

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
ННІ «Фізико-технічний факультет»
Кафедра медичної фізики та біомедичних нанотехнологій

Пояснювальна записка

До дипломної роботи магістра

на тему (укр. мова)

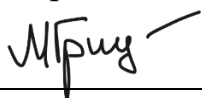
Спектри сигналів ультразвукового
доплерівського відгуку при використанні технології
компаундинга плоских хвиль

на тему (англ. мова)

Spectra of ultrasound Doppler response using
plane-wave compounding technique

Виконав: студент 6 курсу, групи ТЛ-61

Напрямок підготовки 105 «Прикладна фізика та наноматеріали»



Михайло ГРИЦЕНКО

(підпис, прізвище та ініціали)

Науковий керівник:



Євген БАРАННИК

(підпис, прізвище та ініціали)

Рецензент:



Сергій КОНОНЕНКО

(підпис, прізвище та ініціали)

Харків – 2023 року

АНОТАЦІЯ

Гриценко Михайло. – Спектри сигналів ультразвукового доплерівського відгуку при використанні технології компаундинга плоских хвиль. – рукопис. Дипломна робота магістра за спеціальністю 105 «Прикладна фізика та наноматеріали» – Харківський національний університет ім. В. Н. Каразіна, Харків, 2023.

51 с., 12 рис., 43 джерел

В роботі розглянута технологія синтезованої апертури з використанням компаундинга плоских хвиль, яка вже застосовується в медичній діагностиці та інтенсивно досліджується. Розглянута відома модель цієї технології, яка враховує залежність від часу функції чутливості ультразвукової системи. Визначено вплив обмеження тривалості доплерівського сигналу на спектральні властивості корелятора руху неоднорідностей та спектр функції чутливості. На відміну від спектру кореляційної функції ширина спектру функції чутливості залежить як від величини вимірювального об'єму, так і від тривалості сигналів. Винайдені загальні вирази для повного спектру ультразвукового доплерівського відгуку та для спектру сигналів від окремих ліній току. В межах простої моделі функції чутливості розрахований спектр доплерівських сигналів при традиційному способі зондування. Внесок в ширину спектру сигналу вносять як параметри ультразвукових полів, так і тривалість сигналів. Винайдений та проаналізований доплерівський спектр сигналів відгуку при формуванні доплерівського сигналу шляхом накопичення сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування. Встановлено, що при формуванні доплерівського сигналу безпосередньо з доплерівських сигналів різних ракурсів відбувається збільшення ширини спектру у порівнянні із традиційним методом зондування стаціонарними сфокусованими ультразвуковими полями. За внутрішнім фізичним змістом винайдене збільшення ширини спектру пов'язане з динамічною зміною доплерівського кута, яке збільшує інтервал зареєстрованих уявних швидкостей руху неоднорідностей.

SUMMARY

Hrytsenko Mykhailo. –Spectra of ultrasound Doppler response using plane-wave compounding technique - manuscript. Master's thesis in specialty 105 "Applied Physics and Nanomaterials" - V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, 2023.

51 p., 12 figures, 43 sources

The paper considers the technology of synthesized aperture using plane wave compounding, which is already used in medical diagnostics and is being intensively studied. A well-known model of this technology is considered, which takes into account the time dependence of the sensitivity function of the ultrasound system. The effect of limiting the duration of the Doppler signal on the spectral properties of the correlator of the motion of inhomogeneities and the spectrum of the sensitivity function is determined. In contrast to the spectrum of the correlation function, the width of the spectrum of the sensitivity function depends on both the size of the measuring volume and the duration of the signals. General expressions for the full spectrum of the ultrasonic Doppler response and for the spectrum of signals from individual flow lines have been developed. Within the framework of a simple model of the sensitivity function, the spectrum of Doppler signals is calculated for the traditional method of sensing. Both the parameters of the ultrasonic fields and the duration of the signals contribute to the width of the signal spectrum. The Doppler spectrum of response signals was invented and analyzed when forming a Doppler signal by accumulating signals obtained at different sensing angles. It was found that the formation of a Doppler signal directly from Doppler signals from different angles results in an increase in the spectral width compared to the traditional method of sensing with stationary focused ultrasonic fields. In terms of the intrinsic physical meaning, the invented increase in the spectral width is associated with a dynamic change in the Doppler angle, which increases the interval of recorded imaginary velocities of the inhomogeneities.

ЗМІСТ

Вступ.....	5
Розділ 1.....	13
ФІЗИКО МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ	13
1.1. Загальна фізична модель спектральних властивостей сигналів ультразвукового доплерівського відгуку.....	13
1.2. Просторово-часові спектри корелятора флуктуацій неоднорідностей та функції чутливості ультразвукової доплерівської системи	17
1.3. Доплерівський відгук ліній току	20
Розділ 2.....	22
СПЕКТРИ СИГНАЛІВ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ДОПЛЕРІВСЬКОГО ВІДГУКУ	22
2.1. Спектральний розподіл густини потужності сигналів доплерівського відгуку при традиційному способі доплерівського зондування з використанням стаціонарних ультразвукових полів	22
2.2. Спектр ультразвукового доплерівського відгуку при когерентному накопиченні сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування.....	25
2.3. Спектр ультразвукового доплерівського відгуку при формуванні сигналу з відліків доплерівських сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування	26
Розділ 3.....	33
ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ	33
3.1. Складові ширини спектрів ультразвукового доплерівського відгуку .	33
3.2. Збільшення ширини доплерівського спектру при формуванні сигналу з відліків доплерівських сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування.....	35
3.3. Вплив спекл-шумів на спектри при різних алгоритмах формування та обробки ультразвукових доплерівських сигналів із застосуванням технології синтезованої апертури	38
ВИСНОВКИ	46
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	49

ВСТУП

Медичні ультразвукові дослідження (УЗД) – це метод, який став набагато більш поширеним, ніж інші методи медичної візуалізації, оскільки він більш доступний, менш дорогий, безпечний, простіший у використанні та, найважливіше, створює зображення в режимі реального часу.

УЗД використовується для візуалізації підшкірних структур тіла, включаючи сухожилля, м'язи, суглоби, судини та внутрішні органи, для виявлення можливих патологій або уражень. Воно є ефективним для візуалізації м'яких тканин тіла. Сонографісти зазвичай використовують ультразвуковий перетворювач (так званий датчик), який розташовують безпосередньо на поверхні тіла пацієнта. Для передачі ультразвуку між датчиком і пацієнтом використовується гель на водній основі.

Ідея, яка лежить в основі методу проста: падаючі ультразвукові хвилі проникають через тканини об'єкту, дуже невелика їх частина розсіюється на неоднорідностях густини та стисливості в біологічному об'єкті. Після цього частина відбитих хвиль повертається до ультразвукового перетворювача, а падаючі хвилі продовжують проникати глибше аж до повного поглинання. Відбиті сигнали, отримані від багатьох послідовних імпульсів, обробляються та об'єднуються для створення зображення. Техніка заснована на принципі функціонування гідролокатора. Ультразвукова хвиля зазвичай створюється п'єзоелектричним перетворювачем, укладеним у зонд. Робочі елементи майже всіх п'єзоелектричних перетворювачів виготовлені з кераміки. У площині сканування ультразвук фокусується або за допомогою увогнутої форми поверхні робочого елемента, або за допомогою фазованих решіток, які керуються імпульсами від ультразвукової системи. Для фокусування у площині, що перпендикулярна до площини сканування, використовують акустичні лінзи.

Ультразвуковий перетворювач створює сфокусоване ультразвукове поле, що показане на Рис.1, яке сходиться при розповсюдженні і досягає свого максимуму у фокусі. В традиційних системах ультразвукова хвиля проникає в

тіло і потрапляє у фокус на одній строго заданій глибині [1,2]. Для того, що би при випромінюванні сфокусуватися на іншій глибині, треба за допомогою фазованої решітки провести випромінювання ультразвукових хвиль з фокусом на іншій глибині. Але навіть при цьому фокусна відстань лінзи залишиться незмінною.

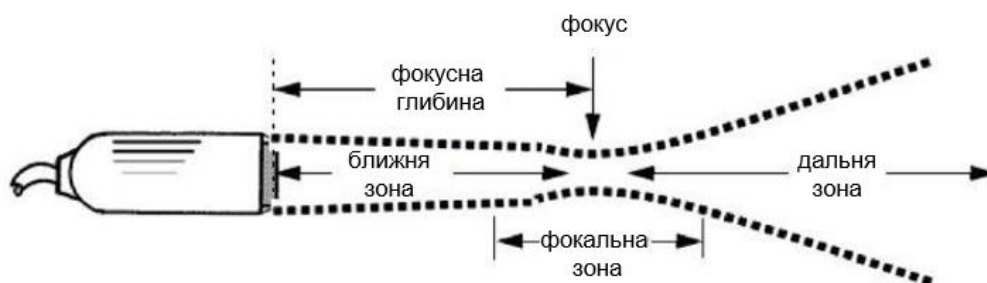


Рис.1. Ультразвуковий ручний зонд та поле сфокусованого пучка
ультразвукових хвиль

Однак ці зображення, отримані за допомогою системи ультразвукової візуалізації, повинні бути достатньо якісними, щоб забезпечити точну клінічну інтерпретацію. Найбільш часто використовуваними показниками якості зображення є просторова роздільна здатність і контрастна роздільна здатність, які забезпечує для зображень ультразвукова система. Поперечна роздільна здатність зображення визначається шириною вимірювального об'єму, поздовжня визначається тривалістю зондуючі імпульсів, а контрастна роздільна здатність залежить від рівня бічних пелюсток падаючих та відбитих ультразвукових полів.

УЗД може бути покращено за допомогою доплерівських вимірювань, які використовують ефект Допплера для оцінки того, чи рухаються біологічні рідини (зазвичай кров) та тканини до перетворювача чи від нього, а також проекцію швидкості на напрямок зондування. Розраховуючи доплерівський зсув частоти випромінювання у певному вимірювальному об'ємі, наприклад, потоку крові через серцевий клапан, можна визначити та візуалізувати

напрямок потоку та його проекцію його швидкості на напрямок зондування. Це особливо корисно в дослідженнях серцево-судинної системи і важливо в багатьох інших областях, зокрема, ці методи використовують в спектральній доплерографії потоків крові у аортальних кровоносних судинах, доплерівському кольоровому мапуванні включно із векторним мапуванням кровотоку, векторним відображенням потоків крові з низькою швидкістю, тощо [3].

У традиційних системах ультразвукової візуалізації якість зображень безпосередньо залежить від акустичного поля перетворювача. При цьому вся послідовність випромінюваних імпульсів характеризується ідентичною геометрією хвильових фронтів і напрямком їх поширення. Такий підхід має низку недоліків, пов'язаних з обмеженнями роздільної здатності, можливістю отримання достатньої кількості даних для точного визначення швидкості потоків та можливістю фокусування при випромінюванні лише на одній фіксованій глибині. Зображення отримується послідовно по одній лінії, що накладає суворе обмеження на частоту кадрів, що важливо в системі візуалізації в реальному часі. Низька частота кадрів означає, що рухомі структури (наприклад, серцеві клапани), що швидко рухаються, важко відобразити неперервно у часі і діагностика може бути ускладнена.

Це обмеження можна зменшити, використовуючи різні варіанти технології синтетичної апертури. Цей метод, що був ідейно розроблений як інструмент військової розвідки, став вирішенням потреби 1940-х років у всепогодному цілодобовому пристрої дистанційного повітряного спостереження, тобто був системою функціонування радарів. Перешкода полягала в тому, що для досягнення досить високої роздільної здатності, яка була б корисною, антена радара була занадто велика для літака-розвідника. У 1951 році Карл Вайлі запропонував принцип, за допомогою якого можна було вирішити цю проблему: електромагнітні хвилі передаються послідовно в різні моменти часу, як показано на Рис.2, відлуння збираються, а електроніка

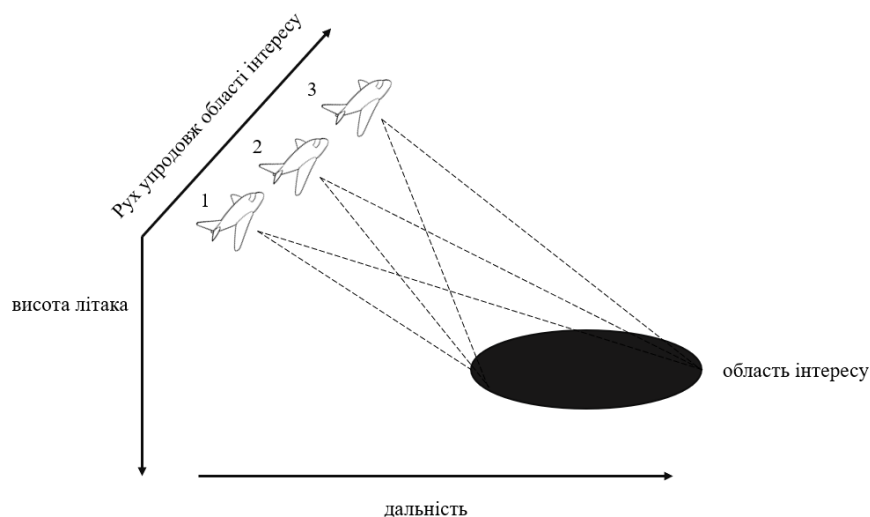


Рис.2. Формування синтетичної апертури упродовж руху літака за даними, отриманими у три різні моменти часу 1-3.

системи обробки даних оцифровує та зберігає дані для подальшої обробки. Оскільки передача та прийом відбуваються в різний час, дані дають інформацію з різних позицій, тобто, з різних ракурсів. Впорядкована відповідним образом комбінація отриманих сигналів створює віртуальну апертуру, яка набагато довша за фізичну ширину антени радара літака, яка умовно представлена на Рис.3 одним активним елементом при випромінюванні. Це джерело терміну «синтетична апертура», що надає йому властивості саме такої системи обробки інформації, отриманої від радара, для формування зображення [4]. Далі цей метод вдосконалювався, згодом знайшовши своє місце, зокрема, і в УЗД.

