeV. Головною перевагою моделі є можливість отримання замкнених аналітичних виразів для амплітуд розсіювання, що суттєво полегшує фізичну інтерпретацію тонких рефракційних структур порівняно з чисельним розв'язанням хвильового рівняння в оптичній моделі.

Було розглянуто реакції пружного розсіяння альфа частинок при енергіях 82 [5], 104 [6], 141,7 [7], 240 [8], 1370 [9] MeV. Параметри S-матриці для системи $\alpha + ^{40}\text{Ca}$ були визначені шляхом детальної підгонки до наявних експериментальних даних (5 наборів) з міжнародної бази ядерних даних EXFOR[5–9]. Здобуті параметри та супутні дані наведені в таблиці 1.

Диференціальні перерізи пружного розсіювання $\alpha + {}^{40}\text{Ca}$ в області 82–1370 MeV були розраховані на основі параметризації, описаної формулами (3)–(6) та (9), і представлені на рисунках 1–5. При обчисленні амплітуди розсіювання за формулою (2) враховувалися внески від широкого діапазону орбітальних моментів l (від 0 до значень, що значно перевищують L_0), що забезпечило високу точність теоретичних кривих. Параметри моделі (L_0 , Δ_0 , L_1 , Δ_1 , ε , δ) оптимізувалися за допомогою мінімізації χ^2 -функціоналу для кожного набору експериментальних даних [5–9, 15–17]. Отримані значення параметрів та їх енергетична залежність наведені в таблиці 1. Для об'єктивного порівняння якості опису також представлені значення χ^2 -функціоналу, отриманого при аналізі шестипараметричною оптичною моделлю [4].

Проаналізовані диференціальні перерізи чітко демонструють характерні дифракційні картини розсіювання (рисунки 1–5). У системі $\alpha + {}^{40}\text{Ca}$ для всіх розглянутих енергій спостерігається виражений прояв ядерного райдужного розсіювання. Це підтверджується характерною формою квантової функції відхилення $\eta(l)$, яка має симетричний глибокий мінімум в області від'ємних значень — класичну ознаку ефекту ядерної райдуги. Зі збільшенням енергії глибина мінімуму зменшується, що відповідає поступовому загасанню райдужної структури.

На основі результатів моделювання наведених на рисунках 1–5 можна стверджувати, що запропонована параметризація S-матриці досить точно відтворює складну поведінку диференціальних перерізів пружного розсіювання α -частинок на ядрах ${}^{40}\text{Ca}$ у широкому інтервалі енергій і кутів розсіювання. Експериментальні кутові розподіли демонструють характерну дифракцію Фраунгофера з великою кількістю осциляцій у області малих кутів, поступовим зменшенням їхньої амплітуди та появою широкого максимуму, що свідчить про наявність ядерного райдужного розсіювання. Після цього переріз монотонно спадає.

Таблиця 1. Еволюція параметрів S матриці з енергією E : L_j та Δ_j – лінійні розміри та розміття зони сильного поглинання при $j = 0$ та зони ядерної рефракції при $j = 1$; ε - прозорість ядерної матерії, δ_1 – величина ядерного заломлення, σ_r - переріз реакції, θ_r - кут ядерної райдуги, значення χ^2/N розраховані для реакції пружного розсіювання (значення з * були взяті зі статей з експериментами для оптичної моделі).

E	k_{scm}	L_0	L_0/k	L_1	L_1/k	Δ_0	Δ_0/k	Δ_1	Δ_1/k	ε	ε (%)	δ_1	L_c	χ^2 (S-матр.)	χ^{2*} (Опт.)	σ_{react}	Θ_r	Err, %
82	3,614	19,747	5,464	16,952	4,690	2,128	0,588	3,869	1,071	0,0230	2,3	24,883	14,684	2,4	2-2,5	1517,6	97,70	10
104	4,074	21,284	5,224	18,408	4,518	2,682	0,658	4,575	1,122	0,026	2,6	22,165	16,896	2,2	1,5-4	1482,7	72,60	10
141,7	4,764	25,023	5,252	22,190	4,657	3,333	0,699	5,549	1,164	0,041	4,1	18,311	20,147	1	1,5-4	1492	49,10	10
240	6,227	27,575	4,428	28,268	4,539	6,840	1,098	5,507	0,884	0,08862	8,9	16,630	26,897	2	2-10	1414,2	47,40	10
1370	15,551	67,589	4,346	58,729	3,776	12,891	0,828	15,688	1,008	0,094	9,4	5,680	68,812	2	2-10	1134,8	54,5	10

S-матрична модель забезпечує кращу відповідність експериментальним даним порівняно з розрахунками в рамках шестипараметричної оптичної моделі.

