

**Міністерство освіти і науки України**  
**Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна**  
**Фізичний факультет**  
**Кафедра теоретичної фізики**  
**імені академіка**  
**І.М.Ліфшиця**

«Допущено до захисту»  
Зав. кафедри теоретичної фізики  
імені академіка І.М. Ліфшиця  
доц. Рашба Г.І. \_\_\_\_\_  
(підпис)  
\_\_\_\_\_ 2024 р.

Оцінка «\_\_\_\_\_»  
Голова ЕК  
проф. \_\_\_\_\_  
(підпис)  
\_\_\_\_\_ 2024\_р.

Оганов Герман Романович

**Комп'ютерне моделювання динаміки вихорів у надпровідних  
плівках у періодичному потенціалі піннінгу у полі зовнішніх сил.**

Кваліфікаційна робота на  
здобуття освітньо-  
кваліфікаційного рівня  
«Бакалавр» за напрямом підготовки  
104 – «фізика та астрономія»

Науковий керівник – доктор фіз.-мат.  
наук, проф. Шкловський Валерій  
Олександрович \_\_\_\_\_  
(підпис)

Рецензент – науковий співробітник  
ФТІНТ імені Б. І Веркіна НАН  
України, доцент кафедри фізики  
низьких температур ХНУ  
імені В.Н. Каразіна МОН України,  
кандидат фіз.-мат. наук  
Петренко Євген Володимирович  
(підпис)

**Харків 2024**

## Анотація

Оганов Г.Р. Комп'ютерне моделювання динаміки вихорів у надпровідних плівках у періодичному потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил.

Дипломна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр» за спеціальністю 104 – «фізика та астрономія». – Харків: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, 2024. – 33 с. – Рис. 12.

Методами комп'ютерного моделювання, а саме середовища LabView проаналізовано вплив несиметричного за струмом потенціалу одновісного піннінгу на спрямований рух вихорів у надпровідниках другого роду у змішаному стані. Було показано, що динаміка вихору в плоскій надпровідній плівці визначається переважно несиметричним потенціалом піннінгу. Отримана ВАХ зразка при протіканні змінного струму залежно від визначених безрозмірних параметрів і пояснений ефект ratchet reversal.

Ключові слова: ratchet reversal, піннінг, вихор, несиметричний потенціал піннінгу.

## Abstract

Oganov G.R. Computer modeling of the dynamics of vortices in superconducting films in a periodic pinning potential in the field of external forces.

Thesis for the educational qualification level «Bachelor» in speciality 104 – «physics and astronomy». – Kharkiv: V. N. Karazin Kharkiv National University, 2024. – 33 p. – Fig. 12.

Using computer simulation methods, namely the LabView program, the influence of the uniaxial pinning potential, which is non-symmetric with respect to current, on the directional movement of vortices in type-II superconductors in the mixed state was analyzed. It was shown that the vortex dynamics in a flat superconducting film is mainly determined by the asymmetric pinning potential. The I-V characteristic of a sample during the flow of alternating current depending on the determined dimensionless parameters was obtained and the ratchet reversal effect was explained.

Key words: ratchet reversal, pinning, vortex, asymmetric pinning potential.

## ЗМІСТ

|   |    |
|---|----|
| <b>Вступ</b> .....  | 5  |
| <b>1. Піннінг як локальна область проникнення магнітного поля в надпровідник та його властивості (аналітичний огляд літератури)</b> ..... | 9  |
| 1.1 Піннінг як локальна область проникнення магнітного поля в надпровідник та його властивості .....                                      | 9  |
| 1.2 Модель поведінки вихорів .....  | 12 |
| <b>2. Опис роботи програми</b>  |    |
| 2.1 Загальні положення .....  | 17 |
| 2.2 Задання потенціалу .....  | 18 |
| 2.3 ВАХ вихору в потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил (1D) .....  | 21 |
| 2.4 ВАХ вихору в потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил (1D, змінний транспортний струм) .....  | 22 |
| 2.5 ВАХ вихору в потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил (2D) .....  | 23 |
| 2.6 ВАХ вихору в потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил (2D), змінний транспортний струм) .....   | 24 |
| <b>3. Результати комп'ютерного моделювання</b> .....  | 25 |
| <b>Висновки</b> .....   | 32 |
| <b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ</b> .....   | 33 |

## Вступ

Основою для відкриття явища надпровідності став розвиток технологій охолодження матеріалів до наднизьких температур. У 1877 році французький інженер Луї-Поль Кайєте та швейцарський фізик Рауль Пікте незалежно один від одного охолодили кисень до рідкого стану. У 1883 році Зигмунт Врублевський і Кароль Ольшевський виконали зрідження азоту. В 1898 році Джеймсу Дьюару вдалося отримати і рідкий водень.

В 1893 році проблемою наднизьких температур став займатися голландський фізик Гейке Камерлінг-Оннес. Йому вдалося створити найкращу у світі криогенну лабораторію, в якій 10 липня 1908 року було отримано рідкий гелій. Пізніше вченому вдалося охолодити згадану речовину до 1 градуса Кельвіна. Камерлінг-Оннес використовував рідкий гелій для вивчення властивостей металів, зокрема для вимірювання залежності їх електричного опору від температури. Згідно з існуючими тоді класичними теоріями, опір повинен був плавно падати зі зменшенням температури, проте існувала також думка, що за дуже низьких температур електрони практично зупиняться і зовсім перестануть проводити струм. Експерименти, які проводили Камерлінг-Оннес зі своїми асистентами Корнелісом Дорсманом і Гіллесом Хольстом, спочатку підтверджували висновок про плавне зменшення опору. Однак 8 квітня 1911 року він несподівано виявив, що при 3 градусах Кельвіна електричний опір ртуті практично дорівнює нулю. Наступний експеримент, проведений 11 травня того ж року, показав, що різкий стрибок опору до нуля відбувається за температури близько 4,2К (пізніше, більш точні вимірювання показали, що ця температура дорівнює 4,15К). Цей ефект був зовсім несподіваним і не міг бути пояснений за допомогою тодішніх теорій.

Перше теоретичне пояснення надпровідності було дано в 1935 році братами Фріцем і Хайнцем Лондонами. Найбільш загальна теорія була побудована в 1950 році Л. Д. Ландау і В. Л. Гінзбургом. Вона набула широкого

поширення і відома як теорія Гінзбурга-Ландау. Однак ці теорії мали феноменологічний характер і не розкривали детальні механізми надпровідності. Вперше надпровідність на мікроскопічному рівні отримала пояснення в 1957 році в роботі американських фізиків Джона Бардіна, Леона Купера та Джона Шриффера. Центральним елементом їхньої теорії, що отримала назву теорії БКШ, є так звані куперівські пари електронів.

Пізніше було встановлено, що надпровідники діляться на два великі сімейства: надпровідники I роду (до них, зокрема, належить ртуть) та II роду (якими зазвичай є сплави різних металів). У відкритті надпровідності II роду значну роль відіграли роботи Л. В. Шубнікова у 1930-ті роки та О. О. Абрикосова у 1950-ті.

У 1986 році Карл Мюллер і Георг Беднорц відкрили новий тип надпровідників, що отримали назву високотемпературних. На початку 1987 року було показано, що сполуки лантану, стронцію, міді та кисню ( $\text{LaSrCuO}$ ) зазнають стрибок провідності практично до нуля за температури 36К. На початку березня 1987 року був вперше отриманий надпровідник за температури, що перевищує температуру кипіння рідкого азоту (77,4К): було виявлено, що таку властивість має сполука ітрію, барію, міді та кисню ( $\text{YBaCuO}$ ).

Дослідження надпровідників другого роду почалися з часу публікації роботи Абрикосова і продовжують до теперішнього часу становити як науковий, так і прикладний інтерес. Велика різноманітність надпровідних матеріалів та багатогранність їх властивостей створюють низку безліч відкритих питань щодо поведінки таких матеріалів. У цій роботі йтиметься про піннінг (pinning – закріплення) вихорів, які утворюються в змішаному стані надпровідника другого роду.

Надпровідники в змішаному стані характеризуються проникненням магнітного потоку в матеріал у формі вихорів (кожен вихор містить 1 квант магнітного потоку). У вільному від дефектів ідеальному надпровіднику

скільки завгодно малий надпровідний струм, що протікає перпендикулярно до прикладеного магнітного поля, призведе до руху вихорів. Цей рух буде в'язким, дисипативним через появу омичних втрат у серцевині вихорів, отже, частина потужності, що підводиться, має йти на підтримку цього руху. В результаті цього ефекту, в полях, які перевищують перше (нижнє) критичне  $H_{c1}$ , надпровідники другого роду мають кінцевий опір і були б нездатні підтримувати незгасаючий струм, якби не існувало механізму, що перешкоджає руху вихорів під впливом сили Лоренца. Саме таким механізмом і є піннінг.

*Метою* дипломної роботи є комп'ютерне моделювання і дослідження впливу несиметричного по струму потенціалу одновісного піннінгу на спрямований рух вихорів у надпровідниках другого роду у змішаному стані.

*Завдання дослідження:*

- Розглянути рух вихору в квазістатичному наближенні, провести аналітичні розрахунки середньої швидкості вихору під час його проходження крізь дефект;
- Написати програму моделювання у середовищі LabView з можливістю задання різних потенціалів піннінгу (пилкоподібний, косинусоїдальний, речет-косинусоїдальний);
- Побудувати графіки ВАХ вихорів в потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил, дослідити як змінюються графіки при різних типах транспортного струму;
- Змоделювати та проаналізувати появу ефекту «ratchet reversal» та створити платформу дослідження моделей поведінок вихору.

