

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики імені академіка І. М. Ліфшиця

«Допущено до захисту»
Зав. кафедри теоретичної фізики
імені академіка І. М. Ліфшиця
доц. Рашба Г. І. _____
« ____ » _____ 2025 р.

Оцінка « _____ »

Голова ЕК _____

« ____ » _____ 2025 р.

Гафич Назарій Ілліч

**Вплив неоднорідного розподілу температури в довгих контактах
Джозефсона на їх випромінювання.**

Кваліфікаційна робота на здобуття
освітнього ступеня «Магістр»
спеціальність 104 – «фізика та астрономія»
освітня програма «Фізика»

Науковий керівник:
професор кафедри фізики
низьких температур
доктор фіз.-мат. наук
Гриб О. М.

Харків 2025

Анотація

Гафич Н. І. «Вплив неоднорідного розподілу температури в довгих контактах Джозефсона на їх випромінювання». - Рукопис

Кваліфікаційна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «Магістр» за спеціальністю 104 – «фізика та астрономія» – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, 2025. – С.37 , Рис. 8.

Побудована модель когерентного випромінювання двох довгих слабких зв'язків з урахуванням розподілу температур вздовж слабких зв'язків. Диференційні рівняння збереження струму та квантування магнітного потоку вирішувались сумісно з рівняннями теплопровідності. Розподіл температур залежав від локального нагріву кожної частини довгого слабого зв'язку за рахунок джоулевого нагріву цієї частини при коливанні стоячих хвиль. Завдяки нерівномірному нагріву різних частин слабких зв'язків розподіл критичних струмів вздовж цих зв'язків ставав неоднорідним, що приводило до посилення сходинок на залежності струму від напруги, на яких виникало когерентне випромінювання. Розраховувалась потужність випромінювання. Результати порівнювались з експериментальними даними, отриманими при реєстрації випромінювання від високотемпературних надпровідників.

Ключові слова: слабкі зв'язки, когерентне випромінювання, критичні струми, гарячі плями.

Abstract

Hafych N. I. «The influence of the inhomogeneous distribution of the temperature in long Josephson junctions on their emission». – Manuscript.

Qualifying work for educational and qualification level – «Master», direction of training 104 – “physics and astronomy”. – Kharkiv National V. N. Karazin University, 2025, – P. 37, Fig. 8.

A model of coherent radiation of two long weak links was built taking into account the temperature distribution along weak links. Differential equations of the current conservation and quantization of magnetic flux were solved together with equations of heat conduction. The temperature distribution depended on the local heating of each part of the long weak link due to the Joule heating of this part during oscillations of standing waves. Due to the inhomogeneous heating of different parts of weak links, the distribution of critical currents along these links becomes inhomogeneous, that led to an increase in the steps in the current-voltage dependence, at which coherent radiation arose. The radiation power was calculated. Results were compared with experimental data obtained when recording radiation from high-temperature superconductors.

Keywords: weak links, coherent radiation, critical currents, hot spots.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ.....	7
1.1 Експериментальні дослідження впливу температури на випромінювання в системах слабких зв'язків.....	7
1.2 Теорія сходинок Фіске.....	8
1.3 Теорія когерентного випромінювання систем слабких зв'язків.....	11
1.4 Вплив температури слабких зв'язків на їх випромінювання.....	14
1.5 Постановка задачі.....	15
2 МОДЕЛЬ СИНХРОНІЗОВАНОГО СТАНУ СЛАБКИХ ЗВ'ЯЗКІВ	16
2.1 Модель довгого слабого зв'язку.....	16
2.2 Розрахунок потужності нагріву, температур та критичних струмів.....	17
2.3 Модель пачки з двох слабких зв'язків.....	18
3 РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ОБГОВОРЕННЯ.....	20
3.1 Електричні властивості та потужність випромінювання слабких зв'язків без нагріву.....	20
3.2 Розподіли температур при нагріві слабких зв'язків постійним струмом.	24
3.3 Електричні властивості та потужність випромінювання слабких зв'язків при нагріві постійним струмом.....	28
3.4 Особливості електричних властивостей слабких зв'язків при великих потужностях нагріву.....	30
ВИСНОВКИ.....	33
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	34

ВСТУП

Випромінювання систем зі слабкими зв'язками досліджувалось протягом багатьох років з метою отримання потужних джерел когерентного випромінювання [1, 2]. Актуальність таких досліджень полягає в тому, що, завдяки великій енергетичній щільності у високотемпературних надпровідниках, можна отримати високочастотне (порядку 2-3 ТГц) випромінювання від таких надпровідників [3]. Особливе значення ці дослідження набули після вивчення електричних властивостей шаруватих високотемпературних надпровідників. Згідно цим дослідженням, такі надпровідники складаються з надпровідних шарів та шарів, які мають діелектричні властивості і тому можуть розглядатись як природні компактні системи з слабкими зв'язками [4-7]. Було знайдено когерентне випромінювання від великої кількості (близько семисот) слабких зв'язків у шаруватих надпровідниках [8, 9]. В роботах [8-19] було знайдено, що випромінювання спостерігається при тих напругах, при яких в системі виникає стояча хвиля. При прикладеному зовнішнього магнітного поля на залежності струму від напруги звичайно утворюються сходи Фіске, але в експериментах через пачку слабких зв'язків пропускався тільки струм, а зовнішнього магнітного поля не прикладалось [8-19]. Однак, теорія утворення сходинок Фіске передбачає появу сходинок на залежності струму від напруги без магнітного поля при неоднорідному розподілі критичних струмів у системі [20-22]. Такий розподіл може виникати при неоднорідному розподілі температур у системі [21, 23]. Розрахунки розподілу критичних струмів в неоднорідно нагрітих системах контактів підтвердили цей висновок [23-25]. Однак, послідовного розгляду впливу розподілу температур на когерентне випромінювання не було побудовано. В цій роботі чисельними методами досліджено вплив неоднорідного розподілу температури в довгих системах слабких зв'язків (контактах Джозефсона) на випромінювання цих систем. Моделюється динаміка та електричні властивості слабких зв'язків в процесі нагріву системи за рахунок

виділення тепла під час джоулівського нагріву зразка струмом. В процесі розрахунків динаміки системи з неоднорідним критичним струмом отримуються стоячі хвилі напруги та струму та сходинки Фіске, які виникають на залежностях струму від напруги при змішуванні генерації системи зі стоячою хвилею. Розраховується потужність випромінювання системи на сходинках Фіске.

Метою досліджень є встановлення впливу нерівномірного нагріву системи слабких зв'язків на випромінювання системи.

Об'єкт досліджень – динаміка надпровідних систем з слабкими зв'язками.

Предмет дослідження – електричні властивості пачки слабких зв'язків.

Метод дослідження – чисельне вирішення систем диференціальних рівнянь динаміки слабких зв'язків і рівняння теплопровідності для квазіодновимірної структури з просторовим розподілом джерел виділення тепла математичне моделювання. Робоча гіпотеза – припущення, що при утворенні стоячої хвилі в системі з слабкими зв'язками відбувається неоднорідний розігрів структури, який визиває неоднорідний просторовий розподіл критичних струмів вздовж системи і тому приводить до формування сходинок на залежності напруги від струму і посилення випромінювання на цих сходинках.

В першому розділі роботи описані результати експериментів, в яких досліджується емісія від систем слабких зв'язків, теорія сходинок Фіске, теорія синхронізації для двох слабких зв'язків і короткий огляд робіт, в яких досліджується вплив температури на електричні властивості слабких зв'язків. В другому розділі наведено опис моделі системи слабких зв'язків (пачки) та методи розрахунків електричних властивостей системи та температурних розподілів. У третьому розділі описані результати розрахунків. Особистий внесок автора був вирішальним в проведенні розрахунків та в обробці результатів. Робота виконана на кафедрі теоретичної фізики імені академіка І. М. Ліфшиця фізичного факультету Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

1. АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

1.1 Експериментальні дослідження впливу температури на випромінювання в системах слабких зв'язків.

В роботах [8-19] знайдено когерентне випромінювання від системи внутрішніх слабких зв'язків (пачки слабких зв'язків) у високотемпературному надпровіднику $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$. В системі було близько семисот слабких зв'язків. Через систему проходив постійний струм. Сильне випромінювання було знайдено на значеннях напруги, які відповідають сходинкам Фіске, тобто, при напругах, що відповідають утворенню стоячих хвиль вздовж пачки, але без прикладеного зовнішнього магнітного поля. В цих експериментах були знайдені також ознаки сильного нерівномірного нагріву системи. До таких ознак відноситься поява на зразках місць, в яких температура перевищувала критичну температуру надпровідника (так звані «гарячі плями») та від'ємний нахил залежності струму в досліджуваних зразках від напруги. Знайдено, що найсильніше поява «гарячих плям» проявлена саме на сходинках Фіске, де існує когерентне випромінювання [12, 15, 17-19]. Це значить, що нерівномірний нагрів системи слабких зв'язків і поява когерентного випромінювання пов'язані між собою. Нерівномірний розігрів не може відбуватись в системі слабких зв'язків, які зроблені з низькотемпературних надпровідників (металів), оскільки теплопровідність металів досить велика. Однак, оскільки коефіцієнт теплопровідності високотемпературних надпровідників мала (порядку $0,1-1 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$), нерівномірний нагрів може існувати в цих надпровідниках. Моделювання електричних властивостей цієї системи виявило можливість сильного нагріву окремих ділянок системи саме при утворенні резонансних мод електромагнітних коливань вздовж досліджуваних зразків на сходинках Фіске [23-25].

1.2 Теорія сходинок Фіске.