Основна ідея синтезованої апертури в методі УЗД полягає в когерентному об'єднанні інформації з сигналів відгуку для ракурсів, розташованих близько один до одного. Цей метод відрізняється від звичайного формування сигналів відгуку, де при випромінюванні фокусування відбувається реально у просторі вздовж однієї лінії зондування з одного ракурсу та з наперед заданим фокусом. В технології синтезованої апертури відгук від кожної точки простору у вигляді комплексного значення реєструється, як показано на Рис.3, всією апертурою

стільки разів, скільки було використано ракурсів або елементів випромінювання. Потім для створення фінального зображення отримані відгуки, зареєстровані елементами всієї апертури, складаються для кожної точки простору. Оскільки фази сигналів однакові, то таке складання є когерентним, як при реальному фокусуванні в заданій точці фокуса. В цьому принципова різниця методу синтезованої апертури від відомого багаторакурсного сканування, при якому складаються амплітуди комплексних сигналів відгуку без врахування фази. При такому некогерентному складанні зображень, отриманих з кожного ракурсу, роздільна здатність залишається тією самою. Таку технологію використовують тільки для придушення спекл-шумів у звичайних зображеннях.

Зображення з використанням сигналів ультразвукового відгуку для окремих ракурсів чи елементів випромінювання можуть мати низьку роздільну здатність, як от, наприклад, при використанні плоских хвиль або випромінювання окремих елементів фазованої решітки. Компаундингове, тобто когерентне підсумовування таких сигналів для кожної точки біологічного об'єкту, слугує для створення результуючого зображення з високою роздільною здатністю у кожній точці простору [5]. Отже, мова йде про віртуальне фокусування при випромінюванні у кожній точці простору з використанням випромінювання імпульсів з обмеженої кількості ракурсів або обмеженою кількістю окремих активних елементів.

Для метода синтетичної апертури потрібно багато обчислень, і як наслідок така апаратура дорога [6, 7], як і комерційні ультразвукові системи із втіленням різних варіантів цієї технології. Існує потреба в методах, які можна було б інтегрувати одразу в існуючі апарати УЗД [8, 9]. Більш того, необхідно оптимізувати параметри, які характеризують якість зображень, що отримані завдяки технології синтеза апертури [10-17]. Метод отримав значний розвиток з появою ультразвукових сканерів, які використовують паралельну обробку сигналів для отримання зображення. В результаті

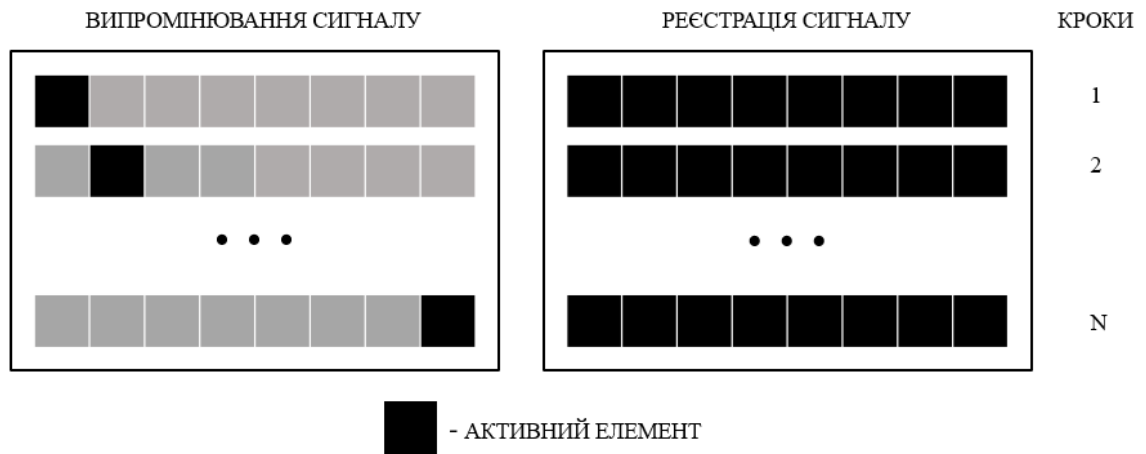


Рис.3. Випромінювання та реєстрація сигналу при використанні метода синтезованої апертури у варіанті, коли випромінювання здійснюється окремими елементами фазованої решітки.

застосування багатолінійної обробки даних в ультразвуковій діагностиці з'явилася можливість візуалізації прижиттєвих кровотоків, що, порівняно зі звичайними доплерівськими методами, дозволило покращити спектральні оцінки та способи визначення вектору швидкості [18-20], одночасно візуалізовувати кровоток і рух стінки судини в артеріях, візуалізувати низькошвидкісні кровотоки і дрібних судин, а також виконання тривимірної візуалізації для всіх доплерівських методик (кольоровий доплер, 3-D надшвидкий енергетичний доплер, імпульсний доплер, тощо) [21-23, 10]. Вплив руху розсіювачів ультразвуку на кореляційну функцію доплерівського сигналу та способи корекції дії цього впливу досліджено в [24, 25].

За допомогою методу синтетичної апертури можна реалізовувати способи побудови зображення, які використовують пласкі хвилі з різними напрямками поширення або хвильові фронти з різною просторовою конфігурацією [26-28, 11, 14], тобто когерентне складання набору зареєстрованих сигналів (хвильових фронтів, зокрема пласких) ультразвукового відгуку для кожної точки простору. В УЗД цей метод може бути реалізований в системах з багатоелементним перетворювачем у вигляді фазованої решітки. Технології

збору даних із синтетичною апертурою дозволяють отримати найкраще фокусування в будь-якій точці досліджуваної області інтересу біологічного об'єкту та отримати достатню кількість даних для точного визначення швидкості потоків. Описані переваги методики порівняно з традиційним ультразвуковим дослідженням є важливими, бо дозволяють будувати зображення зміщення тканин у повному полі зору та доплерівські зображення з високою частотою кадрів та високою роздільною здатністю для різноманітних медичних застосувань у сучасній зсувнохвильовій еластографії, доплерографії [29, 22, 13], тощо.

Розвиток доплерівського УЗД з використанням когерентного додавання сигналів ультразвукового відгуку дозволив покращити спектральні оцінки в спектральній доплерографії в порівнянні з традиційними доплерівськими методиками. Це дозволяє оцінити локальні швидкості пульсової хвилі, візуалізувати контрастні речовини, тощо [30-32]. Існує низка експериментальних робіт, які стосуються нових методик у рамках методу компаундингу плоских хвиль, які дозволяють покращити якість зображення з точки зору бокової роздільної здатності та відношення контраст/шум для двовимірних зображення [33,34] і для доплерівської техніки [35].

Метою даної роботи є винайдення спектрів сигналів ультразвукового доплерівського відгуку біологічних середовищ при використанні технології компаундинга плоских хвиль та різних способів накопичення та обробки доплерівських сигналів в межах цієї технології. Такі дані дозволяють оптимізувати існуючі та розробити нові доплерівські технології при використанні компаундинга плоских хвиль. Для досягнення цієї мети необхідно вирішити наступні задачі:

1. На основі аналізу наукової літератури щодо технології синтезованої апертури з використанням компаундинга плоских хвиль обрати загальну фізико-математичну модель залежності спектральних властивостей ультразвукового доплерівського відгуку від характеристик руху у

біологічному середовищі та спектральних характеристик ультразвукової системи.

2. Визначити вплив обмеження тривалості сигналу ультразвукового доплерівського відгуку та його аподизації ваговими вікнами на спектральні властивості корелятора руху неоднорідностей густини та стисливості біологічного середовища.
3. Визначити вплив обмеження тривалості сигналу ультразвукового доплерівського відгуку та аподизації таких сигналів ваговими вікнами на спектральні властивості комплексної амплітуди падаючих плоских хвиль та функцію чутливості ультразвукової системи.
4. Винайти на основі виконання п.п. 2 і 3 загальні вирази для повного спектру ультразвукового доплерівського відгуку та для спектру окремих ліній току.
5. В межах простої моделі функції чутливості винайти і проаналізувати спектральний розподіл густини потужності сигналів доплерівського відгуку при традиційному способі доплерівського зондування без використання технологій синтезованої апертури.
6. Винайти і проаналізувати спектральний розподіл густини потужності сигналів доплерівського відгуку при формуванні доплерівського сигналу шляхом когерентного накопичення сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування плоскими хвилями.
7. Винайти і проаналізувати спектральний розподіл густини потужності сигналів доплерівського відгуку при формуванні доплерівського сигналу безпосередньо з відліків доплерівських сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування плоскими хвилями.
8. Дати фізичну інтерпретацію отриманих результатів та зробити висновки щодо доцільності використання розглянутих способів обробки доплерівських сигналів.

РОЗДІЛ 1

ФІЗИКО МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

1.1. Загальна фізична модель спектральних властивостей сигналів ультразвукового доплерівського відгуку.

В рамках континуальної моделі кров та біологічні тканини взаємодіють з акустичним полем випромінювача, як слабонеоднорідне середовище, в якому розсіяння відбувається на неоднорідностях густини $\rho(\vec{r}, t)$ та стисливості $\beta(\vec{r}, t)$, відповідно:

$$\tilde{\rho}(\vec{r}, t) = [\rho(\vec{r}, t) - \rho_0]\rho^{-1}(\vec{r}, t) \ll 1, \quad \tilde{\beta}(\vec{r}, t) = [\beta(\vec{r}, t) - \beta_0]\beta_0^{-1} \ll 1$$

де ρ_0 і β_0 – просторово-часові середні значення відповідно густини та стисливості середовища. Зважаючи на малість вказаних відносних безрозмірних неоднорідностей, далі у розрахунках будемо нехтувати процесами багаторазового розсіювання.

Враховуючи наведене наближення, доплерівський сигнал низької частоти з області інтересу, який отримують після демодуляції гармонійного ультразвукового відгуку біологічного середовища, що рухається, при імпульсному режимі випромінювання ультразвукових хвиль може бути представлений у вигляді:

$$e_d(t) = k^2 \int_R e^{2i(\vec{k}\vec{r} + \vartheta_c)} G'_p(\vec{r}, t) \{ \tilde{\beta}(\vec{r}, t) - \rho(\vec{r}, t) \gamma(\vec{r}, t) \} d\vec{r}, \quad (1)$$

де $\vec{k}$ так $= 2\pi/\lambda$ хвильовий вектор та хвильове число поля ультразвукового перетворювача у наближенні плоских хвиль, $\gamma(\vec{r}) \cong 1$ - безрозмірний параметр, що характеризує відхилення форми хвильових фронтів від плоских хвиль, $G'_p(\vec{r})$ комплексна функція розподілу чутливості по полю випромінювання-прийому у вимірювальному об'ємі, яка визначається формою зондувальних імпульсів, а також амплітудними та фазовими характеристиками падаючих та відбитих пучків хвиль. Незалежно від методу визначення частоти доплерівського зсуву при розгляді технології синтезованої апертури у відомій функції чутливості необхідно також

врахувати її залежність від часу. Таким чином, вона дорівнює добутку комплексної амплітуди поля випромінювання $G'_t(\vec{r}, t)$ та комплексної функції чутливості приймача до розсіяних хвиль $G'_r(\vec{r})$ з урахуванням їх відхилення від плоскої хвилі без нахилу та у загальному випадку має вид:

$$G'_p(\vec{r}) = G_t(\vec{r}, t)G_r(\vec{r})b\left(T_1 - \frac{x'}{c_0} - \frac{x' \cos\Phi(t)}{c_0}\right), \quad (2)$$

де x' – відстань уздовж осі перетворювача від його випромінюючої поверхні до початку системи координат x, y, z з началом на глибині зондування l_0 , як це показано на Рис.4, T_1 – затримка у часі стробування відносно кожного моменту випромінювання імпульсу, яка визначає глибину зондування, c_0 – швидкість поширення фронту відбитих хвиль вздовж осі x' , $c_0/\cos\Phi(t)$ – швидкість поширення вздовж вісі x' фронту падаючих плоских хвиль з кутом відхилення $\Phi(t)$ хвильового вектора, $b(t)$ – огибаюча зондуючого імпульсу,

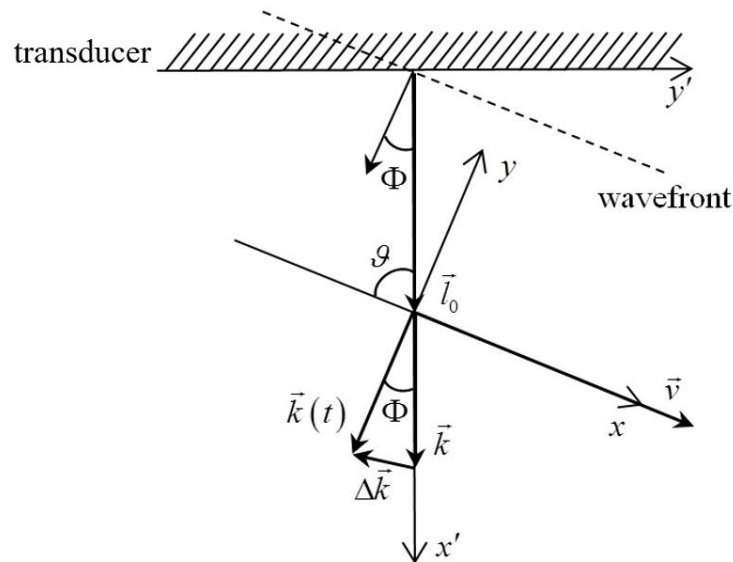


Рис. 4. Розташування нештрихованої системи координат, що пов'язана з вимірним об'ємом, відносно ультразвукового перетворювача та кут відхилення хвильового вектора поточного ракурсу від середнього значення.

яка зазвичай обирається у вигляді гаусівської функції. Згідно (2) розглядається найбільш проста модель, в якій функція чутливості приймача до розсіяних

хвиль не залежить від часу.