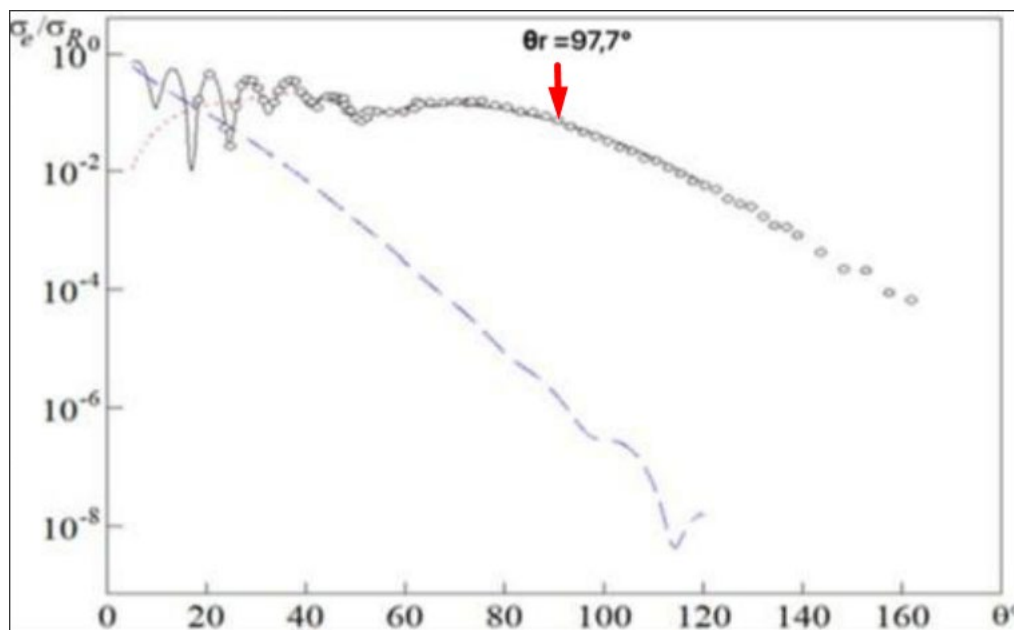


Рисунок 1. Диференційний переріз (нормований на резерфордовий), розрахований за допомогою параметризації S-матриці (3) – (6), (9) для пружного розсіювання α - ^{40}Ca при $E_\alpha = 82$ MeV (суцільна чорна лінія), значення дальньої (червона пунктирна лінія) та ближньої (синя пунктирна лінія) амплітуд. Експериментальні дані з [5]. Вісь X — кут розсіювання θ (град.), вісь Y — $d\sigma/d\sigma_R$

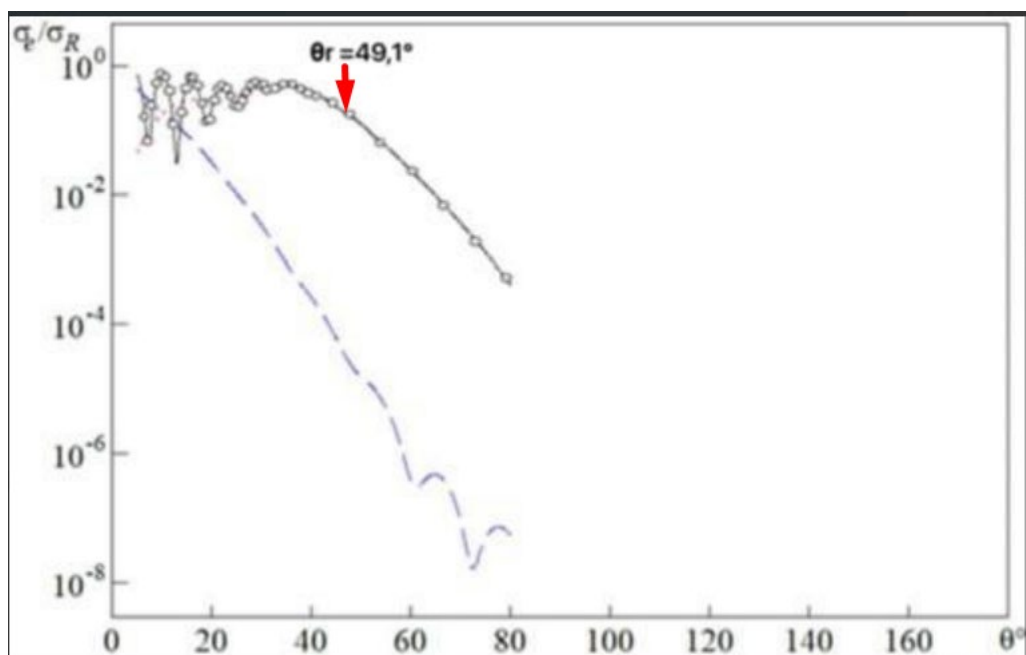


Рисунок 2. Залежності як на Рис.1, але для $E_\alpha = 104$ MeV (суцільна чорна лінія), значення дальньої (червона пунктирна лінія) та ближньої (синя пунктирна лінія) амплітуд. Експериментальні дані з [6]. Вісь X — кут розсіювання θ (град.), вісь Y — $d\sigma/d\sigma_R$

