МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени В.Н. КАРАЗИНА

ФИЗИКА

пособие для самостоятельной работы студентов-заочников

ХАРЬКОВ 2010

УДК 53.02
ББК 22.3я73
Ф 48

Ф 48 **Физика.** Пособие для самостоятельной работы студентов-заочников / Сост.: Е.М. Савченко, И.А. Таранова. – Харьков: ХНУ. – 2010. – 56 с.

Пособие содержит основные формулы, примеры решения задач и контрольные задания по каждому из разделов курса физики.

Пособие предназначено для студентов заочных отделений естественно-научных факультетов.

УДК 53.02
ББК 22.3я73

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ
Кинематика материальной точки

♦ Кинематическое уравнение движения материальной точки:

$\vec{r} = \vec{r}\left(t\right)$ – в векторной форме записи

или

$x = x\left(t\right), y = y\left(t\right), z = z\left(t\right)$ – в координатной форме записи,

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, определяющий положение материальной точки; *x, y, z* – координаты материальной точки; $\vec{r}\left(t\right)$, $x\left(t\right), y\left(t\right), z\left(t\right)$ – некоторые функции времени.

Кинематическое уравнение

равномерного движения: $\vec{v} = const$, $\vec{r}\left(t\right) = \vec{v}_0 t$;

равноускоренного движения: $\vec{r}\left(t\right) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\, t + \dfrac{\vec{a}\, t^2}{2}$, $\vec{a} = const$.

♦ Мгновенная скорость материальной точки:

$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ – при векторной форме записи;

$v_x = \dfrac{dx}{dt}$, $v_y = \dfrac{dy}{dt}$, $v_z = \dfrac{dz}{dt}$ – при координатной форме записи,

где v_x, v_y, v_z – проекции вектора мгновенной скорости на оси координат.

♦ Мгновенное ускорение $\vec{a}$ материальной точки:

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ – при векторной форме записи;

$a_x = \dfrac{dv_x}{dt}$, $a_y = \dfrac{dv_y}{dt}$, $a_z = \dfrac{dv_z}{dt}$ – при координатной форме записи,

где a_x, a_y, a_z – проекции вектора мгновенного ускорения $\vec{a}$ на оси координат.

♦ Вектор касательного (тангенциального) ускорения $\vec{a}_\tau$ материальной точки:

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt}\vec{\tau},$$

где $\vec{\tau}$ – единичный вектор, направленный по касательной к траектории в данной точке.

♦ Вектор нормального ускорения $\vec{a}_n$ материальной точки:

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n},$$

где R – радиус кривизны, $\vec{n}$ – единичный вектор, направленный по нормали к касательной в данной точке (к центру кривизны).

♦ Вектор полного ускорения $\vec{a}$ материальной точки:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n}.$$

$$a \equiv |a| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2} .$$

♦ Вектор мгновенной угловой скорости $\vec{\omega}$ вращательного движения:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} ,$$

где $d\vec{\varphi}$ – вектор бесконечно малого углового перемещения, происшедшего за промежуток времени dt.

♦ Вектор мгновенного углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ вращательного движения:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} .$$

♦ Связь между кинематическими характеристиками при движении материальной точки по окружности:

$$v = \omega R,\ a_\tau = \varepsilon R,\ a_n = \omega^2 R ,$$

где v – скорость; ω – угловая скорость; R – радиус окружности; a_τ и a_n – касательное и нормальное ускорения; ε – угловое ускорение.

♦ Связь между угловой скоростью ω, периодом T и частотой ν при движении материальной точки по окружности:

$$\omega = 2\pi / T,\ \nu = 1/T,\ \omega = 2\pi\nu .$$

Динамика материальной точки

♦ Вектор импульса $\vec{p}$ материальной точки массой m при поступательном движении со скоростью $\vec{v}$:

$$\vec{p} = m\vec{v} .$$

♦ Второй закон Ньютона:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \text{или} \quad \sum \vec{F} = m\vec{a} ,$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на тело (материальную точку).

♦ Виды сил, рассматриваемых в механике:

а) сила упругости

$$F = k\Delta\ell ,$$

где k – коэффициент упругости; $\Delta\ell$ – абсолютная деформация;

б) сила гравитационного взаимодействия тел, рассматриваемых как материальные точки

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} ,$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами;

в) сила тяжести

$$\vec{P} = m\vec{g} \ ,$$

где $\vec{g}$ – вектор ускорения свободного падения;

г) сила трения скольжения

$$F = fN \, ,$$

где f – коэффициент трения; N – сила нормального давления, с которой одно тело действует на другое.

♦ Закон сохранения импульса системы материальных точек:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = const \ ,$$

где $\vec{p}_i$ – вектор импульса i –той материальной точки системы.

Работа и энергия

♦ Работа A силы $\vec{F}$ вдоль траектории L:

$$A = \int_L \vec{F} \cdot d\vec{s} \ ,$$

где $d\vec{s}$ – бесконечно малое перемещение тела по траектории L.

♦ Кинетическая энергия $E_к$ поступательного движения тела (материальной точки):

$$E_к = \frac{m v^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \, .$$

♦ Потенциальная энергия $E_п$:

а) упругой деформации пружины

$$E_п = \frac{k(\Delta \ell)^2}{2} \ ,$$

где k – жесткость пружины, $\Delta \ell$ – абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия тел, рассматриваемых как материальные точки

$$E_п = - G \, \frac{m_1 m_2}{r} \ ,$$

где G – константа взаимодействия; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами;

в) тела массой m в однородном поле силы тяжести

$$E_п = mgh \, , \ \left(h \ll R_З \right) ,$$

где h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой; $R_З$ – радиус Земли.

♦ Закон сохранения механической энергии E:

$$E = E_к + E_п = const.$$

Движение твердого тела

♦ Уравнение моментов:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M},$$

где $\vec{L}$ – момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки; $\vec{M}$ – момент действующей силы относительно той же точки.

♦ Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси z:

$$M_z = J_z \varepsilon,$$

где M_z – полный момент внешних сил, действующих на тело, относительно оси z; J_z– момент инерции твердого тела относительно оси вращения z; ε – угловое ускорение.

♦ Момент импульса L_z твердого тела относительно неподвижной оси вращения z:

$$L_z = J_z \omega,$$

где ω – угловая скорость тела.

♦ Кинетическая энергия $E_к$ твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z:

$$E_к = \frac{J_z \omega^2}{2} = \frac{L_z^2}{2J_z}.$$

Механика жидкостей и газов

♦ Уравнение непрерывности для несжимаемой жидкости:

$$Sv = const,$$

где S и v – площадь и скорость, соответственно, в любом сечении одной и той же трубки тока.

♦ Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной жидкости вдоль линии тока:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const,$$

где ρ – плотность жидкости; v – скорость жидкости; g – ускорение свободного падения; h – высота; p – давление.

♦ Скорость истечения идеальной жидкости v через малое отверстие в боковой стенке или дне широкого сосуда (формула Торричелли):

$$v = \sqrt{2gh},$$

где h – высота, отсчитываемая от уровня отверстия до уровня поверхности жидкости.

- Сила F сопротивления движению шара радиусом r в жидкости при небольших скоростях v движения относительно жидкости (формула Стокса):

$$F = 6\pi\eta v r,$$

где η – коэффициент динамической вязкости.

Основные положения молекулярно-кинетической теории газов

- Количество вещества (число молей) однородного газа массой m:

$$\nu = \frac{N}{N_A} \quad \text{или} \quad \nu = \frac{m}{\mu},$$

где N – число молекул газа; N_A – число Авогадро; μ – молярная масса.

- Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона – Менделеева):

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT,$$

где p – давление газа; V – объем газа; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура газа.

- Уравнения изопроцессов, являющиеся частными случаями уравнения Клапейрона – Менделеева (опытные газовые законы):

а) изотермический ($m = const$, $T = const$) процесс (закон Бойля – Мариотта):

$$pV = const.$$

Для двух состояний газа уравнение изотермического процесса имеет вид $p_1V_1 = p_2V_2$, где p_1, V_1 – давление и объем газа в начальном состоянии; p_2, V_2 – в конечном состоянии.

б) изохорический ($m = const$, $V = const$) процесс (закон Шарля):

$$p/T = const.$$

Для двух состояний газа уравнение изохорического процесса имеет вид $p_1/T_1 = p_2/T_2$, где p_1, T_1 – давление и абсолютная температура газа в начальном состоянии; p_2, T_2 – в конечном.

в) изобарический ($m = const$, $p = const$) процесс (закон Гей–Люссака):

$$V/T = const.$$

Для двух состояний газа уравнение изобарического процесса имеет вид $V_1/T_1 = V_2/T_2$, где V_1, T_1 – объем и абсолютная температура газа в начальном состоянии; V_2, T_2 – в конечном состоянии.

г) объединенный газовый закон ($m = const$):

$$\frac{pV}{T} = const.$$

Для двух состояний газа этот закон имеет вид

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2},$$

где p_1, V_1, T_1 – давление, объем и абсолютная температура газа в начальном состоянии, p_2, V_2, T_2 – в конечном состоянии.

♦ Количество вещества ν системы, состоящей из нескольких газов

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \ldots + \frac{N_n}{N_A} = \frac{m_1}{\mu} + \frac{m_2}{\mu} + \ldots + \frac{m_n}{\mu},$$

где ν_i, N_i, m_i, μ_i – количество вещества, число молекул, масса, молярная масса i-го газа соответственно; n – число газов в смеси.

♦ Молярная масса μ смеси газов:

$$\mu = \left(m_1 + m_2 + \ldots + m_n\right) / \left(\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n\right)$$

где m_i – масса i-го газа смеси; ν_i – количество вещества i-го газа; n – число газов в смеси.

♦ Концентрация n молекул газа

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N\rho}{m},$$

где N – число молекул газа; ρ – плотность газа.

♦ Основное уравнение кинетической теории газов:

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle,$$

где p – давление газа; $\langle \varepsilon \rangle$– средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа.

♦ Средняя кинетическая энергия $\langle \varepsilon \rangle$ поступательного движения молекул газа:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где k – постоянная Больцмана.

♦ Связь между давлением p, концентрацией n и температурой T газа:

$$p = nkT.$$

♦ Барометрическая формула:

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}},$$

где p – давление на высоте h; p_0 – давление на высоте $h = 0$; g – ускорение свободного падения.

Элементы термодинамики

♦ Связь между молярной c и удельной C теплоемкостями:

$$c = C\mu, \quad C = c/\mu,$$

где μ – молярная масса газа.

♦ Молярные теплоемкости c_V и c_p газа:

а) при постоянном объеме $c_V = \frac{i}{2} R$;

б) при постоянном давлении $c_p = \frac{i+2}{2} R$,

где R – универсальная газовая постоянная, i – число степеней свободы молекул.

♦ Связь между теплоёмкостями (формула Майера):

$$c_p - c_V = R .$$

♦ Внутренняя энергия U идеального газа:

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT = \frac{i}{2} pV = \frac{m}{\mu} c_V T.$$

♦ Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, сообщенное системе; ΔU – изменение внутренней энергии системы; A – работа, совершаемая системой против внешних сил.

♦ Работа A, совершаемая системой (газом):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV ,$$

где V_1 – объем системы в начальном состоянии, V_2 – в конечном состоянии.

♦ Работа A, совершаемая системой (газом) в различных процессах:

а) изобарический процесс: $A = p\left(V_2 - V_1\right)$;

б) изотермический процесс: $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$;

♦ Уравнения адиабатического процесса (уравнение Пуассона):

$$pV^{\gamma} = const,$$

$$TV^{\gamma - 1} = const,$$

$$Tp^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = const,$$

где γ – показатель адиабаты.

♦ Коэффициент полезного действия η (к.п.д.) термодинамического цикла:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1– количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя, Q_2– количество теплоты, переданное рабочим телом холодильнику.

♦ К.п.д. η цикла Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – абсолютная температура нагревателя; T_2 – абсолютная температура холодильника.

Электрическое поле

♦ Закон Кулона в скалярной форме:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где F – сила взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2 ; r – расстояние между этими зарядами; ε_0 – электрическая постоянная; ε – диэлектрическая проницаемость среды.

♦ Вектор напряженности $\vec{E}$ и потенциал φ электрического поля:

$$\vec{E} = \vec{F}/q, \quad \varphi = W_n/q,$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на положительный точечный заряд q, помещенный в данную точку поля; W_n – потенциальная энергия положительного заряда q, помещенного в данную точку поля. Начало отсчета потенциальной энергии выбрано на бесконечности, где $W_n = 0$.

♦ Принцип суперпозиции электрических полей:

а) вектор напряженности $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого системой n точечных электрических зарядов $q_i\left(i = 1,2,...,n\right)$:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i,$$

где $\vec{E}_i$ – вектор напряженности электрического поля, создаваемого в данной точке зарядом q_i ;

б) потенциал φ электрического поля, создаваемого системой n точечных электрических зарядов $q_i\left(i = 1,2,...,n\right)$:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i,$$

где φ_i – потенциал электрического поля, создаваемого в данной точке зарядом q_i .

♦ Напряженность E и потенциал φ электрического поля, создаваемого различными заряженными объектами:

а) точечным электрическим зарядом q на расстоянии r от него:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{r^2}, \; \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{r};$$

б) равномерно заряженной сферой радиусом R, на расстоянии r от центра сферы:

- при $r < R$ $\quad E = 0$, $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{R}$;

- при $r = R$ $\quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{R^2}$, $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{R}$;

- при $r > R$ $\quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{r^2}$, $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{r}$.

♦ Напряженность E электрического поля, создаваемого:

а) бесконечной прямой равномерно заряженной нитью или бесконечно длинным цилиндром на расстоянии r от нити (оси цилиндра):

$$E = \tau / 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r,$$

где $\tau = q/\ell$ – линейная плотность заряда;

б) бесконечной равномерно заряженной плоскостью:

$$E = \sigma / 2\varepsilon\varepsilon_0 ,$$

где $\sigma = q/S$ – поверхностная плотность заряда.

♦ Связь вектора напряженности $\vec{E}$ с потенциалом φ электрического поля:

$$\vec{E} = -grad\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k} \right).$$

♦ Электрический момент $\vec{p}$ диполя:

$$\vec{p} = |q| \vec{\ell},$$

где q – электрический заряд; $\vec{\ell}$ – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному, модуль которого численно равен расстоянию между зарядами (плечо диполя).

♦ Работа A сил электрического поля по перемещению заряда q из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

♦ Электроёмкость C уединенного проводника:

$$C = q/\varphi ,$$

где q – заряд проводника; φ – потенциал проводника (принимается, что на бесконечности потенциал равен нулю).

♦ Электроёмкость C уединенной, заряженной зарядом q проводящей сферы, радиусом R:

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R.$$

♦ Электроёмкости C типичных конденсаторов:

а) плоского конденсатора:

$$C = q/U = \varepsilon\varepsilon_0 S/d ,$$

где U – разность потенциалов пластин конденсатора; S – площадь пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами;

б) сферического конденсатора:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2 / (R_2 - R_1),$$

где R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней сфер, соответственно;

в) цилиндрического конденсатора:

$$C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon h / \ln\left(R_1/R_2\right),$$

где h – высота цилиндров, R_1 и R_2 – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров, соответственно.

♦ Плотность энергии w электрического поля, создаваемого конденсатором:

$$w = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}.$$

Постоянный ток

♦ Закон Ома:

а) для участка цепи не содержащего электродвижущей силы (ЭДС):

$$I = \frac{U}{R},$$

где $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – напряжение на концах участка цепи; R – сопротивление участка цепи;

б) для участка цепи, содержащего э.д.с.:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R},$$

где $\mathcal{E}$ – ЭДС источника тока; R – полное сопротивление участка цепи, т. е. сумма внешних и внутренних сопротивлений;

г) для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

где R – внешнее сопротивление цепи; r – внутреннее сопротивление цепи.

♦ Сопротивление R, проводимость G проводника и соотношения между ними:

$$R = \rho\ell/S, \quad G = \sigma S/\ell, \quad G = 1/R, \quad \sigma = 1/\rho,$$

где ρ – удельное сопротивление проводника; ℓ – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника; σ – удельная проводимость проводника.

♦ Сопротивление R системы проводников:

а) при последовательном соединении проводников:

$$R = \sum_i R_i,$$

где R_i – сопротивление i-го проводника;

б) при параллельном соединении:

$$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}.$$

♦ Законы Кирхгофа:

а) первый закон:

$$\sum_i I_i = 0,$$

где $I_1, I_2, ..., I_i$ – токи, сходящиеся в одном узле;

б) второй закон:

$$\sum_i I_i R_i = \sum_i \varepsilon_i ,$$

где $\sum_i I_i R_i$ – алгебраическая сумма произведений силы тока на сопротивление в каждом i-м участке замкнутой цепи; $\sum_i \varepsilon_i$ – алгебраическая сумма ЭДС в замкнутой цепи.

