

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**ІМЕНІ В.Н. КАРАЗИНА**  
**НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ**  
**«ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ»**  
**КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ ФІЗИКИ ТА ФІЗИКИ ПЛАЗМИ**

**Пояснювальна записка**

до дипломного проекту (роботи)  
БАКАЛАВРА  
на тему

«Пряме лазерне прискорення в самокерованому режимі поширення»

"Direct laser acceleration in self-guided regime"

Виконала: студентка 4 курсу навчання  
за ОПІ бакалавр Пустова С.О.

Напрямок підготовки: 105 «Прикладна фізика та  
наноматеріали»

Керівник: проф. Враніч М.

доц. Афанасьєва І.О.



Консультант: Баб'як Р.

Рецензент: доц. КМРБФТ Юнаков М.М.



Харків – 2024 рік

## Анотація

У цій роботі було здійснено взаємодію лазера з малоцільною плазмою, з чого випливає пряме лазерне прискорення в режимі самонаведення. Електричне поле, поглинання потужності лазера та приріст енергії електронів розраховували за допомогою PIC-коду Osiris. Розрахунки проводились для лазера з потужністю 1 PW, довжиною хвилі 1 мкм. Було проведено п'ять симуляцій для тривалості імпульсу 150 фс і одне для 30 фс, що має той самий  $\omega_0 = 13$  мкм. Ми порівняли ці два імпульси з однаковими розмірами плям і виявили різницю між коротким і довгим поширенням імпульсу в плазмі. При збереженні постійної потужності, змінювалися початкова горловина імпульсу та векторний потенціал відповідно. Таким чином ми змогли наблизитися до найбільш стабільного поширення, що веде нас до найбільш оптимального прямого прискорення лазером.

## Abstract

In this thesis was performed an interaction of a laser with underdense plasma, and what follows from this is Direct Laser Propagation in self-guided regime. Electric field, absorption of the laser power and electron energy gain was calculated using Osiris PIC-code. Calculations were carried for the laser with the Power 1 PW, wavelength 1  $\mu\text{m}$ . Five simulations were run for pulse duration 150fs and one for 30 fs that has the same  $\omega_0 = 13\mu\text{m}$ . We have compared these two pulses with the same spot sizes and saw a difference between short and long pulse propagation through a plasma. Keeping the power constant, the initial beam waist and vector potential were changing accordingly. In such a way we were able to get close to the most stable propagation, that leads us to the most optimal DLA.

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	5
1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ .....	7
1.1 ЗАГАЛЬНЕ ПОНЯТТЯ ПРО ПЛАЗМУ .....	7
1.2 ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ В ПЛАЗМІ .....	10
1.2.1 Хвилі в плазмі.....	10
1.2.2 Нелінійне поширення хвиль.....	12
1.2.3 Самофокусування.....	13
1.3 РУХ ЧАСТИНКИ В ЕМ ПОЛЯХ.....	15
1.3.1 Рух частинки в інтенсивній ЕМ хвилі.....	15
1.3.2 Пондермоторна сила .....	17
1.3.3 Механізм прискорення електронів.....	18
2 PARTICLE-IN-CELL МЕТОД.....	22
2.1 МОДЕЛЮВАННЯ ПЛАЗМИ .....	22
2.2 АЛГОРИТМ PIS .....	22
3 РЕЗУЛЬТАТИ.....	27
3.1 НАЛАШТУВАННЯ СИМУЛЯЦІЇ.....	27
3.2 РОЗМІР ПЛЯМИ ЛАЗЕРА .....	29
3.3 ПОРІВНЯННЯ ПОШИРЕННЯ ДОВГИХ (150 фс) І КОРОТКИХ (30 фс) ІМПУЛЬСІВ.....	29
3.4 ОПТИМАЛЬНЕ ПОШИРЕННЯ ІМПУЛЬСУ .....	33
3.5 ОТРИМАННЯ ЕНЕРГІЇ ЕЛЕКТОНАМИ .....	34
ВИСНОВОК.....	37
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	38

## ВСТУП

Прагнення прискорити частинки до вищих енергій постійно розсуває межі наукових знань і технологічних інновацій. Серед безлічі розроблених методів лазерне прискорення частинок виділяється як новаторський підхід. Цей метод використовує величезну потужність лазерів для прискорення частинок, пропонуючи компактні та ефективні альтернативи традиційним прискорювачам. Теоретичне передбачення лазерного прискорення кільватерного поля (LWFA) було важливим моментом у фізиці лазерного прискорення, оскільки воно поклало шлях до створення енергетичних електронів за допомогою інтенсивних лазерів.

Традиційні прискорювачі частинок, такі як синхротрони та циклотрони, відіграли важливу роль у просуванні нашого розуміння фундаментальної фізики. Однак ці машини зазвичай великі, дорогі та складні. Потреба в більш компактних, економічно ефективних і універсальних прискорювачах спонукала вчених досліджувати альтернативні методи. Лазерне прискорення частинок стало багатообіцяючим рішенням, яке використовує швидкий прогрес лазерної технології для досягнення високих градієнтів прискорення в невеликих установках.

Альтернативною технікою лазерного прискорення електронів до стандартного LWFA є пряме лазерне прискорення (DLA), яке має потенціал як джерело фотонів високої енергії або зародок позитронів чи нейтронів. У цій роботі ми прагнемо спостерігати, яким буде належне DLA у некерованому режимі і що стоїть за його оптимізацією в нашому випадку – для 1PW лазера з довжиною хвилі 1 мкм, що поширюється через недостатньо щільну плазму. РІС-код Osiris використовувався для запуску кількох симуляцій для вивчення цієї проблеми. За умови прискорення частинок в DLA в поздовжньому напрямку

електричного поля розповсюдження лазера, ми спостерігали, яким буде оптимальне фокусування для досягнення як найдовшого стабільного поширення, яке визначається досягненням максимально можливої передачі енергії від лазера до енергійних електронів і які енергії були отримані для різних випадків.

# 1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

## 1.1 ЗАГАЛЬНЕ ПОНЯТТЯ ПРО ПЛАЗМУ

Плазма є іонізованим газом, тому містить позитивно та негативно заряджені частинки. Щоб досягти рідини, нагрівають тверду речовину, щоб досягти газу, нагрівають рідину, а щоб досягти плазми, нагрівають газ. Таким чином, плазму називають четвертим станом речовини. Крім того, ми повинні зазначити, що 99% відомого Всесвіту складається з плазми: зірки, туманності, полярні сяйва, акреційний диск чорної діри, озоновий шар нашої атмосфери, який захищає нас від сонячного випромінювання. Умови для появи плазми на нашій планеті обмежені, тут це можуть бути лише світлові розряди, спалахи блискавок, полярні сяйва або пікселі плазмового телевізора, також вчені отримують плазму в своїх лабораторіях на Землі.

Не кожен іонізований газ можна визначити як плазму – він повинен мати певні властивості. Щоб іонізований газ називався плазмою, він має бути квазінейтральним і проявляти колективну поведінку. Тепер давайте дізнаємося, що означають ці два терміни. Квазінейтральність означає, що частинки, які утворюють плазму, складаються з вільних електронів та іонів, а їхній загальний заряд компенсує один одного (1.1).

$$n_e \approx Z n_i \quad (1.1)$$

Другий термін, колективна поведінка, виникає із закону Кулона. Наш четвертий стан матерії складається із заряджених частинок, які рухаються і можуть локально концентруватися в позитивних і негативних областях, створюючи електричне поле. Під час їх руху виникають струми, які створюють магнітне поле. І це створене поле буде діяти на частинки.

Можна задатися питанням, як визначити, чи є цей газ плазмою чи ні. І щоб відповісти на це запитання, Саха склав своє рівняння, яке насправді є умовою для того, щоб назвати іонізований газ плазмою:

$$\frac{n_i}{n_n} \approx 2.4 * 10^{21} * \frac{T^{3/2}}{n_i} e^{-U_i/kT} \quad (1.2)$$

$n_i, n_e$  - густина іонізованих атомів і нейтральних атомів відповідно.  $T$  - температура газу,  $k$  - стала Больцмана,  $U_i$  - енергія іонізації газу.

Наприклад, для повітря  $n_i \approx 10^{-122}$ , і цей дуже низький показник. [6].

Дуже важливою характеристикою плазми є довжина Дебая. Вона показує, що відбувається із зарядом локально та його здатність екранувати електричне поле.

Уявіть, що ви помістили в плазму позитивно заряджену частинку. Ця пробна частинка буде притягувати частинки з протилежними зарядами, тобто пробна частинка буде оточена негативно зарядженими частинками. Такий ефект називається екрануванням Дебая. Важливо зазначити, що на частинки, чия кінетична енергія перевищуватиме потенціал ями, тестові частинки не впливатимуть. Таким чином, такі частинки не будуть залучені до взаємодії.

