

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОЛИВАЛЬНОГО КОНТУРУ

Методичні вказівки
до проведення лабораторного заняття для здобувачів вищої освіти
першого (бакалаврського) рівня з дисципліни «Фізика» за спеціальностями
015.33 «Професійна освіта. Енергетика, електротехніка та електромеханіка»,
141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

Електронний ресурс

Рецензенти :

О. О. Копилов – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, професор кафедри фізики та радіоелектроніки Харківського національного університету повітряних сил імені І. Кожедуба;

П. Ф. Буданов – кандидат технічних наук, доцент кафедри електротехніки та електроенергетики ННІ «Українська інженерно-педагогічна академія».

*Затверджено до розміщення в мережі Інтернет рішенням Науково-методичної ради
Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна
(протокол № 11 від 25 червня 2025 року)*

Д 70 **Дослідження** резонансних властивостей коливального контуру : методичні вказівки до проведення лабораторного заняття для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня з дисципліни «Фізика» за спеціальностями 015.33 «Професійна освіта. Енергетика, електротехніка та електромеханіка», 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» [Електронний ресурс] / уклад. С. Є. Кальний, Г. М. Мосієнко. – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2025. – (PDF 16 с.)

Методичні вказівки до проведення лабораторного заняття «Дослідження резонансних властивостей коливального контуру» з дисципліни «Фізика» з розділу «Коливання та хвилі. Хвильові явища» містять короткі теоретичні відомості з теми, перелік обладнання та приладів, порядок проведення експерименту, рекомендації щодо обробки експериментальних даних та контрольні питання.

Для студентів, які навчаються за спеціальністю 015.33 «Професійна освіта. Енергетика, електротехніка та електромеханіка», 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка».

УДК 53(075.8)

© Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна, 2025

© Кальний С. Є., Мосієнко Г. М., уклад., 2025

ВСТУП

Фізика є основою практично всіх загально інженерних та спеціальних дисциплін. Це наука, яка вивчає закони природи, розкриває принципи, що управляють рухом тіл, їх взаємодією, електромагнітними явищами та багато іншими аспектами. Глибоке знання фізики є необхідним для студентів інженерних та інженерно-педагогічних спеціальностей, оскільки вона допомагає сформувати базові навички аналізу та розуміння складних технічних систем.

Розуміння фізичних принципів дозволяє студентам критично оцінювати проектні рішення, виконувати точні розрахунки та ефективно пристосовувати теоретичні знання для практичного застосування.

В електротехнічних пристроях використовуються електричні кола змінного струму, які містять конденсатори (ємності) і котушки індуктивності. В таких електричних колах відбуваються складні коливальні процеси, для яких притаманно явище резонансу.

В даній лабораторній роботі досліджуються резонансні властивості послідовного коливального контуру, і визначається його амплітудно-частотна характеристики, добротність і смуга пропускання.

Прилади та обладнання:

1. Звуковий генератор.
2. Магазин індуктивностей.
3. Магазин ємностей
4. Магазин опорів.
5. Вольтметр.

Метою даної роботи є експериментальне визначення резонансної частоти, смуги пропускання і добротності контуру, а також порівняння експериментальних результатів з відповідними теоретичними значеннями.

КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Розглянемо коливальний контур (рис. 1), що складається з послідовно з'єднаних ємності C , індуктивності L і резистора R . Контур підключений до джерела зовнішньої ЕРС, яка змінюється у часі за гармонічним законом з циклічною частотою ω : $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_m \cos \omega t$;

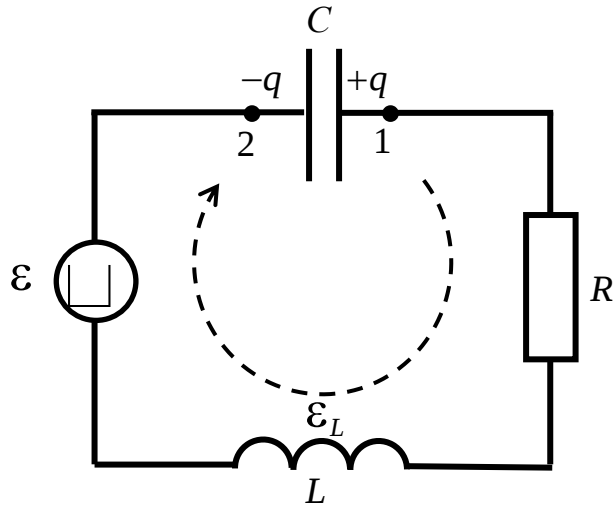


Рис. 1. Послідовний коливальний контур

Для аналізу процесів в контурі застосуємо закон Ома до ділянки кола 1-2. З урахуванням ЕРС самоіндукції, що виникає в індуктивності, маємо:

$$iR = U_{12} + \mathcal{E}_L + \mathcal{E}; \quad (1)$$

ЕРС самоіндукції в котушці індуктивності дорівнює

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt};$$

Позначимо
$$U_L = -\mathcal{E}_L = L \frac{di}{dt};$$

Це є напруга на індуктивності.