Суть резонансної взаємодії стоячих хвиль в контакті з джозефсонівським випромінюванням полягає в наступному. Контакт може бути розглянутий, як довга лінія [2, 20]. При розповсюдженні електромагнітних коливань в такій довгій лінії можливе утворення стоячих хвиль напруги та струму. Якщо довга лінія відкрита на кінцях, то розподіл напруги вздовж лінії описується таким виразом [20]:

$$v_n(y, t) = A_n e^{i\omega_n t} \cos\left(\frac{\pi n y}{D}\right), \quad (1.1)$$

де D – довжина контакту, $\omega_n = \pi n \bar{c}/D$, $\bar{c}$ – швидкість світла в контакті, n – номер моди коливань. Якщо до контакту прикладена напруга V , то всередині контакту випромінюється електромагнітна енергія з частотою $\omega = 2\pi V/\Phi_0$. Якщо частота цього випромінювання співпадає з частотою резонансної моди, то резонансні моди збуджуються. В свою чергу, резонансні моди взаємодіють з джозефсонівським випромінюванням. У результаті такої взаємодії на залежностях $V(I_b)$ з'являється додатковий струм з нульовою частотою (сходинок Фіске). Напруга V_n , при якій виникає сходинок, розраховується з простого співвідношення, згідно якому довжині контакту D повинні дорівнювати ціле число половин довжин хвиль джозефсонівської генерації:

$$V_n = \frac{\Phi_0 \bar{c}}{2D} n. \quad (1.2)$$

Для теоретичного опису сходинок Фіске застосовується основне рівняння електродинаміки контакту:

$$\frac{\partial^2 V(y, t)}{\partial y^2} - \frac{1}{\bar{c}^2} \frac{\partial^2 V(y, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi s}{c^2} \frac{\partial J_z}{\partial t}, \quad (1.3)$$

де $s = 2\lambda_L + t'$, λ_L – лондонівська глибина проникнення магнітного поля, t' – товщина діелектричного бар'єру, J_z – густина повного струму через контакт. В подальшому будемо вважати, що повний струм є сумою густини

джозефсонівського струму J_J та густини квазічастинкового струму J_q , а напруга складається з постійної напруги на контакті V_0 та змінної напруги (1.1) $v(y, t)$:

$$V(y, t) = V_0 + v(y, t), \quad (1.4)$$

Причому $v(y, t) \ll V_0$. Виділимо в рівнянні (1.3) частину, яка пов'язана тільки зі змінною напругою $v(y, t)$. Нехай джозефсонівська складова J_J густини струму J_z може бути записана як функція фази різниці параметру порядку на берегах контакту φ так:

$$\varphi(y, t) = \omega t - ky + \varphi_1(y, t), \quad (1.5)$$

де $\omega = 2\pi V_0/\Phi_0$, $k = 2\pi s H_e/\Phi_0$, а складова $\varphi_1(y, t)$ пов'язана тільки зі змінною напругою $v(y, t)$ співвідношенням Джозефсона $v(y, t) = (\Phi_0/2\pi) \partial \varphi_1 / \partial t$. Підставивши вирази (1.4), (1.5) в рівняння (1.3), виділимо рівняння динаміки фази φ_1 :

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \right) = \frac{1}{\lambda_J^2} \sin(\omega t - ky), \quad (1.6)$$

де $\gamma = 1/C'R'$, C' та R' - ємність та електричний опір контакту на одиницю площі. Якщо функцію φ_1 розкласти по нормальним модам коливань, то з рішення рівняння (1.6) можна отримати вираз для максимальної величини $J_{n,max}$ сходинок Фіске в наближенні малих величин добротності Q_n контактів $Q_n \ll 4\pi^2(\lambda_J/D)^2$:

$$J_{n,max} = J_c \left(\frac{D}{\lambda_J} \right)^2 \frac{Q_n}{4\pi^2 n^2} F_n^2(\phi), \quad (1.7)$$

$$F_n^2(\phi) = \left\{ \frac{2\phi}{\phi + n/2} \frac{\sin(\pi\phi - \pi n/2)}{\pi\phi - \pi n/2} \right\}^2, \quad (1.8)$$

де $Q_n = \omega_n C'R'$, $\lambda_J = \sqrt{\hbar c^2 / 8\pi e s J_c}$ - джозефсонівська глибина проникнення магнітного поля, $\phi = \Phi/\Phi_0$. Зауважимо, що рівняння (1.6) отримано в припущенні однорідного розподілу критичних струмів вздовж контакту. Однак, аналог рівняння (1.6) можна записати також і при неоднорідному розподілі таких параметрів, як критичний струм або електричний опір. При неоднорідному розподілі критичних струмів рівняння (1.6) виглядає так [20]:

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} - \frac{1}{\bar{c}^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \right) = \frac{J_c(y)}{\lambda_J \bar{J}_c} \sin(\omega t - ky), \quad (1.9)$$

де $\bar{J}_c$ – середнє значення критичного струму, $\bar{\lambda}_J = \sqrt{\hbar c^2 / 8\pi e s \bar{J}_c}$. Таке рівняння також має рішення, в яких на деяких джозефсонівських частотах (тобто, при деяких напругах V_n на контакті) існує додатковий постійний струм через контакт. Розрахунок максимального постійного струму $J_{n,max}$ проводиться тим самим методом, яким отримують величину постійного струму на сходинках Фіске. У результаті цього розрахунку в наближенні малої добротності Q_n контакту $Q_n \ll 4\pi^2 (\lambda_J / D)^2$ знайдено [20]:

$$J_{n,max} = \bar{J}_c \left(\frac{D}{\lambda_J} \right) \frac{Q_n}{4\pi^2 n^2} F_n^2, \quad (1.10)$$

$$F_n^2 = \left| \frac{2}{D} \int_0^D e^{-2\pi i \phi_D^x} \frac{J(y)}{\bar{J}_c} \cos\left(\frac{\pi n y}{D}\right) dy \right|^2. \quad (1.11)$$

Порівняємо вирази (1.7), (1.8), які були отримані для однорідного контакту, з виразами (1.10), (1.11). Згідно виразам (1.7), (1.8), при відсутності зовнішнього магнітного поля (тобто, у випадку, коли $\phi = 0$), величина сходинки Фіске дорівнює нулю. Це значить, що сходинки Фіске не існують в однорідному контакті без зовнішнього магнітного поля. Однак, з виразу (1.11) слідує, що при $\phi = 0$ значення F_n^2 дорівнює такому інтегралу:

$$F_n^2 = \left| \frac{2}{D} \int_0^D \left(\frac{J(y)}{\bar{J}_c} \right) \cos\left(\frac{\pi n y}{D}\right) dy \right|^2. \quad (1.12)$$

Якщо розширити границі інтегрування виразу (1.12) до нескінченності, то цей вираз є квадратом модуля косинус-Фур'є перетворення розподілу критичних струмів у контакті. У контакті, в якому критичні струми розподілені неоднорідно, таке перетворення Фур'є не дорівнює нулю. Це значить, що сходинки Фіске можуть існувати в неоднорідному контакті при відсутності зовнішнього магнітного поля. Такі сходинки були неодноразово зареєстровані в експериментах, в яких розподіл струмів в контактах неоднорідний [20].

1.3 Теорія когерентного випромінювання систем слабких зв'язків.

З розгляду теорії сходинок Фіске, наведеною в попередньому підрозділі, слідує, що сходинок струму залежностей $V(I_b)$, отриманих при нульовому значенні зовнішнього магнітного поля, збільшуються при збільшенні інтегралу (1.12), який характеризує ступінь неоднорідності розподілу струмів у слабкому зв'язку. Відомо, що інтенсивність джозефсонівського випромінювання посилюється на сходах Фіске [20]. Посилення інтенсивності випромінювання пов'язано, очевидно, з синхронізацією випромінювання різних просторових частин слабого зв'язку, тобто, участі випромінювання всього слабого зв'язку у формуванні стоячої хвилі. В цей час розвинута тільки теорія синхронізації для точкових контактів, пов'язаних один з одним електричним колом зворотного зв'язку, однак не існує теорії синхронізації для довгих контактів. В цій роботі ми розглянемо спочатку теорію, яка описує когерентне випромінювання двох точкових контактів, і наведемо деякі гіпотези щодо опису когерентного стану в довгих контактах. Згідно резистивної моделі, рівняння збереження струму в системі, яка складається з двох слабких зв'язків, в нормалізованих величинах виглядають так:

$$\frac{d\varphi_1}{d\tau} + \sin(\varphi_1) = i_1 - i_c(\tau), \quad (1.13)$$

$$\frac{d\varphi_2}{d\tau} + \sin(\varphi_2) = i_2 - i_c(\tau), \quad (1.14)$$

де $\tau = 2\pi V_c t / \Phi_0$, φ_1 та φ_2 – різниці фаз параметра порядку на першому та другому слабкому зв'язку, відповідно, i_1 та i_2 – струми (нормалізовані на середній критичний струм), які протікають через перший та другий слабкий зв'язок, відповідно, слабкі зв'язки, $i_c(\tau)$ – струм через систему зворотного зв'язку, нормалізований на середній критичний струм. Для опису когерентного стану застосовується метод повільних амплітуд [2]. Згідно цьому методу, струм $i_c(\tau)$ можна записати так:

$$i_c(\tau) = \text{Re}[\varepsilon_1(y(v_1)e^{i\theta_1} + y(v_2)e^{i\theta_2})], \quad (1.15)$$

де $\varepsilon_1 = \frac{2\bar{v}}{\bar{i} + \bar{v}}$ – перша гармоніка джозефсонівської генерації, $\bar{v}$ та $\bar{i}$ – повністю усереднена по часу τ нормалізована напружка на автономному слабкому зв'язку з усередненим критичним струмом та усередненим електричним опором та усереднений нормалізований струм через цей зв'язок, y – адмітанс системи зв'язку між контактами нормалізований на електричний опір контакту, v_1, v_2 – напруги на контактах 1 та 2, відповідно, $\theta_1 = \bar{v}_1\tau$, $\theta_2 = \bar{v}_2\tau$. Рівняння (1.13) – (1.15), записані відносно різниці фаз $\chi = \theta_1 - \theta_2$, мають такий вигляд:

$$\frac{d\chi}{d\tau} = \xi + a \cdot \sin(\chi), \quad (1.16)$$

$\xi = \bar{v}_1^{(A)} - \bar{v}_2^{(A)}$, $\bar{v}_1^{(A)}$ та $\bar{v}_2^{(A)}$ – повністю усереднена напружка на слабких зв'язках 1 та 2, $a = \frac{r_d^{(A)} \varepsilon_1}{2\bar{i}} \cdot \text{Im}(y)$, $r_d^{(A)} = \frac{d\bar{v}^A}{d\bar{i}}$. Рівняння (1.16) має таку саму структуру, як і рівняння для резистивної моделі протікання струму через слабкий зв'язок. Воно має такий аналітичний розв'язок:

$$\chi = \begin{cases} 0, \text{Im}(y) < 0 \\ \pi, \text{Im}(y) > 0 \end{cases}. \quad (1.17)$$

З виразу (1.17) можна зробити висновок, що слабкі зв'язки випромінюють синфазно (тобто, $\chi = 0$), якщо адмітанс має індуктивний характер ($\text{Im}(y) < 0$). Антифазна синхронізація ($\chi = \pi$) відбувається в тому випадку, коли адмітанс ємнісний ($\text{Im}(y) > 0$). Потужність випромінювання обох слабких зв'язків P_Σ пропорційна усередненому квадрату напруги:

$$P_\Sigma \sim \overline{(v_1(\tau) + v_2(\tau))^2} = \varepsilon_1^2 \overline{(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2))^2}. \quad (1.18)$$

Після усереднення отримуємо відношення P_Σ до потужності випромінювання одного автономного слабого зв'язку P_0 :

$$\frac{P_\Sigma}{P_0} = 2 \overline{(\cos(\theta_2 + \chi) + \cos(\theta_2))^2} = 2(1 + \cos(\chi)). \quad (1.19)$$

З виразу (1.19) видно, що при синфазній синхронізації ($\chi = 0$), потужність випромінювання від двох контактів збільшується в чотири рази, тоді як при

антифазній синхронізації ($\chi = \pi$) потужність випромінювання двох контактів дорівнює нулю.