Для знаходження доплерівського спектру необхідно знайти автокорреляційну функцію сигналу відгуку:

$$R(\tau) = \langle e_d^*(\vec{r}_0, t_0) e_d^*(\vec{r}_1, t_1) \rangle = \\ = k^4 \iint_R e^{2i\vec{k}(\vec{r}_1 - \vec{r}_0)} \overline{G_p^*(\vec{r}_0, t_0) G_p'(\vec{r}_1, t_1)} C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0, \tau) d\vec{r}_0 d\vec{r}_1,$$

Де кореляційна функція флуктуації неоднорідностей густини та об'ємної стисливості

$$C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0, \tau) = \langle (\tilde{\beta}(\vec{r}_0, t_0) - \rho(\vec{r}_0, t_0)) (\tilde{\beta}(\vec{r}_1, t_1) - \rho(\vec{r}_1, t_1)) \rangle$$

залежить тільки від різниці часу $\tau = t_1 - t_0$. Риска зверху означає усереднення по початковому моменту часу t_0 . Спектр густини потужності доплерівського сигналу обраховується за допомогою Фур'є-перетворення:

$$S(\omega) = \int R(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau.$$

В рамках такої континуальної моделі були отримані загальні вирази для спектрів у деяких принципово важливих випадках використання доплерівських технологій. У більшості традиційних імпульсних систем застосовують послідовне випромінювання імпульсів, які характеризуються однією й тією ж геометрією та конфігурацією у просторі хвильових фронтів. Це означає, що функція амплітуди поля випромінювання $G_t'(\vec{r})$ та чутливості приймача до розсіяних хвиль $G_r'(\vec{r})$ не залежать від часу, а кут $\Phi = 0$. У цьому випадку доплерівський спектр має вигляд [42]:

$$S(\omega_p) = \frac{k^4}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} C(\vec{q}, \omega_p) |G(\vec{q} + 2\vec{k})|^2. \quad (3)$$

Принципово існує два можливі способи формування ультразвукового доплерівського сигналу з використанням відгуків, отриманих для різних кутів повороту. В одному з них доплерівський відгук являє собою послідовність дискретних значень сигналів для кожної точки в області

інтересу, що відповідають різним послідовним кутам повороту хвильового вектора. Зрозуміло, що при такому формуванні сигналу неможливо покращити фокусування на випромінюванні, але можливо суттєво зменшити обсяг обчислень, необхідних для винайдення переміщень та швидкості руху біологічних об'єктів в області інтересу.

На практиці для заданого діапазона кутів Φ реєстрація сигналів ультразвукового доплерівського відгуку проводиться протягом обмеженого проміжку часу, після чого процедура реєстрації повторюється. У цьому випадку оцінку спектра потужності доплерівського сигналу природно робити за допомогою періодичного продовження функцій чутливості та корелятора флуктуацій з періодом T . В результаті розкладу в ряд Фур'є спектр потужності доплерівського сигналу можна записати наступним чином [37,38]:

$$S(\omega_p) = \frac{k^4}{(2\pi)^3} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \int d\vec{q} C(\vec{q}, \omega_p - \omega_j) |G(\vec{q} + 2\vec{k}, \omega_j)|^2, \quad (4)$$

де $\omega_p = 2\pi p/T$ – змінна розкладу в ряд Фур'є, а T – період повторення реєстрації сигналу для заданого діапазону кутів повороту.

Вже після зняття доплерівської інформації, можна скласти для кожної точки простору отримані комплексні значення сигналів когерентно, щоб забезпечити динамічне фокусування на випромінюванні.

Інший спосіб генерації ультразвукового доплерівського сигналу полягає в тому, що дискретні значення отримують шляхом додаткового когерентного підсумовуванням дискретних значень відповідних сигналів при різних кутах повороту за весь період зміни кутів T . Це значить, що необхідно додатково проінтегрувати функцію чутливості по всьому періоду зміни кутів. При такому формуванні сигналу збільшується обсяг обчислень, але з'являється динамічне фокусування при випромінюванні. Як і при виводі попереднього спектру тут можна застосувати розклад у ряд Фур'є. В результаті спектр можна записати наступним чином [38]:

$$S(\omega_p) = T^2 \frac{k^4}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} C(\vec{q}, \omega_p) |G(\vec{q} + 2\vec{k}, 0)|^2 \quad (5)$$

Із (5) витікає, що в межах розвиненої в [36-38] моделі у цьому випадку функція чутливості не залежить від ω_p і це означає, що немає залежності від часу так само, як і у формулі (3).

1.2. Просторово-часові спектри корелятора флуктуацій неоднорідностей та функції чутливості ультразвукової доплерівської системи

Відповідно до виразів (3) – (5) для обчислення спектрів сигналу ультразвукового доплерівського відгуку необхідно винайти спектр кореляційної функції флуктуацій неоднорідностей густини та стисливості. При рівномірному прямолінійному русі неоднорідностей зі швидкістю $\vec{V}$ вздовж вісі x , як це показано на Рис.3, корелятор флуктуацій можна записати у вигляді:

$$C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0, \tau) = \nu \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_0 - \tau \vec{V}),$$

де ν – константа, що залежить від радіуса кореляції неоднорідностей і у випадку потоку крові має порядок об'єму еритроцитів, як неоднорідностей, що розсіюють ультразвук.

Спектр корелятора флуктуацій отримуємо шляхом перетворення Фур'є:

$$\begin{aligned} C(\vec{q}, \omega) &= \iint C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0, \tau) e^{-i\vec{q}(\vec{r}_1 - \vec{r}_0)} e^{i\omega\tau} d\tau d(\vec{r}_1 - \vec{r}_0) = \\ &= 2\pi\nu \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle \delta(\vec{q}\vec{V} - \omega). \end{aligned} \quad (6)$$

Це відомий вираз, який справедливий для неперервного по частоті ω спектру кореляційної функції. У моделі, що розглядається [36-38], довжина доплерівського сигналу вважається обмеженою у часі, тому доплерівський сигнал був періодично подовжений з періодом T . В результаті у цій моделі періодично подовженою має бути і кореляційна функція. Для оцінки спектрів

на практиці завжди використовують вагові вікна, які дозволяють зменшити вплив на обчислюваний спектр спектру прямокутного вікна, який утворюється внаслідок обмеження інтегрування границями $\pm T/2$. Найбільш зручним при теоретичних оцінках є гаусівське вагове вікно

$$W(\tau) = \exp(-\tau^2/T_W^2).$$

Відомі інші вагові вікна, які краще за гаусівське придушують бічні пелюстки спектру прямокутного вікна, але зручність гаусівського вікна полягає в тому, що у першому наближенні усі відомі вагові вікна зводяться до гаусівської функції, для якої існують відомі табличні інтеграли. Це суттєво спрощує теоретичні оцінки спектральних функцій.

Зокрема, в нашому випадку спектр кореляційної функції набуває вигляду:

$$C(\vec{q}, \omega_p) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-\infty}^{+\infty} C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0, \tau) e^{-i\vec{q}(\vec{r}_1 - \vec{r}_0)} e^{-\tau^2/T_W^2 + i\omega_p \tau} d\tau d(\vec{r}_1 - \vec{r}_0).$$

Зважаючи на гарну сходимість інтегралу по τ границі інтегрування можна подовжити до безкінечності, в результаті чого отримуємо

$$C(\vec{q}, \omega_p) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0, \tau) e^{-i\vec{q}(\vec{r}_1 - \vec{r}_0)} e^{-\tau^2/T_W^2 + i\omega_p \tau} d\tau d(\vec{r}_1 - \vec{r}_0). \quad (7)$$

Після інтегрування в (7) спектр корелятора флуктуацій неоднорідностей набуває вигляду

$$C(\vec{q}, \omega_p) = v \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle \sqrt{\pi T_W^2} e^{-\frac{T_W^2 (\vec{q}\vec{V} - \omega_p)^2}{4}}. \quad (8)$$

Легко бачити, що у граничному випадку $T_W \rightarrow \infty$ формула (8) переходить у спектр (6).

Залежність повної функції чутливості від часу та просторових координат дається формулою

$$G(\vec{r}, t) = G_t(\vec{r}, t)G_r(\vec{r})b\left(T_1 - \frac{x'}{c_0} - \frac{x' \cos \Phi(t)}{c_0}\right) \quad (9)$$

Оскільки комплексна амплітуда падаючих плоских хвиль береться з урахуванням їх відхилення від плоскої хвилі без нахилу, то її можна представити у вигляді

$$G_t(\vec{r}, t) = e^{i\{\vec{k}(t) - \vec{k}\}\vec{r}} g(z),$$

де $g(z)$ - це розподіл ультразвукового поля випромінювання вздовж вісі z , що перпендикулярна до площини (x, y) , яка показана на Рис.1. В комерційних ультразвукових діагностичних сканерах для фокусування в площині (x', z) використовують акустичні лінзи, які є частиною ультразвукового перетворювача.

Таким чином, залежність від часу обумовлена малими відхиленнями хвильового вектора від хвильового вектора плоских хвиль без нахилу, як це показано на Рис.3. У цьому наближенні, раніше, [36] було знайдено Фур'є образ функції $G_t(\vec{r}, t)$ при лінійній залежності від часу кута відхилення хвильового вектора падаючих плоских хвиль. Винайдений Фур'є образ функції чутливості, як і отримана за його допомогою роздільна здатність ультразвукової доплерівської системи, характеризувалися великими бічними пелюстками. В комерційних діагностичних системах для придушення бічних пелюстків випромінювання використовують аподизацію апертури, що випромінює ультразвукові хвилі.

Для усунення впливу бічних пелюстків прямокутного вікна даних у запропонованій моделі інтегрування у виразі для функції чутливості проводиться з гаусівським ваговим вікном, яке відіграє роль функції аподизації синтезованої апертури. В результаті замість функції виду $\sin x/x$ [36], яка має великі бічні пелюстки, отримуємо гаусівську функцію чутливості з повністю придушеними бічними пелюстками:

$$\begin{aligned}
G_t(\vec{r}, \omega_j) &= g(z)T^{-1} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{(ik\Omega ty' + i\omega_j t)} e^{-\frac{t^2}{T_W^2}} dt \cong \\
&\cong g(z)T^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{T_W^2}t^2 + it(k\Omega y' + \omega_j)} dt = \\
&= T^{-1}g(z)\sqrt{\pi T_W^2} e^{-\frac{T_W^2(k\Omega y' + \omega_j)^2}{4}}.
\end{aligned} \tag{10}$$

1.3. Доплерівський відгук ліній току

З урахуванням формул (8) і (10) загальний вираз для спектру доплерівського сигналу (4) може бути записаний у вигляді:

$$\begin{aligned}
S(\omega_p) &= v \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} \frac{k^4}{(2\pi)^3} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \int d\vec{q} e^{-\frac{T_W^2(q_x V - \omega_p + \omega_j)^2}{4}} \times \\
&\times |G(q_x + 2k\cos\vartheta, q_y - 2k\sin\vartheta, q_z, \omega_j)|^2.
\end{aligned} \tag{11}$$

Оскільки від змінних q_y, q_z залежить тільки функція чутливості, то вигідно за допомогою оберненого перетворення Фур'є

$$\begin{aligned}
G(q_x + 2k\cos\vartheta, q_y + 2k\sin\vartheta, q_z, \omega_j) &= \\
&= \iint G(q_x + 2k\cos\vartheta, y, z, \omega_j) e^{-i(q_y - 2k\sin\vartheta)y - iq_z z} dy dz
\end{aligned}$$

перейти до координат y, z . Після підстановки в (11) функції чутливості у такому вигляді отримуємо

$$\begin{aligned}
S(\omega_p) &= v \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle k^4 T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} \times \\
&\times \sum_{j=-\infty}^{\infty} \iint dy dz \iint dy_0 dz_0 \int \frac{dq_x}{2\pi} e^{-\frac{T_W^2(q_x V - \omega_p + \omega_j)^2}{4}} \times \\
&\times G(q_x + 2k\cos\vartheta, y, z, \omega_j) G(q_x + 2k\cos\vartheta, y_0, z_0, \omega_j)^* e^{+i2k\sin\vartheta(y-y_0)} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) = \\
& = v \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle k^4 T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \iint dy dz \int \frac{dq_x}{2\pi} \times \\
& \times \left| G(q_x + 2k \cos \vartheta, y, z, \omega_j) \right|^2 e^{-\frac{T_W^2 (q_x V - \omega_p + \omega_j)^2}{4}}. \quad (12)
\end{aligned}$$

Важливою особливістю винайденого доплерівського спектру (12) є те, що він дозволяє виділити внесок у спектр окремих ліній току середовища

$$\begin{aligned}
S(\omega_p, y, z) &= v \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle k^4 T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \int \frac{dq_x}{2\pi} \times \\
& \times \left| G(q_x + 2k \cos \vartheta, y, z, \omega_j) \right|^2 e^{-\frac{T_W^2 (q_x V - \omega_p + \omega_j)^2}{4}}, \quad (13)
\end{aligned}$$

які відрізняються координатами y, z в сумі дають повний доплерівський спектр

$$S(\omega_p) = \iint S(\omega_p, y, z) dy dz. \quad (14)$$

Це дозволяє при розрахунках розділяти інтегрування по координатах від інтегрування по компоненті хвильового вектора та сумування по частоті.