*Об'єктом дослідження* є плоскі надпровідні плівки другого роду у змішаному стані.

*Предметом є вихори (їх рух) в періодичному потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил.*

*Практична цінність* результатів, отриманих у даній роботі, полягає у тому, що створена платформа для дослідження моделей поведінки вихорів, яка дає можливість враховувати і складнішу взаємодію вихорів, що є актуальним для опису експериментів, які проводяться в університеті Гете, Франкфурт, Німеччина.

Отримані в роботі результати є *достовірними*, бо при виконанні роботи були використані традиційні методи теоретичної фізики та стандартні методи чисельного моделювання.

## РОЗДІЛ 1

### ЯВИЩЕ ПІННІНГУ В ТЕОРІЇ НАДПРОВІДНОСТІ

#### 1.1. Піннінг як локальна область проникнення магнітного поля в надпровідник та його властивості (аналітичний огляд літератури)

Піннінг виникає в результаті будь-якої просторової неоднорідності матеріалу. Будь-які локальні зміни довжини когерентності або глибини проникнення магнітного поля через домішки, границі зерен, порожнини та інші дефекти призводять до локальних змін вільної енергії на одиницю довжини лінії потоку магнітного поля, внаслідок чого деякі місця локалізації вихору превалюють над іншими.

Якщо піннінг досить сильний, то рух вихорів може бути настільки малий, що надпровідник, з великою ймовірністю вестиме себе як ідеальний провідник. Якщо сила піннінгу мала порівняно з силою Лоренца, яка викликає рух, то вихори рухаються практично рівномірно зі швидкістю, обмеженою в'язким тертям у так званому режимі течії потоку (flux-flow state), що призводить до опору течії потоку (flux-flow) resistance за магнітних полів, значення яких близькі до критичних  $B \sim B_{c2}(T)$ . Сам опір течії потоку є порівнянним з опором матеріалу у нормальному стані.

Одна з цілей досліджень надпровідників (зокрема надпровідних плівок, напилених на діелектричну підкладку) – пояснення піннінгу вихорів на різних дефектах та неоднорідностях. Виявилось, що резистивну поведінку таких матеріалів з анізотропним піннінгом, що створюються плоскими дефектами (двійниками, границями зерен), не можна було пояснити на основі існуючих уявлень. Кілька років тому, шляхом застосування рівняння Фоккера-Планка до опису руху вихорів у симетричному періодичному потенціалі піннінгу за наявності температурних флуктуацій були обчислені питомі опори надпровідних плівок у магнітному полі. Якісно результати теорії та

експерименту збіглися, але для деяких зразків зі слабкою холлівською провідністю було виявлено значну за величиною компоненту непарного питомого опору, що пояснювалася раніше саме наявністю ефекту Холла. Подальші дослідження показали, що цей ефект з'являється у зразках з несиметричним потенціалом піннінгу.

Теоретичне та практичне вивчення піннінгу та спрямованого руху вихорів (guiding – гайдинг) істотно ускладнюється великою кількістю факторів впливу. Це спонукає дослідників шукати такі системи, в яких кількість згаданих факторів була б меншою, і відповідно спостережувані ефекти краще би піддавалися експериментальному і теоретичному вивченню. Однією з таких систем є надпровідні тонкі плівки. У цій системі вихор можна абстрактно уявити точкою, яка рухається в площині зразка в деякому двовимірному потенціалі піннінгу під впливом транспортного струму, що проходить крізь зразок. Потенціал піннінгу створюється неоднорідностями, які існують у плоскому зразку. За необхідністю, на практиці можна реалізувати неоднорідності штучним шляхом або перфоруванням чи прокаткою стрічки з надпровідного сплаву, або напиленням надпровідника на підкладку особливої форми.

Одна з ранніх робіт у цьому напрямі була виконана Найсеном і Вейхенфельдом ще 1969 році. [1]. Вони вивчали спрямований рух вихорів в холоднокатаних листах сплаву Nb-Ta, вимірюючи поперечну напругу для різних значень зовнішнього магнітного поля  $H$ , щільності транспортного струму  $j$  і температури  $T$  за різних значень кута  $\alpha$  між прокатаним напрямком і напрямком руху транспортного струму в стані, коли вихори могли вільно рухатися вздовж прокатаного напрямку (FF-режим). Для пояснення та інтерпретації отриманих експериментальних результатів було представлено просту теоретичну модель. Експериментально отримані залежності поперечної та поздовжньої напруги в лінійному режимі, як функція кута  $\alpha$ , добре узгоджувалися з цією моделлю. На жаль, ця модель може бути застосована тільки у випадку, коли вихори рухаються переважно вздовж

напрямку прокатки зразка. Динаміка руху вихорів поперек напрямку прокатки є суттєво нелінійною, та не може бути пояснена запропонованою моделлю. Ця задача для нелінійного режиму була вперше точно розв'язана для одновісного періодичного потенціалу піннінгу типу «пральної дошки» за допомогою моделі двовимірного анізотропного піннінгу, зведеної до одновимірного рівняння Фоккера–Планка у роботі Маватарі 1997 року [2].

У подальшому, у роботі В.О. Шкловського, А.А. Сороки та А.К. Сороки [3], були отримані прості формули для експериментально спостережуваних нелінійних парних (+) і непарних (-) (по відношенню до магнітного поля) питомих магнітоопорів  $\rho_{\perp,\parallel}^{\pm}(j,t,\alpha,\varepsilon)$  (де  $j$  – щільність транспортного струму,  $t$  – температура,  $\alpha$  – кут між вектором транспортного струму та площиною дефектів,  $\varepsilon$  – характерна несиметричність потенціалу піннінгу). Формули для  $\rho_{\perp,\parallel}^{\pm}$  були представлені як лінійні комбінації парної та непарної частин функції  $v(j,t,\alpha,\varepsilon)$ , яка є ймовірністю подолання вихором потенціальних бар'єрів каналу піннінгу. Це дає можливість отримати просте пояснення нелінійним режимам руху вихору. Також, крім вже відомого відносно великого парного поперечного  $\rho_{\perp}^{+}$  магнітоопору, що з'являється в результаті руху вихорів вздовж каналів піннінгу, були отримані точні значення для двох нових нелінійних анізотропних холлівських питомих опорів  $\rho_{\perp}^{-}$  і  $\rho_{\parallel}^{-}$ . Фізична причина появи цих непарних вкладів полягає у нетривіальній взаємодії між парним ефектом гайдингу та непарним ефектом Холла. Обидві нові питомі опори зникають у лінійних режимах руху вихорів. Так як нові непарні питомі опори виникають завдяки ефекту Холла, їх величина зростає пропорційно константі Холла, як й у звичайного непарного ефекту Холла, дослідженого раніше. В цілому, аномальний ефект Холла в надпровідниках II-го роду отримав задовільне пояснення, проте є факти, що вказують на те, що непарні питомі опори можуть виникати також, коли ефект Холла відсутній.

## 1.2 Модель поведінки вихорів

У межах даної моделі, ми розглядатимемо рух вихору в квазістатичному наближенні, тобто вважаємо, що частота змінної складової транспортного струму  $\omega \rightarrow 0$ , тому вплив цього параметра на рух вихору не враховуватиметься.

Припустимо, що притягання вихору до дефекту може бути описане потенціалом піннінгу  $U_p(x+X)$ , який вважатимемо одновимірним і періодичним, так що  $U_p(x+X) = U_p(x)$ , де  $X$  – період потенціалу. В умовах експерименту, такий потенціал реалізується системою рівновіддалених плоских дефектів (наприклад, двійників у ВТНП (HTSCs), високотемпературні надпровідники) або прошарків іншої надпровідної фази з меншою, ніж у початковому матеріалі, критичною температурою) або, наприклад, модуляцією товщини надпровідного зразка. У такому випадку, сила піннінгу, що діє на вихор з боку дефекту в кожній точці ( $x$ ), описується виразом:

$$F_p(x) = -\frac{dU_p(x)}{dx}, \quad (1.1)$$

де додатне значення  $F_p$  означає, що сила діє в напрямку осі  $x$ , а від'ємне – в протилежному напрямку.

Рівняння Ланжевена для вихора, що рухається зі швидкістю  $v$  в магнітному полі  $\mathbf{B} = nB$  ( $B \equiv |\mathbf{B}|$ ,  $\mathbf{n} = n\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{z}$  – орт вздовж осі  $z$  і  $n = \pm 1$ ), має вигляд

$$\eta\mathbf{v} = \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_{th},$$

де  $\mathbf{F}_L = \left(\frac{\Phi_0}{c}\right)\mathbf{j} \times \mathbf{n}$  – сила Лоренца ( $\Phi_0$  – квант магнітного потоку,  $c$  – швидкість світла,  $\mathbf{j}$  – щільність струму),  $\eta$  – електронна в'язкість, флуктуаційна сила  $\mathbf{F}_{th}$  є гаусовим білим шумом.