Вираз для довжини Дебая такий:

$$\lambda_D = \left( \frac{\epsilon_0 k T_e}{n e^2} \right)^{1/2} \quad (1.3)$$

Ще один важливий параметр плазми це плазмова частота. Розглянемо електростатичну систему, яка включає один іон і вільний електрон. Ми вважаємо іони набагато важчими. Ми зміщуємо електрони з початкового положення, а потім відпускаємо їх. І електрони починають коливатися навколо іонів з особливою частотою. І тепер, якщо ми розглянемо плазмовий шар (рис.1.1), який

містить іони та електрони і буде витіснити шар з електронами, то цей шар коливатиметься з певною частотою – частотою електронної плазми .

$$\omega_e = \left( \frac{4\pi n_0 e^2}{m_e} \right)^{1/2} \quad (1.4)$$

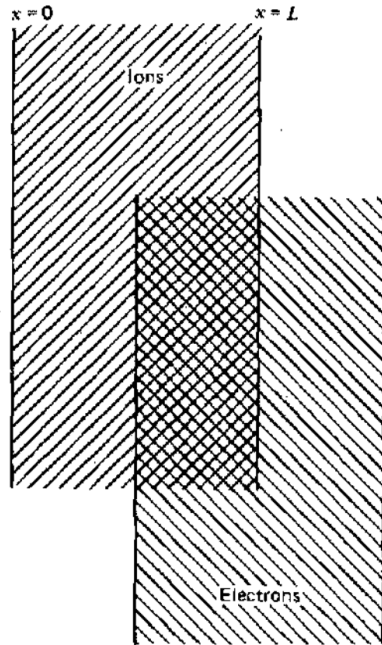


Рис.1.1. Ілюстрація плазмового шару для розрахунку плазмової частоти [5]

## 1.2 ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ В ПЛАЗМІ

### 1.2.1 Хвилі в плазмі

Електромагнітні (ЕМ) хвилі, фундаментальні для багатьох галузей фізики та техніки, являють собою коливання електричних і магнітних полів, які поширюються в просторі, переносячи енергію та імпульс. Ці хвилі описуються рівняннями Максвелла, які коротко описують поведінку електричних і магнітних полів у різних середовищах. У ЕМ-хвилі електричне поле  $\mathbf{E}$  та магнітне поле  $\mathbf{B}$  коливаються перпендикулярно одне одному та напрямку поширення, зазвичай представленою як вісь  $z$ .

Хвильове рівняння для електричного поля  $\mathbf{E}$  у вакуумі можна записати так [1]:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

де  $\nabla^2$  – оператор Лапласа,  $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $t$  – час. Подібним чином хвильове рівняння для магнітного поля  $\mathbf{B}$  має вигляд [1]:

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.2)$$

Інтенсивність електромагнітної хвилі є ключовим показником її енергії на одиницю площі за одиницю часу.

Математично інтенсивність  $I$  визначається як:

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \quad (2.3)$$

де  $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $\epsilon_0$  – діелектрична проникність вільного простору, а  $E_0$  – пікова амплітуда електричного поля. Це співвідношення

підкреслює, що інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди електричного поля, вказуючи на те, що навіть невеликі збільшення  $E_0$  призводять до значного збільшення інтенсивності.

Вектор Пойнтінга  $\mathbf{S}$  представляє потік потужності або швидкість передачі енергії на одиницю площі. Вектор Пойнтінга визначається як:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \quad (2.4)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.5)$$

Коли електромагнітні хвилі взаємодіють із плазмою, їхня поведінка може різко змінюватися залежно від властивостей плазми. Ось дисперсійне рівняння для лінійної хвилі в плазмі [1]:

$$k^2 c^2 + \omega_p^2 - \omega^2 = 0 \quad (2.6)$$

де  $\omega$  – частота хвилі,  $k$  – хвильове число. Це рівняння є умовою поширення електромагнітних хвиль через середовище плазми. Треба, щоб хвильове число було дійсним числом, і з ми бачимо, що умова виконується при  $\omega > \omega_{\text{стоп}}$ .

Таким чином, виходячи з співвідношення між плазмовою частотою  $\omega_p$  і частотою падаючої електромагнітної хвилі  $\omega$ , плазму можна класифікувати як недостатньо щільну або надщільну. У малощільній плазмі ( $\omega > \omega_p$ ), електромагнітні хвилі можуть поширюватися через плазму, але їх фазова швидкість і довжина хвилі змінюються через взаємодію з вільними електронами. Це поширення пов'язане з такими явищами, як заломлення та дисперсія, коли швидкість хвилі залежить від частоти.

Навпаки, у надщільній плазмі ( $\omega < \omega_p$ ), електромагнітні хвилі не можуть поширюватися і замість цього відбиваються на межі плазми. Це відбивання відбувається тому, що плазма діє як дзеркало для частот, нижчих за плазмову,

запобігаючи проникненню хвилі в середовище. Критична частота  $\omega_b$  розмежовує перехід між цими двома режимами і дорівнює плазмовій частоті  $\omega_p$ .

Критична щільність  $n_{cr}$  – густина електронів, при якій плазмова частота  $\omega_{stop}$  дорівнює частоті падаючої електромагнітної хвилі  $\omega$ . Вона надається виразом [1]:

$$n_c = \frac{\epsilon_0 m_e \omega^2}{e^2} \quad (2.7)$$

де  $\epsilon_0$  – діелектрична проникність вільного простору,  $m_e$  – маса електрона,  $\omega$  – частота падаючої електромагнітної хвилі,  $e$  – елементарний заряд.

Лазерно-плазмові взаємодії є важливою областю досліджень, яка використовує лазерні промені високої інтенсивності для дослідження динаміки плазми та властивостей матеріалів. Лазери створюють високі когерентні та інтенсивні електромагнітні хвилі, і їх взаємодія з плазмою може призвести до різноманітних нелінійних ефектів. Інтенсивність лазерного променя є критичним фактором у цих взаємодіях, впливаючи на такі процеси, як нагрівання, іонізація та поширення хвиль у плазмі.

### 1.2.2 Нелінійне поширення хвиль

У присутності надпотужної електромагнітної хвилі електрони в плазмі можуть досягати швидкостей, що наближаються до швидкості світла. Коли це відбувається, релятивістські ефекти стають значними. Одним із основних ефектів є збільшення ефективної маси електронів. Релятивістська маса  $m$  електрона, що рухається зі швидкістю  $v$ , визначається як [1]:

$$m = \gamma m_0 \quad (2.4)$$

де  $m_0$  — маса спокою електрона, а  $\gamma$  — фактор Лоренца, який визначається як:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.5)$$

Тут  $c$  — швидкість світла. Якщо швидкість електрона значно зростає, то  $\gamma$  дуже зростає, що впливає на поведінку електронів в електромагнітних полях, змінюючи дисперсію та характеристики поширення хвиль.

Для нерелятивістської плазми дисперсійне співвідношення для електромагнітної хвилі частоти  $\omega$  та хвильового числа  $k$  визначається як [1]:

$$k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_p^2 \quad (2.6)$$

У релятивістському випадку ефективна маса електрона  $m_e$  замінюється релятивістською масою  $m = \gamma m_0$ , а плазмова частота стає [1]:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 \gamma m_0}} \quad (2.7)$$

Це коригування призводить до нового співвідношення дисперсії, яке враховує релятивістські ефекти [1]:

$$k^2 c^2 = \omega^2 - \frac{\omega_p^2}{\gamma} \quad (2.8)$$

### 1.2.3 Самофокусування

З співвідношення (2.8) випливає, що електромагнітні хвилі з великої інтенсивності можуть відчувати самофокусування [1]. В основі самофокусування лежить нелінійний відгук плазмового середовища на інтенсивне лазерне поле. Лазерний промінь, що поширюється крізь плазму, викликає пондеромоторну

силу, яка діє на електрони плазми, що призводить до нелінійної модифікації профілю показника заломлення.

З точки зору геометричної оптики, ця просторова зміна показника заломлення діє як збиральна лінза (рис.2.1).

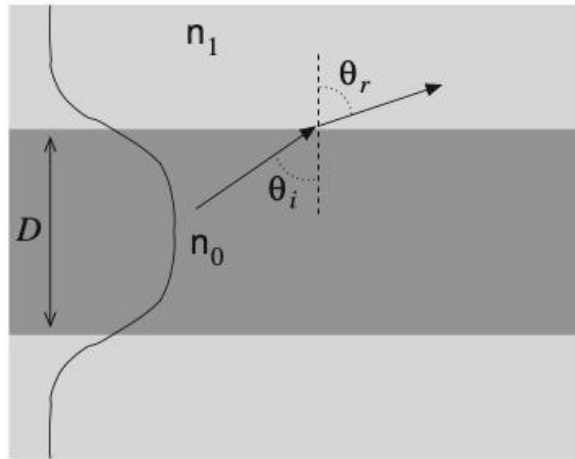


Рис. 2.1. Самофокусування лазера в плазмі [3].