♦ Работа A электрического тока:

$$A = IUt \ , \ A = I^2 Rt \ , \ A = U^2 t / R \ .$$

♦ Мощность P электрического тока:

$$P = IU \ , \ P = I^2 R \ , \ P = U^2 / R \ .$$

♦ Закон Джоуля – Ленца:

$$Q = I^2 Rt \ ,$$

где Q – количество теплоты, выделяемое при прохождении тока силой I по проводнику сопротивлением R, за время t.

Магнитное поле

♦ Закон Био–Савара–Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I\left[d\vec{\ell}, \vec{r} \right]}{r^3} \ ,$$

где $d\vec{B}$ – вектор магнитной индукции поля, создаваемого элементом $d\vec{\ell}$ проводника с силой тока I в точке, определяемой радиус-вектором $\vec{r}$; μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды.

♦ Магнитная индукция B поля, создаваемого:

а) прямолинейным конечным проводником с силой тока I на расстоянии a от проводника:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2 \right)}{a} \ ,$$

где α_1 и α_2 – углы между начальным (конечным) элементом $d\vec{\ell}$ проводника и вектором $\vec{r}_1$ $\left(\vec{r}_2 \right)$, который соединяет этот элемент с точкой пространства, в которой определяется магнитная индукция.

б) прямолинейным бесконечным проводником с силой тока I на расстоянии a от проводника:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I}{a};$$

в) круговым проводником радиусом R с силой тока I, в его центре:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2} \frac{I}{R}.$$

♦ Магнитная индукция B поля, создаваемого соленоидом с силой тока I на оси соленоида:

$$B = \mu_0 \mu n I\,,$$

где n – число витков на единицу длины соленоида.

♦ Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряжённостью магнитного поля $\vec{H}$:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}\,.$$

♦ Сила Ампера $d\vec{F}_A$, действующая на элемент проводника $d\vec{\ell}$ с силой тока I, помещенный в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$:

$$d\vec{F}_A = I\left[d\vec{\ell},\vec{B}\right].$$

Сила Ампера $\vec{F}_A$, действующая на прямолинейный проводник конечной длины ℓ, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, равна:

$$\vec{F}_A = I\left[\vec{\ell},\vec{B}\right], \text{ а её модуль } F_A = I\ell B\sin\alpha\,,$$

где $\vec{\ell}$ – вектор, совпадающий по направлению с направлением тока в проводнике и равный по модулю длине проводника; α – угол между векторами $\vec{\ell}$ и $\vec{B}$.

♦ Сила взаимодействия F двух параллельных проводников с током :

$$F = \mu_0 \mu I_1 I_2 \ell / \left(2\pi d\right),$$

где ℓ – длина проводников, d – расстояние между проводниками.

♦ Сила Лоренца $\vec{F}_Л$, действующая на частицу с зарядом q, движущуюся со скоростью $\vec{v}$ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$:

$$\vec{F}_Л = q\left[\vec{v},\vec{B}\right], \text{ а её модуль } F_Л = qvB\sin\alpha\,,$$

где α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Волновая оптика

♦ Скорость распространения v света в среде:

$$v = c/n\,,$$

где c – скорость света в вакууме, n – показатель преломления среды.

♦ Оптическая длина L пути световой волны

$$L = n\ell\,,$$

где ℓ – геометрическая длина пути, пройденного световой волной в среде с показателем преломления n.

♦ Оптическая разность хода Δ двух световых волн:

$$\Delta = L_1 - L_2\,.$$

♦ Связь между разностью фаз δ и оптической разностью хода Δ :

$$\delta = 2\pi\Delta/\lambda\,,$$

где λ – длина световой волны в вакууме.

♦ Условие наблюдения максимума (светлая полоса) при интерференции:

$$\Delta = \pm k\lambda ,$$

где $k = 0,1,2,\ldots$

♦ Условие наблюдения минимума (темная полоса) при интерференции:

$$\Delta = \pm\left(2k+1\right)\lambda/2 .$$

♦ Оптическая разность хода Δ световых волн при отражении света от тонкой плёнки:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} - \lambda/2$$

или

$$\Delta = 2dn\cos\beta - \lambda/2 ,$$

где d – толщина плёнки; n – показатель преломления плёнки; α – угол падения, β – угол преломления света в плёнке.

♦ Условие наблюдения максимума (светлая полоса) при дифракции Фраунгофера на одной щели:

$$b\sin\varphi = \pm\left(2k+1\right)\lambda/2 ,$$

где b – ширина щели; φ – угол отклонения лучей; $k = 0,1,2,...$ – порядковый номер максимума.

♦ Условие наблюдения минимума (темная полоса) при дифракции Фраунгофера на одной щели:

$$b\sin\varphi = \pm k\lambda ,$$

где $k = 1,2,3,...$ – порядковый номер минимума.

♦ Условие наблюдения максимума (светлая полоса) при дифракции света на дифракционной решетке:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda ,$$

где d – период дифракционной решетки; φ – угол отклонения лучей, соответствующий максимуму.

♦ Разрешающая способность R дифракционной решетки:

$$R = \Delta\lambda/\lambda = kN ,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин двух волн $\left(\lambda, \lambda+\Delta\lambda\right)$, соответствующих спектральным линиям, которые видны раздельно в спектре, полученном посредством дифракционной решетки; N – число щелей решетки.

♦ Формула Вульфа – Брэггов:

$$2d\sin\theta = k\lambda ,$$

где θ – угол между направлением параллельного пучка рентгеновских лучей, падающих на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле (угол скольжения); d – расстояние между атомными плоскостями в кристалле.

♦ Закон Брюстера:

$$tg\, i = n_{21} ,$$

где i – угол падения, при котором луч света, отраженный от диэлектрика, полностью поляризован (угол Брюстера); n_{21} – относительный показатель преломления (второй среды относительно первой).

♦ Закон Малюса:

$$J = J_0 \cos^2 \alpha ,$$

где J – интенсивность плоскополяризованного света после анализатора; J_0 – интенсивность плоскополяризованного света до анализатора; α – угол между направлением колебаний вектора напряженности электрического поля в световой волне, падающей на анализатор, и оптической осью анализатора.

Квантовая оптика

♦ Энергия ε фотона:

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda = \hbar\omega ,$$

где $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; ν – частота; c – скорость света; λ – длина волны; ω – циклическая частота; $\hbar = h/2\pi$.

♦ Величина импульса p фотона:

$$p = h/\lambda = h\nu/c = \hbar k ,$$

где k – волновое число.

♦ Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + m\text{v}_{max}^2/2 ,$$

где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла; A – работа выхода электрона из металла; m – масса электрона; v_{max} – максимальная скорость электрона.

♦ Красная граница фотоэффекта:

$$\nu_0 = A/h \quad \text{или} \quad \lambda_0 = hc/A ,$$

где ν_0 – минимальная частота падающего на металл света, при которой возможен фотоэффект; λ_0 – максимальная длина волны света, при которой возможен фотоэффект; c – скорость света в вакууме.

♦ Формула Комптона:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}\left(1 - \cos\theta\right),$$

где $\Delta\lambda$ – изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии; m_0 – масса покоя электрона; θ – угол рассеяния.

♦ Момент импульса L_n электрона при его движении по боровской орбите:

$$L_n = \hbar n \quad \text{или} \quad m_e \text{v}_n r_n = \hbar n ,$$

где n – главное квантовое число ($n = 1,2,...$); m_e – масса электрона; v_n – скорость электрона на n-той орбите; r_n – радиус n-той стационарной орбиты.

♦ Радиус r_n n-той стационарной орбиты по теории Бора:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{k\, m_e\, e^2} n^2,$$

где e – заряд электрона; $k = 1/4\pi\varepsilon_0$ (в СИ); ε_0 – электрическая постоянная.

Для $n=1$ $r_1 = r_0 = 4\pi\varepsilon_0\hbar^2 / m_e e^2 = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ м $= 0{,}529$ Å – радиус Бора.

- Энергия электрона E_n, соответствующая n-тому энергетическому уровню в атоме водорода:

$$E_n = -\frac{k^2 m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}.$$

- Энергия ΔE излучения (поглощения) атомом водорода:

$$\Delta E = h\nu = E_{n1} - E_{n2}$$

или

$$\Delta E = h\nu = -\frac{k^2 m_e e^4}{2\hbar^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где n_1 и n_2 – квантовые числа, соответствующие энергетическим уровням атома водорода, между которыми происходит переход электрона.

- Частота ν, соответствующая спектральной линии водородного спектра:

$$\nu = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где λ – длина волны излучения или поглощения атомом; R – постоянная Ридберга.

- Длина волны λ де-Бройля:

$$\lambda = h/p = 2\pi\hbar/p,$$

где p – импульс частицы.

Атомное ядро. Радиоактивность

- Массовое число A ядра, равное числу нуклонов в ядре:

$$A = Z + N,$$

где Z – зарядовое число, равное числу протонов в ядре и соответствующее номеру элемента в периодической системе элементов; N – число нейтронов.

- Дефект массы Δm ядра:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я,$$

где A - Z – число нейтронов в ядре; m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_я$ – масса ядра.

- Энергия связи $E_{св}$ ядра:

$$E_{св} = \Delta m c^2,$$

где Δm – дефект масс; c – скорость света. При выражении энергии связи через внесистемные единицы

$$E_{св} = 931\left[Zm_{H_1^1} + \left(A - Z\right)m_n - m_a\right] \ (МэВ),$$

где 931 – коэффициент пропорциональности; $m_{H_1^1}$ – масса изотопа водорода H_1^1; m_a – масса атома.

♦ Число атомов N, содержащееся в радиоактивном изотопе:

$$N = \frac{m}{\mu}N_A \ ,$$

где m – масса изотопа; μ – молярная масса; N_A – постоянная Авогадро.

♦ Закон радиоактивного распада:

$$dN = -\lambda N\,dt \ \text{ или } \ N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где dN – число ядер, распавшихся за интервал времени dt; N – число ядер, нераспавшихся к моменту времени t; N_0 – число ядер в начальный момент времени $t=0$; λ – постоянная радиоактивного распада.

♦ Число ядер ΔN, распавшихся за время t:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

♦ Связь периода полураспада $T_{1/2}$ с постоянной радиоактивного распада λ :

$$T_{1/2} = \left(ln2\right)/\lambda = 0{,}693/\lambda \ .$$

♦ Связь времени жизни τ радиоактивного ядра с постоянной λ радиоактивного распада:

$$\tau = 1/\lambda \ .$$

♦ Активность a радиоактивного изотопа:

$$a = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} = \lambda N,$$

где dN – число ядер, распавшихся за интервал времени dt; $A_0 = \lambda N_0$ – активность изотопа в начальный момент времени $t = 0$.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Кинематика материальной точки – прямая и обратная задачи кинематики.

Радиус-вектор материальной точки задаётся выражением $\vec{r} = 2t^2\vec{i} + 1{,}5t^2\vec{j} + 5\vec{k}$ *м*. Определите:

а) скорость $\vec{v}$ и ускорение $\vec{a}$ материальной точки;

б) модуль скорости $\left|\vec{v}\right| \equiv v$ и модуль ускорения $\left|\vec{a}\right| \equiv a$ в момент времени $t = 3$ *с*;

в) модуль перемещения $\left|\Delta\vec{r}\right| \equiv r$ материальной точки за промежуток времени $t = 10$ *с*;

г) путь s, пройденный материальной точкой за то же время.

Решение:

Кинематическое уравнение движения задано в векторном виде, т. е. в форме $\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$. В условии задачи от времени зависят только координаты $x(t)=3t^2$ и $y(t)=4t^2$, а координата z от времени не зависит. Таким образом, движение происходит в плоскости xy. Из вопросов а) и б) задачи следует, что речь идёт о прямой задаче кинематики: по известному кинематическому уравнению определить характеристики движения – скорость и ускорение.

а) Согласно определению, скорость – это первая производная от радиус-вектора $\vec{r}$ по времени, т.е.

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}(t)}{dt}=4t\,\vec{i}+3t\,\vec{j} \quad м/с.$$

Поскольку $\vec{v}(t)=v_x(t)\vec{i}+v_y(t)\vec{j}+v_z(t)\vec{k}$, то проекции скорости

$$v_x=\frac{dx(t)}{dt}=4t\ м/с,\quad v_y=\frac{dy(t)}{dt}=3t\,м/с,\quad v_z=\frac{dz(t)}{dt}=0\ м/с.$$

Таким образом, вектор скорости лежит в плоскости xy, а его проекции на оси x и y изменяются со временем линейно.

Аналогично, по определению, ускорение $\vec{a}$ – это вторая производная радиус-вектора $\vec{r}$ по времени (или первая производная от скорости), т.е.

$$\vec{a}=\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}=\frac{d\vec{v}(t)}{dt}=4\vec{i}+3\vec{j}\ м/с^2.$$

Поскольку $\vec{a}(t)=a_x(t)\vec{i}+a_y(t)\vec{j}+a_z(t)\vec{k}$, то проекции ускорения

$$a_x=\frac{d^2x(t)}{dt^2}=\frac{dv_x(t)}{dt}=4\,м/с^2,\quad a_y=\frac{d^2y(t)}{dt^2}=\frac{dv_y(t)}{dt}=3\,м/с^2,$$

$$a_z=\frac{d^2z(t)}{dt^2}=\frac{dv_z(t)}{dt}=0\ м/с^2.$$

Таким образом, ускорение не зависит от времени, т.е. движение материальной точки равноускоренное и вектор ускорения лежит в плоскости xy.

б) Модуль скорости и ускорения можно найти как модуль произвольного вектора. Так, например, для модуля скорости имеем:

$$|\vec{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}=\sqrt{(4t)^2+(3t)^2}=5t\ м/с^2.$$

Следовательно, его значение через три секунды равно $v=15\ м/с$.

Модуль ускорения, согласно найденным проекциям a_x, a_y, a_z, равен

$$|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5\ м/с^2.$$

в) Если известна зависимость $\vec{r}(t)$, то модуль вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ (как и модуль произвольного вектора) легко находится через координаты начала ($t_1=0$) и конца ($t_2=10$ с) вектора, т.е.

$$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2},$$

где, как следует из зависимости $\vec{r}(t)$,

$$x_2 = 2t^2,\ x_1 = 0,\ y_2 = 1{,}5t^2,\ y_1 = 0,\ z_2 = 5,\ z_1 = 5.$$

Таким образом,

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{\left(2t^2\right)^2 + \left(1{,}5t^2\right)^2} = 2{,}5t^2 \text{ м},$$

и для $t = 10$ с, $|\Delta\vec{r}| = 250$ м.

г) Если известна зависимость от времени характеристик движения (ускорения или скорости), то путь можно найти интегрированием их по времени – это обратная задача кинематики. Поскольку выше была найдена зависимость скорости от времени $v(t) = 5t$, то путь

$$s = \int_0^t v(t)\,dt = \int_0^t 5t\,dt = 2{,}5t^2 .$$

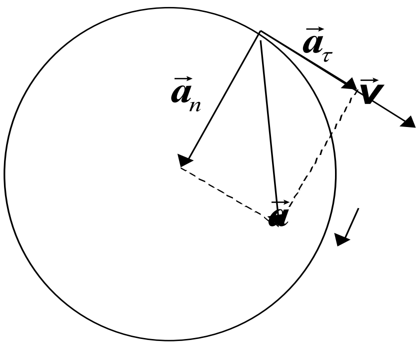
За время $t = 10$ с пройденный путь равен $S = 250$ м.

Таким образом, в нашем случае путь s и модуль перемещения $|\Delta\vec{r}|$ за произвольный промежуток времени одинаковы.

Пример 2. Кинематика вращательного движения – прямая задача кинематики: скорость, касательное, нормальное и полное ускорения.

Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 6$ рад, $B = 15$ рад/с, $C = -2$ рад/с^2. Через $t = 3$с от начала движения для точки, находящейся на расстоянии $r = 0{,}1$м от оси вращения, определить: а) скорость; б) полное ускорение.

Решение:



Согласно условию задачи, рассматривается только вращательное движение тела, при котором каждая точка тела движется по окружности. Знание кинематического уравнения движения позволяет определить кинематические характеристики движения – скорость и ускорение (прямая задача кинематики).

а) Так, в частности, величину угловой скорости ω вращательного движения можно определить, взяв первую производную от $\varphi(t)$. Получим

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct. \quad (1)$$

Как следует из (1), угловая скорость будет уменьшаться с течением времени ($C < 0$) по линейному закону, начиная с 15 рад/с при $t = 0$.

Скорость движения направлена по касательной к окружности (см.рис.), а её модуль связан с модулем угловой скорости соотношением:

$$v = \omega r = \left(B + 2Ct\right)r. \quad (2)$$

Подставляя числовые данные, определим скорость через $t=3c$. Имеем $v=\left(15+2(-2)3\right)\cdot 0{,}1=0{,}3\,м/с$.