В моделі, що розглядається, не враховуються теплові ефекти, тому рівняння руху вихору набуває вигляду:

$$\eta v(x) = F_p(x) + F_L \quad (1.2)$$

Розглянемо вектори в цьому виразі у вигляді розкладання по базису  $(x, y)$  (див. рис. 1):

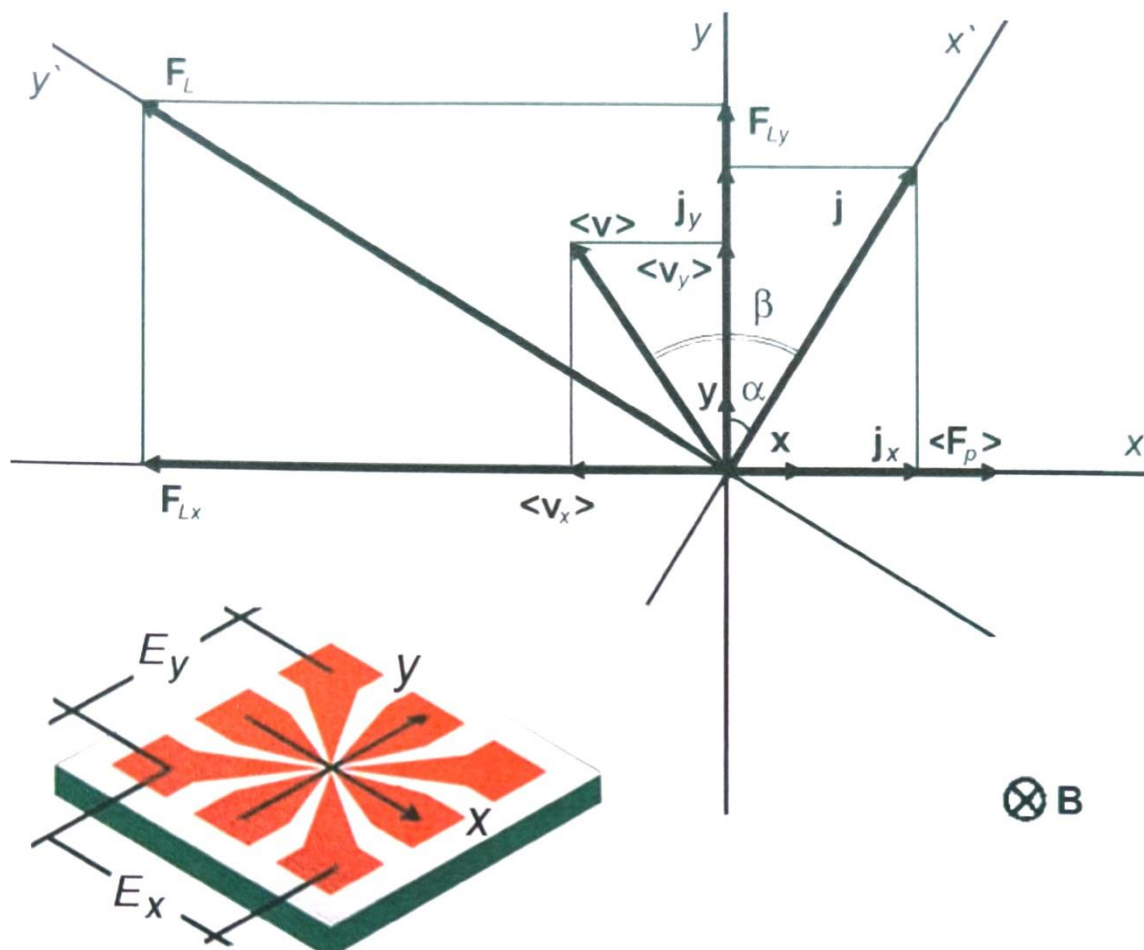


Рисунок 1 – Система координат  $xу$ , пов'язана з двійниками (вектор анізотропії, спрямований уздовж осі  $x$ ) і система координат  $x'y'$ , пов'язана з напрямком струму (вектор щільності струму  $\mathbf{j}$ , спрямований уздовж осі  $x'$ );

$\alpha$  – кут між площиною дефектів і вектором щільності струму  $\mathbf{j}$ ,  $\beta$  – кут між вектором швидкості вихорів  $\langle \mathbf{v} \rangle$  і вектором щільності струму  $\mathbf{j}$ ;  $F_L$  – сила Лоренца,  $\langle F_p \rangle$  – сила піннінга.

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{x} + v_y \mathbf{y}$$

$$\mathbf{F}_L = F_{Lx} \mathbf{x} + F_{Ly} \mathbf{y} \quad (1.3)$$

$$\mathbf{F}_p = F_p(x) \mathbf{x}$$

Для переходу до безрозмірних величин введемо наступні заміни та позначення:

$$x \equiv kx, \quad \text{де } k = \frac{2\pi}{X}.$$

У такому разі період потенціалу обчислюватиметься в безрозмірних одиницях і складатиме  $2\pi$ .

$$\mathbf{F}_p \equiv \frac{kU_p^0}{2}, \quad j_c \equiv \frac{cF_p}{\Phi_0}, \quad (1.4)$$

де  $U_p^0$  – «глибина» потенціальної ями.

Тоді:

$$\mathbf{F}_{px} = -F_p \psi(x), \quad \text{де } \psi(x) \equiv \frac{dU_p(x)}{U_p^0 dx} \quad (1.5)$$

Для сили Лоренца:

$$\begin{cases} F_{lx} = n \left( \frac{\Phi_0}{c} \right) j_y, & \text{де } j_y = j \cos \alpha, \\ F_{ly} = -n \left( \frac{\Phi_0}{c} \right) j_x, & \text{де } j_x = j \sin \alpha, \end{cases}$$

звідки:

$$\begin{cases} \frac{F_{lx}}{F_p} = n \frac{j_y}{j_c} = n \xi_y, & \text{де } \xi_y \equiv \frac{j_y}{j_c} = \frac{j}{j_c} \cos \alpha \\ \frac{F_{ly}}{F_p} = -n \frac{j_x}{j_c} = -n \xi_x, & \text{де } \xi_x \equiv \frac{j_x}{j_c} = \frac{j}{j_c} \sin \alpha \end{cases}. \quad (1.6)$$

Знайдемо середню швидкість вихору під час проходження крізь дефект. Вираз (2.2) у проєкціях на осі виглядає так:

$$\eta v_x(x) = F_p(x) + F_{lx}, \quad \eta v_y = F_{ly}. \quad (1.7)$$

Звідки:

$$v_x(x) = \frac{F_p}{\eta} \left( \left( \frac{F_{lx}}{F_p} \right) - \psi(x) \right) = \frac{F_p}{\eta} (n \xi_y - \psi(x)) = \frac{n \xi_y F_p}{\eta} \left( 1 - \frac{n \psi(x)}{\xi_y} \right). \quad (1.8)$$

Середнє значення  $x$ -компоненти швидкості  $\langle v_x \rangle = \frac{X}{T}$ , де  $T$  – загальний час проходження вихору крізь дефект. У випадку, якщо для будь-якої координати вихору усі значення  $v_x(x)$  мають один і той самий знак,  $T = \int_0^X \frac{dt}{dx} dx = \int_0^X \frac{dx}{v_x(x)}$ . Переходячи до безрозмірних одиниць:

$$\langle v_x \rangle = 2\pi / \int_0^{2\pi} \frac{dx}{v_x(x)}. \quad (1.9)$$

Очевидно, що якщо  $v_x(x)$  змінює знак для будь-яких координат вихору, слід вважати, що  $\langle v_x \rangle = 0$ .

Оскільки  $v_y$  не залежить від координати вихору, то

$$\langle v_y \rangle = v_y = \frac{F_{iy}}{\eta}. \quad (1.10)$$

У випадку, коли піннінг відсутній,  $v_x = \frac{F_{ix}}{\eta}$  і не залежить від координати, тоді  $\langle v_x \rangle = v_x = \frac{F_{ix}}{\eta}$ .

Для отримання ВАХ системи скористаємось формулою для напруженості електричного поля:  $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{B} \times \mathbf{v}}{c}$  (де  $c$  – швидкість світла у вакуумі).

У розкладанні по базису  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ :

$$\mathbf{E} = \left( \frac{nB}{c} \right) (-\langle v_y \rangle \mathbf{x} + \langle v_x \rangle \mathbf{y}), \quad \text{де } n = \pm 1. \quad (1.11)$$

$x$ -компонента напруженості електричного поля:

$$E_x = -\frac{nB}{c} v_y = -\frac{nB}{c} \frac{F_{iy}}{\eta} = \frac{nB}{c} \frac{n\Phi_0}{c\eta} j_x = \rho_f j_x,$$

$$\text{де } \rho_f = \frac{B\Phi_0}{c^2\eta}.$$

Звідки:

$$E_x = \rho_f j_c \xi_x. \quad (1.12)$$

Для  $y$ -компоненти напруженості електричного поля:

$$\begin{aligned}
E_y &= \frac{nB}{c} \langle v_x \rangle = \frac{nB}{c} 2\pi / \int_0^{2\pi} \frac{dx}{(n\xi_y F_p / \eta)(1 - n\psi(x)/\xi_y)} \\
&= \frac{nB}{c} \frac{2\pi n \xi_y F_p}{\eta} / \int_0^{2\pi} \frac{dx}{(1 - n\psi(x)/\xi_y)}.
\end{aligned}$$

Звідки:

$$E_y = v(\xi_y) \rho_f j_c, \quad (1.13)$$

де  $v(\xi_y)$  – рухливість вихорів:

$$v(\xi_y) \equiv 2\pi / \int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 - n\psi(x)/\xi_y}. \quad (1.14)$$

Введемо безрозмірну величину  $\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \frac{\mathbf{E}}{\rho_f j_c}$ , тоді:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{E_x}{\rho_f j_c} = \xi_x, \\ \varepsilon_y = \frac{E_y}{\rho_f j_c} = \xi_y v(\xi_y). \end{cases} \quad (1.15)$$

При переході до системи координат, пов'язаної з напрямком транспортного струму, отримуємо:

$$\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_x \sin \alpha + \varepsilon_y \cos \alpha, \quad \varepsilon_{\perp} = -\varepsilon_x \cos \alpha + \varepsilon_y \sin \alpha, \quad (1.16)$$

де  $\varepsilon_{\parallel}$  – проекція вектора  $\boldsymbol{\varepsilon}$  на вісь  $x'$ , вісь паралельну напрямку транспортного струму, а  $\varepsilon_{\perp}$  – на вісь  $y'$ .