Світлові промені, що виходять із центральної області, відчувають вигин і повторну колімацію, коли вони поширюються крізь плазму, сходячись до центру. Самофокусування відбувається, коли оптична сила цієї «лінзи» перевищує власну дифракцію лазерного променя. Взаємодія між профілем інтенсивності лазерного променя та нелінійним показником заломлення визначає початок самофокусування.

Важливо зазначити порогову потужність лазера [3]:

$$P_c = 4.3 * 10^{10} W \frac{\omega^2}{\omega_p^2} = 43GW \frac{n_c}{n_e} \quad (2.12)$$

Порогова потужність, також має назву критична потужність — це поріг самофокусування, який визначає, чи буде лазер релятивістсько самофокусуватися.

### 1.3 РУХ ЧАСТИНКИ В ЕМ ПОЛЯХ

#### 1.3.1 Рух частинки в інтенсивній ЕМ хвилі

Основною силою, яка керує рухом зарядженої частинки в електромагнітних полях, є сила Лоренца, яка визначається як:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.1)$$

і рівняння енергії [4]:

$$\frac{d}{dt} (\gamma mc^2) = -e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}), \quad (3.2)$$

де  $q$  - заряд частинки,  $\mathbf{E}$  - електричне поле,  $\mathbf{B}$  - магнітне поле,  $\mathbf{v}$  - швидкість частинки.

Для електрона в однорідному магнітному полі  $\mathbf{B}$  без електричного поля сила дорівнює:

$$\mathbf{F} = -e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.3)$$

Ця сила перпендикулярна як швидкості, так і магнітному полю, що призводить до колового або гвинтового руху електрона. Радіус колового шляху, відомий як радіус Лармора  $r_L$  і циклотронна частота  $\omega_c$  визначаються за формулами:

$$r_L = \frac{mv_{\perp}}{eB}$$
$$\omega_c = \frac{eB}{m}$$

Електрон рухається по колу в площині, перпендикулярній до магнітного поля з кутовою частотою  $\omega_c$ . Якщо електрон також має компоненту швидкості, паралельну  $\mathbf{B}$ , він буде рухатися по гвинтовій траєкторії вздовж силових ліній магнітного поля.

Розглянемо рух електрона в плоскій хвилі. Тепер ми можемо представити електричні та магнітні поля як [4]:

$$\mathbf{E} = -\partial \mathbf{A} / \partial t, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = (0, -\partial A_z / \partial x, \partial A_y / \partial x) \quad (3.4)$$

тому ми можемо переписати силу Лоренца наступним чином[4]:

$$\frac{d\mathbf{p}_\perp}{dt} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + v_x \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}, \quad (3.5)$$

І після інтегрування ми отримуємо важливе співвідношення:

$$\mathbf{p}_\perp - \mathbf{A} = \mathbf{p}_{\perp 0}, \quad (3.6)$$

де  $\mathbf{p}_{0\perp}$  - початковий перпендикулярний імпульс електрона.

Вираз (3.6) говорить нам, що перпендикулярний імпульс дорівнює векторному потенціалу лазера. Поздовжні компоненти (3.1) і (3.2) можна поєднати як[4]:

$$\frac{dp_x}{dt} - \frac{d\gamma}{dt} = -v_y \left( \frac{\partial A_y}{\partial t} + \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) - v_z \left( \frac{\partial A_z}{\partial t} + \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \quad (3.7)$$

RHS рівняння зникає як електромагнітна хвиля і рівняння лише (t-x), і тому ми отримуємо:

$$\gamma - p_x = \alpha, \quad (3.8)$$

де  $\alpha$  - є константою руху

Використовуючи відомий вираз  $\gamma^2 - p_x^2 - p_\perp^2 = 0$ ,  $p_{0\perp} = 0$  ми можемо знайти вираз, який розділяє паралельні та перпендикулярні імпульси:

$$p_x = \frac{1 - \alpha^2 + p_\perp^2}{2\alpha}. \quad (3.9)$$

І ми отримуємо розв'язок для руху вільного електрона в хвилі. Тепер, щоб отримати загальну форму, нам потрібно вказати  $\alpha$  і проінтегрувати (3.8) і (3.9).

Після цих операцій отримуємо [4]:

$$\mathbf{p} = \gamma \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \gamma \frac{d\phi}{dt} \frac{d\mathbf{r}}{d\phi} = \alpha \frac{d\mathbf{r}}{d\phi}. \quad (3.10)$$

Графічний розв’язок рівняння (3.10) в лабораторній системі для лінійно поляризованої хвилі при  $t = 0$ ,  $p_x = p_\perp = 0$  і  $\gamma = 1$  представлено на рис.3.1, в силу (3.9)  $\alpha = 1$ .

Як бачимо з малюнка, внаслідок впливу напруженого поля електрони будуть здійснювати коливання в поперечному напрямку.

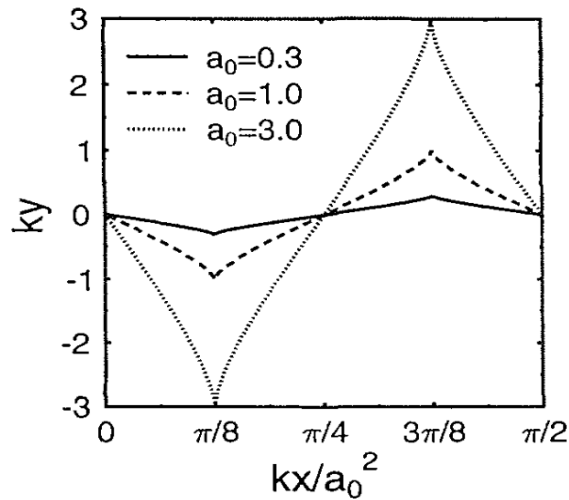


Рис. 2.1. Траєкторії електронів у плоскій хвилі великої амплітуди [4]

### 1.3.2 Пондермоторна сила

Пондермоторна сила — це дуже важливий ефект, який може виникати в високочастотних інтенсивних електричних полях, які насправді можуть виникати як з магнітними полями, так і без них. Ця сила фактично відштовхує заряджені частинки з області більшої інтенсивності до області з більшою інтенсивністю (рис. (2.2)).

Пондермоторна сила може бути виражена, як [3]:

$$F_p = - \frac{q_s^2}{4m_s\omega^2} \frac{d}{dx} (E_0^2) \quad (3.11)$$

Іншим виразом для пондермоторної сили може бути [4]:

$$\mathbf{f}_p = \frac{d\mathbf{p}^s}{dt} = -mc^2 \nabla \bar{\gamma}, \quad (3.12)$$

де  $\gamma = (1 + p_s^2/m^2c^2 + a_0^2/2)^{1/2}$ .

Для отримання додаткової інформації про виведення цих рівнянь ви можете переглянути [3,4,5].

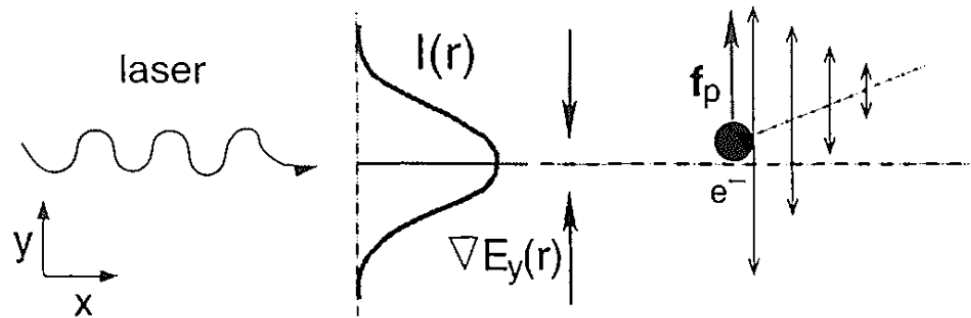


Рис. 2.2. Схематичне зображення впливу пондеромоторної сили [4]

Згідно з (3.11), чим більшу масу має частинка, тим менша пондеромоторна сила діє на неї, тому можна вважати, що електрони відштовхуються з більшою потужністю, ніж іони.

Пондеромоторна сила дуже важлива при вивченні взаємодії плазми з лазерами високої інтенсивності. Вона широко використовується в таких галузях, як лазерний та електронно-променевий синтез, лазерне прискорення кільватерного поля.

### 1.3.3 Механізм прискорення електронів

#### 1.3.3.1 Лазерне кільватерне прискорення

LWFA є одним із механізмів прискорення частинок. Цей механізм заснований на короткому лазері, що поширюється крізь плазму, створюючи

структуру, звану кильватерним полем, яка надає енергію частинкам. Це схоже на те, як серфінгісти набирають швидкість від хвиль, узгоджуючи їхню швидкість з рухом хвилі вперед. Ця синхронізація дозволяє їм ефективно керувати енергією хвилі.

Існує дві умови для успішного прискорення:

- Частинка повинна поширюватися в одному з напрямків електричного поля.
- Виконання оптимального фазування між частинками та хвилями.