РОЗДІЛ 2

СПЕКТРИ СИГНАЛІВ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ДОПЛЕРІВСЬКОГО ВІДГУКУ

2.1. *Спектральний розподіл густини потужності сигналів доплерівського відгуку при традиційному способі доплерівського зондування з використанням стаціонарних ультразвукових полів*

Отримані вирази (12) і (13) дають змогу оцінити доплерівські спектри при традиційному способі формування сигналів, коли залежність у часі у функції чутливості відсутня. У цьому випадку спектр сигналів ультразвукового доплерівського відгуку описується виразом (3), а спектр лінії току дорівнює

$$S(\omega_p, y, z) = v \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle k^4 T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} \int \frac{dq_x}{2\pi} \times \quad (15)$$

$$\times |G(q_x + 2k \cos \vartheta, y, z)|^2 e^{-\frac{T_W^2 (q_x V - \omega_p)^2}{4}}.$$

Для порівняння спочатку отримаємо оцінку спектрального розподілу при традиційному способі формування сигналів. Для цього оберемо функцію чутливості (9) у найбільш простому вигляді

$$G(\vec{r}) = G_t(\vec{r}) G_r(\vec{r}) b \left(T_1 - \frac{2x'}{c_0} \right), \quad (16)$$

$$G_t(\vec{r}) = G_r(\vec{r}) = g(z) \exp \left\{ -\frac{y'^2}{a^2} \right\} = \exp \left\{ -\frac{y'^2 + z^2}{a^2} \right\},$$

$$b \left(T_1 - \frac{2x'}{c_0} \right) = \exp \left\{ -\frac{2(x' - l_0)^2}{a^2} \right\}$$

де $l_0 = c_0 T_1 / 2$ - глибина зондування, показана на Рис.3, і функція $g(z)$ обрана гаусівською. В результаті для функції чутливості маємо

$$\begin{aligned}
G(\vec{r}) &= \exp \left\{ -2 \frac{y'^2 + z^2 + (x' - l_0)^2}{a^2} \right\} = \exp \left\{ -2 \frac{y'^2 + z^2 + (x' - l_0)^2}{a^2} \right\} = \\
&= \exp \left\{ -2 \frac{(\vec{r}'(\vec{r}) - \vec{l}_0)^2}{a^2} \right\} \equiv \exp \left\{ -2 \frac{\vec{r}^2}{a^2} \right\}.
\end{aligned} \tag{17}$$

У справедливості останнього рівняння легко переконатися, якщо врахувати відомий зв'язок штрихованих координат з нештрихованими:

$$\begin{cases} x' = x \cos \vartheta - y \sin \vartheta + l_0 \\ y' = x \sin \vartheta + y \cos \vartheta \end{cases}.$$

В формулі (16) передбачається, що хвилі плоскі, тобто ми нехтуємо кривизною хвильових фронтів, яка завжди виникає внаслідок фокусування та дифракції ультразвукових хвиль. Крім того, обрано таку тривалість зондуючих імпульсів, при якій вимірювальний об'єм набуває сферичної форми. Таке наближення є часто вживаним для оцінки спектрів ультразвукового доплерівського відгуку [42,43].

Тепер нескладно винайти у явному вигляді Фур'є образ функції чутливості

$$\begin{aligned}
G(q_x + 2k \cos \vartheta, y, z) &= \exp \left\{ -2 \frac{y^2 + z^2}{a^2} \right\} \times \\
&\times \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2 \frac{x^2}{a^2} - i(q_x + 2k \cos \vartheta)x} dx = \\
&= \sqrt{\frac{\pi a^2}{2}} \exp \left\{ -2 \frac{y^2 + z^2}{a^2} \right\} \exp \left\{ -\frac{(q_x + 2k \cos \vartheta)^2 a^2}{8} \right\}.
\end{aligned} \tag{18}$$

Стандартний доплерівський спектр відгуку лінії току отримаємо шляхом підстановки (18) у формулу (16)

$$S(\omega_p, y, z) = v \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle T^{-1} k^4 \sqrt{\pi T_W^2} \frac{\pi a^2}{2} \exp \left\{ -4 \frac{y^2 + z^2}{a^2} \right\} \times \tag{19}$$

$$\times \int \frac{dq_x}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{(q_x + 2k \cos \vartheta)^2 a^2}{4} - \frac{T_W^2 (q_x V - \omega_p)^2}{4} \right\}.$$

Згідно (14), повний спектр доплерівського сигналу отримуємо після інтегрування по координатах ліній току

$$S(\omega_p) = \nu \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle T^{-1} k^4 \sqrt{\pi T_W^2} \frac{\pi a^2}{2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -4 \frac{y^2 + z^2}{a^2} \right\} dy dz \times (20)$$

$$\begin{aligned} & \times \int \frac{dq_x}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{(q_x + 2k \cos \vartheta)^2 a^2}{4} - \frac{T_W^2 (q_x V - \omega_p)^2}{4} \right\} = \\ & = \nu \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle T^{-1} k^4 \sqrt{\pi T_W^2} \frac{\pi^2 a^4}{8} \times \\ & \times \int \frac{dq_x}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{(q_x + 2k \cos \vartheta)^2 a^2}{4} - \frac{T_W^2 (q_x V - \omega_p)^2}{4} \right\}. \end{aligned}$$

Нарешті, інтегрування по q_x дає наступну остаточну формулу для спектра ультразвукового доплерівського сигналу відгуку:

$$S(\omega_p) = \nu \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle T^{-1} k^4 \frac{\pi^3 a^3}{4} \times (21)$$

$$\times \sqrt{\frac{T_W^2 a^2}{a^2 + T_W^2 V^2}} \exp \left\{ -\frac{T_W^2 a^2}{a^2 + T_W^2 V^2} \frac{(2kV \cos \vartheta + \omega_p)^2}{4} \right\}.$$

$$\sigma^2 = 2 \frac{a^2 + T_W^2 V^2}{T_W^2 a^2} = 2 \left(\frac{1}{T_W^2} + \frac{V^2}{a^2} \right)$$

де $\omega_d = -2kV \cos \vartheta$ – частота доплерівського зсуву, σ^2 – дисперсія доплерівського спектру частот.

2.2. Спектр ультразвукового доплерівського відгуку при когерентному накопиченні сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування.

Як було зазначено в п.1.3, в межах розглянутої моделі при формуванні доплерівського сигналу шляхом когерентного накопичення сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування, повний спектр доплерівського сигналу описується виразом (5). Безпосередньо з виразів (10) та (16) витікає, що Фур'є образ комплексної амплітуди падаючих плоских хвиль, яка береться з урахуванням їх відхилення від плоскої хвилі без нахилу, дорівнює

$$G_t(\vec{r}, \omega_j = 0) = T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} e^{-\frac{1}{4} T_W^2 k^2 \Omega^2 y'^2 - \frac{z^2}{a^2}}$$

За фізичним змістом технології синтезованої апертури призначені для поліпшення роздільної здатності, тому оберемо таке значення максимального кута $T_W \Omega$ відхилення хвильового вектора, при якому $\frac{1}{4} \Phi_{max}^2 k^2 = a^{-2}$. У цьому випадку, як буде показано далі, роздільна здатність виявляється не гіршою за роздільну здатність традиційних доплерівських систем, але з можливістю фокусуватися при випромінюванні в усіх точках біологічного об'єкту на всіх глибинах. Тоді цей вираз приймає вигляд подібний до (16)

$$G_t(\vec{r}, \omega_j = 0) = T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} e^{-\frac{y'^2 + z^2}{a^2}}$$

В результаті повна модельна функція чутливості може бути представлена у вигляді:

$$\begin{aligned} G(\vec{r}, \omega_j = 0) &= G_t(\vec{r}, \omega_j = 0) G_r(\vec{r}) b \left(T_1 - \frac{2x'}{c_0} \right) = \\ &= T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} \exp \left(-2 \frac{y'^2 + z^2 + (x' - l_0)^2}{a^2} \right) = T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} \exp \left(-2 \frac{\vec{r}^2}{a^2} \right) \end{aligned}$$

який відрізняється від (17) тільки множником. Оскільки подальші розрахунки нічим не будуть відрізнятися від розрахунків для способу формування сигналів в традиційних ультразвукових доплерівських системах, підстановка у формулу (5) дає результат, аналогічний (21):

$$S(\omega_p) = v \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle T^{-1} T_W^2 k^4 \frac{\pi^4 a^3}{4} \sqrt{\frac{T_W^2 a^2}{a^2 + T_W^2 V^2}} \exp \left\{ -\frac{(\omega_p - \omega_d)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (22)$$

Різниця полягає у збільшенні потужності сигналів доплерівського відгуку внаслідок накопичення, в результаті чого збільшується і спектральна густина потужності. Тобто, буде зводитися до класичного випадку, відрізняючись лише амплітудою спектра.

2.3. Спектр ультразвукового доплерівського відгуку при формуванні сигналу з відліків доплерівських сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування.

З урахуванням зв'язку між штрихованими координатами та нештрихованими повна функція чутливості запишеться як:

$$\begin{aligned} G(x, y, z, \omega_j) &= T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} e^{-\frac{T_W^2 (k\Omega y' + \omega_j)^2}{4}} e^{-\frac{y'^2 + 2zz^2 + 2(x' - l_0)^2}{a^2}} = \\ &= T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} e^{-\frac{T_W^2 (k\Omega y' + \omega_j)^2}{4}} e^{-\frac{x^2 + y^2 + 2zz^2 + (x' - l_0)^2}{a^2}}. \end{aligned}$$

В результаті для функції чутливості лінії току отримуємо

$$\begin{aligned} G(q_x + 2k \cos \vartheta, y, z, \omega_j) &= T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} \exp \left\{ -\frac{y^2 + 2zz^2}{a^2} \right\} \times \quad (23) \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{x^2}{a^2} - i(q_x + 2k \cos \vartheta)x - \frac{T_W^2 (k\Omega y' + \omega_j)^2}{4} - \frac{(x' - l_0)^2}{a^2} \right\} dx \end{aligned}$$

Як і раніше будемо вважати, що виконується рівняння $\frac{1}{4}T_W^2 k^2 \Omega^2 = a^{-2}$, тоді показник підінтегральної експоненти можна записати у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} -\frac{x^2}{a^2} - i(q_x + 2k\cos\vartheta)x - \frac{y'^2}{a^2} - T_W\omega_j \frac{y'}{a} - \frac{1}{4}T_W^2\omega_j^2 - \frac{(x' - l_0)^2}{a^2} = \\ = -\frac{2x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} - \frac{1}{4}T_W^2\omega_j^2 - i(q_x + 2k\cos\vartheta)x - T_W\omega_j \frac{y'}{a}. \end{aligned}$$

Тоді для просторово-часової функції чутливості отримуємо рівняння

$$\begin{aligned} G(q_x + 2k\cos\vartheta, y, z, \omega_j) = T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} \exp\left(-\frac{1}{4}T_W^2\omega_j^2\right) \exp\left\{-\frac{2y^2 + 2z^2}{a^2}\right\} \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{2x^2}{a^2} - i(q_x + 2k\cos\vartheta)x - T_W\omega_j \frac{y'}{a}\right\} dx. \end{aligned}$$

Показник підінтегральної експоненти має вигляд:

$$\begin{aligned} -\frac{2x^2}{a^2} - i(q_x + 2k\cos\vartheta)x - T_W\omega_j \frac{x\sin\vartheta + y\cos\vartheta}{a} = \\ = -\frac{2x^2}{a^2} - i(q_x + 2k\cos\vartheta)x + i^2 T_W\omega_j x \frac{\sin\vartheta}{a} - T_W\omega_j y \frac{\cos\vartheta}{a} \end{aligned}$$

Звідси отримуємо

$$\begin{aligned} G(q_x + 2k\cos\vartheta, y, z, \omega_j) = T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} \exp\left(-\frac{1}{4}T_W^2\omega_j^2\right) \times \\ \times \exp\left\{-\frac{2y^2 + T_W\omega_j a \cos\vartheta y + 2z^2}{a^2}\right\} \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{2x^2}{a^2} - i\left(q_x + 2k\cos\vartheta - iT_W\omega_j \frac{\sin\vartheta}{a}\right)x\right\} dx. \end{aligned}$$

Останній інтеграл дорівнює

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{2x^2}{a^2} - i \left(q_x + 2k \cos \vartheta - iT_W \omega_j \frac{\sin \vartheta}{a} \right) x \right\} dx = \\
& = \sqrt{\frac{\pi a^2}{2}} \exp \left(-\frac{(q_x + 2k \cos \vartheta)^2 a^2 - (T_W \omega_j \sin \vartheta)^2}{8} \right) \times \\
& \quad \times \exp \left(-i \frac{T_W \omega_j \sin \vartheta a (q_x + 2k \cos \vartheta)}{4} \right).
\end{aligned}$$

Оскільки для обчислення спектрів треба знати тільки модуль спектру функції чутливості, то фазовим множником можна знехтувати. В результаті отримуємо

$$\begin{aligned}
|G(q_x + 2k \cos \vartheta, y, z, \omega_j)| &= T^{-1} \sqrt{\pi T_W^2} \exp \sqrt{\frac{\pi a^2}{2}} \left(-\frac{1}{4} T_W^2 \omega_j^2 \right) \times \\
&\quad \times \exp \left\{ -\frac{2y^2 + T_W \omega_j a \cos \vartheta y + 2z^2}{a^2} \right\} \times \\
&\quad \times \exp \left\{ -\frac{(q_x + 2k \cos \vartheta)^2 a^2 - (T_W \omega_j \sin \vartheta)^2}{8} \right\}.
\end{aligned}$$

Скориставшись виразом (12), тепер можна знайти спектр і записати його у вигляді, коли з під інтеграла по y, z винесені усі множники, які не залежать від y, z :

$$\begin{aligned}
S(\omega_p) &= v \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle k^4 T^{-3} \pi T_W^2 \sqrt{\pi T_W^2} \frac{\pi a^2}{2} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \exp \left\{ \frac{\sin^2 \vartheta T_W^2 \omega_j^2}{4} \right\} \times \\
&\quad \times \exp \left\{ -\frac{T_W^2 \omega_j^2}{2} \right\} \iint dy dz \exp \left\{ -2 \frac{2y^2 + T_W \omega_j a \cos \vartheta y + 2z^2}{a^2} \right\} \times \\
&\quad \times \int \frac{dq_x}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{T_W^2 (q_x V - \omega_p + \omega_j)^2}{4} \right\} \exp \left\{ -\frac{(q_x + 2k \cos \vartheta)^2 a^2}{4} \right\}.
\end{aligned}$$