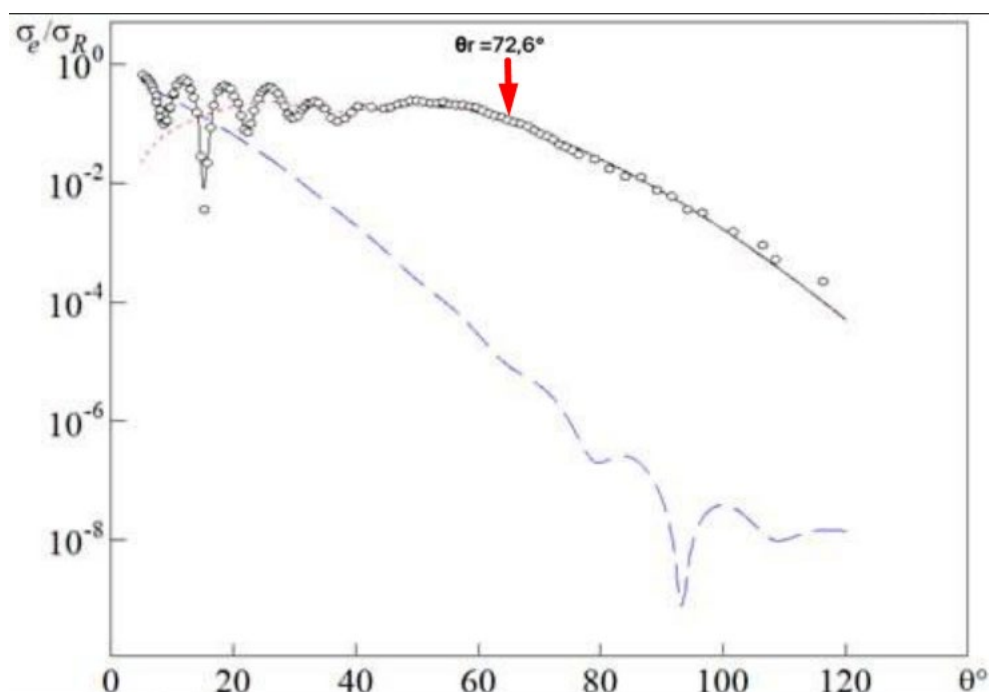


Рисунок 3. Залежності як на Рис.1, але для $E_\alpha = 141.7$ MeV (суцільна чорна лінія), значення дальньої (червона пунктирна лінія) та ближньої (синя пунктирна лінія) амплітуд, суцільна зелена лінія для оптичної моделі з [4]. Експериментальні дані з [7]. Вісь X — кут розсіювання θ (град.), вісь Y — $d\sigma/d\sigma_R$

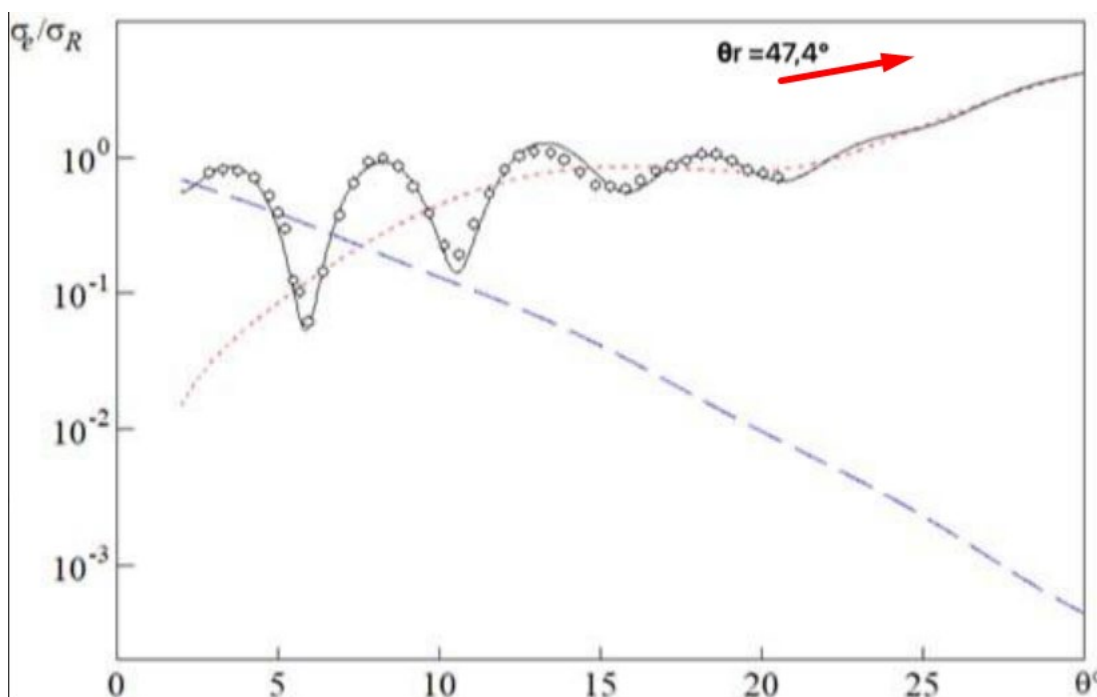


Рисунок 4. Залежності як на Рис.1, але для $E_\alpha = 240$ MeV (суцільна чорна лінія), значення дальньої (червона пунктирна лінія) та ближньої (синя пунктирна лінія) амплітуд. Експериментальні дані з [8]. Вісь X — кут розсіювання θ (град.), вісь Y — $d\sigma/d\sigma_R$