LWFA складається з лазера високої інтенсивності, що поширюється через плазму, так що довжина імпульсу  $\sigma t$  коротша за релятивістську довжину хвилі плазми.  $\sigma t \leq \lambda_p = 2\pi c/\omega_p$  [9].

Отже, нам потрібно створити плазмову хвилю зі швидкістю, близькою до швидкості світла,  $v_p \leq c$ .

Використаємо лазер, що поширюється з груповою швидкістю в недостатньо щільній плазмі [3]:

$$v_g = c(1 - \omega_p^2/\omega^2)^{1/2} \lesssim c \quad (3.1)$$

На електрони діє пондеромоторна сила [3]:

$$f_p = f_p(x - v_g t) = -m_e c^2 \partial_x \gamma_a, \quad \gamma_a = \left(1 + \langle \mathbf{a}^2(x - v_g t) \rangle\right)^{1/2} \quad (3.2),$$

де  $a^2(x - v_g t)$  – нормований векторний потенціал лазера. Таким чином результуюча фазова швидкість  $v_p = v_g$  була б близькою до швидкості світла. І кильватерне поле буде збуджено (рис.3.1).

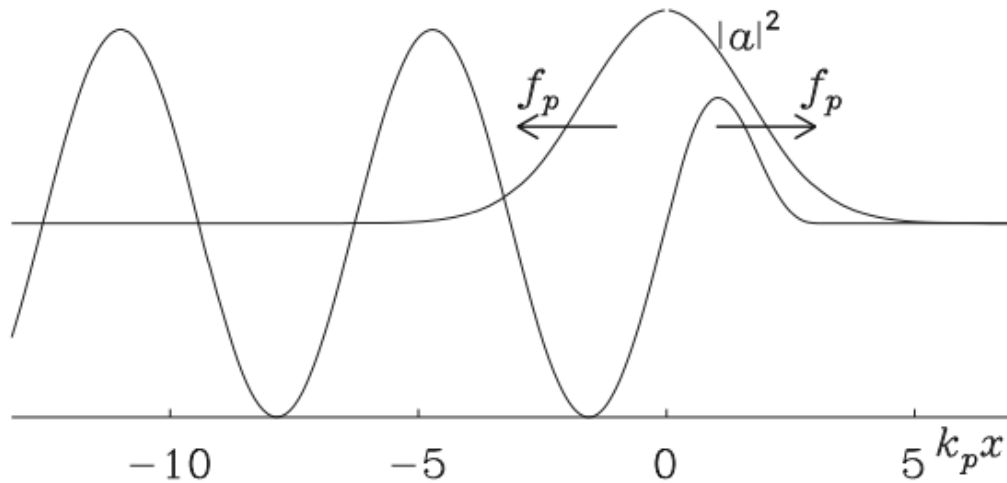


Рис. 3.1 Збудження кильватерного поля коротким лазерним імпульсом [3]

Оцінка максимального отримання енергії [3]:

$$\varepsilon = 2m_e c^2 (\omega/\omega_p)^2 \quad (3.3)$$

Після отримання енергії електрони покидають хвилю, пройшовши прискорювальну відстань  $L_{acc}$  [3]:

$$L_{acc} = \frac{W}{eE_0} \simeq \frac{2\omega^2 c}{\omega_p^3} = \frac{\lambda}{\pi} \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^3 \quad (3.4)$$

Типова відстань прискорення становить від кількох міліметрів до кількох сантиметрів. Типовий приріст енергії для електронів може коливатися від сотень МеВ до кількох ГеВ на кілька сантиметрів, залежно від експериментальної установки та використовуваних параметрів.

### 1.3.3.2 Пряме прискорення лазера

Механізм прямого прискорення лазера (DLA) випливає з його назви: електрони безпосередньо прискорюються в лазерному полі. Механізм DLA працює за рахунок того, що електричне поле лазера передає енергію на бічні (бетатроні) коливання електронів. Потім ця енергія перетворюється на імпульс

руху магнітним полем лазера. Механізм DLA можна розуміти як резонансну взаємодію, коли частота лазерного поля, скоригована ефектом Доплера внаслідок руху електронів  $\omega_D = \omega_L(1 - v_x/v_{ph})$  [10], відповідає частоті коливань бетатрона  $\omega_\beta = \omega_p/\sqrt{2\gamma}$  [10] електронів в іонному каналі. Тут  $\omega_L$  і  $v_{ph}$  – частота лазера та фазова швидкості відповідно і  $v_x$  – поздовжня швидкість частинки.

## 2 PARTICLE-IN-CELL МЕТОД

### 2.1 МОДЕЛЮВАННЯ ПЛАЗМИ

В основі моделювання плазми лежить проблема точного представлення складної фізики, що керує поведінкою плазми. Ці взаємодії регулюються рівняннями Максвелла. Взаємодія цих сил призводить до широкого діапазону явищ, включаючи взаємодію хвилі та частинок, нестабільності, турбулентність і нелінійні ефекти.

Сучасні комп'ютери, які використовують масові паралельні обчислення з тисячами ЦП, досягають продуктивності  $10^{14}$  операцій із плаваючою комою за секунду, що дозволяє виконувати складне моделювання плазми та представляє вершину досліджень інформатики в цій галузі [6]. Однією з головних проблем є залучений широкий діапазон часових і просторових масштабів. Для точного визначення цього діапазону в моделюванні потрібні складні алгоритми та значна обчислювальна потужність.

### 2.2 АЛГОРИТМ PIC

Метод, який використовується для моделювання взаємодії лазера з плазмою, називається методом «частинка в комірці» (PIC). Насправді, цей метод здійснює штовхання частинок і осадження струму, а отже, оновлення поля в точці сітки. Алгоритм (рис. 2.1) представляє всі кроки, які йдуть один за одним. Цей алгоритм повторюється для кожного тимчасового кроку.

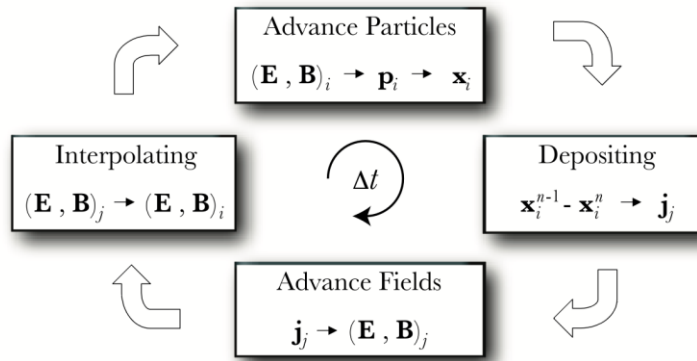


Рис. 2.1. Цикл для використаного електромагнітного алгоритму PIC. [6]

**Штовхач частинок (Particle Pusher)** заснований на методі чехарди і має секундну точність за часом [1]. Уявіть, що ми знаємо положення в момент часу  $n$  і швидкість в момент часу  $(n+1/2)$ . За допомогою методу чехарди наступна позиція в момент часу  $(n+1)$  виражається як:

$$x^{n+1} = x^n + v^{n+1/2} \quad (2.1)$$

Рух частинок в електромагнітному полі визначається силою Лоренца, що діє на частинки:

$$\frac{dp}{dt} = q(\vec{E} + \frac{v}{c} \times \vec{B}) \quad (2.2)$$

де  $q$  - заряд частинки,  $v$  - швидкість,  $E$  і  $B$  - електричне і магнітне поле.

Далі нам потрібно оновити імпульс частинки шляхом інтерполяції значень електромагнітного поля з сітки до положення частинки. Якщо компонент поля визначено в нижньому лівому куті клітинки моделювання, цей метод по суті виконує білінійну інтерполяцію чотирьох найближчих значень, що призводить до [6]:

$$E = \frac{A_1 I_1 + A_2 I_2 + A_3 I_3 + A_4 I_4}{A} \quad (2.3)$$

де  $E$  - електричне поле в кутку комірки (рис.2.2).

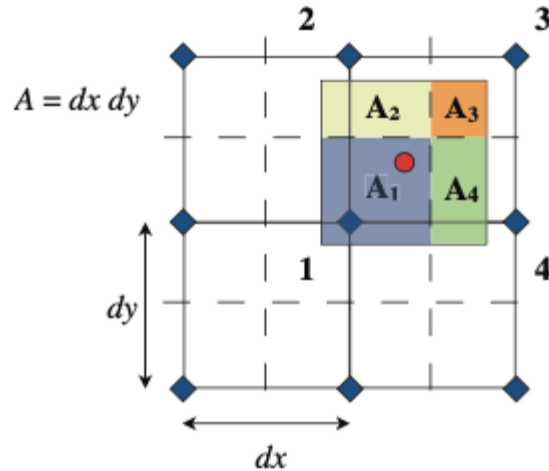


Рис. 2.2. Схема інтерполяції поля [6]

Використовуючи всі наближення та формули, виділені нижче, ми можемо представити алгоритм для штовхача частинок. Тут ми згадаємо рівняння для оновленої позиції, але ви можете переглянути детальний алгоритм штовхача в [6]. Ми вважаємо  $u = \gamma v$ .