Нехай величина транспортного струму періодично змінюється з часом за деяким законом із періодом  $2\pi$ . Тоді:  $\varepsilon_{\parallel}$

$$\bar{\varepsilon}_{\parallel} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varepsilon_{\parallel}(t) dt, \quad \bar{\varepsilon}_{\perp} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varepsilon_{\perp}(t) dt. \quad (1.17)$$

## РОЗДІЛ 2

### ОПИС ПРОГРАМИ МОДЕЛЮВАННЯ

#### 2.1 Загальні положення

Для написання програми використовувалося середовище LabView, яке є потужним інструментом для дослідження фізичних явищ та обробки результатів вимірювань.

Програма складається з кількох частин (блоків), кожна з яких виконує свою функцію незалежно від роботи інших частин. Така структура дозволяє гнучко доповнювати можливості програми без необхідності внесення суттєвих змін до вже існуючих блоків.

На даний момент підтримуються такі можливості:

**1.** Блок задання потенціалу. Дозволяє задати різні картини періодичного потенціалу піннінгу для подальшого дослідження поведінки вихорів у цьому потенціалі. У цей же блок включена попередня оцінка швидкості вихорів в залежності від зовнішнього навантаження для спрощення підбору параметрів у подальшому дослідженні.

У цій версії програми реалізовано задання трьох «стандартних» потенціалів та можливість зчитування з файлу. За необхідністю, можливості можуть бути легко розширені додатковими розрахунковими картинами та отриманням даних з приладів, використовуючи можливості середовища LabView.

**2. 1D.** Оцінка поведінки вихорів за фіксованого значення амплітуди транспортного струму. Цей блок представляє розрахунок ВАХ вихору в заданому потенціалі піннінгу для різних величин транспортного струму. Підтримується кілька типів залежності транспортного струму від часу.

**3. 1D.** Оцінка поведінки вихорів для діапазону амплітуд транспортного струму. Відображає залежність ВАХ вихору для різних рисунків транспортного струму залежно від амплітуди.

4. 2D. Оцінка ВАХ вихору в залежності від заданого кута між вектором  $\mathbf{j}$  і напрямком двійників.

Для обчислення похідної використовується функція:

$$f'(x_i) = \begin{cases} \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}, i = 0 \\ \frac{f(x_{i+1})-f(x_{i-1}))}{x_{i+1}-x_{i-1}}, 1 < i < N - 1, \\ \frac{f(x_N)-f(x_{N-1}))}{x_N-x_{N-1}}, i = N \end{cases} \quad (2.1)$$

де  $x_i$  – множина всіх аргументів функції,  $N$  – кількість елементів у цій множині,  $f(x_i)$  – значення функції.

Для чисельного інтегрування:

$$\int_0^X f(x) dx = \sum_0^{N-1} \frac{f(x_i)+f(x_{i+1}))}{2} (x_{i+1} - x_i). \quad (2.2)$$

## 2.2 Задання потенціалу

Для вибору цього режиму слід у меню «вибір типу роботи» встановити значення «**Задання потенціалу**». При цьому стають доступними такі опції:

Тип потенціалу — вибір із стандартних наборів функцій для задання потенціалу піннінгу або зчитування такої функції з файлу.

$a$ ,  $b$  – параметри, що використовуються для задання потенціалу.

$U_0$  – «глибина» потенційної ями.

Точність – параметр, що задає кількість точок, що розраховуються при заданні потенціалу.

«START» – запускає процес розрахунку.

Розглянемо ці опції дещо докладніше.

При виборі типу потенціалу на даний момент доступні 4 опції:

1. «зчитати з файлу» – зчитує дані з попередньо створеного файлу. У майбутньому ця опція може бути доповнена можливістю зчитування даних із

приладів.

## 2. «пилкоподібний» (див. рис. 2).

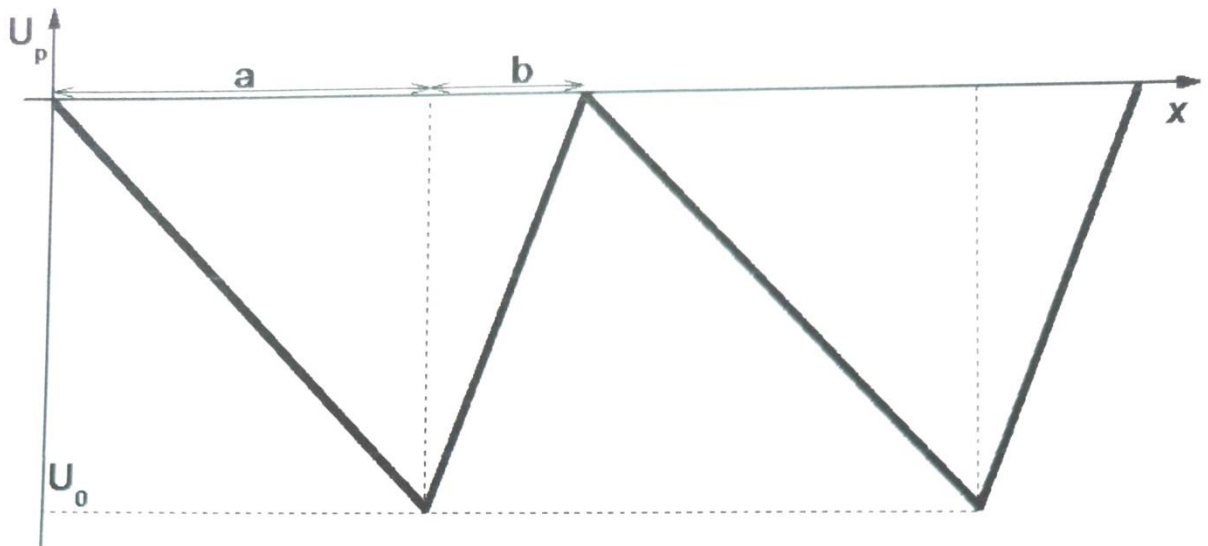


Рисунок 2 – «Пилкоподібний» потенціал піннінгу  $U_p(x)$ :  $a + b$  – період потенціалу (ширина каналів потенціалу),  $a$  –  $x$ -координата мінімуму потенціальної ями,  $U_0$  – глибина ями.

В даному випадку параметри набувають наступного змісту:

$a, b$  – характеризують асиметричність потенціалу. Період потенціалу становить величину  $a+b$ . Це значення ділиться на рівні проміжки відповідно до параметра "точність", при цьому створюється масив координат  $[X]$ . Для кожного з отриманих значень  $[X]$  обчислюється значення потенціалу у цій точці відповідно до функції:

$$U_p(x) = \begin{cases} \frac{U_0}{a}x, & 0 \leq x \leq a \\ U_0 - \frac{U_0}{b}(x - a), & a < x < \{a + b\} \end{cases} \quad (2.3)$$

## 3. «косинусоїдальний» (див. рис. 3).

Параметр  $a$  задає період потенціалу, що визначається формулою:

$$U_p(x) = \frac{U_0}{2}(1 - \cos kx), \quad \text{де } k = \frac{2\pi}{a}.$$

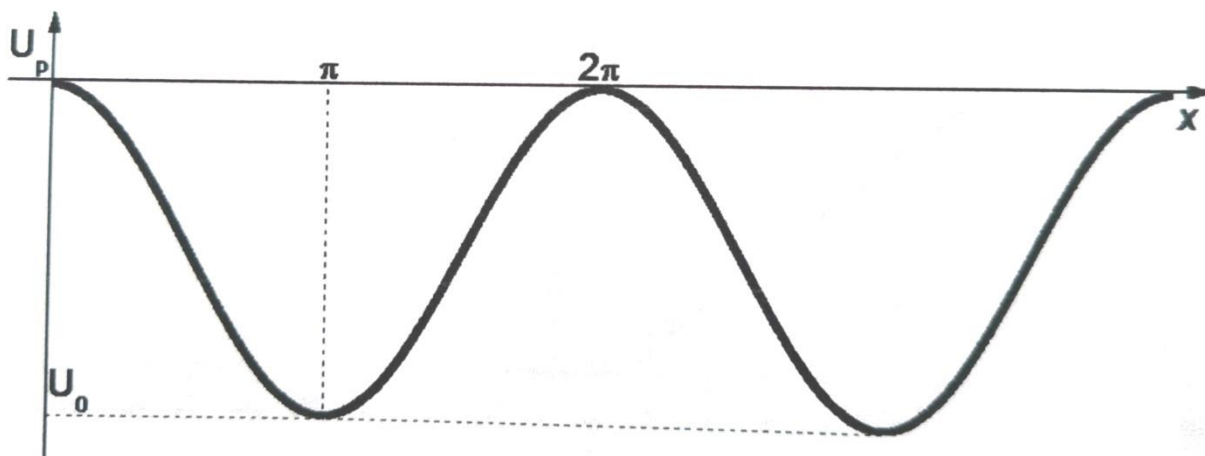


Рисунок 3 – «Косинусоподібний» потенціал піннінгу  $U_p(x)$ :  $2\pi$  – період потенціалу (ширина каналів потенціалу),  $U_0$  – глибина ями.