Як було зазначено вище в цьому підрозділі, теорії синхронізації частин довгого контакту не існує. Однак, спираючись на розглянуту нами теорію сходенок Фіске, можна припустити, що опис дії стоячої хвилі на частини довгого контакту подібний до дії зовнішнього випромінювання на точкові контакти з різними критичними струмами і різними електричними опорами. Це – так звана зовнішня синхронізація. Для розгляду такої синхронізації застосовують також метод повільних амплітуд [2]. Рівняння збереження струму в цьому випадку виглядає так:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} + \sin(\varphi) = i + i_{ac}, \quad (1.20)$$

$$i_{ac} = a_1 \cdot \cos(\omega\tau), \quad (1.21)$$

де a_1 – амплітуда зовнішнього гармонічного сигналу, ω – частота сигналу. Застосувавши до рівнянь (1.20), (1.21) метод повільних амплітуд [2] отримуємо рівняння для різниці фаз $\eta = \theta - \omega\tau - \pi/2$ (тут $\theta = \bar{v}\tau$, $\bar{v}$ – усереднена по великому проміжку часу напруга на слабкому зв'язку):

$$\frac{1}{r_d^A} \frac{d\eta}{d\tau} + \frac{a_1}{2i} \sin(\eta) = \bar{i} - \bar{i}_\omega, \quad (1.22)$$

де $\bar{i}_\omega = \sqrt{\omega^2 + 1}$. Це рівняння має також таку саму структуру, як і рівняння збереження струму в резистивній моделі контакту, і рішення $\eta = \text{const}$ описує сходинку на залежності $\bar{v} = f(\bar{i})$ при таких значеннях струму $\bar{i}$:

$$\bar{i}_\omega - \frac{a_1}{2i} \leq \bar{i} \leq \bar{i}_\omega + \frac{a_1}{2i}. \quad (1.23)$$

В інтервалі струмів (1.23) відбувається повне «захоплення» генерації контакту зовнішнім сигналом, тобто, синфазна синхронізація частот генерації контакту і зовнішнього сигналу. Як видно з виразу (1.23), величина сходнки пропорційна амплітуді зовнішнього сигналу. Можна припустити, що такий самий механізм

синхронізації діє на сходинках Фіске довгого контакту, тобто, генерація ділянок довгого контакту синхронізується коливаннями стоячої хвилі.

1.4. Вплив температури слабких зв'язків на їх випромінювання.

Вплив температури на синхронізацію випромінювання двох точкових слабких зв'язків з різними критичними струмами був проаналізований в роботі [26]. Температура $T = T_{bath}$ одного з контактів (слабкий зв'язок 1 з меншим критичним струмом) постійна протягом всього експерименту. Оскільки критичний струм зменшується зі зростанням температури, слабкий зв'язок з більшим критичним струмом (зв'язок 2), можна нагріти до такої температури, при якій залежності напруги від струму для обох слабких зв'язків в системі будуть перехрещуватись. Якщо між слабкими зв'язками організувати індуктивний і резистивний зв'язок, то їх випромінювання можна синхронізувати при будь-якому розкиді критичних струмів. Для розрахунку електричних параметрів слабого зв'язку 2 була використана залежність характеристичної напруги від температури $V_{c2}(T_2)$:

$$V_{c2}(T_2) = V_{c2}(T_{bath}) + \frac{dV_{c2}(T)}{dT}(T_2 - T_{bath}), \quad (1.24)$$

де $dV_{c2}(T)/dT \approx -6,35 \cdot 10^{-4} \text{ В} \cdot \text{К}^{-1}$ для низькотемпературних надпровідників та $dV_{c2}(T)/dT \approx -3,84 \cdot 10^{-4} \text{ В} \cdot \text{К}^{-1}$ для високотемпературних надпровідників. Критичний струм I_{c2} слабого зв'язку 2 розраховується з виразу $I_{c2} = V_{c2}(T_2)/R_2$, де R_2 - електричний опір другого слабого зв'язку при $T = T_2$. Далі рівняння динаміки вирішуються з параметрами I_{c2} та R_2 і знаходяться інтервали напруги, при яких спостерігається синхронізація випромінювання. Показано, що синхронізація може бути досягнута при розкиді критичних струмів 15-20%, що вдвічі більше, ніж для слабких зв'язків, які знаходяться при однаковій температурі [26].

Вплив саморозігріву слабких зв'язків на залежності напруги на контакті від струму досліджений також в роботах [23-25]. В роботах [24, 25] враховується також залежність електричного опору контакту, що приводить до від'ємного нахилу залежності напруги від струму.

1.5 Постановка задачі.

Як було зазначено у Вступі, робота має метою установити вплив нерівномірного нагріву системи слабких зв'язків на випромінювання системи. З розгляду експериментів по вимірюванню електричних характеристик систем слабких зв'язків встановлено, що нерівномірний нагрів системи можливий у високотемпературних надпровідниках, коефіцієнт теплопровідності яких малий. Однак, нерівномірний розігрів пачки слабких зв'язків приводить нерівномірному розподілу критичних струмів вздовж системи та до утворення сходинок Фіске [20], так що можна говорити про циклічний процес, в якому поява стоячої електромагнітної хвилі в системі слабких зв'язків приводить до локального розігріву системи в місцях максимальної потужності. Такий розігрів приводить до нерівномірного розподілу критичних струмів вздовж системи. В свою чергу, згідно виразам (1.10), (1.12), посилення нерівномірного розподілу критичних струмів визиває збільшення величини сходинок Фіске, а це збільшення визиває збільшення інтенсивності стоячої хвилі, від чого локальний температурний перегрів збільшується і т. д. Сформульовано такі завдання, які дозволять досягнення поставленої мети:

- а) змодельовати систему слабких зв'язків, в яких реалізуються стоячі хвилі і сходинок Фіске на залежностях напруги від струму;
- б) розрахувати розподіли температур вздовж системи при нерівномірному розігріві системи під дією стоячої хвилі;

в) розрахувати зміни критичних струмів вздовж системи під впливом неоднорідного розподілу температур, електричні характеристики, сходінки Фіске;

г) розрахувати потужність випромінювання від контакту.

При розрахунку динаміки слабких зв'язків пункти а) – г) повторюються для кожного кроку по часу. В даній роботі описані вище завдання були реалізовані чисельними методами.

2 МОДЕЛЬ СИНХРОНІЗОВАНОГО СТАНУ СЛАБКИХ ЗВ'ЯЗКІВ

2.1. Модель довгого слабого зв'язку

В розрахунковій моделі [25] слабкий зв'язок довжиною D був розділений на n частин, кожна з яких мала довжину $\xi = D/(n - 1)$, критичний струм $I_{c,j}$ (j – номер частини), електричний опір R_j та ємність C_j . В подальшому обговоренні будемо вважати ємності всіх частин однаковими, тобто, $C_j = C$ для $j = 1 \dots n$, оскільки вплив розкиду значень ємності до 20% на електричні характеристики слабого зв'язку незначний [2]. Далі, в моделі слабого зв'язку віднесемо названі електричні характеристики частини зв'язку з номером j до точкового слабого зв'язку, який знаходиться на середині довжини відрізка ξ_j , і з'єднаємо отримані точкові контакти індуктивністю L . Оскільки проміжки між точковими слабкими зв'язками однакові і дорівнюють ξ (тобто, $\xi_j = \xi$ для $j = 1 \dots n$), то індуктивності проміжків між цими зв'язками також однакові. Умови збереження струму для точкових слабких зв'язків та умови квантування магнітного потоку для петель між цими зв'язками виглядають так [25]:

$$\frac{c\Phi_0}{2\pi} \frac{d^2\varphi_j}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_j} \frac{d\varphi_j}{dt} + I_{c,j} \sin\varphi_j = I_b - I_{R,j-1,j} + I_{R,j,j+1}, j = 2 \dots n - 1, \quad (2.1)$$

$$\Phi_e - LI_{R,j-1,j} = \frac{\Phi_0}{2\pi} (\varphi_{j-1} - \varphi_j), j = 2 \dots n, \quad (2.2)$$

де φ_j - різниця між фазами параметра порядку на берегах точкового зв'язку з номером j , $I_b = I/n$ – зовнішній струм, який подається на точковий слабкий зв'язок, I – повний струм, який подається на довгий слабкий зв'язок, $I_{R,j-1,j}$ – струм, який циркулює в петлі між слабкими зв'язками з номерами $j - 1$ та j , Φ_e - магнітний потік, який утворюється зовнішнім магнітним полем у петлі між точковими слабкими зв'язками з номерами $j - 1$ та j . Для моделювання граничних умов довгої лінії з розімкнутими кінцями, які відповідають фізичним умовам процесу, до довгого зв'язку було приєднано два фіктивних контури з номерами $j = 0$ та $j = n + 1$. В контури включались електричний опір R_e , індуктивність L_e та ємність C_e для того, щоби змодельовати значення імпедансу вакууму (близько 377 Ом). В такому разі граничні умови можна записати у вигляді рівнянь Кірхгофа:

$$L_e \frac{d^2 q_0}{dt^2} + R_e \frac{dq_0}{dt} + \frac{(q_e + q_1)}{2C_e} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_1}{dt}, \quad (2.3)$$

$$L_e \frac{d^2 q_{n+1}}{dt^2} + R_e \frac{dq_{n+1}}{dt} + \frac{(q_e + q_{n+1})}{2C_e} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_{n+1}}{dt}, \quad (2.4)$$

де $q_{i,0}$ - заряд, який протікає через індуктивність контуру у частині з індексом $j = 0$ і т. д. Система рівнянь (2.1)-(2.4) вирішувалась методом Рунге -Кутта. Середня напруга V на довгому зв'язку розраховувалась згідно такому виразу:

$$V = \frac{\Phi_0}{2\pi} \sum_{j=1}^n \overline{\frac{d\varphi_j}{dt}}. \quad (2.5)$$

2.2. Розрахунок потужності нагріву, температур та критичних струмів.