Положення частинки при  $t^{n+1}$  [6]:

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \frac{\mathbf{u}^{n+\frac{1}{2}}}{\gamma^{n+\frac{1}{2}}} \Delta t \quad (2.4)$$

**Врахування зміни струму (Current deposition).** Оскільки частинки рухаються, це створює у симуляції струм. Обрана сітка для поточного осадження повинна бути сумісною з сіткою схеми для штовхача частинок і задовольняти наступне рівняння [6] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j} \quad (2.5)$$

де  $\rho$  - щільність заряду,  $\mathbf{j}$  - струм

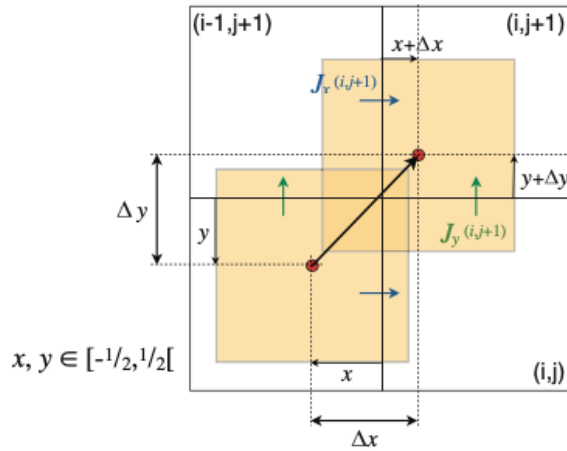


Рис. 2.3 Схема зміни струму. [6]

Схема зміни струму представлена на рис. 2.3.

Частинка, розташована в  $(x, y)$ , за 1 крок переміститься до  $(x + \Delta x, y + \Delta y)$ . Ми можемо обчислити горизонтальну складову струму в комірці  $(i, j)$  -  $J_x(i, j)$  як сумарну величину заряду, що перетинає межу комірки, де це значення визначено. Ширина заряду, що перетинає межу становить  $\Delta x$ , а середня висота становить  $\Delta y / 2$ . Загальний струм буде  $\Delta x (\Delta y / 2) q / \Delta t$ . Що ми можемо переписати до загального струму для кожного компонента.

**Врахування зміни поля (Field solver).** Для оновлення значень поля ми будемо використовувати поточні значення. Перепишемо рівняння Максвелла у вигляді  $(E_0, B_0 = 0)$  [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= 4\pi \mathbf{j} - c \nabla \times \mathbf{B} \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -c \nabla \times \mathbf{E} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Ми визначаємо поле та струм, як показано на рисунку 2.4, у 1d ви можете уявити, що  $E$  та  $j$  будуть визначені в позиції  $x$ , а  $B$  у позиції  $x + \Delta x / 2$ .

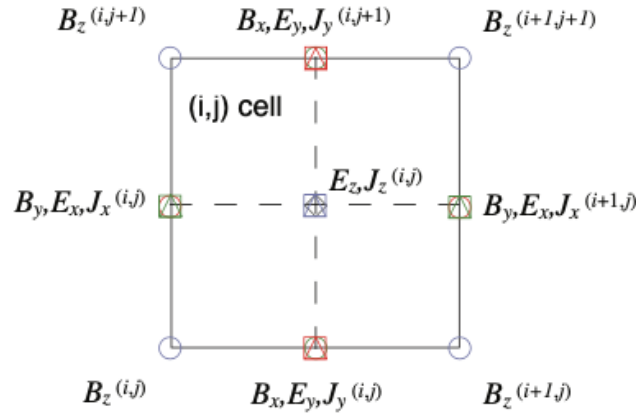


Рис. 2.4. Компоненти поля на сітці. [6]

Ми інтегруємо рівняння в 3 кроки:

- 1) Обчислимо поле В за кроком половини часу
- 2) Обчислимо поле Е за повний крок
- 3) і знову поле В за половину часу

Як приклад у [1] електричне поле було вирішено у 2D.

$$\begin{aligned}
 E_{x(i,j)}^{n+1} &= E_{x(i,j)}^n + \left( \frac{B_{z(i,j+1)}^{n+1/2} - B_{z(i,j)}^{n+1/2}}{\Delta y} - J_{x(i,j)}^{n+1/2} \right) \Delta t \\
 E_{y(i,j)}^{n+1} &= E_{y(i,j)}^n + \left( -\frac{B_{z(i,j+1)}^{n+1/2} - B_{z(i,j)}^{n+1/2}}{\Delta x} - J_{y(i,j)}^{n+1/2} \right) \Delta t \\
 E_{z(i,j)}^{n+1} &= E_{z(i,j)}^n + \left( \frac{B_{x(i,j+1)}^{n+1/2} - B_{x(i,j)}^{n+1/2}}{\Delta y} - \frac{B_{y(i+1,j)}^{n+1/2} - B_{y(i,j)}^{n+1/2}}{\Delta x} - J_{z(i,j)}^{n+1/2} \right) \Delta t
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Pic-simulations — це дуже якісний інструмент моделювання плазми, який описує фізичні явища з високою точністю. Інформація, яку він надає щодо поведінки плазми, є безцінною як для теоретичних досліджень, так і для практичних застосувань.

## 3 РЕЗУЛЬТАТИ

### 3.1 НАЛАШТУВАННЯ СИМУЛЯЦІЇ

Я використовувала повністю релятивістський, масово паралельний PIC-код OSIRIS для моделювання. Ці коди розв'язують повний набір рівнянь Максвелла на сітці, використовуючи струми та густину заряду, отримані від дискретних частинок, зважених на сітку. Нове положення та імпульс кожної частинки потім обчислюються на основі самоузгоджено визначених полів. Osiris написаний на FORTRAN і є відкритим кодом. Пізніше, коли я обробляла дані з Osiris, я використовував Jupyter notebook і програму на основі VISXD - IDL, розроблену GoLP (group of lasers and plasma) для візуалізації змодельованих даних. Я проводила симуляцію на локальному кластері IST в Instituto Superior Tecnico в Лісабоні. Завдання розраховувалися на 40 nodes з 20 CPUs . Щоб визначити симуляцію, користувачі повинні записати всі параметри у файл під назвою «input deck». У файлі потрібно визначити алгоритм, який він використовує (як це може бути 1d, 2d, квазі-3d або 3d), сітку, часовий крок, граничні умови, частинки, які є основними для плазми. Після цього ви можете додати те, що вам потрібно для моделювання, у моєму випадку це був лазерний імпульс, де я мала визначити профіль лазера у двох напрямках (поперечному та поздовжньому), початкову горловину променя, початковий векторний потенціал тощо.

Традиційно тривимірне (3D) моделювання плазмових явищ потребує величезних обчислювальних ресурсів через необхідність розв'язувати повний набір рівнянь Максвелла на щільній сітці, враховуючи динаміку мільйонів частинок. Метод квазі-3D вирішує ці проблеми, запроваджуючи більш ефективну обчислювальну структуру, яка зберігає критичні аспекти 3D-динаміки без повного обчислювального навантаження. Метод використовує циліндричні координати  $(r, \theta, z)$  замість декартових  $(x, y, z)$ . Цей підхід використовує симетрію в азимутальному напрямку  $(\theta)$ , що може значно зменшити необхідні

обчислювальні ресурси. Поля та розподіли частинок розкладаються на ряд мод Фур'є в азимутальному напрямку ( $\theta$ ). Хоча метод квазі-3D вводить деякі наближення, обмежуючи кількість режимів Фур'є, він зберігає здатність фіксувати необхідну 3D-динаміку. Цей баланс між точністю та ефективністю робить його особливо корисним для моделювання таких сценаріїв, як взаємодія лазера та плазми, прискорення кільватерного поля плазми.

Код Osiris був використаний для вивчення поведінки лазера 1PW з у плазмі щільністю з  $n_{pl} = 1.11 * 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , яка становить  $0.01n_{cr}$  (рис.3.1).