Напруга U_{12} з урахуванням напрямку струму дорівнює

$$U_{12} = -U_C = -\frac{q}{C},$$

де q – заряд на конденсаторі.

Напругу на резисторі позначимо $U_R = iR$.

Тоді закон Ома (1) можна записати у вигляді:

$$U_L + U_R + U_C = \mathcal{E}; \quad (2)$$

Тобто *сума напруг на всіх елементах контуру дорівнює зовнішній ЕРС.*

Якщо скористатися визначенням сили струму $i = \frac{dq}{dt}$, то напруга на індуктивності дорівнює

$$U_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2}.$$

Тоді закон Ома (2) приймає вигляд неоднорідного диференціального рівняння:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}_m \cos \omega t; \quad (3)$$

Рішення неоднорідного рівняння (3) є сумою загального рішення однорідного рівняння (при $\mathcal{E} = 0$) і окремого рішення неоднорідного рівняння.

Загальним рішенням однорідного рівняння є згасаючі періодичні коливання. Окремим рішенням рівняння (3) є вимушені гармонічні коливання з частотою зовнішньої ЕРС ω .

Таким чином, спочатку в контурі відбуваються одночасно два коливання: згасаючі коливання і вимушені коливання. Цей режим називають **перехідним процесом**. Через деякий час згасаючі коливання стають нескінченно малими і в контурі залишаються лише вимушені коливання з частотою ω . Цей процес називають **усталеним режимом** коливань.

Струм і напруга на всіх елементах змінюються за гармонічним законом із частотою зовнішньої ЕРС ω . Запишемо вимушені коливання струму у вигляді:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi); \quad (4)$$

де I_m – амплітуда струму в контурі, φ – зсув фази між струмом і ЕРС. Тоді

$$\begin{aligned} q &= \int_1^2 i dt = \frac{I_m}{\omega} \sin(\omega t - \varphi); \\ \frac{d^2q}{dt^2} &= -\omega I_m \sin(\omega t - \varphi); \end{aligned} \quad (5)$$

Підставляючи (4) і (5) в закон Ома (3), маємо

$$-\omega L I_m \sin(\omega t - \varphi) + R I_m \cos(\omega t - \varphi) + \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - \varphi) = \mathcal{E}_m \cos \omega t.$$

Скористаємося співвідношенням: $\mp \sin(\alpha) = \cos(\alpha \pm \frac{\pi}{2})$.

Тоді отримаємо

$$\omega L I_m \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + R I_m \cos(\omega t - \varphi) + \frac{I_m}{\omega C} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) = \mathcal{E}_m \cos \omega t. \quad (6)$$

Складові в рівнянні (6) описують коливання напруг U_R , U_L , U_C на елементах контуру.

Коливання напруги на резисторі

$$U_R = R I_m \cos(\omega t - \varphi);$$

відбуваються **в одній фазі** із струмом.

Коливання напруги на індуктивності

$$U_L = \omega L I_m \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right);$$

за фазою **випереджають** коливання U_R на $\pi/2$.

Коливання напруги на конденсаторі

$$U_C = \frac{I_m}{\omega C} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right);$$

за фазою **відстають** від коливань U_R на $\pi/2$.

З рівняння (6) знайдемо амплітуду I_m і фазу струму φ . Для цього скористаємося методом **векторних діаграм**.

Суть методу полягає в тому, що гармонічне коливання можна зобразити радіусом-вектором, який обертається у площині (x, y) . При цьому модуль радіуса-вектора дорівнює амплітуді коливання, кутова швидкість – частоті коливання ω , а початковий кут – початковій фазі φ .

Тоді сума гармонічних коливань однакової частоти зводиться до додавання відповідних радіусів-векторів, а кути між ними дорівнюють зсуву фаз. Векторна діаграма коливань в контурі, що відповідає закону Ома (6) представлена на рис. 2.