Тоді після інтегрування по y і z

$$\int dy \exp \left\{ -\frac{4y^2}{a^2} + \frac{-2T_W \omega_j \cos \vartheta y}{a} \right\} = \frac{a}{2} \sqrt{\pi} \exp \left\{ \frac{\cos^2 \vartheta T_W^2 \omega_j^2}{4} \right\}$$

$$\int dz \exp \left\{ -\frac{4z^2}{a^2} \right\} = \frac{a}{2} \sqrt{\pi}$$

Приходимо до наступного виразу для спектру доплерівського сигналу

$$\begin{aligned} S(\omega_p) = & v \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle k^4 T^{-3} T_W^2 \frac{\pi^3 a^4}{8} \sqrt{\pi T_W^2} \times \\ & \times \sum_{j=-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{T_W^2 \omega_j^2}{4} \right\} \times \\ & \times \int \frac{dq_x}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{T_W^2 (q_x V - \omega_p + \omega_j)^2}{4} \right\} \exp \left\{ -\frac{(q_x + 2k \cos \vartheta)^2 a^2}{4} \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

Винесемо множники, які не залежать від q_x :

$$\begin{aligned} S(\omega_p) = & v \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle k^4 T^{-3} T_W^2 \frac{\pi^3 a^4}{8} \sqrt{\pi T_W^2} \exp \{ -k^2 \cos^2 \vartheta a^2 \} \times \\ & \times \sum_{j=-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{T_W^2 (\omega_p - \omega_j)^2}{4} \right\} \exp \left\{ -\frac{1}{4} T_W^2 \omega_j^2 \right\} \times \\ & \times \int \frac{dq_x}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{q_x^2 (a^2 + T_W^2 V^2) + q_x (4k \cos \vartheta a^2 - 2V T_W^2 (\omega_p - \omega_j))}{4} \right\} \end{aligned}$$

Останній інтеграл дорівнює

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4\pi}{a^2 + T_W^2 V^2}} \exp \left\{ \frac{(4k \cos \vartheta a^2 - 2V T_W^2 (\omega_p - \omega_j))^2}{16(a^2 + T_W^2 V^2)} \right\},$$

в результаті чого отримуємо повний спектр:

$$\begin{aligned}
S(\omega_p) = & \nu \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle k^4 T^{-3} T_W^2 \frac{\pi^3 a^3}{8} \sqrt{\frac{T_W^2 a^2}{a^2 + T_W^2 V^2}} \exp\{-k^2 \cos^2 \vartheta a^2\} \times \\
& \times \sum_{j=-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{T_W^2 (\omega_p - \omega_j)^2}{4}\right\} \exp\left\{-\frac{1}{4} T_W^2 \omega_j^2\right\} \times \\
& \times \exp\left\{\frac{(4k \cos \vartheta a^2 - 2V T_W^2 (\omega_p - \omega_j))^2}{16(a^2 + T_W^2 V^2)}\right\},
\end{aligned}$$

який після нескладних, але громіздких викладок можна записати у вигляді, максимально наближеному до спектрів (21) та (22)

$$\begin{aligned}
S(\omega_p) = & \nu \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle k^4 T^{-3} T_W^2 \frac{\pi^3 a^3}{8} \sqrt{\frac{T_W^2 a^2}{a^2 + T_W^2 V^2}} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{4} T_W^2 \omega_j^2\right\} \times \\
& \times \exp\left\{-\frac{T_W^2 a^2}{a^2 + T_W^2 V^2} \frac{(\omega_p - \omega_d - \omega_j)^2}{4}\right\}.
\end{aligned}$$

Легко побачити, що для складової суми з $j = 0$ і, відповідно, з $\omega_j = 0$ цей вираз з точністю до чисельного множника переходить у спектр (22).

Оцінку повного спектру сигналу доплерівського відгуку можна тепер отримати сумуванням по j . Якщо період спостереження T досить великий, то в перетворенні Фур'є крок по частоті $2\pi/T$ достатньо малий. Це означає, що суму по j з хорошою точністю можна замінити інтегралом по частоті

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{4} T_W^2 \omega_j^2\right\} \exp\left\{-\frac{T_W^2 a^2}{a^2 + T_W^2 V^2} \frac{(\omega_p - \omega_d - \omega_j)^2}{4}\right\} \rightarrow \\
& \rightarrow \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp\left\{-\frac{1}{4} T_W^2 \omega^2\right\} \exp\left\{-\frac{T_W^2 a^2}{a^2 + T_W^2 V^2} \frac{(\omega_p - \omega_d - \omega)^2}{4}\right\} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{T}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{T_W^2 a^2 (\omega_p - \omega_d)^2}{4(a^2 + T_W^2 V^2)} \right\} \times$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp \left\{ -\omega^2 \frac{(2T_W^2 a^2 + T_W^4 V^2)}{4(a^2 + T_W^2 V^2)} + \omega \frac{T_W^2 a^2 (\omega_p - \omega_d)}{2(a^2 + T_W^2 V^2)} \right\}$$

Беремо інтеграл

$$\frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{4\pi(a^2 + T_W^2 V^2)}{2T_W^2 a^2 + T_W^4 V^2}} \exp \left\{ -\frac{T_W^2 a^2 (\omega_p - \omega_d)^2}{4(a^2 + T_W^2 V^2)} \right\} \times$$

$$\times \exp \left\{ \frac{T_W^4 a^4 (\omega_p - \omega_d)^2}{4(a^2 + T_W^2 V^2)(2T_W^2 a^2 + T_W^4 V^2)} \right\},$$

і після об'єднання експонент

$$\frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{4\pi(a^2 + T_W^2 V^2)}{2T_W^2 a^2 + T_W^4 V^2}} \exp \left\{ \frac{T_W^2 a^2 (\omega_p - \omega_d)^2 (-a^2 - T_W^2 V^2)}{4(a^2 + T_W^2 V^2)(2a^2 + T_W^2 V^2)} \right\} =$$

$$= \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{4\pi(a^2 + T_W^2 V^2)}{2T_W^2 a^2 + T_W^4 V^2}} \exp \left\{ -\frac{T_W^2 a^2 (\omega_p - \omega_d)^2}{4(2a^2 + T_W^2 V^2)} \right\}$$

приходимо до остаточного виразу для спектру ультразвукового доплерівського відгуку при формуванні сигналу з відліків доплерівських сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування:

$$S(\omega_p) = \nu \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle k^4 T^{-2} T_W^2 \frac{\pi^2 a^4}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2a^2 + T_W^2 V^2}} \times \quad (25)$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{T_W^2 a^2 (\omega_p - \omega_d)^2}{4(2a^2 + T_W^2 V^2)} \right\}$$

Згідно виразів (21) і (22) дисперсія доплерівського спектру, яка була

отримана для класичного алгоритму та при когерентному накопиченні сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування в технології синтезованої апертури, становила величину

$$\sigma^2 = 2 \frac{a^2 + T_W^2 V^2}{T_W^2 a^2} = 2 \left(\frac{1}{T_W^2} + \frac{V^2}{a^2} \right) \quad (26)$$

У формулі (26) маємо

$$\sigma^2 = 2 \frac{2a^2 + T_W^2 V^2}{T_W^2 a^2} = 2 \left(\frac{2}{T_W^2} + \frac{V^2}{a^2} \right), \quad (27)$$

тобто доданок до величини дисперсії становить

$$\Delta\sigma^2 = \frac{2}{T_W^2}, \quad (28)$$

що означає збільшення ширини спектру ультразвукового доплерівського відгуку.

РОЗДІЛ 3

ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

3.1. Складові ширини спектрів ультразвукового доплерівського відгуку

Згідно виразів (19) і (20) спектральні характеристики сигналів доплерівського відгуку визначаються інтегралом по змінній q_x від добутку двох функцій, перша з яких характеризує функцію чутливості з максимумом при $q_x = -2k\cos\vartheta$, а друга описує просторовий спектр корелятора флуктуацій і має максимум при $q_x = \omega_p/V$. Якщо ширина вагового вікна буде досить великою, то у цьому випадку просторовий спектр корелятора флуктуацій в (19) і (20) відіграє роль гострої δ -подібної функції, яка вирізає з широкого просторового спектру функції чутливості відповідне значення. При цьому найбільший внесок у ширину спектрів (21) і (22) даватиме складова $2V^2/a^2$, пов'язана з діаметром вимірювального об'єму $\sqrt{2}a$. Чим вимірювальний об'єм менший, тим менший час розсіювач ультразвуку перебуватиме в ультразвуковому полі діагностичної системи і меншим буде тривалість отриманого доплерівського сигналу, як показано на Рис.4, і, відповідно, тим ширший його спектр

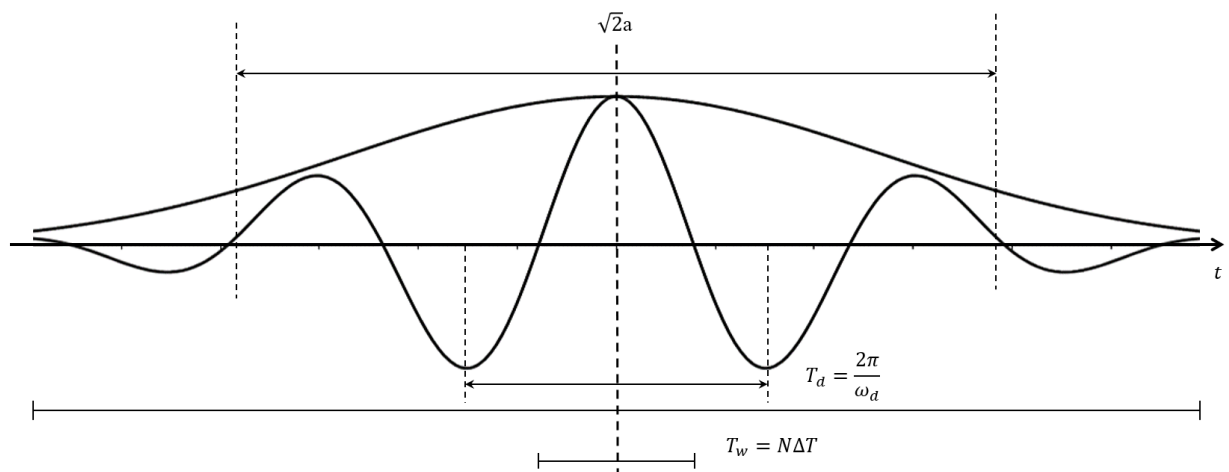


Рис.4. Сигнал ультразвукового доплерівського відгуку та фактори, що можуть обмежувати його тривалість – діаметр вимірювального об'єму $\sqrt{2}a$ та тривалість спостереження $N\Delta T$.

Якщо, навпаки, збільшити досліджуваний об'єм ($a \rightarrow \infty$), то ширина спектру прямує до величини $2/T_W^2$. Таким чином, ширина спектру при великих вимірювальних об'ємах не залежить від його величини, а визначається тривалістю вагового вікна, яке ефективно обмежує довжину доплерівського сигналу. Ширина спектру доплерівського сигналу виявляється обернено пропорційною тривалості вагового вікна. В цьому випадку роль δ -подібної функції в (19) і (20) виконує просторовий спектр функції чутливості, який вирізає з більш широкого просторового спектру корелятора флуктуацій відповідне значення.

Розглянута найпростіша фізична модель для функції чутливості демонструє також, що в загальному випадку внесок в ширину спектру сигналу вносять не тільки параметри падаючих і відбитих ультразвукових полів, які формують функцію чутливості, але й спектральні характеристики корелятора флуктуацій, які залежать від тривалості сигналу. При цьому максимум спектру завжди знаходиться при класичній частоті доплерівського зсуву.

В дійсності, наведені вище чинники не є єдиними причинами збільшення ширини доплерівських спектрів. Причиною збільшення ширини спектру та його спотворення можуть бути:

- великі градієнти швидкості руху неоднорідностей, зокрема, еритроцитів, всередині вимірювального об'єму навіть у ламінарних потоках крові;
- турбулізація потоку крові, при якій у вимірювальному об'ємі проекція швидкості руху V_x може змінювати не тільки величину, але і свій знак;
- рух рідини з прискоренням, при якому також збільшується діапазон швидкостей руху;
- вплив спекл-шумів на сигнали ультразвукового доплерівського відгуку.

Раніше модель впливу градієнтів швидкості руху неоднорідностей була розглянута в [41]. Деякі моделі щодо впливу турбулізації потоків крові, дифузії неоднорідностей та залежності ширини спектрів від радіусу кореляції

неоднорідностей були запропоновані в [42], а вплив прискореного руху неоднорідностей розглянутий в [37].

3.2. Збільшення ширини доплерівського спектру при формуванні сигналу з відліків доплерівських сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування

Причиною збільшення ширини доплерівського спектру при формуванні сигналу з відліків доплерівських сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування полягає у зміні проекції швидкості руху на напрямок поточного хвильового вектора внаслідок зміни доплерівського кута, як показано на Рис.3. При лінійній залежності від часу кута відхилення, яка показана на Рис.5, таку ситуацію можна інтерпретувати як рух з прискоренням:

$$\begin{aligned} V_x &= V \cos \vartheta(t) = \cos(\vartheta \mp \Phi) = V(\cos \vartheta \cos \Phi \pm \sin \vartheta \sin \Phi) \cong \\ &\cong V\{\cos \vartheta \pm \sin \vartheta \Omega t\}, \end{aligned}$$

де верхній знак описує ситуацію, еквівалентну рівноприскореному рухові, а нижній відповідає рівносповільненому рухові.

На практиці ширина вагового вікна задовольняє співвідношенню $T_w \cong T/2$, а швидкість зміни ракурсів можна представити у вигляді $\Omega = 2\Phi_{max}/T$. Тоді проекція швидкості руху на вісь x' дорівнює

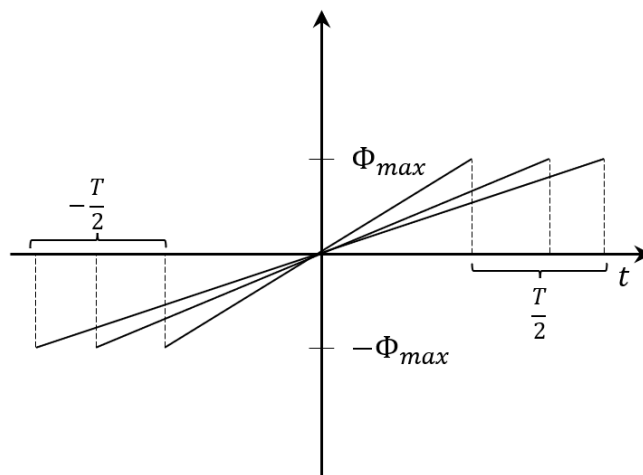


Рис.5. Залежність від часу кута відхилення хвильового вектора

$$V_{x'} = V \cos \vartheta \pm \sin \vartheta \frac{\Phi_{max}}{T_w} t.$$

Таким чином, умовне прискорення дорівнює

$$a_{x'} = \pm \sin \vartheta \frac{\Phi_{max}}{T_w}$$

і виявляється обернено пропорційним до часу T_w .