#### 4. «речет-косинусоїдальний» (див. рис. 4).

$a$  – період,  $b$  – параметр, що характеризує асиметрію потенціалу. У даному випадку період дефектів становить  $2a$ , виходячи з чого і будується масив координат  $[X]$ . Функція набуває вигляду:

$$U_p(x) = \frac{U_0}{2} \left( (1 - \cos kx) - \frac{b}{2} (1 - \sin 2kx) \right), \quad \text{де } k = \frac{2\pi}{a} \quad (2.4)$$

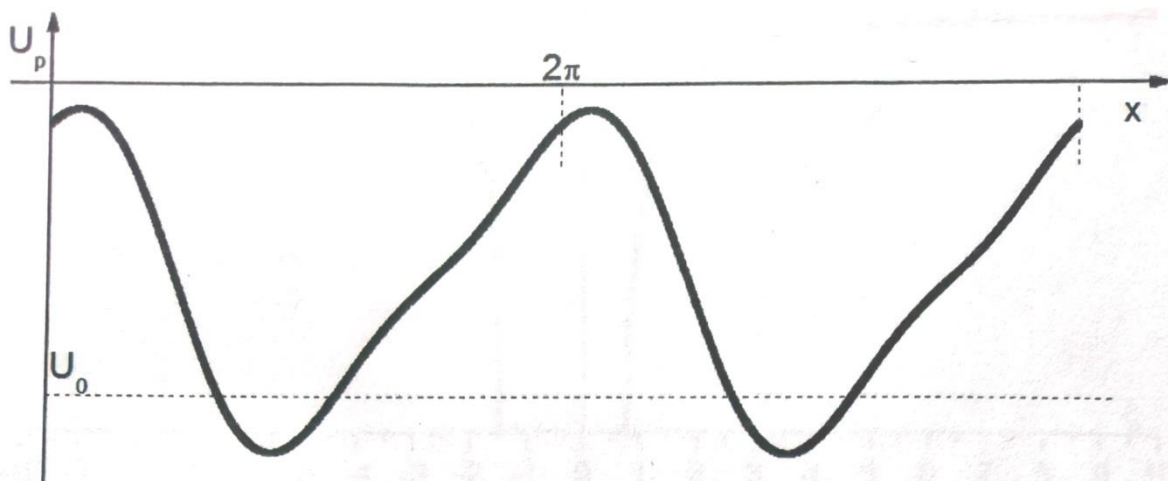


Рисунок 4 – «Речет-косинусоїдальний» потенціал піннінгу  $U_p(x)$  з  $b = 0,5$ :  $2\pi$  – період потенціалу (ширина каналів потенціалу),  $U_0$  – глибина ями (з  $b = 0$ ).

Після вибору типу потенціалу та параметрів запускаємо процес розрахунку, натиснувши кнопку «START». При цьому графік автоматично

перейде у режим «Потенціал». У цьому режимі можна попередньо оцінити критичний струм для кожного з напрямків транспортного струму за допомогою опції «оцінка критичного струму». При цьому на графіку буде відображено потенціал піннінгу, потенціал сили Лоренца та сумарний потенціал цих сил. Індикатор біля зазначеної опції показує, за яких значень транспортного струму вихор долає потенціальний бар'єр.

У закладці графіку «швидкість вихору» можна побачити, якою буде швидкість вихору для його різних координат залежно від заданих параметрів потенціалу піннінгу та оцінного транспортного струму. При цьому розрахунок швидкості вихорів проводиться за формулою (2.8).

### 2.3 ВАХ вихору в потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил (1D)

Для вибору цього режиму слід встановити в меню «Вибір типу роботи» пункт «**1D: Розрахунок ВАХ. E(j)**». При цьому доступні такі опції:

Тип транспортного струму – меню включає вибір із кількох стандартних «рисунків» зміни транспортного струму.

«Амплітуда A» – параметр задає діапазон, у якому змінюються значення транспортного струму.

«Зміщення струму» – задає зміщення симетричного діапазону транспортного струму ( $j_0$ ).

«Точність» – кількість точок у заданому діапазоні, для яких проводиться розрахунок.

«START» – Запуск розрахунку згідно з обраними параметрами.

На даний момент доступні три опції при виборі «типу транспортного струму»:

1. «Лінійний» – при виборі даної опції транспортний струм буде заданий як струм, що лінійно змінюється в заданому діапазоні (з урахуванням зміщення):  $j_{\text{тр}} = j_0 - A \left(1 - \frac{2t}{\pi}\right)$ , де  $t \in [0..2\pi]$ .

2. «Імпульс» – рисунок транспортного струму імітує прямокутний імпульс і приймає лише два значення:  $j_1 = j_0 - A$  і  $j_2 = j_0 + A$ .

3. «Косинусоїдальний» – транспортний струм задається формулою:  

$$j_{\text{тр}} = j_0 - A \cos t.$$

Після вибору типу транспортного струму та параметрів запускаємо розрахунок, натиснувши кнопку «START». При цьому графік автоматично перетворюється на режим «1D: ВАХ, залежність  $E(j)$ ». Після задання транспортного струму відбувається розрахунок напруженості електричного поля згідно з формулою (2.13) (при цьому вважається, що  $a = 0$ ).

#### 2.4 ВАХ вихору в потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил (1D, змінний транспортний струм)

Для вибору цього режиму слід встановити в меню «Вибір типу роботи» пункт «1D: Розрахунок ВАХ.  $\langle E \rangle(A)$ ». При цьому доступні такі опції:

«Тип транспортного струму» – меню має вибір із кількох стандартних «рисунків» зміни транспортного струму.

$j_0$  – постійна складова транспортного струму.

$A_{\text{max}}$  – параметр визначає діапазон амплітуд, для яких виконується розрахунок.

«Точність  $A$ » – задає кількість «точок» з діапазону  $[0.. A_{\text{max}}]$ , для яких буде проводитися розрахунок.

«Точність  $t$ » – кількість точок, що розраховуються для кожного значення  $A$ .

«START» – запуск розрахунку згідно з обраними параметрами. Вибір типу транспортного струму повністю аналогічний до описаного в попередньому параграфі.

Після вибору параметрів розрахунку та натискання кнопки «START», задається масив амплітуд з інтервалу  $[0.. A_{\text{max}}]$ , і для кожного із значень виконується розрахунок графіка залежності напруженості від величини

струму. Графік автоматично переводиться в положення «1D: ВАХ,  $E(j)$  – при зміні  $A$ ».

При цьому для кожного із значень  $A$  здійснюється розрахунок середнього (за часом) значення  $\langle \varepsilon_{||} \rangle$  відповідно до формули (2.17), за умови, що  $a = 0$ .

Остаточні результати цього блоку програми можна побачити на закладці графіку «1D: ВАХ.  $\langle E \rangle(A)$ ».

### **2.5 ВАХ вихору в потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил (2D)**

Для вибору цього режиму слід встановити в меню "Вибір типу роботи" пункт «2D: Розрахунок ВАХ.  $E(j)$ ». При цьому доступні такі опції:

Тип транспортного струму – меню включає вибір із кількох стандартних «рисунків» зміни транспортного струму.

«Амплітуда  $A$ » – параметр задає діапазон, у якому змінюються значення транспортного струму.

«Зміщення струму» – задає зсув симетричного діапазону транспортного струму ( $j_0$ ).

«Кут (град)» – кут  $a$ .

«Точність» – кількість точок у заданому діапазоні, для яких виконується розрахунок.

«START» – Запуск розрахунку згідно з обраними параметрами. Після вибору типу транспортного струму та параметрів запускаємо розрахунок, натиснувши кнопку «START». При цьому графік автоматично перетворюється на режим «2D: ВАХ, залежність  $E(j)$ ».

Після задання транспортного струму відбувається розрахунок напруженості електричного поля згідно з формулою (2.16).

## 2.6 ВАХ вихору в потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил (2D, змінний транспортний струм)

Для вибору цього режиму слід встановити в меню «Вибір типу роботи» пункт «2D: Розрахунок ВАХ».  $\langle E \rangle(A)$ . При цьому доступні такі опції:

«Тип транспортного струму» – меню має вибір з декількох стандартних «рисуноків» зміни транспортного струму.

$j_0$  – постійна складова транспортного струму.

$A_{max}$  – параметр визначає діапазон амплітуд, для яких виконується розрахунок.

«Точність A» – задає кількість «точок» з діапазону  $[0..A_{max}]$ , для яких буде проводитися розрахунок.

«Точність t» – кількість точок, що розраховуються для кожного значення A.

«START» — запуск розрахунку згідно з обраними параметрами.

Після вибору параметрів розрахунку та натискання кнопки «START», задається масив амплітуд з інтервалу  $[0..A_{max}]$  і для кожного із значень проводиться розрахунок графіка залежності напруженості від величини струму. Графік автоматично переводиться в положення «2D: ВАХ.  $\langle E \rangle(A)$ ».

При цьому для кожного із значень A здійснюється розрахунок середніх (за часом) значень  $\bar{\epsilon}_{||}$  та  $\bar{\epsilon}_{\perp}$  відповідно до формули (2.17).

## РОЗДІЛ 3

## РЕЗУЛЬТАТИ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

На рисунку 5 наведена одновимірна (відповідає значенню кута між напрямом транспортного струму та каналами піннінгу  $a = 0$ ) ВАХ вихору для асиметричного потенціалу піннінгу.