Для розрахунку питомої потужності p_j в частині j слабого зв'язку використовувався такий вираз:

$$p_j = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_j}{dt} (I_b - I_{R,j-1,j} + I_{R,j,j+1}), \quad (2.6)$$

де множник $(\Phi_0/2\pi)(d\varphi_j/dt)$ є, згідно другому співвідношенню Джозефсона, миттєвою напругою на слабкому зв'язку, а вираз у круглих скобках рівняння

(2.6), згідно (2.1) є миттєвим значенням струму, який протікає через слабкий зв'язок. Тоді за час Δt в частині довгого слабого зв'язку з номером i та об'ємом цієї частини виділиться тепло q_j :

$$q_j = p_j \cdot \Delta t. \quad (2.7)$$

Для розрахунку розподілу температури T вирішувалось рівняння теплопровідності з внутрішніми джерелами тепла:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{P(x,t)}{c' \rho}, \quad (2.8)$$

де $a = \lambda / (c' \rho)$, λ – коефіцієнт теплопровідності, c' – питома ізохорна теплоємність, ρ – густина речовини, $P(x,t) = p(x,t) / V_{el}$ – питома потужність нагріву з розмірністю [Вт/м³], V_{el} – об'єм шару, який нагрівається джоулевым теплом. Початкові і граничні умови задачі задавались так:

$$T(x, t = 0) = T_0, \quad T(x = 0, t) = T(x = D, t) = T_0. \quad (2.9)$$

Рівняння (2.7) - (2.9) вирішувались методом сіток сумісно з рівняннями (2.1)-(2.4). Після розрахунку розподілу температур в слабкому зв'язку були отримані критичні струми частин згідно наступного виразу:

$$I_{c,j}(T) = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta(T_j)}{e R_j} \tanh \left(\frac{\Delta(T_j)}{2 k_B T} \right), \quad (2.10)$$

де $\Delta(T_j)$ – енергетична щільність електроду слабого зв'язку при температурі T_j .

2.3 Модель пачки з двох слабких зв'язків.

Для двох слабких зв'язків умови збереження струму та квантування магнітного потоку такі [25]:

$$\frac{c \Phi_0}{2\pi} \frac{d^2 \varphi_{i,j}}{dt^2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_{i,j}} \frac{d \varphi_{i,j}}{dt} + I_{c,i,j} \sin \varphi_{i,j} = I_b - I_{i,j-1,j}^R + I_{i,j,j+1}^R, \quad j = 2 \dots n-1, \quad (2.11)$$

$$-L I_{i,j-1,j}^R + L_f I_{i\pm 1,j-1,j}^R = \frac{\Phi_0}{2\pi} (\varphi_{i,j-1} - \varphi_{i,j}), \quad j = 2 \dots n, \quad (2.12)$$

де $i = 1, 2$, $I_{i,j-1,j}^R$ – струм в слабкому зв’язку з номером i у петлі між частинами слабкого зв’язку з номерами $j - 1$ та j . Граничні умови (2.3), (2.4) для системи з двома слабкими зв’язками виглядають так:

$$L_e \frac{d^2 q_{i,0}}{dt^2} + R_e \frac{dq_{i,0}}{dt} + \frac{(q_e + q_{i,1})}{2C_e} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \left(\frac{d\varphi_{i,1}}{dt} \right), \quad i = 1, 2, \quad (2.13)$$

$$L_e \frac{d^2 q_{i,n+1}}{dt^2} + R_e \frac{dq_{i,n+1}}{dt} + \frac{(q_e + q_{i,n+1})}{2C_e} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_{i,n+1}}{dt}, \quad i = 1, 2, \quad (2.14)$$

де $q_{i,0}$ – заряд, який протікає через індуктивність контуру з індексом i у частині з індексом $j = 0$ і т. д. Потужність випромінювання Q_L від лівого краю системи розраховувалась згідно наступного виразу:

$$Q_L = \frac{\Phi_0}{2\pi Z} \left[\frac{d\varphi_{1,1}}{dt} + \frac{d\varphi_{2,1}}{dt} \right]^2, \quad (2.15)$$

де Z – імпеданс вакууму. Так само розраховується потужність випромінювання від правого краю системи Q_R :

$$Q_R = \frac{\Phi_0}{2\pi Z} \left[\frac{d\varphi_{1,n+1}}{dt} + \frac{d\varphi_{2,n+1}}{dt} \right]^2. \quad (2.16)$$

В цій роботі на графіках залежності напруги V від струму I_b для довгих слабких зв’язків нормалізовані до безрозмірних величин. Струми нормалізовані на усереднений критичний струм I_{ca} : $i_b = I_b / I_{ca}$. Напруга на контакті нормалізована на $v = V / (m \cdot n \cdot V_{ca})$.

3 РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ОБГОВОРЕННЯ

3.1 Електричні властивості та потужність випромінювання слабких зв'язків без нагріву.

Розглянемо спочатку залежності $v = f(i_b)$ та $Q_L = f(v)$ слабких зв'язків, які не були розігріті джоулевым теплом. В цьому разі рівняння (2.1)-(2.4), а також рівняння (2.11)-(2.14) вирішувались без рівняння теплопровідності (2.8), (2.9). Нагадаємо, що для зручності на графіках цих залежностей величина v нормалізована на добуток характеристичної напруги V_c на число «елементарних» слабких зв'язків в одному довгому слабкому зв'язку n та на число довгих слабких зв'язків у системі m . На рисунку 3.1 представлена залежність $v = f(i_b)$ для одного довгого слабого зв'язку.

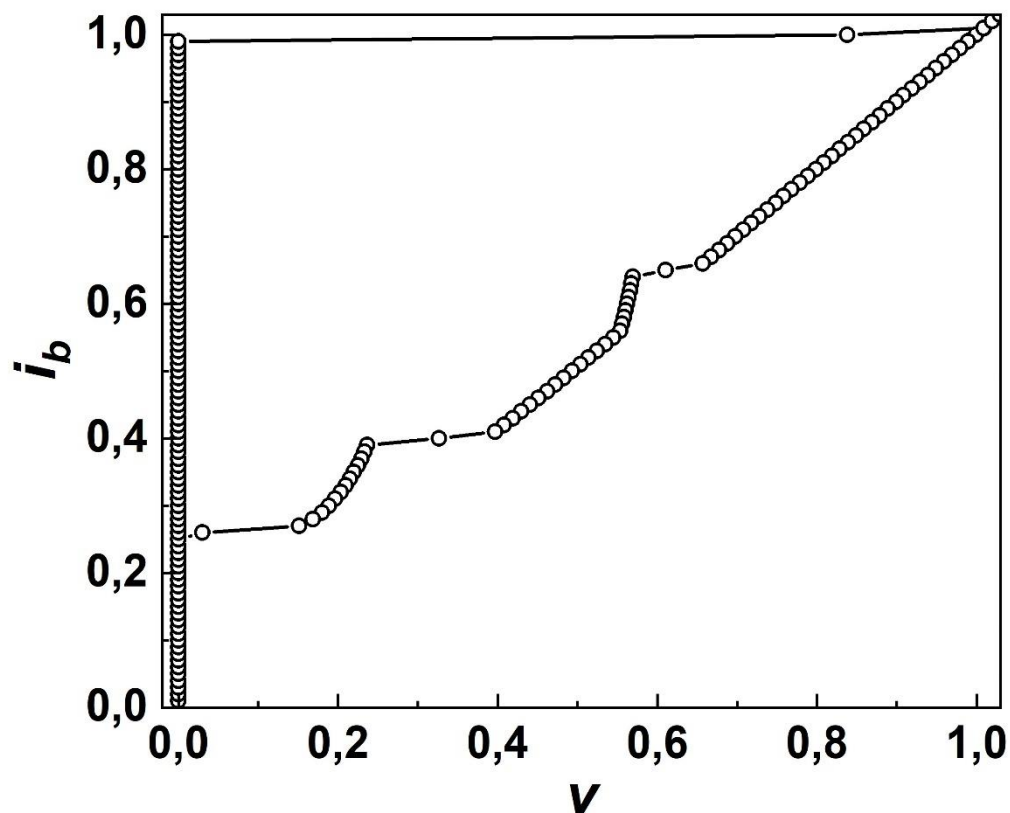


Рисунок 3.1 – залежність $v = f(i_b)$ для одного довгого слабого зв'язку.

Параметри розрахунків були такі: довжина слабого зв'язку $D=10^{-4}$ м, ширина (фіктивний параметр) – $W=5 \cdot 10^{-5}$ м, $V_c=4,2 \cdot 10^{-3}$ В, густина джозефсонівського струму $J_c = 10^6$ А/м², товщина діелектричного бар'єру 10^{-9} м, ємність на одиницю площі $4 \cdot 10^{-4}$ Ф/м², лондонівська глибина проникнення магнітного поля $5 \cdot 10^{-8}$ м, критична температура $T_c=9$ К, температура вимірювання 7 К, швидкість світла в контакті $\bar{c}=6,26 \cdot 10^7$ м/с, параметр Мак-Камбера $\beta_c = 24$, джозефсонівська глибина проникнення магнітного поля $\lambda_J = 2,4 \cdot 10^{-5}$ м. Довгий слабкий зв'язок був умовно поділений на $n=100$ частин.