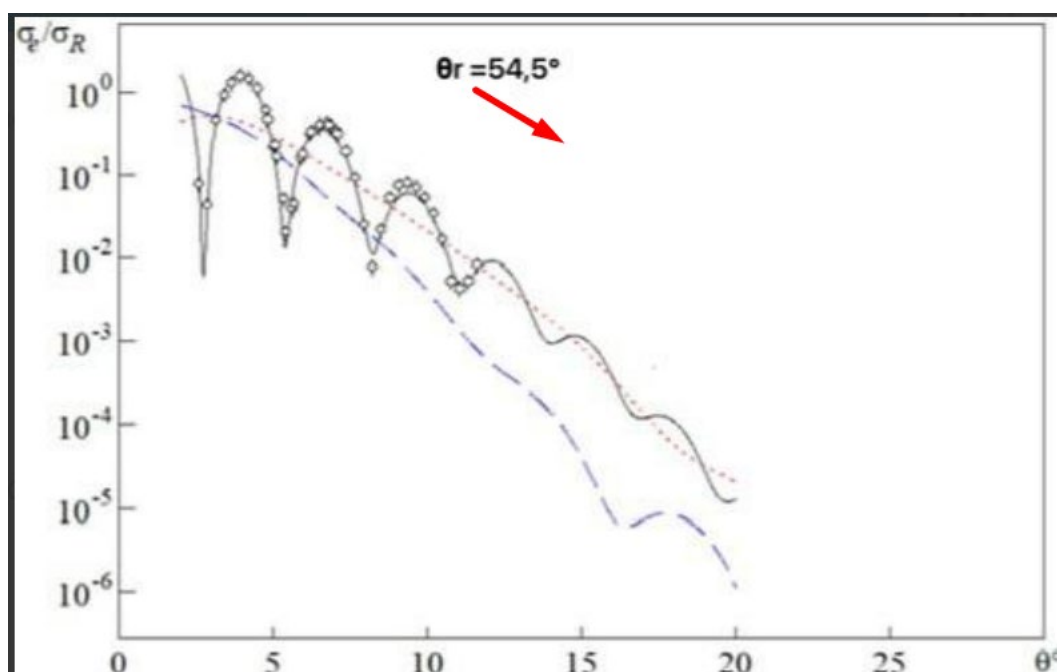


Рисунок 5. Залежності як на Рис.1, але для $E_\alpha = 1370$ MeV (суцільна чорна лінія), значення дальньої (червона пунктирна лінія) та ближньої (синя пунктирна лінія) амплітуд, суцільна зелена лінія для оптичної моделі з [4]. Експериментальні дані з [9]. Вісь X — кут розсіювання θ (град.), вісь Y — $d\sigma/d\sigma_R$

Розглянемо залежність параметрів S-матриці від орбітального моменту l при різних значеннях енергії налітаючих α -частинок. Графіки на Рис. 1 і 2 ілюструють поведінку квантової функції відхилення $\Theta(l)$ та модуля елемента S-матриці $|S_l|$ для всіх досліджуваних енергій.

На Рис. 1 чітко видно, що квантова функція відхилення $\Theta(l)$ має глибокий мінімум в області від'ємних значень, що є характерною ознакою ядерної райдуги. Зі збільшенням енергії глибина цього мінімуму суттєво зменшується. Отже, на основі аналізу рисунку 1 та даних таблиці 1 можна зробити висновок, що кут ядерної райдуги Θ_r монотонно зменшується зі зростанням енергії α -частинок.

На рисунку 1 модуль S-матриці $|S_l|$ демонструє характерний вигляд дифузної сходинки, яка швидко змінюється в околі значення l/L_0 . Це відображає ефект сильного поглинання α -частинок ядром ^{40}Ca при $l < L_0$. При високих енергіях спостерігаються певні відхилення від загальної тенденції в поведінці модуля S-матриці $|S_l|$, а також помітні девіації значень параметрів ϵ , L_0 і Δ_0 , що особливо виразно проявляється на рисунках 3, 4 і 5. Після аналізу значень параметрів S-матриці, наведених у таблиці 1, а також їх енергетичної залежності на рисунках 3–5, спостерігається чітка еволюція параметрів моделі зі зростанням енергії α -частинок. Зведені лінійні радіуси L_0/k і L_1/k , а також параметри розмиття Δ_0/k і Δ_1/k демонструють слабку лінійну залежність від енергії з малим кутом нахилу. Це свідчить про те, що зазначені величини залишаються практично постійними в широкому енергетичному інтервалі. Лише при високій енергії (240 MeV) помітні деякі відхилення для L_0/k та Δ_0/k . Такі відхилення можуть бути пов'язані з неоднозначністю вибору параметрів моделі під час процедури підгонки, наявністю неврахованих фізичних ефектів або певними обмеженнями застосовуваної S-матричної моделі при високих енергіях.

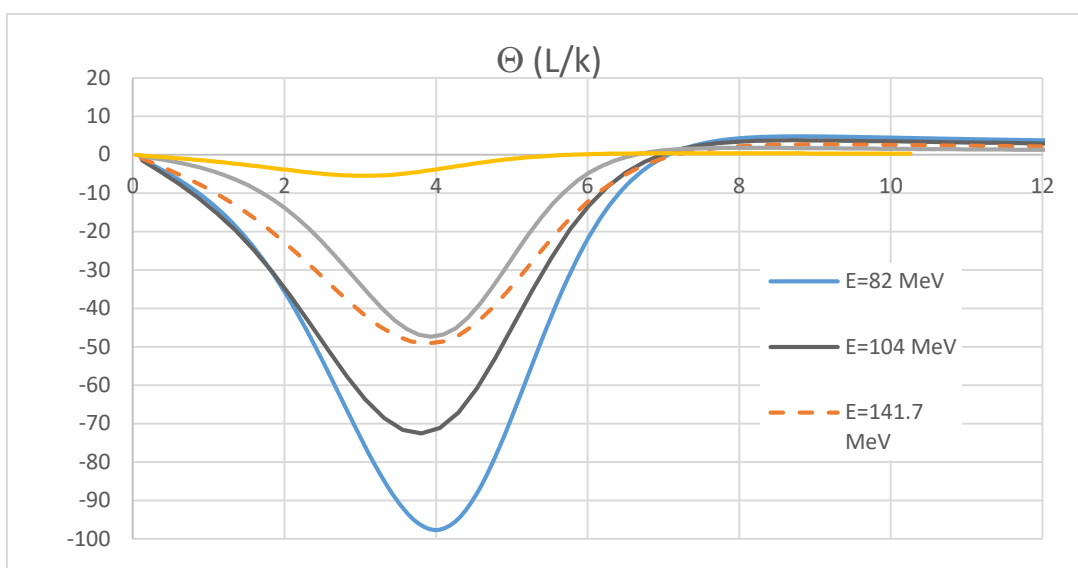


Рисунок 6. Залежність квантової функції відхилення $\Theta(L)$ (градуси) від моменту імпульсу L для різних енергій. Вісь $X - L$, вісь $Y - \Theta(L)$ (град.).