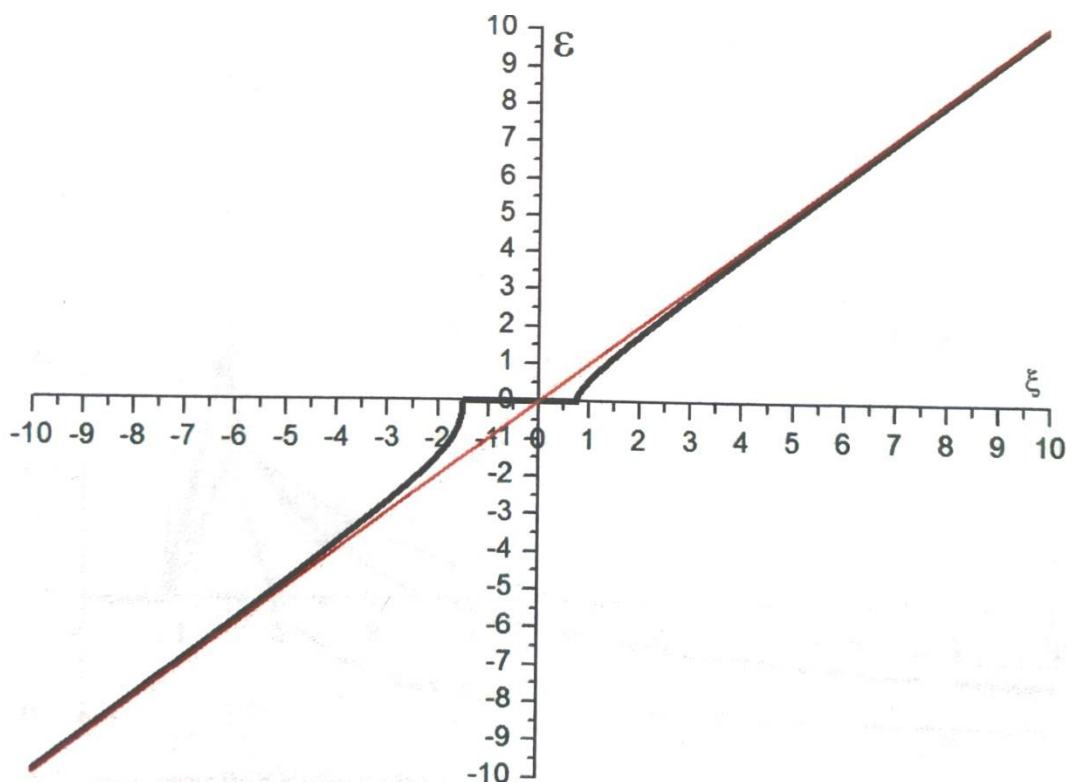


Рисунок 5 – Одновимірна ВАХ вихору для речет-косинусоїдального потенціалу ( $b = 0,5$ ). Чорна лінія – ВАХ вихору, червона – асимптота  $\varepsilon = \xi$ .

Рисунок 6 показує відповідне цьому значення рухливості вихору  $v(\xi)$ . Отримані графіки повністю відповідають результатам теоретичних розрахунків, отриманих за тих же чисельних параметрів.

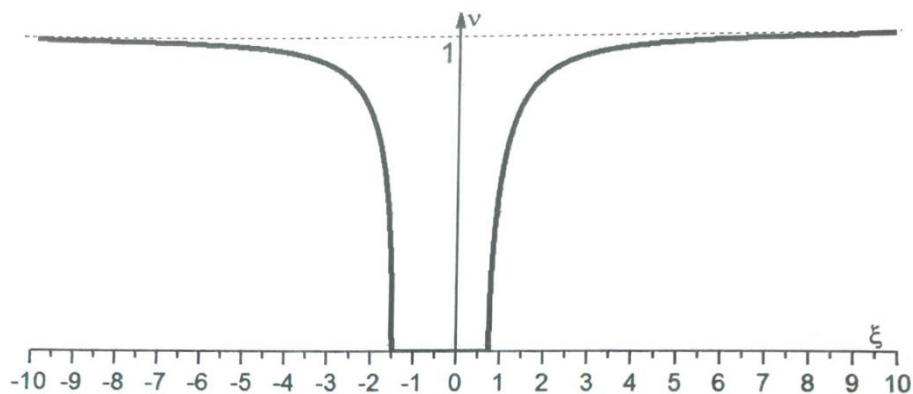


Рисунок 6 – Функція  $v(\xi)$  для речет-косинусоїдального потенціалу ( $b = 0,5$ ).

На рисунку 7 наведена двовимірна (при  $a = 45^\circ$ ) ВАХ вихору для асиметричного потенціалу піннінгу. За  $|\xi| \rightarrow \infty$ :

$$\varepsilon_{\parallel} \rightarrow \xi, \quad \varepsilon_{\perp} \rightarrow 0.$$

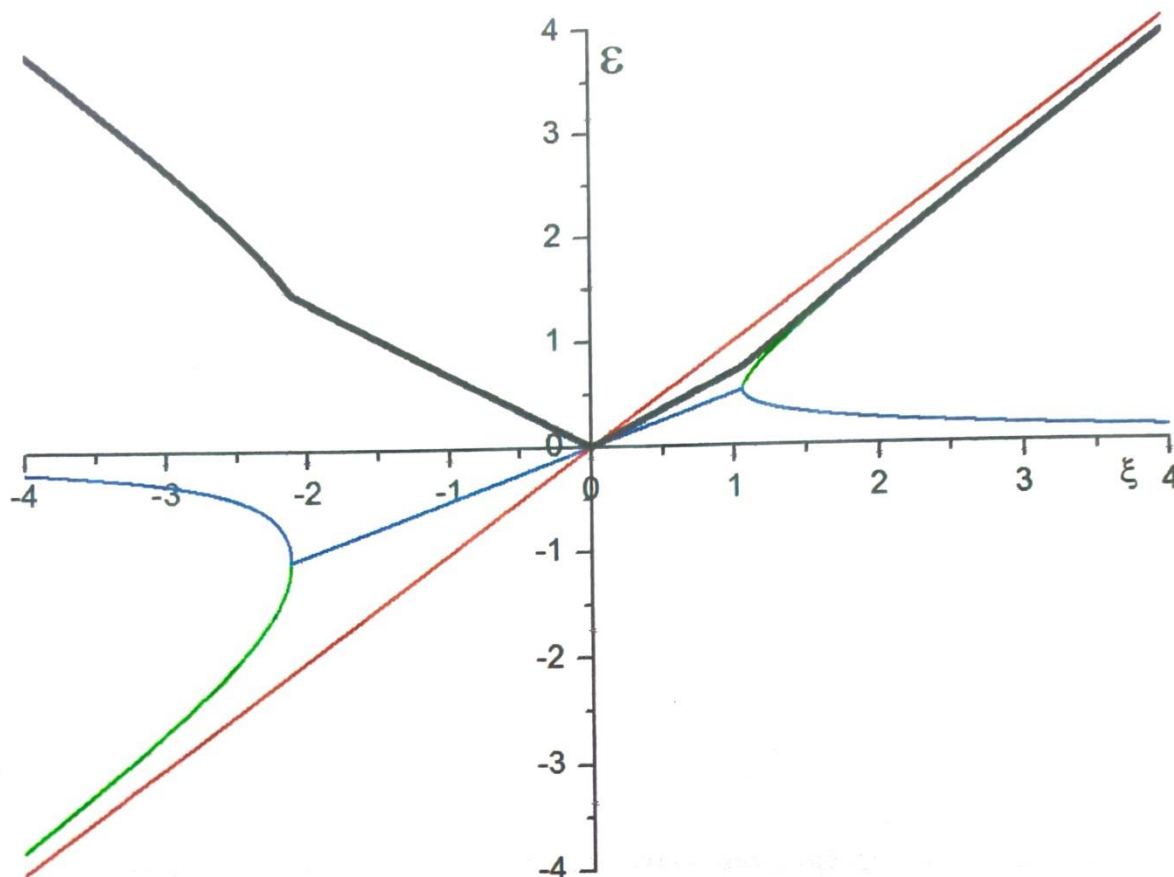


Рисунок 7 – Двовимірна ВАХ вихору для речет-косинусоїдального потенціалу ( $b = 0,5$ ) для  $a = 45^\circ$ . Чорна лінія – значення модуля вектора повної напруженості електричного поля ( $\varepsilon$ ), зелена – паралельна складова ( $\varepsilon_{\parallel}$ ), синя – перпендикулярна складова ( $\varepsilon_{\perp}$ ), червона – асимптота  $\varepsilon = \xi$ .

Одним з найбільш загадкових речет-ефектів, вивчених експериментально, є ефект «ratchet reversal», який проявляється у зміні знака відгуку системи залежно від амплітуди струму. Зазвичай цей ефект пояснюється взаємодією вихорів один з одним у надпровідних плівках [4,5].

У цій роботі було показано, що ефект «ratchet reversal» може з'являтися і при розгляді ізольованого вихору з урахуванням лише його взаємодій з асиметричним потенціалом піннінгу при проходженні крізь зразок транспортного струму, що має постійну та періодичну складову.

На рисунку 8 наведені результати симуляції за наступними заданими параметрами:

Потенціал піннінгу: речет-косинусоїдальний з  $b = 0,5$ .

Постійна складова транспортного струму:  $\xi_0 = -0,1$ .