Зрозуміло, що як при прискоренні, так і при гальмуванні діапазон швидкостей за час T при заданому діапазоні ракурсних кутів один і той самий, тому від знаку прискорення ширина спектру залежати не може. Через це у (27) порівняно із (26) виникає квадратичний по прискоренню доданок у вигляді $2/T_w^2$. Формули (19) і (20) мають ясний внутрішній фізичний зміст. З Рис.5 легко побачити, що чим більше T і відповідно T_w , тим менше прискорення при заданому діапазоні кутів Φ_{max} , менше діапазон швидкостей і відповідно додаткова дисперсія спектру доплерівських частот.

В традиційних імпульсних системах ультразвукової діагностики застосовують послідовне випромінювання імпульсів з незмінною геометрією та конфігурацією у просторі хвильових фронтів. В такій ситуації отримувані доплерівські сигнали практично не обмежені у часі і тому ширина спектру від T_w не залежить. Але очевидно, що відповідними доданками можна нехтувати також при виконанні сильної нерівності $1/T_w^2 \ll V^2/a^2$.

На Рис.6 показана залежність комплексного сигналу ультразвукового доплерівського відгуку від часу. Ця залежність впливає безпосередньо з формули (10) і на ній побудований фазовий метод визначення переміщень та швидкостей руху неоднорідностей у біологічних об'єктах Цей метод широкоживаний як у наукових дослідженнях, так і в комерційних медичних доплерівських системах [39,40]. Відповідно до цього алгоритму можна встановити осьове переміщення вздовж зонduючого променя між двома зондувальними імпульсами, як

$$\Delta\varphi_n = 2k\Delta x'_n = 2kV_{x'}(t_n - t_{n-1}) = \text{Arctan} \frac{\text{Im}\{e_d^*(t_{n-1})e_d(t_n)\}}{\text{Re}\{e_d^*(t_{n-1})e_d(t_n)\}} \quad (29)$$

Якщо швидкість $V_{x'}$ зростає (зменшується) внаслідок зміни кута $\vartheta(t)$, то

за кожний наступний заданий проміжок часу $\Delta T_1 = t_n - t_{n-1}$ фаза комплексного сигналу ультразвукового доплерівського відгуку також буде зростати (зменшуватися). При цьому зрозуміло, що і для гібридінгового сигналу, який має вигляд

$$e_c(t_n) = \sum_{m=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} e_d(t_{n+m}),$$

фаза також буде зростати (зменшуватись), реєструючи “уявну” зміну швидкості.

На Рис.6 показане лінійне зростання різниці фаз $\Delta\varphi_n$ комплексного

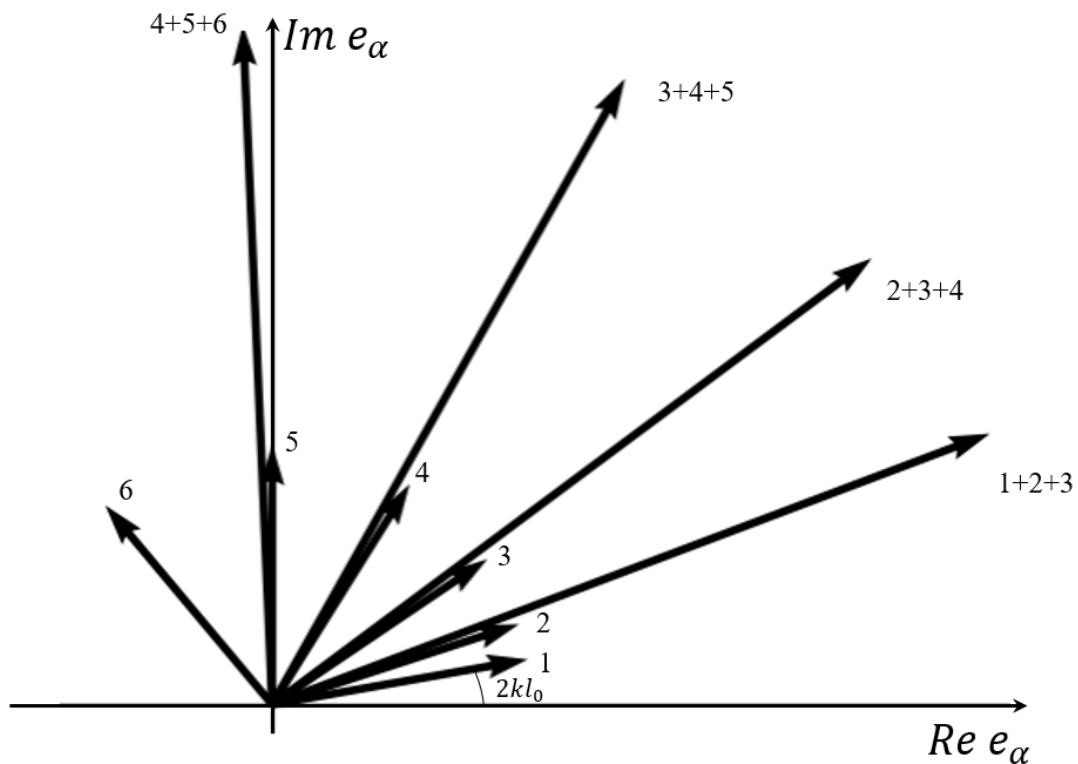


Рис.6. Лінійне зростання різниці фаз $\Delta\varphi_n$ для комплексного доплерівського сигналу $e_d(t_n)$ та відповідне зростання різниці фаз для компаундінгового сигналу $e_c(t_n)$ при $N = 3$; $n=1,2,\dots,6$ – сигнали $e_d(t_n)$; $n-1+n+ n-1$ – сигнали $e_c(t_n)$.

Доплерівського сигналу та відповідне зростання різниці фаз для сигналу $e_c(t_n)$ при $N = 3$. Таким чином, ширина спектру доплерівського сигналу при сумуванні сигналів, отриманих при різних кутах $\vartheta(t)$, має також

збільшуватись, що призведе до збільшення ширини спектру. Цей висновок з очевидністю суперечить виразу (22), згідно якого в цьому випадку зростання ширини спектру за рахунок прискорення немає. Тому отримані результати свідчать про певну некоректність наближень, що зроблені у застосованій моделі. Зокрема, згідно (5) і (10) функція чутливості після когерентного складання отриманих комплексних значень сигналів відгуку виявляється незалежною від частоти і, як наслідок, від часу, що суперечить аналізу зміни фаз для сумарних сигналів, показаній на Рис.6. Крім того, при виводі формули (10) застосоване наближення з лінійною залежністю від часу кута відхилення хвильового вектора падаючих хвиль.

3.3. Вплив спекл-шумів на спектри при різних алгоритмах формування та обробки ультразвукових доплерівських сигналів із застосуванням технології синтезованої апертури.

З формули (21) витікає, що для вимірювання переміщень та швидкостей неоднорідностей потрібні принаймні два послідовних сигнала ультразвукового доплерівського відгуку. Незавжди переконалися, що навіть при дуже великих швидкостях руху неоднорідностей в біологічному об'єкті порядку 0.5 м/с різниця фаз між двома послідовними комплексними сигналами не перевищує 0.5 рад для набору даних від двох ракурсів зондування. З цієї точки зору такі сигнали практично синфазні і їх фаза змінюється повільно.

Виключенням є так звані-спекл шуми, найпростіша модель яких показана на Рис.7. Переворот фази сигналу доплерівського відгуку на π в певний момент часу стається тоді, коли через вимірювальний об'єм проходять, наприклад, дві неоднорідності або дві групи неоднорідностей, які знаходяться на відстані $\lambda/4$ вздовж напрямку випромінювання, тобто вздовж

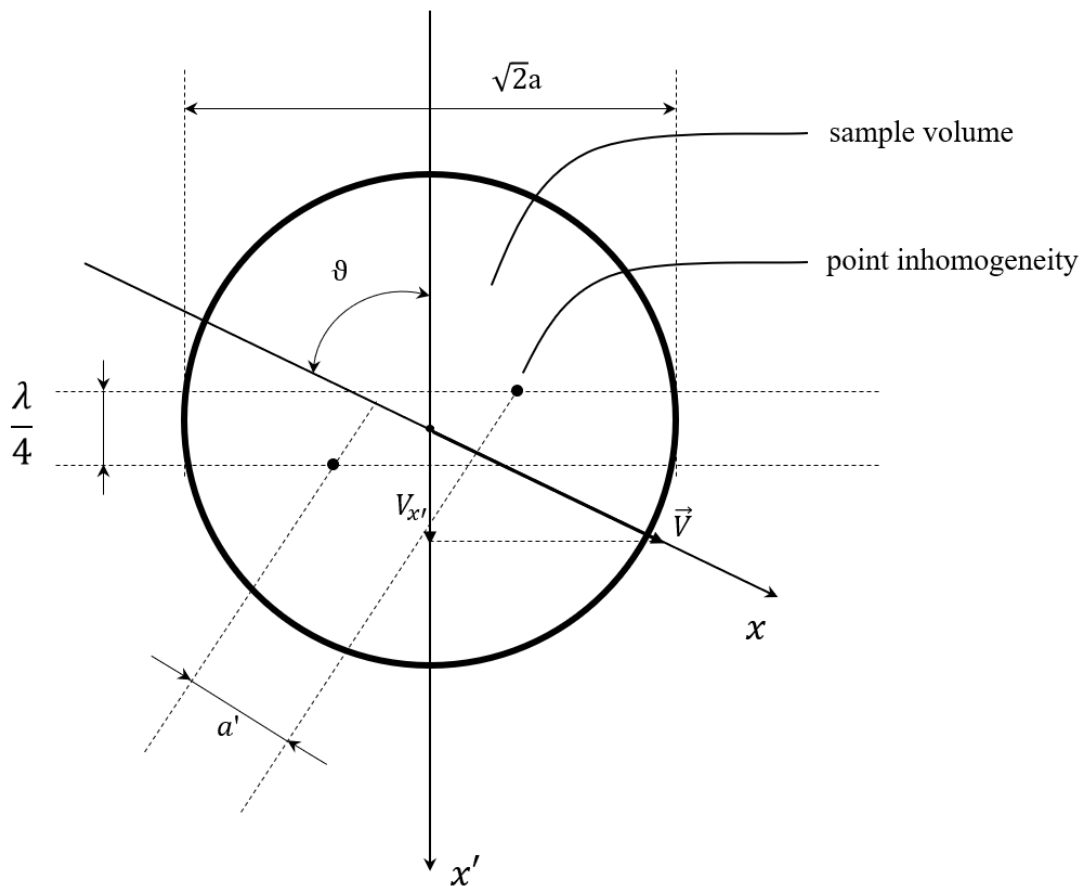


Рис.7. Модель, яка демонструє формування спекл-шуму на прикладі пари точкових неоднорідностей середовища: a' - дистанція між неоднорідностями вздовж напрямку руху; дистанція вздовж напрямку випромінювання (вісь x') дорівнює $\lambda/4$.

вісі x' . Спекловий відгук з переворотом фази сигналу формується тоді, коли відстань між неоднорідностями вздовж напрямку руху менше діаметру вимірювального об'єму: $a' < \sqrt{2}a$. У цьому випадку різниця шляху ультразвуку до таких неоднорідностей становить $\lambda/2$, а різниця фаз сигналів дорівнює π , тобто комплексний сигнал ультразвукового доплерівського відгуку змінює знак на протилежний.

Мінімальне значення для ΔT_1 , тобто мінімальна величина часу для накопичення інформації з ракурса, дорівнює часу проходження ультразвуку до найбільшої діагностованої глибини та назад, оскільки зображення формується зразу для всіх точок об'єкту. Ця глибина не перевищує як

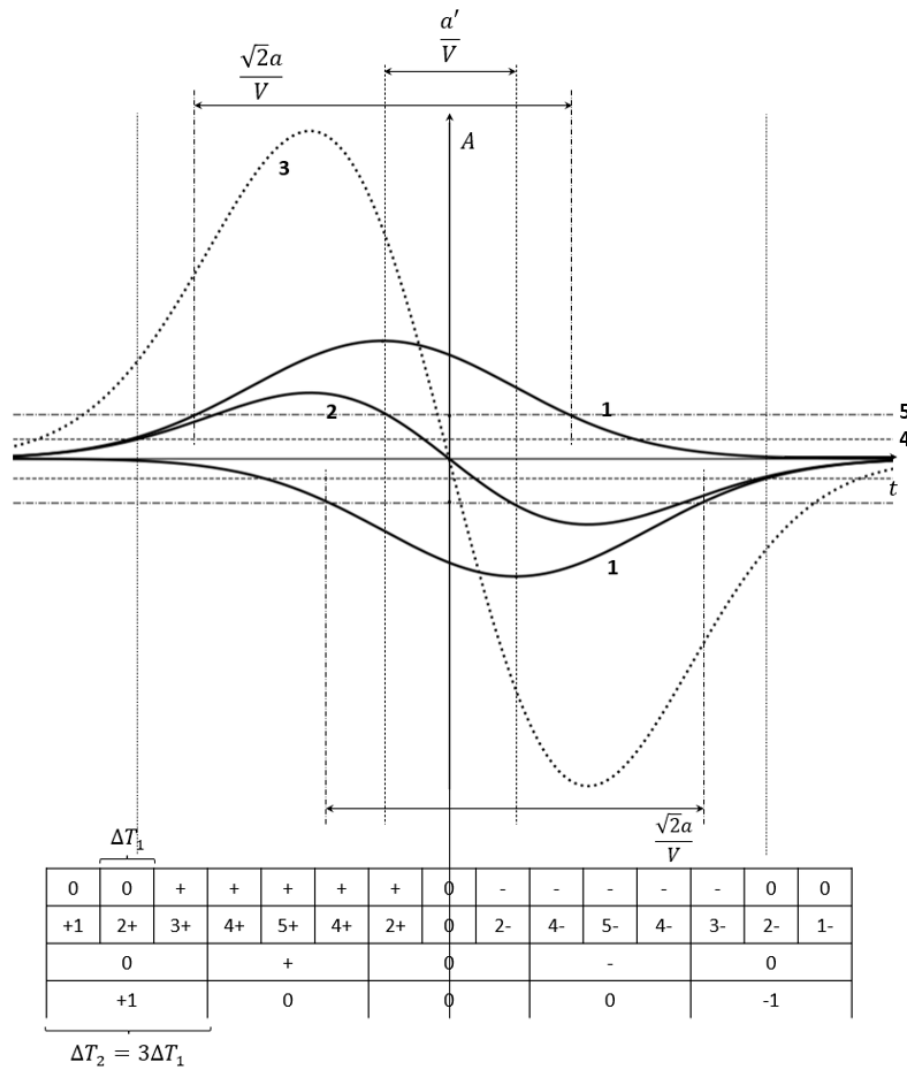


Рис.8. Виникнення ультразвукового сигналу зі спекл-шумом: **1** – сигнали відгуку двох неоднорідностей; **2** – сумарний сигнал відгуку; **3** – сигнал відгуку після складання сигналів відгуку від різних ракурсів, розділених в часі на $\Delta T_{1,2}$; **4** – рівень шумів для кривої **2**, який дорівнює 0.3 амплітуди кривої **2**; **5** – відповідний рівень шумів для кривої **3**.