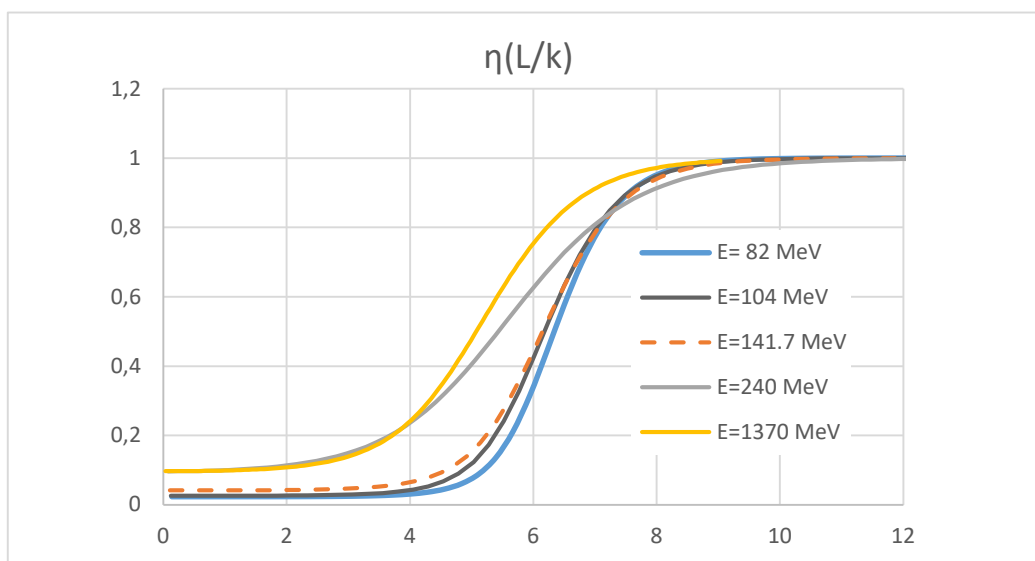


Рисунок 7. Залежність модуля матриці розсіювання $\eta(L)$ від моменту імпульсу L для різних енергій. Вісь $X - L/k$, фм. Вісь $Y -$ коефіцієнт прозорості, ϵ .

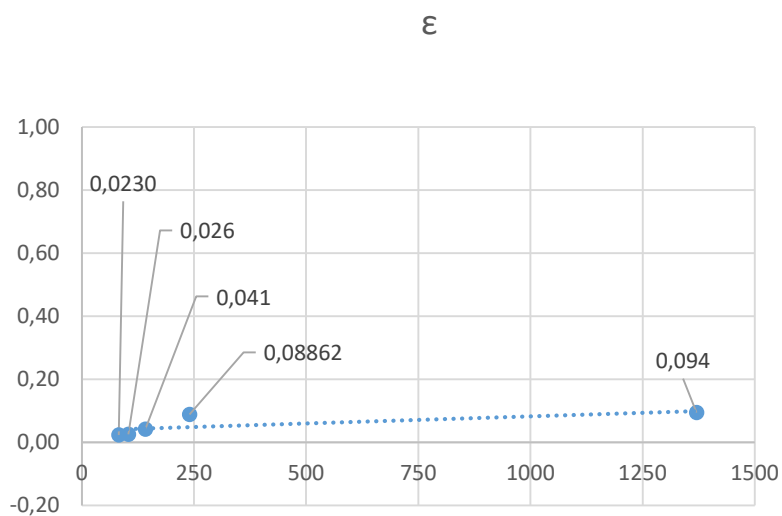


Рисунок 8. Коефіцієнт прозорості ядерної матерії ε , як функція енергії, розрахований за допомогою параметризації S-матриці для пружного розсіювання α - ^{40}Ca . Вісь X – E_α (MeV), вісь Y – ε (%).

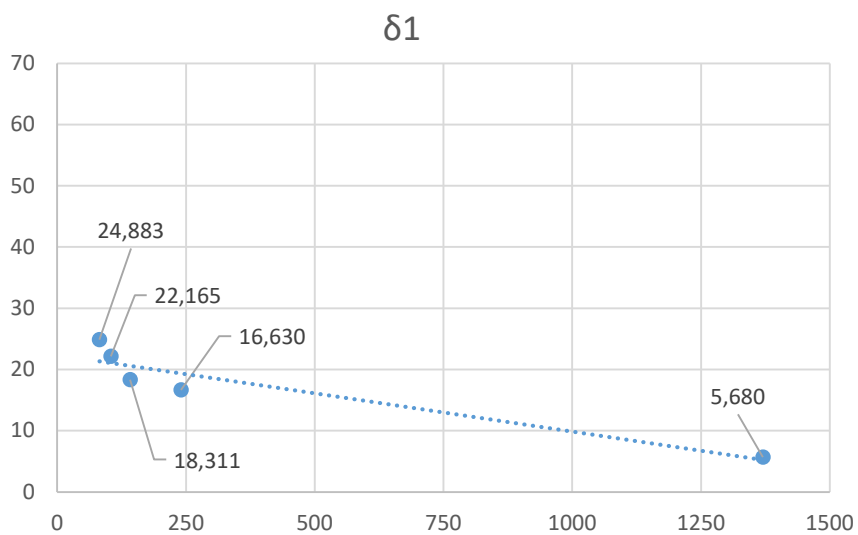


Рисунок 9. Залежність величини фази ядерної рефракції δ_1 від енергії, розрахована так само, як на Рис. 8. Вісь X – E_α (MeV), вісь Y – δ_1 (рад.).