б) Полное ускорение $\vec{a}$ материальной точки в общем случае может быть определено как векторная сумма составляющих ускорений: тангенциального (касательного) $\vec{a}_\tau$, направленного по касательной к траектории, и нормального $\vec{a}_n$, направленного к центру кривизны траектории, т.е. к центру окружности (см.рис.):

$$\vec{a}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n\ .$$

Поскольку векторы $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ взаимно перпендикулярны, модуль полного ускорения выражается через модули составляющих векторов a_τ и a_n следующим образом:

$$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}\ . \qquad (3)$$

В свою очередь касательное и нормальное ускорения материальной точки вращающегося тела выражаются через угловые характеристики его движения: угловую скорость и угловое ускорение:

$$a_\tau=\varepsilon r\ ,\ \ a_n=\omega^2 r\ , \qquad (4)$$

где ε – модуль углового ускорения. Подставляя (1) в (3), имеем:

$$a=\sqrt{\varepsilon^2 r^2+\omega^4 r^2}=r\sqrt{\varepsilon^2+\omega^4}\ . \qquad (5)$$

Поскольку угловая скорость ω определена в (1), ускорение ε найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени. Получим

$$\varepsilon=\frac{d\omega}{dt}=2C=-4\ рад/с^2\,. \qquad (6)$$

Следовательно, угловое ускорение постоянно во время движения и с начала движения направлено противоположно угловой скорости, т.е. движение является равнозамедленным.

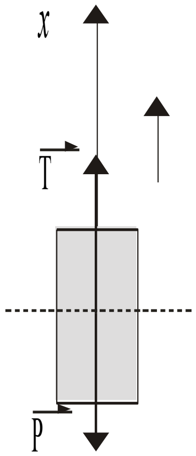
Подставляя значения ω, ε и r в (5), получим, что модуль полного ускорения через $t=3$с равен

$$a=r\sqrt{\left(2C\right)^2+\left(B+2C\right)^4}=0{,}1\sqrt{\left(-4\right)^2+3^4}\approx 0{,}985\,м/с^2\,.$$

Пример 3. Динамика материальной точки.

Груз висит на стальной проволоке, которая выдерживает силу натяжения 6 *кН*. При подъеме груза массой $m=0{,}5\,т$ за время $t=0{,}5\,с$ от начала движения скорость возросла до $v_t=0{,}8\,м/с$. Определить:

а) силу натяжения проволоки; б) с каким максимальным ускорением можно поднимать груз, чтобы проволока не разорвалась?



Решение:

При подъеме груза с ускорением на него действуют две силы: сила тяжести $\vec{P}$, направленная вертикально вниз, и сила натяжения нити $\vec{T}$, направленная вертикально вверх (см. рис.).

а) Поскольку движение одномерно, направим положительное направление оси x системы координат в направлении движения. Уравнение движения груза в векторной форме имеет вид:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T},$$

где $\vec{a}$ – ускорение груза, направленное вверх (т. к. скорость при подъеме возрастает). Отсюда следует, что движение груза с ускорением будет происходить, если сумма сил $\vec{P} + \vec{T} \neq 0$ (тогда $\vec{a} \neq 0$).

В проекциях на ось x имеем

$$ma = T - P,$$

откуда сила натяжения проволоки равна:

$$T = ma + P = ma + mg = m(a + g). \qquad (1)$$

Поскольку результирующая сила при движении не изменяется, то движение будет равноускоренным с ускорением, равным по величине

$$a = \frac{v_t - v_0}{t},$$

где v_0 – начальная скорость, v_t – конечная скорость, t – время, за которое произошло изменение скорости. Так как $v_0 = 0$, получим для ускорения:

$$a = \frac{v_t}{t}. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), найдем силу натяжения проволоки:

$$T = m\left(\frac{v_t}{t} + g\right). \qquad (3)$$

Подставляя числовые данные, получим

$$T = 500\left(\frac{0{,}8}{0{,}5} + 9{,}81\right) = 5705\ Н.$$

б) Очевидно, что для определения максимального ускорения, при котором нить не разорвется, необходимо в (1) положить $T = T_{max} = 6\ кН$. Тогда получим

$$ma_{max} = T_{max} - mg$$

или

$$a_{max} = \frac{T_{max} - mg}{m}. \qquad (4)$$

Подставляя числовые данные в (4), находим

$$a_{max} = \frac{6000 - 500 \cdot 9{,}8}{500} = 2{,}19\ м/с^2.$$

Пример 4. Закон сохранения импульса.

Два шара массами m_1 и m_2, движущиеся со скоростями v_1 и v_2, испытывают абсолютно неупругий удар. Определите общую скорость частиц и изменение кинетической энергии системы в двух случаях:

а) шар массой m_1 догоняет шар массой m_2;

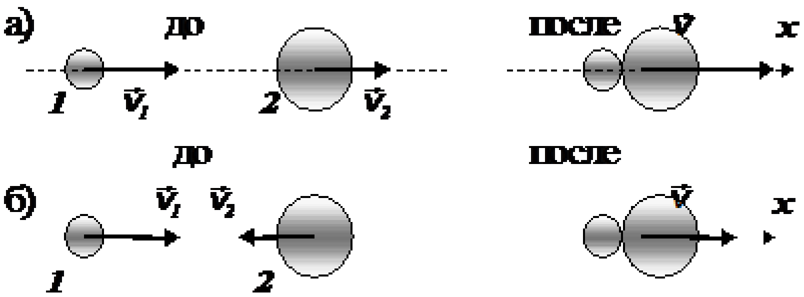
б) шары движутся навстречу друг другу.

Решение:

Физическая система состоит из двух шаров 1 и 2, взаимодействующих друг с другом посредством неупругого столкновения и не взаимодействующих с внешними телами. Для такой замкнутой системы выполняется закон сохранения импульса, т.е. полный импульс системы до и после взаимодействия сохраняется, что можно записать в виде:

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_i \vec{p}\,'_i ,$$

где $\vec{p}_i$ – импульс i-го шара до столкновения, $\vec{p}\,'_i$ – импульс i-го шара после столкновения.



а) Поскольку в результате неупругого столкновения частицы движутся вместе с одинаковой скоростью $\vec{v}$, закон сохранения импульса для этого случая в проекциях на ось x примет вид (см. рис.):

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v ,$$

откуда скорость после соударения равна:

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} .$$

Определим кинетическую энергию системы до ($E_к$) и после ($E'_к$) соударения. Получим

$$E_к = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad \text{и} \quad E_к{}' = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} ,$$

откуда, после простых преобразований, легко определить изменение (прирост) кинетической энергии системы. Получим

$$\Delta E_к = E_к{}' - E_к = -\frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2 .$$

Таким образом, кинетическая энергия системы в результате неупругого взаимодействия уменьшается. Убыль кинетической энергии расходуется на энергию деформации шаров.

б) При движении шаров навстречу отличие от первого случая состоит только в изменении направления одного из векторов скорости, поэтому в записи закона сохранения импульса поменяется только знак у скорости шара, направление движения которого изменилось. Имеем (см. рис.):

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = \left(m_1 + m_2\right) v,$$

где направление вектора $\vec{v}$ может быть выбрано произвольно (в данном случае оно выбрано совпадающим с положительным направлением оси *x*). Из последнего уравнения скорость шаров после соударения равна:

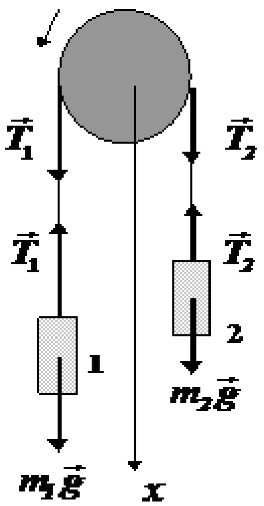
$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}\ .$$

Отсюда следует, что движение обоих шаров после взаимодействия будет происходить в направлении движения частицы с большим импульсом, а знак скорости *v* может быть как положительным (если произвольный выбор направления скорости был произведен правильно), так и отрицательным (если произвольный выбор направления скорости был произведен неправильно).

Поскольку во всех выражениях изменяется лишь знак соответствующей скорости, то и в выражении для убыли кинетической энергии произойдут аналогичные изменения. Имеем

$$\Delta E_к = E_к{}' - E_к = -\frac{m_1 m_2}{2\left(m_1 + m_2\right)}\left(v_1 + v_2\right)^2.$$

При рассмотрении неупругого удара шаров величину $m_1 m_2 / \left(m_1 + m_2\right)$ часто называют приведенной массой шаров.



Пример 5. Динамика материальной точки и твердого тела.

Два груза массой m_1 и m_2 ($m_1 > m_2$) соединены ниткой, которая перекинута через блок радиусом *r* (машина Атвуда). Момент инерции блока относительно его геометрической оси равен *J*. Определите ускорение a, с которым движутся грузы, и силы натяжения T_1 и T_2 нитей, к которым подвешены грузы. Массой нити и трением в вычислениях пренебречь.

Решение:

Анализируя условие задачи, прежде всего изобразим схему системы (см. рис.) и укажем силы, которые действуют на тела системы. На груз *1* будет действовать сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}_1$, а на груз *2* будет действовать сила тяжести $m_2\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}_2$.

Движение грузов будет прямолинейным и происходит в вертикальном направлении, поэтому выберем положительное направление оси *z* вертикально вниз. Тогда на груз *1* действует результирующая сила $m_1\vec{g} + \vec{T}_1$, на груз *2* – сила $m_2\vec{g} + \vec{T}_2$, а блок будет вращаться вследствие действия результирующей силы

$\vec{T}_1+\vec{T}_2$. Движение тел происходит под действием постоянных сил, поэтому движение грузов и вращение диска будет происходить с постоянным по величине ускорением a. Для груза *1* оно направлено вниз, а для груза *2* – вверх.

Отметим, что угловая скорость $\vec{\omega}$, угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ и момент вращения $\vec{M}$ диска направлены перпендикулярно плоскости рисунка «на нас».

Предварительный анализ действующих сил и движения тел системы позволяет использовать типичный для динамики путь решения – произвести запись уравнений движения для всех тел системы, то есть для грузов *1, 2* и блока.

Уравнения движения грузов *1* и *2* запишем сначала в векторном виде. Имеем

$$m_1\vec{a}=m_1\vec{g}+\vec{T}_1, \tag{1}$$

$$m_2\vec{a}=m_2\vec{g}+\vec{T}_2. \tag{2}$$

Спроектировав их на ось z, получим

$$-m_1 a=m_1 g-T_1, \tag{3}$$

$$m_2 a=m_2 g-T_2. \tag{4}$$

Для диска, очевидно, необходимо использовать уравнение динамики вращательного движения твердого тела, которое имеет вид:

$$J\vec{\varepsilon}=\vec{M}. \tag{5}$$

Тогда в скалярной форме получим

$$J\varepsilon=r\,(T_2-T_1). \tag{6}$$

В составленных трёх уравнениях (3),(4),(6) движения четыре неизвестных. Для замыкания системы уравнений необходимо использовать кинематические соотношения, полезные для решения данной задачи. Естественно воспользоваться соотношением

$$a=\varepsilon r. \tag{7}$$

Отметим, что эту связь можно использовать только тогда, когда отсутствует проскальзывание нитки по блоку.

Таким образом, решив систему уравнений (3),(4),(6),(7), мы определим неизвестные задачи.

Умножив обе части уравнения (6) на r и подставив в него уравнение (7), получим

$$Ja=r^2(T_2-T_1). \tag{8}$$

Сложив уравнения (3) и (4), получим

$$(m_1+m_2)a=\left(T_1-T_2\right)-(m_1-m_2)g. \tag{9}$$

Определив из (8) разность T_2-T_1 и подставив её в (9), получим, что ускорение:

$$a=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2+\dfrac{J}{r^2}}\,g. \tag{10}$$

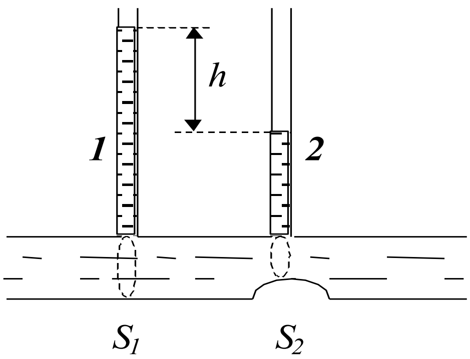
После этого определим силы натяжения T_1 и T_2, подставив ускорение (10) в уравнения (3) и (4) соответственно. Получим

$$T_1 = \frac{m_1\left(2m_2 + \dfrac{I}{r^2}\right)}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}}\, g\ , \tag{11}$$

$$T_2 = \frac{m_2\left(2m_1 + \dfrac{I}{r^2}\right)}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{r^2}}\, g\ . \tag{12}$$

Пример 6. Уравнение неразрывности струи, уравнение Бернулли.

Расходомер, принципиальная схема которого наведена на рисунке, состоит из горизонтальной трубы переменного сечения, по которой протекает вода, и двух манометрических трубок *1* и *2*. Определить массу воды, протекающей через сечение за единицу времени, если площади сечений трубы вблизи оснований трубок равны соответственно S_1 и S_2, а разность уровней воды равна Δh. Течение жидкости в трубе считать ламинарным



Решение:

Для упрощения расчетов будем считать жидкость несжимаемой, т.е. её плотность $\rho = const$. Тогда, согласно уравнению неразрывности струи, масса воды Q, протекающая ежесекундно через поперечное сечение трубы, в любом сечении постоянна и равна:

$$Q = \rho v_1 S_1 = \rho v_2 S_2 = const, \tag{1}$$

где v_1 и v_2 – скорости жидкости в сечениях S_1 и S_2, соответственно.

В этом уравнении скорости v_1 и v_2 неизвестны, поэтому необходимы дополнительные соотношения, которые бы их связывали. Роль такого соотношения может играть уравнение Бернулли, которое, в случае горизонтального течения ($\rho g h_1 = \rho g h_2$), имеет вид:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + P_2, \tag{2}$$

где P_1 и P_2 – давление в манометрических трубках *1* и *2*, соответственно. Учтем, что разница уровней воды Δh связана с разницей давлений в трубках соотношением:

$$P = P_1 - P_2 = \rho g \Delta h. \tag{3}$$

Система полученных выше трех уравнений позволяет определить сначала v_1 (или v_2), а потом Q. Для этого найдем из первого уравнения скорость v_2 (или v_1), например:

$$v_2 = \frac{v_1 S_1}{S_2},$$

и подставим во второе. Тогда получим

$$v_1 = S_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}} \quad \text{и} \quad v_2 = S_1 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}.$$

После подстановки в эти выражения $P_1 - P_2$ из (3) имеем

$$v_1 = S_2 \sqrt{\frac{2g\,\Delta h}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}} \quad \text{и} \quad v_2 = S_1 \sqrt{\frac{2g\,\Delta h}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}.$$

Зная v_1 и v_2, можем определить из (1) массу воды, протекающей за единицу времени через сечение трубы:

$$Q = \rho S_1 S_2 \sqrt{\frac{2g\,\Delta h}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}.$$

Отметим, что величина

$$k = S_1 S_2 \sqrt{2g\big/\left(S_1^2 - S_2^2\right)}$$

является постоянной для данного прибора, поскольку определяется его геометрическими размерами. В результате расход воды можно записать в виде:

$$Q = k\sqrt{\Delta h}.$$

Это означает, что для данного прибора, расход воды будет определяться только величиной Δh, т.е. перепадом давлений ΔP. Очевидно, что когда $\Delta h \to 0$, то и $Q \to 0$.

Пример 7. Молекулярно-кинетическая теория газов.

В сосуде ёмкостью $V = 1 л$ при температуре $t = 20^\circ C$ находится азот массой $m = 1{,}4\ г$. Определите: а) количество вещества ν; б) количество молекул N азота; в) плотность ρ и концентрацию n молекул; г) среднюю квадратичную скорость $\langle v_{кв} \rangle$ молекул и среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon \rangle$ молекул; д) давление p газа.

Решение:

а) Согласно определению, количество вещества (число молей) равно:

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{1{,}4 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} = 0{,}05\ моля,$$

где $\mu = 28 \cdot 10^{-3}\ кг/моль$ – молярная масса азота.

б) Количество молекул азота определим, учитывая, что число молекул в одном моле равно числу Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}$. Получим

$$N = \nu N_A = 0{,}05 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 0{,}301 \cdot 10^{23}.$$

в) Поскольку известны масса, количество молекул газа и его объем, можно воспользоваться определениями плотности

$$\rho = m/V = 1,4\cdot 10^{-3}/10^{-3} = 1,4\ кг/м^3$$

и концентрации газа

$$n = N/V = 0,301\cdot 10^{23}/10^{-3} = 0,301\cdot 10^{26}\ м^{-3}\ .$$

г) Средняя квадратичная скорость зависит от температуры и молярной массы газа:

$$\langle v_{кв}\rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3\cdot 8,31\cdot 293}{28\cdot 10^{-3}}} = 510,76\ м/с,$$

а средняя кинетическая энергия движения молекулы с числом степеней свободы $i = 5$ (двухатомная молекула N_2 азота) равна:

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{i}{2}kT = \frac{5}{2}\,1,38\cdot 10^{23}\cdot 293 = 1,01\cdot 10^{-20}\ Дж.$$

д) Давление можно определить несколькими способами: используя связь между давлением и температурой $p = nkT$, основное уравнение молекулярно-кинетической теории $p = 2n\langle\varepsilon\rangle/3$ или уравнение Клапейрона–Менделеева $PV = mRT/\mu$. Для примера воспользуемся первым из перечисленных уравнений. Имеем

$$p = nkT = 0,301\cdot 10^{26}\cdot 1,38\cdot 10^{-23}\cdot 293 = 1,217\cdot 10^5\ Па.$$

Пример 8. Изопроцессы, циклы, КПД.