правило 20см. На рис.8. умовно показаний сумарний сигнал відгуку **2** з позначенням інтервалів $\Delta T_{1,2}$, де сигнали коректні та синфазні (додатне або від'ємне значення на кривій **2** відповідно до положення цього інтервалу на кривій **2**), некоректні (позначка 0) внаслідок високого рівня шумів, який переважає рівень сигналу, на що вказує перший рядок таблиці на рис.8, або відсутні внаслідок перекидання фази. Рівень шумів **4** для кривої **2** на цьому рисунку становить 0.3 від її амплітудного значення. Другий рядок формується

в результаті складання інформації від $N = 5$ інтервалів і демонструє «рівень однофазності» даного інтервалу кривої 3 по 5 значенням першого рядка. Рівень шумів 5 для цієї кривої приблизно у $\sqrt{5}$ більший, ніж для кривої 2, але амплітуда сигналу зростає майже у 5 разів.

Якщо збільшити інтервал часу та зробити його, наприклад, $\Delta T_2 = 3\Delta T_1$, то ми будемо отримувати більшу кількість точок в рамках одного інтервалу, які будуть використовуватися для сумування. Для відповідного значення в третьому рядку в клітинці для ΔT_2 можна обирати, наприклад, середнє з трьох значень ΔT_1 , як це зроблено в таблиці на Рис.8. Тоді четвертий рядок буде відповідати сумуванню вже 5 відповідних значень ΔT_2 . Інший варіант

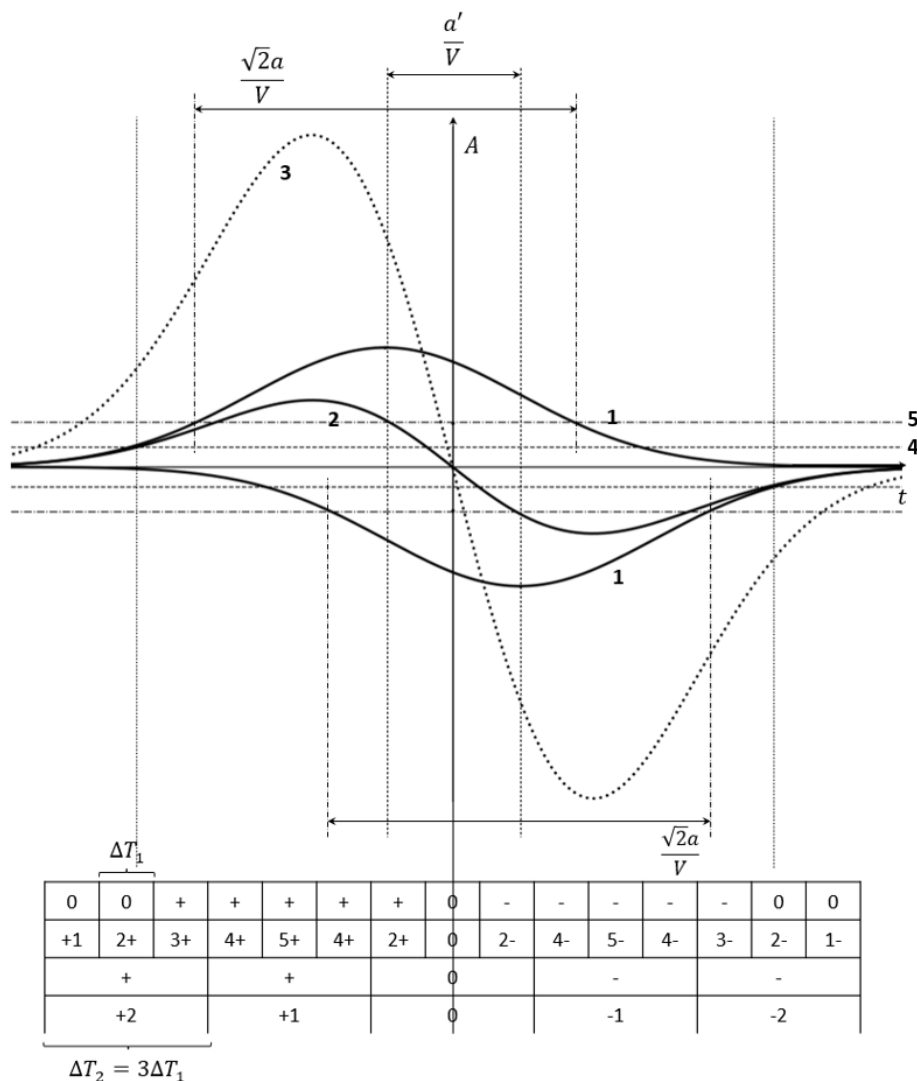


Рис. 9. Ультразвуковий сигнал зі спекл-шумом з формуванням значень для інтервалів ΔT_2 у вигляді суми трьох значень з відповідних інтервалів ΔT_1 .

Визначення кривих 1-5 такі самі, як на Рис.8.

накопичення даних для ΔT_2 в третьому рядку, що показаний на Рис.9 ,це просто сума трьох значень з відповідних інтервалів ΔT_1 першого рядка.

Важливим фактором є також рівень шумів, який для попередніх рисунків, як було зазначено, був обраний, як 0.3 від максимуму 2 кривої. У випадку збільшення рівня шумів, показаному на Рис.10, корисна інформація у сигналах відгуку все одно залишатиметься, але сигнал, придатний для коректних вимірювань сигнал буде коротшим.

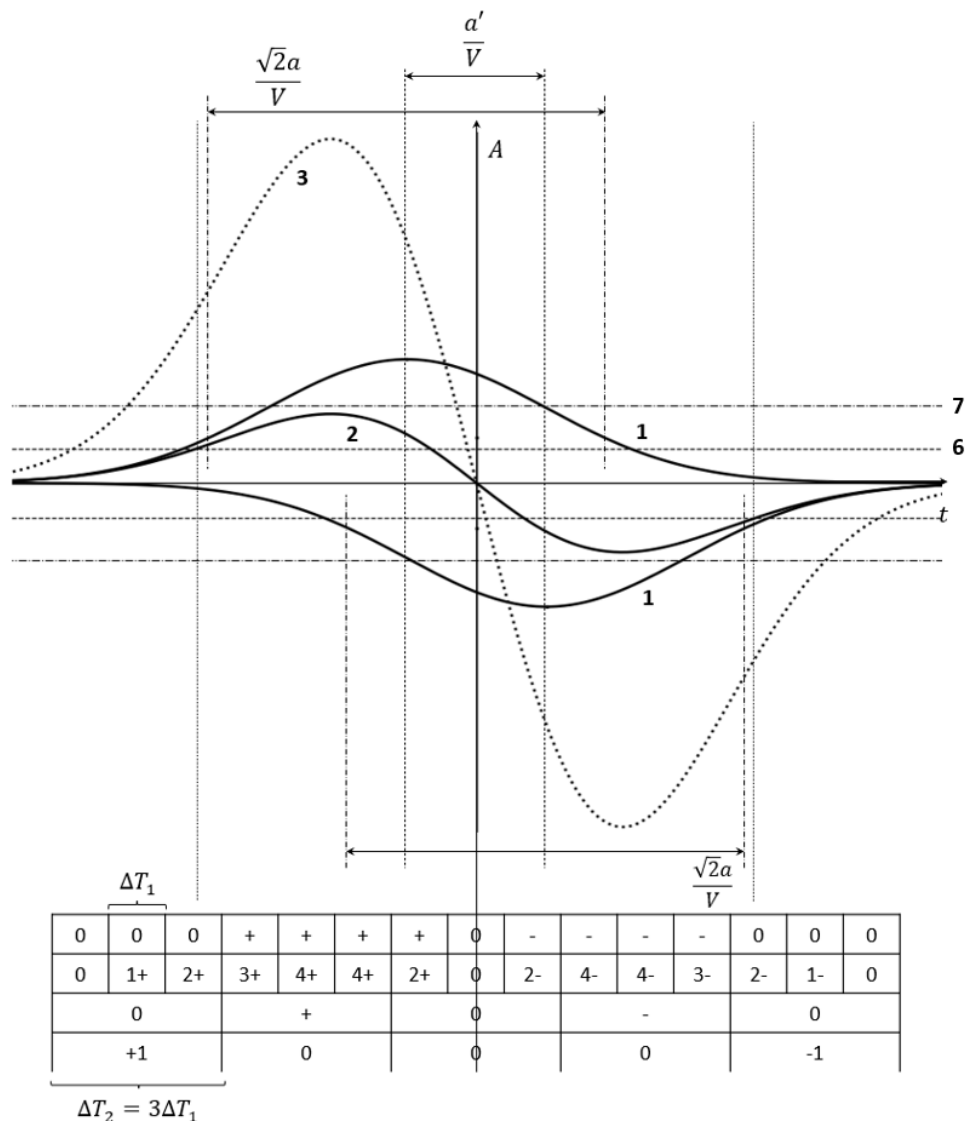


Рис. 10. Ультразвуковий доплерівський сигнал відгуку зі спекл-шумом при рівні шумів для кривої 2, який дорівнює 0.5 її амплітуди (рівень 6), та рівень шумів для кривої 3 (рівень 7). Визначення кривих 1-3 такі самі, як на Рис.8.

Порівнюючи таблиці на Рис.9 та 8 з таблицею на Рис.10, можна побачити, що незважаючи на те, що рівень шумів виріс на 60%, результати в другому рядку, тобто для кривої 3, відрізняються некритично. Використання синтезованої апертури призводить до того, що отриманий сигнал, що придатний для коректного вимірювання, стає довшим, ніж первинні сигнали ракурсів.

Як показано на Рис.11, при зменшенні відстані $a' < \sqrt{2}a$ між неоднорідностями роздільна здатність буде погіршуватися і розрізнити їх буде складніше через те, що отриманий сигнал за рахунок складання буде мати меншу амплітуду та все більший внесок даватимуть шуми. Натомість, при збільшенні відстані $a' > \sqrt{2}a$ сигнали будуть розташовані далі один від одного в часі, як це видно на Рис.12, результат їхнього складання буде наближатися за виглядом до первинних сигналів, а сума з 5 ракурсів буде фактично просто розтягнутим сигналом 2.

Як відомо, некогерентне складання сигналів, отриманих з різних глибин вздовж лінії зондування, при побудові звичайних чорно-білих В-зображень приводить до погіршення просторової роздільної здатності, оскільки

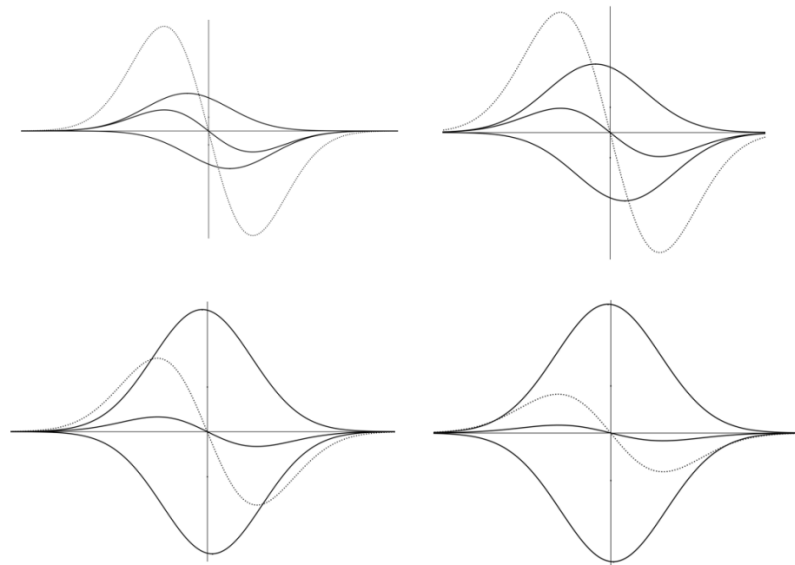


Рис. 11 Сигнал із спекл-шумом при зменшенні відстані між неоднорідностями

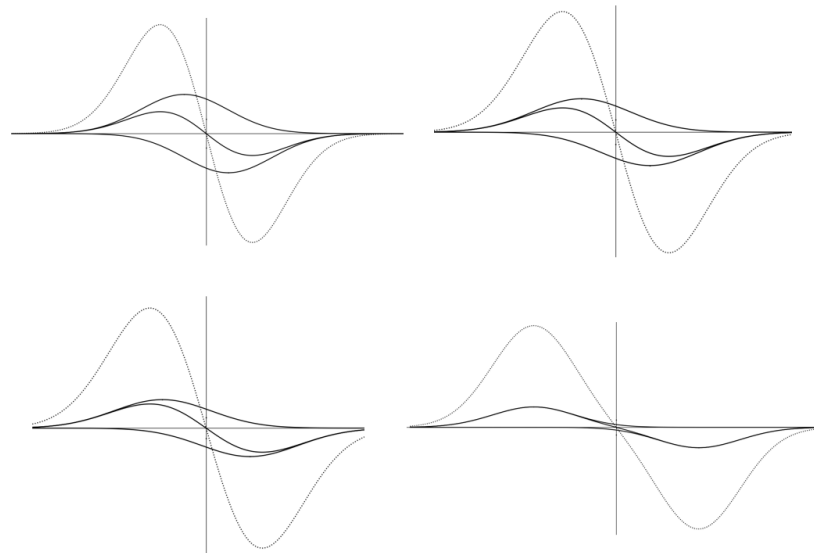


Рис.12. Сигнал із спекл-шумом при збільшенні відстані між
неоднорідностями

представляє собою за змістом НЧ-фільтрацію зображення, яка розмиває границі об'єктів. Когерентний компаундинг ультразвукових сигналів, отриманих для кожної точки об'єкту під різними кутами розповсюдження падаючих хвиль, навпаки покращує просторову роздільну здатність при випромінюванні для точок на усіх глибинах. Просторову роздільну здатність можна збільшувати за рахунок збільшення повного кута зондування

$$2\Phi_{max} = \Omega T = \frac{\Delta\Phi}{\Delta T} (N - 1)\Delta T = \Delta\Phi(N - 1),$$

тобто збільшуючи кути $\Delta\Phi$ між двома послідовними ракурсами або кількість ракурсів.