На залежності $v = f(i_b)$, показаній на рисунку 3.1, є дві сходинки, які відповідають другій та четвертій сходинці Фіске ($\alpha = \frac{L_f}{L} \rightarrow 0$):

$$v = \frac{\Phi_0 \bar{c}}{2DV_c} k, k = 1, 2 \dots \quad (3.1)$$

Нормалізовані напруги, які дорівнюють другій та четвертій сходинці Фіске, дорівнюють 0,308 та 0,616. Однак, на відмінність від сходинок Фіске, ці сходинки виникли без прикладеного магнітного поля. В даному випадку вони виникли завдяки неповному відбиттю електромагнітних хвиль від країв слабких зв'язків (тобто, граничних умов), яке забезпечує випромінювання контакту в простір. Такі сходинки на залежності $v = f(i_b)$ називаються безпольовими сходинками і виникають звичайно при напругах, що відповідають парним сходинкам Фіске. Когерентне випромінювання від високотемпературних надпровідників спостерігається саме на цих безпольових сходинках. Зауважимо, що в даному випадку ці сходинки виникли в районі гістерезиса, оскільки параметр Мак-Камбера контакту великий. Як видно з рисунка 3.1, горизонтальні частини сходинки струму на залежності $v = f(i_b)$, тобто, інтервали напруги, на яких існує сходинки струму, досить широкі. Це зумовлено тим, що ця залежність записувалась при зменшенні струму зміщення i_b в гістерезисній області, так що існує стрибок від більшої напруги, яка відповідає кінцю сходинки, до меншої напруги, яка відповідає початку сходинки, при неперервному зменшенні струму

зміщення. Таким чином, при такому запису, на залежності $v = f(i_b)$ представлена тільки частина сходинки. Для запису всієї безпольової сходинки

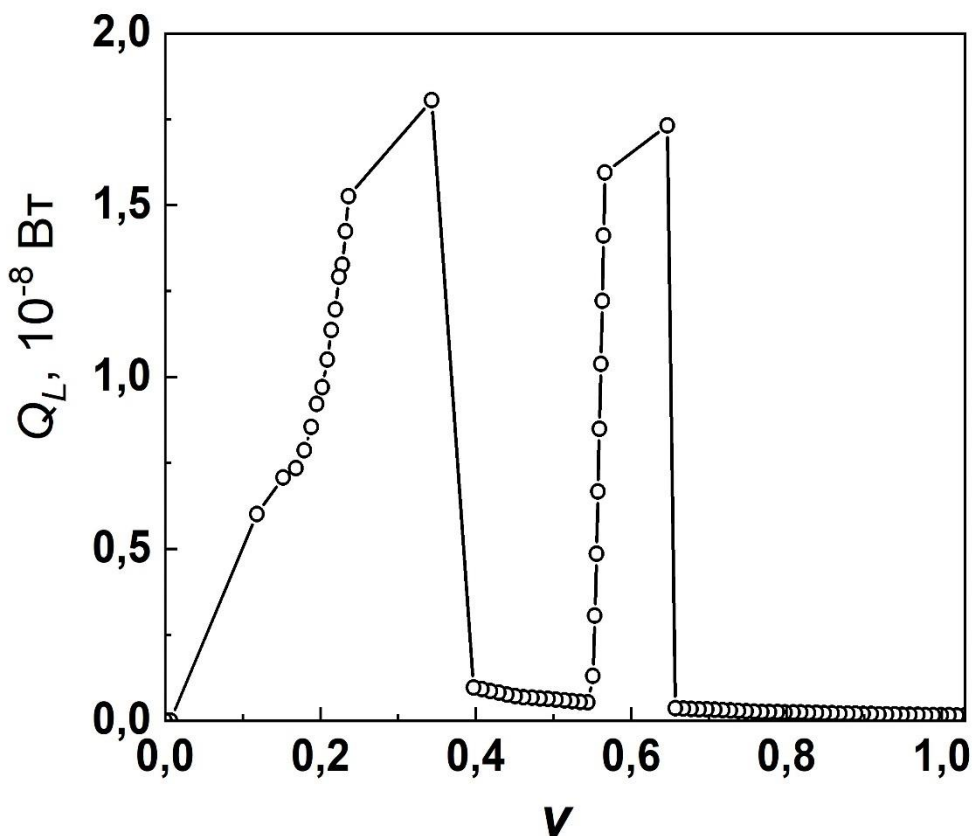


Рисунок 3.2 – залежність $Q_L = f(v)$ для одного довгого слабкого зв'язку.

необхідно зменшити струм до початку цієї сходинки, поміняти напрямок струму зміщення і збільшувати його.

На рисунку 3.2 показана залежність потужності випромінювання від лівого кінця довгого зв'язку від нормалізованої напруги. Оскільки задача, яку ми вирішуємо, симетрична, то в подальшому будемо показувати на графіках випромінювання тільки з одного (лівого) кінця слабкого зв'язку. На залежності $Q_L = f(v)$ видно два широкі максимуми, які відповідають випромінюванню слабкого зв'язку на сходинках, показаних на рисунку 3.1. Максимальні значення потужності мають значення $Q_L = 1,81 \cdot 10^{-8}$ Вт при напрузі $v = 0.34$ (тобто, для

$k = 2$ в формулі (3.1)) та $Q_L = 1,73 \cdot 10^{-8}$ Вт при напрузі $v = 0.675$ (тобто, для $k = 4$ в формулі (3.1)). Отримане в результаті розрахунків положення максимумі

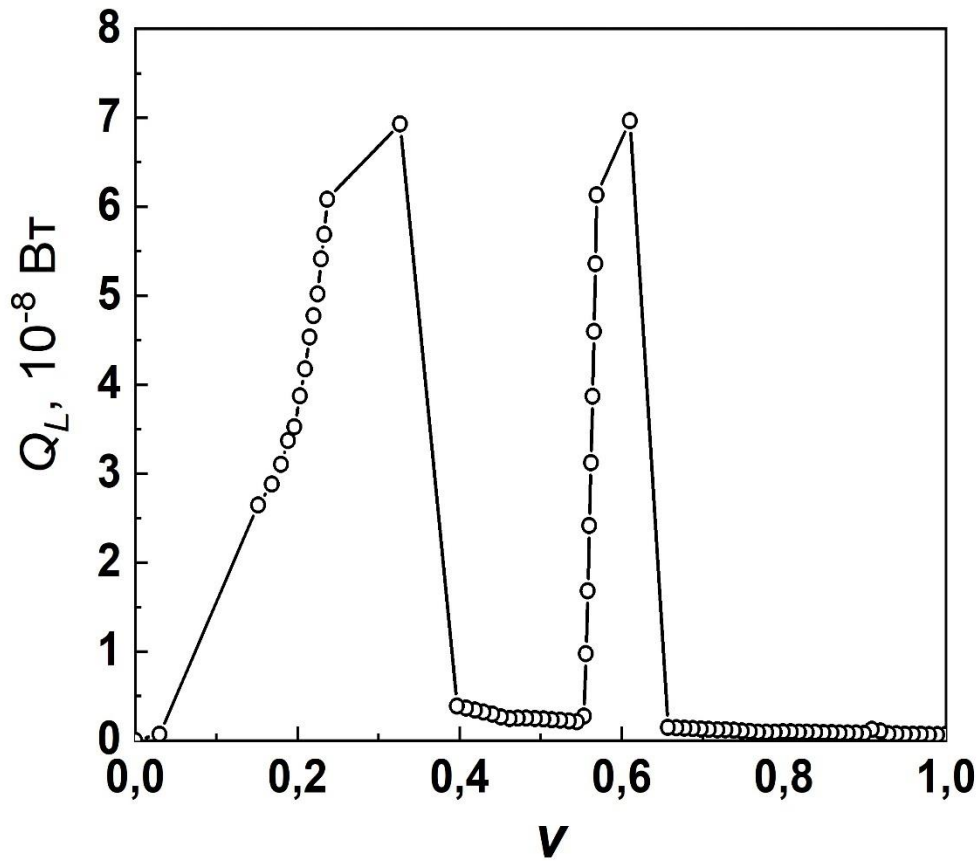


Рисунок 3.3 – залежність $Q_L = f(v)$ для двох довгих слабких зв'язків.

випромінювання повністю узгоджується з твердженням, що максимальне випромінювання слабого зв'язку спостерігається на сходинках Фіске.

Розглянемо тепер електричні властивості і потужність випромінювання від пачки з двох довгих слабких зв'язків (рівняння (2.11)-(2.14)). Залежності $v = f(i_b)$ для такої пачки мають той же вигляд, що і на рисунку 3.1, тому ми не наводимо відповідного рисунку тут. Залежності $Q_L = f(v)$ показані на рисунку 3.3. Максимальні значення потужності мають значення $Q_L = 6,93 \cdot 10^{-8}$ Вт при напрузі $v = 0.33$ (тобто, для $k = 2$ в формулі (3.1)) та $Q_L = 6,97 \cdot 10^{-8}$ Вт при напрузі $v = 0.64$ (тобто, для $k = 4$ в формулі (3.1)). Відношення значень

потужності випромінювання від двох слабких зв'язків до такого значення для одного слабого зв'язку для максимуму при $k = 2$ дорівнює 3,8. Для максимуму при $k = 4$ таке відношення дорівнює 4,0. Згідно теорії синхронізації, збільшення потужності випромінювання від n слабких зв'язків в n^2 разів характерно для повної синхронізації випромінювання всіх n слабких зв'язків [2]. Таким чином, випромінювання від двох довгих зв'язків повністю синхронізоване.

Дуже важливе зауваження треба зробити щодо механізму синхронізації слабких зв'язків. Згідно теорії, стоячі хвилі утворюються в тому випадку, коли на довжині контакту розміщується ціла кількість половинок електромагнітної хвилі. Формула (3.1) може бути виведена з цієї умови. Оскільки в нашому розгляді частина електромагнітних хвиль випромінюється в простір, а частина відбивається від країв слабого зв'язку, то при напругах, яким відповідають указані в умові довжини хвиль джозефсонівської генерації, в довгому слабкому зв'язку виникають стоячі хвилі. Але одночасно виконується умова $D > \lambda_J$, згідно якої в слабкому зв'язку можуть розповсюджуватись збудження солітонного типу (джозефсонівські вихори). Доведено, що на сходах Фіске при умовах нашої задачі спостерігався саме рух вихорів згідно механізму Фултона-Дайнса, а стоячі хвилі реєструвались тільки на підніжжях сходинок. Таким чином, можна зробити висновок, що електромагнітне випромінювання двох довгих слабких зв'язків синхронізується саме рухом джозефсонівських вихорів на сходах Фіске. Цей механізм синхронізації на даний час не досліджений.

3.2 Розподіли температур при нагріві слабких зв'язків постійним струмом.