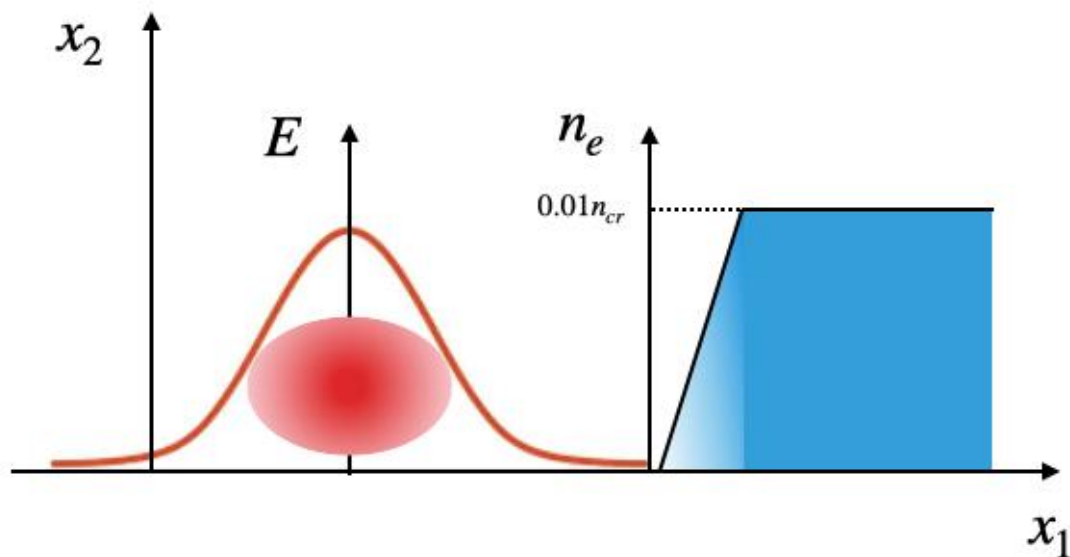


Рис.3.1. Налаштування моделювання

Я запускала набір симуляцій із постійною потужністю лазера, змінюючи розмір плями лазера. Для збереження постійної потужності лазера при зміні розміру плями потрібно було відповідно змінити максимальну амплітуду лазерного поля  $a_0$ . Довжина хвилі лазера дорівнює 1мкм. Більшість симуляцій проводилися з лазерним імпульсом тривалістю 150 фс, для порівняння одне моделювання було виконано з коротким імпульсом 30 фс.

### 3.2 РОЗМІР ПЛЯМИ ЛАЗЕРА

Важливо згадати, як я визначаю розмір плями, оскільки з моїх даних моделювання я не мала прямих даних для цього. Але ми маємо дані для електричного поля, які описують його в кожній точці вікна моделювання. Перше, що потрібно було зробити, це знайти середнє значення даних про напрямок поширення лазера для кожного кроку в часі та знайти залежність усередненої амплітуди від поперечної координати  $y$ .

Існує кілька способів визначення розміру плями лазера. Ви можете визначити це через інтенсивність або через електричне поле. Ми визначимо його як відстань від осі, де значення електричного поля становить  $1/e$  від максимуму в центрі (рис. 2).

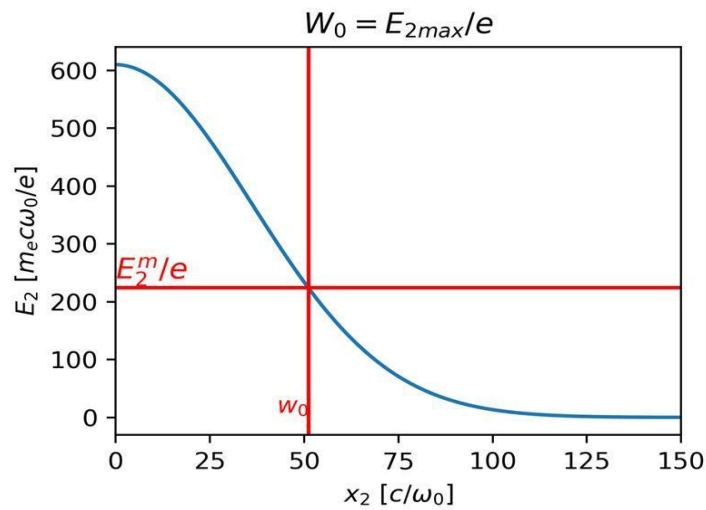


Рис.3.2. Залежність усередненого лазерного поля від поперечної складової лазера

### 3.3 ПОРІВНЯННЯ ПОШИРЕННЯ ДОВГИХ (150 фс) І КОРОТКИХ (30 фс) ІМПУЛЬСІВ

Ідея порівняння довгих і коротких імпульсів породила одну проблему. Оскільки в нашій роботі ми намагалися досягти стабільного поширення без

попереднього каналювання для суб-пікосекундного лазера, ми знайшли відповідну умову [2] для такої поведінки [6]:

$$k_p R \simeq k_p w_0 = 2\sqrt{a_0}, \quad a_0 \simeq 2(P/P_c)^{1/3} \quad (3.1)$$

де  $R$  – радіус швелера,  $k_p$  – хвильове число плазмової хвилі  $\omega_0$  – початкова горловина,  $a_0$  – початковий векторний потенціал,  $P_c$  – критична потужність,  $P$  – потужність лазера

Після розрахунку  $\omega_0$  і  $a_0$  для 150 фс з (3.1) ми отримуємо еволюцію огинаючої (рис.2.3, а), яка не відповідає прогнозам із статті. Як бачимо, це невелике коливання величини обхвату лазерного пучка, але воно триває недовго.

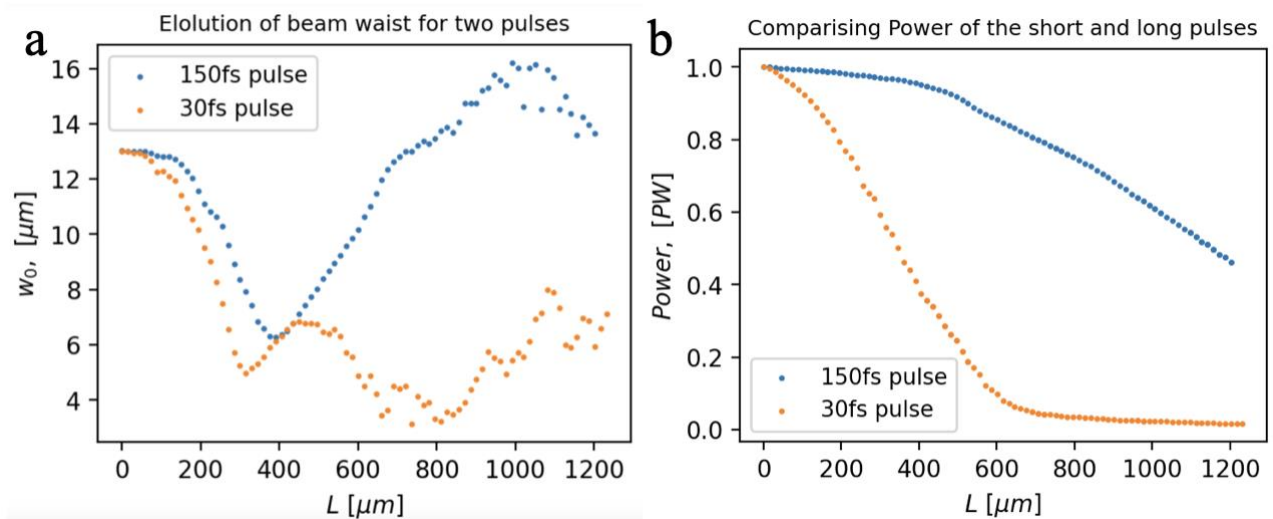


Рис.2.3 а) Порівняння еволюцій розміру лазерної плями б) Порівняння енергії поглинання

Таким чином, ми припустили, що лазер надто довгий, і в задній частині виникають деякі нелінійні ефекти. Щоб перевірити це, було запущено нове моделювання з тими ж параметрами, але меншою тривалістю імпульсу  $\tau = 30$  фс (рис.3.4).