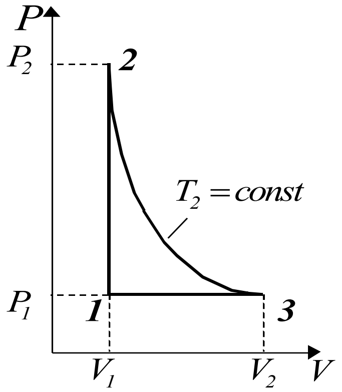
Идеальный двухатомный газ ($\nu = 3\ моля$), занимающий объем $V_1 = 5л$ и находящийся под давлением $p_1 = 1МПа$, подвергли изохорному нагреванию до $T_2 = 500K$. После этого газ изотермически расширили до начального давления, а затем в результате изобарного сжатия возвратили в исходное состояние. Постройте график цикла и определите:

а) температуру газа T_1 в исходном состоянии;

б) давление p_2 газа после изохорного нагревания до $T_2 = 500K$;

в) объем V_3 газа после изотермического расширения;

г) термический КПД η цикла.



Решение:

Изобразим перечисленные в условии циклы на P-V диаграмме (см. рис.), где участок 1-2 изображает изохорный процесс нагревания, участок 2-3 – изотермический процесс расширения, участок 3-1 – изобарный процесс сжатия газа.

а) Поскольку объем и давление в исходном состоянии известны, то для определения температуры достаточно использовать уравнение Клапейрона – Менделеева

$$p_1V_1=\frac{m}{\mu}RT_1=\nu RT_1 \ ,$$

откуда

$$T_1=\frac{p_1V_1}{\nu R}=\frac{10^6\cdot 5\cdot 10^{-3}}{3\cdot 8{,}31}=200{,}56\,K\,.$$

б) При переходе системы из состояния 1 в состояние 2 (изохорный процесс, $V=const$) изменение параметров определяется законом Шарля, который имеет вид:

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\ \text{, откуда}\ \ p_2=\frac{p_1T_2}{T_1}=\frac{10^6\cdot 500}{200{,}56}=2{,}49\cdot 10^6\ Па\,.$$

в) На изотерме 2-3 параметры изменяются согласно закону Бойля – Мариотта $p_2V_2=p_3V_3$, где $p_3=p_1$ и $V_2=V_1$. Поэтому имеем $p_2V_1=p_1V_3$, откуда и определим объем после изотермического расширения:

$$V_3=\frac{p_2V_1}{p_1}=\frac{2{,}49\cdot 10^6\cdot 5\cdot 10^{-3}}{10^6}=12{,}45\cdot 10^{-3}\,м^3\,.$$

г) Тепло, поступающее в систему в изохорном процессе (1-2), идет на нагревание газа (увеличение внутренней энергии) и равно:

$$Q_{12}=\frac{m}{\mu}c_V\left(T_2-T_1\right)=\nu\frac{i}{2}\left(T_2-\frac{p_1V_1}{\nu R}\right)=3\frac{5}{2}8{,}31\left(500-200{,}56\right)=18662{,}6\ Дж\,.$$

В изотермическом процессе (2-3) тепло расходуется на выполнение работы расширения:

$$Q_{23}=A_{23}=\frac{m}{\mu}RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_1}=3\cdot 8{,}31\cdot 500\ln\frac{12{,}45}{5}=11371{,}6\ \ Дж\,.$$

При изобарическом сжатии (3-1) тепло отдается в окружающую среду, поэтому:

$$Q_{31}=\frac{m}{\mu}c_p\left(T_1-T_2\right)=\nu\frac{i+2}{2}R\left(T_1-T_2\right)=3\frac{7}{2}8{,}31\left(200{,}56-500\right)=-26127{,}6\ Дж\,.$$

Термический КПД цикла по определению равен

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}\ ,$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя, Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом холодильнику. Подставляя полученные выше Q_{12},Q_{23},Q_{31}, имеем (знак Q_{31} уже учтён в выражении для η)

$$\eta=\frac{Q_{12}+Q_{23}-Q_{31}}{Q_{12}+Q_{23}}=\frac{18662{,}6+11371{,}6\text{ - }26127{,}6}{18662{,}6+11371{,}6}\approx 0{,}13\,.$$

Таким образом, термический КПД цикла равен *13%*.

Пример 9. Первое начало термодинамики.

Два моля одноатомного идеального газа, имевшие первоначально температуру $T_1=290K$, расширяются изобарно до тех пор, пока его первоначальный объем V_1 не вырастет в два раза. Затем газ охлаждается изохорически до первоначальной температуры. Определить:

а) приращение внутренней энергии газа ΔU;

б) работу A, совершаемую газом;

в) количество теплоты Q, полученное газом.

Решение:

а) Приращение внутренней энергии идеального газа равно:

$$\Delta U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\Delta T,$$

где число молей $m/\mu = 2$, а число степеней свободы $i = 3$ для одноатомного газа. Поскольку ΔT неизвестно, а в первом процессе давление $p = const$, для определения ΔT используем уравнение изобарического процесса $V_1/T_1 = V_2/T_2$, где индексы 1 и 2 соответственно относятся к начальному и конечному состоянию изобарического процесса. Имеем

$$T_2/T_1 = V_2/V_1 = 2, \text{ т.е. } T_2 = 2T_1 = 580K.$$

Следовательно, в изобарическом процессе $\Delta T = 290K$, а приращение внутренней энергии $\Delta U > 0$ $(T_2 > T_1)$:

$$\Delta U_{изоб} = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\Delta T = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\left(T_2 - T_1\right) = 2\frac{3}{2}\cdot 290\cdot 8{,}31 = 7{,}23\ кДж. \qquad (1)$$

В изохорическом процессе газ охлаждается до первоначальной температуры, поэтому $\Delta T < 0$ $(T_2 < T_1)$, и происходит уменьшение внутренней энергии, т.е. $\Delta U_{изох} < 0$ и равно:

$$\Delta U_{изох} = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\left(T_1 - T_2\right) = -\ \Delta U_{изоб}. \qquad (2)$$

Таким образом, приращение внутренней энергии в результате протекания двух процессов равно:

$$\Delta U = \Delta U_{изоб} + \Delta U_{изох} = \Delta U_{изоб} - \ \Delta U_{изоб} = 0,$$

что и следовало ожидать, поскольку внутренняя энергия идеального газа есть функцией состояния и определяется его температурой, а в результате протекания двух процессов система вернулась в исходное состояние с той же температурой.

б) В изобарическом процессе происходит расширение газа, поэтому $\Delta V_{изоб} > 0$ и работа газа равна:

$$A_{изоб} = p\Delta V_{изоб} > 0.$$

Однако, поскольку давление p неизвестно, запишем работу в другом виде, использовав уравнение Клапейрона – Менделеева:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT.$$

Так как в изобарическом процессе давление постоянно, а изменяются только объем $\left(\Delta V\right)$ и температура $\left(\Delta T\right)$, то в этих переменных последнее уравнение имеет вид:

$$p\Delta V=\frac{m}{\mu}R\Delta T=\frac{m}{\mu}R\left(T_2-T_1\right)=A_{изоб}\ . \qquad (3)$$

В изохорическом процессе $\left(V=const\right)$ изменение объема $\Delta V=0$, поэтому работа газа $A_{изох}=p\Delta V=0$. В результате суммарная работа, совершенная газом в двух процессах, равна:

$$A=A_{изоб}=\frac{m}{\mu}R\Delta T=2\cdot 8{,}31\cdot 290=4{,}82\ кДж.$$

в) Согласно первому началу термодинамики, количество теплоты Q, сообщенное газу, расходуется на изменение его внутренней энергии ΔU и совершение газом работы A, т.е.

$$Q=\Delta U+A=\Delta U+p\Delta V\ .$$

В случае изобарического процесса полученное газом тепло расходуется как на его нагревание (1), так и на выполнение работы (3). Суммируя (1) и (3), получим:

$$Q_{изоб}=\Delta U_{изоб}+A_{изоб}=\frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\Delta T+\frac{m}{\mu}R\Delta T=\left(\frac{i}{2}+1\right)\frac{m}{\mu}R\Delta T\ .$$

В изохорическом процессе работа не выполняется, а газ охлаждается, т.е. тепло отдается в окружающую среду $\left(Q_{изох}<0\right)$. Поэтому, учитывая (2), находим

$$Q_{изох}=\Delta U_{изох}=-\Delta U_{изоб}=-\frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\Delta T\ .$$

Таким образом, количество теплоты, сообщаемое газу в двух процессах, равно

$$Q=Q_{изоб}+Q_{изох}=\left(\frac{i}{2}+1\right)\frac{m}{\mu}R\Delta T-\frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T=\frac{m}{\mu}R\Delta T=$$
$$=2\cdot 8{,}31\cdot 290=4{,}82\,кДж.$$

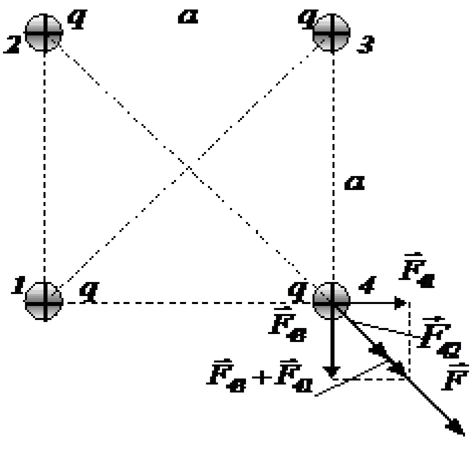
Пример 10. Закон Кулона.

Четыре позитивных точечных заряда по $q=7\,нКл$ каждый размещены в вершинах квадрата. Сила, действующая со стороны трех зарядов на четвертый, равна *20 мкН*. Определить длину стороны квадрата.

Решение:

Величина силы взаимодействия двух точечных электрических зарядов q_1 и q_2 определяется законом Кулона:

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2},$$



где r – расстояние между этими зарядами; ε_0 – электрическая постоянная; ε – диэлектрическая проницаемость среды. Взаимодействие электрических зарядов является центральным, т.е. сила взаимодействия направлена по прямой, соединяющей заряды. Поскольку все заряды положительные, то взаимодействие заряда *4* с зарядами *1*,*2*,*3* носит характер отталкивания и определяет направление сил (см. рис.) $\vec{F}_{41}, \vec{F}_{42}, \vec{F}_{43}$, действующих на заряд *4* со стороны зарядов *1*,*2*,*3,* соответственно.

В соответствии с принципом суперпозиции, результирующая сила, действующая на заряд *4*, равна векторной сумме сил $\vec{F}_{41}, \vec{F}_{42}, \vec{F}_{43}$, действующих на заряд *4* со стороны каждого из зарядов *1*, *2*, *3* в отдельности, т.е.

$$\vec{F} = \vec{F}_{41} + \vec{F}_{42} + \vec{F}_{43},$$

а модули сил равны:

$$F_{41} = F_{43} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a^2} \quad \text{и} \quad F_{42} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\left(a\sqrt{2}\right)^2},$$

где a – длина стороны квадрата.

Как следует из рисунка, сумма векторов $\vec{F}_{41} + \vec{F}_{43}$ есть вектор, совпадающий по направлению с вектором $\vec{F}_{42}$ и равный по модулю:

$$\left|\vec{F}_{41} + \vec{F}_{43}\right| = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a^2}\sqrt{2}.$$

Поскольку направления векторов $\vec{F}_{41} + \vec{F}_{43}$ и $\vec{F}_{42}$ совпадают, то модуль результирующей силы определяется как алгебраическая сумма:

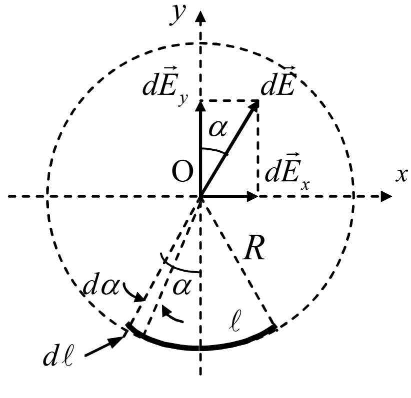
$$F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a^2}\sqrt{2} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\left(a\sqrt{2}\right)^2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a^2}\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon a^2}\left(\sqrt{2}+1\right).$$

Из последнего выражения легко определить длину a стороны квадрата. Получим, считая что заряды находятся в вакууме ($\varepsilon = 1$):

$$a = q\sqrt{\frac{2\sqrt{2}+1}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon F}} = 7\cdot 10^{-9}\sqrt{\frac{2\sqrt{2}+1}{8\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 20\cdot 10^{-6}}} \approx 0{,}2\,м.$$

Пример 11. Напряженность электрического поля.

На тонкой нити, изогнутой по дуге окружности, равномерно распределен электрический заряд с линейной плотностью τ. Определить напряженность электрического поля, создаваемого нитью с таким распределением заряда в точке, совпадающей с центром кривизны дуги, если длина нити ℓ составляет n-ю часть длины окружности.



Решение:

Поскольку нить изогнута по длине окружности, то удобно систему координат выбрать так, чтобы начало системы координат совпадало с центром окружности (см. рис.), а ось *y* проходила через середину дуги так, что все точки дуги будут симметричны относительно оси *y*.

Так как заряд распределен по нити равномерно, выделим бесконечно малый элемент нити длиной $d\ell$ (см. рис.), заряд которого равен $dq = \tau d\ell$. Этот заряд можно считать точечным, и в центре окружности (точке *O*) он будет создавать поле, напряженность которого $d\vec{E}$ равна:

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r} = \frac{\tau d\ell}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

где $\vec{r}$ – радиус - вектор, направленный от элемента $d\ell$ к точке, в которой определяется напряженность. Таким образом, векторы напряженности $d\vec{E}$, создаваемые любым элементом дуги, будут направлены радиально из точки *O* (или в точку *O,* если заряд отрицательный). Рассмотрим один из векторов $d\vec{E}$ (см. рис.) и разложим его на компоненты $d\vec{E}_x = \vec{i}\, dE_x = \vec{i}\, dE \sin\alpha$, где $\vec{i}$ – единичный орт вдоль оси *x* и $d\vec{E}_y = \vec{j}\, dE_y = \vec{j}\, dE \cos\alpha$, где $\vec{j}$ – единичный орт вдоль оси y. Напряженность $\vec{E}$ поля, создаваемого всей дугой в центре, найдем интегрированием:

$$\vec{E} = \int_\ell d\vec{E} = \vec{i}\int_\ell dE_x + \vec{j}\int_\ell dE_y\,.$$

Легко увидеть, что благодаря симметрии относительно оси *y*, проекции вектора $d\vec{E}_x$ будут иметь одинаковые как положительные, так и отрицательные значения, и в результате интегрирования получим $\int_\ell dE_x = 0$. Таким образом, напряженность результирующего поля будет направлена по оси *y*, т.е. $\vec{E} = \vec{E}_y$. Учтем, что $d\ell = R\,d\alpha$ и $r = R$, тогда

$$dE_y = \frac{\tau\cos\alpha\, d\alpha}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

$$\vec{E}_y = 2\vec{j}\int_{\ell/2} dE_y = \vec{j}\,\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}\int_0^\alpha \cos\alpha\, d\alpha\,,$$

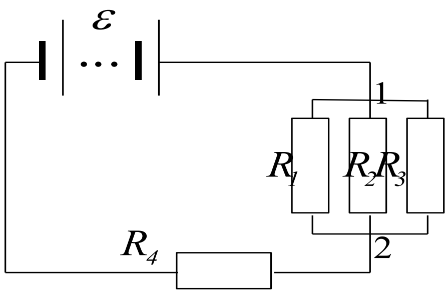
где все постоянные вынесены за знак интеграла, а интегрирование ведется по половине дуги ℓ, поскольку из-за симметрии относительно оси *y* интегрирование по второй половине дуги даст тот же результат, вследствие чего и возникает множитель « 2 » перед первым интегралом.

Учтя, что длина окружности $L = 2\pi R$, $L = \ell n$, а $\alpha = 2\pi(\ell/2L) = \pi/n$, получим напряженность электрического поля, создаваемого в точке *O* равномерно заряженной нитью дугообразной формы, в виде:

$$\vec{E} = \vec{E}_y = \vec{j}\,\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}\int\limits_0^{\alpha}\cos\alpha\, d\alpha = \vec{j}\,\frac{\tau}{\varepsilon_0 \ell n}\sin\alpha\Big|_0^{\pi/n} = \vec{j}\,\frac{\tau}{\varepsilon_0 \ell n}\sin\frac{\pi}{n}\ .$$

Пример 12. Постоянный ток.