Для отримання залежностей напруги на слабких зв'язках від струму та потужності випромінювання, рівняння динаміки слабких зв'язків вирішувались одночасно з рівнянням теплопровідності (2.8) з початковими і граничними умовами (2.9). Ці умови означають, що температура будь-якої ділянки слабого

зв'язку в початковий момент часу дорівнює T_0 , і що краї слабого зв'язку знаходяться при температурі T_0 протягом всього процесу. Були задані коефіцієнт теплопровідності $\lambda = 0,6$ Вт/(м·К), питома теплоємність $c' = 600$ Дж/(кг·К) та густина речовини $\rho = 2,6 \cdot 10^3$ кг/м³. Об'єм шару V_{el} , який нагрівається джоулевым теплом, варіювався від 10^{-17} м³ до 10^{-22} м³ в залежності від густини критичного струму. При сумісному вирішенні рівнянь динаміки слабких зв'язків з рівнянням теплопровідності виникла задача узгодження масштабів часу. Рівняння теплопровідності описує процеси, які відбуваються за періоди часу від кількох секунд до годин і днів. Характерним масштабом часу джозефсонівської генерації електромагнітних хвиль є проміжки часу порядку 10^{-14} с. Тому процеси нагріву довгого слабого зв'язку, які протікають неперервно і описані в цьому підрозділі, займають 10^5 періодів джозефсонівських коливань, тобто, 10^{-9} с.

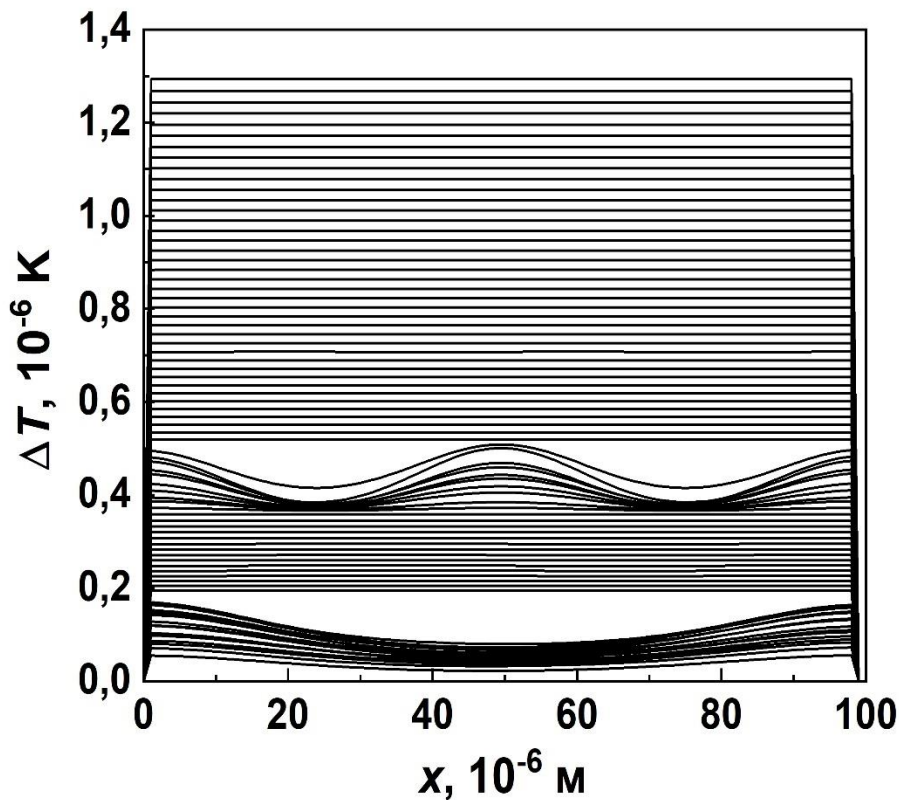


Рисунок 3.4 – Розподіл $\Delta T = f(x)$ вздовж автономного слабого зв'язку.

Розглянемо докладно розподіли температури в слабких зв'язках. На рисунку 3.4 показано розподіл різниці температур $\Delta T = T(x, t - T_0)$ вздовж автономного слабого зв'язку. Різниця температур ΔT змінюється від нуля при $\nu = 0$ до $1,3 \cdot 10^{-6}$ К при $\nu = 1,03$. Нагадаємо, що ця різниця температур розрахована протягом 10^{-9} с, так що при лінійному рості температури з часом зразок перегріється до кімнатної температури за 10^{-3} с. Однак, при великих проміжках часу температура слабого зв'язку зменшиться завдяки відтоку температури в зовнішнє середовище. Згідно нашим розрахункам, якраз такий сценарій реалізується для металів з великим значенням коефіцієнту теплопровідності.

З рисунку 3.4 видно, що при струмах зміщення, які відповідають резонансним напругам з $k=1$ та $k=2$, розподіл температури вздовж слабого зв'язку стає різко неоднорідним. З'являються «температурні хвилі», які мають ту ж саму форму, як і розподіл напруги при геометричних резонансах в слабкому зв'язку. При такому розподілі одні частини слабого зв'язку будуть нагріватись скоріше та сильніше, ніж інші частини. Саме поява таких «хвиль температури» пояснює явище «гарячих плям», які постійно спостерігались при когерентному випромінюванні високотемпературних надпровідників при напрузі, що відповідає резонансу в слабкому зв'язку.

Однак, розподіли температури вздовж слабого зв'язку при струмах зміщення, які не співпадають з струмами, при яких спостерігаються резонансні сходи, також не однорідні. На рисунку 3.5 показаний розподіл температур при $i_b = 0,71$, який відповідає напрузі $\nu = 0,70$. Ця напруга далека від резонансної. Однак, «хвилі температури» існують і при таких напругах. Фактично, при будь-якій напрузі розподіл температур вздовж слабого зв'язку не є постійною величиною. При резонансах цей

розподіл стає різко неоднорідним, а між резонансами «хвилі температури» проявлені слабо, але вони існують.

Розподіли температур вздовж пачки, яка складається з двох слабких зв'язків, не відрізняються суттєво від розподілів для одного автономного слабкого зв'язку. Оскільки ми намагались відтворити умови розподілу температур, які існують в високотемпературних надпровідниках, ми

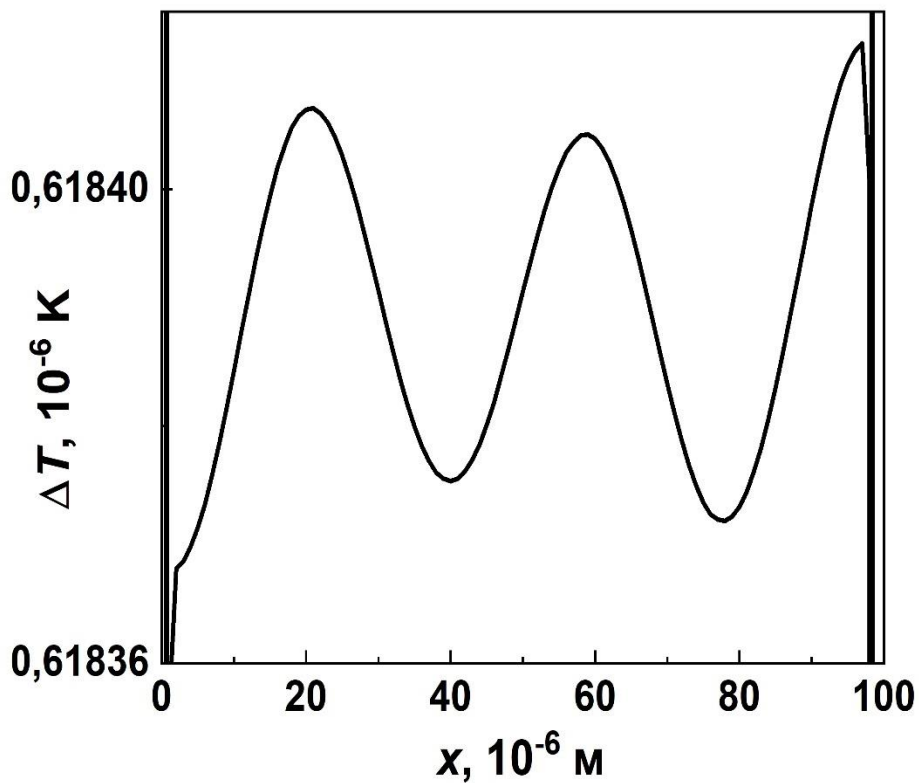


Рисунок 3.5 – збільшена ділянка розподілу $\Delta T = f(x)$, показаного на рисунку 3.3, для струму $i_b = 0,71$, який відповідає напрузі $v = 0,70$.

знехтували перерозподілом температур на відстані 1,5 нм, яка існує між слабкими зв'язками в високотемпературних надпровідниках, і поставили у відповідність одну температуру для обох слабких зв'язків. При розрахунку,

потужності нагріву для слабких зв'язків складаються, однак, об'єм, який нагріваються, стає удвічі більший.

3.3 Електричні властивості та потужність випромінювання слабких зв'язків при нагріві постійним струмом.

В цьому підрозділі вивчаються залежності $v = f(i_b)$ та $Q_L = f(v)$ слабких зв'язків, які розігрівались постійним струмом зміщення i_b . На рисунку 3.6

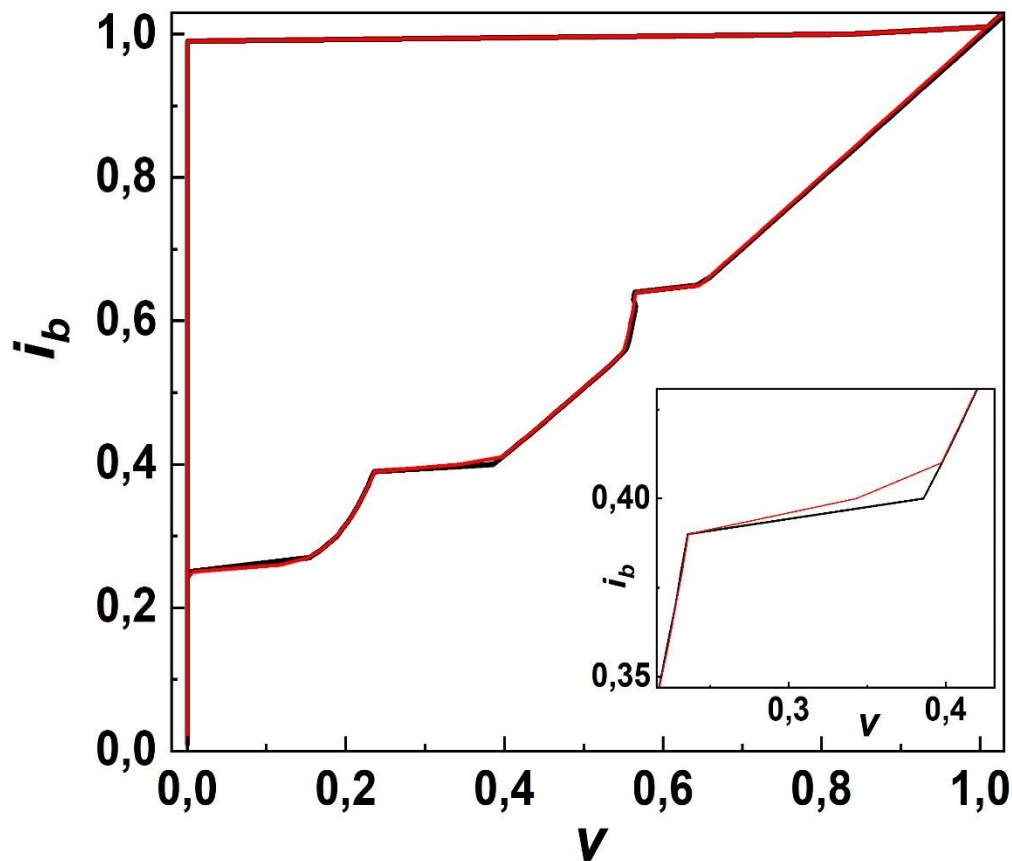


Рисунок 3.6 – залежність $v = f(i_b)$ для двох довгих слабких зв'язків, нагрітих постійним струмом зміщення (чорна лінія), і така ж залежність для двох слабких зв'язків без нагрівання (червона лінія). На вставці – збільшена частина цієї залежності біля сходинок при $k = 1$.