Враховуючи отримані результати, можна зробити висновок, що певне подовження сигналів відгуку із заданої точки об'єкту, притаманне при будь-якій НЧ-фільтрації, з точки зору доплерівських вимірювань є позитивним фактором. Крім того, за рахунок накопичення сигналів покращується відношення сигнал-шум за рахунок збільшення сигналу та усереднення даних з ракурсів. Нарешті, при різних кутах зондування Φ як при некогерентному, так і при когерентному складанні сигналів при різних кутах Φ дещо

змінюється відстань $\lambda/4$ вздовж напрямку випромінювання, що придушує спекл-шуми.

ВИСНОВКИ

Для реєстрації і оцінювання руху біологічних тканин і рідин в медичній діагностиці широко застосовуються ультразвукові дослідження з використанням ефекту Допплера, що є дуже важливим для спектральної доплерографії потоків крові, векторного відображення потоків крові, зсувнихвильової еластографії м'яких тканин, тощо. В останні роки в ультразвуковій діагностиці все більш досліджуваним та вживаним у медичній практиці стали різні варіанти технології синтезованої апертури. Головною перевагою таких методів є підвищення роздільної здатності зображення за рахунок динамічного фокусування при випромінюванні ультразвука. В роботі розглянуті спектральні властивості сигналів ультразвукового доплерівського відгуку, отриманих при використанні технології компаундинга плоских хвиль. Основа цієї технології полягає в тому, що для кожної точки біологічного об'єкту сигнали ультразвукового відгуку для плоских хвиль з різними напрямками поширення складаються когерентно. Це забезпечує найкраще фокусування у будь-якій точці досліджуваної області інтересу біологічного об'єкту та отримання достатньої кількості даних для доплерівського визначення швидкості біологічних рідин і тканин. Описані переваги є суттєвими, бо дозволяють будувати зображення зміщення тканини у повному полі зору та доплерівські зображення з високою частотою кадрів та роздільною здатністю для різноманітних медичних застосувань у сучасній зсувнихвильовій еластографії, доплерографії, тощо. Ці переваги методів синтезованої апертури підтверджують актуальність даної теми. Розрахунок спектрів сигналів ультразвукового доплерівського відгуку біологічних середовищ при використанні технології компаундинга плоских хвиль та різних способів накопичення та обробки доплерівських сигналів дозволяють оптимізувати існуючі та розробити нові доплерівські методики в межах цієї технології. За результатами виконаної роботи можна зробити наступні висновки:

1. Розглянута запропонована раніше фізико-математична модель щодо технології синтезованої апертури з використанням компаундинга плоских хвиль, яка враховує залежність від часу функції чутливості ультразвукової системи та дозволяє описати поліпшення фокусування хвиль при випромінюванні.
2. Визначено вплив обмеження тривалості сигналу ультразвукового доплерівського відгуку та його аподизації ваговими вікнами на спектральні властивості корелятора руху неоднорідностей та спектр функції чутливості ультразвукової системи. На відміну від спектру кореляційної функції ширина спектру функції чутливості залежить як від величини вимірювального об'єму, так і від тривалості сигналів.
3. З урахуванням обмеження тривалості сигналів ультразвукового доплерівського відгуку винайдені загальні вирази для повного спектру ультразвукового доплерівського відгуку та для спектру сигналів від окремих ліній току.
4. В межах простої моделі функції чутливості винайдений доплерівський спектр сигналів відгуку при традиційному способі доплерівського зондування зі звичайним способом фокусування. Внесок в ширину спектру сигналу вносять як параметри падаючих і відбитих ультразвукових полів, так і спектральні характеристики корелятора флуктуацій.
5. Винайдений та проаналізований доплерівський спектр сигналів відгуку при формуванні доплерівського сигналу шляхом компаундингово накопичення сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування плоскими хвилями.
6. Встановлено, що при формуванні доплерівського сигналу безпосередньо з доплерівських сигналів, отриманих при різних ракурсах зондування плоскими хвилями, відбувається збільшення ширини спектру у порівнянні із традиційним методом, в якому використовуються стаціонарні сфокусовані ультразвукові поля.

7. За внутрішнім фізичним змістом винайдене збільшення ширини спектру ультразвукового доплерівського сигналу пов'язане з динамічною зміною доплерівського кута, яка збільшує інтервал зареєстрованих швидкостей руху неоднорідностей. Обговорюються шляхи поліпшення торії. Показано, що ультразвуковий доплерівський варіант технології з компаундингом сигналів більш стійкий до спекл-шумів внаслідок збільшення тривалості сигналів і збільшення відношення сигнал-шум.

Список літератури

1. Carovac, A., Smajlovic, F., & Junuzovic, D. (2011). Application of ultrasound in medicine. *Acta Informatica Medica*, 19(3), 168. DOI: 10.5455/aim.2011.19.168-171
2. Chan, V.; Perlas, A. *Basics of Ultrasound Imaging. In Atlas of Ultrasound-Guided Procedures in Interventional Pain Management*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2011; pp. 13–19. DOI: [10.1007/978-1-4419-1681-5_2](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1681-5_2)
3. P. R. Hoskins, K. Martin, and A. Thrush (eds.), *Diagnostic Ultrasound: Physics and Equipment*, 3rd ed. (CRC Press, Boca Raton, 2019), <https://doi.org/10.1201/9781138893603>.
4. P. T. Gough and D. W. Hawkins, "A short history of synthetic aperture sonar," *IGARSS '98. Sensing and Managing the Environment. 1998 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium Proceedings. (Cat. No. 98CH36174)*, Seattle, WA, USA, 1998, pp. 618-620 vol.2, doi: 10.1109/IGARSS.1998.699529
5. Trots, I.; Nowicki, A.; Lewandowski, M.; Tasinkevych, Y. *Synthetic Aperture Method in Ultrasound Imaging*; IntechOpen: London, UK, 2011; ISBN 978-953-307-239-5. DOI: [10.5772/15986](https://doi.org/10.5772/15986)
6. S. I. Nikolov, B. G. Tomov and J. A. Jensen, 2006 Fortieth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2006, pp. 1548-1552, <https://doi.org/10.1109/ACSSC.2006.355018>
7. M. Tanter and M. Fink, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*. 61(1), 102 (2014), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2014.6689779>
8. M. A. Lediju, G. E. Trahey, B. C. Byram and J. J. Dahl, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 58(7), 1377 (2011), <http://doi.org/10.1109/TUFFC.2011.1957>
9. Y.L. Li, J.J. Dahl, *J. Acoust. Soc. Am.* 141(3), 1582 (2017), <https://doi.org/10.1121/1.4976960>
10. J. Provost, C. Papadacci, C. Demene, J. Gennisson, M. Tanter and M. Pernot, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 62(8), 1467 (2015), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2015.007032>
11. G. Montaldo, M. Tanter, J. Bercoff, N. Benez, and M. Fink, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr.* 56(3), 489 (2009), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2009.1067>
12. J. Jensen, M. B. Stuart, and J. A. Jensen, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 63(11), 1922 (2016), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2016.2591980>
13. C. Papadacci, M. Pernot, M. Couade, M. Fink and M. Tanter, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 61(2), 288 (2014), <http://doi.org/10.1109/TUFFC.2014.6722614>
14. J. Cheng and J.Y. Lu, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 53(5), 880 (2006), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2006.1632680>

15. N. Oddershede and J. A. Jensen, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 54(9), 1811 (2007), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2007.465>
16. B. Denari et al., *IEEE Trans. Med. Imaging* 32(7), 1265 (2013), <https://doi.org/10.1109/TMI.2013.2255310>
17. R. Moshavegh, J. Jensen, C. A. Villagómez-Hoyos, M. B. Stuart, M. C. Hemmsen and J. A. Jensen, in *Proceedings of SPIE Medical Imaging* (San Diego, California, United States, 2016) pp. 97900Z-97900Z-9, <https://doi.org/10.1117/12.2216506>
18. J. A. Jensen and N. Oddershede, *IEEE Trans. Med. Imag.* 25(12), 1637-1644 (2006), <https://doi.org/10.1109/TMI.2006.883087>
19. J. Udesen, F. Gran, K. L. Hansen, J. A. Jensen, C. Thomsen and M. B. Nielsen, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, 55(8), 1729 (2008), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2008.858>
20. S. Ricci, L. Bassi and P. Tortoli, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 61(2), 314 (2014), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2014.6722616>
21. Y. L. Li, J. J. Dahl, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 62(6), 1022 (2015), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2014.006793>
22. J. Bercoff, G. Montaldo, T. Loupas, D. Savary, F. Meziere, M. Fink, and M. Tanter, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 58(1), 134 (2011), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2011.1780>
23. Y. L. Li, D. Hyun, L. Abou-Elkacem, J. K. Willmann, J. J. Dahl, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 63(11), 1878 (2016), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2016.2616112>
24. D. Hyun, J. J. Dahl, *J. Acoust. Soc. Am.* 147(3), 1323 (2020), <https://doi.org/10.1121/10.0000809>
25. I. K. Ekroll, M. M. Voormolen, O. K.-V. Standal, J. M. Rau and L. Lovstakken, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 62(9), 1634 (2015), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2015.007010>
26. J. A. Jensen, S. I. Nikolov, K. L. Gammelmark and, and M. H. Pedersen, *Ultrasonics*, 44(1), e5 (2006), <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2006.07.017>
27. M. Tanter, J. Bercoff, L. Sandrin, and M. Fink, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr.* 49(10), 1363 (2002), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2002.1041078>
28. J.-I. Gennisson et al., *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 62(6), 1059 (2015), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2014.006936>
29. J. Bercoff, M. Tanter, and M. Fink, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 51(4), 396 (2004), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2004.1295425>
30. H. Hasegawa, and H. Kanai, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 55(12), 2626–2639 (2008), <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2008.978>
31. J. Vappou, J. Luo, and E. E. Konofagou, *Am. J. Hypertens.* 23(4), 393–398 (2010), <https://doi.org/10.1038/ajh.2009.272>
32. O. Couture, M. Fink, and M. Tanter, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 59(12), 2676–2683 (2012), O. Couture, M. Fink, and M. Tanter, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 59(12), 2676–2683 (2012),

33. C. Zheng, Q. Zha, L. Zhang and H. Peng, IEEE Access 6, 495 (2018), <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2768387>
34. Y.M. Benane et al., 2017 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS), 2017, pp. 1-4, <https://doi.org/10.1109/ULTSYM.2017.8091880>
35. C.-C. Shen, Y.-C. Chu, Sensors 21, 4856 (2021), <https://doi.org/10.3390/s21144856>
36. Sheina, I. V., & Barannik, E. A. (2022). Resolution of the Ultrasound Doppler System Using Coherent Plane-Wave Compounding Technique. *East European Journal of Physics*, (1), 116-122. <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2022-1-16>
37. E.A. Barannik and O.S. Matchenko, EastEur. J. Phys. 3(2) 61 (2016), <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2016-2-08>. (in Russian)
38. Sheina, I. V., Kislov, O. B., & Barannik, E. A. (2020). Power Spectra of Doppler Response Signals from Biological Objects Using Synthetic Aperture Ultrasound. *East European Journal of Physics*, (4), 5-12. <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2020-4-01>
39. C.R. Hill, J.C. Bamber, Methodology for clinical investigation, in: C.R. Hill, J.C., Bamber, G.R. ter Haar (Eds.), Physical Principles of Medical Ultrasonic, second ed., John Wiley, 2004, pp. 255–302.
40. Barannik EA, Girnyk SA, Tovstiyak VV, et al. The influence of viscosity on the shear strain remotely induced by focused ultrasound in viscoelastic media. *J Acoust Soc Am* 2004;115(5):2358-2364.
41. E.A. Barannik, Optimum resolution of pulsed Doppler systems, *Acoust. Phys.* 43(1997) 387–390.
42. I.V. Skresanova and E.A. Barannik, *Ultrasonics* 52(5), 676-684 (2012), <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2012.01.014>.
43. C.A.C. Bastos, P.J. Fish, R. Steel, F. Vaz, Doppler power spectrum from a Gaussian sample volume, *Ultrasonics* 37 (9) (2000) 623–632.