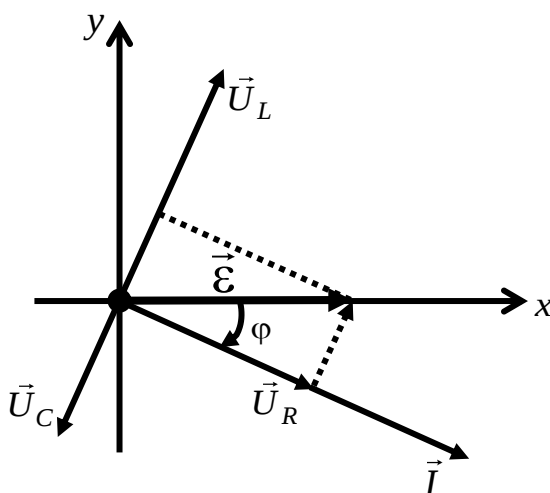


Рис. 2. Векторна діаграма коливань в контурі

З векторної діаграми за теоремою Піфагора отримуємо:

$$(U_R)^2 + (U_L - U_C)^2 = (\mathcal{E}_m)^2;$$

Або

$$I_m^2 R^2 + I_m^2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 = \mathcal{E}_m^2;$$

Звідси знаходимо амплітуду струму в контурі

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{Z}; \quad (7)$$

Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2};$$

називається **повним опором** контуру або **імпедансом**.

Величина

$$X_L = \omega L;$$

називається **індуктивним опором**.

Величина

$$X_C = \frac{1}{\omega C};$$

називається **ємнісним опором**.

Різниця між індуктивним і ємнісним опором

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C};$$

називається **реактивним опором**.

Таким чином, повний опір Z є геометричною сумою активного опору R і реактивного опору X .

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2};$$

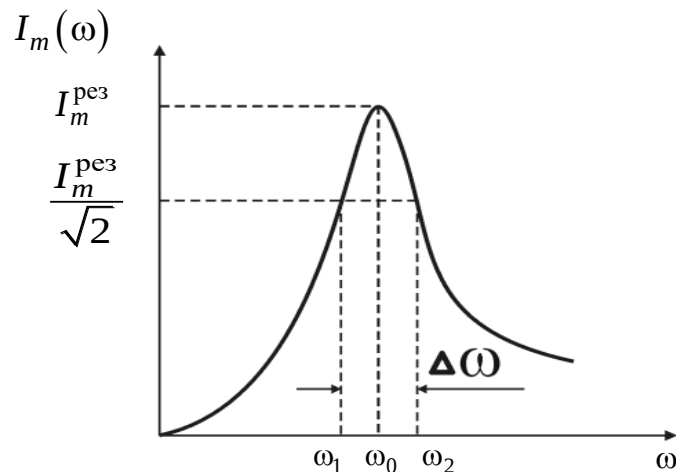
З векторної діаграми також знаходимо зсув фази між струмом та ЕРС в контурі:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R};$$

Або

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{X}{R}; \quad (8)$$

Як видно з (7), амплітуда струму в контурі залежить від частоти $I_m = I_m(\omega)$. Ця залежність називається **амплітудно-частотною характеристикою** контуру (АЧХ).



Амплітуда струму в контурі буде максимальною (а повний опір контуру мінімальним $Z = R$) за умови (див. (7))

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

З цієї умови знаходиться **резонансна частота**, тобто частота, при якій амплітуда струму досягається максимуму:

$$\omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \text{або} \quad f_p = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; \quad (9)$$

Видно, що для струму резонансна частота співпадає із частотою власних коливань в контурі.

Таким чином, **резонансом** називається явище різкого зростання амплітуди при наближенні частоти вимушених коливань до частоти власних коливань системи.

З формули (7) витікає, що в резонансі амплітуда струму становить

$$I_m^{\text{рез}} = \frac{\mathcal{E}_m}{R};$$

При відхиленні частоти вимушених коливань від резонансної частоти амплітуда струму зменшується і обертається на нуль як при $\omega \rightarrow 0$, так і при $\omega \rightarrow \infty$.

На рис. 3 показана амплітудно-частотна характеристика $I_m(\omega)$, яку ще називають **резонансною кривою**.