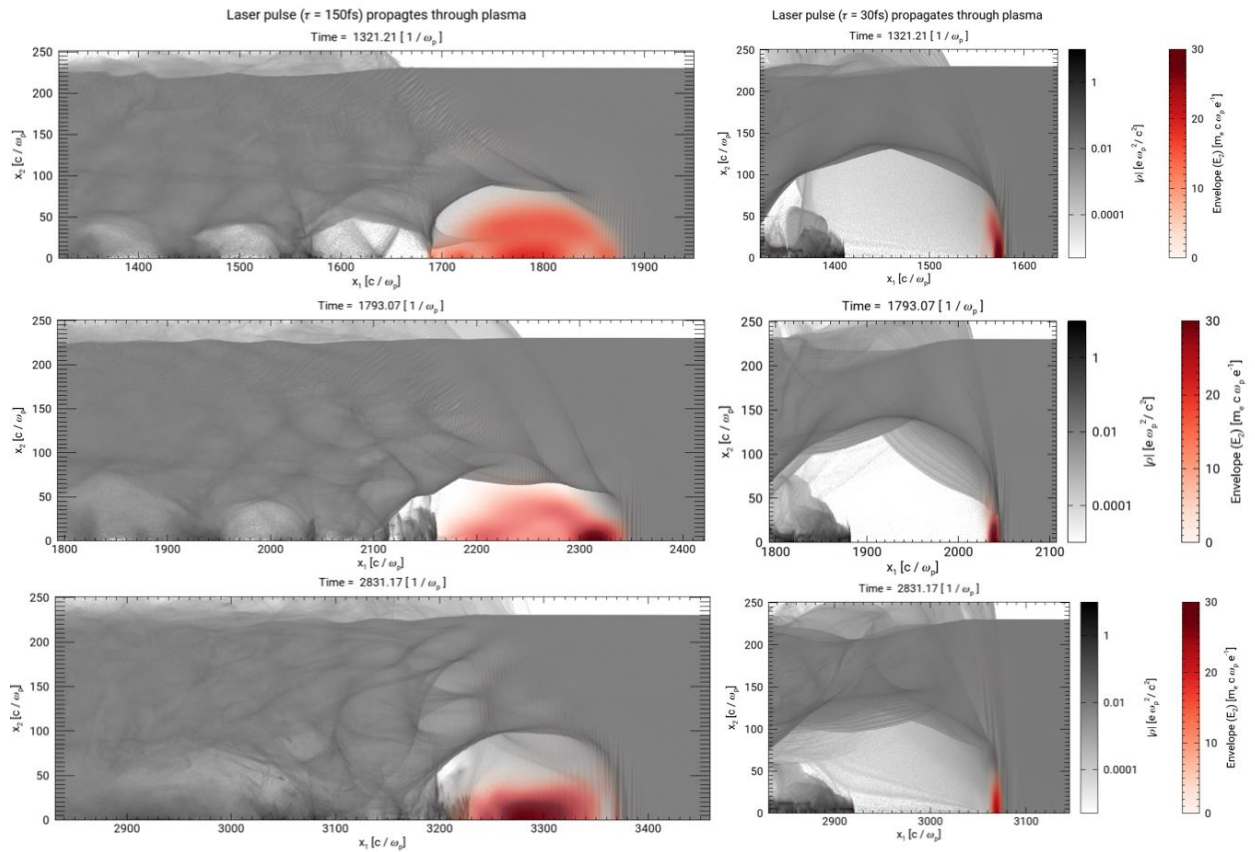


Рис.3.4. Двовимірне зображення еволюції оболонки лазера під час поширення (червоний) і реакції електронної густини на лазер. Порівняння проведено для короткого та довгого лазерного імпульсу

Обидва лазери на початку діють майже аналогічно, обидва починають самофокусуватися, це не відповідає умові (11), тому ми не можемо використовувати її для досягнення стабільного поширення. Енергія короткого лазера поглинається набагато швидше, що погано як для DLA так і, звичайно, для подальшого поширення. Розподіл електричного поля всередині короткого лазера залишається незмінним протягом усього розповсюдження, яке не є однаковим для довшого імпульса, де через релятивістське самофокусування розподіл не залишається незмінним та змінюється область найбільшої інтенсивності (рис.3.5).

Отже, поведінка лазера в плазмовому середовищі є дуже складним, нелінійним процесом, який не можна описати однією умовою для кожного типу лазера, він вимагає більш правильного аналізу з більшою кількістю випадків.

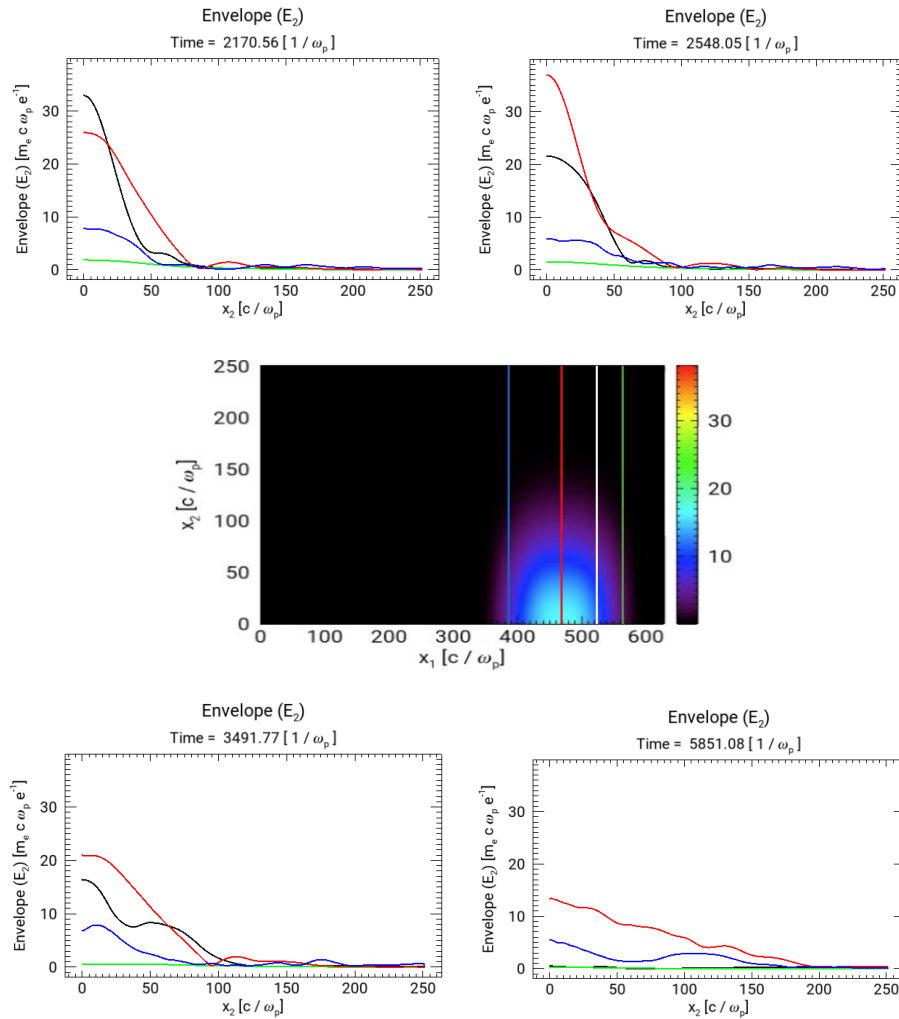


Рис.2.5. Лінійні виходи електричного поля довшого імпульсу, зроблені в різний час

### 3.4 ОПТИМАЛЬНЕ ПОШИРЕННЯ ІМПУЛЬСУ

У цій роботі ми хочемо перевірити оптимальний випадок прямого лазерного прискорення з суб-пікосекундною тривалістю імпульсу без надсилання попереднього імпульсу для утворення плазмового каналу. Для цього нам потрібно перевірити, як довго імпульс здатний поширюватися в плазмі перед поглинанням, тому важливі такі нелінійні ефекти, як самофокусування або самомодуляція. Ці ефекти змушують імпульс поширюватися на більшу відстань через нелінійну поведінку показників заломлення, релятивістське перетворення маси тощо. Електрони, захоплені лазером, прискорюються в поздовжньому напрямку хвилі, тому ми хочемо досягти більш тривалого поширення і зрозуміти, що нам потрібно для кращого отримання енергії.

Щоб знайти будь-які закономірності руху лазера в плазмі, було вирішено провести більше симуляцій, а потім порівняти їх. Зберігаючи ту саму потужність  $P = 1\text{PW}$ , ми розрахували новий  $\omega_0$  і  $a_0$  (мал. 3.6а.) з [7]:

$$P [\text{PW}] \simeq 2.2 \times 10^{-5} a_0^2 W_0^2 [\mu\text{m}] / \lambda^2 [\mu\text{m}].$$

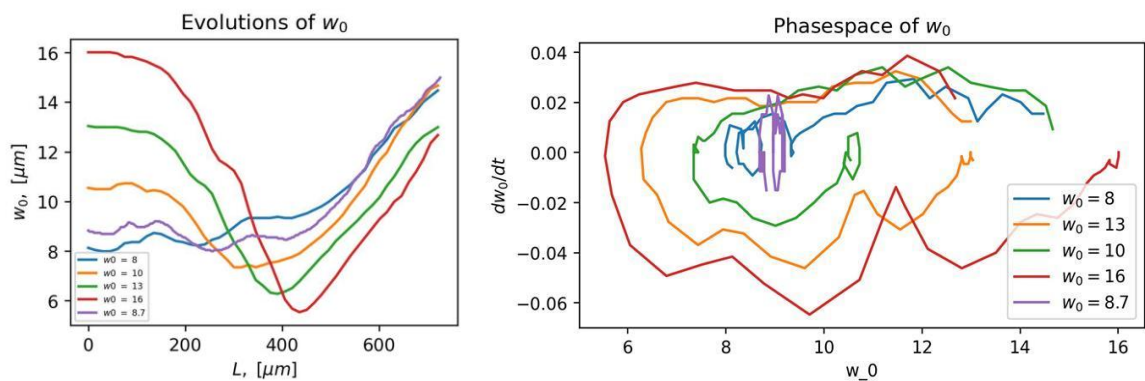


Рис. 3.6.