На рисунке изображена схема электрической цепи, в которой э.д.с. батареи $\varepsilon = 100\ В$, а сопротивления $R_1 = R_3 = 40\ Ом$, $R_2 = 80\ Ом$ и $R_4 = 34\ Ом$. Пренебрегая сопротивлением батареи, определить:



а) общее сопротивление цепи;

б) падение потенциала на сопротивлениях R_1, R_2, R_3;

в) силу тока I_2, текущего через сопротив ление R_2.

Решение:

а) Поскольку сопротивления R_1, R_2, R_3 соединены параллельно, полное сопротивление параллельного соединения R_{123} находится из соотношения:

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\ .$$

Теперь параллельное соединение сопротивлений R_1, R_2, R_3 можно считать одним сопротивлением R_{123}, которое соединено последовательно с сопротивлением R_4. Поэтому общее сопротивление R цепи есть сумма:

$$R = R_{123} + R_4 = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} + R_4 =$$

$$= \frac{40 \cdot 80 \cdot 40}{40 \cdot 80 + 80 \cdot 40 + 40 \cdot 40} + 34 = 16 + 34 = 50\ Ом.$$

б) Зная общее сопротивление цепи, определим силу тока I в неразветвленной части цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{100}{50} = 2\ A.$$

Падение потенциала на сопротивлениях R_1, R_2 и R_3, очевидно, одинаково, поскольку оно эквивалентно падению потенциала U_{12} между точками 1 и 2 (см. рис.) и равно:

$$U_{12} = U_1 = U_2 = U_3 = IR_{123} = 2 \cdot 16 = 32\ B.$$

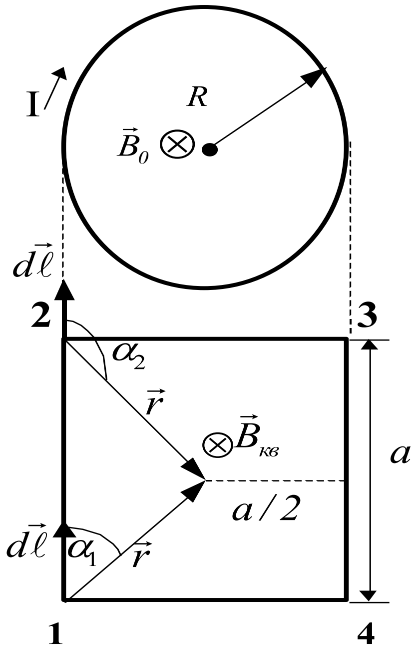
в) Зная падение потенциала на участке 1-2, легко определить силу тока, текущего через каждое из сопротивлений R_1, R_2 и R_3. Например, для R_2 имеем $I_2 = U_{12}/R_2 = 32/80 = 0{,}4\ A$.

Пример 13. Магнитное поле проводников с током. Закон Био–Савара–Лапласа.

По тонкому проволочному кольцу радиусом R течет ток. Не изменяя силы тока I в кольцевом проводнике, ему придали форму квадрата. Определить во сколько раз изменится магнитная индукция поля в центре контура.

Решение:

Для решения задачи необходимо определить величину магнитной индукции в центре кольцевого тока и в центре квадрата и найти их отношение.



а) Определим сначала направление и модуль вектора магнитной индукции $\vec{B}_0$ в центре кольцевого тока. Вектор магнитной индукции $\vec{B}_0$ направлен, согласно правилу правого винта, за рисунок (см. рис.), перпендикулярно плоскости рисунка и контура. Как известно, величина магнитной индукции в центре кольцевого тока равна:

$$B_0 = \frac{\mu\mu_0}{2}\frac{I}{R},$$

где μ – магнитная проницаемость среды, μ_0 – магнитная постоянная.

б) Магнитное поле в центре квадрата создаётся четырьмя проводниками конечной длины, образующими стороны квадрата, поэтому и магнитное поле в центре квадрата определяется как суперпозиция полей, создаваемых каждой из сторон в отдельности. Таким образом, магнитная индукция $\vec{B}$ в центре квадрата равна:

$$\vec{B}_{кв} = \vec{B}_{12} + \vec{B}_{23} + \vec{B}_{34} + \vec{B}_{41},$$

где $\vec{B}_{12}, \vec{B}_{23}, \vec{B}_{34}, \vec{B}_{41}$- векторы магнитной индукции полей, создаваемых в центре квадрата сторонами 1-2, 2-3, 3-4, 4-1, соответственно (см. рис.). Используя закон Био – Савара –Лапласа в виде:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{\ell},\vec{r}\right]}{r^3},$$

где $d\vec{B}$ – вектор магнитной индукции поля, создаваемого элементом $d\vec{\ell}$ проводника с силой тока I в точке, определяемой радиус-вектором $\vec{r}$, легко установить, что любой элемент $d\vec{\ell}$ каждой из сторон контура с током I создает в центре квадрата поле, вектор магнитной индукции которого $d\vec{B}$ всегда направлен за рисунок, перпендикулярно его плоскости. Действительно, выбрав элемент $d\vec{\ell}$ стороны 1-2 и построив радиус-вектор $\vec{r}$, соединяющий его начало и центр контура (см. рис.), видим, что вращение правого винта от $d\vec{\ell}$ к $\vec{r}$ приводит к движению винта за рисунок, перпендикулярно его плоскости. Это можно повторить для элемента $d\vec{\ell}$ любой стороны квадрата, и результат будет одинаков.

Таким образом, направление векторов $\vec{B}_{12}, \vec{B}_{23}, \vec{B}_{34}, \vec{B}_{41}$ будет одинаковым, и сумму векторов можно заменить алгебраической суммой

$$B_{кв} = B_{12} + B_{23} + B_{34} + B_{41}.$$

Определим для примера величину магнитной индукции поля, создаваемого стороной 1-2 квадратного контура. Как известно, величина индукции магнитного поля, создаваемого конечным проводником с током, равна:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi b} I\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right),$$

где b – расстояние от проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция, α_1 – угол между элементом $d\vec{\ell}$ начала проводника и вектором $\vec{r}$ (см. рис), α_2 – угол между элементом $d\vec{\ell}$ конца проводника и вектором $\vec{r}$ (см. рис). Согласно рисунку, для стороны 1-2 это уравнение будет иметь вид:

$$B_{12} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi a/2} I\left(\cos 45^\circ - \cos 135^\circ\right) = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a} 2\cos 45^\circ = \frac{\mu\mu_0 I}{\pi a}\frac{\sqrt{2}}{2},$$

где a – длина стороны квадрата, а $b = a/2$.

Действуя аналогично, легко увидеть, что каждой стороной квадрата создается поле, магнитная индукция которого имеет такую же величину, поэтому величина магнитной индукции результирующего поля в центре квадрата равна:

$$B_{кв} = 4B_{12} = \frac{\mu\mu_0 I}{\pi a} 2\sqrt{2}.$$

Учтём, что периметр квадрата равен длине окружности, т.е. $4a = 2\pi R$, откуда $a = \pi R/2$. Тогда получим

$$B_{кв} = \frac{\mu\mu_0 I}{\pi} 2\sqrt{2}\,\frac{2}{\pi R} = 4\sqrt{2}\,\frac{\mu\mu_0}{\pi^2 R} I.$$

Таким образом, отношение величин магнитных индукций в центре квадрата и кольцевого тока равно:

$$\frac{B_{кв}}{B_0} = 4\sqrt{2}\,\frac{\mu\mu_0}{\pi^2 R} I\,\frac{2}{\mu\mu_0}\frac{R}{I} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi^2} = 1,14.$$

Пример 14. Сила Лоренца.

Протон, ускоренный разностью потенциалов $U = 0,5$ *кВ*, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 2$ *мТл* и движется по окружности. Определите: а) радиус R окружности; б) угловую скорость ω движения протона по окружности.

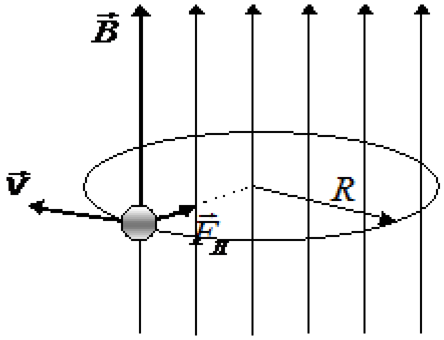
Решение:

а) При движении заряженной частицы, в данном случае протона, в магнитном поле на нее действует сила Лоренца:

$$\vec{F}_Л = q\left[\vec{v}, \vec{B}\right], \qquad (1)$$

где $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ *Кл* - заряд протона, $\vec{v}$ - вектор скорости протона.

То, что протон движется по окружности, означает, что векторы скорости и магнитной индукции $\vec{B}$ взаимно перпендикулярны (см. рис.). В этом случае (1) можно записать в следующем скалярном виде:



$$F_Л = q v B \sin(\pi/2) = q v B \,. \qquad (2)$$

Сила Лоренца направлена к центру окружности, т.е. сообщает протону нормальное ускорение $a_n = v^2/R$ и равна:

$$F_Л = m a_n = m v^2/R \,,$$

где $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,кг$ – масса протона.

Тогда уравнение (2) запишется в виде:

$$m\frac{v^2}{R} = q v B \,,$$

откуда после сокращения получим выражение для радиуса окружности:

$$R = \frac{mv}{qB}\,, \qquad (3)$$

в котором скорость v протона неизвестна.

Протон был ускорен электрическим полем, следовательно, работа сил электрического поля qU пошла на сообщение кинетической энергии протону, т.е. справедливо равенство:

$$qU = mv^2/2\,,$$

откуда

$$v = \sqrt{2qU/m}\,. \qquad (4)$$

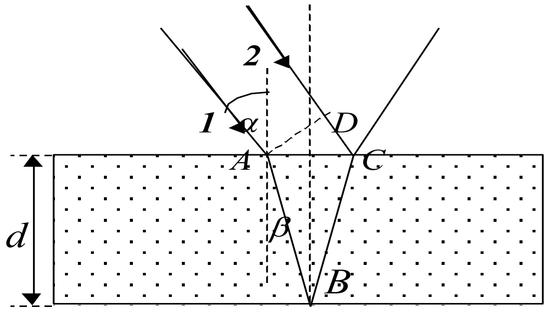
Подставляя (4) в (3), получим:

$$R = \frac{m\sqrt{2qU/m}}{qB} = \frac{\sqrt{2qUm}}{qB} = \frac{\sqrt{2 \cdot 0{,}5 \cdot 10^3 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} 1{,}6 \cdot 10^{-19}}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 1{,}615\ м\,.$$

б) Скорость v движения по окружности связана с угловой скоростью ω соотношением $v = \omega R$. Подставляя его в (3), получим:

$$\omega = \frac{qB}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 1{,}916 \cdot 10^5\ рад/c\,.$$

Пример 15. Интерференция в тонких пленках.



На мыльную плоскопараллельную плёнку с показателем преломления $n_{пл} = 1{,}33$ падает параллельный пучок белого света. Угол падения $\alpha = \pi/4$. При какой наименьшей толщине плёнки отраженные лучи будут жёлтого цвета ($\lambda = 600\ нм$)?

Решение:

При падении световых лучей на плёнку происходит отражение световых лучей (см. рис.) от обеих пограничных поверхностей пленки. Для определения условий наблюдения интерференции рассмотрим два луча 1 и 2, которые интерферируют в точке *C*. Из рисунка следует, что оптическая разность хода этих лучей равна:

$$\Delta = \left(AB + BC\right)n_{пл} - DCn_{в} = 2ABn_{пл} - DCn_{в},$$

где $n_в$ – показатель преломления воздуха. Положим $n_в = 1$ и учтем, что при отражение луча 2 в точке С от более плотной среды (плёнки) происходит изменение фазы световой волны на π, что эквивалентно изменению оптической разности хода Δ на $\pm\lambda/2$, где λ – длина световой волны в вакууме. Тогда оптическая разность хода лучей 1 и 2 равна (для $-\lambda/2$):

$$\Delta = 2ABn_{пл} - DC - \lambda/2. \qquad (1)$$

Из рисунка следует, что

$$AB = d/\cos\beta,\ DC = AC\sin\alpha = 2d\,tg\,\beta\cdot\sin\alpha\ , \qquad (2)$$

а из закона преломления, что

$$\sin\alpha = n\sin\beta\ . \qquad (3)$$

Используя (2) и (3) в условии (1), получим

$$\Delta = 2d\sqrt{n_{пл}^{2} - sin^2\alpha} - \lambda/2\ .$$

Тогда условие наблюдения максимума интерференционной картины имеет вид:

$$2d\sqrt{n_{пл}^{2} - sin^2\alpha} - \lambda/2 = k\lambda$$

или

$$2d\sqrt{n_{пл}^{2} - sin^2\alpha} = \left(2k + 1\right)\frac{\lambda}{2}\ , \qquad (4)$$

где для определения минимальной толщины плёнки необходимо положить в (4) $k = 0$. Тогда получим

$$2d_{min}\sqrt{n_{пл}^{2} - sin^2\alpha} = \frac{\lambda}{2}\ ,$$

откуда

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n_{пл}^{2} - sin^2\alpha}} = \frac{6\cdot 10^{-7}}{4\sqrt{1{,}33^{2} - 0{,}5}} = 1{,}3\cdot 10^{-7}\ м.$$

Пример 16. Дифракционная решетка.

На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}6\ мкм$. На экран, находящийся от решетки на расстоянии $L = 1\ м$, с помощью линзы, расположенной вблизи решетки, проецируется дифракционная картина, причем первый главный максимум наблюдается на расстоянии $\ell = 15\,см$ от центрального максимума. Определить:

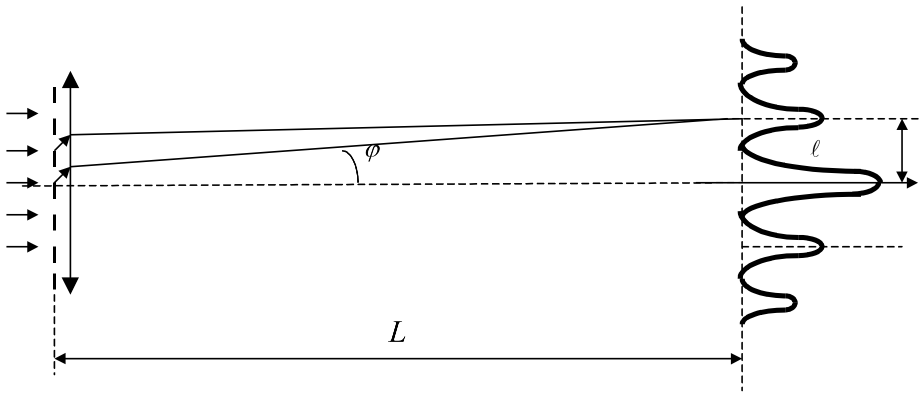
а) количество штрихов *N* на *1 см* дифракционной решетки;

б) сколько максимумов может давать дифракционная решетка;

в) максимальный угол отклонения лучей, соответствующий последнему дифракционному максимуму.

Решение:

Схема прохождения лучей, в соответствии с условием задачи, представлена на рисунке.



а) Для определения количества штрихов *N* дифракционной решетки на *1 см* необходимо знать постоянную *d* дифракционной решетки, поскольку они связаны соотношением $N = 1/d$ ($см^{-1}$). В свою очередь, постоянную решетки с длиной волны света связывает условие наблюдения дифракционного максимума

$$d\sin\varphi = k\lambda .$$

Из рисунка следует, что при малых углах отклонения можно положить $\sin\varphi \approx \ell/L$. Подставив это в предыдущее соотношение, получим

$$d = \frac{k\lambda L}{\ell}$$

или, для $k = 1$ $\ell = 0{,}15$, имеем $d = {6\cdot 10^{-6}\cdot 1}/{0{,}15} = 4\cdot 10^{-6}\,м = 4\cdot 10^{-4}\,см$.

Следовательно, число количество штрихов решетки на *1 см* равно:

$$N = \frac{1}{d} = \frac{\ell}{\lambda L} = \frac{15}{4\cdot 10^{-4}} = 2{,}5\cdot 10^{4} = 2500\ см^{-1} .$$

б) Для определения максимально возможного числа максимумов учтем, что в соотношении (1) максимальный угол отклонения лучей дифракционной решетки не может превышать 90°, т.е. $\sin\varphi = 1$. Подставив это условие в (1), получим

$$d = k_{\max}\lambda \quad \text{или} \quad k_{max} = d/\lambda = 4\cdot 10^{-6}/0{,}6\cdot 10^{-6} \approx 6{,}67 .$$

Число k должно быть целым, однако не может принимать значение $k = 7$, поскольку в этом случае $\sin\varphi$ должен быть больше единицы, что невозможно. Следовательно $k_{\max} = 6$, а количество максимумов (с учетом центрального) равно $2k_{\max} + 1 = 13$.

в) Зная $k_{\max}$, из (1) получим

$$\sin\varphi_{\max} = \frac{k_{\max}\lambda}{d} = \frac{6 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6}} = 0,9\,,$$

откуда $\varphi_{\max} = 64,2^o$.