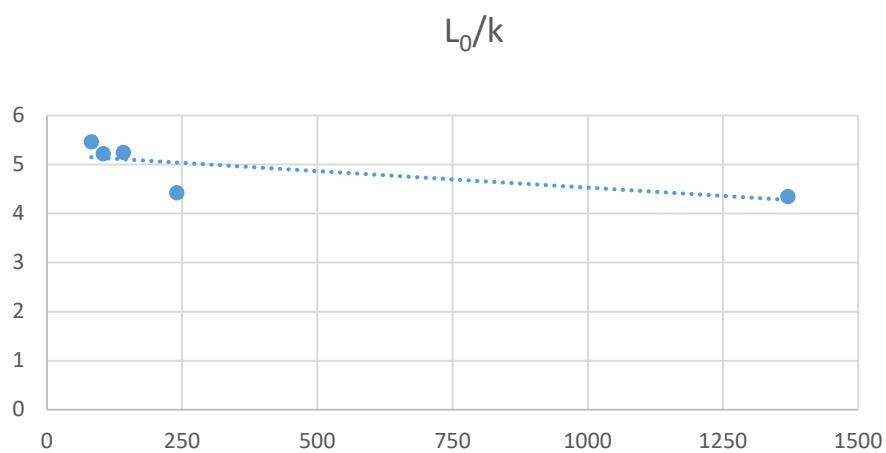


Рисунок 10. Залежність лінійних розмірів зони сильного поглинання L_0/k від енергії, розрахована так само як на Рис. 8. Вісь X – E_α (MeV), вісь Y – L_0/k (фм).

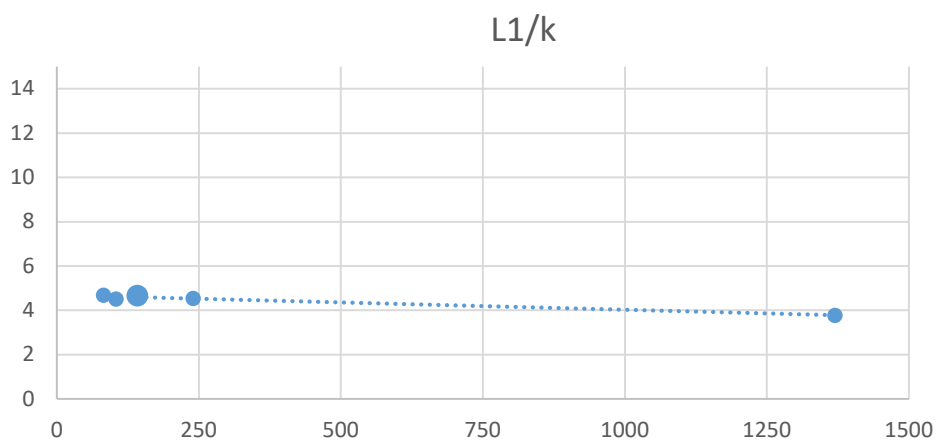


Рисунок 11. Залежність лінійних розмірів зони ядерної рефракції L_1/k від енергії, розрахована так само як на Рис. 8. Вісь X – E_α (MeV), вісь Y – L_1/k (фм).

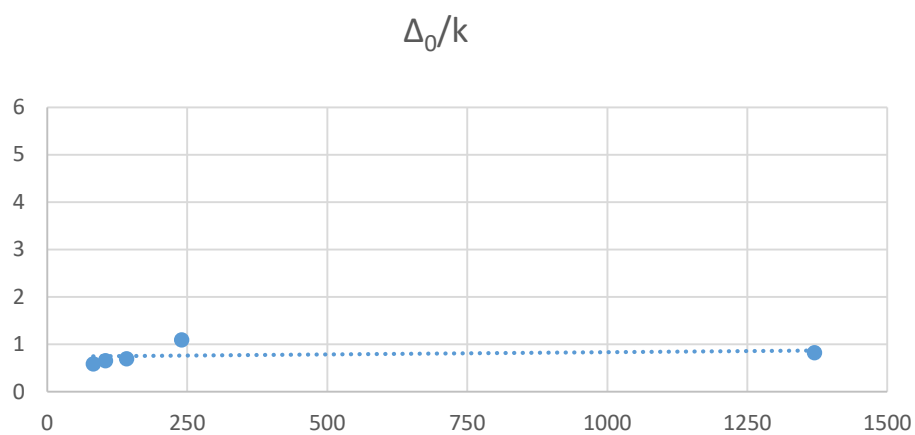


Рисунок 12. Залежність параметру розмиття зони сильного поглинання Δ_0/k від енергії, розрахована так само як на Рис. 8. Вісь X – E_α (MeV), вісь Y – Δ_0/k (фм).

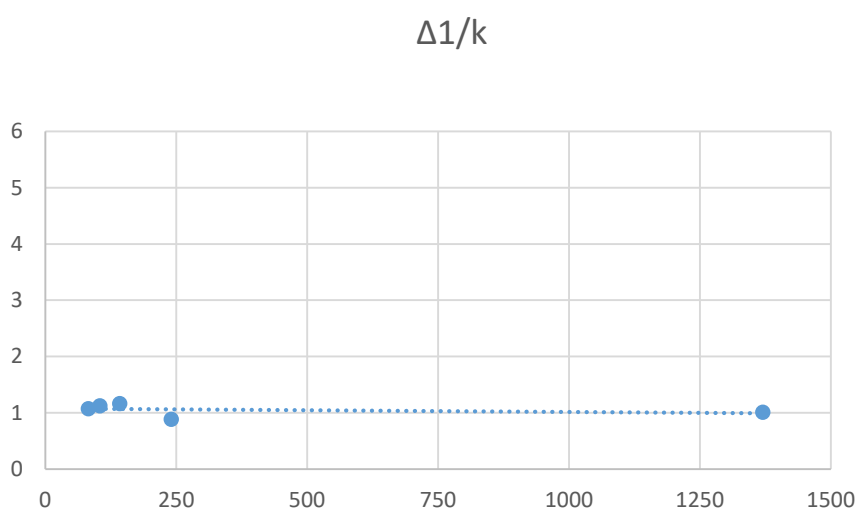


Рисунок 13. Залежність параметру розмиття зони ядерної рефракції Δ_1/k від енергії, розрахована так само як на Рис. 8. Вісь X – E_α (MeV), вісь Y – Δ_1/k (фм).