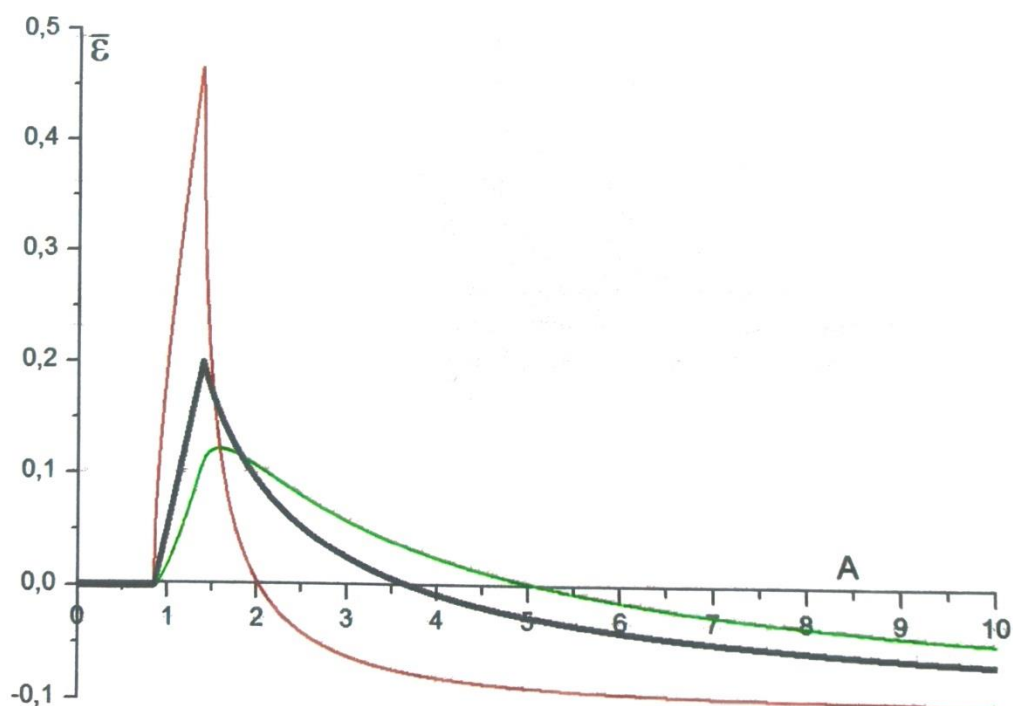


Рисунок 8 – Одновимірна ВАХ вихору для речет-косинусоїдального потенціалу ( $b = 0,5$ ) з  $\xi_0 = -0,1$ . Чорна лінія – періодична складова транспортного струму змінюється за косинусоїдальним законом, зелена – лінійна («пилкоподібна») періодичність, червона – «імпульсний» режим.

За малих амплітуд змінної складової вихор жорстко (у рамках даної моделі) закріплений у потенціальній ямі та відгук системи нульовий. Зі зростанням амплітуди вихор починає рух у напрямі, зумовленому асиметрією потенціалу піннінгу. При  $A \rightarrow \infty$  значення асиметрії потенціалу несуттєво впливає на характер відгуку та визначальним стає постійна складова транспортного струму, що призводить до виходу графіка на асимптоту  $\varepsilon = \xi_0$ .

Саме у точці, де вплив цих ефектів врівноважено, і спостерігається зміна знаку функції  $\varepsilon(A)$ .

На рисунку 8 представлено декілька кривих для цього ефекту для різних способів реалізації змінного струму. Відмінності в цих графіках легко пояснити, якщо врахувати, що середнє значення напівперіоду для лінійної функції буде менше, ніж для синусоїди з тією ж амплітудою, яка, у свою чергу, поступається «імпульсу». Тобто більш плавний характер зміни  $\varepsilon(A)$  пояснюється великим внеском у усереднення тих значень поточного транспортного струму, у яких вихор досі закріплений.

На рисунку 9 представлені результати 2D-симуляції за наступних параметрів:

Потенціал піннінга: речет-косинусоїдальний з  $b = 0,5$ .

Постійна складова транспортного струму:  $\xi_0 = -0,1$ .

Кут між напрямом транспортного струму і площиною каналів піннінга:  
 $a = 45^\circ$ .

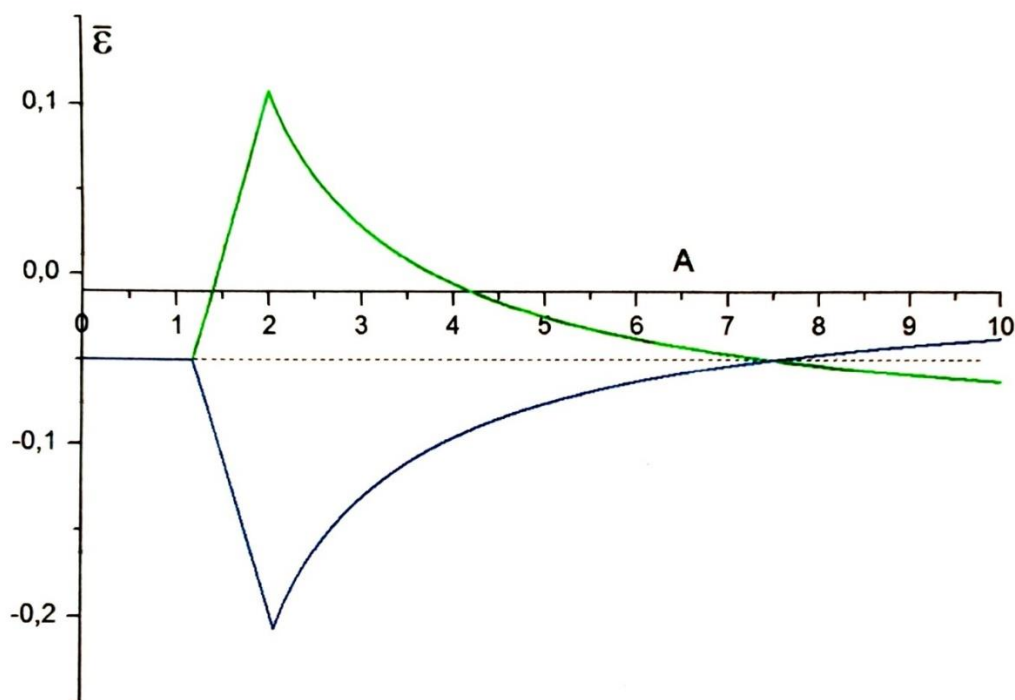


Рисунок 9 – Двовимірний ВАХ вихору для речет-косинусоїдального потенціалу ( $b = 0,5$ ) з  $\xi_0 = -0,1$ ,  $\alpha = 45^\circ$ . Зелена лінія – паралельна складова ( $\bar{\varepsilon}_{\parallel}$ ), синя – перпендикулярна складова ( $\bar{\varepsilon}_{\perp}$ ).

За цих параметрів ми можемо спостерігати вже подвійну зміну знака для паралельної складової напруженості електричного поля, що обумовлено рухом вихору вздовж каналів піннінгу (не рівне нулю за рахунок постійної складової транспортного струму).

При  $A \rightarrow \infty$ :

$$\bar{\varepsilon}_{\parallel} \rightarrow \xi_0, \quad \bar{\varepsilon}_{\perp} \rightarrow 0.$$

На рисунку 10 наведені результати розрахунків за тих самих вихідних параметрів для модуля вектора повної напруженості електричного поля та кута між цим вектором та напрямком транспортного струму. Асимптотика для цих кривих при  $A \rightarrow \infty$ :

$$\bar{\varepsilon} \rightarrow \xi_0, \quad \alpha \rightarrow 0.$$

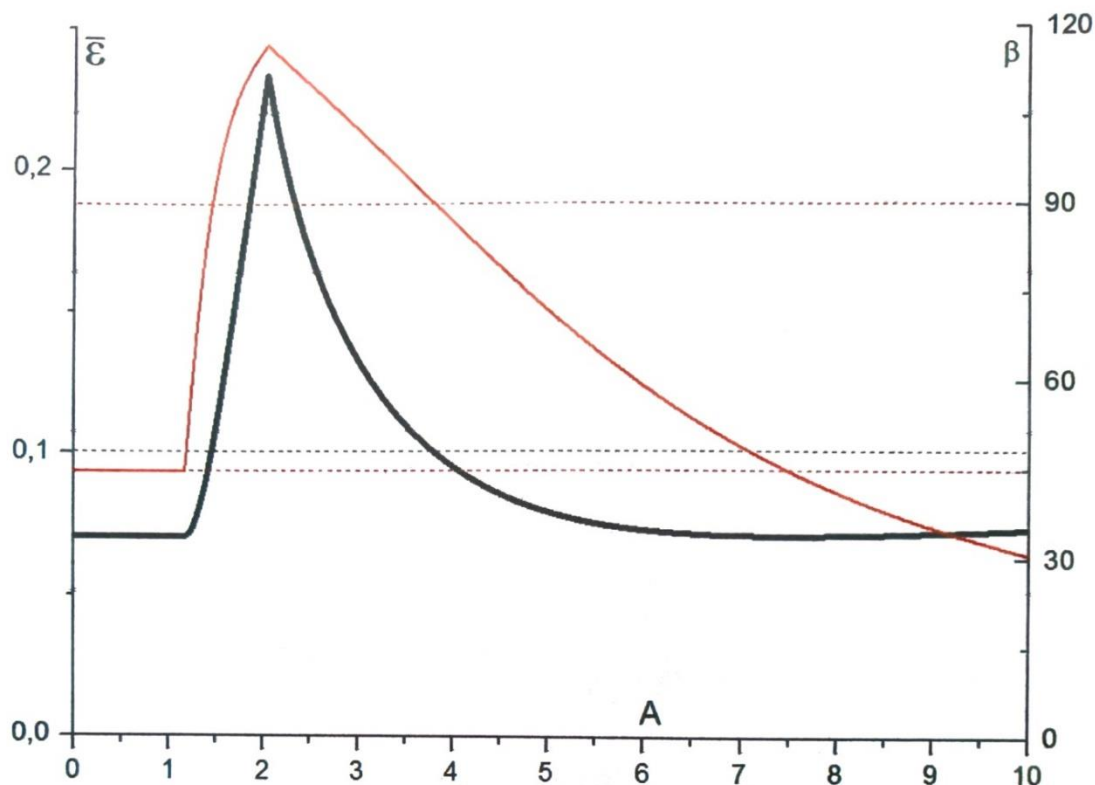


Рисунок 10 – Двовимірний ВАХ вихору для речет-косинусоїдального потенціалу ( $b = 0,5$ ) з  $\xi_0 = -0,1$ ,  $\alpha = 45^\circ$ . Чорна лінія – модуль вектора повної напруженості електричного поля ( $\bar{\epsilon}$ ), червона – значення кута між вектором напруженості електричного поля та напрямом транспортного струму.