Пример 17. Строение атома по Бору.

Следуя теории Бора, определить для атома водорода:

а) радиус второй боровской орбиты;

б) кинетическую $E_к$, потенциальную $E_{пот}$ и полную E_n энергию электрона на первой боровской орбите;

в) потенциал ионизации $E_{ион}$ и энергию, необходимую для перевода атома водорода в первое возбужденное состояние.

Решение:

а) Радиусы боровских орбит определяются выражением

$$r_n = \frac{\hbar^2}{k\, m_e\, e^2} n^2 = r_0 n^2\,,$$

где $r_0 = 0,529 \cdot 10^{-10}\,м$ – радиус Бора. Поэтому для второй боровской орбиты имеем

$$r_2 = 4r_0 = 4 \cdot 0,529 \cdot 10^{-10}\,м = 2,116 \cdot 10^{-10}\,м\,.$$

б) Кинетическая энергия электрона при его движении по орбите равна:

$$E_к = \frac{k^2 m_e e^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2} = \frac{1}{\left(4\pi\varepsilon_0\right)^2}\frac{m_e e^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}\,,$$

поэтому для $n=1$ имеем

$$E_{к1} = \frac{k^2 m_e e^4}{2\hbar^2} = \frac{1}{\left(4\pi\varepsilon_0\right)^2}\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} = \frac{1}{\left(4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}\right)^2}\frac{9,1 \cdot 10^{-31}\left(1,6 \cdot 10^{-19}\right)^4}{2\left(1,055 \cdot 10^{-34}\right)^2 1,6 \cdot 10^{-19}} = 13,6\,эВ\,.$$

Потенциальная энергия электрона равна:

$$E_{пот} = -\frac{ke^2}{r} = -2E_к = -\frac{k^2 m_e e^4}{\hbar^2}\frac{1}{n^2}\,,$$

поэтому для $n=1$ получим

$$E_{пот} = -2E_{к1} = -2 \cdot 13,6\,эВ = -27,2\,эВ\,.$$

Полная энергия электрона равна сумме кинетической и потенциальной, поэтому получим

$$E_n = \frac{k^2 m_e e^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2} - \frac{k^2 m_e e^4}{\hbar^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{k^2 m_e e^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}\,,$$

а для $n=1$ получим

$$E_{n=1} = -E_{к1} = -13,6\,эВ\,.$$

в) Потенциал ионизации – это энергия, необходимая для удаления электрона с первой орбиты на бесконечность, т.е. в выражении для энергии поглощения атомом водорода

$$\Delta E = h\nu = \frac{k^2 m_e e^4}{2\hbar^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

необходимо положить $n_1 = 1$ и $n_2 = \infty$. Тогда энергия ионизации равна:

$$E_{ион} = \Delta E_{1\infty} = \frac{k^2 m_e e^4}{2\hbar^2} = 13{,}6 \text{ эВ}.$$

Для определения энергии, необходимой для перевода электрона в первое возбужденное состояние, положим в уравнении для ΔE $n_1 = 1$ и $n_2 = 2$. Получим

$$\Delta E_{12} = \frac{k^2 m_e e^4}{2\hbar^2}\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) = E_{ион} \cdot 0{,}75 = 13{,}6 \cdot 0{,}75 = 10{,}2 \text{ эВ}.$$

Пример 18. Волны де-Бройля.

Влетевший в однородное магнитное поле с индукцией B протон движется по окружности радиуса R. Найти дебройлевскую длину волны протона.

Решение:

Поскольку дебройлевская длина волны равна:

$$\lambda = h / p,$$

то необходимо определить сначала импульс p протона. Для этого воспользуемся уравнением движения протона в скалярном виде

$$\frac{mv^2}{R} = evB,$$

где m – масса протона, v – его скорость, e – заряд протона.

Из последнего уравнения определим импульс фотона:

$$p = eRB.$$

Следовательно, дебройлевская длина волны равна:

$$\lambda = \frac{h}{eRB} = \frac{2\pi\hbar}{eRB}.$$

Пример 19. Характеристики и закон радиоактивного распада**.**

Чтобы определить возраст t древней ткани, найденной в одной из египетских пирамид, была определена концентрация в ней атомов радиоуглерода ^{14}C. Она оказалась соответствующей *9,2* распадам в минуту на один грамм углерода. Концентрация ^{14}C в живых растениях соответствует *14,0* распадам в минуту на один грамм углерода. Период распада равен *5730* лет. Исходя из этих данных, оценить t.

Решение:

Предположим, что скорость образования радиоактивного углерода ^{14}C на протяжении многих веков не изменялась, поэтому его доля в атмосферном газе CO_2 оставалась постоянной. Поэтому разумно считать, что живые растения, которые поглощают из атмосферы CO_2, содержат такую же долю радиоактивного углерода. Поскольку CO_2 не поглощается погибшими растениями, количество ^{14}C в них благодаря распаду уменьшается. Следовательно, используя знание законов радиоактивного распада и концентрацию радиоактивного углерода в погибших в древности органических тканях, можно оценить время, прошедшее с момента гибели ткани.

Действительно, радиоактивный распад происходит по закону

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 – число ядер в начальный момент времени $t = 0$, N – число нераспавшихся ядер в момент времени t, λ – постоянная распада. Концентрацию ^{14}C характеризует число распадов в минуту, т.е величина dN/dt, называемая активностью. Она равна:

$$a = \frac{dN}{dt} = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} = -\lambda N .$$

Тогда, найдя отношение концентраций (активностей) ^{14}C в древней и живой тканях, получим

$$\frac{a_{ж}}{a_{д}} = \frac{-\lambda N_0 e^{-\lambda t_1}}{-\lambda N_0 e^{-\lambda t_2}} = e^{\lambda(t_2 - t_1)} ,$$

где t_1 и t_2 – время распада древней и живой тканей соответственно. Очевидно, $t_2 \gg t_1$, поэтому можно положить $t_1 = 0$. Логарифмируя, получим

$$\ln \frac{a_{ж}}{a_{д}} = \lambda t_2 \text{ , откуда } t_2 = \left(\ln \frac{a_{ж}}{a_{д}} \right) / \lambda_0 .$$

Постоянная распада связана с временем полураспада $T_{1/2}$ формулой

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \text{ , откуда } \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} .$$

Подставляя λ в выражение для t_2, получим, что возраст древней ткани составляет:

$$t_2 = \frac{\left(\ln \frac{a_{ж}}{a_{д}} \right) T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{\left(\ln \frac{14}{9,2} \right) 5730}{0,693} \approx 3500 \text{ лет}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Камень, брошенный горизонтально, упал на землю через *0,5 с* на расстоянии *5 м* по горизонтали от места бросания. Найти высоту, с которой был брошен камень, начальную скорость камня, скорость, с которой он упал на землю, угол, который составляет траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю. (1,22 м; 10 м/с; 11,1 м/с; 26°12′).

2. Мяч, брошенный горизонтально, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии *5 м* от места бросания. Высота места удара мяча о стенку на *1 м* меньше высоты, с которой брошен мяч. С какой скоростью был брошен мяч? Под каким углом мяч подлетает к поверхности стенки? (11 м/с; 68°12′).

3. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении со скоростью *20 м/с*. Определить скорость, тангенциальное и нормальное ускорения камня в конце второй секунды после начала движения. (28 м/с; 6,87 м/с^2; 7 м/с^2).

4. Наибольшая высота подъема тела, брошенного под углом к горизонту со скоростью *20 м/с*, составляет *10 м*. Под каким углом оно брошено? (45°).

5. С башни высотой *49 м* в горизонтальном направлении брошено тяжелое тело со скоростью *5 м/с*. Определить тангенциальное и нормальное ускорения тела в точке, соответствующей половине всего времени падения тела. Установить, на каком расстоянии от башни оно упало. (9,33 м/с^2; 3 м/с^2, 15,8 м).

6. С отвесной скалы высотой *24,5 м* бросают мяч в горизонтальном направлении с некоторой начальной скоростью. Мяч попадает в цель, находящуюся на земле, на расстоянии *30 м* от основания скалы. С какой начальной скоростью он был брошен и какую конечную скорость он приобрел, попадая в цель? (13,4 м/с; 25,7 м/с^2).

7. Под каким углом к горизонту надо бросить тело со скоростью *20 м/с*, чтобы дальность полета была в четыре раза больше наибольшей высоты подъема? Определить радиус кривизны траектории в наивысшей ее точке. (45°; 20,4 м).

8. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = At + Bt^3$, где $A = 3$ *м/с*; $B = 0{,}06$ *м/с*^{3}. Найти скорость и ускорение точки в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 3$ *с*. Каковы средние значения скорости и ускорения за первые три секунды движения? (3 м/с; 4,62 м/с; 0 м/с^2; 1,08 м/с^2; 3,54 м/с; 0,54 м/с^2).

9. Зависимость пройденного телом пути от времени имеет вид $s = 2t - 3t^2 + 4t^3$. Найти зависимость скорости от времени и силу, действующую на тело в конце второй секунды. Масса тела *1 кг*. (42 Н).

10. Тело массой *2 кг* движется прямолинейно со скоростью, зависимость которой от времени выражается уравнением $v = 2{,}5t^2 + 10t$. Определить путь, пройденный телом за *5 с*, и силу, действующую на тело в конце пятой секунды. (229 м; 70 Н).

11. Наклонная плоскость, образующая угол $\alpha = 25°$ с плоскостью горизонта, имеет длину $L = 2$ *м*. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время $t = 2$ *с*. Определить коэффициент трения тела о плоскость. (0,35).

12. Брусок массой $m_2 = 5$ *кг* может свободно скользить по горизонтальной поверхности без трения. На нем находится другой брусок массой $m_1 = 1$ *кг*. Коэффициент трения соприкасающихся поверхностей брусков $\mu = 0{,}3$. Определить максимальное значение силы, приложенной к нижнему бруску, при которой начнется соскальзывание верхнего бруска. (17,7 Н).

13. На горизонтальной поверхности находится брусок массой $m_1 = 2$ *кг*. Коэффициент трения μ_1 бруска о поверхность равен *0,2*. На бруске находится другой брусок массой $m_2 = 8$ *кг*. Коэффициент трения μ_2 верхнего бруска о нижний равен *0,3*. К верхнему бруску приложена сила F. Определить значение силы F, при котором начнется совместное скольжение брусков по поверхности. (19,6 Н).

14. На горизонтальной поверхности находится брусок массой $m_1 = 2$ *кг*. Коэффициент трения μ_1 бруска о поверхность равен *0,2*. На бруске находится другой брусок массой $m_2 = 8$ *кг*. Коэффициент трения μ_2 верхнего бруска о

нижний равен *0,3*. К верхнему бруску приложена сила *F*. Определить значение силы *F*, при котором верхний брусок начнет проскальзывать относительно нижнего. (39,2 Н).

15. Скользящие с горы санки за время *t* прошли путь *L*. Скорость санок за это время возросла в три раза. Определить коэффициент трения, если угол наклона горы равен α. ($\mathrm{tg}\alpha - \frac{L}{gt^2\cos\alpha}$).

16. Брусок массой *m* тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения *k*. Угол между направлением приложенной силы и горизонтом α. Найти силу натяжения нити. ($\frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$).

17. Два тела связанные нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок, установленный на плоскости. Найти ускорения, с которыми будут двигаться эти тела. Коэффициент трения $\mu=0,05$.Массы тел равны соответственно m_1=1,5 кг (тело на наклонной плоскости) и m_2=2 кг. Наклонная плоскость составляет с горизонтом угол α=30°. (3,34 м/с^2).

18. Две гири массами *1,9* и *0,9 кг* соединены нерастяжимой гибкой нитью, перекинутой через неподвижный блок, вращающийся без трения. С каким ускорением будут двигаться грузы? Чему равна сила натяжения нити? (3,5 м/с^2; 12 Н).

19. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол *45°*. Пройдя расстояние *36,4 см*, тело приобретает скорость *2 м/с*. Чему равен коэффициент трения тела о плоскость? (0,2).

20. Найти работу *A* подъема груза по наклонной плоскости длиной *L = 2 м*, если масса m груза равна *100 кг*, угол наклона $\varphi = 30°$, коэффициент трения $\mu = 0,1$ и груз движется с ускорением $a = 1$ *м/с*^{2}. (1,35 кДж).

21. Лодка длиной *L* и массой *M* стоит в спокойной воде. На носу и корме лодки сидят два рыбака, массы которых равны m_1 и m_2. На сколько сместится лодка, если рыбаки пройдут по лодке и поменяются местами? Сопротивлением воды пренебречь. $\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + M}L\right)$.

22. На озере для перевозки грузов используют плот массой *1000 кг* и длиной *10 м*. Когда плот был неподвижен, одновременно навстречу друг другу с противоположных концов плота пошли взрослый человек массой *80 кг* и мальчик массой *30 кг*. Определите смещение плота относительно земли в тот момент, когда взрослый человек пройдет весь плот, а мальчик будет на середине плота. Сопротивление воды не учитывайте. (0,59 м).

23. Два шара одинаковой массы *m = 0,2 кг* из абсолютно неупругого материала висят на нитях длиной *L = 1 м*, касаясь друг друга. Один из шаров отводят в сторону так, что нить образует с вертикалью угол $\alpha = 60°$, и отпускают. Определите наибольшую высоту поднятия их общего центра масс после соударения. (0,125 м).

24. В деревянный шар массой *8 кг*, подвешенный на нити длиной *1.8 м*, попадает горизонтально летящая пуля массой *4 г*. С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в ней пулей отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 3°$? Размером шара пренебречь. Удар – прямой, центральный. (440 м/с).

25. Тело массой *3 кг* движется со скоростью *4 м/с* и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, найти количество теплоты, выделившееся при ударе. (12 Дж).

26. Ящик массой *20 кг* соскальзывает по идеально гладкому лотку длиной *2 м* на неподвижную тележку с песком и застревает в нем. Тележка с песком массой *80 кг* может свободно перемещаться по рельсам в горизонтальном направлении. Определить скорость тележки с ящиком, если лоток наклонен под углом $\alpha = 30°$ к рельсам. (0,767 м/с).

27. Пуля массой $m = 10$ *г*, летевшая со скоростью v = *600 м/с*, попала в баллистический маятник массой $M = 5$ *кг* и застряла в нем. На какую высоту *h*, откачнувшись после удара, поднялся маятник? (7,34 см).

28. Два неупругих шара массами $m_1 = 2$ *кг*, $m_2 = 3$ *кг* движутся со скоростями соответственно $v_1 = 8$ *м/с* и $v_2 = 4$ *м/с*. Определить увеличение внутренней энергии шаров при их столкновении в двух случаях: 1) меньший шар нагоняет больший; 2) шары движутся навстречу друг другу. (9,6 Дж; 86,4 Дж).

29. Тело массой *5 кг* ударяется о неподвижное тело массой *2,5 кг*. Кинетическая энергия системы этих двух тел непосредственно после удара стала равна *5 Дж*. Считая удар центральным и неупругим, найти кинетическую энергию первого тела до удара. (7,5 Дж).

30. Тело массой *5 кг* ударяется о неподвижное тело массой *2,5 кг*, которое после удара начинает двигаться с кинетической энергией *5 Дж*. Считая удар центральным и упругим, найти кинетическую энергию первого тела до и после удара. (5,62 Дж; 0,62 Дж).

31. По наклонной плоскости, образующей угол *30*° с горизонтом, скатывается без скольжения сплошной однородный диск. Найти линейное ускорение центра диска. (3,27 м/с^2).

32. Блок массой *1 кг* укреплен на конце стола. Гири равной массы *1 кг* соединены нитью и перекинуты через блок. Коэффициент трения гири о стол равен *0,1*. Блок считать однородным диском. Трением в блоке пренебречь. Найти ускорение, с которым движутся гири; силы натяжения нитей. (3,5 м/с^2; 4,48 Н; 6,3 Н).

33. Определить угловую скорость махового колеса в виде сплошного диска радиусом $R = 10$ *см* и массой $m = 5$ *кг*, если под действием тормозящего момента $M = 2$ *Н·м* он остановился через *5 с* после начала торможения. (400 рад/с).

34. Маховик в виде диска массой $m = 50$ *кг* и радиусом $R = 20$ см был раскручен до частоты $n_1 = 480$ *об/мин* и затем был предоставлен самому себе. Под влиянием трения маховик остановился через время $t = 50$ *с*. Найти момент сил трения, считая его постоянным. (-1 Н·м).

35. На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом $R = 15$ *см*. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 0,4$ *кг*.

Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь $s = 1,8$ *м* за время $t = 3$ *с*. Определить момент инерции маховика. Массу шкива считать пренебрежимо малой. (0,21 кг·м^2).

36. Маховик с моментом инерции $J = 40$ *кг·м*^{2} вращается под действием момента силы $M = 160$ *Н·м*. Определить время, в течение которого угловая скорость возрастает до *18,8 рад/с*. (4,7 с).