показані залежності $v = f(i_b)$ для двох довгих слабких зв'язків, нагрітих постійним струмом зміщення (чорна лінія), і така ж залежність для двох слабких зв'язків без нагрівання (червона лінія). Видно, що ці залежності співпадають одна з одною за виключенням околиць сходинок Фіске. Відмічені зміни досить незначні, оскільки в нашій моделі вивчаються зміни електричних характеристик і потужності при протіканні процесу протягом лише 10^{-9} с. Однак, видно, що на сходинок з $k = 2$ залежність $v = f(i_b)$ для нагрітих слабких зв'язків відхиляється до більших значень напруги (див. вставку на рисунку 3.6).

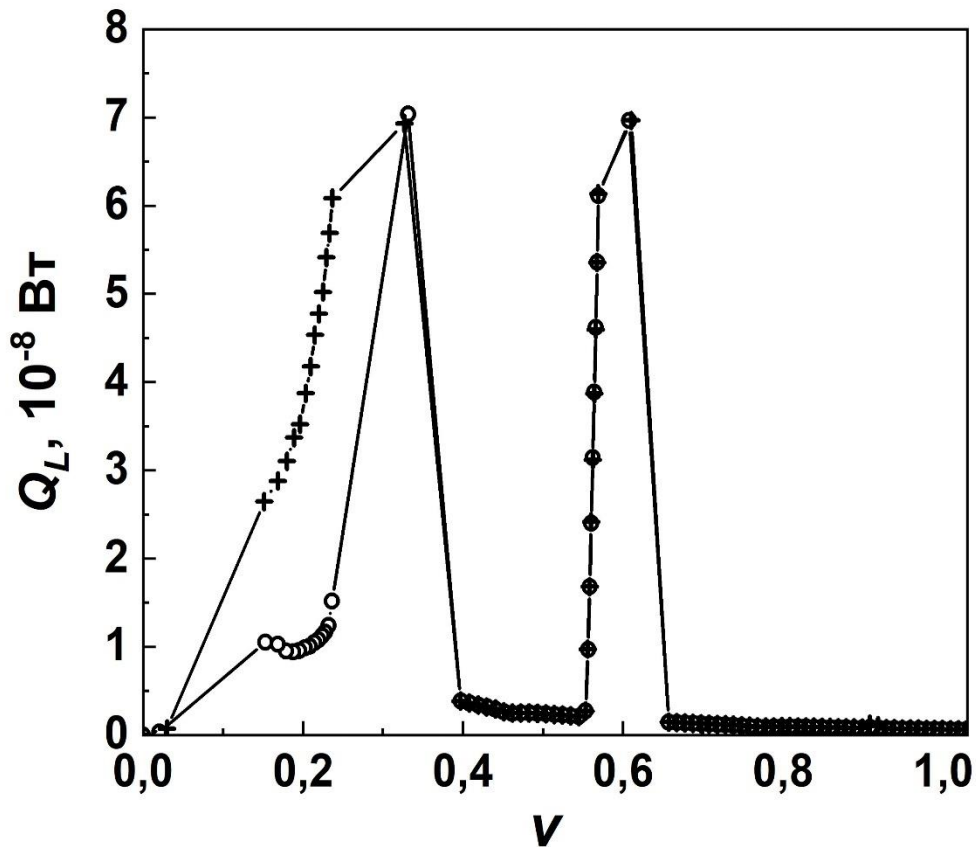


Рисунок 3.7 – залежність $Q_L = f(v)$ для пачки з двох довгих слабких зв'язків без нагріву (хрестики) та при нагріванні постійним струмом (кружки).

На рисунку 3.7 показана залежність $Q_L = f(v)$ для пачки з двох довгих слабких зв'язків без нагріву (хрестики) та при нагріванні постійним струмом (кружки).

Так само, як і на рисунку 3.6, залежність $Q_L = f(v)$ на сходинці при $k = 2$ сильно відхиляється в сторону збільшення напруги, що приводить до звуження резонансного максимуму потужності випромінювання. Однак максимальна потужність випромінювання не змінюється і залишається такою самою, як і для не нагрітих слабких зв'язків. Зауважимо, що як висота, так і ширина максимуму при $k = 4$ залишаються незмінними при нагріві. (див. рисунок 1.7). Причини такої поведінки ширини резонансних максимумів випромінювання не зрозумілі при даному виборі параметрів. Але при збільшенні потужності нагріву, отриманий результат стає цілком природним.

3.4 Особливості електричних властивостей слабких зв'язків при великих потужностях нагріву.

Розглянемо випадок, коли потужність нагріву досягає великих величин (наприклад, при густині критичного струму порядку 10^8 А/м²), залежності $v = f(i_b)$ та $Q_L = f(v)$ змінюються, тому що стає можливим поява від'ємного нахилу залежності $v = f(i_b)$ на сходинках. Залежність $v = f(i_b)$ стає нестабільною, і відбувається стрибок на стабільну частину залежності. Максимуми залежності $Q_L = f(v)$ руйнуються при появі від'ємної ділянки вольт-амперної характеристики. Для прикладу приведемо розрахунок залежностей $v = f(i_b)$ та $Q_L = f(v)$ для великих значень питомої потужності, яку можна отримати, зменшуючи величину об'єму, який нагрівається. На рисунку 3.8 показана залежність $Q_L = f(v)$ для такого випадку. Видно, що обидва резонансних максимуми зменшуються. Причиною такої поведінки висоти максимумів є від'ємний нахил залежності $v = f(i_b)$ на верхівках сходинок (див. вставку на рисунку 3.8). Тому можна припустити, що вплив нагріву на максимуми залежності $Q_L = f(v)$ полягає в тому, що ліві схили максимумів стають більш крутими зі зростанням температури. Це приводить до зменшення інтервалу напруг, на якому спостерігається даний максимум. Після того, як нахил лівого

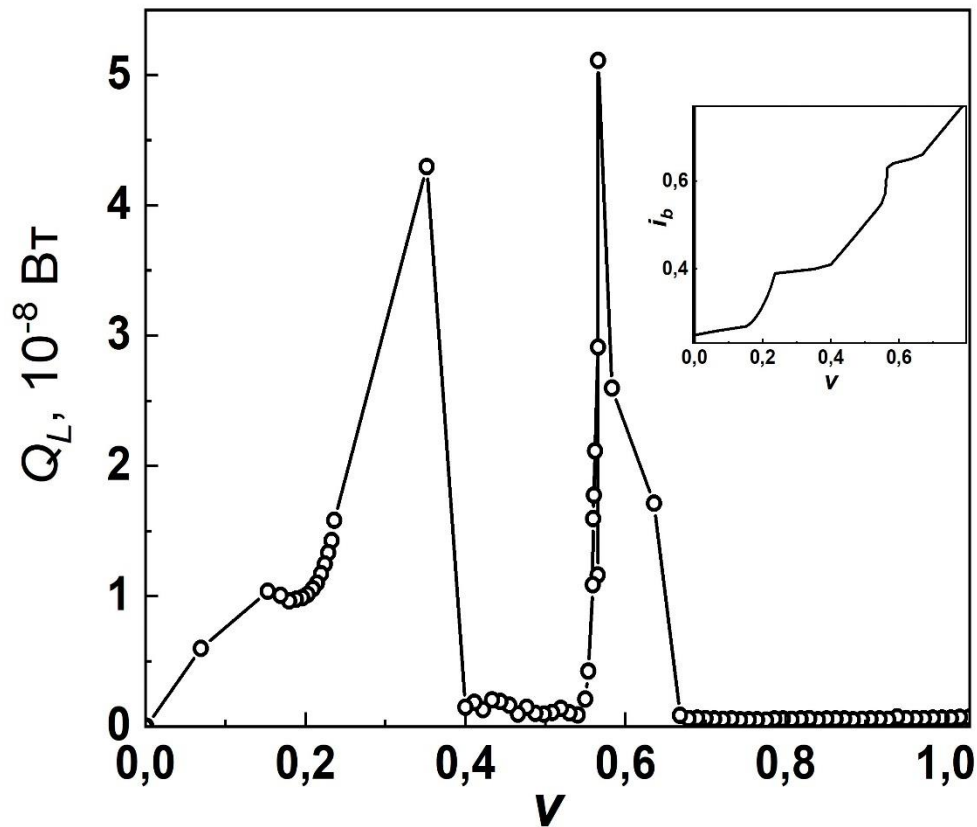


Рисунок 3.8 – залежність $Q_L = f(v)$ для пачки з двох довгих слабких зв'язків при великих значеннях густини потужності нагріву. На вставці – частина залежності $v = f(i_b)$, на якій показані сходинки.

схилу максимуму стає від'ємним, в залежності $Q_L = f(v)$ відбувається стрибок залежності на стабільну гілку.