Рисунок 11 – зображено графіки залежності середнього значення напруженості електричного поля в залежності від амплітуди періодичної складової транспортного струму для різних значень постійної складової при  $\alpha = 0^\circ$ . Очевидно, що ефект «ratchet reversal» проявляється лише для певного діапазону значень  $\xi_0$ .

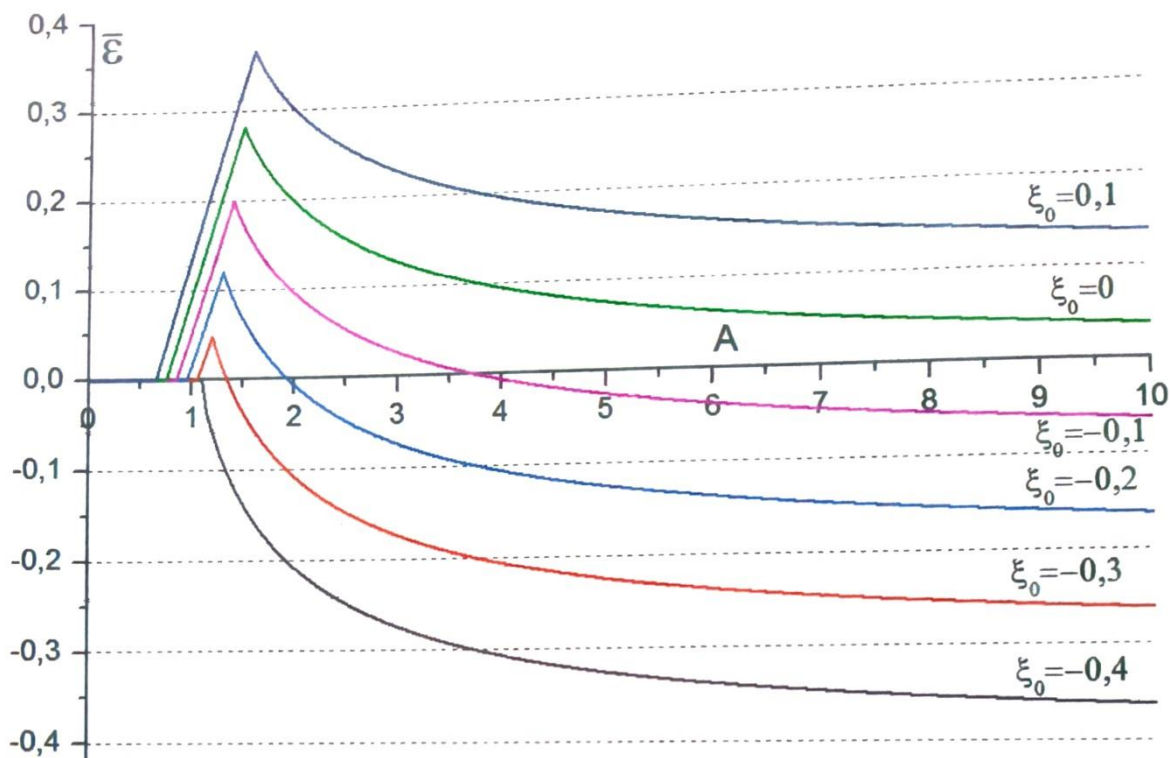


Рисунок 11 – Одновимірний ВАХ вихору для речет-косинусоїдального потенціалу ( $b = 0,5$ ) за косинусоїдальної періодичної складової транспортного струму для різних значень постійної складової.

На рисунку 12 наведені результати розрахунків для значень  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\xi_0 = +0,1$ . За таких параметрів зміна знака спостерігається для перпендикулярної складової напруженості електричного поля.

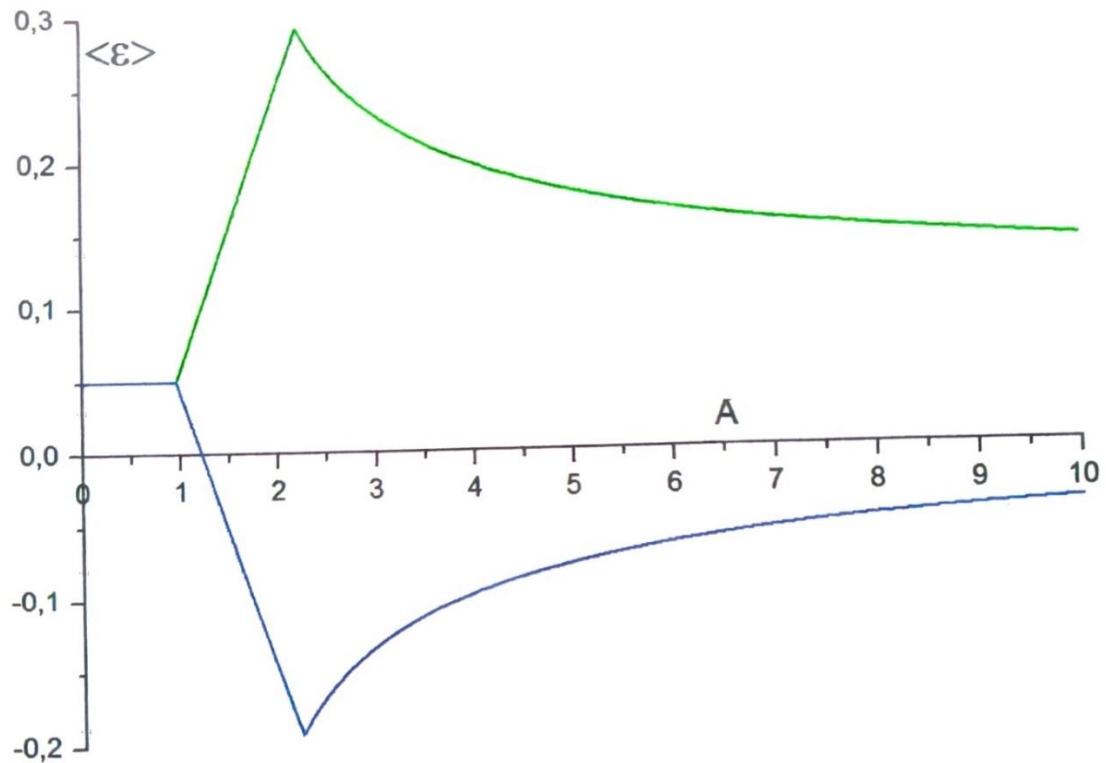


Рисунок 12 – Двовимірні ВАХ вихору для речет-косинусоїдального потенціалу ( $b = 0,5$ ) з  $\xi_0 = +0,1$ ,  $\alpha = 45^\circ$ . Зелена лінія – паралельна складова ( $\bar{\epsilon}_{\parallel}$ ), синя – перпендикулярна складова ( $\bar{\epsilon}_{\perp}$ ).

## Висновки

У ході цієї роботи було змодельовано ефект «ratchet reversal» при використанні простої моделі поведінки вихора в періодичному потенціалі піннінгу в полі зовнішніх сил.

Показано, що дана модель у граничних випадках співвідноситься з іншими теоретичними роботами та експериментальними даними.

Створено платформу для подальшого дослідження моделі, подальша розробка якої дозволить враховувати і складнішу взаємодію вихорів.

Насамкінець хочу висловити глибоку вдячність своєму науковому керівнику – професору Шкловському Валерію Олександровичу, а також рецензенту роботи – доценту кафедри фізики низьких температур Петренку Євгену Володимировичу – за цінні уточнення і виправлення помилок.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Niessen A.K. Anisotropic Pinning and Guided Motion of Vortices in Type-II Superconductors / A. K. Niessen and C. H. Weijnsfeld // J.Appl.Phys. – 1969. – V. 40. – P. 384–393.
2. Mawatari Y. Dynamics of vortices in planar pinning centers and anisotropic conductivity in type-II superconductors / Y. Mawatari // Phys. Rev. B – 1997. – V. 56. №6. – P. 3433.
3. Shklovskij V.A. Nonlinear dynamics of vortices pinned to unidirectional twins / V.A. Shklovskij, A.A. Soroka and A.K. Soroka // JERF – 1999. – V. 89. №6. – P. 1138-1153.
4. Shklovskij V.A. AC-driven guiding of vortices and the Hall effect in a tilted washboard planar pinning potential / V.A. Shklovskij and O.V. Dobrovolskij // Phys. Rev. B – 2008. – V. 78. №10. – P. 10452.
5. Shklovskij V.A. Pinning and Vortex Dynamics in Superconductors / V.A. Shklovskij and O.V.Dobrovolskij // LAP LAMBERT Academic Publishing. – 2017. – P. 136.