37. Маховик в виде диска массой $m = 50$ *кг* и радиусом $R = 20$ *см* был раскручен до частоты $n_1 = 480$ *об./мин* и затем был предоставлен самому себе. Под влиянием трения маховик остановился, сделав *200* оборотов. Найти момент сил трения, считая его постоянным. (-1 Н·м).

38. Маховое колесо с моментом инерции $J = 300$ *кг·м*^{2} вращается с частотой $n = 25$ *об./с*. Какой тормозящий момент надо приложить к колесу, чтобы оно остановилось через *1 мин* после начала торможения? (785 Н·м).

39. Диск радиусом $R = 20$ *см* и массой $m = 5$ *кг* вращается с частотой $n = 10$ *об/с*. Какой тормозящий момент следует приложить к диску, чтобы он остановился через 5 с после начала торможения? (1,256 Н·м).

40. Маховик в виде сплошного диска массой $m = 80$ *кг* и радиусом $R = 50$ *см* начал вращаться ускоренно под действием вращающего момента $M = 20$ *Н·м*. Определить угловое ускорение и кинетическую энергию, приобретенную маховиком за время $t = 10$ *с* от начала вращения. (2 рад/с^2; 2 кДж).

41. Вода подается в фонтан из большого цилиндрического бака и бьет из отверстия фонтана сечением S_2 со скоростью $v_2 = 12$ *м/с*. Найти скорость v_1 понижения уровня воды в баке, если диаметр бака $D = 2$ *м*, а диаметр отверстия фонтана *2 см*; высоту уровня воды в баке и высоту струи, выходящей из фонтана. (0,0012 м/с; 7,35 м; 7,35 м).

42. Вода подается в фонтан из большого цилиндрического бака и бьет из отверстия фонтана сечением S_2 со скоростью $v_2 = 12$ *м/с*. Найти скорость v_1 понижения уровня воды в баке, если диаметр бака $D = 2$ *м*, а диаметр отверстия фонтана *2 см*; давление, под которым вода подается в фонтан. (0,0012 м/с; 72 кПа).

43. В широкой части горизонтально расположенной трубы нефть течет со скоростью $v_1 = 2$ *м/с*. Определить скорость v_2 течения нефти в узкой части трубы, если разность давлений в широкой и узкой частях трубы *6,65 кПа*. (4,33 м/с).

44. К поршню спринцовки, расположенной горизонтально, приложена сила *15 Н*. Определить скорость истечения воды из наконечника спринцовки, если площадь поршня *12 см*^{2}. (5 м/с).

45. Бак высотой *1,5 м* наполнен до краев водой. На расстоянии *1 м* от верхнего края бака образовалось отверстие малого диаметра. На каком расстоянии от бака падает на пол струя, вытекающая из отверстия? (1,4 м).

46. Бак высотой *2 м* до краев наполнен жидкостью. На какой высоте должно быть проделано отверстие в стенке бака, чтобы место падения струи, вытекающей из отверстия, было на максимальном от бака расстоянии? (1 м).

47. В дне цилиндрического сосуда имеется круглое отверстие диаметром *1 см*. Диаметр сосуда *0,5 м*. Найти зависимость скорости понижения уровня воды

в сосуде от высоты h этого уровня. Найти числовое значение этой скорости для высоты $h = 0,2$ *м*. ($8 \cdot 10^{-4}$ м/с).

48. В сосуд льется вода, причем за *1 с* наливается *0,2* л воды. Каков должен быть диаметр отверстия в дне сосуда, чтобы вода в нем держалась на постоянном уровне $h = 8,3$ *см*? (1,4 см).

49. На столе стоит сосуд с водой, в боковой поверхности которого имеется малое отверстие, расположенное на расстоянии h_1=25 см от дна сосуда и на расстоянии h_2=16 см от уровня воды. Уровень воды в сосуде поддерживается постоянным. На каком расстоянии от отверстия (по горизонтали) струя воды падает на стол? (0,4 м).

50. Какое давление создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вытекает из него со скоростью *25 м/с*? Плотность краски – *0,8 г/см*^{3}. (250 кПа).

51. В баллоне объемом $V = 10$ *л* находится гелий под давлением $p_1 = 1$ *МПа* и при температуре $T_1 = 300$ *К*. После того как из баллона было взято *10 г* гелия, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290$ *К*. Определить давление гелия, оставшегося в баллоне. (364 кПа).

52. Определить количество вещества водорода, заполняющего сосуд объемом $V = 3$ *л*, если концентрация молекул газа в сосуде $n = 2 \cdot 10^{18}$ *м*$^{-3}$. (0,01 моль).

53. Определить концентрацию молекул кислорода, находящегося в сосуде объемом $V = 2$ *л*. Количество вещества кислорода равно *0,2 моль*. ($6,02 \cdot 10^{25}$ 1/м^3).

54. В баллоне объемом $V = 3$ *л* содержится кислород массой *10 г*. Определить концентрацию молекул газа. ($6,27 \cdot 10^{25}$ 1/м^3).

55. Баллон объемом $V = 20$ *л* заполнен азотом. Температура азота равна *400 К*. Когда часть азота израсходовали, давление в баллоне понизилось на *200 кПа*. Определить массу израсходованного азота. Процесс считать изотермическим. (33,7 г).

56. В баллоне объемом $V = 15$ *л* находится аргон под давлением $p_1 = 600$ *кПа* и температуре $T_1 = 300$ *К*. Когда из баллона было взято некоторое количество аргона, давление в баллоне понизилось до $p_2 = 400$ *кПа*, а температура установилась $T_2 = 260$ *К*. Определить массу аргона, взятого из баллона. (66,5 г).

57. В сосуде емкостью *50 л* находится азот при температуре *17 °C*. Вследствие утечки газа давление уменьшилось на *80 кПа*. Определить массу газа, вышедшего из баллона. Температуру считать неизменной. (46,5 г).

58. Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление $p_1 = 2$ *МПа* и температура $T_1 = 800$ *К*, в другом $p_1 = 2,5$ *МПа*, $T_2 = 200$ *К*. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры $T = 200$ *К*. Определить установившееся в сосудах давление. (1,5 МПа).

59. Плотность газа при давлении *96 кПа* и температуре *0 °С* равна *1,35 г/л*. Найти молярную массу газа. (32 кг/кмоль).

60. Баллон емкостью $V = 14$ *л* содержит смесь азота массой $m_1 = 140$ *г* и водорода массой $m_2 = 20$ *г* при температуре $t = 7$ *°С*. Определить давление смеси. (2,5 МПа).

61. В цилиндр длиной *1,6 м*, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении, начали медленно вдвигать поршень площадью $200\ см^2$. Определить силу, которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии *10 см* от дна цилиндра. (32,3 кН).

62. В баллоне содержится газ при температуре *100 °C*. До какой температуры нужно нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в два раза. (473 °C).

63. При какой температуре находился газ, если при нагревании его на *22 °C* при постоянном давлении объем удвоился? (22 К).

64. До какой температуры нужно нагреть воздух, взятый при температуре *20 °C*, чтобы его объем удвоился, если давление остается постоянным? (313°C).

65. Если давление, под которым находится газ, изменить на *200 Па*, то объем газа изменится на *3 л*. Если давление изменить на *500 Па*, объем изменится на *5 л*. Каковы были начальный объем и давление газа? Температура газа во время опыта не менялась. (9 л; 400 Па).

66. В двух сосудах объемом $V_1 = 5\ л$ и $V_2 = 7\ л$ находится воздух под давлением $p_1 = 2\ атм$ и $p_2 = 1\ атм$. Температура в обоих сосудах одинакова. Какое давление установится, если сосуды соединить между собой? Температура воздуха не меняется. (140 кПа).

67. Какова плотность воздуха в сосуде, емкость которого *2 л*, если сосуд откачан до 10^{-3} *мм. рт. ст.*, а температура воздуха *15 °C*? Как изменится плотность воздуха в сосуде, если добавить в него $5\cdot10^{-8}$ кг воздуха? Какое давление установится в сосуде? Считать процесс изотермическим. ($1,6\cdot10^{-6}$ кг/м^3; $26,6\cdot10^{-6}$ кг/м^3; $1,6\cdot10^{-2}$ мм.рт.ст.).

68. Некоторая масса воздуха, занимавшая при температуре *27 °C* и давлении *2 атм* и объем *120 л*, подвергалась нагреванию. Найти температуру газа, если нагревание было изохорическим, причем давление возросло на *0,56 атм*. Определить массу газа. (384 К; 280 г)

69. Некоторая масса воздуха, занимавшая при температуре *27 °C* и давлении *2 атм* и объем *120 л*, подвергалась нагреванию. Найти температуру газа, если нагревание было изобарическим, причем объем газа увеличился до *150 л*. Определить массу газа. (102°C; 280 г).

70. Электрическую лампу при изготовлении заполняют азотом под давлением $5,065\cdot10^4$ Па при температуре *288 К*. Какова температура газа в горящей лампе, если давление в ней повысилось до $1,1\cdot10^5$ *Па*? (625 К).

71. *2 кг* азота охлаждают при постоянном давлении от *400* до *300 К*. Определить изменение внутренней энергии, внешнюю работу и количество выделенной теплоты. (-148 кДж; -59 кДж; -207 кДж).

72. Определить молярную массу газа, если при изохорном нагревании на *10 °C* газа массой *20 г* требуется *630 Дж* теплоты, а при изобарном – *1050 Дж*. ($3,96\cdot10^{-3}$ кг/моль).

73. Газ занимает объем *12 л* при давлении *0,2 МПа*. Определить работу, совершенную газом, если он изобарно нагревается от *300* до *348 К*. (384 Дж).

74. Найти увеличение внутренней энергии и работу расширения *30 г* водорода при постоянном давлении, если его объем увеличился в *5 раз*. Начальная температура *270 К*. (337 кДж; 135 кДж).

75. Определить отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме, если при изобарном нагревании его на *100 К* требуется *4200 Дж* теплоты, а при изохорном охлаждении газ отдает *5040 Дж* теплоты при уменьшении давления в два раза. Начальная температура газа при изохорном охлаждении – *400 К*. (1,66).

76. Кислород массой $m = 2$ *кг* занимает объем $V_1 = 1$ *м*^{3} и находится под давлением $p_1 = 0{,}2$ *МПа*. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3$ *м*^{3}, а затем при постоянном объеме до давления $p_3 = 0{,}5$ *МПа*. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и теплоту, переданную газу. (3,25 МДж; 0,404 МДж; 3,65 МДж).

77. Водород занимает объем $V = 10$ *м*^{3} при давлении $p_1 = 0{,}1$ *МПа*. Газ нагрели при постоянном объеме до давления $p_2 = 0{,}3$ *МПа*. Определить изменение внутренней энергии газа, работу, совершенную газом, и теплоту, сообщенную газу. (5 МДж; 0; 5 МДж).

78. Кислород при неизменном давлении *80 кПа* нагревается. Его объем увеличивается от $V_1 = 1$ *м*^{3} до $V_2 = 3$ *м*^{3}. Определить изменение внутренней энергии кислорода, работу, совершенную им при расширении, и теплоту, сообщенную газу. (400 кДж; 160 кДж; 560 кДж).

79. Азот массой *0,1 кг* был изобарически нагрет от температуры $T_1 = 200$ *К* до температуры $T_2 = 400$ *К*. Определить изменение внутренней энергии газа, работу, совершенную газом, и теплоту, сообщенную газу. (14,8 кДж; 5,9 кДж; 20,7 кДж).

80. В цилиндре под поршнем находится азот, имеющий массу *0,6 кг* и занимающий объем $V_1 = 1{,}2$ *м*^{3} при температуре $T_1 = 560$ *К*. В результате нагревания газ расширился и занял объем $V_2 = 4{,}2$ *м*^{3}, причем температура осталась неизменной. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и теплоту, переданную газу. (0; 69 кДж; 69 кДж).

81.Три одинаковых заряда $Q = 1$ *нКл* каждый расположены по вершинам равностороннего треугольника. Какой отрицательный заряд Q_1 нужно поместить в центре треугольника, чтобы его притяжение уравновесило силы взаимного отталкивания зарядов? Будет ли это равновесие устойчивым? (0,58 нКл)

82. Тонкое полукольцо радиусом $R = 10$ *см* несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ *мкКл/м*. В центре кривизны полукольца находится заряд $Q = 20$ *нКл*. Определить силу взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца. (3,6 мН).

83. Расстояние d между двумя точечными положительными зарядами $Q_1 = 9Q$ и $Q_2 = Q$ равно *8 см*. На каком расстоянии от первого заряда находится точка, в которой напряженность поля зарядов равна нулю? Где находилась бы эта точка, если бы второй заряд был отрицательным? (6 см, 12 см)

84. На отрезке тонкого прямого проводника длиной $L = 10$ *см* равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 3$ *мкКл/м*. Вычислить напряженность поля, создаваемого этим зарядом в точке, расположенной на оси

проводника и удаленной от ближайшего конца отрезка на расстояние, равное длине этого отрезка. (135 кВ/м)

85. Тонкий стержень длиной $L = 20$ *см* заряжен с линейной плотностью $\tau = 200$ *нкКл/м*. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r = 5$ *см* от стержня против его середины. (64 кВ/м)

86. По тонкому полукольцу радиуса $R = 10$ *см* равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ *мкКл/м*. Определить напряженность электрического поля в точке О, совпадающей с центром кольца. ($1{,}8 \cdot 10^5$ В/м)

87. Треть тонкого кольца радиуса $R = 10$ *см* несет распределенный заряд $Q = 50$ *нКл*. Определить напряженность поля в точке О, совпадающей с центром кольца. (37 кВ/м)

88. Четверть тонкого кольца радиусом $R = 10$ *см* несет распределенный заряд $Q = 0{,}05$ *мкКл*. Определить напряженность поля в точке О, совпадающей с центром кольца. (40 кВ/м)

89. Две трети тонкого кольца радиусом $R = 10$ *см* несут равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 0{,}2$ *мкКл/м* заряд. Определить напряженность поля в точке О, совпадающей с центром кольца. (31 кВ/м)

90. Две длинные прямые параллельные нити находятся на расстоянии *5 см* друг от друга. На нитях равномерно распределены заряды с линейными плотностями $\tau_1 = 5$ *н Кл/см* и $\tau_2 = 10$ *нКл/см*. Определить напряженность электрического поля в точке, удаленной от первой нити на *3 см* и от второй на *4 см*. (540 кВ/м)

91. Два источника тока с ЭДС $E_1 = 1{,}6$ *В* и $E_2 = 2$ *В* и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}3$ *Ом* и $r_2 = 0{,}2$ *Ом*, соединенные последовательно, дают во внешнюю цепь ток силой $I = 0{,}4$ *А*. Определить сопротивление внешней цепи. (8,5 Ом)

92. Три сопротивления $r_1 = 12$ *Ом*, $r_2 = 4$ *Ом* и $r_3 = 10$ *Ом* соединены параллельно. Общий ток в цепи $I = 0{,}3$ *А*. Найти силу тока, идущего через сопротивление r_3. (69 мА)

93. Два элемента с одинаковыми ЭДС $E = 1{,}6$ *В* и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}2$ *Ом* и $r_2 = 0{,}8$ *Ом* соединены параллельно и включены во внешнюю цепь сопротивлением $R = 0{,}64$ *Ом*. Найти силу тока в цепи. (2 А)

94. ЭДС батареи $E = 50$ *В*, внутреннее сопротивление $r = 3$ *Ом*. Найти силу тока в цепи и напряжение, под которым находится внешняя цепь, если ее сопротивление $R = 17$ *Ом*. (2,5 А; 42,5 В)

95. Источник тока, имеющий ЭДС *150 В* и внутреннее сопротивление *0,4 Ом*, питает током *10* ламп сопротивлением по *240 Ом* и *5* ламп сопротивлением *145 Ом* каждая. Лампы соединены параллельно, сопротивление проводящих проводов – *2,5 Ом*. Найти напряжение, под которым работают лампы. (122 В)

96. Три гальванических элемента с ЭДС *1,3*, *1,4* и *1,5 В* и с внутренним сопротивлением *0,3 Ом* каждый соединены параллельно и замкнуты внешним сопротивлением *0,6 Ом*. Определить ток в каждом элементе. (0,3 А; 0,7 А; 1 А)

97. Аккумулятор замыкается таким сопротивлением, что сила тока равна *3 А*, второй раз таким сопротивлением, что сила тока равна *2 А*. Определить ЭДС

аккумулятора, если мощность тока во внешней цепи в обоих случаях одинакова, а внутреннее сопротивление аккумулятора равно *4 Ом*. (19,94 В)

98. Прибор с сопротивлением $R = 6$ *Ом* подключен к двум параллельно соединенным источникам тока с ЭДС $E_1 = 2{,}2$ *В* и $E_2 = 2{,}4$ *В* и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}8$ *Ом* и $r_2 = 0{,}2$ *Ом*. Определить силу тока в этом приборе и напряжение на зажимах второго источника тока. (0,38 А)

99. В сеть с напряжением $U = 100$ *В* включили катушку с сопротивлением $R = 2$ *кОм* и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра $U_1 = 80$ *В*. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал $U_2 = 60$ *В*. Определить сопротивление другой катушки. (5,3 кОм)

100. Источник постоянного тока один раз подсоединяют к резистору сопротивлением *9 Ом*, другой раз – *16 Ом*. В первом и втором случаях количество теплоты, выделяющееся на резисторах за одно и то же время, одинаково. Определить внутреннее сопротивление источника тока. (12 Ом)

101. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, расположенным параллельно друг другу на расстоянии *10 см*, текут токи силой *0,5* и *10 А*. Определить магнитную индукцию поля в точке, удаленной на 10 см от каждого проводника. Рассмотреть все возможные случаи. Решение пояснить рисунком. (20,5 мкТл; 19,5 мкТл)

102. По кольцевому проводнику радиусом *10 см* течет ток силой *4 А*. Параллельно плоскости кольцевого проводника на расстоянии *2 см* над его центром проходит бесконечно длинным прямолинейный проводник, по которому течет ток силой *2 А*. Определить индукцию магнитного поля в центре кольца. Рассмотреть все возможные случаи. Решение пояснить рисунком. (32 мкТл)

103. По двум круговым виткам, имеющим общий центр, текут токи силой *5* и *4 А*. Радиусы витков соответственно равны *3* и *4* см. Угол между их плоскостями– *30°*. Определить индукцию магнитного поля в центре витков. Рассмотреть все возможные случаи. Решение пояснить рисунком. (2,6 мТл; 0,5 мТл)

104. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, расположенным параллельно друг другу на расстоянии *10 см*, текут токи в одном направлении. Напряженность поля в точке, удаленной на *10 см* от каждого проводника,– *16,33 А/м*. По одному из проводников течет ток силой *0,5 А*. Определить силу тока, текущего по другому проводнику. Решение пояснить рисунком. (10 А)

105. Два круговых витка с током лежат в одной плоскости и имеют общий центр. Радиус большего витка –*12 см*, меньшего – *8 см*. Напряженность поля в центре витков равна *50 А/м*, если токи текут в одном направлении, и равна нулю, если в противоположном. Определить силы токов, текущих по круговым виткам. Решение пояснить рисунком. (6 А; 4 А)

106. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам текут токи силой *4* и *6 А*. Расстояние между проводниками *15 см*. Определить геометрическое место точек, в которых индукция магнитного поля равна нулю. Решение пояснить рисунком. (6 см)

107. По круговому проводнику радиусом *0,12 м* течет ток силой *0,2 А*.