Важливою характеристикою контуру є **смуга пропускання** – це ширина резонансної кривої $\Delta\omega$ на рівні $1/\sqrt{2} \approx 0,707$ від максимального значення амплітуди. З рис. 3 слідує, що

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1;$$

За фізичним змістом, смуга пропускання – це область частот навколо резонансу, в межах якої коливання відбуваються з відносно великими амплітудами.

Відношення резонансної частоти до смуги пропускання називається **добротністю** контуру:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{\Delta f}; \quad (10)$$

Добротність характеризує гостроту резонансної кривої. Чим гостріше резонансна крива, тим більше добротність контуру.

Смуга пропускання $\Delta\omega$ і добротність Q залежать від параметрів контуру R, L, C . Знайдемо цей зв'язок.

Значення частот, при яких амплітуда струму становить $1/\sqrt{2}$ від максимального значення амплітуди в резонансі, можна знайти із співвідношення

$$I_m(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m^{\text{рез}};$$

Або

$$\frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\mathcal{E}_m}{R};$$

Тобто повинна виконуватися умова

$$R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = 2R^2;$$

Це бікватратне рівняння можна розділити на два квадратних рівняння

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \pm R;$$

Позитивні корні цих рівнянь дорівнюють:

$$\omega_1 = \frac{-R + \sqrt{R^2 + 4\frac{L}{C}}}{2L}; \quad \omega_2 = \frac{R + \sqrt{R^2 + 4\frac{L}{C}}}{2L};$$

Тоді ширина резонансної кривої дорівнює:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}; \quad \text{або} \quad \Delta f = \frac{R}{2\pi L}; \quad (11)$$

Звідси добротність:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad (12)$$

Співвідношення (12) показує, що чим менше активний опір контуру R , тим більше його добротність і тим гостріше резонансна крива.

ЗМІСТ РОБОТИ ТА ОПИС ЛАБОРАТОРНОЇ УСТАНОВКИ

Метою даної роботи є експериментальне визначення резонансної частоти, смуги пропускання і добротності контуру, а також порівняння експериментальних результатів з відповідними теоретичними значеннями. Дані дослідження необхідно провести для декількох коливальних контурів (за вказівкою викладача). Лабораторна установка (рис. 4) складається з звукового генератора ЗГ, магазину індуктивностей L , магазину ємностей C і магазину опорів R_m , з'єднаних послідовно.

Паралельно магазину опорів R_m включений вольтметр V . Його показання $U = \frac{I_m}{\sqrt{2}} R_m$ пропорційні амплітудному значенням струму I_m в контурі. Тому амплітудні значення струму можна вимірювати в поділках шкали вольтметра.

Зауваження: множник $\sqrt{2}$ у формулі для напруги потрібен тому, що прилади в колі змінного струму показують діючі (ефективні) значення струму $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ і напруги $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$.

Активний опір всього контуру R складається з опору магазину R_m і опору проводів, котушки і генератора R_0 :