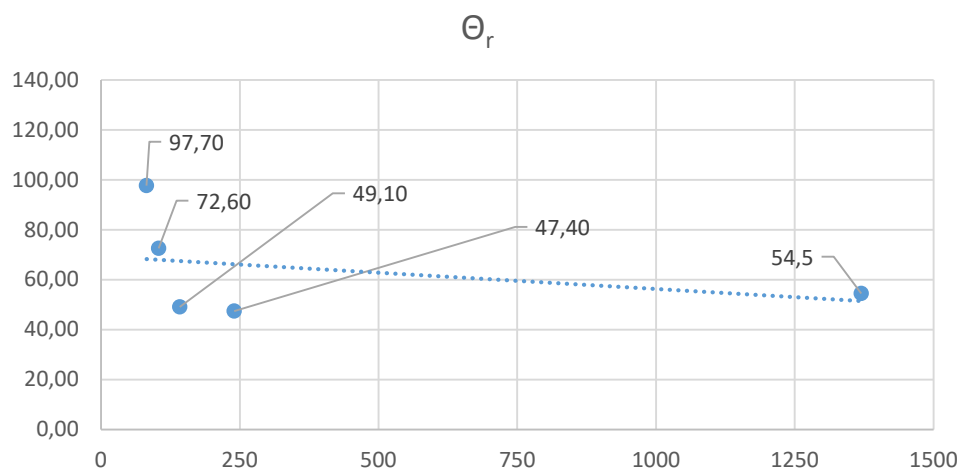


Рисунок 14. Кут ядерної райдуги Θ_r , розрахований на основі параметризації S-матриці (2) – (6), (9) для пружного розсіювання α - ^{40}Ca в залежності від енергії. Вуса похибок відповідають 10% похибці для експериментальних даних. Вісь X – E_α (MeV), вісь Y – Θ_r (фм).

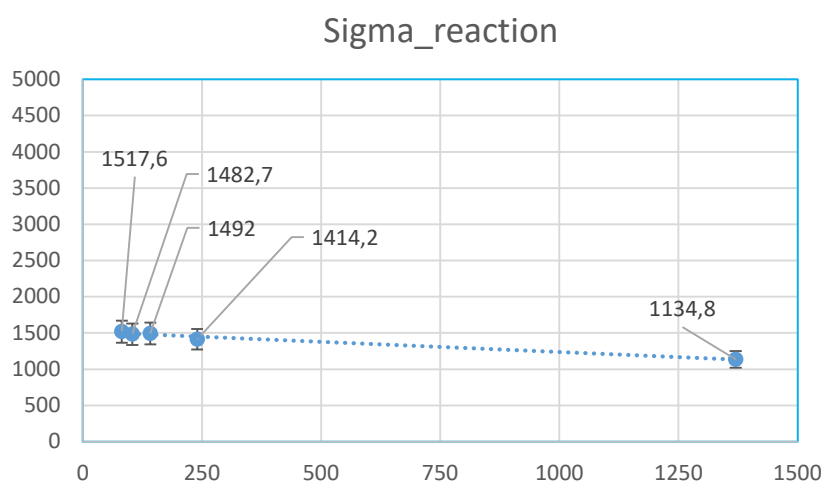


Рисунок 15. Переріз реакції σ_r (мбарн) в залежності від енергії, розрахований так само як Рис. 14, в порівнянні з різними оптичними моделями, запропонованими в [4]. Вісь X – E_α (MeV), вісь Y – σ_r (мбарн).

Коефіцієнт прозорості ядерної матерії ϵ зростає приблизно лінійно зі збільшенням енергії налітаючої частинки. Величина ядерної рефракційної фази δ_1 зменшується зі зростанням енергії за законом, близьким до експоненціального.

Кут ядерної райдуги Θ_r також монотонно зменшується зі збільшенням енергії до 240 MeV (див. Рис. 14), далі – поведінка зберігається.

На рисунку 15 представлена енергетична залежність повного перерізу реакції σ_r , розрахованого в рамках S-матричної моделі, у порівнянні з результатами шестипараметричної оптичної моделі [4]. При середніх енергіях (до ~ 240 MeV) повний переріз реакції змінюється досить повільно і залишається близьким до постійного значення.

Слід зазначити, що параметри, отримані при найвищих енергіях, є повністю однозначними. Для середніх енергій (~ 240 MeV) можливо існування альтернативних мінімумів χ^2/N , які мають дещо більші значення χ^2/N , але краще узгоджуються з загальною тенденцією параметрів, встановленою для нижчих енергій.

ВИСНОВОК

У даній кваліфікаційній роботі виконано аналіз пружного розсіювання α -частинок на ядрах ^{40}Ca в широкому інтервалі енергій 82–1370 MeV за допомогою оригінальної шестипараметричної феноменологічної моделі S-матриці. Запропонований підхід, що базується на параметризації Ю.А. Бережного–В.В. Пилипенка, дозволив отримати замкнені аналітичні вирази для амплітуд розсіювання та диференціальних перерізів, що значно спрощує фізичну інтерпретацію рефракційних і дифракційних ефектів порівняно з традиційною оптичною моделлю.