- а. Еволюції різних розмірів плям; б. Траєкторії розмірів плям у фазовому просторі  $\omega_0$ ,

З рис.3.6а ми бачимо, що еволюції з початковим  $\omega_0$  вище 10 мкм діють одночасно: вони демонструють стабільне поширення на початку, але після починають сильно фокусуватися, і еволюції, які тривали протягом  $\omega_0$  вище 10 мкм мають більш стабільну поведінку.

На малюнку 3.6б представлені траєкторії розмірів плям у фазовому просторі. З графіка видно, що траєкторії всіх еволюцій притягуються до деякої величини, яка може бути величиною для найбільш стабільного поширення. Найближча до стабільної траєкторії була траєкторія для  $\omega_0 = 8.1$  мкм, тому ми вирішили запустити ще одне моделювання з траєкторією близькою до цього значення. Ми вибрали  $\omega_0 = 8.7$  і очікувалося стабільного поширення на більшу відстань. Але як ми бачимо з рис. 3.6а все ще спостерігається дифрагування на відстань, близьку до 0.43 мм, хоча для ефективного DLA нам потрібно більше.

### 3.5 ОТРИМАННЯ ЕНЕРГІЇ ЕЛЕКТОНАМИ

З рис.3.4 видно, що у випадку коротшого імпульсу електрони концентруються в задній частині «бульбашки». Це особливість LWFA. Електрони затримуються в кільватерному полі і після того, як вони відчують сильне прискорювальне електричне поле, швидко набирають енергію. У механізмі DLA електрони захоплюються імпульсом і прискорюються ним. Електрони можуть отримувати енергію безпосередньо від лазерного поля, прискорюючись поздовжньо. Так на рис.3.4 електрони розташовані в «червоній області», де знаходиться лазерне поле.

На рис.3.7 ми маємо порівняння двох спектрів для випадку найдовшого поширення з невеликими коливаннями розміру плями протягом того самого часу,  $\omega_0 = 8.7$  мкм; та для узгодженого випадку згідно (11)  $\omega_0 = 13$  мкм. Приріст енергії для а) становить до 800 MeV, тоді як для б) становить близько 700 MeV, і для

більш тривалих випадків розповсюдження більше електронів прискорюється. Отже, для більш тривалого поширення більше електронів набуло більшої енергії. Різниця незначна, і вона корелює з відстанями прискорення, які не дуже відрізняються в обох випадках.

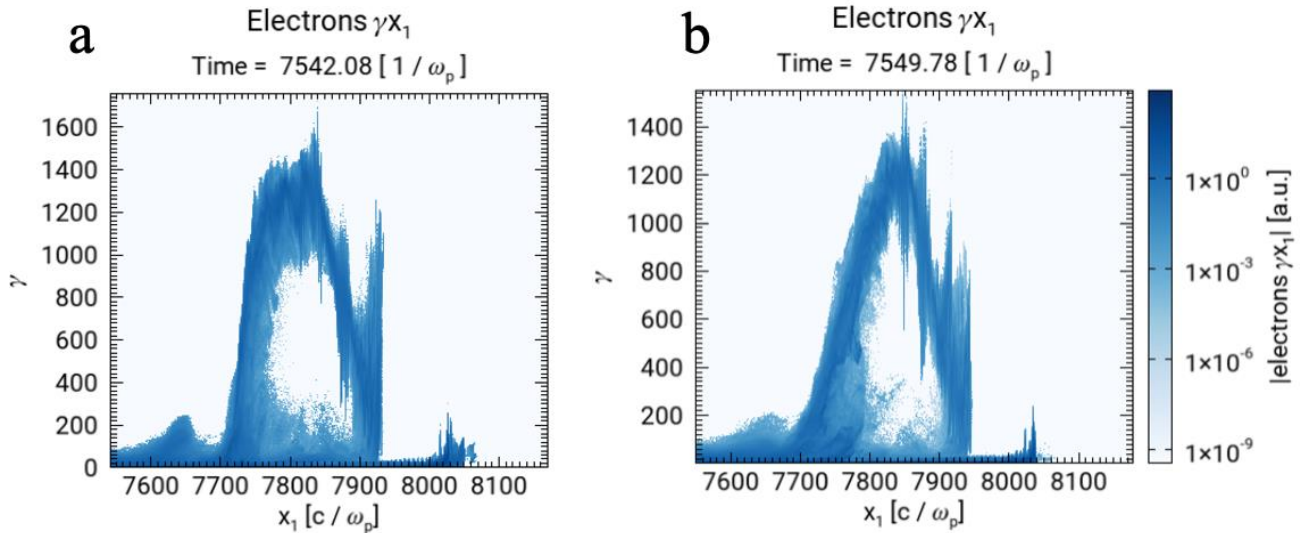


Рис.3.7. Спектр прискорених електронів для а)  $\omega_0 = 8.7$  (найбільш стабільне поширення) і б)  $\omega_0 = 13$  (для відповідної умови (11))

Ми можемо представити наступне рівняння для досягнення оптимального DLA [3]:

$$W_0^2[\lambda] = \left( \frac{\omega_0}{\omega_p} \frac{1.2}{\pi} \right)^2 \left[ \left( \frac{\omega_p}{\omega_0 \epsilon_{cr}} \sqrt{\frac{P[\text{PW}]}{2.2 \times 10^{-5}}} \right)^{2/3} \frac{1}{W_0^{2/3}[\lambda]} - 1 \right] \quad (3.2)$$

Це рівняння являє собою комбінацію оптимального розміру плями для даної щільності плазми та потужності, що призводить до найвищих енергій. Рівняння (11) дає теоретичне передбачення для розміру плями, яке має призвести до найдовшого поширення через самонаведення. У симуляціях ми не спостерігаємо сильного самонаведення, тому нам потрібно знайти кращі умови. Як ми бачимо, для нашого випадку, навіть якщо ми знайдемо кращі умови, відстань прискорення буде недостатньою для досягнення енергій понад 1 GeV у

режимі самонаведення. Наступна мета полягає в тому, щоб знайти, що впливає на самофокусування в цьому режимі та яку найбільшу можливу відстань можна отримати. В ідеалі, найвищі досягнуті енергії будуть ті, які є водночас самокерованими і в той же час виконують узгоджену умову прискорення (3.2). Однак наразі це не виглядає можливим і потребує подальшого дослідження.

## ВИСНОВОК

У цій роботі було запущено кілька PIC-симуляцій для розуміння застосування інтенсивної взаємодії лазера та плазми задля прискорення частинок. Він працював протягом субпікосекундної довжини імпульсу у малощільній плазмі в некерованому режимі. Ми спостерігаємо, що самонаведення лазерного імпульсу може бути дуже складним через релятивістське самофокусування в плазмі постійної густини на відстані, необхідні для ефективного прискорення. Встановлено, що максимальна відстань поширення не сильно залежить від початкового розміру плями, і відстань поширення порівнянна для більшості початкових геометрій фокусування. Таким чином, проблема отримання оптимального DLA полягає в досягненні більшої відстані розповсюдження. Максимальна відстань прискорення, якої ми можемо досягти навіть у найкращому випадку –  $\omega_0 = 8.7$  дорівнює 0,45 мм, тоді як для ефективного прискорення нам потрібно як мінімум 1 мм. Крім того, ми з'ясували, що передбачити рух такого довгого імпульсу досить складно, оскільки виникають нелінійні ефекти в задній частині імпульсу через те, що енергія лазера поглинається по-різному. Ми повинні сказати, що існує стабільна точка для розміру плями, але, ймовірно, навіть у цій точці лазер буде дифрагувати близько 0.5 мм. Наразі можна сказати, що режим керування, тобто попередній пуск лазерного імпульсу у плазму для утворення каналу в плазмі є необхідним для досягнення оптимального DLA, але подальші дослідження з різними густинами плазми можуть призвести до знаходження умови для стабільного поширення лазера в некерованому режимі.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Francis F. Chen. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. 1974.
- [2] D. Nicholson. *Introduction to plasma theory*. 1983.
- [3] Andrea Macchi. *A Superintense Laser–Plasma Interaction Theory Primer*. 2013.
- [4] Gibbon, Paul. *Short pulse laser interactions with matter*. 2005.
- [5] Shalom Eliezer. *The Interaction of High-Power Lasers with Plasmas*. 2002.
- [6] Fonseca, R. “Computational Challenges in Laser-Plasma Interactions.”, [374-381].
- [7] Lu, W. “Generating multi-GeV electron bunches using single stage laser wakefield acceleration in a 3D nonlinear regime.”” *PHYSICAL REVIEW SPECIAL TOPICS*, 2007, p. 3.
- [8] Babjak, Robert; Vranic, M. et al, “Efficient direct laser acceleration by multi-petawatt lasers.” p. 4. (2023)
- [9] Thomas, A. “Effect of Laser-Focusing Conditions on Propagation and Monoenergetic Electron Production in Laser-Wakefield Accelerators.” *The American Physical Society*, 2007, p. 4.
- [10] Cohen, Itamar, and Talia Meir. “Undepleted direct laser acceleration.” *Science Advances*, 2024.