$$R = R_m + R_0 \quad (13)$$

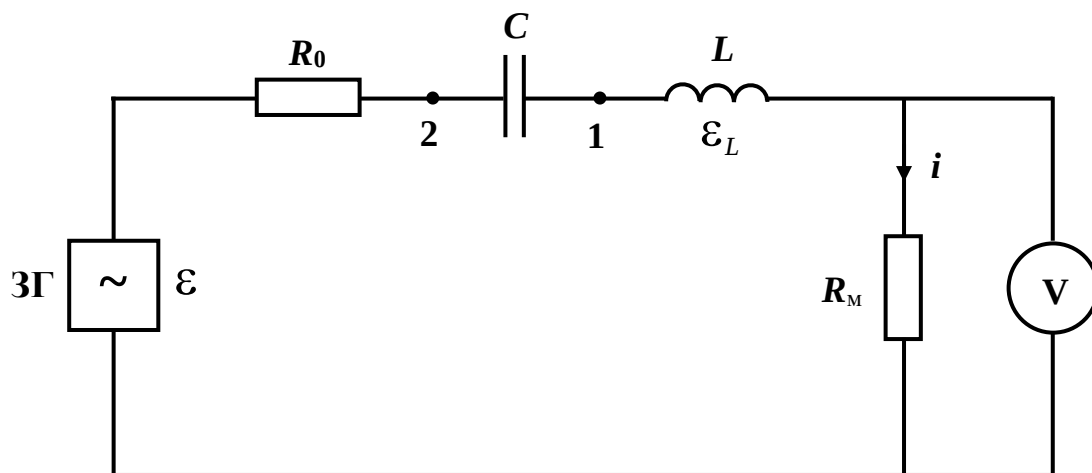


Рис. 4.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Зібрати електричне коло за схемою, показаною на рис. 4.
2. Встановити вказані на робочому місці значення опору магазину R_M , індуктивності L і одне зі значень ємності C (задається викладачем), записати їх величини в робочий зошит.
3. Обчислити теоретичне значення резонансної частоти контуру f_0 за формулою (9).
4. Змінюючи частоту генератора поблизу теоретичного значення резонансної частоти, визначити експериментальне значення резонансної частоти f_0 контуру, показання вольтметра при цьому набуває максимального значення.
5. Налаштувавшись на резонансну частоту f_0 , встановити напругу, що відповідає 10 поділкам шкали вольтметра. Це досягається регулюванням вихідної напруги звукового генератора і вибором меж вимірювань вольтметра.
6. Зняти амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) контуру $U(f)$.
Для цього, змінюючи частоту генератора у бік частот менших резонансної ($f < f_0$), записати в таблицю 1 ті частоти, при яких амплітуда коливань на вольтметрі становить: 9; 8; 7; 6; 5 поділок.
Вимірювання повторити, змінюючи частоту генератора у бік частот більших резонансної ($f > f_0$). В таблицю занести ті частоти, при яких вольтметр показує амплітуду, що також становить: 9; 8; 7; 6; 5 поділок.

Таблиця 1

						f_0 , кГц					
f , кГц											
U , под.						10					

7. За результатами вимірювань побудувати амплітудно-частотну характеристику контуру $U(f)$.

8. З графіку визначити експериментальне значення смуги пропускання контуру Δf , як ширину резонансної кривої на рівні 0,707 від її максимальної висоти.

9. Обчислити експериментальне значення добротності контуру за формулою (10).

10. За формулою (11) обчислити теоретичне значення смуги пропускання контуру Δf (при цьому опір контуру знайти за формулою (13)).

11. За формулою (12) обчислити теоретичне значення добротності (при цьому опір контуру знайти за формулою (13)).

12. Порівняти теоретичні і експериментальні значення резонансної частоти, смуги пропускання і добротності контуру.

13. Пункти 2-12 повторити, змінивши параметри контуру за вказівкою викладача.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Що таке резонанс? Як визначається резонансна частота контуру?
2. Що таке амплітудно-частотна характеристика контуру?
3. Як амплітуда струму залежить від частоти вимушених коливань?
4. Чому дорівнює індуктивний, ємнісний, реактивний та повний опір контуру?
5. Чому дорівнює повний опір контуру при резонансі?
6. Порівняйте напругу на котушці індуктивності та напругу на ємності в резонансі.
7. Що таке смуга пропускання контуру?
8. Що таке добротність контуру?
9. Як визначити добротність контуру по амплітудно-частотній характеристиці?
10. Як визначається смуга пропускання і добротність контуру за значеннями R , L і C ?
11. Від чого залежить зсув фази між струмом та ЕРС в контурі?
12. Побудуйте векторні діаграми напруг для резонансної частоти і частот $\omega < \omega_0$ і $\omega > \omega_0$.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики: у трьох томах. Т. 2. Електрика і магнетизм / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик. – К. : Техніка, 2001. – 452 с.
2. Фізика: навч. посібник для студ. інж.-пед. спец.. Ч. 2: Електростатика. Закони постійного струму. Електромагнетизм. Гармонічні коливання. Хвильова оптика/ А. М. Берестовий; Укр. інж.-пед. акад.. - Харків: УПА, 2008. - 190 с.
3. «Фізика». [Електронний ресурс]: навчальний посібник для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за технічними спеціальностями /І.В.Лінчевський, В.В. Хіст; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 3.6 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 141с.

Електронне навчальне видання комбінованого використання
Можна використовувати в локальному та мережному режимі

Кальний Сергій Євгенович
Мосієнко Ганна Миколаївна

ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОЛИВАЛЬНОГО КОНТУРУ

Методичні вказівки

до проведення лабораторного заняття для здобувачів вищої освіти
першого (бакалаврського) рівня з дисципліни «Фізика» за спеціальностями
015.33 «Професійна освіта. Енергетика, електротехніка та електромеханіка»,
141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

В авторській редакції

Підписано до розміщення 25.06.2025. Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 1,40. Обсяг 0,727 Мб. Зам. № 260/25.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3367 від 13.01.2009
Видавництво ХНУ імені В. Н. Каразіна