Шість параметрів моделі (L_0 , Δ_0 , L_1 , Δ_1 , δ_1 , ε) були визначені шляхом мінімізації χ^2 -функціоналу для п'яти наборів експериментальних даних з бази EXFOR [5–9].

Проведений аналіз показав добру відповідність теоретичних розрахунків експериментальним даним у всьому досліджуваному енергетичному та кутовому діапазонах (див. Рис. 1–5).

S-матрична модель демонструє кращу узгодженість з експериментом, ніж шестипараметрична оптична модель, особливо в області прояву ядерної райдуги та фраунгоферівського кросовера (порівняння χ^2 наведено в Табл. 1).

На основі даних Табл. 1 встановлено характерну енергетичну еволюцію параметрів моделі: лінійні радіуси L_0 та L_1 і параметри розмиття Δ_0 , Δ_1 виявляють слабку лінійну залежність від енергії, тоді як коефіцієнт прозорості ε зростає, а величина ядерної рефракційної фази δ_1 зменшується за близьким до експоненціального законом. Кут ядерної райдуги Θ_r монотонно зменшується зі збільшенням енергії налітаючої α -частинки, що підтверджує перехід від вираженої райдужної структури при нижчих енергіях (близько 82–240 MeV) до її поступового згасання при вищих енергіях.

Отримані результати свідчать про значну роль рефракційних ефектів і часткової прозорості ядра ^{40}Ca для α -частинок як у проміжній енергетичній області, так і області високих енергій. Модель правильно відтворює баланс між процесами поглинання та заломлення хвиль, а також дає змогу

інтерпретувати спостережувані дифракційні картини як інтерференцію ближньої та дальньої компонент амплітуди (процедура Фуллера).

Таким чином, шестипараметрична S-матрична модель є ефективним інструментом для опису пружного α -розсіювання на ядрах середньої атомної ваги і демонструє переваги над оптичною моделлю в інтерпретації тонких рефракційних структур. Результати роботи можуть бути використані для подальшого уточнення ядерних потенціалів, вивчення внутрішньої структури легких і середніх ядер, а також розвитку подібних феноменологічних підходів у ядерній фізиці середніх енергій.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Yu.A. Berezhnov, V.V. Pilipenko. Analysis of refraction effects in nuclear scattering on the basis of the S-matrix approach // *Mod. Phys. Lett. A*. 1995. Vol. 10, № 31. P. 2305–2312.
2. Yu.A. Berezhnov, G.M. Onyshchenko, V.V. Pilipenko. Analysis of α - ^{12}C elastic scattering at intermediate energies by the S-matrix model // *Int. J. Mod. Phys. E*. 2017. Vol. 26, № 5. 1750027.
3. Yu.A. Berezhnov, A.S. Molev, G.M. Onyshchenko, V.V. Pilipenko. Unified S-matrix analysis of Airy structures in $\alpha + ^{24}\text{Mg}$ elastic and inelastic scattering // *Int. J. Mod. Phys. E*. 2018. Vol. 27, № 7. 1850061.
4. G.D. Alkhazov et al. Elastic and inelastic scattering of 1.37 GeV α -particles from $^{40}, ^{42}, ^{44}, ^{48}\text{Ca}$ // *Nucl. Phys. A*. 1977. Vol. 280. P. 365–376
5. B. Bonin et al. Alpha-nucleus elastic scattering at intermediate energies // *Nucl. Phys. A*. 1985. Vol. 445, № 3. P. 381–407.
6. G. Hauser, R. Löhken, H. Rebel. Elastic scattering of 104 MeV alpha particles // *Nucl. Phys. A*. 1969. Vol. 128. P. 81–109.
7. D.A. Goldberg, S.M. Smith, G.F. Burdzik. Refractive behavior in intermediate-energy alpha scattering // *Phys. Rev. C*. 1974. Vol. 10. P. 1362–1372.
8. D.H. Youngblood et al. Giant monopole resonance strength in ^{40}Ca // *Phys. Rev. C*. 1997. Vol. 55. P. 2811–2819.
9. A. Ingemarsson et al. Optical model analysis... // *Nucl. Phys. A*. 2000. Vol. 676. P. 3–31.
10. A.I. Akhiezer, I.Ya. Pomeranchuk. On the elastic scattering of fast charged particles by nuclei // *Journ. Phys. (USSR)*. 1945. Vol. 9, № 6. P. 471–476.
11. J.S. Blair. Theory of elastic scattering of alpha particles by heavy nuclei // *Phys. Rev.* 1954. Vol. 95. P. 1218–1222.
12. H. Feshbach, C.E. Porter, V.F. Weisskopf. The formation of compound nucleus in neutron reactions // *Phys. Rev.* 1953. Vol. 90. P. 166–167.
13. H. Feshbach, C.E. Porter, V.F. Weisskopf. Model for nuclear reactions with neutrons // *Phys. Rev.* 1954. Vol. 96. P. 448–464.

14. K.W. Ford, J.A. Wheeler. Semiclassical description of scattering // *Ann. Phys.* 1959. Vol. 7. P. 259–286.
15. R.C. Fuller. Qualitative behavior of heavy-ion elastic scattering angular distributions // *Phys. Rev. C.* 1975. Vol. 12. P. 1561–1574.
16. D.R. Dean, N. Rowley. Nearside-farside analysis of inelastic heavy-ion scattering // *J. Phys. G: Nucl. Phys.* 1984. Vol. 10, № 4. P. 493–516.
17. Yu.A. Berezhnov et al. Analysis of α - ^{208}Pb Elastic Scattering at Wide Energies by the S-Matrix Model // *East Eur. J. Phys.* 2022. № 4. P. 48–56.
18. EXFOR database // <https://www-nds.iaea.org/exfor/exfor.htm>