Перпендикулярно плоскости кругового проводника проходит бесконечно длинный проводник, по которому течет ток силой $0{,}1\ A$. Индукция магнитного поля в центре кругового проводника $-11{,}3\cdot10^{-7}\ Тл$. Определить, на каком расстоянии от центра кругового проводника находится прямолинейный проводник. Решение пояснить рисунком. (1,8 см)

108. Проводник длиной $1\ м$ согнут в виде квадрата. Определить индукцию магнитного поля в точке пересечения диагоналей квадрата, если по проводнику течет ток силой $4\ A$. Решение пояснить рисунком. (18 мкТл)

109. Прямой проводник согнут в виде прямоугольника со сторонами длиной $0{,}2$ и $0{,}3\ м$. Какой силы ток нужно пропустить по этому проводнику, чтобы напряженность поля в точке пересечения диагоналей была $19\ А/м$? Решение пояснить рисунком. (5 А)

110. Прямой проводник длиной $90\ см$ изогнут в виде равностороннего треугольника. Какой силы ток нужно пропустить по этому проводнику, чтобы индукция магнитного поля в точке пересечения высот треугольника равнялась $1{,}24\cdot10^{-6}$ Тл? Решение пояснить рисунком. (0,2 А)

111. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}02\ Тл$ по окружности радиусом $R = 1\ см$. Определить кинетическую энергию электрона (в джоулях и электрон-вольтах). ($5{,}63\cdot10^{-16}$ Дж(3,52 кэВ))

112. Заряженная частица, обладающая скоростью $v = 2\cdot10^{6}\ м/с$, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}52\ Тл$. Найти отношение заряда частицы к ее массе, если частица в поле описывает дугу окружности радиусом $R = 4\ см$. (96,3 МКл/м)

113. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 2\ Тл$ движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом $R = 10\ см$ и шагом $h = 60\ см$. Определить кинетическую энергию протона. ($5{,}8\cdot10^{-13}$Дж)

114. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией $B = 0{,}1\ Тл$ возбуждено электрической поле напряженностью $E = 100\ кВ/м$. Перпендикулярно обоим полям, не отклоняясь от прямолинейной траектории, движется заряженная частица. Вычислить скорость частицы. (10^{6} м/сек)

115. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов $U = 800\ В$ и, влетев в однородное магнитное поле $B = 4{,}7\ мТл$, стал двигаться по винтовой линии с шагом $h = 6\ см$. Определить радиус винтовой линии. (1,7 см)

116. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 100\ В$ и, влетев в однородное магнитное поле $B = 0{,}1\ Тл$, стала двигаться по винтовой линии с шагом $h = 6{,}5\ см$ и радиусом $R = 1\ см$. Определить отношение заряда частицы к ее массе. (10^{8} Кл/кг)

117. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 300\ В$ и, попав в однородное магнитное поле, стала двигаться по винтовой линии радиусом $R = 1\ см$ и шагом $h = 4\ см$. Определить магнитную индукцию поля. (0,3 Тл)

118. Протон прошел ускоряющую разность потенциалов $U = 300\ В$ и влетел в однородное магнитное поле $B = 20\ мТл$ под углом $\alpha = 30°$ к линиям магнитной индукции. Определить шаг и радиус винтовой линии, по которой будет двигаться

протон в магнитном поле. (6,3 см; 68,5 см)

119. Альфа-частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов, стала двигаться в однородном магнитном поле $B = 50\ мТл$ по винтовой линии с шагом $h = 5\ см$ и радиусом $R = 1\ см$. Определить ускоряющую разность потенциалов, которую прошла альфа-частица. (10 В)

120. Ион, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 645\ В$, влетел в скрещенные под прямым углом однородные магнитное с $B = 1{,}5\ мТл$ и электрическое с $E = 200\ В/м$ поля. Определить отношение заряда иона к его массе, если ион в этих полях движется прямолинейно. ($1{,}4 \cdot 10^7$ Кл/кг)

121. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1{,}33$ падает по нормали монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}6\ мкм$. Отраженный свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Какова наименьшая возможная толщина пленки? (0,11 мкм)

122. Расстояние L от щелей до экрана в опыте Юнга равно $1\ м$. Определить расстояние между щелями, если на отрезке длиной $l = 1\ см$ укладывается $N = 10$ темных интерференционных полос. Длина волны $\lambda = 0{,}7\ мкм$. (1,33 мм)

123. На тонкую глицериновую пленку толщиной $d = 1{,}5\ мкм$ нормально к ее поверхности падает белый свет. Определить длины волн λ лучей видимого участка спектра ($0{,}4\ мкм \le \lambda \le 0{,}8\ мкм$), которые будут ослаблены в результате интерференции. (0,63 мкм; 0,55 мкм; 0,49 мкм; 0,44 мкм; 0,4 мкм)

124. На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления $n = 1{,}3$. Пластинка освещается пучком параллельных лучей с длиной волны $\lambda = 640\ нм$, падающих на пластинку нормально. Какую минимальную толщину должен иметь слой, чтобы отраженные лучи имели наименьшую яркость? (0,123 мкм)

125. Найти длину волны света, освещающего установку в опыте Юнга, если при помещении на пути одного из интерферирующих лучей стеклянной пластинки ($n = 1{,}52$) толщиной $3\ мкм$ картина интерференции на экране смещается на три светлые полосы. (0,52 мкм)

126. Два когерентных источника, расстояние между которыми $0{,}2\ мм$, расположены от экрана на расстоянии $1{,}5\ м$. Найти длину световой волны, если третий минимум интерференции расположен на экране на расстоянии $12{,}6\ мм$ от центра картины. (672 нм)

127. Расстояние от двух когерентных источников до экрана $-1{,}5\ м$, расстояние между ними – $0{,}18\ мм$. Сколько светлых полос поместится на отрезке длиной $1\ см$, считая от центра картины, если длина световой волны $\lambda = 0{,}6\ мкм$? (3 полосы)

128. Найти расстояние между третьим и пятым минимумами на экране, если расстояние от двух когерентных источников ($\lambda = 0{,}6\ мкм$) до экрана – $2\ м$, расстояние между источниками – $0{,}2\ мм$. (12 мм)

129. На тонкую пленку скипидара ($n = 1{,}48$) падает белый свет. Под углом зрения 60° она кажется оранжевой ($\lambda = 0{,}625\ мкм$) в отраженном свете. Каким будет казаться цвет пленки в отраженном свете при вдвое меньшем угле зрения? (0,538 мкм)

130. На тонкую мыльную пленку ($n = 1,3$) толщиной $1,25\ мкм$ падает нормально монохроматический свет. В отраженном свете пленка кажется светлой. Какой минимальной толщины надо взять тонкую пленку скипидара ($n = 1,48$), чтобы она в этих же условиях казалась темной? (2,2 мкм)

131. На щель шириной $20\ мкм$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500\ нм$. Найти ширину изображения щели на экране, удаленном от щели на $L = 1\ м$. Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности. (5 см)

132. На дифракционную решетку, содержащую *600* штрихов на *мм*, падает нормально белый свет. Спектр проектируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $12\ м$. Границы видимого спектра $\lambda_{кр} = 780\ нм$, $\lambda_ф = 400\ нм$. (2,7 м)

133. Спектры дифракционной решетки со *100* штрихами на $1\ мм$ проектируются на экран, расположенный параллельно решетке на расстоянии $1,8\ м$ от нее. Определить длину волны монохроматического света, падающего на решетку, если расстояние от второго спектра до центральной светлой полосы – $21,4\ см$. (0,594 мкм)

134. Постоянная дифракционной решетки в $n = 4$ раза больше длины световой волны монохроматического света, нормально падающего на ее поверхность. Определить угол α между двумя первыми симметричными дифракционными максимумами. (14°30')

135. Определить длину волны, падающей на дифракционную решетку, имеющую *400* штрихов на $1\ мм$. Расстояние от решетки до экрана $25\ см$. При измерении оказалось, что расстояние между третьими линиями слева и справа от нулевой на экране равно $27,4\ см$. Какого цвета свет падал на решетку? (0,457 мкм)

136. Расстояние между штрихами дифракционной решетки $d = 4\ мкм$. На решетку падает нормально свет с длиной волны $\lambda = 0,58\ мкм$. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка? (6)

137. Белый свет с длинами волн от *400* до $700\ нм$ падает нормально на дифракционную решетку, имеющую *8000* штрихов на $1\ см$. Чему равна ширина спектра первого порядка на экране, находящемся на расстоянии $2,2\ м$ от решетки? (52,8 см)

138. На поверхность дифракционной решетки нормально падает монохроматический свет. Постоянная решетки в $n = 4,6$ раза больше длины световой волны. Найти общее число дифракционных максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае. ((2к+1)=9)

139. На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок лучей белого света. Спектры третьего и четвертого порядков частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре четвертого порядка накладывается граница ($\lambda = 780\ нм$) спектра третьего порядка? (585 нм)

140. Дифракционная решетка, имеющая *50* штрихов на $1\ мм$, расположена на расстоянии $L = 55\ см$ от экрана. Какова длина волны монохроматического света,

падающего нормально на решетку, если первый дифракционный максимум на экране отстоит от центрального на *1,9 см*? (0,69 мкм)

141. Красная граница фотоэффекта для цинка $\lambda_0 = 310$ *нм*. Определить максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов в электрон-вольтах, если на цинк падают лучи с длиной волны $\lambda = 200$ *нм*. (58 эВ)

142. На фотоэлемент с катодом из лития падают лучи с длиной волны $\lambda = 200$ *нм*. Найти наименьшее значение задерживающей разности потенциалов, которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить фототок. Работа выхода лития 3,29 эВ. (2,92 В)

143. Какова должна быть длина волны γ-лучей, падающих на платиновую пластинку, чтобы максимальная скорость фотоэлектронов была $v_{max} = 3$ *Мм/с*? Работа выхода $10{,}1\cdot10^{-19}$ Дж. (38,9 нм)

144. На металлическую пластину направлен пучок ультрафиолетовых лучей ($\lambda = 0{,}25$ *мкм*). Фототок прекращается при минимальной задерживающей разности потенциалов $U_{min} = 0{,}96$ *В*. Определить работу выхода электронов из металла. ($6{,}5\cdot10^{-19}$ Дж)

145. На поверхность металла падают монохроматические лучи с длиной волны $\lambda = 0{,}1$ *мкм*. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 0{,}3$ *мкм*. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии? (67%)

146. Определить энергию фотона, испускаемого атомом водорода при переходе электрона с третьей орбиты на вторую. ($3\cdot10^{-19}$ Дж)

147. Определить максимальную энергию фотона серии Бальмера в спектре излучения атомарного водорода. ($5{,}17\cdot10^{15}$ $с^{-1}$)

148. При переходе электрона внутри атома водорода с одного энергетического уровня на другой излучается квант света с энергией $\varepsilon = 1{,}89$ *эВ*. Определите длину волны излучения. (660 нм)

149. Вычислить кинетическую энергию электрона, выбитого из второго энергетического уровня атома водорода фотоном, длина волны которого *0,2 мкм*. (2,8 эВ)

150. Атом водорода находится в возбужденном состоянии с главным квантовым числом *3*. Падающий фотон выбивает из атома электрон, сообщая ему кинетическую энергию *2,5 эВ*. Вычислить энергию падающего фотона. (4 эВ)

151. Определить длины волн де Бройля α-частицы и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов $U = 1$ *кВ*. (масса и заряд α-частицы; масса и заряд протона ($3{,}2\cdot10^{-14}$ м; $9\cdot10^{-14}$ м)

152. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти протон, чтобы его дебройлевская длина волны была равна *1 нм*? (0,82 мВ)

153. Вычислить длину волны де Бройля для электрона, обладающего кинетической энергией *1 эВ*. (1,2 нм)

154. Энергия возбужденного атома водорода *0,85 эВ*. Вычислить длину волны де Бройля электрона на этой орбите. (2,1 нм)

155. Дебройлевская длина волны электрона уменьшилась от *1* до *0,5 нм*. На сколько изменилась энергия электрона? (1,5 эВ)

156. Постоянная радиоактивного распада для элемента $^{228}_{88}Ra$ равна $3{,}28\cdot10^{-9}$ $с^{-1}$. Определить, какая часть ядер этого элемента останется через *5 лет*. (60%)

157. За полгода распалось *40 %* некоторого исходного радиоактивного элемента. Определить период полураспада этого элемента. (250 суток)

158. Период полураспада радиоактивного аргона $^{41}_{18}Ar$ равен *110 мин*. Определить время, в течение которого распадется *25 %* изначального количества атомов. (46 минут)

159. Период полураспада изотопа $^{74}_{33}As$ равен *17,5 суток*. Определить постоянную распада и среднюю продолжительность жизни атомов этого изотопа. (25,5 суток)

160. Определить число ядер, распадающихся в радиоактивном изотопе фосфора $^{32}_{15}P$ массой $m = 1$ *мг* в течение времени: 1) $t_1 = 1$ *мин*; 2) $t_2 = 5$ *сут*. Период полураспада $^{32}_{15}P$ 14,3 суток. (0; $4{,}15\cdot10^{8}$)

При подборе задач для контрольных работ использованы источники, приведенные в разделе "Литература".

ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2
Число Авогадро	$N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R = 8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 1{,}26\cdot10^{-6}$ Г/м
Заряд электрона	$e = 1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Удельный заряд электрона	$e / m_e = 1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг
Скорость света в вакууме	$c = 2{,}998\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Планка	$h = 6{,}62\cdot10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга	$R = 1{,}0974\cdot10^{7}$ м$^{-1}$
Атомная единица массы	1 а.е.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Энергия, соответствующая 1 эВ	1 эВ = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж

Литература

1. Чертов А.Г., Воробьёв А.А. Задачник по физике: учеб. пособие.- 4-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш. школа, 1981.-496 с.,ил.
2. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики.-10-е изд., перераб.–М.: Наука, 1979.-352 с., ил.
3. Чертов А.Г. Физика. Методические указания и контрольные задания.-2-е изд.- М.: Высш. школа, 1975.-91 с.
4. Горбунова О.И., Зайцева А.М., Красников С.Н. Задачник–практикум по общей физике. Термодинамика и молекулярная физика: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов.-М.: Просвещение, 1978.-120 с.,ил.
5. Зайцева А.М. Задачник–практикум по общей физике. Механика: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов.-М.:Просвещение,1972.-128 с., ил.
6. Ремизов А.Н., Максина А.Г. Сборник задач по медицинской и биологической физике: учеб. пособие для вузов.-2-е изд., перераб. и доп.-М.: Дрофа, 2001.-192 с., ил.