В даній роботі ми проаналізували вплив джоулевого нагріву на вольт-амперні характеристики та залежність потужності випромінювання від напруги як для окремих (автономних) довгих слабких зв'язків, так і для пачки з двох слабких зв'язків. Ми знайшли, що розподіл температур в довгих слабких зв'язках стає неоднорідним при значеннях напруги, які відповідають частотам геометричних резонансів в слабких зв'язках. При цих значеннях напруги стає можливим поява

окремих перегрітих частин слабкого зв'язку – тобто, поява так званих «гарячих плям». Ми проаналізували також вплив температури на резонансні максимуми залежності потужності випромінювання від напруги і знайшли, що при великих значеннях потужності нагріву ці максимуми деформуються, тому що залежності $v = f(i_b)$ мають від'ємний нахил. Ми знайшли, що збільшення крутизни нахилу цих залежностей має місце і при невеликих потужностях нагріву.

ВИСНОВКИ

1. Розроблена чисельна модель, яка враховує вплив нагріву струмом зміщення пачки з двох слабких зв'язків, на електричні властивості пачки та на потужність випромінювання. За допомогою цієї моделі отримано також розподіли температур вздовж слабких зв'язків.
2. Доведено, що розподіл температур вздовж слабких зв'язків стає нерівномірним при струмі зміщення, при якому частоти джозефсонівської генерації співпадають з частотами геометричних резонансів в довгому слабкому зв'язку.
3. Показано, що інтервал напруги в межах сходинок струму, на яких спостерігається когерентне випромінювання, звужується при сильному перегріві довгого слабого зв'язку. Причиною цього є поява від'ємного нахилу на залежності напруги від струму.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Jain A. K. Mutual Phase locking in Josephson junction arrays / A. K. Jain, K. K. Likharev, J. E. Lukens, J. E. Sauvageau // Physics Reports.-1984.-V. 109, №6.- P. 309-426.
2. Likharev K. K. Dynamics of Josephson junctions and circuits / K. K. Likharev // Philadelphia: Gordon and Breach. - 1991. - 750 P.
3. Tonouchi M. Cutting-edge terahertz technology / Masayoshi Tonouchi // Nature Photonics.- 2007.- V. 1.- P. 97-105.
4. Kleiner R. / Intrinsic Josephson effects in high-T_c superconductors / R. Kleiner and P. Müller // Phys. Rev.B.- 1994.- V.49, № 2.- P. 1327-1341.
5. Kleiner R. Dynamic behaviour of Josephson - coupled layered structures / R. Kleiner, P. Müller, H. Kohlstedt, N. F. Pedersen, S. Sakai // Phys. Rev.B. 1994.- V.50.- P. 3942-3952.
6. Sakai S. Fluxons in thin-film superconductor-insulator superlattices / S. Sakai and P. Bodin, N. F. Pedersen // J. Appl. Phys.- 1993.- V.73.- P. 2411-2418.
7. Sakai S. Theory and experiment on electromagnetic-wave-propagation velocities in stacked superconducting tunnel structures / S. Sakai, A. V. Ustinov and H. Kohlstedt, A. Petraglia and N. F. Pedersen // Phys. Rev. B.- 1994.- V. 50, № 17.- P. 12905-12914.
8. Ozyuzer L. Emission of coherent THz radiation from superconductors / L. Ozyuzer, L A. E. Koshelev, C. Kurter, N. Gopalsami, Q. Li, M. Tachiki, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H. Yamaguchi, T. Tachiki, K. E. Gray, W.-K. Kwok, U. Welp // Science.- 2007.- V.318, P.-1291-1293.
9. Kadowaki Kazuo. Evidence for a dual-source mechanism of terahertz radiation from rectangular mesas of single crystalline Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+δ} intrinsic Josephson junctions / Kazuo Kadowaki, Manabu Tsujimoto, Kazuhiro Yamaki, Takashi Yamamoto, Takanari Kashiwagi, Hidetoshi Minami,

- Masashi Tachiki, Richard A. Klemm // Journal of the Physical Society of Japan.- 2010.- V.79, №2.- P. 023703-1-4.
10. Tsujimoto Manabu. Geometrical Resonance Conditions for THz Radiation from the Intrinsic Josephson Junctions in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ / Manabu Tsujimoto, Kazuhiro Yamaki, Kota Deguchi, Takashi Yamamoto, Takanari Kashiwagi, Hidetoshi Minami, Masashi Tachiki, Kazuo Kadowaki, and Richard A. Klemm // Phys. Rev. Lett.-2010.- V.105.- P. 037005-1-4.
 11. Gray K. E. Emission of terahertz waves from stacks of intrinsic Josephson junctions / K.E. Gray, L. Ozyuzer, A.E. Koshelev, C. Kurter, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H. Yamaguchi, M. Tachiki, W.-K. Kwok, and U. Welp // IEEE Transactions on Applied Superconductivity.-2009.- V. 19, №. 3.- P. 886-90.
 12. Kurter C. Thermal management in large $\text{Bi}2212$ mesas used for terahertz sources / Cihan Kurter, Kenneth Grey, John F. Zasadzinski, Alexei E. Koshelev, Qing'an Li, T. Yamamoto, Kazuo Kadowaki, Wai-Kwong Kwok, M. Tachiki, and Ulrich Welp // IEEE Transactions on Applied Superconductivity.- 2009.- V. 19, №3.- P. 428-431.
 13. Tsujimoto Manabu. Cavity mode identification for coherent terahertz emission from a nearly square stack of intrinsic Josephson junctions / Manabu Tsujimoto, Itsuhiro Kakeya, Takanari Kashiwagi, Hidetoshi Minami, and Kazuo Kadowaki // Optics Express.- 2016.- V. 24, № 5.- P. 4591-4599.
 14. Tsujimoto Manabu. Broadly tunable subterahertz emission from internal branches of the current - voltage characteristics of superconducting $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ single crystals / Manabu Tsujimoto, Takashi Yamamoto, Kaveh Delfanazari, Ryo Nakayama, Takeo Kitamura, Masashi Sawamura, Takanari Kashiwagi, Hidetoshi Minami, Masashi Tachiki, Kazuo Kadowaki, and Richard A. Klemm // Phys. Rev. Lett.- 2012.- V. 108, № 10.- P. 107006-1-4.

15. Gross B. Hot-spot formation in stacks of intrinsic Josephson junctions in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ / B. Gross, S. Guénon, J. Yuan, M. Y. Li, J. Li, A. Ishii, R. G. Mints, T. Hatano, P. H. Wu, D. Koelle, H. B. Wang, and R. Kleiner // Phys. Rev.- 2012.- B86.- 094524 (2012).
16. Gross B. Modeling the linewidth dependence of coherent THz emission from intrinsic Josephson junction stacks in the hot-spot regime / B. Gross, J. Yuan, D. Y. An, M. Y. Li, N. Kinev, X. J. Zhou, M. Ji, Y. Huang, T. Hatano, R. G. Mints, V. P. Koshelevs, P. H. Wu, H. B. Wang, D. Koelle, and R. Kleiner // Phys. Rev. B.- 2013.- V.88.- P. 014524.
17. Guénon S. Interaction of hot spots and terahertz waves in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ intrinsic Josephson junction stacks of various geometry / S. Guénon, M. Grünzweig, B. Gross, J. Yuan, Z. G. Jiang, Y. Y. Zhong, M. Y. Li, A. Iishi, P. H. Wu, T. Hatano, R. G. Mints, E. Goldobin, D. Koelle, H. B. Wang, and R. Kleiner // Phys. Rev.- 2010.- V. B82.- P. 214506(1)-214506(10).
18. Wang H. B. Hot spots and waves in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ intrinsic Josephson junction stacks: a study by low temperature scanning laser microscopy / H. B. Wang, S. Guénon, J. Yuan, A. Iishi, S. Arisawa, T. Hatano, T. Yamashita, D. Koelle, and R. Kleiner // Phys. Rev. Lett.- 2009.- V. 102 P. 017006-1-4.
19. Wang H. B. Coherent Terahertz Emission of Intrinsic Josephson Junction Stacks in the Hot Spot Regime / H. B. Wang, S. Guénon, B. Gross, J. Yuan, Z. G. Jiang, Y. Y. Zhong, M. Grünzweig, A. Iishi, P. H. Wu, T. Hatano, D. Koelle, and R. Kleiner // Phys. Rev. Lett.- 2010.- V. 105, № .- P. 057002-1-4.
20. Barone A. Physics and Applications of the Josephson Effect / A. Barone and G. Paterno // New York: John Wiley and Sons.- 1982.- 529 P.
21. Koshelev A. E. Resonant electromagnetic emission from intrinsic Josephson-junction stacks with laterally modulated Josephson critical current / A. E. Koshelev, L. N. Bulaevskii // Phys. Rev. B.- 2008.- V. 77, № 1.- P. 014530-1-15.

22. Grib A. The resonant interaction of intrinsic Josephson junctions with standing waves / A. Grib, M. Mans, M. Bünenfeld, J. Scherbel, F. Schmidl, H. Schneidewind, and P. Seidel // IEEE Trans. Appl. Supercond.- 2014.- V.24, №4.- P.1800205-1-5.
23. Rudau F. Thermal and electromagnetic properties of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ intrinsic Josephson junction stacks studied via one-dimensional coupled sine-Gordon equations / F. Rudau, M. Tsujimoto, B. Gross, T. E. Judd, R. Wieland, E. Goldobin, N. Kinev, J. Yuan, Y. Huang, M. Ji, X. J. Zhou, D. Y. An, A. Ishii, R. G. Mints, P. H. Wu, T. Hatano, H. B. Wang, V. P. Koshelets, D. Koelle, and R. Kleiner // Phys. Rev. B.-2015.- V. 91, № 10.- P. 104513-1-17.
24. Rudau F. Three-Dimensional Simulations of the Electrothermal and Terahertz Emission Properties of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ Intrinsic Josephson Junction Stacks / F. Rudau, R. Wieland, J. Langer, X. J. Zhou, M. Ji, N. Kinev, L. Y. Hao, Y. Huang, J. Li, P. H. Wu, T. Hatano, V. P. Koshelets, H. B. Wang, D. Koelle, and R. Kleiner // Physical Review Applied.- 2016.- V. 5, № 4.- 044017-1-8.
25. Grib A. Zero-field steps and coherent emission of externally heated long Josephson junctions / Alexander Grib, Paul Seidel and Masayoshi Tonouchi // Supercond. Sci. Technol.-2017.- V. 30, № 1.- P. 014004-1-5.
26. Grib A. The influence of external separate heating on the synchronization of Josephson junctions / Alexander Grib and Paul Seidel // Phys. Status Solidi B.- 2014.- V. 251.- P. 1040–1044.